



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo

Julio Hernando Romero

juliohernandorr@yahoo.com

Gloria García

gloriag@pedagogica.edu.co

Ivonne Tatiana Niño

ivoncila@hotmail.com

Grupo Didáctica de las matemáticas.

Línea Evaluación de las Matemáticas

Resumen

Este artículo, presenta un análisis de la organización en campos conceptuales, contexto de situaciones problemáticas y la actividad de resolver problemas, específicamente el multiplicativo, en los textos escolares de finales de la década del noventa y comienzos de la década del 2000, con base en aspectos propuestos por los Lineamientos Curriculares. El estudio muestra que si bien se han introducido algunas modificaciones en la presentación de invariantes de conceptos como la proporcionalidad, aún no se logra la organización didáctica de campos conceptuales en su relación a las características del contexto y a la actividad de resolución de problemas.

Referentes teóricos

Casi nadie duda del papel que desempeñan los libros de textos en la enseñanza de las matemáticas, entre los argumentos que sustentan esta importancia se pueden señalar los siguientes: en su elaboración se elige qué parte del significado de los conceptos y procedimientos se presentará, qué tipos de problemas y ejemplos se utilizarán para contextualizar el concepto. (Ortiz de Haro, 2002). Es claro entonces que son portadores de propuestas didácticas innovadoras y en algunas ocasiones se convierten en la única voz didáctica para desarrollar innovaciones o para promover cambios. Rico (1990) señala que uno de los factores que puede hacer fracasar los intentos de cambio que promueva una reforma curricular son los libros de texto, por cuanto el diseño de textos adecuados a los nuevos currículos requiere de asumir la elaboración de estos desde la perspectiva de integrar todas las dimensiones implicadas en las nuevas propuestas. Este en gran medida nos parece, que ha sido el papel y el reto que ha tenido que enfrentar la elaboración de libros de texto desde el lanzamiento de los Lineamientos Curriculares. Y ha sido un gran reto por las características de los Lineamientos, en tanto, como su nombre lo indica, proporcionan orientaciones y horizontes para la elaboración de planes y programas curriculares en niveles concretos de la educación básica (MEN, 1998), puesto que el documento solo ofrece elementos estructurantes para orientar la organización de los ejes conceptuales en los currículos. Específicamente para construir la estructura curricular se proponen cuestiones como: relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos; relacionar los contenidos en un contexto de situaciones problemáticas; la actividad de resolver problemas debe ser un objetivo primario y parte integral de la actividad matemática; organizar el currículo con tres grandes aspectos, procesos generales, contexto y conocimientos básicos relacionados con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional. (MEN, 1998, p 35).

Se recomienda para la organización de los contenidos *“superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual”* (MEN. 1998, p.82). Esta invitación da apertura a la posibilidad de establecer organizaciones curriculares complejas, en donde los conceptos se relacionen mediante conexiones lógicas entre ellos, en forma de redes, de dominios o en grandes bloques, es una propuesta innovadora que requiere de incorporar avances de la investigación en Educación Matemática, o en su defecto de propuestas desarrolladas por colectivos de profesores por cuanto la organización compleja hace ostensible relaciones entre conceptos y procedimientos desplegados en diferentes niveles. Cabe también señalar que esta forma de organización plantea *“que el desarrollo del pensamiento matemático se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso y que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado”*.(P.83).

Una propuesta en este sentido es la teoría del Campo Conceptual (CC) elaborada por Gérard Vergnaud (1985) Un ejemplo concreto de esta teoría es el campo conceptual multiplicativo (CCM), puesto que es una herramienta potente que integra, como elemento o núcleo, a una masa de conceptos para dar cohesión al currículo, la instrucción, el aprendizaje, la valoración y la evaluación. De igual manera, el CCM proporciona también una perspectiva de desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes en la Educación Básica, en tanto muestra formas típicas de cómo los aprendices progresan hacia competencias cada vez más complejas. El CCM integra los siguientes conceptos: multiplicación, división; fracción como operador, como razón; aplicaciones lineales, combinaciones lineales de magnitudes, análisis dimensional y conceptos asociados como variable, función dependencias e independencia.

El CCM se asume como un campo vertebrador que abarca desde la aritmética, lo numérico, lo geométrico, lo algebraico y aspectos de lo probabilístico. Vergnaud señala que este campo desarrolla el razonamiento multiplicativo como una de las dimensiones de la competencia.

Estos principios son retomados en la propuesta de los pensamientos tanto numérico como variacional.

Aspectos metodológicos

Este estudio es de carácter documental, se tomaron como fuentes doce (11) libros de texto de matemáticas de la educación básica. Los criterios de selección fueron: grados donde los conceptos asociados al CCM son objeto de enseñanza: la multiplicación en tercero; la proporcionalidad en séptimo y la función lineal en octavo; la fecha de publicación del texto. Para este criterio se tomó como referencia el año de divulgación de los Lineamientos Curriculares; de esta manera, se eligen cuatro libros publicados antes de 1998 y siete después. La finalidad de esta selección es poder comparar el grado de innovación puesto que como hemos señalado los libros de texto son uno de los factores que puede hacer fracasar los intentos de cambio que promueve una reforma curricular.

Para la revisión de los textos se utilizan las siguientes categorías de análisis:

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS
ORGANIZACIÓN DEL CONTENIDO PRESENTADO EN LOS TEXTOS, EN RELACIÓN CON EL RAZONAMIENTO MULTIPLICATIVO	Contenidos fragmentados y compartimentalizados.
	Secuencia lineal de los contenidos
	Organización en una estructura de red de contenidos
CARACTERÍSTICAS DE LA SITUACIÓN	Contexto
	Representación
	Invariantes

Tabla N° 1. Categorías de análisis del estudio



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

APARTES DEL ANÁLISIS DE LOS TEXTOS

Libros de textos de grado tercero

Libros publicados antes de 1998

En el libro impreso en el año **1991** se utilizan: representaciones pictóricas, algoritmos de multiplicación en configuración horizontal y vertical, y tablas que hacen ostensible las relaciones entre espacios de medida en contextos relacionados con actividades prácticas del hombre y las matemáticas. El invariante del concepto de la multiplicación es la suma repetida; la soluciones a las relaciones entre espacios de medida son soluciones aritméticas y no se utiliza operadores escalares o funcionales. La división se define como la operación inversa a la multiplicación; la invariante del concepto, los ejemplos y los ejercicios plantean la división como reparto de una cantidad. El área se presenta mediante el recubrimiento de una figura con un cuadrado de medida dada, es decir se calcula por el conteo, evitando así la bidimensionalidad y por consiguiente la multiplicación.

La estructura del texto de tercero que se publicó en 1991, plantea una serie de contenidos que configura un listado de grupos de conceptos compartimentalizados.

Libros publicados después de 1998

En el texto publicado en el **2001**, la invariante del concepto de multiplicación, no es solo el de suma repetida; se presenta un ejemplo en donde se utiliza la multiplicación como producto cartesiano de dos conjuntos. En esta situación se le pregunta al estudiante por el número de maletas que se pueden fabricar teniendo en cuenta su modelo y color (recorte N° 1)

Modelos diferentes de maleta	Azul	Roja	Verde	Negro

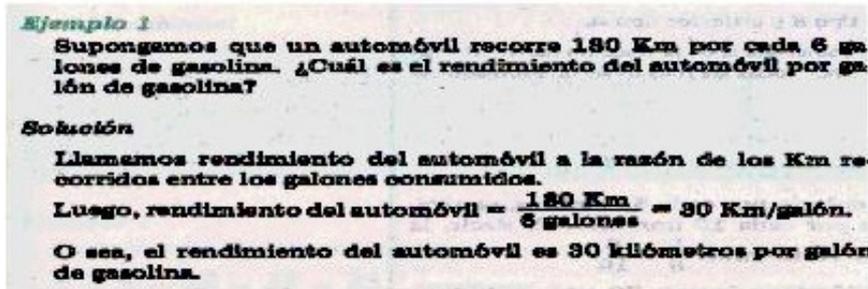
Recorte N°1. Fragmento del libro de texto de grado tercero publicado en el 2001

Las representaciones que se usan son: los íconos (arreglos rectangulares), tablas de relación de magnitudes y enunciados verbales. La invariante de la división es el reparto de partes iguales (se plantea en relación con resta sucesivas). La multiplicación se usa como herramienta para las conversiones entre unidades de medidas unidimensionales y para calcular el área de rectángulos. El contexto que se utiliza en las situaciones se refiere a actividades prácticas del ser humano y las matemáticas. Los contenidos que se presentan en el texto, al igual que en el libro de 1991, se muestran parcelados y aislados unos de otros.

Libros de textos de grado séptimo

Libros publicados antes de 1998

La presentación de la proporcionalidad en el texto publicado en **1984**, parte de la invariante de la razón como el cociente de la división entre dos números. En este sentido, en los ejemplos que se plantean se resuelven ejercicios en donde se utiliza una división entre cantidades de dos magnitudes distintas (recorte N°2). De acuerdo a la manera como se resuelve el ejemplo, se puede establecer que no se indica relación alguna entre la razón y la multiplicación



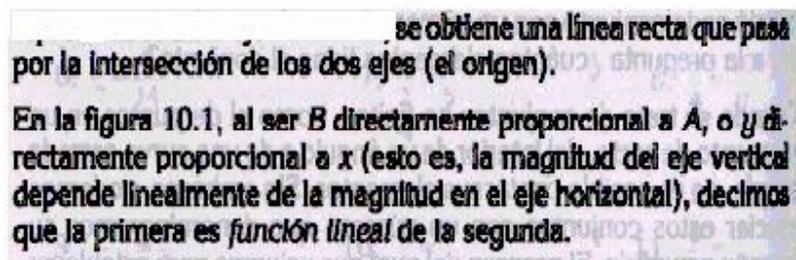
Recorte N°2 Fragmento del libro de texto de grado séptimo publicado en 1984

Se estudia el concepto de proporcionalidad, definiendo la proporción como igualdad de razones y estableciendo dos casos posibles para las constantes de proporcionalidad entre medidas de magnitudes: cuando se indica como $x/y=k$, y como $xy=k$; para el primer caso se configura la proporcionalidad directa y para el segundo la proporcionalidad inversa. Finalmente, se expone la regla de tres como el algoritmo que permite resolver problemas de aplicación de la proporcionalidad.

Los ejercicios se presentan en contextos relacionados con actividades prácticas del hombre, de las matemáticas y de otras ciencias; además, se privilegia el uso de los enunciados verbales y las tablas como representaciones para presentar la información, la gráfica no se tiene en cuenta.

Los contenidos presentes en el libro, se muestran como un listado de temas que se van desarrollando a lo largo del texto, sin que se establezcan relaciones entre ellos.

Al estudiar el libro de texto publicado en 1993, por la misma editorial y con los mismos autores que el de 1984, se encuentra que el inicio de la presentación del concepto de proporcionalidad es similar en ambos textos. Sin embargo se destaca que en el segundo libro, se incluye un apartado titulado: correlación y proporcionalidad; en donde se muestra la representación gráfica de la proporcionalidad directa entre dos magnitudes y se establece que



Recorte N°3. Fragmento del libro de texto de grado séptimo publicado en 1993

Como se ve, en el libro de texto de 1993 se vincula la proporcionalidad con la función lineal, aunque la razón sigue siendo un concepto aislado de las relaciones multiplicativas. Páginas más adelante, se incluye un apartado en donde se presentan las funciones lineal y afín, destacando las propiedades de la primera y definiendo la segunda a partir de su representación algebraica. El nexo que se establece entre la proporcionalidad y las funciones lineal y afín, constituye un avance significativo en la intención



de construir propuestas en donde los contenidos matemáticos no se presenten de manera desfragmentada y compartimentalizada. Sin embargo, no se plantean suficientes ejercicios o problemas que se resuelvan mediante el uso de las funciones lineales y afines.

En el libro de 1993, a diferencia del de 1984, se involucra la gráfica para representar variaciones de proporcionalidad directa. Sin embargo, al igual que en el texto de 1984, se sigue privilegiando la tabla y la descripción verbal en el planteamiento de ejemplos y ejercicios de aplicación, en donde los contextos se relacionan con actividades prácticas del hombre, de las matemáticas y de otras ciencias.

Libros publicados después de 1998

En el texto que se publicó en 1999, se estudia la proporcionalidad en dos unidades denominadas Variación proporcional y Aplicaciones de la proporcionalidad. En la primera, se inicia proponiendo la situación, que se muestra en el recorte N°4.

Para dar respuesta a las dos primeras preguntas, es necesaria la correspondencia entre magnitudes, la cual puede observarse gracias a la lectura de tablas que propone el texto para esta situación. En la primera pregunta llama la atención la existencia de un operador escalar ($\times 3$) que permite establecer que a triple cantidad de azúcar le debe corresponder el triple precio de la primera cantidad. En otras palabras se está haciendo uso de una importante característica de la proporcionalidad (homogeneidad $af(x) = f(ax)$).

4. Camilo, en su tienda de víveres, relaciona en una tabla el peso (en kilogramos) del azúcar y el precio correspondiente. Veamos la tabla 4.5.

Azúcar	
Peso kg	Precio \$
1	900
2	1800
3	2700
4	3600
5	4500

Tabla 4.5

Al comparar los kilos de azúcar y los precios en la tabla, deducimos que cuanto mayor es el peso en kilogramos de azúcar, mayor es el precio.

¿Puedes afirmar que a triple cantidad de azúcar triple precio?

¿Cuál es el precio de 5 kg de azúcar?

Recorte N°4. Fragmento del libro de texto de grado séptimo publicado en 1999.

Luego de esta introducción en el tema, se plantea la equivalencia entre razones, para definir la constante de proporcionalidad. Más adelante, se plantea la gráfica cartesiana como una representación de la proporcionalidad directa, allí se muestra la gráfica de una función lineal, aunque no se hace alusión a ella. En la lección que titulan ley de la proporcionalidad directa, se destaca la relación que establecen entre la constante de proporcionalidad con el operador funcional ($\times 9$) que permite establecer la expresión algebraica que representa la situación. (Recorte N°5).

En la lección de aplicaciones de la proporcionalidad, se plantean: las reglas de tres simple directa, simple inversa y compuesta; además de dos apartados dedicados a: aplicaciones en el campo de la economía y el reparto proporcional. En la lección dedicada a la regla de tres simple directa, se presenta una situación, y se muestran diferentes procedimientos para su solución. Tres de las cuatro soluciones propuestas recaen sobre las propiedades de linealidad y la otra plantea una proporción en donde se halla la cuarta proporcional; con estas soluciones se concluye que para resolver un problema de regla detrás simple directa se puede emplear el algoritmo para encontrar la cuarta proporcional, o aplicar las propiedades de linealidad.

Consideremos nuevamente la situación dada en el ejemplo 1.

¿Cómo logramos obtener el precio de cualquier peso en kilogramos de azúcar? Observemos la tabla 4.15.

Peso en kg de azúcar	Precio (COP)
1	900
2	1800
3	2700

Tabla 4.15

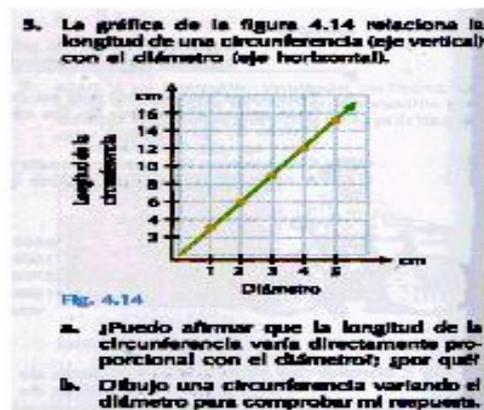
Para obtener el precio de cualquier peso multiplicamos por 900, que también es el valor del cociente: $\frac{\text{Precio}}{\text{Peso}}$.

Este factor multiplicativo que es la constante de proporcionalidad k permite escribir la ley que relaciona la variación directamente proporcional entre dos cantidades. Para nuestro ejemplo la ley se escribe:

$$\text{Precio} = k \cdot \text{peso}$$

Recorte N°5. Fragmento del libro de texto de grado séptimo publicado en 1999

Las situaciones que se plantean en el libro de 1999, ya sean como ejemplos o ejercicios, se enmarcan en contextos diversos que se relacionan con actividades prácticas del hombre, con asuntos propios de las matemáticas, profesiones como la economía y ciencias como la química y la física principalmente. Aunque se privilegia la descripción verbal como representación en las situaciones que se plantean, son varias aquellas que utilizan representaciones gráficas en sus enunciados, como la que se muestra en el recorte N°6.



Recorte N°6. Fragmento del libro de texto de grado séptimo publicado en 1999

En el libro de 1999 se logran determinar un mayor número de relaciones entre los conceptos que se presentan, en comparación con el texto de 1993; esto configura un avance significativo en la organización de redes de conceptos, aunque no se logra una estructura que relacione todos los temas.

Finalmente, es necesario aclarar que se analizaron otros dos libros de texto de grado séptimo publicados después de la expedición de los Lineamientos Curriculares. Estos textos, se seleccionaron por haber sido escritos por los mismos autores, con el mismo título y bajo el sello de la misma editorial, los años de publicación fueron: **2001 y 2003**. En ellos se encontró que las diferencias con el de 1991 son únicamente de forma, tales como: cambio en la ilustración de los ejemplos y ejercicios (se insertaron fotografías en el lugar que ocupaban algunos dibujos), inserción del enunciado del logro de aprendizaje al inicio de cada lección y de estándares al inicio de cada unidad, inclusión de íconos en los numerales de los ejercicios para clasificarlos según los procesos cognitivos que exige cada uno.



Libros de textos de grado octavo

Libros publicados antes de 1998

En el libro de **1984**, la definición de función lineal se da a partir del tratamiento de conjuntos, donde se define un conjunto de partida (dominio) y uno de llegada (codominio) y una forma de escribir estas funciones es mediante el conjunto de parejas ordenadas, se representan funciones reales (dominio y codominio real) y se define la función lineal, su pendiente y propiedades en el plano. Las representaciones mostradas son la sagital, canónica, algebraica, tabular, cartesiana. Los ejercicios y ejemplos presentados son respecto al plano cartesiano y las propiedades de la recta (pendiente, puntos de corte). De esta manera, la invariante del concepto de función lineal, es una aplicación en donde su fórmula tiene la siguiente forma: $y = mx+b$ y su gráfica es una línea recta. Se privilegia el uso de la representación gráfica y se plantean propiedades de esta como la pendiente y el punto de intersección con el eje y .

Los contenidos al interior del libro, se organizan de manera lineal, desde la presentación de los conjuntos hasta el establecimiento de las características de la recta.

En el texto de 1984, se proponen ejercicios con contextos únicamente matemáticos.

Libros publicados después de 1998

En los libros posteriores a los Lineamientos (**2000, 2003 y 2005**) se relaciona la función con la variación, dependencia e independencia de variables, constante de variación y razón de cambio (pendiente), variable discreta y continua. Las representaciones que se usan son: tabular, sagital, descripción verbal, cartesiana, y algebraica, se establece diferencia entre la función afín y lineal. En los ejercicios se presentan problemas tanto de la cotidianidad del hombre como de la matemática (permite predecir el cambio, y tienen dimensión). La única diferencia entre los tres libros es el cambio en la diagramación y la presentación, mientras que en los libros se proponen una mayor cantidad de ejercicios y ejemplos (todos los temas inician con un ejemplo-ejercicio), con uso de diversas representaciones.

A manera de conclusiones

- En los libros de grado tercero publicados antes de 1998, la única invariante del concepto de multiplicación es la suma reiterada de un mismo número, mientras que en el texto publicado después de los Lineamientos, se plantea la multiplicación como producto cartesiano.
 - La invariante de la división, en todos los textos de tercero, es la de repartos en partes iguales de una cantidad dada.
 - En todos los textos de grado tercero que se analizaron, se plantean situaciones cuyo contexto se relaciona con actividades prácticas del hombre y de las matemáticas; las representaciones que se utilizan son: los íconos y las tablas.
 - En cuanto a la organización del contenido, existen pocas diferencias entre los libros de texto publicados antes y después de 1998; en los primeros, se establece un conjunto de temas desconectados unos de otros, en los segundos se establecen relaciones entre algunos conceptos configurándose grupos de ellos aislados unos de otros.
 - Para los libros de grado séptimo, la invariante del concepto de razón es el cociente entre cantidades de magnitudes, esa idea se plantea en los textos publicados antes y después de los Lineamientos, aunque en los últimos no se establece una definición explícita.
-

- En el texto de 1984 para grado séptimo, la proporcionalidad se trata como un concepto totalmente aislado de otros que se relacionan con la estructura multiplicativa. Mientras que el libro de 1991 establece vínculos entre proporcionalidad y función lineal, lo mismo ocurre en los textos de 1999, 2001 y 2005. La forma de organización del contenido presenta un mayor número de relaciones entre conceptos, en los libros publicados después de 1998; lo que constituye un avance significativo, aunque aún incipiente, en la intención de organizar los libros en términos de campos conceptuales que involucren conceptos y procedimientos ínter estructurados y vinculados entre sí.
- En los textos más recientes de los grados séptimo y octavo, se le da importancia al uso a la gráfica como representación de la función lineal. Sin embargo el predominio (tanto antes como después de 1998) es el empleo de la descripción verbal y las tablas.
- En todos los grados se logra determinar que la propuesta de los Lineamientos Curriculares impactó la elaboración de textos escolares y se plantean diseños en donde se establecen relaciones entre conceptos, que hasta antes de 1998 no se visualizan en los libros. Se enriquecen los contextos de las situaciones y se aumenta el número de representaciones en los enunciados de los ejercicios y ejemplos.

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional. (1998) *Lineamientos curriculares. Área de matemáticas*. Cooperativa editorial MAGISTERIO.

Ortiz de Haro. (2002) ¿Qué aportan las investigaciones sobre el libro de texto a la didáctica de las matemáticas?. Revista de educación de la universidad de Granada. Granada, España

Vergnaud (1991). El niño, las Matemáticas y la realidad. México D.F: Ed. Trillas
