

SENTIDO DE REALIDAD EN LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Jhony Alexander Villa–Ochoa, Carlos A. Bustamante, Mario Berrio Arboleda
Grupo de investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit) Colombia
Grupo FORDAD (CIEP-ASDEM)
Red colombiana de modelación en Educación Matemática
javo@une.net.co; bustamantequintero@gmail.com; marioberrio7@hotmail.com
Campo de investigación: Educación continua Nivel: Superior
Modelación matemática

Resumen. *Nos proponemos en este artículo aportar a la discusión sobre la noción de sentido de realidad. Particularmente observamos, a través de un estudio de casos, cómo esta noción se relaciona tanto con la experiencia académica del profesor como de su interacción con los contextos socioculturales en los cuales se desenvuelve. Finalmente observamos como dicho sentido de realidad parece estar influenciado por las relaciones académicas vividas entre el sujeto y las matemáticas.*

Palabras clave: modelación matemática, sentido de realidad

Los modelos y la modelación matemática. Algunos elementos teóricos

Los términos modelo y modelación tienen en la actualidad múltiples interpretaciones las cuales emergen desde diferentes perspectivas. Blum, Galbraith, Henn, y Niss (2007) establecen una diferencia de estos conceptos en el campo de la Educación Matemática de otros campos, por ejemplo, de la educación en general en donde se encuentran frecuentemente “modelación de una buena práctica de enseñanza”, modelación de la comprensión de los estudiantes, modelos de objetos físicos o modelos mentales, etc.

En el campo de la Educación Matemática, el concepto de modelación por su parte está anclado al concepto de modelo, describiéndose de modo general, como el proceso involucrado en la obtención de modelos. Para Blum et al. (2007), la modelación puede considerarse como un proceso que tiene génesis en la conceptualización de una situación o problema de la realidad. Por tal razón, consideramos que la noción de modelación está matizada por la noción de realidad asumida.

La discusión actual muestra que no existe una comprensión homogénea del término *realidad* al interior de la modelación matemática; por ejemplo, Blum y Borromeo-Ferri (2009) citando a Pollak (1979) asumen la noción de realidad como todo aquello externo a la matemática, es decir, al "resto del mundo", lo cual incluye la naturaleza, la sociedad, la vida cotidiana y otras disciplinas

científicas. Contrariamente, otros autores discuten dicha noción de realidad separada de las matemáticas, según Barbosa (2009) la noción de realidad externa a las matemáticas sustenta una visión del modelo matemático como un retrato aproximado de la realidad lo cual ha sido desafiado por muchos investigadores que argumentan que la matemática hace parte de la realidad y que los modelos matemáticos son necesariamente sesgados o parciales. Sea cual sea la noción de realidad adoptada, ésta presupone concepciones ontológicas cuya discusión escapa al objetivo de este artículo, sin embargo, es claro que ninguna de estas nociones objeta la importancia de la implementación de la modelación como un recurso en el aula de clase.

Para la implementación de la modelación como un recurso en el aula de matemáticas, algunos autores han sugerido una serie de momentos, fases o etapas (Bassanezi, 2002; Villa-Ochoa, 2007; Blum et al, 2007). De modo general, la modelación puede surgir de un problema o situación del mundo real lo cual demanda actividades de simplificación y estructuración buscando una delimitación y precisión de la situación o problema. Con la recolección de datos, se provee más información sobre la situación y se sugiere el tipo de modelo matemático que puede ser apropiado para direccionar el problema del mundo real. A través de un proceso de matematización, los objetos relevantes, los datos, las relaciones, condiciones e hipótesis de la situación o problema en cuestión se trasladan hacia las matemáticas resultando así un modelo matemático a través del cual se direcciona el problema identificado. Para Blum y sus colaboradores, el proceso de modelación no finaliza con la obtención del modelo sino que, por el contrario, se hace necesario usar algunos métodos y procedimientos matemáticos (hipótesis matemáticas, resultados teóricos, solución de ecuaciones, estimaciones numéricas, pruebas estadísticas, simulaciones, etc.) para obtener resultados matemáticos pertinentes con las preguntas derivadas de la traslación del problema del mundo real. Blum et al. (2007) establecen que dichos resultados matemáticos deben ser traducidos nuevamente al contexto de donde fueron derivados para realizar un proceso de interpretación. Finalmente el “*solucionador de problemas*”, valida el modelo mediante la comprobación de los resultados matemáticos y su interpretación como razonables y compatibles en términos de la información dada en el problema original. Cuando el proceso de validación arroje resultados no satisfactorios todo el proceso debe repetirse con una modificación o un modelo totalmente diferente. Por último (si se logra), la solución del problema original del mundo real, y cuando proceda, se comunicará a los demás. En la

Ilustración 1, se presenta de forma diagramática una manera cómo el proceso de modelación podría desarrollarse.

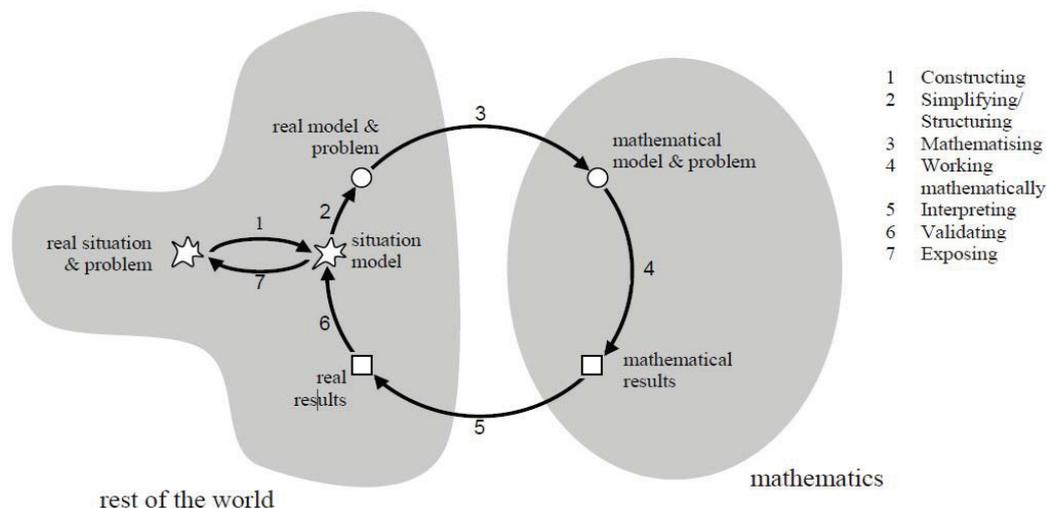


Ilustración 1. Ciclo de la modelación retomado por Blum y Borromeo-Ferri (2009)

En nuestra investigación asumimos como punto de partida del proceso de modelación, a un conjunto de situaciones asociadas a los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes y de la escuela. Dichas situaciones en adelante las llamaremos *situaciones reales*; sin embargo, no pretendemos que este tipo de *situaciones reales* agoten nuestra noción de realidad como un sistema compuesto por fenómenos o hechos que pueden observarse desde múltiples dimensiones.

Aunque consideramos que existen muchos otros tipos de situaciones que pueden denominarse reales (al interior de las demás ciencias y de las matemáticas mismas, etc.) no las incluiremos dentro de este conjunto inicial de situaciones, no porque carecen de importancia al interior de las matemáticas escolares, sino porque nuestra atención ha estado focalizada en algunas funciones sociales de las matemáticas y, por tanto, consideramos que las *situaciones reales*, asociadas a los contextos anteriormente mencionados, nos permitirán una discusión más directa de este asunto.

Consideramos al diagrama de la ilustración anterior desde una visión flexible, es decir, no como una *estructura rígida* que debe ser reproducida de manera lineal en el aula de clase por todos los estudiantes, sino como un conjunto de “momentos globales”, que sugiere de alguna manera, ciertos elementos sobre cómo podría orientarse la modelación matemática como un proceso en

las matemáticas escolares y que no limita el surgimiento de otros procesos propios de la complejidad del aula de clase.

Todas las consideraciones anteriores, así como los elementos que reportaremos en este artículo son producto de una investigación desarrollada en la Universidad de Antioquia (Colombia) en el cual se indagó por el papel que tiene la modelación de *situaciones reales* al interior de las aulas escolares de matemáticas.

El estudio

La investigación tuvo como propósito general indagar por el papel que tiene la modelación en las aulas escolares de una subregión antioqueña en Colombia. En la investigación, se comprometieron cuatro profesores durante más de un año. Dichos profesores manifestaron su disposición para participar de la investigación y nos autorizaron para observarlos en el ejercicio de su práctica al interior de sus aulas de clase durante dos meses. Adicional a las observaciones en el aula de clase, usamos el estudio de episodios, las entrevistas y los cuestionarios para recolectar la información suficiente que nos permitiera dar cuenta de nuestro propósito general. Las observaciones fueron registradas en diarios de campo, el estudio de episodio y las entrevistas grabadas en video y los cuestionarios registrados por escrito. Posteriormente estos registros fueron transcritos y analizados por el grupo de investigadores.

Dado que en la investigación pusimos especial atención a las maneras en que los profesores reconocen la importancia de la modelación matemática en el aula de clase, adoptamos el *estudio de casos* como método de investigación (Yin, 2009) y, así mismo, usamos los registros de los datos para realizar una línea convergente de indagación la cual, según Yin (2009) se desarrolla mediante la triangulación y corroboración usando múltiples fuentes de evidencia.

Algunos hallazgos y discusión

A través de esta investigación pudimos observar que, a pesar que desde hace más de diez años el Ministerio de Educación Nacional-MEN a través el documento *Lineamientos Curriculares* (MEN, 1998) recomendó la implementación de la modelación matemática como un proceso en las aulas

escolares, algunos profesores no habían logrado aproximarse a dicha implementación. Las causas de este hecho son múltiples y de diversa naturaleza, una de ellas, radica en las exiguas relaciones que tales profesores han alcanzado a establecer entre las matemáticas y los contextos reales. En este sentido introducimos la noción de *Sentido de realidad* la cual identificamos a través del estudio de episodios y la reportamos en Villa-Ochoa et al. (2009a) como:

[...] la sensibilidad que un profesor debe tener frente a la realidad, que además incluye la intuición y la capacidad de detectar las situaciones y oportunidades del contexto sociocultural frente a las cuales se pueda movilizar el conocimiento de los estudiantes, dicho sentido incluye una buena dosis de imaginación y creatividad (p. 169).

En otras publicaciones hemos formulado algunas preguntas sobre las características del *sentido de realidad*, la forma cómo se desarrolla, su incorporación en los programas de formación inicial y continuada de profesores, su relación con el conocimiento matemático y didáctico del profesor, etc. (Villa-Ochoa, 2009, Villa-Ochoa et al. 2009a, 2009b).

En este artículo discutimos sobre un fragmento de la investigación en donde encontramos una posible relación entre conocimiento construido en otras disciplinas académicas y el desarrollo de aquello que hemos denominado “sentido de realidad”. Así mismo, discutimos frente algunas implicaciones que dicho *sentido de realidad* tendría con respecto a la implementación de la modelación matemática apuntando a algunas de las funciones sociales de las matemáticas escolares, ya que según el MEN las matemáticas escolares en Colombia,

[...] debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos (MEN, 2006, p. 46).

En uno de los episodios presentados en la investigación (ver Villa-Ochoa et al., 2009a, p.175) se presentó a manera de historieta, una situación que parece estar presente en la cotidianidad de las aulas de clase. Se trata de la respuesta que comúnmente un profesor ofrece a sus estudiantes cuando se le hace la pregunta ¿Para qué sirven las matemáticas? Se muestra cómo el profesor de la historieta se limita a listar un conjunto de “contextos” en los cuales las matemáticas tienen aplicación, sin que ello implique una descripción de los contextos que le permita a los estudiantes

interpretar su realidad y abordar problemas a través de la modelación. A partir de este episodio, se observó cómo los profesores reportados en este documento, se identificaron con la situación de la historieta, aceptando que sus respuestas a la pregunta anterior, poco promueve en los estudiantes la interpretación, el análisis y la modelación la realidad inmersa en sus respuestas. En los siguientes comentarios pretendemos mostrar algunas ideas que los profesores expresaron frente a la pregunta ¿Para qué sirven las matemáticas?

Alberto: *Yo digo que eso depende del grado para el que uno va, yo digo, ¡sí!, sextico, y yo pienso que, ..., ¡sí!, sin las matemáticas no tendrían ropa. [...] pero de todas maneras, me quedo cortico [sin argumentos claros]. Para qué sirven? [...] es que en la universidad papito lo van a necesitar, los van a levantar [van a tener dificultades] pero sé que es una respuesta que surge por mi incapacidad de decirle: uh que las identidades trigonométricas, uh, yo no sé, claro que yo he dicho cuando no sé, que no sé, pero en este caso no he sido capaz. [...] Toca decirle al estudiante: no sé! Le toca decirle. ¡Hay que verlo, porque hay que verlo!*

Alexander: *Respecto a ese tema, uno dice, “si no existiera el sistema binario, el avión no volaría” cómo lo saca [argumenta] con electrónica? [este profesor es licenciado en Matemáticas y técnico en electrónica]. Pero cómo llevar al muchacho, si usted está viendo por ejemplo sistema binario, fuera del sistema binario, ese problema [cómo vuelan los aviones] tiene una gran cantidad de matemática ahí. Entonces, uno le muestra una partecita mínima y el muchacho se queda corto, pues el muchacho le está diciendo, “démelo todo”.*

Se observa en el diálogo como Alberto reconoce que sus respuestas a la pregunta en cuestión son insuficientes para develar las relaciones existentes entre las matemáticas y el “mundo real”. De igual manera, su relación con el mundo, no ha sido suficiente para que él mismo desarrolle un *sentido de realidad* que le posibilite identificar dichas relaciones y diseñar situaciones que le permitan plasmarlas en el aula de clase. Por su parte, el conocimiento que tiene Alexander frente a temas de la Electrónica, le han permitido “mencionar” las aplicaciones de las matemáticas al interior de esta área. Alexander argumenta que “los problemas de aplicación” de las matemáticas son complejos y requieren de muchas más matemáticas de las que se encuentran al alcance de los estudiantes. Este tipo de percepciones del profesor, le han imposibilitado diseñar e implementar situaciones en las cuales los estudiantes puedan abordar serios procesos de modelación que posibiliten la experimentación, búsqueda de datos, identificación de variables, regularidades, abstracciones y simplificaciones, elementos propios de la modelación como proceso en el aula. Se observa entonces, como la experiencia de Alexander en contextos académicos de la electrónica, le

ha posibilitado ampliar su sistema de relaciones entre las matemáticas y el “mundo real”, sin embargo, no ha sido suficiente para desarrollar un *sentido de realidad* que le permita materializar estas relaciones al interior de la escuela.

Con base en los elementos anteriormente presentados, notamos cómo la percepción que cada profesor tiene de las matemáticas y su relación con la realidad difiere, y depende por una parte de las experiencias que los profesores hayan tenido en su formación académica, y por otra, de las experiencias y del contacto que cada sujeto ha tenido con los contextos socioculturales en los cuales se desenvuelve.

El desarrollo de un *sentido de realidad* le permitirá al profesor determinar contextos en los cuales se presentan algunas *situaciones reales* (situaciones asociadas a los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes y de la escuela) que serían pertinentes a sus estudiantes y tomar las decisiones frente a su abordaje en las aulas de clase; de esta manera, el *sentido de realidad* actuaría [metafóricamente] “como una lupa con la cual el mismo profesor observa una realidad objetiva y le posibilita la (re)significación de dicha realidad a sus alumnos, a través de un proceso de modelación matemática” (Villa-Ochoa et al; 2009a, p. 169-170).

Teniendo en cuenta lo anteriormente dicho, llamamos la atención particularmente sobre el conjunto de *situaciones reales* que denominamos anteriormente, pues consideramos que son estas situaciones quienes aunadas con los contextos institucional y escolar pueden condicionar, de alguna manera, los procesos en cómo se desarrollan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Así, defendemos la idea que es el profesor quien debe tener en cuenta los intereses, conocimientos y capacidades de sus estudiantes y reconocer las diferencias entre ellos, sin embargo, también debe determinar los significados que los estudiantes atribuyen a las matemáticas escolares y negociarlos frente a las *situaciones reales* inmersas en contextos socioculturales le proporcionan, para lo cual el profesor requiere también desarrollar así mismo, esos significados y por tanto un *sentido de realidad*. De esta forma, el profesor promoverá en los estudiantes maneras que les posibiliten asumir a las matemáticas como un área que les permite reflexionar y posicionarse de manera crítica frente a algunas de las demandas sociales que sus contextos le imponen. Así mismo, la modelación se convierte en una herramienta que, más allá de su función didáctica, permite interpretar y (re)significar los contextos, acercándose cada vez más

hacia una de las funciones sociales de las matemáticas escolares declarada por el MEN y que mencionamos anteriormente.

Conclusiones

Los casos reportados en este artículo, evidencian que los profesores han aprendido que las matemáticas están en toda la naturaleza, en las demás ciencias, y en el contexto; pero aún no han aprendido a develarla. El *sentido de realidad* a través de la modelación matemática, apunta hacia esa necesidad de develar las matemáticas de los contextos socioculturales. De acuerdo con Skovsmose (1994), la modelación matemática siempre activa una comprensión sobre el fenómeno de estudio; en su trabajo, Skovsmose establece que un modelo matemático está siempre basado sobre una interpretación específica de la realidad, otra posibilidad no existe, no podemos entrar en contacto con la realidad sin estructurarla. Sin embargo, consideramos que dicha interpretación debe trascender las concepciones de realidad como algo artificial, inventado o revestido para ubicarse en realidades más cercanas a las necesidades a los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes y de la escuela. En este sentido, la comprensión de los conceptos matemáticos y por tanto, los modelos matemáticos, ocurren en términos de los contextos en los que se desenvuelve el estudiante en el aula de clase, en este caso, apoyamos la idea que adicionalmente sean contextos de índole social y cultural.

El caso de Alexander pone de relieve el hecho de que el *sentido de realidad* está fuertemente influenciado por las relaciones académicas vividas entre el sujeto y las matemáticas, aunque en este caso, se observa un conocimiento “técnico” sobre la mismas, sin embargo, el contacto con situaciones de modelación propias de los contextos sociocultural, parece propiciar cierto grado de familiarización y una nueva mirada a la realidad extraescolar promoviendo alternativas para la búsqueda de nuevos contextos para el trabajo de la modelación en el aula.

Finalmente, consideramos que una investigación en modelación matemática que pretenda desarrollarse para alcanzar las funciones sociales de las matemáticas escolares, debe incorporar elementos que reflexionen en torno a cuestiones como:

- Cuando hablamos de modelación matemática ¿De cuál realidad estamos hablando?

- ¿Cuáles son las limitaciones y posibilidades de la modelación matemática con respecto a un acercamiento al conocimiento de la “realidad”?

De esta forma, tal y como afirma Villa-Ochoa, Rojas y Cuartas (2010) es importante considerar que el papel de la modelación en el aula de clase debe permear la visión que los profesores tienen de la realidad social y cultural de su entorno; hecho que depende, en gran medida, de la capacidad de los docentes para la identificación de contextos reales para su abordaje, es decir, de su *sentido de realidad*.

Agradecimientos

La investigación fue financiada por la Dirección de Regionalización y el Comité para el Desarrollo de la de Investigación de la Universidad de Antioquia mediante acta N° 559. Al grupo FORDAD del CIEP-ASDEM por su apoyo al desarrollo de esta investigación, y a los miembros de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (www.recomem.com).

Referencias bibliográficas

Barbosa, J. C. (2009). Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 69-85.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Skovsmose, O. (1994) *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

Villa-Ochoa, J. A. (2009). Presente y futuro de la investigación en Educación Matemática en Colombia. En H. Blanco (Org.), *Memorias del décimo encuentro colombiano de Matemática Educativa*. San Juan de Pasto: Asocolme

Villa-Ochoa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19, 51-81.

Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrio, M., Osorio, J. A., & Ocampo, D. A. (2009a). Sentido de realidad y modelación matemática. El caso de Alberto. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2 (2), 159-180.

Villa-Ochoa, J. A., Berrio, M., Bustamante, C., Osorio, A., & Ocampo, D. (2009b). El proceso de modelación matemática. Una mirada a la práctica del maestro. En: P. Leston (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 22, pp. 1443-1452. Mexico: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Villa-Ochoa, J. A., Rojas, C., & Cuartas, C. M. (2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: Reflexiones acerca de la “realidad” en modelación en educación matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte* (29), 1-17.

Yin, R. (2009). *Case study research, Design and methods*. Thousand Oaks, California: Sage Publications, Inc.