

MODELO GEOMÉTRICO PARA CONSTRUIR LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

JOSÉ M. POLANCO Y MARTHA G. VENEGAS

En este artículo¹ se presentan una serie de reflexiones acerca de un trabajo de investigación en el aula realizado en el Centro Distrital John F. Kennedy. El tema de matemáticas sobre el que se centró la investigación fue la construcción de la expresión algebraica de una ecuación de segundo grado aplicando el concepto de área de un rectángulo. Hemos dividido la presentación del trabajo en dos partes. En la primera, se da cuenta de un diagnóstico en el que se indagó acerca del estado de conocimiento de los estudiantes con respecto al tema y también sobre algunas de sus características socio-económicas. En la segunda, se presenta el análisis curricular realizado alrededor del tema y cuyo propósito era apoyar la realización del diseño de una actividad de aula de noventa minutos. En los procesos anteriores se tuvieron en cuenta algunas pautas de análisis didáctico tales como proponer un modelo sobre la estructura matemática del tema, indagar sobre el conocimiento previo de los estudiantes acerca de los prerrequisitos necesarios para abordar el tema y la forma como usualmente se ha enfocado la enseñanza del tema en nuestro contexto.

INTRODUCCIÓN

El trabajo que presentamos a continuación se desarrolló dentro del marco del proyecto MEN-EMA II² que propuso “una empresa docente” con algunas de las instituciones educativas que participaron en el proyecto MEN-EMA I y entre las cuales estuvo el Centro Distrital John F. Kennedy (Gómez y Perry, 1996).

Por ser la investigación-acción una metodología con la que simultáneamente se puede generar conocimiento sobre la problemática de la educación matemática e influir sobre ella para el cambio (Kemmis y McTaggard, 1988), en la realización de este trabajo tuvimos en cuenta algunas de las pau-

1. Este artículo fue editado por Felipe Fernández y Luisa Andrade, investigadores de “una empresa docente”.
2. Este proyecto fue realizado en 1996 y 1997 y fue financiado por el Minsiterio de Educación Nacional.

tas que se proponen en ella. Aunque en la presentación del trabajo no se evidencie de manera explícita el seguimiento de las fases típicas de esta metodología —es decir, reflexión sobre un problema, planeación de una acción, implementación de la acción, observación de los resultados y nuevamente reflexión sobre lo observado— se podría decir que la parte del diagnóstico se constituyó en un primer ciclo y el análisis curricular en un segundo ciclo de esta espiral. Entonces, en este artículo, queremos dar cuenta en forma cronológica de algunas de las acciones, observaciones y reflexiones que se realizaron durante este proceso de investigación-acción y cuyo propósito final era concretar el diseño curricular de una actividad para desarrollar en noventa minutos de clase.

Debemos reconocer que al comenzar el proyecto, teníamos en mente no sólo trabajar el diseño para presentar el planteamiento de la ecuación de segundo grado, sino también queríamos considerar el manejo de algunos de los métodos de resolución de la ecuación cuadrática. Sin embargo, en el transcurso del trabajo nos dimos cuenta de que sólo para plantear dicha ecuación, teníamos para noventa minutos de clase. Por ello, finalmente, el diseño se concretó en una aproximación de tipo geométrico para el planteamiento de la ecuación de segundo grado.

Hemos organizado la presentación del trabajo en dos secciones principales: una, se titula Diagnóstico y la otra, Análisis curricular. En la primera se consideraron dos indagaciones: la cognitiva y la del entorno social del estudiante. Con la indagación cognitiva se tenía como propósito determinar algunas características del estado de comprensión y conocimiento del estudiante sobre el tema, mientras que con la indagación del entorno social se quería identificar algunas de las características del entorno socio-económico del alumno, con el propósito de proponerle problemas cercanos a su realidad. Con respecto al análisis curricular se consideraron tres aspectos: uno relacionado con la estructura matemática del tema, otro con el aprendizaje de los estudiantes, y el último con la enseñanza del tema.

DIAGNÓSTICO

Indagación cognitiva

Para esta primera etapa del trabajo se elaboraron dos cuestionarios. El primero contenía preguntas abiertas y pretendía indagar sobre la concepción de los estudiantes acerca de lo que es una ecuación, y en particular, de lo que es la ecuación cuadrática. El segundo fue aplicado posteriormente y sus preguntas eran en su mayoría cerradas. Con este cuestionario se pretendía

indagar sobre la comprensión y el conocimiento de los estudiantes sobre algunos aspectos más específicos relacionados con el tema de ecuaciones.

Primer cuestionario

La elaboración de este cuestionario fue motivada por el hecho de que cuando buscamos aplicaciones de la ecuación cuadrática en asignaturas diferentes, observamos dificultades por parte de los estudiantes para identificar, plantear y resolver problemas en los que se aplican dichas ecuaciones. Por ejemplo, en el tema de ecuaciones trigonométricas los estudiantes no podían identificar la ecuación cuadrática que estaba presente en la expresión: $\text{sen}^2x + 2\text{sen}x + 3 = 0$. De manera similar, en temas tales como el movimiento parabólico, problemas de máximos y mínimos, estudio de curvas, etc., se detectaron dificultades de los estudiantes para el manejo de los componentes de una ecuación cuadrática, tales como coeficientes, incógnita y grado.

Con el propósito de corroborar lo anterior se procedió a indagar, mediante el siguiente cuestionario, las ideas que tenían sobre el tema una muestra de estudiantes de grados décimo y undécimo.

Responda breve y lo más preciso posible.

1. ¿Qué es una ecuación? Dé un ejemplo

2. ¿Qué es una ecuación cuadrática?

a) ¿Cuál es la forma general? Dé un ejemplo.

b) ¿Qué métodos emplea para resolverla?

c) ¿Qué dificultades se le presentan al resolver una ecuación de segundo grado?

Es interesante mirar algunas de las respuestas dadas por los estudiantes. A continuación presentamos el prototipo de algunas de ellas:

Pregunta respondida	Selección de algunos ejemplos de respuestas dadas por los estudiantes al primer cuestionario
1.	<i>Es una operación en la cual están incluidos términos en números y letras, además tiene un grado de dificultad superior al de cualquier otra operación porque vienen incluidas diferentes operaciones revueltas</i>
2.	<i>Una ecuación cuadrática es donde encontramos dos incógnitas.</i>
	<i>Es la comparación entre dos ecuaciones</i>

2. a.	$\frac{-b \pm \sqrt{4ac}}{2a}$
	$-4 + 16 + \sqrt{64}$
2. b.	<i>Empleo la ecuación cuadrática general o si es posible factorizo.</i>
	<i>Los métodos que empleamos es el de reemplazar valores de acuerdo como se asignan a las letras. a, b, c 1, 2, 3.</i>
2. c.	<i>A veces confundo el tipo de ecuación y la resuelvo de otra forma.</i>

Entonces, al analizar no sólo los ejemplos de las respuestas que se presentan en el cuadro anterior sino en general, al revisar todas las demás respuestas dadas por los estudiantes de la muestra, confirmamos la deficiente conceptualización que tenían no solamente con relación a las ecuaciones de segundo grado sino también con respecto a sus métodos de solución y a lo que es una ecuación en general.

Segundo cuestionario

Después de aplicar el primer cuestionario y para indagar sobre aspectos más específicos, le planteamos a la misma muestra de estudiantes, preguntas en las cuales debía identificar y describir en el lenguaje habitual las operaciones de suma, multiplicación, radicación y potenciación. Una selección del tipo de preguntas que se le plantearon a los estudiantes en el segundo cuestionario se presenta a continuación:

8. Escriba frente a cada diagrama (dibujo, para demostrar gráficamente una cosa), el nombre de la operación que se representa y haga una breve descripción (pintar la operación con sus propias palabras)

	Nombre	Descripción
a. \square^n	_____	_____
b. $\sqrt[n]{\square}$	_____	_____
c. ... + ...	_____	_____

d. ... - ... _____

e. ○ ○ _____

f. ... ÷ ... _____

13. El siguiente, es un ejemplo de ecuación de primer grado. $3x + 5 = 42$ podrías interpretar (traducir), a una situación cotidiana? Si continúe
No Pase a la pregunta 15.

14. Interprete la expresión algebraica de la pregunta anterior:

15. Escriba las características de una ecuación de primer grado:

Es importante anotar que en la actividad se utilizó la palabra pintar como sinónimo de describir, de acuerdo a la definición del diccionario. En el momento de la aplicación de la actividad se aclararon diversas dudas de los estudiantes, en especial las relacionadas con el lenguaje usado.

Con respecto al tipo de respuestas dadas por los estudiantes a estas preguntas tenemos algunos comentarios. En primer lugar, con relación a la pregunta ocho, se evidenció en las respuestas dadas, que en general los estudiantes reconocían las operaciones; la excepción fue el caso de la raíz enésima, en la que algunos estudiantes la identificaron con la raíz cuadrada. En lo que se refiere a la descripción de las operaciones se encontraron varios casos donde no respondieron. En los casos en que si lo hicieron se dieron algunas respuestas que nos llamaron la atención, por la divergencia entre la concepción de la operación manifestada por el estudiante y el concepto formal de la misma. Por ejemplo, para describir la multiplicación respondieron “se multiplica uno con otro” o “se dobla el resultado”; para describir la diferencia respondieron “al primero se le quita el segundo”, “quitar del mayor la cantidad menor” o “al uno se le quita el otro”; y para describir la división respondieron “dividir el más grande con el más pequeño”.

En segundo lugar, con respecto a la interpretación que se pedía en la pregunta trece, se observó que a más del 90% de los alumnos les fue imposible identificar una situación cotidiana concreta. De manera similar ocurrió en la pregunta quince, con la escritura de las características de una ecuación de

primer grado, en ésta encontramos respuestas que reflejan o la falta de comprensión de la pregunta o una concepción muy limitada de lo que es la ecuación de primer grado. Ejemplos del tipo de respuestas que dieron fueron las siguientes: “no se puede factorizar”, “hallo el número al cual le sume 5 y me dé igual a 42” o “dos números parte literal pregunta separada por un igual de la respuesta”.

En resumen, encontramos que los estudiantes reconocían las operaciones elementales con excepción de la radicación. Sin embargo, vimos que se les dificultaba hacer una descripción de cada una de las operaciones en el lenguaje habitual, se desconocían los conceptos de factor, producto, variable y constante, conocían propiedades de las operaciones pero no las sabían aplicar al álgebra, había un conocimiento muy superficial de lo que eran las partes de una ecuación y bastante dificultad en el paso del lenguaje habitual al lenguaje matemático y viceversa.

Indagación acerca del entorno social

En esta etapa se elaboró una encuesta en la que se preguntaron entre otros aspectos, la profesión y ocupación de los padres, las ocupaciones extra-académicas del estudiante y la utilización de su tiempo libre. Lo anterior tenía la finalidad de buscar un tema de apoyo que sirviera de base para el diseño de un problema en el que se presentara a los estudiantes un contenido que tuviera alguna relación con el contexto y la realidad del propio estudiante o con las actividades de sus familiares.

En el aspecto social y económico y de acuerdo con los resultados obtenidos en la encuesta, detectamos que la población de estudiantes corresponde a Ciudad Kennedy y alrededores. En cuanto a la ocupación de los padres de familia encontramos que la mayoría se dedican a actividades comerciales, mientras que la mayoría de las madres se dedican al hogar y una mínima parte de los estudiantes, durante los fines de semana, trabaja en actividades de recreación, de vigilancia o como vendedores.

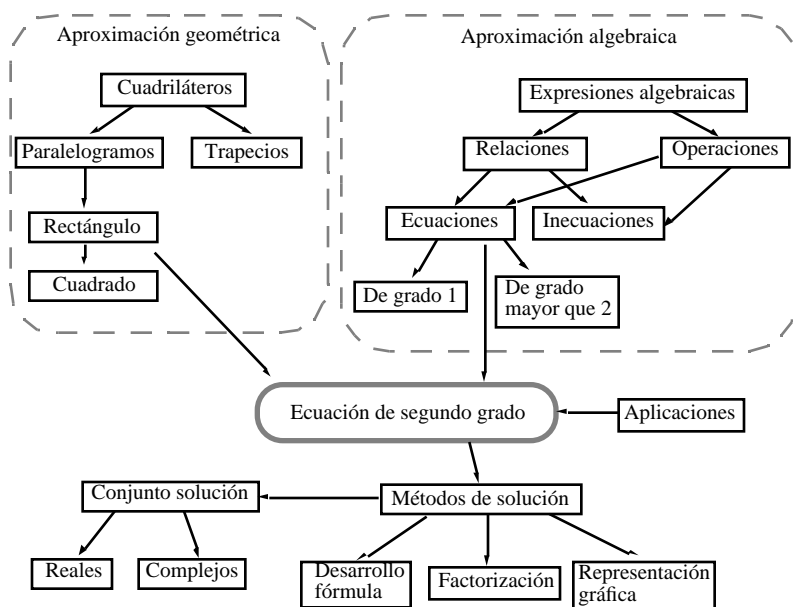
En principio, estos resultados nos motivaron a buscar situaciones comerciales en donde pudiera surgir de manera natural elementos que nos permitieran idear un contexto para presentarlo en la construcción de la expresión algebraica de una ecuación de segundo grado. Desafortunadamente no tuvimos éxito en esta búsqueda y entonces decidimos optar por implementar un contexto en el que se tuviera en cuenta las características urbanísticas del sector. Esta decisión hizo que fuera perfilándose dentro de nuestro diseño, la intención de realizar una aproximación de tipo geométrico con respecto al tema que habíamos elegido trabajar.

ANÁLISIS CURRICULAR

El proceso de diagnóstico descrito anteriormente nos aportó algunos elementos para avanzar en el propósito que teníamos de diseñar una actividad para ser llevada al aula. Sin embargo, la reflexión acerca de las acciones realizadas hasta el momento evidenciaba un punto débil que habíamos considerado de manera muy superficial hasta el momento: el análisis del contenido matemático del tema. La nueva consideración, de realizar un análisis desde el punto de vista del contenido matemático del tema, junto con nuevas reflexiones acerca del aprendizaje del mismo y de su enseñanza, nos permitieron avanzar y tener más claridad con respecto a nuestro propósito. A continuación queremos dar cuenta de algunos de los aspectos que consideramos en esta segunda etapa de trabajo.

Análisis desde el punto de vista del contenido matemático

Para el análisis del contenido matemático seguimos parcialmente el esquema de análisis propuesto en Rico (1995). En este sentido nuestra tarea consistió en identificar de manera más precisa, dentro del tema, los conceptos y procedimientos asociados al manejo de dichos conceptos. Sin embargo, en esta sección sólo vamos a comentar el esquema conceptual que elaboramos en el que se refleja nuestra visión con respecto al contenido matemático involucrado en el tema.



Por el lado de la aproximación algebraica a la ecuación de segundo grado, usualmente se hace un recorrido en el que se parte de expresiones algebraicas (monomios, binomios, polinomios, etc.) y conceptos alrededor de estas expresiones (grado, coeficiente, constante, parte literal, etc.). Con base en las expresiones algebraicas, se definen por una parte, operaciones algebraicas (suma, diferencia, producto, división, potencias y logaritmos) y por otra, se establecen relaciones que nos llevan a la consideración de ecuaciones e inecuaciones. Dentro del campo de las ecuaciones con una incógnita se estudian en particular, las ecuaciones de primer grado, las de segundo y en algunas casos las de grado superior.

Desde el punto de vista de la aproximación geométrica, ubicamos el punto de partida en el concepto de cuadrilátero. A su vez, dentro de los cuadriláteros reconocemos los paralelogramos y los trapecios. Con los casos particulares de paralelogramos tales como el rectángulo y el cuadrado podemos establecer la conexión desde el punto de vista geométrico, entre el ícono que representa al cuadrado y la expresión algebraica x^2 , y también entre el ícono que representa al rectángulo y la expresión algebraica $(x \pm a)(x \pm b)$.

En la parte inferior del diagrama aparecen dos cuadros que se refieren al conjunto solución y a los métodos de solución. Con respecto a los conjuntos donde se pueden ubicar las soluciones están contemplados los reales y los complejos; en lo que se refiere a los métodos de solución, reconocemos la aplicación directa de la fórmula para obtener las soluciones, la factorización y la representación gráfica de la ecuación para determinar las posibles soluciones reales. Hay que anotar que aunque la parte de los métodos de solución no se consideró finalmente en el diseño de la actividad, se ha dejado como referencia porque consideramos que es parte fundamental del tema y de hecho fue contemplada en la discusión alrededor de la estructura matemática del tema.

Análisis desde el punto de vista del aprendizaje

Para el análisis del aprendizaje discutimos acerca de cuales debían o podrían ser los prerrequisitos necesarios para abordar la ecuación de segundo grado. A la luz de lo que habíamos observado como resultado del diagnóstico, comparamos dichos prerrequisitos con lo que veíamos que hacía parte del conocimiento previo de los estudiantes. De igual manera, nos detuvimos a analizar los errores que los estudiantes presentan con mayor frecuencia en el estudio del tema y a tratar de establecer las posibles dificultades que hay detrás de dichos errores.

Conocimiento previo versus prerrequisitos

Al mirar la estructura matemática del tema que habíamos propuesto, determinamos que al seguir una aproximación algebraica era necesario que el alumno manejara los conceptos y procedimientos para llegar a la solución de ejercicios y problemas rutinarios con ecuaciones lineales. Identificamos entonces como requerimientos el manejo de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias y raíces, las propiedades de las operaciones, los elementos de una ecuación y en últimas, la resolución de ecuaciones de primer grado. Con respecto al conocimiento previo de los estudiantes, los resultados que obtuvimos de la aplicación del primero y segundo cuestionarios del diagnóstico, revelaron que los estudiantes no interpretaban una ecuación lineal en términos de una situación cotidiana como tampoco indentificaban las características de la ecuación.

Errores y dificultades

Algunos de los errores que se observaron con más frecuencia en las respuestas de los alumnos fueron:

Error	Comentario
$2^3 = 6$	Se confunde la operación de potencia con la de multiplicación.
$\sqrt{16} = 8$	Se interpreta la operación de raíz cuadrada como dividir por dos.
$\sqrt{16} = \sqrt{4}$	Se hace la operación sin eliminar el operador.
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	Se interpreta la potencia como un operador lineal.
$\frac{x+2}{x+2} = 0$	Se confunde la cancelación con la simplificación.
Identifican en la ecuación “ $0 = ax^2 + bx + c$ ” a “ x ” y “ x^2 ” como las constantes y a “ a , b y c ” como las variables	No existe claridad respecto a los conceptos de variable y constante.

Tabla N° 1.

Los errores observados pueden atribuirse a muchos factores entre los cuales consideramos que es posible que la forma de enseñar el tema tenga alguna incidencia.

Nivelación implementada

Para llenar el vacío diagnosticado respecto a los prerrequisitos enunciados y a los errores encontrados, y con base en los análisis efectuados, se elaboraron dos guías de estudio. Una que presentaba los elementos de una ecuación y su significado, ejemplos y ejercicios de aplicación en los que se hizo un esfuerzo por utilizar un lenguaje cercano a los estudiantes y en lo posible, diferente al lenguaje tradicional de los textos utilizados por ellos. La otra, bajo el mismo esquema, se diseñó sobre conceptos básicos y solución de ecuaciones de primer grado.

Pensando en que el estudiante pudiera sacarle el máximo provecho a las guías y las trabajara durante del receso de mitad de año en forma consciente y profunda, decidimos entregarlas antes de éste; sin embargo, al regresar de vacaciones nos encontramos con la sorpresa de que las guías no habían sido trabajadas, incluso, muchos alumnos las habían extraviado. Esto nos dejó ver la falta de compromiso de los estudiantes para con el trabajo y su propio aprendizaje lo que nos llevó a programar una tercera guía llamada *Ser responsable y la cultura del no*, con el fin de que tomaran consciencia de la trascendencia de la actividades que habían sido programadas. También para responder a las dificultades halladas en la interpretación del lenguaje simbólico se programó la guía *Del español al álgebra*, con la cual pretendíamos que al estudiante se le facilitara la transición del lenguaje habitual al lenguaje numérico y algebraico, en la representación de expresiones sencillas.

Posteriormente se realizó una evaluación con la que se pretendía mirar los aspectos trabajados en las guías anteriores. En dicha evaluación encontramos que en contraste con los resultados iniciales, los estudiantes dieron muestras de identificar y manejar los conceptos básicos y de resolver una ecuación lineal.

Análisis desde el punto de vista de la enseñanza

Para el análisis de la enseñanza se dialogó con varios docentes con el propósito de indagar, por la forma “usual” de presentación del tema. En estas conversaciones encontramos que la mayoría de los profesores utiliza un enfoque tradicional para tratar el tema, que consiste en presentar la ecuación cuadrática a partir de la fórmula general, con una breve explicación de sus características y de los algoritmos de resolución; a continuación el maestro orienta el trabajo a la aplicación de la fórmula en ejercicios numéricos y sin contexto, solucionados en principio por él mismo y luego por los estudiantes. Ellos deben realizar varios ejercicios para ejercitar la mecánica del algoritmo. Algunos profesores que abordan el tema con el mismo enfo-

que, hacen énfasis en la factorización como método primordial de resolución de ecuaciones.

Además observamos que en la exposición de los profesores acerca del tema, no se hace diferencia entre ecuación y función.

En general detectamos que no se plantean situaciones problema relacionadas con la vida real que requieran del uso de la ecuación cuadrática. Tampoco hay una preocupación explícita del profesor en que los estudiantes construyan los conceptos de una manera que tenga significado para ellos. Hay pocas oportunidades para que el estudiante relacione conceptos o haga descubrimientos.

El poco énfasis que se hace en el desarrollo de la parte conceptual, el enfoque tradicional con el cual se aborda el tema, la falta de conexión del tema con casos o hechos concretos de la realidad cercanos al entorno del alumno, el lenguaje manejado en el desarrollo conceptual y la falta de interpretación o significado que se le da a los elementos de la ecuación de primer grado, creemos que definitivamente pueden relacionarse con el tipo de errores detectados en la etapa de diagnóstico.

Planeación y diseño de la actividad

Para el diseño de la actividad se tuvieron en cuenta, además del análisis didáctico, algunos de los resultados de la fase inicial de diagnóstico. Por ello se propuso un modelo de problema que acercara el tema de la ecuación cuadrática a situaciones cotidianas del alumno. Después de hacer una revisión de diferentes enfoques con los que se ha trabajado el tema, encontramos que la geometría se prestaba para lograr nuestro propósito, dado que la forma cuadrada, o mejor rectangular, es la que predomina en la construcción y en la ampliación de las viviendas del sector. También contribuyó a esta escogencia, el hecho de que muchos estudiantes hacen parte activa del proceso de construcción de las viviendas.

Se intento tratar el tema haciendo una diferencia entre los conceptos de ecuación y función cuadrática.

Una vez tomada la decisión de darle al tema el enfoque geométrico, dirigido hacia la construcción de viviendas, procedimos a diseñar la actividad para realizar en clase. A continuación se describen las distintas tareas propuestas para la actividad.

Para comenzar cada estudiante debe elaborar una casa sencilla en la cual todos los elementos sean de forma cuadrada (ventanas, paredes, puertas, techos). Para elaborar esta casa deben utilizar cartón paja o icopor, por ser materiales de buena consistencia y fáciles de trabajar. El profesor también debe elaborar su casa.

Respecto a las medidas de las casas, a los estudiantes se les dan dos condiciones: que las medidas de los lados de los cuadrados sean cantidades enteras, para no distraer la atención con el manejo de números decimales, y que anoten dichas medidas para agilizar el desarrollo del trabajo.

Las diferentes partes de la casa como las ventanas, paredes, puertas y techo, las llamamos las componentes.

En la clase el alumno recibe una guía con diferentes tablas que debe ir completando de acuerdo con las orientaciones del profesor.

El estudiante debe tomar una componente y completar un cuadro como se ilustra enseguida.

Componente	Largo	Ancho	Largo por ancho	Area
<i>Ventana</i>	3	4	3 x 4	12 cm ²
<i>Puerta</i>

Este proceso debe hacerse para todas las componentes. Luego los estudiantes intercambian las casas y las tablas, con la intención de ver la variedad de medidas. Con el propósito de llevar a los estudiantes a trabajar con símbolos que representen incógnitas o variables, se presentan unas indicaciones en donde se pide buscar y proponer una forma que exprese cualquier medida de una componente en general y se utilice para indicar el área de éste.

Posteriormente el estudiante debe trabajar gráficamente dibujando las componentes con medidas expresadas en general y modificar el área de éstas, por ejemplo, añadiendo una o dos unidades a diferentes lados del cuadrado de forma que se conviertan en rectángulos. Se espera que el estudiante exprese las nuevas medidas a través de expresiones algebraicas con los símbolos ya usados y con los números de la unidades adicionadas. En la siguiente tabla se da un ejemplo de lo que podría ser la información que se solicita.

Componente	Largo	Ancho	Largo por ancho	Area
<i>Ventana</i>	$X+1$	$X+2$	$(X+1)(X+2)$	X^2+3X+2
<i>Puerta</i>
...

Este ejercicio de modificar las áreas de las componentes y llenar las tablas correspondientes, debe hacerse suficientes veces como para que el estudiante se sienta cómodo con el producto de expresiones algebraicas.

Para concluir se plantean varios problemas contextualizados en situaciones de la vida real, en cuyos enunciados el estudiante debe identificar los datos relevantes y representarlos como expresiones algebraicas que lo lleven a plantear la ecuación cuadrática correspondiente. El siguiente ejemplo ilustra un enunciado de problema y su solución.

El ancho de una lámina de forma cuadrada se reduce en 3 mts. Si el área total es de 10 mts^2 , expresar las dimensiones de la lámina y plantear la ecuación que representa el área de la lámina					
Largo	Ancho	Largo por ancho	Área		Ecuación
			algebraica	numérica	
X	$X-3$	$X(X-3)$	$X^2 - 3X$	10 m^2	$X^2 - 3X = 10$

CONCLUSIONES

La metodología de investigación-acción que seguimos en este proyecto nos permitió ver la magnitud y la complejidad de todo el trabajo que se puede abordar tras la meta de conseguir un diseño cuidadoso para aplicar en sólo noventa minutos de clase.

Debemos resaltar la importancia del trabajo de equipo que se desarrolló alrededor de la actividad, como medio de compartir experiencias y repensar nuestras propias concepciones y formas de enseñar. Tanto en el departamento de matemáticas del colegio como en el grupo de profesores, hubo un permanente interés y apoyo al trabajo. Además el trabajo abre expectativas para continuar la investigación y así, retroalimentar el proceso.

Creemos que fue especialmente interesante revisar y analizar las preconcepciones que tenemos los maestros acerca de los alumnos; dicho proceso, fue un requisito indispensable para generar cambios en nuestro quehacer frente a la forma de abordar y proponer el tema de ecuaciones.

El involucrarnos en este proyecto incitó el deseo de crear en el colegio la cultura de observar e investigar en diferentes ámbitos y tópicos. En primer lugar para mirar nuestro papel como maestros, con el fin de obtener evidencias de aciertos y fallas, que permitan redireccionar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El trabajo que realizamos nos permitió evidenciar cómo en un tema tan particular como el que consideramos, se puede encontrar una inmensa gama de conocimientos relacionados con el tema, que proporciona diferentes opciones para orientar y preparar al estudiante en la construcción de su conocimiento. También vimos la trascendencia de la identificación de conceptos básicos para abordar el tema y como base para presentarlo con mayor precisión.

Se hizo patente para nosotros la importancia del análisis didáctico para fundamentar un diseño. Sería deseable que uno pudiera replicar este proceso para cada actividad en la que se quisiera comprometer un docente. No obstante la falta de tiempo para trabajar de esta manera y las limitaciones que se dan en cada contexto institucional dificultan esta tarea.

Consideramos que la motivación de los estudiantes debe ser una prioridad constante para el logro de los objetivos propuestos. Por esto en la medida en que se investigue el entorno de los estudiantes y se logre involucrar en la realidad próxima del estudiante, conceptos de las matemáticas, se despierta un mayor interés en el alumno y se promueve su participación en el aprendizaje. La búsqueda de una mejor aproximación entre las ideas y la realidad, debe ser permanente y nos debe conducir al encuentro de nuevos enfoques en la exposición conceptual. Para llegar a este estadio se hace necesario indagar profundamente sobre cada uno de los temas que se relacionan con el concepto a tratar.

Fue importante contar con la asesoría permanente y el continuo apoyo y cuestionamiento a nuestro trabajo, que nos brindó “una empresa docente”. También agradecemos al Ministerio de Educación Nacional por permitir estos espacios de trabajo.

REFERENCIAS

- Gómez, P y Perry P. (Eds.) (1996). *La problemática de las matemáticas escolares*. Bogotá: “una empresa docente”.
- Kemmis, S. y McTaggard, R. (1988). *Cómo planificar la investigación acción*. Barcelona: Laertes.
- Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA*, 1 (1), 4-24.

Ana Silvia Sánchez, José Hernando Gómez
José Manuel Polanco y Martha Gladys Venegas
Centro Distrital John F. Kennedy
Carrera 74B N° 38A- 33 Sur
Tel.: 2647376 - 2650770
Bogotá, Colombia