

Atención al pensamiento matemático, al desarrollo de procesos lógicos y a la diversidad en el club de matemáticas de la UPN

Lyda Constanza Mora Mendieta
lmendieta@pedagogica.edu.co

Profesora Universidad Pedagógica Nacional
Yancy Dilene Campo Lozano
ycampos@pedagogica.edu.co

Profesora Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D. Santa Martha

María Rosa González Barbosa
mrgonzalez@pedagogica.edu.co
Profesora Universidad Pedagógica Nacional
I.E.D. San Pedro Claver.

Resumen

Al diseñar una propuesta curricular es deseable que ésta ofrezca oportunidades educativas reales a la diversidad de estudiantes que asisten a las instituciones. Parte de esta diversidad, la constituyen los niños(as), y jóvenes talentosos en matemáticas, quienes usualmente no son identificados ni atendidos al interior de las instituciones de educación básica y media (MEN, 2006). En el contexto de esta realidad el Club de Matemáticas de la UPN, es un espacio que permite el desarrollo de pensamiento matemático y de procesos lógicos en los estudiantes que muestran un alto interés por el estudio de las matemáticas, y son considerados por sus profesores como estudiantes más capaces en esta área.

Presentación

El Club de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), es un espacio dedicado al estudio de las matemáticas cuyo interés principal es atender a los niños, niñas y jóvenes de la educación básica o media que desean potenciar su pensamiento matemático. Actualmente, participan estudiantes de colegios distritales (mayores de 12 años) que muestran, generalmente, alto desempeño e interés por las matemáticas, según lo indican los profesores de sus instituciones escolares.

Inició en el segundo semestre del 2005 como una necesidad de Práctica Educativa del Departamento de Matemáticas de la UPN, momento a partir del cual se han obtenido resultados satisfactorios en relación con su función _la atención a estudiantes que gustan de las matemáticas_ y la realización de cursos en los que se abordan temáticas poco usuales en el currículo escolar colombiano, y que a la vez potencian capacidades de los jóvenes asistentes; además de constituirse en una experiencia enriquecedora en la formación del futuro profesor de matemáticas, al ser ellos quienes orientan los cursos que se ofrecen cada semestre con la asesoría de profesores del Departamento de Matemáticas.

¿Cómo funciona el club de matemáticas de la UPN?

Los participantes del Club asisten los días sábados a las instalaciones de la Universidad entre las 8:00 a.m. y 12:00 m. Inicialmente no se hacía algún tipo de selección, se aplicaba una prueba a partir de la



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

cual se ubicaban los estudiantes de acuerdo con sus intereses y habilidades (o falencias) identificadas en las respuestas de la prueba, pero debido a la gran demanda la prueba adquirió un carácter de clasificación, pues los recursos con que cuenta el club no son suficientes para responder al número de cupos solicitados por la instituciones.

Las actividades propuestas en el club son diseñadas, implementadas, evaluadas y retroalimentadas por maestros de matemáticas en formación que cursan práctica educativa II o III bajo la asesoría de profesores del Departamento de matemáticas de la UPN. El Club cuenta con la coordinación de una profesora de planta y el apoyo de estudiantes monitores.

El Club de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional desde su creación ha sido un semillero para la ejecución de proyectos de práctica y trabajos de grado, algunos de los desarrollados hasta ahora son: "*Algunas conjeturas aritméticas a partir de relaciones geométricas*"(2006), el diseño de una página Web para el Club (<http://clubmatupn.6te.net>), parte central del trabajo de grado "*Un espacio para comunicarnos y construir nuestro club: Club de Matemáticas UPN*" (2007). Además, los trabajos desarrollados en el club han sido presentados por practicantes y algunos niños del club en algunas versiones de los Encuentros de Geometría y Aritmética.

El Club inició con el curso Elementos I, en el cual se estudiaron objetos geométricos a partir de la visualización, la generalización y construcción de conceptos, todos, procesos lógicos; también se estudiaron elementos de aritmética y álgebra, como: el conteo, la medición, localización y diseño. Las temáticas abordadas hasta el primer semestre del 2008 son: Elementos de Geometría, Elementos de Aritmética y Álgebra, Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos, Teselados, Estudio de estructuras algebraicas clásicas a partir de rosetones, frisos y papel de colgadura, De los poliminós a la divisibilidad, Particiones de números, iniciación a la teoría de los grafos, Técnicas de conteo en matemática discreta, Geometría dinámica del trilado, Acercamiento a la teoría de grafos, Grupos cristalográficos planos, Sucesiones y arte, Criptografía, Geometría 3D, Teoría de juegos y Fractales.

Un ejemplo del pensamiento matemático y de los procesos lógicos que se potencia en los cursos del Club, es el desarrollo del pensamiento geométrico que: "*abarca ideas diversas vinculadas tanto a la concepción del espacio (visualización espacial, representación espacial, imaginación espacial), como a la estructuración lógica de un tipo particular de geometría*"(Cruz, 2006.p.535).

Para mayor ilustración se cita de uno de los cursos implementados durante el segundo semestre del 2007 y el primer semestre del 2008, *Geometría 3D*, en el que se construyen, caracterizan y establecen diferencias y semejanzas entre los sólidos Platónicos, Arquímedeanos, de Kepler y Poinot, Prismas y Antiprismas. Estos sólidos fueron elaborados utilizando recursos didácticos como: el zometool, la papiroflexia, las plantillas y modelados con el software educativo Cabri 3D; herramientas que le permita a los niños del club "*...Manipular las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellas, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales* (MEN, 1998. p. 56), la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, la discusión de conjeturas potenciando así el desarrollo del pensamiento geométrico.

Referentes teóricos

El pensamiento matemático y el desarrollo de procesos lógicos

Cantoral (2000), manifiesta que para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes es necesario diseñar situaciones donde: "(i) Los alumnos se responsabilicen en la organización de su actividad para tratar de resolver el problema propuesto... (ii) La actividad de los alumnos esté orientada hacia la obtención de un resultado preciso, previamente hecho explícito por el profesor y que pueda ser identificado por los propios alumnos ...(iii) La resolución del problema planteado implica la toma de

múltiples decisiones por parte de los alumnos, y la posibilidad de conocer directamente las consecuencias de sus decisiones a fin de modificarlas para adecuarlas al logro del objetivo perseguido... (iv) Los alumnos pueden recurrir a diferentes estrategias para resolver el problema planteado, estrategias que corresponden a diversos puntos de vista sobre el problema..." (Cantoral, 2000, p.56). Las acciones antes descritas de Cantoral, exigen participación activa de los estudiantes, desde el trabajo organizado y reflexivo que deben ejecutar para llegar a la solución de los problemas planteados, hasta la validación que debe hacer de sus propios resultados.

El avance en el pensamiento matemático, implica el desarrollo de procesos lógicos, el grupo de Álgebra de la UPN² denomina como proceso lógico a una secuencia de pasos ordenados que atienden a ciertas reglas lógicas, cuyo resultado es posible de validar, según criterios establecidos, que pueden estar basados en normas compartidas por una comunidad particular; la mayoría de ellos, transversales en la construcción de cualquier tipo de conocimiento, es decir, en cualquier área del saber. Se denominan procesos matemáticos lógicos a aquellos procesos lógicos perfeccionados en las matemáticas; por ejemplo, el proceso lógico de medir es matemático cuando se establece distancia entre el proceso físico y el proceso abstracto de la medición. Ningún proceso se da a parte de otro, siempre se relacionan unos con otros; por ejemplo, el proceso de representar es un proceso compuesto de otros, está vinculado con procesos más simples como simbolizar, codificar, decodificar, visualizar, modelar, y no se presenta de manera aislada sino que habitualmente aparece junto con los procesos de abstraer, clasificar, sintetizar, conjeturar y generalizar.

A continuación se fijará el significado que algunos procesos, y que en otros contextos pueden tener significados diferentes.

Simbolizar: es un proceso mediante el cual se expresa de forma abreviada los aspectos que tienen en común algunas situaciones². También significa estar en capacidad para concebir que algo tome el lugar de otra cosa. Consiste en expresar con signos o símbolos una idea, por ejemplo el símbolo π representa la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Los símbolos implican relaciones entre los signos y el significado, una representación simbólica es escrita o hablada con el fin de facilitar la comunicación de un concepto (Dreyfus, 1991).

Visualizar: es un proceso por el cual se pueden hacer representaciones mentales (Dreyfus, 1991) que reposan sobre sistemas de representación concretos, con artefactos externos que pueden ser realizados materialmente; por ejemplo, gráficas, fórmulas algebraicas, diagramas de flechas y tablas de valores. Las representaciones mentales son creadas en la mente sobre la base de estos sistemas de representación concretos. En muchos casos varias representaciones mentales de un mismo concepto pueden complementarse de una a otra y eventualmente integrarse en una sola representación del concepto, este proceso de integración está relacionado con la abstracción.

Abstraer: es un proceso mediante el cual se logra un cambio en el nivel de representación, donde se da una transición de los objetos de una representación y las relaciones entre ellos, a una nueva representación donde los objetos son las relaciones entre los objetos de la anterior.

² Secciones de este escrito fueron tomadas de Luque, C., Mora, L., Torres, J., Ángel, L., Avila, J., Fonseca, J. & Jiménez, H. Grupo de Álgebra. (2007). Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: Representar y abstraer. (Proyecto DMA-008-05). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional, Centro de investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de matemáticas y de Luque, C., Mora, L. & Páez, J. (2001). Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. El proceso matemático de contar e inducir. Bogotá, D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.

³ Para ampliar esta idea, puede consultarse: Alonso, F., Azcárate, A., Barbero, C., Dozagarat, J., Fuentes, I., Gutiérrez, S. et al. (1993). Ideas y actividades para enseñar álgebra. Madrid: Síntesis.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

Generalizar: es un proceso mediante el cual se deriva o induce de casos particulares un comportamiento general identificando los aspectos que tengan en común los casos particulares, con el fin de ampliar el dominio de validez de las afirmaciones que sobre ellos se hacen. Este proceso está relacionado con el proceso de conjeturar.

Conjeturar: consiste en suponer cierta una afirmación válida para algunas situaciones particulares más allá de los casos observados.

Sintetizar: significa combinar o componer partes para construir con ellas un todo, estableciendo relaciones y conexiones entre ellas; este todo a menudo es más que la suma de sus partes.

Codificar: consiste en escribir una información con un sistema de símbolos, junto con una sintaxis y una semántica, donde se definen las correspondencias de algunos símbolos básicos y sus reglas de combinación con otro sistema de símbolos, estableciendo una biyección con el fin de cifrar una idea.

Decodificar: es traducir cierta información codificada de un sistema de símbolos a otro, con el fin de descifrar una idea.

Modelar: consiste en encontrar una representación matemática, es decir, una teoría o una estructura matemática de un objeto o proceso no matemático, que incorpora las propiedades esenciales del objeto o proceso y que puede ser usado para estudiar su comportamiento. Este proceso es habitualmente usado para hacer representaciones de situaciones físicas, económicas, climáticas, entre otras. Hay una interesante conexión entre modelo y representaciones mentales; en la modelación la situación o sistema es físico y el modelo es matemático, mientras que en la representación mental el objeto a ser representado es la estructura matemática y el modelo es la estructura mental (Dreyfus, 1991).

La diversidad en las instituciones escolares

La atención a la diversidad en la educación básica y media, surge en el reconocimiento de aceptar que *"cada niño tiene características, intereses, capacidades y necesidades que le son propias; si el derecho a la educación significa algo, se deben diseñar los sistemas educativos y desarrollar los programas de modo que tengan en cuenta toda la gama de esas diferentes características y necesidades"* UNESCO, (1994, citado por UNESCO, 2004). Es decir, que se debe brindar atención a la diferencia de los estudiantes, de lo contrario se corre el riesgo de que algunos no desarrollen plenamente sus capacidades o experimenten dificultades de aprendizaje, en el caso particular de los estudiantes talentosos, puede traer como consecuencia la pérdida y el deterioro de esas capacidades excepcionales.

El caso de la atención al talento matemático es en la actualidad un tema de gran interés para la comunidad de educadores matemáticos, lo que puede evidenciarse, por ejemplo en los grupos de estudio propuestos en ICME 10 (TSG-4) o ICME 11 (TSG-6).

...la atención educativa de alumnos con talento es incipiente y poco sistemática, ya que los países han centrado sus esfuerzos en las necesidades educativas especiales de aquellos con discapacidad o problemas de aprendizaje. Aunque todos los países cuentan con cierto grado de normatividad en relación con los alumnos con talento, su nivel de aplicación es escasa, razón por la cual no se destinan los recursos necesarios, por lo que el mayor número de programas son de iniciativa privada (...) Uno de los aspectos clave para lograr lo anterior es la formación de los docentes y el desarrollo de investigaciones que generen conocimientos en relación con los niños y niñas con talento. (Machado, 2004, p. 13)

Particularmente la escasa investigación en Colombia a este respecto (Maz, A., Torralbo, M. & Villarraga, M., 2004), sustenta la necesidad de determinar procesos de identificación de estudiantes con talento en matemáticas atendiendo a: las orientaciones que en este asunto se han propuesto desde el Ministerio

de Educación Colombiano (MEN, 2006) y al estado del tema a nivel internacional. En vista de la prioridad que tiene la atención a la diversidad, es necesario realizar procesos de identificación de aquellos niños(as) y jóvenes talentosos en matemáticas, por ello el Grupo de Álgebra de la UPN desarrolla el proyecto de investigación financiado por el Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica (CIUP), cuyo título es: ***El Club de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional: Un espacio para identificar talentos en matemáticas***, vigencia 2008 – 2009.

Metodología

Cada uno de los cursos desarrollados en el Club de Matemáticas, pretenden promover un ambiente de construcción social del conocimiento matemático, a través de dinámicas de participación activa de cada uno de sus integrantes, utilizando diversos materiales; esto implica la participación activa del aprendiz, la creación de estrategias novedosas que capturen la atención de los niños por parte del docente y que posibiliten el desarrollo del pensamiento matemático, el profesor es un orientador que guía el aprendizaje, la interacción social entre pares y con el maestro juega un papel fundamental ya que la socialización de actividades conlleva a crear un conocimiento compartido. Lo antes descrito, genera en los estudiantes seguridad y gusto por el estudio de las matemáticas, así mismo son más reflexivos y críticos frente a lo que ellos y sus compañeros hacen.

De otra parte, las situaciones que se proponen en los cursos favorecen

- El desarrollo de los procesos del pensamiento matemático, a saber: "... *la manipulación (...); la formulación de conjeturas (...); la generalización (...); la argumentación*" (MEN, 1998).
- El desarrollo de procesos lógicos, que *corresponden a ciertas actividades cognitivas³ como: recordar (reconocer), relacionar (asociar), comparar (medir), hacer analogías, justificar pasos y secuencias, clasificar (hacer equivalencias), ordenar, agrupar, componer (hacer síntesis), analizar (separar), invertir procesos, demostrar (inferir), generalizar (reconocer regularidades), abstraer, aplicar, evaluar, usar símbolos, sustituir (traducir), aplicar fórmulas, expresar regularidades en términos abstractos, tantear (poner a prueba ideas), interpretar geoméricamente, contar (calcular), transformar, interpolar y extrapolar, entre otros, la mayoría de ellos, transversales en la construcción de cualquier tipo de conocimiento, es decir, en cualquier área del saber.* (Luque, et al. 2001)

Conclusiones

- La educación no puede continuar homogenizando, sino que debe dar paso a una educación heterogénea, donde todas las personas tengan la posibilidad de desarrollar sus capacidades, respondiendo así a características y necesidades particulares.
- La elaboración de cada currículo institucional debe pensar en la construcción de programas de atención a los estudiantes con altas capacidades de aprendizaje e interés por el estudio de las matemáticas.
- El aula de matemáticas debe convertirse en un espacio que realmente posibilite el desarrollo del pensamiento matemático, de acuerdo a las capacidades de cada individuo.

³ En términos de Cerchiaro, Paba, Sánchez y Tapia (2006):

El término cognición es utilizado por los psicólogos para designar el proceso de conocer. Refleja la manera como el individuo construye una base de conocimientos y los aplica, con sus propias estrategias, en ambientes diferentes; este concepto incluye actividades tales como percibir, observar, discriminar, identificar detalles, recordar, secuenciar, inferir, comparar, categorizar, describir, identificar causa efecto, predecir, analizar, resumir, razonar lógicamente y solucionar problemas (...) la cognición se considera entonces como un proceso activo e interactivo, es decir, es un proceso dialéctico, un constante ir y venir entre el individuo y el ambiente. (Parra 2-3)



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

- El Club de Matemáticas es un espacio de encuentro entre estudiantes en donde se promueve el desarrollo de pensamiento matemático, y se privilegian procesos como: la visualización, la generalización, el conjeturar, el sintetizar, entre otros.

Bibliografía

Cantoral, R. y cols. (2000). Desarrollo del pensamiento matemático. México: Trillas.

Cruz, C. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático y del pensamiento estratégico. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama, A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (pp.471-553). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemáticas Educativa, A.C.

Luque, C., Mora, L., Torres, J., Ángel, L., Avila, J., Fonseca, J. & Jiménez, H. Grupo de Álgebra. (2007). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: Representar y abstraer*. (Proyecto DMA-008-05). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional, Centro de investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de matemáticas.

Luque, C., Mora, L. & Páez, J. (2001). Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. El proceso matemático de contar e inducir. Bogotá, D.C.:Universidad Pedagógica Nacional.

Maz, A., Torralba, M. & Villarraga, M. (2004). La educación de niños con talento en Colombia. En: M. Benavides, R. Blanco, E. Castro & A. Maz (Eds.), *La Educación de Niños con Talento en Iberoamérica*. (pp. 15 - 21) Extraído el 10 de agosto, 2007 de http://www.unesco.cl/medios/biblioteca/documentos/educacion_ninos_talento_iberamerica.pdf

MEN (2006). Orientaciones para la atención educativa a estudiantes con talentos o capacidades excepcionales. Extraído el 10 de agosto, 2007 de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-85589.html>

MEN (1998). Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá.