

## Un Acercamiento A La Variable En Relación Funcional En Estudiantes Del Tercer Ciclo De Escolaridad: Un Estudio De Caso<sup>86</sup>

*Diana Milena Duarte Alba, dmduarte@gmail.com*

*Carolina Zubieta Rodríguez, carolmat829@gmail.com*

*Universidad Distrital Francisco José de Caldas*

### 1. Presentación del problema

La enseñanza tradicional del álgebra según estudios, es criticada por numerosos investigadores (Booth, 1999; Kaput, 1995, 1998, 2000, citados por Molina, 2006). La crítica se basa en el gran número de estudiantes que han fracasado en esta sub-área, la habilidad que el estudiante ha adquirido en el tratamiento de la aritmética, sin ver la conexión con el álgebra y con otras sub-áreas de la matemática, por la falta de contextualización (Rodríguez y Rojas, 1996) y la ausencia de significado en el aprendizaje algebraico adquirido por el estudiante, viendo además un salto a la manipulación con símbolos literales, en este sentido Fripp, Gaione y Vilaró (1998) advierten un riesgo cuando se privilegia el trabajo con rutinas algebraicas pues:

“los alumnos pierden pie, no saben por qué hacen lo que hacen ni para qué les sirve, comienzan así a manipular signos que para ellos no tienen sentido y van progresivamente generando una actitud muy negativa hacia el álgebra” (p. 4)

Cuando esto sucede, los estudiantes se desilusionan y toman la decisión de abandonar el trabajo en esta área. Según estos autores esto no ocurre en todos los estudiantes, pero sí en un porcentaje considerable.

Por otro lado, el grupo AZARQUIEL (1993) propone una serie de actividades, partiendo de las diferentes interpretaciones y usos que Küchemann (1981, citado por el grupo AZARQUIEL, 1993) da a la letra, que posibilitan en los estudiantes el desarrollo de los procesos de generalización<sup>87</sup> y simbolización<sup>88</sup>. Al implementar estas actividades en el

<sup>86</sup> Trabajo de grado de pregrado del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, que se encuentra en su fase de culminación y está dirigida por el Magister: RODOLFO VERGEL CAUSADO

<sup>87</sup> Generalización: que permite pasar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto común a todas ellas.

<sup>88</sup> Simbolización: que permite expresar de forma abreviada lo que tiene en común todas las situaciones.

contexto de la Práctica Intermedia<sup>89</sup> III realizada en grado octavo (Duarte, Zubieta, Riaño y Suancha, 2008), se identifican algunas dificultades en los estudiantes para dotar de significado la letra, posiblemente por la falta de aplicación a la vida real<sup>90</sup>. La experiencia en la Práctica Intermedia III, permite tomar decisiones para la elaboración de una próxima secuencia didáctica en la práctica intermedia IV realizada en grado séptimo (Duarte y Zubieta, 2009), trabajando la comprensión de la variable por medio de situaciones donde el estudiante resolvía problemas, dándole importancia al reconocimiento del aspecto dinámico (variación) de la relación funcional a partir del uso de representaciones de tipo cualitativo y/o cuantitativo. Al finalizar la secuencia, los estudiantes llegaron a comprender la variable en relación funcional, aunque inicialmente esto no hacía parte del objetivo.

Por otro lado Ursini (1994) sugiere la necesidad de desarrollar con los niños cierto trabajo preparatorio, previo a un acercamiento formal a las variables. Este llamado de Ursini (1994), unido a los planteamientos del grupo AZARQUIEL (1993) y Molina (2006), más la experiencia señalada en relación con los espacios de Práctica, se constituyen en elementos problemáticos, los cuales conminan a emprender un estudio para indagar sobre: ¿cómo estudiantes del tercer ciclo de escolaridad inician un acercamiento a la variable en relación funcional?

## 2. Lineamientos teóricos

Para Gómez (1995), citado por Fripp (2009), el álgebra son leyes que se aplican a los números, mientras la aritmética son hechos aplicables a casos particulares, lo que permite colegir que los estudiantes trabajan con hechos para luego trabajar con leyes, partiendo de la idea de que de que el álgebra nace de relaciones de tipo aritmético, Fripp (2009) sostiene que “es tarea de la aritmética encontrar un resultado mientras que es tarea del álgebra generar una forma estructurada y valedera de encontrar siempre ese resultado, [...] la tarea fundamental del álgebra es la de brindar generalizaciones y, por lo tanto, contribuir a una

<sup>89</sup> Hace referencia a las prácticas universitarias como parte integral del currículum del proyecto curricular de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemáticas.

<sup>90</sup> Según el MEN (1998) “Cada conocimiento debe nacer de la adaptación a una situación específica, se crean en un contexto y en unas relaciones con el medio, diferentes de aquellos en donde se inventa o se utiliza la aritmética o el álgebra” teniendo en cuenta que el contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende, éste debe tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas, permitiendo al docente reflexionar sobre el cómo, por qué y para qué de los saberes a enseñar, acorde con lo que pasa en el entorno.

estructuración matemática”. Para este autor, las relaciones de tipo aritmético pueden expresarse a través de la generalización, pues cuando se generaliza se abstrae lo que es común y esencial a muchas cosas<sup>91</sup>.

Es por tanto que «*Hoy en día el álgebra no es meramente “dar significado a los símbolos” sino tiene [...] que ver con aquellos modos de pensamiento que son esencialmente algebraicos [...]*» (Kieran, 1989, citado en Fripp, 2009), más aún, cuando se hace un trabajo preparatorio previo del álgebra en la escuela.

Este trabajo preparatorio previo, consiste en vincular el pensamiento algebraico desde los primeros años de escolaridad, fundamentado por la propuesta Early-Algebra, pues según Molina (2006) ésta consiste en un cambio curricular donde se integra el pensamiento algebraico desde los primeros años escolares. Uno de los objetivos de esta propuesta según esta autora es facilitar el aprendizaje del álgebra y fomentar un aprendizaje con comprensión, donde los estudiantes (de los primeros años de escolaridad) puedan identificar patrones, relaciones y propiedades. Por su parte Blanton (2004) y Kaput (2005), citados por Molina (2006) afirman que ésta permite que los estudiantes exploren, modelicen, hagan predicciones, discutan, argumenten, comprueben ideas y practiquen habilidades de cálculo. Además Mason (1991), 1996, citado por Molina (2006) plantea que los estudiantes al llegar al colegio tienen capacidades de generalización siendo capaces de expresarla, simplemente es cuestión de explorar estas capacidades.

Puesto que la variable puede ser interpretada de tres diversas formas, en esta investigación se hará especial referencia sobre la variable en relación funcional<sup>92</sup>, siguiendo la conceptualización propuesta por Ursini et al. (2000):

“F1) Reconocer la correspondencia entre cantidades en sus diferentes representaciones: tabla, gráfica, problema verbal o expresión analítica; F2) Determinar los valores de la variable dependiente cuando se conocen los de la variable independiente; F3) Determinar los valores de la variable independiente cuando se conocen los valores de la variable

<sup>91</sup> El lector puede revisar el trabajo doctoral de García (1998) en el que se presenta un desarrollo sobre los procesos de generalización en estudiantes adolescentes. Particularmente es importante revisar las nociones de generalización próxima y generalización lejana. La primera hace referencia a cuestiones (llamadas problemas de generalización lineal) que pueden ser resueltas mediante el recuento sobre dibujos construidos siguiendo la secuencia o a través de la extensión de una sucesión numérica. La generalización lejana, por su parte, alude a una cuestión que requiere la existencia de una expresión o fórmula general pues no puede ser resuelta usando la generalización próxima.

<sup>92</sup> Las funciones a trabajar son: la función línea representada por  $y = kx$  y afín representada por  $y = kx + b$

dependiente; F4) Reconocer la variación conjunta de las variables que intervienen en una relación en cualquiera de sus formas de representación; F5) Determinar los intervalos de variación de una de las variables cuando se conocen los de la otra; F6) Expresar una relación funcional de manera tabular, gráfica y/o analítica, a partir de los datos de un problema.”

Díaz (2006), en una investigación acerca del paso de lo aritmético a lo algebraico, expone la importancia y el reconocimiento de la variación en la variable y para esto considera cinco etapas con la finalidad de que los estudiantes transiten por cada una de ellas, valiéndose de representaciones, que surgirán al dar soluciones a situaciones. Por su parte Vasco (2007) citado en Estándares Básicos de Matemáticas, sostiene que el pensamiento variacional puede describirse como una forma dinámica de pensar, intentando de esta manera identificar relaciones existentes entre las variables involucradas, mientras Acosta et al. (2004) amplían la idea afirmando que las características del pensamiento variacional a desarrollar, consiste en: “identificar el fenómeno de cambio, describirlo, interpretarlo, predecir sus consecuencias, cuantificarlo y modelarlo.”

Sánchez y Molina, (sin año) destacan la concepción de lo variacional elaborado por Cantoral, Molina y Sánchez quienes, señalan que “el término ‘variacional’ se encuentra estrechamente ligado al concepto de *variación*, el cual es entendido como una cuantificación del cambio”. Crotret (1985) citado en Detzel (sin año) considera que “La idea de dependencia-Intimamente ligada a las de variación y de variable- conlleva la existencia de un vínculo (ligazón) entre cantidades. En efecto, el modo de percibir que una cosa depende de otra es hacer variar una y constatar cuál es el efecto en la otra. Esto se conoce con el nombre de covariación”. Así mismo Acosta, Castiblanco y Urquina (2004) establecen que la variación puede ser vista en el conjunto discreto o continuo.

Por su parte, Rodríguez, et al. (1996) afirman que la variable se ve como “el ejercicio disciplinar escolar que lleva implícito cuatro<sup>93</sup> características esenciales correspondientes a las asociadas a la variación”.

<sup>93</sup> 1. La variable pertenece siempre a un universo, desde él debe ser interpretada, 2. el significado de variar se le adjudica a la variable, corresponde al hecho que ella es representación, indistinta y simultánea, de los distintos individuos que conforman su universo, 3. aparece siempre haciendo parte de una expresión, que da cuenta de la relación de dependencia que se desea destacar entre los individuos de su universo y 4. el universo al que pertenece la variable, sin ser tiempo, está implícitamente connotado de éste. En otras palabras, el tiempo se imbrica al universo de la variable, ajustándose a su cardinalidad y a su estructura.

El estudiante logra interpretar los cambios que puede tener una magnitud en cierta situación donde es evidente la variación vista cualitativa y cuantitativa, es allí donde según Acosta, et al. (2004), los estudiantes ven la necesidad de usar diferentes formas de representación, iniciando con representaciones cualitativas, para posteriormente llegar a representaciones cuantitativas, con las cuales les es evidente los diferentes valores que puede tomar la variable. A su vez Godino (2003) resalta la importancia de las representaciones internas y externas pues en ellas el estudiante trata de describir y explicar los fenómenos cognitivos y para esto considera cinco tipos de representaciones cognitivas, por su parte, Duval (2004, citado por Vasco, 2007), considera que las representaciones materializadas no se generan e interpretan aisladamente sino dentro de un “registro semiótico”<sup>94</sup>, proponiendo seis tipos de registros semióticos.

### 3. Metodología

**Fases de la investigación:** Se requiere de un proceso de investigación el cual es necesario identificarlo, pues permite hacer un trabajo profundo sobre el objeto de estudio. Inicialmente se evidencia que la investigación es de tipo cualitativo, procediendo mediante investigación acción y en ésta estudio de caso, realizado a seis estudiantes del tercer ciclo de escolaridad (en este ciclo se encuentran los grados quinto, sexto y séptimo), los estudiantes son llamados **A, G, R, O, N, V.**

Se precisan unas fases de investigación las cuales son: **Fase de exploración:** Surgimiento del problema y pilotaje, pero en este artículo no será retomado, *Fase de análisis epistemológico de la variable:* Elaboración del marco teórico para intervenir y elaboración de categorías (Se hace un pseudo-formulamiento de las categorías propuestas por Ursini et al., 2000) para analizar la información las cuales son:

**C<sub>1</sub>** Reconoce la variación conjunta de las variables que intervienen en una relación en cualquiera de sus formas de representación, **C<sub>2</sub>** Identifica que la variable puede tomar diversos valores, **C<sub>3</sub>** Expresa la variable en una relación funcional a partir de la representación cualitativa y cuantitativa (discreta y/o continua) de manera tabular, gráfica y/o por medio de una “generalización aritmética”, **C<sub>4</sub>** Determinar los valores de la variable dependiente cuando se conocen los de la variable independiente.

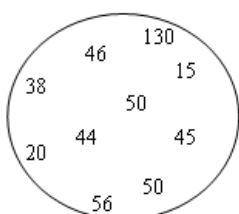
<sup>94</sup> El registro semiótico para Duval (2004, en Vasco, sin año) es “un aparato mental de producción, procesamiento e interpretación de un cierto tipo de representaciones materializadas con sus reglas de producción, interpretación y transformación”

*Fase de diseño de instrumentos:* Se aplica un instrumento el cual es una situación problema que se divide en dos partes:

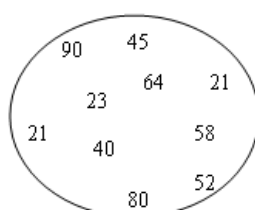
*Primera parte de la situación:* En ésta se pretendía que el estudiante iniciara organizando los datos, llegando a establecer relaciones cuantitativas a partir de diferentes representaciones, evidenciando diferentes características del aspecto dinámico de la variable en relación funcional.

Hernán tiene una empresa de camisetas, con 2 maquinas. El observó durante 10 días qué pasaba con la cantidad de camisetas que producía cada maquina.

Cantidad de camiseta que produce la maquina A



Cantidad de camisetas que produce la maquina B

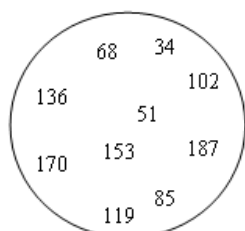


1. ¿Qué características tiene la cantidad de camisetas que produce la máquina B?, ¿qué características tiene la cantidad de camisetas que produce la máquina A?
2. ¿Qué puede decir Hernán si compara la cantidad de camisetas que produce cada máquina?
3. ¿Cuál de los dos tipos de máquina favorece el rendimiento de las producción de camisetas?, ¿por qué?
4. ¿Puede calcular la cantidad de camisetas que producen las máquinas en el día 11?, ¿cómo?

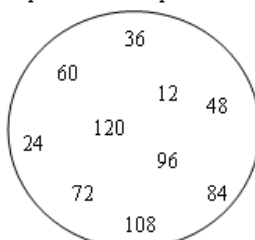
*Segunda parte de la situación:* En ésta se pretendía que el estudiante analizara la covarianza en representaciones cuantitativas en el conjunto discreto o continuo.

Se le planteó a los estudiantes, el hecho de que las máquinas han sido programadas de tal manera que cada máquina se comportaba de la siguiente manera:

Cantidad de camiseta que produce la maquina A



Cantidad de camisetas que produce la maquina B



1. ¿Qué características tiene la cantidad de camisetas que produce la máquina B?, ¿qué características tiene la cantidad de camisetas que produce la máquina A?
2. ¿Qué puede decir Hernán si compara la cantidad de camisetas que produce cada máquina?
3. ¿Puede calcular la cantidad de camisetas que producen las máquinas en el día 11?, ¿cómo?
4. ¿Cuántas camisetas habrán producido ambas máquinas en el día 245?

*Fase de pilotaje del instrumento diseñado, Fase de aplicación definitiva del instrumento diseñado:* Se llevó un diario de campo, entrevista (grabación en videos) y un diario del alumno (carpetas para cada estudiante, donde se anexó lo que cada uno hacia), de igual manera finalizada la aplicación de la primera parte de la situación, se hace grupo focal

generando un espacio de comunicación en el que los estudiantes presentaban a sus compañeros, ideas, posturas e hipótesis formuladas, puestas en juego durante el trabajo individual, *Fase de organización y sistematización (categorizar)*, *Fase de análisis de la información* y *Fase de reflexión de aprendizaje*.

A continuación se presentan algunos apartes del análisis de datos recogidos en el estudio, pues por delimitación de espacio en los parámetros presentados para la comunicación breve, no se presentan completamente lo obtenido durante el estudio.

#### 4. Análisis de datos

Primera categoría es:  $C_1$  *Reconoce la variación conjunta de las variables que intervienen en una relación en cualquiera de sus formas de representación.*

Acosta et al. (2004), comentan que en las situaciones de cambio se presentan magnitudes que pueden o no cambiar en la evolución de las circunstancias iniciales, donde es de vital importancia reconocer y ver la relación existentes entre ellas. En nuestro estudio, los estudiantes percibían estos cambios haciendo relaciones cualitativas y/o cuantitativas. Por ejemplo, en relación con la primera parte de la situación descrita anteriormente, las relaciones de tipo cualitativo encuentran rasgos de evidencia en registros como: “*que a veces hace más y a veces menos*”, “*cada día baja la producción*”, “*que cada día va aumentando la producción*”. Por el contrario las relaciones cuantitativas lo hacían hallando las diferencias de la cantidad de camisetas del primer día respecto al segundo día, el segundo día respecto al tercer día y así sucesivamente, lo anterior hace referencia a una de las etapas propuestas por Díaz (2006) donde los estudiantes reconocen y describen lo que varía en situaciones de cambio a partir de relaciones cuantitativas. A su vez los estudiantes realizaban la suma de estas diferencias, donde el resultado mayor era la máquina que más variaba día a día en relación a la cantidad de camisetas.

En cuanto al termino “variación” se generó una discusión en el grupo focal, a lo cual uno de ellos decía: “*variación es como mover de lugar las cosas de mi cuarto, por ejemplo de Enero a Octubre moví las cosas de lugar y en Octubre me voy de viaje hasta Diciembre y las cosas no cambian de lugar, es decir no varía*”. Viendo específicamente la etapa simbólica o final del álgebra, en la que se utiliza un lenguaje matemático basado en lo semántico y sintáctico, como en el caso de cualquier lengua, Wagner (1983), citado en

Morales et al. (2003), afirma que lo semántico de una variable tiene que ver con el símbolo y el referente, es decir, tiene que ver con el significado que se le asigna a la variable, en este caso se puede decir que el ejemplo dado, es el significado que los estudiantes le dan al término “variación”.

Segunda categoría es:  $C_2$  *Identifica que la variable puede tomar diversos valores.*

La información recogida para aportar a esta categoría, sobre los conocimientos que los seis estudiantes del tercer ciclo de escolaridad tienen, gira en torno a la pregunta de la situación: ¿Puede calcular la cantidad de camisetas que producen las máquinas en el día 11?, ¿cómo?

En la primera parte de la situación los estudiantes especulaban alguna forma de poderlo hacer de la siguiente manera: “*Viajando al futuro*”, “*sumando todo y dividiéndolo entre 10*”, “*podría ser alguna de la cantidad que se repite en cada máquina (En la máquina A; la cantidad 50, en la máquina B; la cantidad 21 pues se repiten)*”, “*programando la máquina*” (El estudiante A quería decir con su idea, que la variable (cantidad) va a tomar cierto valor específico, siempre y cuando la forma de variar le permita reconocerlo, pues la máquina está programada), “*no se podría*”.

Un ejemplo específico es  $O$  al comentar: “*Sí, se puede decir que el día 11, la máquina A produce 40, 42, cualquier cantidad, no se puede saber exactamente, en la máquina B puede ser 23, 64, etc.*” En este caso el estudiante reconoce que la variable puede tomar diversos valores pero considerando el conjunto de los números naturales. Rodríguez et al. (1996) señala que la variable puede tomar diversos valores en un universo numérico. Por tanto, los estudiantes reconocen que una variable puede tomar diferentes valores, y esto lo hace en un universo numérico, a su vez debe cumplir con ciertas características de variación como son las propuestas por Rodríguez et al. (1996)<sup>95</sup>.

Tercera categoría es:  $C_3$  *Expresa la variable en una relación funcional a partir de la representación cualitativa y cuantitativa (discreta y/o continua) de manera tabular, gráfica y/o por medio de una “generalización aritmética”.*

Duval (2004), citado por Vasco (2007), toma como registros gráficos especializados a representaciones como: el circular y el de barras para datos estadísticos y el cartesiano y polar para las relaciones y funciones matemáticas.

<sup>95</sup> Revisar pie de página 8.



En el estudio se observó la representación circular efectuada por A, dando una explicación como se muestra en las siguientes figuras:

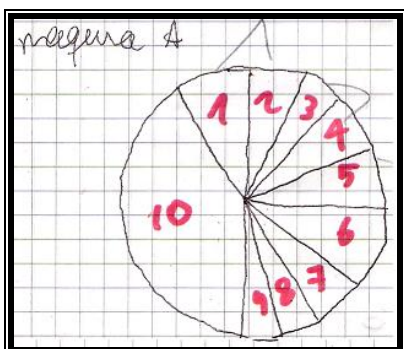


Figura (1.a)

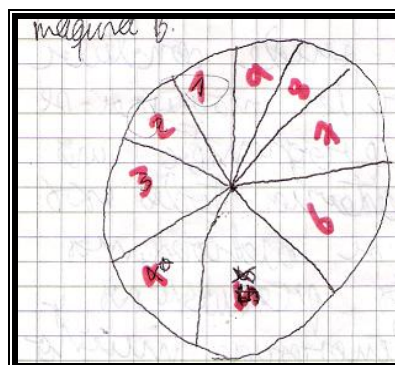


Figura (1.b)

Al analizar las gráficas el estudiante afirma: “a ojo se ve que esta es mejor (señalando el espacio del día 10 de la máquina A), porque el día 10 hay más producción, pero ésta (máquina B), todos los días está produciendo mejor, mientras que acá (máquina A, señalando los días del 1 al 9) produce mal<sup>96</sup> y el día 10 es el único que produce arto. La máquina B es más parejo<sup>97</sup>”

La representación de barras (figura 2.a y 2.b) fue realizada por A, G, N, O, V y R cada uno en instantes diferentes de la situación, de igual forma estos estudiantes llegaron a una representación cartesiana (figura 3.a y 3.b), luego de realizar la gráfica de barras

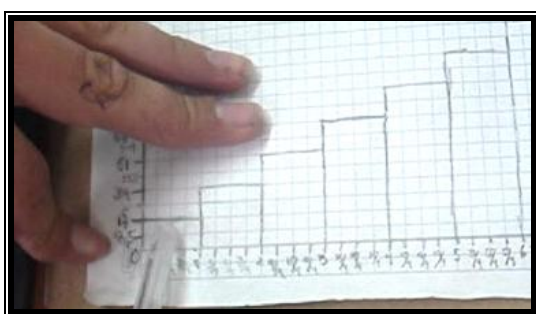


Figura (2.a)

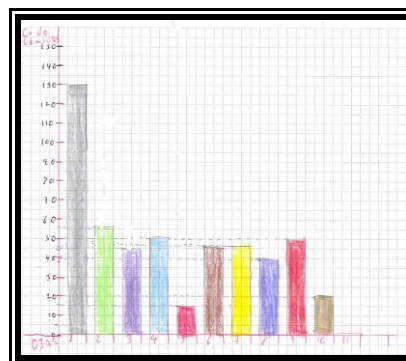


Figura (2.a)

<sup>96</sup> El término mal hace referencia a la baja cantidad de camisetas que produce en algunos días, en este caso del día 1 al día 9.

<sup>97</sup> El término “parejo” es significada según el estudiante del término estabilidad.

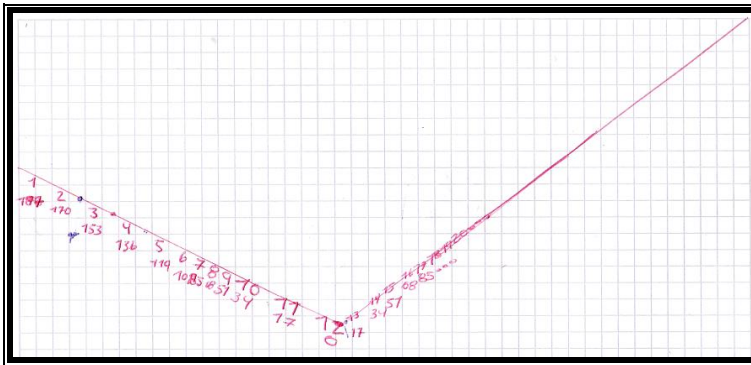
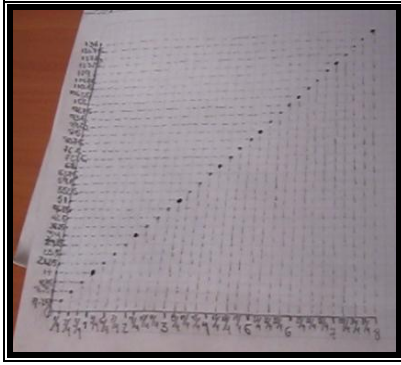


Figura (3.a)

Figura (3.a)

En estas representaciones los estudiantes probablemente identifican la relación o ligazón entre las cantidades según Crotret (1985), citado en Detzel (sin año), donde posiblemente identificaban que a medida que cambiaba una esto afectaba a la otra, quizás esto se postraba mas entendible para ellos en esta última representación, sin dejar de lado que las primeras dos representaciones Duval las relaciona en torno a lo estadístico, en este caso se ve de también la importancia para el trabajo con la variable en relación funcional, más la segunda que la primera, sin obviar que esto es generado por los mismos estudiantes, viendo de esta forma como cada uno de ellos pasan de una representación cualitativa a representaciones cuantitativas (Acosta et al., 2004) más específicamente en los estudiantes **G** y **V** (figura 5.a y 5.b), al pasar de una representación escrita, pasan por otras representaciones y finalmente llegan a una representación gráfica.

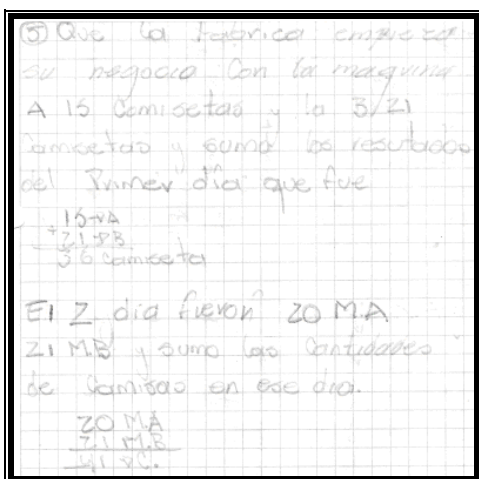


Figura (5.a)

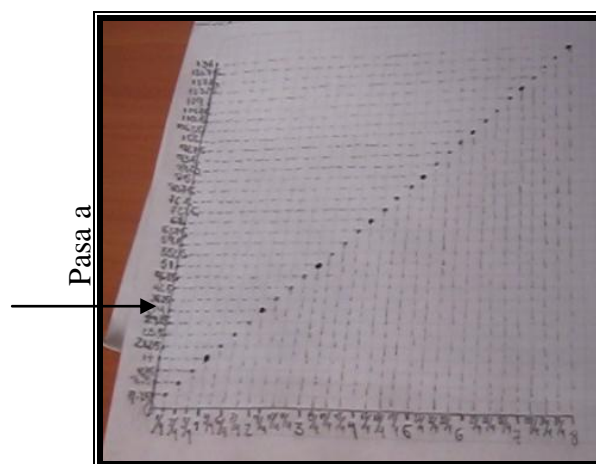


Figura (5.b)

Lo que para Vasco (2007), en los estándares curriculares, los estudiantes tiene una forma dinámica de pensar, ya que intentan establecer las relaciones existentes entre las variables involucradas en la situación problema.

En lo que compete a la representación algebraica (Acosta et al., 2004), se evidenció en todos los estudiantes, el uso de lo común en las cantidades como lo es el 17 y 12, para algunos llamado la diferencia, variación o patrón, encontrando de esta forma relaciones aritméticas expresadas en este caso en generalización (regla o método inventado por el estudiante) (figura 6.a y 6.b), pues según Fripp (2009) las relaciones de tipo aritmético, que el estudiante encuentra pueden expresarse, a través de la generalización, esto último lo hacían cuando comprobaban si la regla o método era más indicado consecuente con lo que afirman Acosta et al. (2004) sobre el pensamiento variacional, que consiste en: “identificar el fenómeno de cambio, describirlo, interpretarlo, predecir sus consecuencias, cuantificarlo y modelarlo”. A parte de la identificación de lo común visto como una constante en cada una de las reglas, identifican que lo que cambia en las representaciones son los días (variable tiempo-independiente-) y a medida que cambia ésta también lo hace la cantidad de camisetas (variable dependiente), relacionado con lo que Crotret (1985), citado en Detzel (sin año) denomina vinculo entre las cantidades congruente con la idea dependencia e independenciam.

En lo que respecta a una segunda constante que establecen en las expresión “algebraica” de la función afín<sup>98</sup>, **R**, **N** y **O** tienen en común el 17 como segunda constante aunque **O** también convirtió esta función en una función lineal (figura 7), mientras los estudiantes **V**

<sup>98</sup> En el caso específico de la máquina A.

y A, hacen otro tipo de regla, generalmente todos los estudiantes presentaron una generalización lejana (García J., 1998), por verse en la necesidad de encontrar la cantidad de camisetas de días lejanos. Lo que permite inferir y retomando a Mason (1991), 1996, citado por Molina (2006), “los alumnos llegan al colegio con capacidades naturales de generalización”. Lo cual se hace a partir de la exploración de una situación problema que al ser solucionada les permite llegar a generalizaciones y a gráficas en las que reconocen la relación existente entre las variables.

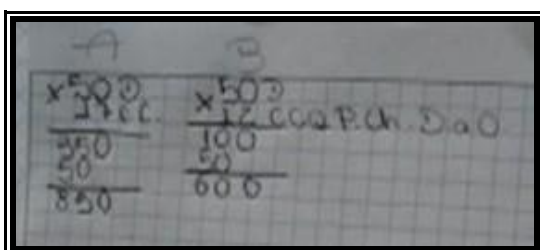
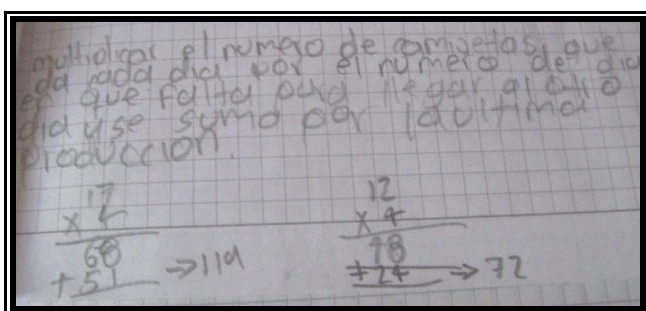


Figura (6.a)

Figura (6.b)

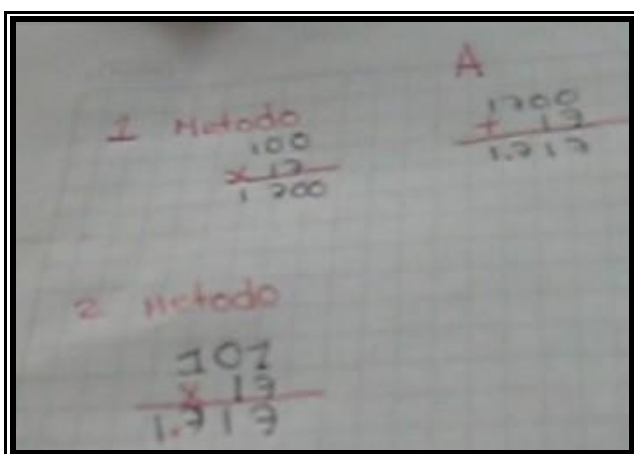


Figura (7)

Como se observa en la figura 7 el método uno de **O** muestra una representación similar a la escritura de una función afín, mientras en el segundo método hace la escritura de una función lineal.

Cuarta categoría es: C<sub>4</sub> Determinar los valores de la variable dependiente cuando se conocen los de la variable independiente.

Es importante destacar que cada uno de los estudiantes usan diferentes estrategias para determinar la cantidad de camisetas de un día en específico, para esto se optó por

preguntar a los estudiantes, por días cercanos y lejanos identificando las diferentes formas de Generalización planteadas por García J (1999).

Un ejemplo es el caso de *O*, que dice: “*si me preguntan por la cantidad de camisetas del día 100, yo multiplico  $100 \times 17$  y al resultado le sumo 17, o también se puede multiplicar  $101 \times 17$* ” (remítase a la figura 7), en este caso el estudiante multiplica el día pedido por “*lo que varia cada día*”, o por “*la diferencia de cada día*”. En este se evidencia la regla establecida por *O* para determinar los valores de la variable dependiente (cantidad de camisetas), cuando conocen los de la variable independiente (tiempo en días).

A partir de lo anterior se puede afirmar que el álgebra sustenta el trabajo aritmético o que el álgebra nace implícitamente en las relaciones de tipo aritmético, destacando:

“Es tarea de la aritmética encontrar un resultado mientras que es tarea del álgebra generar una forma estructurada y valedera de encontrar siempre ese resultado.

...la tarea fundamental del álgebra es la de brindar generalizaciones y, por lo tanto, contribuir a una estructuración matemática.”(Fripp A, 2009, p. 2)

Pero cuando se habla de generalización, no necesariamente se deben encontrar expresiones como  $y=17x+17$ , que es el paso propuesto por Fripp A (2009) el cual dice: “abordar actividades algebraicas en la escuela primaria no exige la utilización de “letras”, como es el caso de estos seis estudiantes del tercer ciclo de escolaridad.

## 5. Conclusiones

Luego de realizar el estudio con cada uno de los estudiantes, del análisis de los datos recogidos y del bagaje teórico, se concluye que: “los alumnos llegan al colegio con capacidades naturales de generalización y habilidades para expresar generalidad, y el desarrollo del razonamiento algebraico es, en gran parte, cuestión de explorar estas capacidades naturales de los alumnos” (Mason, 1996, citado por Molina, 2006, p. 47), es por esto que esta investigación fue guiada por la propuesta de Early-Álgebra, según Molina (2006) dice que uno de los objetivos de esta propuesta es facilitar el aprendizaje del álgebra y fomentar un aprendizaje con comprensión, donde los estudiantes puedan identificar patrones, relaciones y propiedades, a su vez Blanton (2004) y Kaput ((2005), citados por Molina, 2006) afirman que ésta permite que los estudiantes exploren, modelicen, hagan predicciones, discutan, argumenten, comprueben ideas y practiquen habilidades de cálculo, como se evidenció en este artículo.

A partir de la propuesta de Early-Algebra y según lo trabajado con los seis estudiantes del tercer ciclo de escolaridad, viendo en ellos diferentes formas de representación, donde identificaban la relación existente entre las variables involucradas en una situación contextualizada, se puede afirmar que se debe llevar al aula esta propuesta de cambio curricular, permitiendo que los estudiantes a temprana edad puedan pensar algebraicamente y no que se evidencie una ruptura entre la aritmética y el álgebra, olvidando esas manipulaciones engorrosas que se trabajan como primera alternativa para enseñar el álgebra, que no tiene nada significativo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, por el contrario contribuye para que los estudiantes fracasen al trabajar en esta sub-área de la matemática.

### Bibliografía

- Acosta, E., Castiblanco, A., Urquina, H., (2004). *“Pensamiento variacional y tecnologías computacionales”*. Bogotá: MEN. p.19-20.
- Grupo AZARQUIEL. (1993). *“Ideas y actividades para enseñar Álgebra”*. Madrid: Síntesis.
- Azcárate, C & Deulofeu, J. (1996). *Funciones y gráficas*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Detzel, P. (sin año). *Enseñanza De Las Funciones: Definición Y Resolución De Problemas*.
- Díaz, L. (2006). *“Diálogo de Imaginarios de Estudiantes, Profesores y Saberes Matemáticos: Una Línea de Investigación en Matemática Educativa”*.
- Duarte, D., Zubieta, C., Riaño D., y Suancha O., (2008). *La variable*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Unidad Didáctica sin publicación.
- Duarte y Zubieta (2009). *La Autorregulación del Docente en la Implementación de la TSD en el Aula Educativa*. X Encuentro de Matemática Educativa Asocolme.
- Fripp, A. (2009). *¿Álgebra en la escuela primaria?*
- García, J. (1999). *“La generalización en un tipo particular de sucesiones aritméticas: los problemas de generalización lineal”*. Departamento de Análisis Matemáticas. Universidad de la Laguna.
- Godino, J. (2003). *Funciones Semióticas: Un enfoque ontológico- semiótico de la cognición e instrucción matemática*.
- Goldin, G. (1998). Representations and the psychology of mathematics education: part II. *Journal of Mathematical Behaviour*, citado por Godino, J. *Teoría de las Funciones Semióticas: Un enfoque ontológico- semiótico de la cognición e instrucción matemática*.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero en educación primaria*. Granada: Universidad de la Rioja.
- Rodríguez, J. y Rojas, P. (1996). *“Transición: Aritmética-Álgebra”*. Octavo coloquio de Matemáticas y Estadística. Bogotá.
- Tigreros, M. y Ursini, S. (2000). *“La Conceptualización de la Variable en la Enseñanza Media”*. México: Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- Vasco, C. (2007). *Análisis semiótico del álgebra elemental*. Fondo de publicaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.