REVISTA EMA
1996, VOL. 1, Nº 2, 125-139

MATEMÁTICA APLICADA Y RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

En el presente artículo se considera el tema de la proporcionalidad en distintos niveles y dentro de ámbitos diferentes. En primer lugar, se trata la proporción en el campo de las ecuaciones mediante unos ejemplos extraídos de la historia de las matemáticas. En segundo lugar, se presentan ejemplos relativos a las proporciones en temas de geometría plana y medida de ángulos dentro de un contexto astronómico. En dicho marco, se elabora una maqueta del sistema solar y, posteriormente, se estudian los movimientos de la Tierra para determinar su periodo de rotación y calcular, según la precesión terrestre, estrellas candidatas a ser "la polar del futuro", esto es, la estrella más próxima al polo norte celeste. En general, el artículo muestra diversas actividades que cabe desarrollar dentro del aula, en un ambiente de taller, con miras a potenciar la interdisciplinariedad y el contacto de las matemáticas con el mundo real.

INTRODUCCIÓN

Está claro que una cierta formación matemática es necesaria para todos nuestros alumnos. Hasta aquí estamos todos de acuerdo. Pero al concretar sobre el nivel y tipo de esta formación aparecen distintas posibilidades según sean las diferentes concepciones del profesorado.

No hace mucho leí en una revista la siguiente historieta:

—Señor A: (subido en un globo) ¡Oiga, oigaaaa! ¡Me he perdidoooo!

—Señor B: (en el desierto mirando hacia arriba porque ha oído que le llaman) ¿Qué quiere?

—Señor A: ¿Dónde estoy?

—Señor B: Está subido en un globo, evidentemente.

—Señor A: ¡Burro! ¿Acaso usted es matemático?

—Señor B: ¿Cómo lo ha adivinado?

—Señor A: Por la rapidez, concisión, inutilidad y precisión de su respuesta.

Lo cierto es que me dio qué pensar. ¿Realmente es ese el concepto que tiene la sociedad del matemático y de las matemáticas? Si es así, quizás fuera bueno modificar algunos de nuestros planteamientos. Habría que decidirse entre seleccionar más los contenidos de la enseñanza atendiendo a sus aplicaciones reales y no pensando tanto en su importancia dentro de la propia estructura matemática, o bien seguir con la costumbre de explicar un determinado tema por tradición. No todos los alumnos de secundaria serán futuros matemáticos, ni siquiera futuros ingenieros o físicos, ni tampoco la mayoría de ellos va a dirigirse a una rama científica del conocimiento. Pero, en cambio, todos ellos deben integrarse en una sociedad a la que deben llegar preparados de la mejor manera posible.

En relación con lo expuesto anteriormente, hay un concepto en el que generalmente los programas de matemáticas no insisten de forma especial, pero cuyo contenido aparece continuamente en la naturaleza y también de forma natural lo maneja la sociedad. Es inadmisible encontrar que algún alumno tenga dificultades en calcular el 15% del valor de un cierto objeto. No es fácil saber si en algún momento de su vida alguien necesitará usar trigonometría, logaritmos o primitivas; pero lo que sí resulta evidente es que alguna vez comprará algún producto que esté en oferta durante unas rebajas. El propósito del presente trabajo es el de introducir distintos ejemplos de proporciones en diferentes ámbitos. Este propósito se desarrolla con dos objetivos claros: uno es el ya expuesto de insistir en un tema que normalmente se ve muy de pasada y el otro es dar algunos ejemplos de breves divertimentos que se pueden incluir dentro de la clase de matemáticas para hacerla más atractiva y conectable con la realidad. Distribuyendo algunos de los ejemplos que siguen, a lo largo de un curso, podemos conseguir los objetivos mencionados.

UN PROBLEMA DEL PAPIRO DE RHIND: PROPORCIONES EN EL TEMA DE ECUACIONES

En el Museo Británico de Londres se encuentra un papiro egipcio hecho por el escriba Ahmes aproximadamente en el 1650 a. C. En 1858 un anticuario inglés llamado Henry Rhind lo adquirió y por ese motivo se le conoce como el papiro de Rhind. Este es un antiguo manual de matemáticas que contiene 80 problemas todos resueltos. Veamos uno de ellos y en qué forma lo resolvían hace casi 4.000 años.

Dice el enunciado: “Un número, sus dos tercios y su mitad, todos juntos al juntarse hacen trece. ¿Cuál es la cantidad?”

Nosotros lo plantearíamos algebraicamente como:

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 13$$

de donde despejaríamos la incógnita x para obtener $x = 6$.

Pero ese no era el método empleado por los egipcios. Ellos recurrían a ensayar un valor cualquiera para la x y a establecer una proporción de razones formadas por un valor de x y el correspondiente valor de la expresión. Así, por ejemplo, si se asigna el falso valor de 12 a x; entonces el resultado de la expresión algebraica es:

$$12 + \frac{2}{3}12 + \frac{1}{2}12 = 26$$

Por tanto, con $x = 12$ obtenemos 26. Como no es el número buscado, tenemos que calcular cuál debe ser el valor de x para que el resultado de la expresión algebraica sea 13:

$$\frac{12}{26} = \frac{x}{13}$$

de cuya expresión, despejando, tenemos la solución correcta $x = 6$, sin más que aplicar una proporción directa.

De forma análoga podemos tratar el siguiente problema hindú del siglo VII: “Un collar se rompió cuando estaban jugando dos enamorados. La hilera de perlas se escapó. Una sexta parte cayó al suelo, una quinta parte en la cama se metió, un tercio la joven salvó y una décima parte el enamorado recogió. Y con seis perlas la hilera del collar se quedó. Dígame el lector ¿cuántas perlas tenía el collar de los enamorados?”

Es claro que podemos plantear el problema como:

$$x - \frac{1}{6}x - \frac{1}{5}x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{10}x = 6$$

pero procederemos a resolverlo usando un falso valor de x. Sea por ejemplo $x = 60$ perlas. En ese caso la expresión anterior se reduce a $60 - 10 - 12 - 20 - 6 = 12$. Planteamos entonces la proporción directa siguiente: si para $x = 60$ perlas, tenemos que la expresión es igual a 12; para que x sea 6, el valor adecuado será:

$$\frac{60}{12} = \frac{x}{6}$$

De donde se obtiene la solución final de $x = 30$ perlas. Por supuesto se pueden dar otros ejemplos de aplicación de este método; pero hay que aclarar al estudiante que no siempre se puede usar. Sólo en aquellos casos en que la expresión algebraica sea lineal, y es bueno incluir algún contra-ejemplo, pues tampoco hay que presentar las proporciones o reglas de tres como la panacea.

MODELOS DEL SISTEMA SOLAR: PROPORCIONES EN EL TEMA DE GEOMETRÍA

Ejemplos claros del uso de las proporciones son la construcción de maquetas y el manejo de mapas. Seguidamente proponemos una actividad en este sentido. Pero vamos a añadirle un nuevo aliciente. Este va a consistir en efectuar un modelo de sistema planetario a escala. El tema del conocimiento del sistema solar es siempre bien acogido por el interés que sin duda despierta en el ser humano el conocimiento de otros astros además de la Tierra. La construcción de un modelo del sistema solar que permita comparar los distintos diámetros de los planetas o las diferentes distancias que les separan del Sol no presenta dificultad de construcción; por ese motivo lo vamos a obviar. Pero la elaboración de una maqueta que conserve y represente las escalas de diámetros así como de distancias ya conlleva más dificultades. De hecho, ésta es imposible de construir dentro del edificio de cualquier centro de enseñanza.

A continuación (Tabla No. 1) aparecen los valores (en km.) relativos a distancias de los diversos planetas al Sol, así como de los diámetros de los diferentes planetas y del Sol.

	Diámetro (km.)	**Distancia al Sol (km.)**
Sol	1’392.000	
Mercurio	4.878	$57,9 \times 10^6$
Venus	12.180	$108,3 \times 10^6$
Tierra	12.756	$149,7 \times 10^6$
Marte	6.760	$228,1 \times 10^6$
Júpiter	142.800	$778,7 \times 10^6$
Saturno	120.000	$1.430,1 \times 10^6$
Urano	50.000	$2.876,5 \times 10^6$
Neptuno	45.000	$4.506,6 \times 10^6$
Plutón	3.300	$5.914,8 \times 10^6$

Tabla Nº 1. Relación de diámetros y distancias del sistema solar

Vamos a plantearnos en primer lugar la construcción de un modelo del sistema solar en el patio del centro escolar. Para esto se van a usar pelotas de diferentes tamaños para representar al Sol y los planetas y se va a establecer una proporción de forma que los planetas menores (Mercurio, Marte y Plutón) se correspondan con la minúscula esfera correspondiente a la cabeza de un alfiler, cuyo diámetro es aproximadamente de 1 mm. Tenemos los valores proporcionales de los diámetros de los planetas y de su distancia al Sol (Tabla No. 2).

	Diámetro (cm.)	**Distancia al Sol (m.)**
Sol	25,0	
Mercurio	0,1	10
Venus	0,2	19
Tierra	0,2	26
Marte	0,1	41
Júpiter	2,5	140
Saturno	2,0	250
Urano	1,0	500
Neptuno	1,0	800
Plutón	0,1	1.000

Tabla Nº 2. Relación de diámetros y distancias en el modelo del patio

Esto es, el Sol se corresponde con una pelota de baloncesto de 25 cm. de diámetro. A 10 m., Mercurio viene representado por la cabeza de un alfiler de 1 mm. de diámetro. A 19 m. está Venus como otro alfiler cuya cabeza tenga aproximadamente 2 mm. de diámetro. A 26 m. se encuentra la Tierra, simbolizada por la esfera de otro alfiler de 2 mm. de diámetro. A 41 m. está Marte, otro alfiler de 1 mm. de diámetro. Aquí es muy posible que se haya terminado el patio de la escuela, pero vamos a seguir con nuestro modelo. A 140 m. situamos una pelota de ping-pong de 2,5 cm. de diámetro para representar a Júpiter. Saturno, a 250 m., será otra pelota de ping-pong algo menor, de 2 cm. de diámetro. Urano y Neptuno son dos canicas de 1 cm. de diámetro, situadas a 500 y 800 m. respectivamente. Y finalmente, Plutón viene representado por otra cabeza de alfiler de 1 mm. de diámetro situado a 1.000 m. de distancia, evidentemente fuera de los límites del patio del colegio por grande que éste sea. Si el patio es lo suficientemente amplio, es posible que abarque la maqueta para los planetas interiores o hasta la Tierra o bien Marte. Pero en general, Júpiter y los demás ya no se podrán incluir. Evidentemente, cuando se lleva a cabo esta experiencia con los alumnos, es mejor no mencionar que finalmente la maqueta no puede hacerse en el patio. Es conveniente dejar que ellos mismos lo vayan descubriendo paso a paso, hasta llegar a la idea del gran vacío del sistema solar. Seguramente esta es la forma más natural de responder a las preguntas catastróficas del tipo: ¿Pueden chocar Marte y la Tierra? ¿Y puede chocar el Sol con Mercurio? u otras cuestiones parecidas.

Después de la experiencia del modelo en el patio, cabe plantearse otro tipo de maqueta donde se disponga de más espacio. Para ello, consideramos un modelo del sistema solar sobre el plano de la ciudad donde se imparta la clase. A los intereses relativos a la maqueta anterior hay que sumar en este caso el manejo del factor de escala del mapa, que da al contenido de la clase de matemáticas la posibilidad del manejo de proporciones, objeto que nos habíamos propuesto de forma especial en este artículo. Trabajando también con la misma proporción para distancias y diámetros, vamos a situar sobre el plano de Bogotá (Figura Nº 1) los distintos planetas representados por frutas de distintos tamaños según los valores indicados a continuación (Tabla No. 3).

	Diámetro (cm.)	**Distancia al Sol (m.)**
Sol	515,5	
Mercurio	1,8	226,6
Venus	4,5	400,9
Tierra	4,7	554,4
Marte	2,5	844,7
Júpiter	52,9	2.884,0
Saturno	44,4	5.296,6
Urano	18,5	10.653,6
Neptuno	16,6	16.691,0
Plutón	1,2	21.906,5

Tabla Nº 3. Relación de diámetros y distancias en el modelo sobre el mapa de Bogotá

Así, podemos representar al Sol, una enorme esfera de más de 5 m. de diámetro, con una casita de una planta en el lugar que ocupa el santuario que hay en la cima del cerro de Monserrate. A 225 m., todavía en la misma cima de Monserrate, se encuentra Mercurio representado por una arveja de 1,8 cm. de diámetro. A 400 m., Venus es un durazno de 4,5 cm. de diámetro. A 550 m., la Tierra es otro durazno un poco mayor de 4,8 cm. de diámetro. Como una uva de 2,5 cm. de diámetro, se representa Marte a los pies del cerro de Monserrate. A 3 km., donde se cortan la autopista El Dorado con la avenida de Las Américas está Júpiter, una gran calabaza de 53 cm. de diámetro. A 5 km., en una órbita que pasa por el campus de la Universidad Nacional, tenemos a Saturno como otra calabaza de 44,5 cm de diámetro. Urano es un melón de 18,5 cm de diámetro en Unicentro, a 11 km de Monserrate. A 17 km, en los límites de Bogotá, está Neptuno, otro melón de 16,7 cm de diámetro. Y finalmente, a 22 km de Monserrate, fuera de Bogotá, tenemos una arveja de 1,2 cm. de diámetro que representa a Plutón.

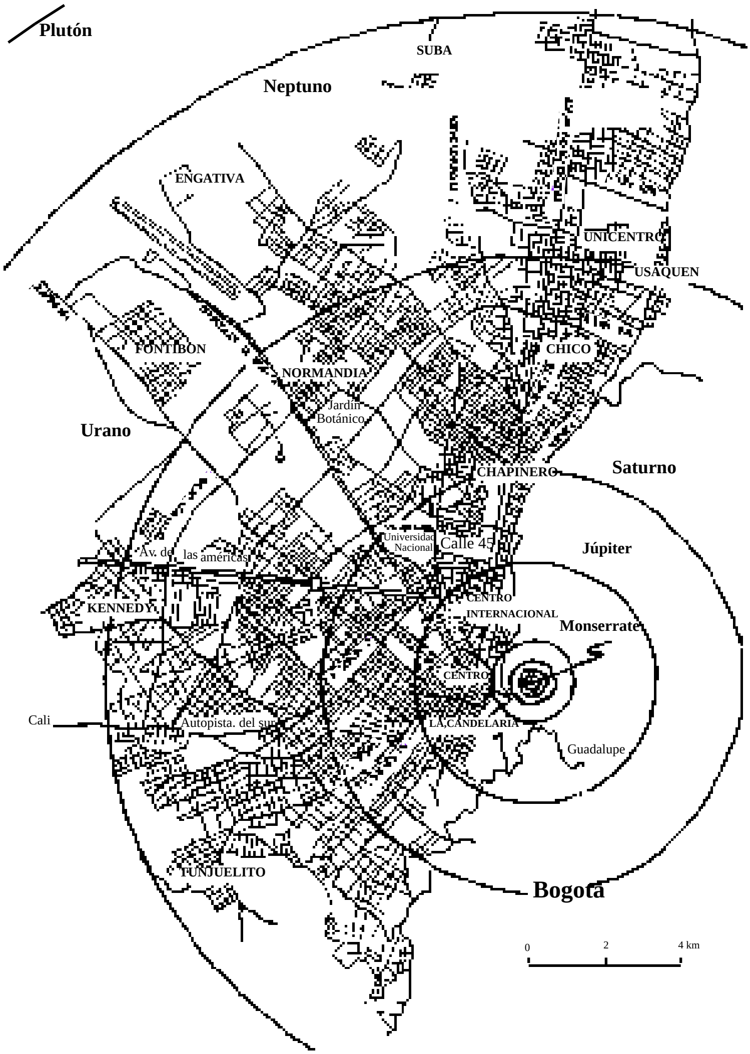

Figura Nº 1. Modelo del sistema solar sobre el mapa de Bogotá

De esta forma, gracias a las grandes dimensiones de Bogotá, hemos podido imaginar las dimensiones del sistema solar y se han evidenciado los grandes espacios que hay entre unos cuerpos y otros, pues cada uno de ellos puede encontrarse en cualquier punto de una circunferencia del radio indicado. Aunque en el ejemplo, para simplificar, hemos situado todos los planetas simultáneamente en la carrera séptima, como cada una recorre su órbita con distintas velocidades, no es fácil que se dé simultáneamente la posición indicada. Aunque en la Figura Nº 1 aparezcan las órbitas circulares, realmente son elipses; pero para una primera aproximación, la circunferencia es muy aceptable.

MOVIMIENTOS DE LA TIERRA: PROPORCIONES EN EL TEMA DE ÁNGULOS

La astronomía, que nos ha proporcionado el ejemplo relativo a modelos del sistema solar, nos va a permitir introducir otra actividad de matemáticas aplicadas relacionada con las proporciones o regla de tres. Como es bien sabido, la Tierra tiene un movimiento de rotación de oeste a este en torno a su eje. Este movimiento lo percibimos como un movimiento aparente de la esfera celeste de este a oeste. En particular, apreciamos un movimiento de rotación de las estrellas en torno a la estrella Polar, estrella que está situada aproximadamente en el polo norte celeste o punto de intersección del eje de rotación terrestre con la esfera celeste. Esta rotación se puede captar fácilmente si se realiza una fotografía del entorno de la estrella Polar con un tiempo de exposición suficientemente largo. La fotografía que se presenta (Figura Nº 2) se ha realizado en un lugar de latitud mayor que Bogotá. Por ese motivo, las “circunferencias” que aparecen no se ven tapadas por el horizonte. Si se realizara en Bogotá, el aspecto de la fotografía sería diferente, pues la Polar está sólo a $4.5°$ por encima del horizonte. Si bien el aspecto de la fotografía sería distinto, la actividad que proponemos se puede realizar exactamente igual, tomando aquellas estrellas que aparecen en la fotografía.

Para tomar la instantánea basta con usar una cámara que acepte la opción de indicarle el tiempo de exposición; situar esta cámara sobre un trípode, con el objetivo abierto al máximo; enfocar al infinito y usar un disparador de cable para no provocar vibraciones al efectuar la fotografía, evitando así que después la instantánea aparezca movida. Usaremos película de alta sensibilidad, 400 ASA forzando el relevado a 800 ASA y podemos dar un tiempo de exposición de unos 20 a 30 minutos. Trabajando con exposiciones tan largas es evidente que es imprescindible tomar la fotografía del entorno de la Polar, un día sin luna y en un lugar muy alejado de cualquier centro urbano para evitar problemas de contaminación y luz ambiental que estropeen los resultados. El resultado será una fotografía como la siguiente Figura Nº 2.

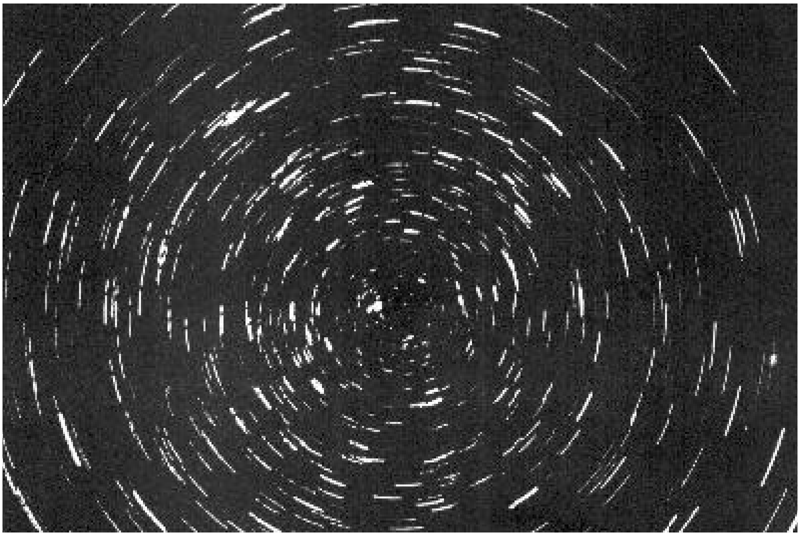

Figura Nº 2. Estrellas circulares en torno de la estrella Polar

En esta fotografía vemos aparecer el trazo que determinan las estrellas al girar en torno del eje de rotación terrestre. Aparecen multitud de trazos de circunferencias concéntricas. Se observa que la estrella Polar está muy próxima al centro de las distintas circunferencias, pero que no coincide exactamente con él.

En clase de matemáticas, con esta fotografía, se pueden trabajar los conceptos de arco y ángulo. Como el tiempo de exposición, trivialmente, ha sido el mismo para todas las estrellas, entonces el ángulo central para todos los trazos de la fotografía es el mismo, aunque, evidentemente, unas estrellas aparecen con un arco o trazo mucho mayor que otros dependiendo de la distancia que les separe del centro, esto es, dependiendo del radio de la circunferencia que determinan. A mayor radio, mayor arco, para igual ángulo central. Este es un interesante ejemplo de relación entre ángulo y arco, bonito para estudiar estos conceptos que siempre cuestan tanto trabajo para ser asimilados.

Pero nuestro objetivo dentro del tema de la proporcionalidad es algo diferente al que acabamos de mencionar. Vamos a calcular el periodo de rotación terrestre, es decir, la duración del día. Para ello propondremos que cada uno de nuestros alumnos elija uno de los trazos de las estrellas como propio.

Les pediremos que, para esa estrella, mida cuánto vale el ángulo central a partir (no de la Polar, sino) del centro de todas las circunferencias concéntricas. Una vez determinado dicho centro y medido el ángulo α (Figura Nº 3), cada uno puede establecer una proporción. El ángulo obtenido α es al tiempo de exposición, como el ángulo de $360°$, correspondiente a una vuelta completa, es al periodo de rotación P de la Tierra. Por ejemplo, para la fotografía que aquí publicamos, el ángulo α es de $9°$ (valor medio obtenido con un grupo de alumnos) y el tiempo de exposición empleado fue de 35 minutos. Deducimos, pues, que el periodo P de rotación terrestre es:

$$\frac{9°}{35} = \frac{360°}{P}$$

de donde $= 23.3300($ horas (en lugar de las 24 horas).

Pero era de esperar que a la vista del método considerado apareciera un cierto factor de error. En ese caso, también es interesante discutir en clase el error obtenido y posibles propuestas para mejorar el proceso y poder obtener mejores resultados. Pero en cualquier caso es un claro ejemplo de proporción, fácil de trabajar y con resultados más ambiciosos de los usuales.

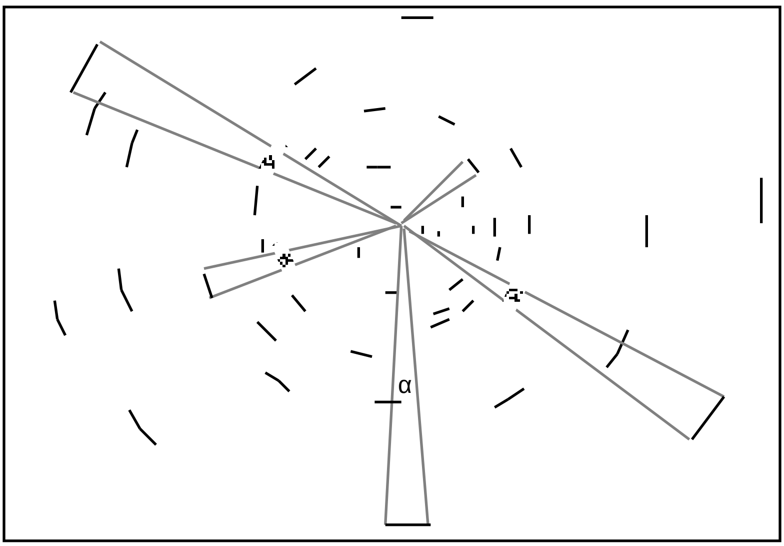

Figura Nº 3. Trazos de algunas estrellas y determinación del ángulo central α

Veamos un último ejemplo también relacionado con la astronomía y, en particular, con los movimientos de la Tierra. Nuestro planeta, además de los movimientos de rotación y traslación, presenta otros. En particular trataremos el movimiento de precesión del polo norte celeste, el cual hace que con el tiempo la posición de éste varíe recorriendo la órbita de la Figura Nº 5 con un periodo de rotación de 2.600 años. Este fenómeno hace que el movimiento de la Tierra se asemeje al balanceo de un trompo cuando baila (Figura Nº 4).

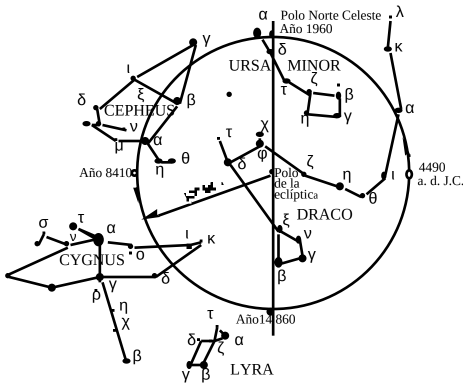

Figura Nº 4. Movimiento de precesión del polo norte celeste

En la Figura Nº 5 se puede apreciar que actualmente el polo norte coincide bastante bien con la estrella α de la Osa Menor, la estrella que llamamos Polar, pero que 3.000 años antes de Cristo la estrella "Polar" era α del Dragón, mientras que hacia el 14.000 d. C. la "Polar" será α de la constelación de Lyra. Proponemos entonces a los estudiantes que calculen cuál será la posición del polo y cuál será la estrella más próxima al polo en el año 7500, es decir, cuál sera la estrella "Polar" del año 7500 d. C.

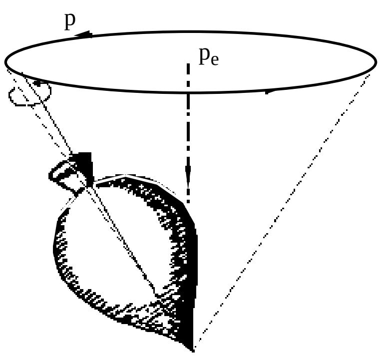

Figura Nº 5. Movimiento de un trompo cuando baila

Mediante una proporción, a partir de los datos de la Figura Nº 5, podemos calcular la nueva posición. Es así como 90° corresponden al intervalo de tiempo transcurrido desde el año 4490 a. C. hasta 1960 d. C., esto es 6.450 años. Por tanto, en el año 7500 d. C., es decir 5.540 años después de 1960, la posición del polo vendrá dado por $x^\circ\!: \frac{)^\circ}{0001} = \frac{x}{5.54(}$

de donde obtenemos que el ángulo $x^\circ = 77^\circ$ y la estrella "Polar" será α de Cepheus. Este movimiento del polo norte celeste hace que el ecuador celeste (perpendicular al eje de rotación de la Tierra por el centro de ésta) también se mueva, de forma que el punto Aries γ, punto de intersección del ecuador celeste con la eclíptica (linea que recorre el Sol a lo largo de un año) retrograda sobre la eclíptica a razón de).26000 por año (Figura Nº 6). Cuando el Sol pasa por el punto Aries γ, entonces empieza la primavera, por este motivo astronómicamente hablando, la primavera empieza en un instante determinado (día, hora, minuto).

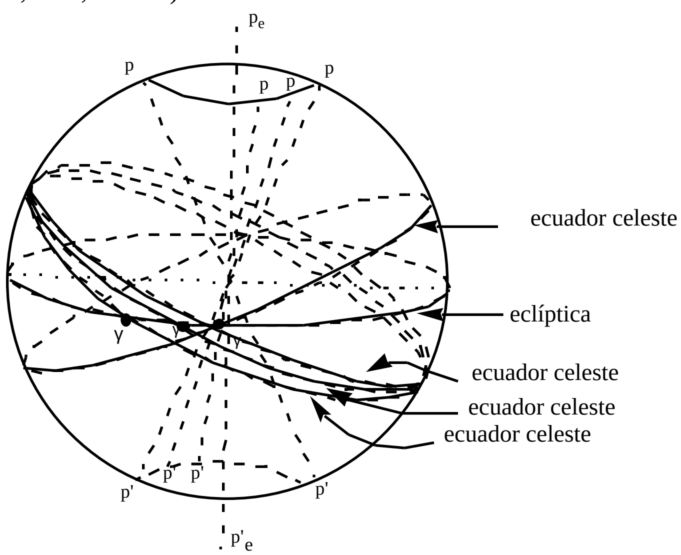

Figura Nº 6. Movimiento de precesión del polo norte celeste análogo al de un trompo

En la zona del cielo donde está la eclíptica figuran las doce constelaciones del zodiaco. Cada una de ellas ocupa en promedio una zona de 30° $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$. Actualmente el punto Aries γ no se encuentra situado en la constelación de Aries (como hace unos años), sino que se desplaza sobre la eclíptica. Concretamente ha retrogradado hasta situarse en la constelación de Piscis (Figura Nº 7) desplazándose una constelación completa, esto es $30°$. Estableciendo una sencilla proporción se puede calcular hace cuántos años el punto Aries γ estaba en la constelación de su nombre. Basta establecer la proporción: $\frac{1}{50'' \; 26} = \frac{x}{30°}$

De donde se calcula que el número de años transcurridos es de = 2.15000(, es decir, más de 2.000 años. Este resultado tiene una curiosa consecuencia en cuanto a los horóscopos de las revistas. Veamos un ejemplo. Un niño nacido el 25 de marzo de 1995 (unos pocos días después de que empezara la primavera este año), en el momento de su nacimiento tenía el Sol en la constelación de Piscis, muy próximo al punto Aries, pero en el signo de Piscis. Por tanto, este niño “es Piscis” aunque todos los horóscopos de las revistas de los nacidos el 25 de marzo afirman que “son Aries”. Es evidente que, tras los resultados calculados anteriormente, hace más de 2.000 años era cierto que al nacer una persona el 25 de marzo, el Sol estaba situado en la zona del zodiaco relativo a la constelación de Aries. Pero ahora realmente está en Piscis. Por tanto, vamos a tener que corrernos todos un signo del zodiaco si queremos saber en qué constelación estaba el Sol cuando nacimos, salvo, claro está, que nuestra edad sea algo superior a 2.000 años; pero mucho me temo que no es el caso de los lectores de estas páginas.

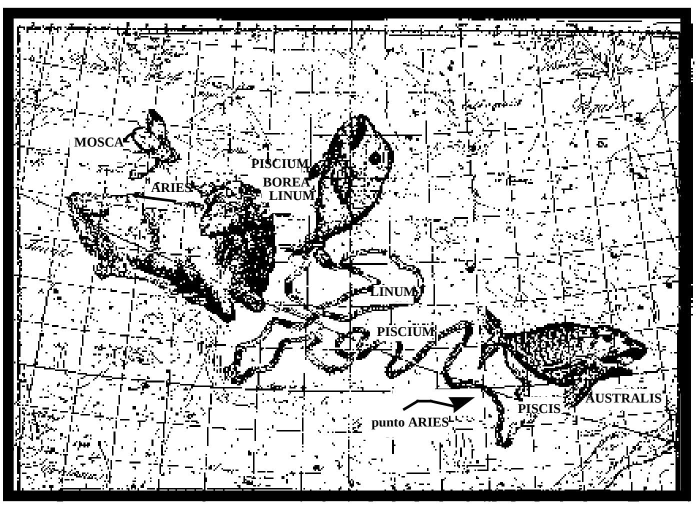

Figura Nº 7. Ubicación real del punto Aries γ

CONCLUSIONES

Hay conceptos matemáticos que parecen surgir de manera natural, sin necesidad de forzar la máquina. Y quizás por ese motivo pasan rápidamente, sin darles importancia. Como consecuencia de esto, se logra que los alumnos prácticamente no los asuman o los asimilen mal.

En el tiempo que llevo dedicada a la enseñanza de las matemáticas en distintos niveles, he tenido en clase estudiantes que usan mecánicamente las proporciones o reglas de tres de una forma correcta aunque sin razonar. Otros, en cambio, razonan el tanto por uno y luego multiplican por el factor conveniente para obtener el porcentaje deseado. Pero también hay otros que no saben cómo calcular 20% de descuento que les pueden efectuar en una tienda. “Ya lo hace la dependienta”, es su respuesta. Y creo que eso es realmente muy grave.

Veamos otro ejemplo. Al hablar hace poco con un grupo de amigos acerca de un descuento que habíamos sufrido se dio el siguiente comentario. Tras recibir un pago en dos plazos donde nos habían descontado 10% en cada uno de ellos. Un compañero dedujo que nos habían descontado 20%, y al razonar que realmente sólo nos habían descontado 10% de la suma total, advertí que aceptaban mi palabra por mi formación matemática, aunque realmente no lo veían del todo claro, y esto sucede en otros muchos colectivos.

Por tanto, creo conveniente que en secundaria, de forma recurrente, aparezca este tema, que además es muy común en muchas otras asignaturas. Ahí puede estar también la clave para conseguir un mayor grado de asimilación. Las proporciones se usan además de en matemáticas, en otros muchos tópicos de la física, la química, las ciencias sociales, la biología, etc. Pero normalmente cada profesor usa una formulación distinta de los otros. Simplemente, ni siquiera ha comentado con sus colegas en ningún momento qué notación utilizar. Con ello se consigue en muchas ocasiones que el alumno interprete las diversas formas que toma la noción de proporción como conceptos diferentes. Creo que es imprescindible hacer una puesta en común y seleccionar una forma de presentación para que los estudiantes puedan entender mas fácilmente que siempre el proceso es el mismo.

Comprender que el profesor de química, cuando usa los factores de conversión, está haciendo lo mismo que el de geografía al usar las escalas de un mapa, lo mismo que el de matemáticas al resolver un problema empleando el teorema de Thales, etc. puede extenderse a otros muchos ejemplos de la vida académica y de la vida fuera de las aulas. De esta forma, quizás, contribuyamos a que la sociedad vea las matemáticas como algo menos alejado de la realidad y con un mayor grado de aplicación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Broman, L., Estalella, R. y Ros, R.M. (1988). E*xperimentos de astronomía*. Madrid: Editorial Alhambra.

Ros, R.M. (1995). *Astronomía, libros y aventuras*. Barcelona: Instituto de Ciencias de la Educación - Universidad Politécnica de Catalunya.

Ros, R.M., Viñuales, E. y Saurina, C. (nf). *La fotografía una herramienta para hacer astronomía.* Zaragoza: Mira Editores.

Dra. Rosa María Ros
Dept. Matemática Aplicada i Telématica
Universitat Politécnica de Catalunya
Av. Victor Balaguer, s/n
08800 Vilanova i la Geltru,
España
E mail: ros@mat.upc.es