Las Interpretaciones de las Soluciones en Problemas Reales. Cuando los Estudiantes solo Calculan

Diana Helena Parra Díaz, dianahelenaparradíaz@yahoo.com
Liceo Cervantes El Retiro
Jenny Carolina Rojas León, jecarole82@hotmail.com
Colegio CAFAM
Estudiantes De Maestría En Docencia Matemática UPN

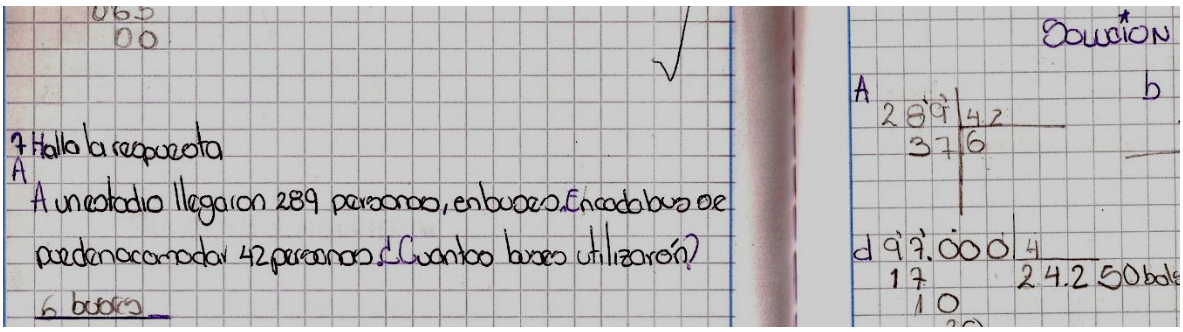
1. Planteamiento del problema

Como profesoras de matemáticas de los grados quinto y sexto observamos permanentemente que las soluciones de los estudiantes cuando resuelven problemas son numéricas sin interpretación de los resultados numéricos en relación al contexto del problemaEjemplos de este tipo de soluciones son las respuestas de tres estudiantes cuando resolvieron la siguiente situación:

> "A un estadio llegaron 289 personas en buses. En cada bus se pueden acomodar 42 personas ¿Cuántos buses utilizaron?"(Espiral 5º, Ed. Norma)

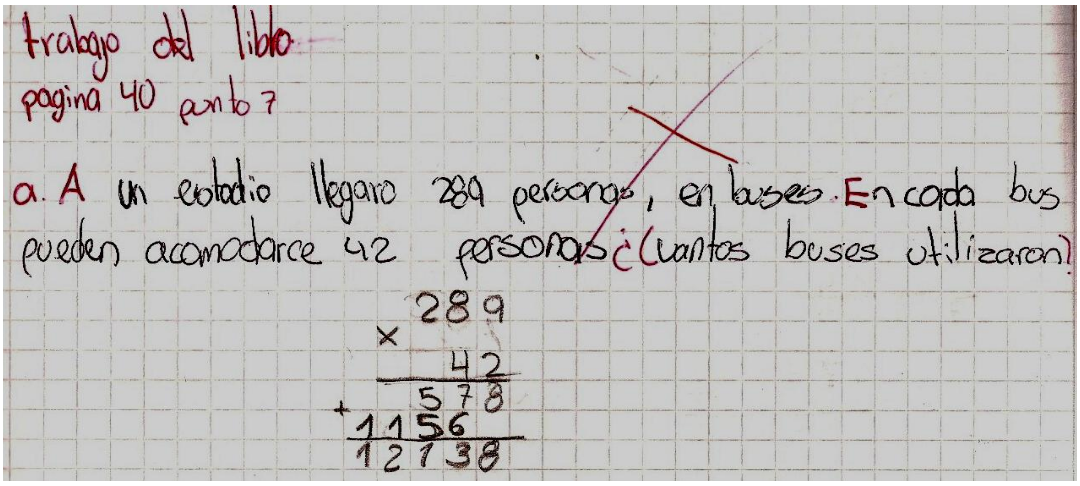
El procedimiento aritmético para llegar a la solución esa la división, entre 289 ÷ 42 = 6 con residuo 37. La solución es 7 buses para ir al estadio, 6 con 42 personas y 1 bus con 37 lo cual no es posible en la realidad porque no es nada eficaz y eficiente enviar un bus con una persona.

La estructura de este problema es considerada como realista (Vicente et al. (2008) para estos investigadores un problema realista, es un problema que reproduce situaciones problemáticas presentes en la vida cotidiana y en el trabajo, en cuya resolución es necesario saber cuándo y cómo debe aplicarse el conocimiento matemático pero también el no en esta situación, este último conocimiento es el referente a la eficacia de contratar o no un bus para transportar una sola persona.



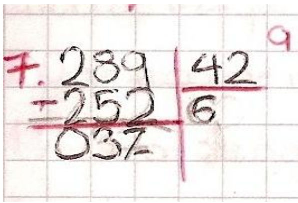
Evidencia 1

Como se observa el estudiante coloca el título "*Solución*", el cual incluye el procedimiento, en este caso una división y tanto el resultado como el resto no son interpretados, lo que hace pensar que para él lo importante es el cálculo para encontrar la respuesta numérica, calculo que en este caso lo hace el uso de la operación división.



Evidencia 2

En esta solución , otro estudiante realiza una operación, cualquiera, en este caso la multiplicación siguiendo las normas aprendidas en la solución de problemas aritméticos escolares, en la cual lo importante parece ser identificar datos numéricos y usar una operación aritmética para dar una respuesta numérica



Greer (1993) y Verschaffel (1994) en los estudios sobre las soluciones que los estudiantes dan cuando resuelven problemas reales encuentran que

> "…los estudiantes no interpretan correctamente los resultados numéricos, ya sea porque: (a) no aplican el conocimiento cotidiano a la hora de interpretar la respuesta, (b) no ofrecen interpretación alguna del resultado y/o describen simplemente el procedimiento seguido para hallar la solución y (c) ignoran el nivel de realismo permitido en sus interpretaciones dentro del contexto escolar". (p. 397)

Para el caso particular de los problemas que involucran la división para su solución, Lago, Rodríguez, Jiménez, Dopico(2008) encuentran que las dificultades de los niños en

problemas no-rutinarios, como los de división con resto, se deben a que realizan el algoritmo de esta operación mecánicamente sin tener en cuenta el mundo real y el contexto del problema, por tanto las interpretaciones de la respuesta numérica carece de sentido.
Otro factor relevante que influye en las posibles dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de las respuestas, es la función la solución de problemas que plantea libro de texto en el aula. Para Vicente, Dooren y Verschaffel (2008) en los textos escolares: Todo problema presentado por el maestro o por el libro de texto puede resolverse y tiene sentido.

- *Cada problema tiene una única correcta y ésta es precisa y numérica.*
- La solución de cada problema puede y debe obtenerse ejecutando una o más operaciones aritméticas con los números del problema, y casi con toda seguridad con todos ellos.
- La solución se obtiene aplicando conceptos, fórmulas y algoritmos matemáticos expuestos en las clases más recientes.
- El problema por sí mismo contiene toda la información necesaria para llegar a la solución del problema, de modo que no debe buscarse información extraña.
- Finalmente, las personas, objetos, lugares y razonamientos son diferentes en los problemas de matemáticas de la escuela que en las situaciones del mundo real. (p. 397)

Con estos referentes este trabajo presenta un avance en la revisión bibliográfica sobre las soluciones que los estudiantes formulan cuando resuelven problemas reales. La revisión hace parte del trabajo de grado para optar el título de Magister en Docencia de la Matemática (Universidad Pedagógica Nacional) asesorado por la maestra Gloria García

2. Marco de referencia conceptual

Algunas de las preguntas que nos hicimos cuando comenzamos a realizar este trabajo son: En el aula ¿Se plantean problemas matemáticos? ¿Situaciones de la vida real? ¿Creemos que planteamos situaciones de la vida real pero realmente son problemas matemáticos? Pero… ¿Qué caracteriza las situaciones reales? ¿Qué caracteriza los problemas matemáticos? Santiago Vicente (2007) Distinguen tres tipos de problema que se pueden presentar en el aula: problemas aritméticos, problemas algebraicos y problemas verbales realistas. Esta distinción la realiza Vicente de acuerdo con al conocimiento que se utiliza para solucionarlos, en algunos solamente se necesita el conocimiento matemático mientras que para otros es necesario además el adquirido por la experiencia de la interacción con el mundo real.

Problemas aritméticos. De acuerdo con la recopilación de investigaciones que realiza Santiago Vicente (2008) se relaciona en la Figura 1, las características de los problemas aritméticos y tipos de acuerdo a los investigadores que los han propuesto.

	Tipos de problemas aritméticos	
Los problemas aritméticos: *Tienen los datos completos *La respuesta es única *Su solución es inmediata, dada por una o combinación de operaciones * No es necesario contextualizar la respuesta numérica con la situación.	Tipo	Ejemplo
	Tipo “estándar”, término utilizado por Hudson para problemas que se resuelven mediante una operación sencilla.	Luis y Andrés tienen 9 caramelos entre los dos, 3 de ellos son de Luis. ¿Cuántos tiene Andrés?
	Tipo de Hudson (1983) enfatiza en problemas aritméticos que son de comparación, utilizando un lenguaje diferente al usual.	“Aquí hay algunos pájaros y algunos gusanos. ¿Cuantos pájaros más que gusanos hay?”
	Tipo de Cummins(1988) a los problemas “estándar” anexa una información adicional que involucre al estudiante en una situación.	Bill lleva muchas cosas en sus bolsillos. Además, tiende a perder cosas todo el tiempo. Hoy camino a su casa se le han caído 3 conchas. Cuando vació sus bolsillos ha encontrado sólo 6 conchas. Bill estaba triste porque su padre se las había regalado. ¿Cuántas conchas tenía al principio?
	Tipo de Morrison (1991) En este estudio la reescritura se encamina a la sustitución de algunos datos por	“«Mejor amigo» ha caminado 3/5 de kilómetro para ver «película favorita». Después ha caminado a casa de «otro amigo». «Mejor amigo» ha caminado 4/5 de kilómetro en total. ¿Cuanto

	información personal de los estudiantes.	camino «mejor amigo» desde el cine hasta la casa de «otro amigo»?”

Figura 1. Características y tipos de problemas aritméticos

Problemas algebraicos. Este tipo de problemas presenta situaciones relativamente más complejas cuya resolución implica el manejo de expresiones compuestas de constantes y variables. Existen ocho familias de problemas algebraicos pero hay tres que son las más comunes: problemas de razón, de geometría y de estadística. Sobre este tipo de problema no se profundizará debido a que en primaria los estudiantes no se enfrentan a este tipo de problema y por tanto no es de nuestro interés.

Problemas verbales realistas. Greer (1993), Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) definen los problemas realistas por como aquellas situaciones en las cuales se necesita además del conocimiento matemático un razonamiento del mundo real, en donde la operación matemática da una solución que desde el punto de vista matemático es correcta pero desde la vida real es contradictoria.

A este tipo problemas Verschaffel (1994)

Razonamiento	Ejemplos
Juntar o separar conjuntos que pueden tener elementos comunes	Juan tiene 5 amigos y Pedro tiene 6 amigos. Juan y Pedro deciden hacer una fiesta juntos. Ellos invitan a todos sus amigos. Todos los amigos están presentes. ¿Cuántos amigos hay en la fiesta?
	Roberto y Alicia van a la misma escuela. Roberto vive a 17 kilómetros de la escuela y Alicia a 8 km. ¿A qué distancia vive Roberto de Alicia?
Considerar elementos relevantes que no aparecen explícitamente en el problema	Roberto ha comprado 4 tablones de 2,5 m. cada uno. Cuántos tablones de 1 m pueden sacar de estos tablones?
	Un hombre quiere tener una cuerda los suficientemente larga para unir dos postes separados entre si 12 metros, pero solo tiene trozos de cuerda de 1,5 metros. ¿Cuántos trozos necesitaría juntar para hacer la cuerda lo suficientemente larga para unir las estacas?
Sumar o restar 1 al resultado	Si la escuela de Villaseco se inauguró el 1 de enero de 1964 y estamos en el año 2007, ¿cuántos años lleva abierta la escuela?
Interpretar el resto de una división no exacta	450 soldados deben ser transportados a su lugar de entrenamiento. En cada autobús pueden entrar 36 soldados ¿Cuántos autobuses serán necesarios?
	El abuelo da a sus 4 nietos una caja con 18 globos para repartir entre ellos. ¿Cuántos globos le toca a cada uno?
Decidir una solución de proporcionalidad directa o no	Juan corre los 100 metros en 17 segundos. ¿Cuánto tardará en correr 1 kilómetro?
	Este recipiente se está llenando con un grifo a un ritmo constante. Si el agua tiene una profundidad de 4 cm tras 10 segundos, ¿cuánta profundidad tendrá después de 30 segundos? (este problema se acompaña por un recipiente de forma cónica)

Tabla 2. Tipos de problemas realistas, adaptado de Verschaffel et al. (1994)

Esta tabla tendría que ser analizada porque no se sabe porque el de razonamiento es real

-o porque de proporcionalidad directa es real

Dentro de cada una de estas categorías se espera que el estudiante no se quede solamente con la solución numérica que encuentra sino que además la interprete con la situación del problema y realice los ajustes necesarios a la solución numérica para que concuerden.

En la categoría "Juntar o separar conjuntos que pueden tener elementos comunes", se espera que los estudiantes en el primer ejemplo tengan en cuenta que todos los amigos de Juan y Pedro fueron invitados y todos asistieron, pero que esto conlleva a que ¿sus amigos son comunes? ¿Juan es considerado dentro de los amigos de Pedro? Y solamente estas dos preguntas llevan a soluciones numéricas diferentes. En el segundo ejemplo se debe tener en cuenta la ubicación de las casas de Roberto y Alicia, pues dependiendo de su ubicación la distancia varía.

Dentro de la categoría "Considerar elementos relevantes que no aparecen explícitamente en el problema", en el segundo ejemplo se debe considerar que la cuerda debe pasar alrededor de la estaca por lo tanto se necesita más cuerda de la que resulta al realizar la operación aritmética, esta consideración es implícita pero necesaria para resolver este problema, el primer ejemplo no lo consideramos pues creemos que no es un problema real de un estudiante de quinto de primaria.

En la categoría "Sumar o restar uno al resultado", se espera que el estudiante tenga en cuenta la fecha actual y la fecha de la inauguración no solamente en el año pues es común ver a los estudiantes realizar una rápida resta pero no tienen en cuenta lo demás.

En la categoría "Decidir una solución de proporcionalidad directa o no" en el primer ejemplo se espera que el estudiante se pregunte si un corredor siempre lleva el mismo ritmo o no (puede cansarse y bajar el ritmo), el segundo ejemplo no lo retomamos pues no consideramos que sea un problema real para un estudiante de quinto de primaria.

Dentro de esta categoría de problemas reales cobran especial importancia los problemas de división con resto, el ejemplo más común es el de los 450 soldados que deben ser transportados en buses en los cuales caben 36 personas, al realizar la división queda un residuo que representan los soldados que sobran y por tanto se debe enviar otro bus para los soldados que faltan, retomando este ejemplo Lago (2008) realiza un estudio sobre este tipo de problemas y los clasifica en:

* Resto No Divisible (RND), en el cual solamente se utiliza el cociente para dar la solución. Ejemplo: El abuelo de Juan ha regalado una caja con 26 globos a sus 6 nietos para que se los repartan de forma que todos tengan el mismo número de globos. ¿Cuántos globos le tocarán a cada uno de sus nietos? Para su solución solo se necesita realizar la división pues se aclara que todos los

nietos deben tener el mismo número de globos y la solución es el cociente de la división, además no se hallan decimales pues el número de globos es un número entero positivo.

* Resto Divisible (RD), en el cual al hallar decimales se llega a una división exacta y dan solución al problema.

Ejemplo: En la pizzería de mi barrio han preparado 21 kilos de masa para hacer pizzas. Con toda la masa se han hecho 6 pizzas de tamaño mediano. ¿Cuánta masa han utilizado para hacer cada una? Para hallar la solución de este problema se realiza una división y la respuesta es el cociente pero en este caso si se debe tener en cuenta la parte decimal, debido a que la unidad que se utiliza son kilos.

* El resultado es el resto (RR), en donde la solución se encuentra en el residuo.

Ejemplo: En la fiesta de mi colegio y los 35 alumnos de 2º de ESO han celebrado una olimpiada deportiva con 4 equipos. Si todos los equipos tienen el mismo número de los alumnos, ¿Cuántos equipos podrán tener suplentes? Para hallar la solución de este problema se realiza una división, pero para hallar la solución del problema se utiliza el residuo.

* Reajustar el cociente incrementándolo parcialmente (RCIP) para su solución se debe incrementar el cociente para que se ajuste a la situación problema. Ejemplo:

Los 34 niños y niñas de 1° de ESO de mi colegio están en el Parque de Atracciones y tienen que hacer grupos para entrar. Si en cada grupo puede haber 6 niños como máximo, ¿cuántos grupos se tienen que formar?

La solución es la división 34 ÷ 6 cuyo cociente es 5 y de residuo 4, la pregunta es ¿cómo interpretar el resto? La solución escolar estándar es que se forman cinco grupos pero al leer bien el procedimiento ¿qué hacer con el 4 del resto?. El razonamiento es evidente no se pueden repartir en los cinco grupos pues el requerimiento es que deben estar en cada grupo máximo seis estudiantes, surgen preguntas que generan otras opciones como: ¿dividir entre seis fue la mejor opción? ¿Y si se divide entre 5? ¿Se debe recurrir a otra operación? sobre las cuales hay que tomar decisiones. En este tipo de problemas relacionar los datos numéricos mediante una operación no es suficiente.

3. Conclusiones

Una de las reflexiones que citan Vicente, Dooren y Verschaffel (2008) dentro de las conclusiones finales es la siguiente:

> "…aprender a resolver problemas de manera realista es realmente útil para los alumnos en su vida cotidiana…porque les beneficia tanto a ellos como individuos, convirtiéndoles en "pensadores críticos que puedan utilizar las matemáticas como una herramienta para analizar los asuntos sociales y políticos, y que este uso pueda

reflejarse, incluyendo sus limitaciones" (Mukhopadhay y Greer, 2001), como a la sociedad en general. Esto es, la mejor manera de evitar que las matemáticas y la vida escolar sean dos cosas inconexa en la vida de los alumnos…" (p.404)

No se debe relegar los problemas en la educación como un fin para la práctica de algoritmos trabajados previamente o que los problemas tienen una única respuesta.

La solución de problemas en la escuela deben pertenecer al mundo real y no al mundo artificial o fantasioso.

Cuando se plantea un problema a un estudiante se espera ¿una solución numérica o la interpretación de ese resultado numérico de acuerdo a la situación? Al realizar una revisión sobre tipos de problemas y sus ejemplos, existe gran variedad de problemas y las diferentes clases son necesarias para que el estudiante desarrolle sus habilidades en diferentes campos de la parte numérica pero además en la interpretación y aplicación de las matemáticas en diferentes situaciones que se le presenten en su diario vivir, ¿por qué solo los docentes nos dedicamos a los problemas rutinarios dados por el libro y no exploramos otras opciones que permitan a nuestros estudiantes vivenciar e interpretar la matemática como herramienta para su vida?

Bibliografía

Akinsola, M.K. y Awofala, A.O.O. (2008). Effects of Problem Context and Reasoning Complexity on Mathematics Problem-Solving Achievement and Transfer of Secondary School Students.*European Journal of Scientific Research.* 20(3), 641-651.

Arteaga, J y Guzmán, J (2005). Estrategias utilizadas por los estudiantes de grados quinto para resolver problemas verbales en matemáticas. *Educación matemática.* Abril. 17(001). 33 – 53.

Bates, E y Wiest, L (2004).Impact of personalization of Mathematical Word problems on student performance. *The Mathematics Educador.* 14 (2), 17- 26.

Bishop, A. (2005). La construcción del significado: ¿Un desarrollo significativo para la educación matemática? *Una Aproximación Sociocultural a La Educación Matemática.* 17-26.

Leguizamón, Samper, Camargo. (1999). *Espiral 5º.* Editorial norma. 20 – 40.

Díaz, M. y Poblete, A. (2001). Considerando tipos de problemas en el aula. *Números.* 45. 33 – 41.

Lago. M, Rodríguez. P, Enesco. I, Jiménez. L, Dopico. C (2008). Me sobran cuatro y no sé qué hacer con ellos. Un estudio sobre los problemas de división con resto en alumnos de 1º de ESO. *Redalyc.* 24(2). 201 – 212.

Vicente, S y Orrantia, J (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación.* 19(1). 61 – 85.

Vicente. S, Dooren. W y Verschaffel. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación.* 20(4). 391-406.