

Uso de instrumentos conceptuales en la formación de Profesores de la educación básica

Elaborado por:

Martha Bonilla Estévez

Pedro Javier Rojas Garzón

Jaime Humberto Romero Cruz

Profesores Facultad de Ciencias y Educación.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Grupo Matemáticas Escolares U.D. – Mescud.

Resumen

Internacional y nacionalmente la cuestión sobre qué debe saber y saber hacer un profesor de matemáticas, así como cuáles son los procesos de formación que hacen posibles esos propósitos, se ha constituido en objeto de discusión, diferenciación e investigación. En la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, se propuso desde el año 2002, un currículo de formación de profesores para la Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, que a la vez que es una innovación es objeto de investigación. Se presenta una experiencia de algunos usos de los instrumentos conceptuales producidos en el desarrollo de las investigaciones, centradas en la temática de la transición aritmética al álgebra, en la formación de estudiantes para profesor de matemáticas.

Introducción

En algo más de una década, la comunidad de educadores matemáticos nacionales ha impulsado un movimiento de reforma que incorpora, entre otros aspectos una nueva concepción de las matemáticas escolares y una nueva caracterización acerca del papel del profesor. Sobre la primera, las matemáticas escolares, el énfasis se coloca en la actividad matemática (Lineamientos curriculares, estándares curriculares), así se traslada el énfasis de la formación centrada en los procedimientos a la formación de ciudadanos matemáticamente competentes. Sobre la segunda, el énfasis se focaliza en la profesionalidad del profesor estableciendo, en este nuevo marco de referencia, la finalidad del trabajo del profesor como la de contribuir a la formación de los niños y jóvenes, que les permita ingresar a una cultura matemática signada por el "hacer" matemáticas, por la resolución de situaciones problemáticas.

Un resultado importante de las investigaciones realizadas (Bonilla, et al 1998, García, et al 2005, Andrade, et al 2003, Mescud 2002, 2002a, Llinares, 2004) muestra que los estudiantes para profesor y los profesores en ejercicio, tienen bajos niveles de comprensión de la actividad matemática y las formas de generarla, dificultades para realizar cambios didácticos en el aula y, continúan dependiendo de los textos escolares como los organizadores curriculares privilegiados.

Para que los profesores en ejercicio o los estudiantes para profesor, puedan realizar una práctica en el marco de estos nuevos condicionantes sociales, culturales, epistemológicos y didácticos, es menester que se diseñen currículos de formación de profesores, que superen la concepción técnica que asume la enseñanza como un proceso de transmisión de conocimientos y su eficacia centrada en el conocimiento matemático del profesor. Por ello, nos planteamos que un currículo de formación de profesores debe asumir aspectos de la práctica, de tal suerte que la organización propuesta incluya los problemas que los profesores afrontarán en su práctica profesional. Asumir esta postura nos permite ver al profesor como un "resolutor de problemas de la práctica de enseñar".



El conjunto de problemas que afrontará un EPP o que afronta un profesor en ejercicio, se pueden caracterizar mediante las diferentes actividades que ha de desarrollar en la práctica de enseñar.

La práctica de enseñar matemáticas

Tal como lo afirma García, et al. (2006), la formación de profesores de matemáticas se ha venido configurando en un campo de investigación y práctica, sus resultados muestran la necesidad de que los programas de formación:

- a. Incorporen las tareas profesionales a la organización de sus currículos,
- b. Fundamenten sus propuestas de formación en un conjunto explícito de teorías del aprendizaje,
- c. Desarrollen aproximaciones a la práctica de enseñar para que los estudiantes para profesor, puedan aprender de y desde la práctica y,
- d. Busquen aproximaciones entre la formación inicial y la formación continua.

Asumir estas cuestiones, conduce a considerar varios aspectos. En primer lugar, ver la enseñanza de las matemáticas como una práctica implica que quienes la realizan deben ser capaces no solo de realizar unas tareas específicas sino al mismo tiempo hacer uso unos instrumentos (conceptuales y técnicos) y poder justificar su uso. Por otro lado, considerar la enseñanza de las matemáticas como una práctica que puede ser enseñada y aprendida, implica delimitar algunas de las tareas profesionales y el conocimiento necesario para desarrollarlas, así como asumir una perspectiva teórica sobre cómo se construye ese conocimiento y, discutir sobre las características de los entornos de aprendizaje en los que los estudiantes para profesor aprenderán a realizar la práctica de enseñar matemáticas.

De las tareas profesionales que articulan la práctica de enseñar y los componentes del conocimiento profesional del profesor, destacamos (Llinares, 2008):

- Resolver situaciones problema en el ámbito de las matemáticas y poder justificar sus procesos de solución y validación.
- Analizar, diagnosticar, y dotar de significado a las producciones matemáticas de los alumnos y comparar las producciones con lo que pretende.
- Diseñar, planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo.
- Gestionar el debate matemático y las interacciones en el aula.

Esta delimitación de las tareas profesionales, permite determinar los conocimientos matemáticos y didácticos que pueden ser incorporados como contenidos a los programas de formación. Estos contenidos, se consideran instrumentos (conceptuales y técnicos) que han de ser "usados y justificados" por los estudiantes para profesor en el desarrollo de los entornos de aprendizaje diseñados para proveerles las oportunidades de aprender a enseñar matemáticas.

Particularmente, para apoyar la realización de las tareas de diseño, planeación y organización del contenido matemático para enseñar, hemos desarrollado algunos instrumentos, resultados de las investigaciones desarrolladas por el grupo Matemáticas Escolares U.D. – MESCUUD, que proponemos en los procesos de formación y que ha resultado útiles para promover aprendizajes en los estudiantes para profesor o en los profesores en ejercicio.

Marco metodológico

La investigación propuesta por el grupo MESCUUD

El grupo Matemáticas Escolares U.D. MESCUUD, ha desarrollado su trabajo en la línea de investigación en Transición aritmética al álgebra. Esta línea de investigación abarca la reflexión sobre el conocimiento

matemático, los problemas de aprendizaje y de la enseñanza de los objetos matemáticos y sus relaciones involucrados en el periodo escolar de la educación básica, que trata fundamentalmente de la transición aritmética al álgebra.

Nos hemos propuesto indagar por: 1. El contenido matemático, desde la perspectiva formal y la didáctica de las matemáticas, 2. El aprendizaje tanto de los escolares como de los profesores (en formación inicial y permanente) de los objetos matemáticos delimitados en la transición aritmética – álgebra. 3. Los aspectos referidos a la enseñanza centrándonos en delimitar los contenidos de la formación matemática a nivel de la institución escolar, especialmente en la educación básica, así como los aspectos del conocimiento profesional del profesor y su desarrollo. En particular para este último propósito trabajamos en a) Comprender e indagar formas curriculares que favorezcan en los futuros profesores aprendizaje y elaboración de conocimiento profesional particularmente en la transición aritmética-álgebra y b) Comprender e indagar formas curriculares que favorezcan en los profesores en ejercicio aprendizaje y elaboración de conocimiento profesional más estructurado particularmente en la transición aritmética-álgebra.

Desde la perspectiva de los procesos de aprendizaje, se han discutido aspectos en torno a la importancia de las interacciones comunicativas argumentativas para el debate matemático y la búsqueda de acuerdos cooperativos en el aula de clase. Así como los aspectos de la mediación instrumental y cómo construir “instrumentos conceptuales y técnicos” útiles en la formación de profesores (estudiantes para profesor y profesores en ejercicio).

La manera como hemos ido progresivamente construyendo rutas de comprensión e indagación se puede describir como la preocupación por indagar, en los primeros momentos, aspectos de los conocimientos previos con los cuales ingresan los estudiantes al proyecto curricular, y cómo estos mismos conocimientos son expresados por los profesores en ejercicio. Para ello se han desarrollado investigaciones como: Comprensiones de algunos conceptos aritméticos en profesores de primaria, Causas de incompreensión de la variable matemática. Un estudio En exploratorio en tres colegios públicos de Bogotá, Cambios en las concepciones sobre el sentido de la profesión profesor(a) de matemáticas. Un estudio de caso.

En un segundo momento, hemos desarrollado investigaciones que tienen por objeto “experimentar y sistematizar” experiencias de formación que incluyan los aspectos del saber profesional que deben aprender los EPP y los PE, en este sentido hemos realizado las investigaciones Pensamiento multiplicativo una mirada de su densidad y complejidad en el aula, La resolución de problemas matemáticos y la modelación matemática, Red virtual de aprendizaje del área de matemáticas como estrategia de formación e innovación de docentes Conceptualizando, La Enseñanza De Las Matemáticas A Través De Video-Clips y emprendemos ahora dos nuevos proyectos: Uso De Problemas Matemáticos Como Instrumentos De Aprendizaje En La Formación De Profesores y El Proceso de Demostración como Instrumento de Aprendizaje en la Formación de Profesores, que desarrollarán la metodología denominada “experimento de enseñanza” y pondrán a prueba entornos de aprendizajes denominados “ciclos de resolución de problemas”.

Los instrumentos conceptuales y técnicos desarrollados y su uso en la formación de profesores

Asumir la formación profesional del profesor de matemáticas presupone dotarlo de saberes, conocimientos, instrumentos, prácticas, que tengan un potencial en la construcción de sistemas conceptuales y prácticos de referencia adecuados para el desempeño profesional. Para afrontar los retos que la profesionalidad le exige, el futuro profesor debe modificar sus referencias, elaboradas (tal



ASOCOLME

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

vez de manera implícita) en sus procesos de formación anterior y desarrollar nuevas competencias que le permitan abordar desde perspectivas más complejas sus problemas profesionales.

Para que ello sea posible, los programas de formación deben permitirles participar en entornos de aprendizaje que les permita los aprendizajes pedidos. Por ello el grupo de investigación, Mescud, ha empleado como instrumentos conceptuales algunos de los cuestionarios y casos construidos y validados en algunas de las investigaciones desarrolladas.

A continuación ejemplificaremos cómo algunos de los cuestionarios y casos de investigación nos ayudan a comprender y/o proponer rutas de enseñanza y aprendizaje para los procesos de formación.

1. Instrumentos que permiten indagar sobre las "ideas previas" con las que ingresan los estudiantes al programa de formación

Uno de los ámbitos de investigación del grupo lo ha constituido la temática de las fracciones. Hemos construido un instrumento de indagación y adoptado uno propuesto por Llinares (), aparte de ellos los presentamos a continuación.

Marca con una **X**, sobre el círculo correspondiente, la respuesta correcta para cada una de las preguntas

Si  es el todo, ¿Qué es  ?

- $1 + 1/2$ 2 $2/3$ ninguna
 a b c d

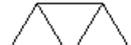
Si  es la unidad, ¿Cuánto es los $2/3$?

-    ninguna
 a b c d

Si  es los $3/2$ del segmento, ¿cuál es el segmento?

-  la parte sombreada   ninguna
 a b c d

Si  es $1/3$ del todo, ¿cuál es el todo?

-  la parte sombreada  la parte sombreada  ninguna
 a b c d

En el cuestionario se acude a distintos contextos de medida, diversas representaciones y tareas. En todos los casos se usa $1/3$, $2/3$ y $3/2$. En total el cuestionario consta de 54 preguntas, cada una con cuatro opciones de respuesta; dichas preguntas pueden agruparse por tipo de tarea en tres (18 para cada caso): (1) Reconocimiento de la fracción como relación parte-todo, (2) Reconocimiento de la fracción como operador; y, (3) Recuperación de la unidad. Seis preguntas para cada una de las fracciones, todas con la siguiente estructura:

*SI (una representación dada) ES (el todo, una fracción, la unidad),
¿QUÉ (cuál, cuánto) ES (otra representación dada)?*

Un resultado importante ha sido que la mayoría de los alumnos (de la universidad, de la básica y hasta profesores en ejercicio) han presentado un comportamiento similar, demostrando poco éxito en las preguntas que implican recuperar la unidad desde $3/2$.

Conexiones y Densidad²⁷. Con base en representaciones de tipo gráfico (contextos continuo y discreto), simbólico ($a_1b_1b_2b_3 \dots$; a/b) y de lenguaje natural, se indagó por el estado de los estudiantes en relación con posibilidad de “tránsito” entre representaciones, igualación, ordenamiento y densidad, a partir de tareas que exigían acudir a conocimiento al respecto.

Encontrando que la mayoría de estudiantes:

No establece conexiones profundas entre los diferentes tipo de representación de la fracción.

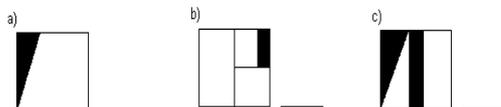
No tiene conciencia del tamaño de los números racionales y por ello la imposibilidad de establecer equivalencia y orden entre ellos.

No reconoce la posibilidad de intercalación arbitraria de racionales entre racionales, es decir, se presenta un profundo desconocimiento de la densidad de los racionales, y por lo tanto

No tiene la posibilidad de aceptar la convergencia y los procesos de acotación arbitraria

se concluyó la necesidad de que las actividades, durante el proceso de formación, colocaran a los estudiantes ante la tarea de construir sentido para el sistema de los números racionales, a partir de sus distintas representaciones, específicamente en lo referido al valor posicional en distintas bases, el orden, la acotación y la convergencia, estas últimas con base en el requerimiento de realizar procesos infinitos, todo ello a partir de un trabajo concreto que propiciara el vínculo entre la acción y la representación, con la pretensión de lograr su conceptualización. Veamos algunos ejemplos de preguntas de este cuestionario.

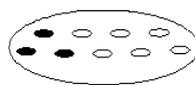
1. En las siguientes figuras represente, en forma decimal (números con coma), la parte sombreada



d) En la siguiente gráfica se muestra un todo conformado por dos unidades. ¿Qué parte del todo está sombreado?



e) Las siguientes nueve canicas corresponden a la unidad. ¿Qué parte de la unidad está sombreada?



2. Grafique, dentro del cuadro correspondiente, la cantidad que representa cada uno de los siguientes números.

a) $\frac{3}{4}$	b) $\frac{5}{3}$	c) 0,750	d) 1,25	e) 0,10
------------------	------------------	----------	---------	---------

4. Reescriba la siguiente lista de números, ordenando de menor a mayor

a) 0,95 0,1 0,59 0,100 0,89 0,9 0,10

b) $\frac{1}{10}$ $\frac{5}{20}$ $\frac{125}{126}$ $\frac{1}{17}$ $\frac{5678}{5678}$ $\frac{17}{16}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{10}{120}$

7. ¿Cuántos números hay entre 0,4 y 0,7? _____ ¿Por qué?

8. ¿Cuántos números hay entre 0,6 y 0,7? _____ ¿Por qué?

9. Elabore una lista de por lo menos diez números entre $-\frac{3}{4}$ y $-\frac{3}{6}$

²⁷ Esta Indagación se realizó utilizando un instrumento construido por Galindo y Rodríguez (2002), en su Trabajo de Grado, dirigido por el profesor Luis Oriol Mora Valbuena, integrante del Grupo MSCUD.



2. Sobre el uso de casos

Denominamos casos a algunos "episodios de clase" contruidos bien sea en el formato textual o texto-video. Se recurre a estos instrumentos técnicos ya que se espera que los estudiantes para profesor se "acerquen" a la práctica del profesor, sin estar inmersos en ella. Así, se asume que los casos son un medio para que los estudiantes para profesor puedan tener la oportunidad de analizar e interpretar los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos.

Es el uso que se propone para los casos presentados a continuación:

CASO II

José tiene 8 años, está en segundo grado aprendiendo a restar. Ha hecho el siguiente ejercicio:

$$\begin{array}{r} 7 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \\ - \quad 6 \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

escribiendo en su hoja, en pasos sucesivos lo siguiente:

	5		5		
	6 1 1		6 1 1		
a)	7 0 0 4	b)	7 0 0 4	c)	7 0 0 4
	- 6 8		- 6 8		- 6 8
	<hr style="width: 100px; margin-left: auto; margin-right: auto;"/>		<hr style="width: 100px; margin-left: auto; margin-right: auto;"/>		<hr style="width: 100px; margin-left: auto; margin-right: auto;"/>
	6		4 6		5 0 4 6

1. ¿Cual fue la causa de que José hiciera la operación así?

2. ¿Cómo enseñaría esa resta a José?

Un resultado importante para esta situación es que los EPP y/o P.E. explican las causas desde un uso poco comprensivo de los sistemas de numeración de tal manera que enseñan la resta con el algoritmo habitual basándose en la explicación de los procedimientos a realizar más no en los aspectos conceptuales involucrados.

Una de las actividades que realiza un profesor es la elaboración de problemas relacionados con las operaciones aritméticas que enseña, para ser colocados como tareas escolares. Tomando como referencia su práctica en ese aspecto elabore, para cada una de las relaciones numéricas que se presentan a continuación, tres problemas diferentes y explique las razones por las cuales cree que son diferentes.

$$9 + 7 = 16$$

1.a.

1.b.

1.c.

Explique las razones:

$$6 \times 3 = 18$$

1.a.

1.b.

1.c.

Explique las razones:

Dada la característica del programa de formación, hemos delimitado como una de las tareas que el profesor debe abordar el diseño de tareas para ser propuestas a los alumnos. El siguiente caso propone a los estudiantes para profesor acercarse a esta actividad a la vez que justificar sus realizaciones.

El uso de este caso ha permitido observar que los estudiantes para profesor utilizan como razones para explicar la diferencia aspectos provenientes de las "cosas" a las cuales se refiere el problema y no a aspectos más estructurales como por ejemplo los diferentes tipos de problemas aditivos o multiplicativos que ha propuesto por ejemplo Vergnaud, en su teoría de los campos conceptuales.

3. El análisis de las producciones matemáticas de los alumnos. Como ya se mencionó una de las tareas que debe realizar un profesor es explicarse las producciones matemáticas de sus alumnos, la situación que se presenta a continuación ha sido utilizada para promover este tipo de análisis entre los estudiantes para profesor.

El problema de las tazas de café y los buñuelos. Las ideas que se presentan a continuación, en relación con propuestas de solución al problema planteado, son tomadas de Bonilla y Romero (2006) que analizan una experiencia desarrollada por estudiantes de séptimo (12-14 años) reportada por Rojas & Romero (2006) ocurrida en una institución escolar, que promueve explícitamente el trabajo por resolución de problemas²⁸.

Por cada tres tazas de café hay cuatro buñuelos. ¿Para cinco tazas de café cuántos buñuelos se requiere?

Primer modelo de solución. Si multiplicamos la primera relación por 5 llegamos a:

15 tazas de café son para 20 buñuelos

5 tazas de café son para ? buñuelos

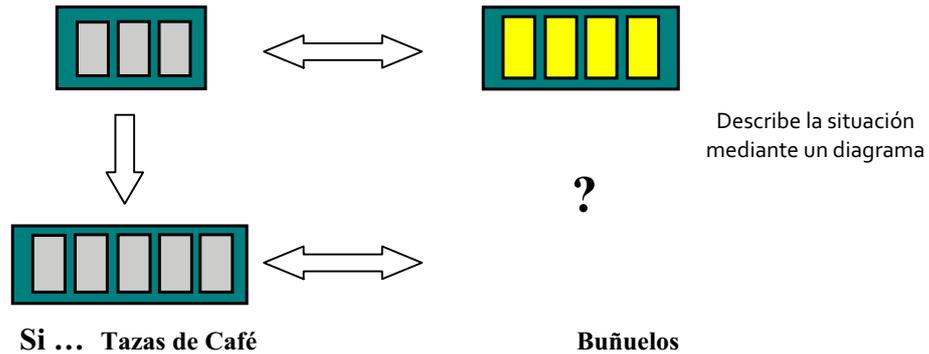
Como 5 es la tercera parte de 15, entonces ? es la tercera parte de 20.

Es decir, ? = $20/3$

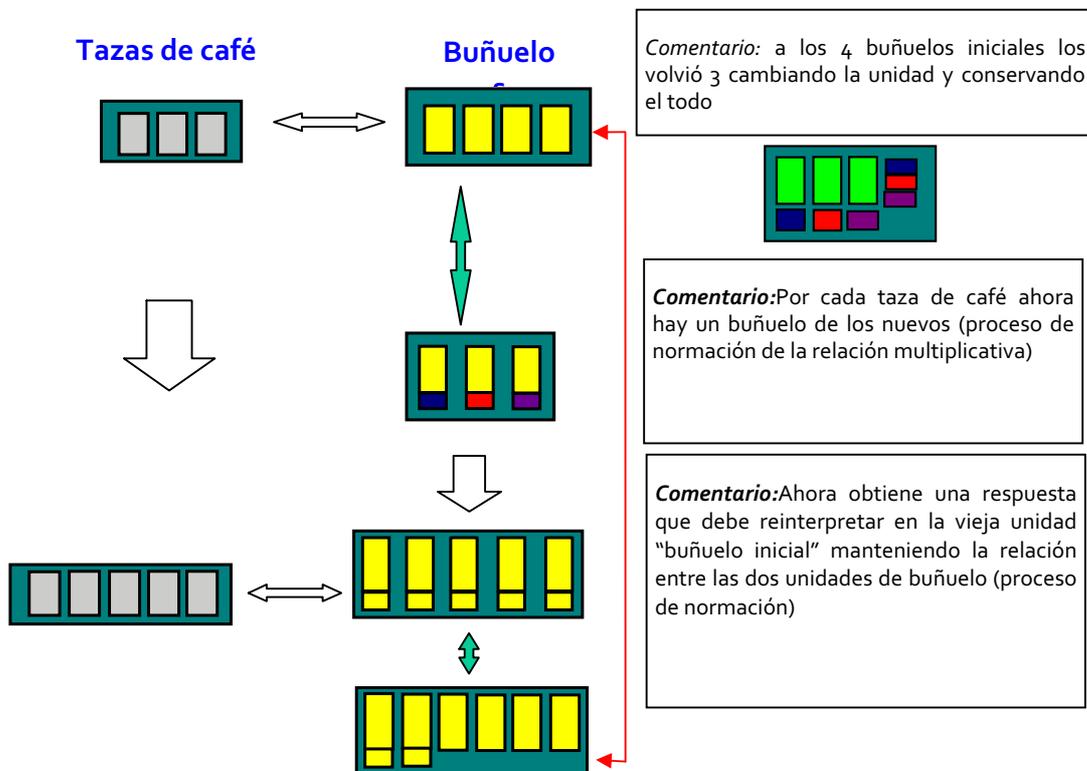
²⁸La experiencia tuvo lugar en la Escuela Pedagógica Experimental (Bogotá).



Segundo modelo de solución. Para llegar a 5 [tazas de café] utilizamos 2 partes de 3 más las 3. A 4 buñuelos los volvemos 3 y con este tres hacemos lo mismo. Entonces primero se convierte a 4 en 3: una unidad [de las 4] la parto en 3 partes y coloco cada una de esas tres partes en cada una de las otras tres unidades [que quedan de las 4].



En seguida opera sobre las unidades de buñuelo interpretando y reinterpretando toda la situación



A partir del análisis de la producción matemática presentada los estudiantes para profesor deben identificar tratamientos, de la multiplicación y la división basadas en los esquemas multiplicativos de unitización y normación sustentados a su vez en habilidades básicas requeridas para la recuperación de la unidad. Pero por otra parte, desde las representaciones gráficas se hace visible que estas operaciones ni achican ni agrandan, el todo se conserva y lo "único que ocurre es que la situación puede describirse desde distintas unidades, es decir que efectivamente ocurren cambios de unidad y por lo tanto, según la unidad que se escoja para la descripción ocurre que la numerosidad final depende en proporción inversa al tamaño de la unidad escogida, y entonces se recupera la idea, pero ahora de manera más compleja, que el producto agranda y que la división achica.

4. La incorporación de los documentos institucionales (Lineamientos curriculares y estándares) a los procesos de reflexión sobre la práctica

El conocimiento y uso de las propuestas curriculares para el área de matemáticas debe incorporarse en los procesos de formación de profesores como un referente que les permita contextualizar su práctica a los nuevos requerimientos, no sólo en lo que concierne a los procesos matemáticos que se espera sean desarrollados por los estudiantes en las aulas sino, para proveer al profesor de elementos teóricos y prácticos para que pueda convertirse en un diseñador de currículo.

El caso del profesor Juan

Sin darles instrucción previa sobre el tema, el profesor Juan les ha colocado la siguiente situación- problema a los alumnos de curso 6°.

Tenemos seis números y el más grande es el 5. Sumamos estos números y dividimos la suma por seis. El resultado es 4. ¿Te parece posible? ¿Por qué?

Su compañera de trabajo, la profesora Mariela, le cuestiona la tarea diciéndole que ella no se corresponde con lo establecido en los estándares curriculares, porque allí se argumenta que el conocimiento procedimental sólo se construye si se tiene un conocimiento conceptual. Entonces resolver esta situación, en este momento, no contribuye a que sus estudiantes desarrollen competencia matemática.

¿Con quien estás de acuerdo y porqué?

Las respuestas más comunes de los niños ante la situación planteada se representan en las siguientes afirmaciones:

1. "No es posible porque $0+1+2+3+4+5$ es igual a 14 y al dividirlo entre seis no da 4"
2. "Sólo hay una solución y es $4+4+4+4+4+4=24$ y $24/6=4$ "

Ante estas respuestas, el profesor les propone a los niños hacer sus cálculos en la calculadora.

¿Está usted de acuerdo con el profesor Juan en que el uso de la calculadora ayudará a los estudiantes a encontrar nuevas soluciones? Explique sus respuestas, apoyándose en lo propuesto en los estándares curriculares.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

Un resultado interesante de este caso lo configura el uso que progresivamente van haciendo los EPP y/o PE de los instrumentos conceptuales, contenidos en los Lineamientos Curriculares y los Estándares, para ir argumentando sus posturas.

Comentarios generales

Desde nuestra experiencia como formadores de profesores, debemos destacar que el uso de los instrumentos conceptuales, producidos en las investigaciones realizadas, nos ha permitido proponer a

los EPP y a los PE actividades de aprendizaje que contextualizándolos en una situación específica de enseñanza, les permite realizar aproximaciones, cada vez más complejas, al análisis de la enseñanza, esta potencialidad sin embargo no sustituye la necesidad de la reflexión sobre "su práctica real" como profesores en aulas específicas y con niños específicos.

Utilizar los instrumentos conceptuales, permite que los EPP y/PE tomar distancia de los sucesos de aula y aprender a "ver" en ellos cuestiones que desde el ejercicio mismo son muy difíciles de observar.

Estas actividades no agotan ni abarcan la totalidad de las actividades de un programa de formación de profesores, indagar sobre la utilidad de nuevos diseños de entornos e aprendizaje así como su eficacia, es hoy en día un ámbito de trabajo que debe ser asumido por los formadores de profesores e investigado y sistematizado por los investigadores en educación matemática, particularmente las investigaciones en formación de profesores.

Bibliografía básica

ANDRADE, L. PERRY, P. GUACANEME, E. FERNANDEZ, F. (2003) Rutas pedagógicas en matemáticas: ¿Azar o construcción? IDEP: Bogotá.

BONILLA Y OTROS (1998); *Como enseñamos aritmética*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas- IDEP: Bogotá.

BONILLA, M. & ROMERO, J. (2006). *La resolución de problemas: sus posibilidades para el desarrollo del pensamiento multiplicativo*. En revista científica. No. 7 (pp. 99-120). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá D. C.

GARCÍA OLIVEROS, G., CASTIBLANCO, M. G., VERGEL R. (2005) *Prácticas de Evaluación en las clases de matemáticas*. 1 ed. Bogotá: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional, v.1. p.145-115.

GARCÍA, M., V SÁNCHEZ, V., ESCUDERO I. & LLINARES, S. (2006). *The dialectic relationship between research and practice in mathematics teacher education* Journal of Mathematics Teacher Education (2006) 9:109–128 Springer 2006.

GALINDO, J. Y RODRÍGUEZ, L. (2002). *Algunos elementos en la construcción del concepto de densidad de los números racionales en Educación Básica y Media Vocacional*. Trabajo de Grado (Licenciatura en Matemáticas) no publicado. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

LLINARES, S., SÁNCHEZ, V., & GARCÍA, M. (1994). *Conocimiento de contenido pedagógico del profesor. Tareas y modos de representación para las fracciones*. En: Revista Educación, 304, Mayo-Agosto de 1994, pp. 202- 222.

LLINARES, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 36, 93-

LLINARES, S (2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. Conferencia invitada en III Encuentro de programas de formación inicial