



## El azar y la probabilidad desde el juego

**Sandra Maria Morales Múnera**  
smoralesmunera@gmail.com  
Institución Educativa: José Miguel De Restrepo

**Edison Alexander Restrepo**  
edisonarg15@hotmail.com  
Institución Educativa: José Miguel De Restrepo

### Resumen

*El azar es inherente a nuestras vidas. Se nos presenta de distintas formas en múltiples situaciones cotidianas que exigen ser resueltas, recurriendo generalmente a la intuición. Pero las intuiciones en probabilidad con frecuencia nos engañan y una enseñanza formal es insuficiente para superar los sesgos de razonamiento que pueden llevar a decisiones incorrectas (Batanero, 2006). Este trabajo tiene como propósito abordar el análisis combinatorio y probabilístico a través actividades que involucran el juego y las TIC como mediadores en el fortalecimiento del pensamiento aleatorio. La metodología se ejecuta en dos momentos, en el primero se presentan actividades que introducen el concepto de espacio muestral integrado con tablas de frecuencia llevadas a hojas de cálculo en Excel; en el segundo momento se proponen juegos que desarrollan el concepto intuitivo de probabilidad, su relación con las proporciones, representaciones y aplicaciones; finalmente se visitan páginas web que ofrecen simulaciones de situaciones que retroalimentan los conceptos trabajados en el taller.*

*El objetivo principal de la propuesta es la de compartir una experiencia de enseñanza desarrollada en la Institución Educativa José Miguel de Restrepo y Puerta, Copacabana Antioquia, además de incentivar la búsqueda de alternativas de enseñanza de la Estadística, que cualifique y eleve el nivel de conceptualización en esta disciplina y la creación de redes de trabajo para compartir experiencias pedagógicas.*

### Introduccion

“Cuando no está en nuestra mano determinar lo que es verdad, debemos actuar de acuerdo con lo que es más probable”.

Descartes

En nuestro diario vivir aparecen muchas situaciones en las que los resultados son diferentes aunque las condiciones iniciales en que ocurre la experiencia son las mismas; estos fenómenos se consideran aleatorios y están afectados por la incertidumbre o el azar llevando al hombre tomar decisiones y adquirir un razonamiento crítico. Como lo plantean los estándares y competencias en matemáticas “El azar se relaciona con la ausencia de patrones o esquemas específicos en las repeticiones de eventos o sucesos, y otras veces con las situaciones en las que se ignora cuáles puedan ser esos patrones, si acaso existen, como es el caso de los estados del tiempo; de la ocurrencia de los terremotos, huracanes u otros fenómenos de la naturaleza; de los accidentes, fallas mecánicas, epidemias y enfermedades; de las elecciones por votación; de los resultados de dispositivos como los que se usan



para extraer esferas numeradas para las loterías y de las técnicas para efectuar los lanzamientos de dados o monedas ...”(Estándares y Competencias, 2003).

El propósito de esta propuesta didáctica es suministrar varias actividades que permiten vivenciar la introducción a la probabilidad mediante una serie de juegos y su integración con las nuevas tecnologías, teniendo en cuenta, como lo manifiesta Miguel de Guzmán: “en el juego se busca la diversión y la posibilidad de entrar en acción rápidamente...”. Se espera, además, que los asistentes puedan tomar estas experiencias como una iniciativa para reconocer que el azar es inherente a nuestra vida.

Para Holmes (1980) el estudio de la estadística permite a los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Para orientarse en el mundo actual, ligado por las telecomunicaciones e interdependiente social, económica y políticamente, es preciso interpretar una amplia gama de información sobre los temas más variados, también, es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan conocimientos básicos del tema. La estadística es indispensable en el estudio de fenómenos complejos, en los que hay que comenzar por definir el objeto de estudio y las variables relevantes, tomar datos de las mismas, interpretarlos y analizarlos.

### Marco teórico

La estadística, como disciplina, ha sido utilizada por el hombre desde tiempos remotos. Desde los años 70 se viene generando una comunidad que estudia sus métodos y aplicaciones como fuentes importantes en otras áreas, donde la interpretación y el análisis crítico son pilares fundamentales para desarrollar investigación científica. Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva; hemos de ser capaces de usar los datos cuantitativos para controlar nuestros juicios e interpretar los de los demás; es importante adquirir un sentido de los métodos y razonamientos que permiten transformar estos datos para resolver problemas de decisión y efectuar predicciones (Ottaviani, 1998).

En el estudio conjunto ICMI/IASE Educación Estadística en la Matemática Escolar: Retos para la Enseñanza y la Formación del Profesor detectaron algunos problemas relevantes en la enseñanza de la estadística en primaria y secundaria, los cuales describiremos a continuación:

La enseñanza de la estadística sólo consiste en realizar cálculos o demostrar teoremas matemáticos; actualmente muchos docentes se remiten a la enseñanza de la estadística desde las fórmulas, desconociendo su incidencia en otras áreas del conocimiento donde es relevante el manejo de los datos, su posterior análisis que determina la inferencia de conclusiones y la toma de decisiones. Como lo señala (Begg, 1997) la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de ordenadores y trabajo cooperativo y en grupo, a las que se da gran importancia en los nuevos currículos. Además, la probabilidad y la estadística se pueden aplicar fácilmente, puesto que no requieren técnicas matemáticas complicadas. Sus aplicaciones, proporcionan una buena oportunidad para mostrar a los estudiantes la utilidad de la matemática para resolver problemas reales, siempre que su enseñanza se lleve a cabo mediante una metodología heurística y activa, enfatizando la experimentación y la resolución de problemas.

Desde hace varios años diferentes organismos internacionales han impulsado la construcción de unos estándares en estadística, en todos los niveles de la educación, es por esto que la “UNESCO, a través del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), plantea la necesidad de establecer estándares con el objetivo de que los usuarios del sistema educativo tengan

una idea clara sobre lo que ofrecen las escuelas y lo que pueden esperar de ellas (Casassus, 1997).

Uno de los organismos que ha ejercido mayor influencia es la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Esta organización creó el Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes (PISA) en 1997. El objetivo primario es dar seguimiento a los resultados en los sistemas educativos de los países miembros, utilizando instrumentos de evaluación con sólidas propiedades de medida, autenticidad y validez educativa. Según la OCDE (2004), diversos aspectos como la preparación de los estudiantes para afrontar los retos presentes y futuros, dudas sobre la capacidad de analizar, razonar y comunicar ideas adecuadamente, así como la incertidumbre sobre la capacidad de los jóvenes para lograr aprendizajes a lo largo de sus vidas conformaron las preguntas básicas cuyas respuestas necesitan conocer autoridades educativas y la opinión pública en su conjunto. Este programa evaluativo constituye por sí mismo una “recomendación” para el establecimiento de estándares a sus países miembros, con la consabida adecuación de los currículos escolares (Cueva, 2008). En las pruebas PISA 2003 se evidenció los bajos niveles en estadística; los países que lograron un nivel entre 4 y 6 fueron China, Hong Kong y Finlandia, las cuales ya habían reformado el currículo e incluido la enseñanza de la probabilidad y la estadística en educación básica.

Buscando la unificación los Estados Unidos el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), ha adoptado las propuestas de la American Statistical Association (ASA) con relación a la necesidad de integrar ideas modernas del análisis de datos para estudiantes de distintos niveles educativos. Por tanto, desde 1991 ha incorporado en sus estándares curriculares un apartado sobre análisis de datos y probabilidad. En la tabla #2, se presentan algunas recomendaciones derivadas de los estándares curriculares americanos propuestos por el National Council of Teachers of Mathematics en el año 2000.

Tabla #1. Algunas recomendaciones por nivel escolar

Preescolar	Plantear preguntas y recopilar datos sobre sí mismos y sus alrededores. Ordenar y clasificar objetos según sus características y organizar datos sobre los objetos
Estudiantes de 3º a 5º grado	Diseñar investigaciones para contestar una pregunta y considerar cómo los métodos de recogida de datos afectan al conjunto de datos. Recoger datos de observación, encuestas y experimentos. Representar datos en tablas, gráficos de línea, puntos y barras. Reconocer las diferencias al representar datos numéricos y categóricos. Usar las medidas de posición central, particularmente la mediana y comprender qué es lo que cada una indica sobre el conjunto de datos. Comparar distintas representaciones de los mismos datos y evaluar qué aspectos importantes del conjunto de datos se muestran mejor con cada una de ellas.
Estudiantes de 6º a 8º grado	Seleccionar, crear y usar representaciones gráficas apropiadas de datos, incluyendo histogramas, diagramas de caja y de dispersión. Discutir y entender la correspondencia entre grupos de datos y sus representaciones gráficas, especialmente histogramas, diagramas de tallo y hojas, diagramas de caja y de dispersión. Utilizar las observaciones sobre diferencias entre dos o más muestras para hacer conjeturas sobre las poblaciones de donde las muestras fueron tomadas. Hacer conjeturas sobre relaciones posibles entre dos características de una muestra en base a los diagramas de dispersión de los datos y de las líneas aproximadas del ajuste.



<p>Estudiantes de 9º a 12º grado</p>	<p>Calcular estadísticas básicas y poder diferenciar entre un estadístico y un parámetro.</p> <p>Para mediciones de datos univariados, ser capaz de representar su distribución, describir su forma y calcular resúmenes estadísticos.</p> <p>Para mediciones de datos bivariados, construir gráficas de dispersión, describir su forma, determinar ecuaciones de regresión y coeficientes de correlación usando herramientas tecnológicas.</p> <p>Identifique tendencias en datos bivariados y encuentre las funciones que modelan o transforman los datos.</p> <p>Identifique tendencias en datos bivariados y encuentre las funciones que modelan o transforman los datos.</p> <p>Usar la simulación para explorar la variabilidad de la muestra de una población conocida y construir distribuciones muestrales.</p> <p>Calcule e interprete el valor esperado de variables aleatorias en casos simples.</p> <p>Entender el concepto de probabilidad condicional y eventos independientes.</p>
--------------------------------------	--

Estos estándares fueron desarrollados para el sistema educativo estadounidense, su influencia se ha extendido a diversos países que los han adoptado total o parcialmente para configurar sus propios currículos escolares.

En Colombia, los lineamientos Curriculares de 1998 plantean el pensamiento aleatorio, el cual tiene unos (Estándares 2003) para ser aplicados en cada nivel del currículo los cuales se describen en la tabla #2.

Tabla #2. Algunas recomendaciones por nivel escolar

<p>Estudiantes de 1 a 3 grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.</li> <li>• Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.</li> <li>• Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</li> <li>• Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.</li> <li>• Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.</li> <li>• Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.</li> <li>• Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.</li> <li>• Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.</li> </ul>
<p>Estudiantes de 4 a 5 grado</p>	<p>Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.</li> <li>• Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</li> <li>• Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.</li> <li>• Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.</li> <li>• Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.</li> </ul>

<p>Estudiantes de 6 a 7 grado</p>	<p>Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.</li> <li>• Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares.)</li> <li>• Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.</li> <li>• Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.</li> <li>• Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.</li> <li>• Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.</li> </ul>
<p>Estudiantes de 8 a 9 grado</p>	<p>Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.</li> <li>• Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).</li> <li>• Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.</li> <li>• Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).</li> <li>• Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.).</li> </ul>
<p>Estudiantes de 10 a 11 grado</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.</li> <li>• Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.</li> <li>• Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.</li> <li>• Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.</li> <li>• Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).</li> <li>• Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).</li> <li>• Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.</li> <li>• Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con remplazo).</li> <li>• Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.</li> </ul>



Si se observan ambos estándares nos damos cuenta que son muy similares pretendiendo la unificación del currículo en Educación Básica y Media en estadística. Ahora hay que analizar los métodos de enseñanza los cuales deben responder a dichos estándares, donde los docentes no son simples transmisores de conocimiento sino que serán gestores de este conocimiento y del medio (instrumentos, situaciones) que permitan al estudiantes progresar en su aprendizaje (Terran, 2002); Lo que conlleva a que los docentes se capaciten, debido a que existen estrategias erróneas analizadas por (Batanero, 2001) como son:

- Insensibilidad a la probabilidad a priori.
- Desconocimiento de los efectos del tamaño de muestra sobre la precisión de las estimaciones.
- Confianza, sin fundamento, en una predicción basada en información no válida.
- Errores de azar: “falacia del jugador”

Llevando a enseñar la estadística erróneamente, como el simple hecho de construir gráficas, hacer cálculos y aplicar fórmulas.

El interés por la enseñanza de la Estadística, dentro de la Educación Matemática, viene ligado al rápido desarrollo de la Estadística como ciencia útil en la investigación, la técnica y la vida profesional, impulsado notablemente por la difusión de las computadoras y el crecimiento espectacular de la potencia y rapidez de cálculo de las mismas, así como por las posibilidades de comunicación (Terran, 2002).

Esto conlleva a que los estudiantes elijan un tema de su interés en donde definan objetivos e instrumentos que permitan la obtención de datos, dando respuesta a problemas planteados, donde interviene la muestra, la población, las variables y por último la interpretación de datos, dando la posibilidad de abordar diversas situaciones del contexto, generando una Cultura Estadística, la cual se refiere “que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, pp. 2-3)

## Metodología

La propuesta de trabajo se fundamenta teóricamente en los lineamientos curriculares, los estándares, las competencias, conceptos básicos de combinatoria y probabilidad y el computador como una herramienta que simula fenómenos en corto tiempo. Se abordan temáticas como: principio de la multiplicación, combinaciones, permutaciones, variaciones, espacio muestral y definición inicial de probabilidad. Las actividades a trabajar (ver anexo) fueron ejecutadas en la Institución Educativa José Miguel de Restrepo y Puerta del municipio de Copacabana Antioquia, con un total de 80 estudiantes de grados entre 7º y 11º los cuales pertenecen al club de matemáticas TICMANA, con edades que oscilan entre 12 y 17 años, procedentes de familias de estratos 1 y 2. La propuesta arrojó resultados satisfactorios donde se pudo observar la motivación de los estudiantes al realizar las diferentes actividades y se logró integrar la combinatoria y la probabilidad en contexto mediante el juego (Ver anexo).

El taller se desarrollará en dos momentos, en el primero se presentan una serie de actividades pensadas para introducir el concepto de espacio muestral, su relación con las tablas de frecuencia en contexto y su aplicación en la hoja de cálculo Excel; además se proponen situaciones de aplicación sobre el análisis combinatorio haciendo uso del juego como estrategia metodológica, por último se

llevara a la utilización de la pagina web Descartes ([http://descartes.cnice.mec.es/materiales\\_didacticos/Azar\\_y\\_probabilidad/index.htm](http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Azar_y_probabilidad/index.htm)) y la página de Antonio Pavón Pavón (<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/36/matematicas-36.html>), ambas en el tema el azar y probabilidad en el segundo momento se realizarán dos actividades: un juego el cual introduce al concepto intuitivo de probabilidad y su relación con los fraccionarios, la proporcionalidad, los porcentajes y las tablas de frecuencia, luego usando una aplicación en flash interactuarán los participantes aplicando el principio fundamental de la probabilidad.

### Conclusiones

En una enseñanza tradicional nos centramos en la resolución de problemas donde los datos los proporciona en la mayoría de las veces el docente; si permitiéramos una enseñanza exploratoria desde la estadística los estudiantes estarían en la capacidad de obtener sus propios datos buscando sus propios recursos. Este taller permitirá a los asistentes prácticas y experimentos de actividades que sirvan para generar nuevas propuestas en torno a la enseñanza de la estadística, que pueden ser implementadas en cada una de sus instituciones, buscando mejorar el nivel de conceptualización en esta disciplina.

Además, con el uso de las herramientas informáticas se logrará integrar y relacionar las matemáticas con el uso de las nuevas tecnologías y otras áreas de conocimiento, logrando una participación activa de los estudiantes, donde se interroguen, participen, trabajen en equipo entre otros.

### Bibliografía

- BEGG, A. (1997). Some emerging influences underpinning assessment in statistics. En I. Gal, y J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 17-26). Amsterdam: IOS Press.
  - BATANERO, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística (disponible en <http://www.ugr.es/local/batanero>). ISBN 84-699-4295-6.
  - BATANERO, C (2006). *Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo*. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. ISBN: 84-688-0573-4 . CD ROM
  - DE GUZMÁN Miguel (1984). *Juegos Matemáticos en la Enseñanza*. Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas.
  - CASASSUS (1997): *Estándares en educación: conceptos fundamentales*. LLECE, ORELAC/UNESCO.
  - CUEVA, Jesus Humberto y otros (2008). *Estándares en educación estadística: Necesidad de conocer la base teórica y empírica que los sustentan*. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Septiembre de 2008, Número 15, páginas 33 – 45
  - GAL, I (2002). *Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities*. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
  - HOLMES, P. (1980). *Teaching Statistics 11 -16*. Sloug: Foulsham Educational
  - ICMI/IASE (2006): "Estudio conjunto sobre Educación Estadística en la Matemática Escolar: Retos para la Enseñanza y la Formación del Profesor". Recuperado en noviembre del 2007, (disponible en <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/>), Auckland.
  - MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2003). *Estándares y Competencias en Matemática*. pag 81-89
-



- OTTAVIANI, Maria Gabriella (1998) . Developments and perspectives in statistical education, Proceedings IASS/IAOS Joint Conference, Statistics for Economic and Social Development, Aguascalientes, Mexico, 1-4 September 1998.
- TERAN. Teresita (2002) Algunos presupuestos teoricos en el diseño de una unidad curricular en estadística. Proceedings of the sixth International Conference on Teaching of Statistics. Ciudad del Cabo OASE. CDROM pag 2-3

**Anexos**



INSTITUCION EDUCATIVA JOSE MIGUEL DE RESTREPO Y PUERTA  
TALLER #1 TEMA: Espacio Muestral y tablas de Frecuencia



**Objetivo:** Conceptualizar la incertidumbre y el espacio muestral en diferentes situaciones utilizando tablas de frecuencia.

1. Lanza un dado 20 veces. Efectúa el recuento y escríbelo en una tabla de frecuencia, calcula las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) y realizar un grafico de barras en Excel.

Lazar dado	Tabulación	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Valor posible antes de lanzar

1. ¿Qué cara se registró más veces? ¿Qué cara se registró menos veces?
2. Compare los datos de la frecuencia relativa y absoluta con sus compañeros, ¿se observa alguna similitud en las frecuencias?
3. Ahora repita el mismo experimento lanzando dos dados al mismo tiempo, repita dicho suceso durante 20 veces y sume su valores, condensándolos en la siguiente tabla ( solo se muestra 5).

Número de lanzamiento	Resultado posible de la suma	Resultado dado 1	Resultado dado 2	Resultado experimental de la suma
1				
2				
3				
4				
5				

Preguntas:

¿Qué suma se registró más veces? ¿Qué suma se registró menos veces?

Calcula la frecuencia absoluta y relativa y compara los resultados con tus compañeros. se observa alguna similitud en las frecuencias, explique .



**PROYECTO GRUPO**

**Fortalecimiento del Pensamiento Matemático y Científico.**

**TICMANA**

**Análisis combinatorio**

La necesidad de contar es tan antigua como el hombre; sin embargo, ésta se satisfizo plenamente desde la invención del número. En el análisis combinatorio o combinatoria se estudian los métodos para agrupar elementos en conjuntos que verifiquen determinadas reglas, así como también las propiedades de estas agrupaciones. Cuando en la vida diaria se nos presentan problemas de recuento, su solución depende de tres ideas fundamentales del proceso de contar: apareamientos, adiciones y multiplicaciones. (Tomado del texto: Dimensión matemática 8; Nelson Londoño y Hugo Guarín).

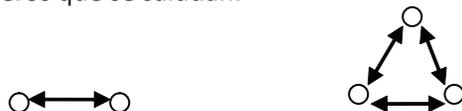
A explorar se dijo

En una reunión de padres de familia de los estudiantes del colegio, Ana se pregunta cuántos saludos pueden intercambiar entre sí los 35 asistentes a la reunión, si cada uno saluda una sola vez a los otros. Puedes ayudarle a encontrar la respuesta, comienza contando los saludos que pueden intercambiar dos de tus compañeros, luego tres, cuatro y así sucesivamente, registra tus resultados en la siguiente tabla.

No Personas	2	3	4	5	6	7	8	.....	35	n
No Saludos								.....		

¿Encuentras alguna(s) regularidad(es) entre los resultados obtenidos? Escríbelas \_\_\_\_\_

Que´ tal si haces una representación geométrica de la situación anterior como se ve a continuación para dos y tres compañeros que se saludan:



Dos compañeros

tres compañeros

Realiza la representación para los datos de la tabla hasta el 8. ¿Qué observas?, ¿Qué tipo de figuras se obtienen?

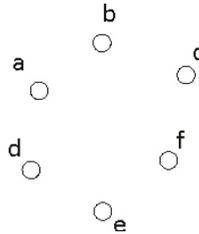
**Analicemos con otros problemas**

1. Con un grupo de 4 estudiantes, ¿Cuántos equipos de 3 estudiantes se pueden formar?
2. Con las 7 fichas (aros) de la torre de Hanoi, ¿cuántos grupos diferentes se pueden formar según la tabla y complétala

No Fichas	7	6	5	4	3	2	1
No Grupos							



3. Un estudiante debe responder a 7 de las diez preguntas de un examen de matemáticas. ¿Cuántos conjuntos de preguntas puede elegir para responder?
4. Para los puntos que se ven a continuación, hallar el numero de triángulos que se pueden formar



5. Para la situación del numeral anterior, indica:
  - 5.1. El número de segmentos entre dos puntos.
  - 5.2. La cantidad de cuadriláteros que se pueden formar.
  - 5.3. La cantidad de pentágonos que se pueden formar.
  - 5.4. La cantidad de hexágonos que se pueden formar.
6. Un estudiante tiene una moneda de cada una de las siguientes denominaciones: 10, 50, 100, 200 y 500. ¿Cuántas sumas de dinero puede formar, empleando 3 monedas?
7. Se le da a un niño una caja que contiene 15 juguetes diferentes para que escoja 5. ¿Cuántos grupos diferentes de cinco juguetes se pueden hacer?

### Conceptualicemos

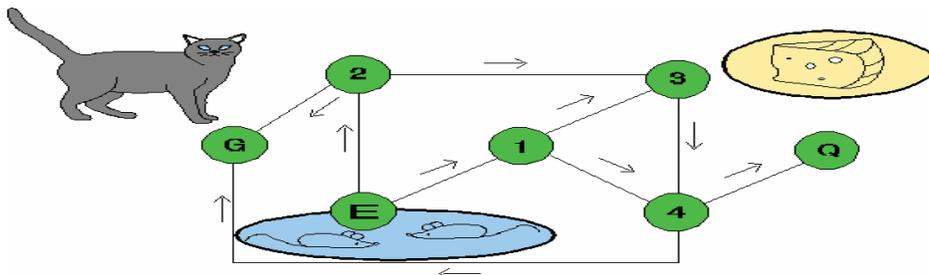
- Define con tus propias palabras qué es una permutación y una combinación.
- Ingéniate una situación que ilustre una permutación y otra para una combinación.

### TALLER #3 TEMA: Combinatoria e iniciacion a la probabilidad

Objetivo: Iniciar el estudio de la probabilidad mediante la experimentación de sucesos aleatorios en tiempo real.

1. En una bolsa hay 6 pimpanes blancos y 5 verdes.
  - De cuantas maneras se pueden ordenar todos los pimpanes al sacarlos de la bolsa?
  - Encontramos el número de formas de sacar 4 pimpanes del talego si pueden ser de cualquiera de los dos colores.
  - Si queremos sacar 2 blancas y 2 verdes.

### 2. LOS RATONES Y EL QUESO

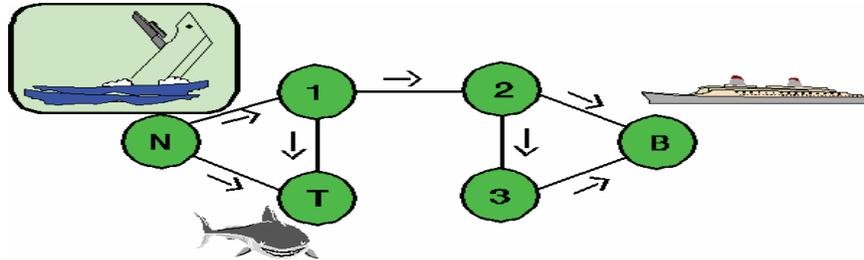


Este juego consiste en ir introduciendo ratones (fichas) por la entrada del laberinto E, que tiene dos salidas: G, el gato, que se come a los ratones y Q, el queso, que es lo que buscan los ratones.

Para jugar tira una moneda, si sale cara toma el camino de la derecha, si sale sello el de la izquierda.

Si introduces ocho ratones, ¿cuántos se comerá el gato? ¿Cuánto se irán al queso?

Repite varias veces el juego y anota los resultados en una tabla que luego será socializada.



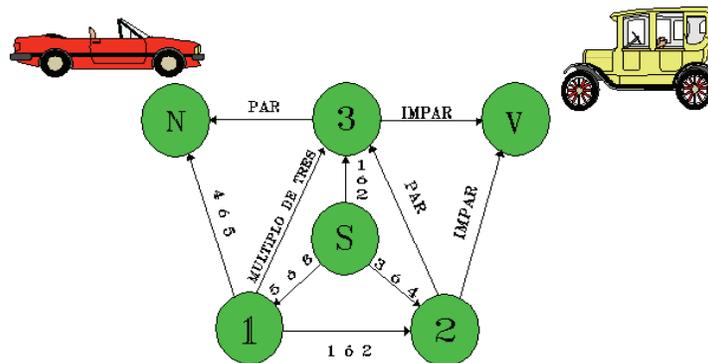
Coloca una ficha (naúfrago) en la casilla N. Lanza el dado y según lo que te salga elige un camino u otro.

El juego se acaba cuando consigues llegar al barco de rescate B o cuando te come el tiburón T.

Juega ocho veces y apunta el resultado.

¿Cómo añadirías un camino para aumentar el número de rescatados?

### 3. Coches nuevo y viejo



Coloca una ficha (persona) en la casilla de salida S del laberinto, lanza el dado y según lo que te salga sigue un camino u otro.

El juego acaba cuando consigues el coche nuevo o viejo.

Repite nueve veces y apunta el resultado.

### 4. Dadas las siguientes fichas contesta las preguntas se siguen a continuación.





Se tienen cuatro tablas de colores:

- ¿En cuales de esas preguntas importa el orden?
- ¿De cuantas maneras se pueden pintar cuatro tablas con cuatro colores?
- ¿De cuantas maneras se pueden escoger cuatro tablas de cuatro colores?
- ¿De cuantas maneras se pueden ordenar las cuatro tablas?
- ¿De cuantas maneras se pueden pintar tres tablas con cuatro colores?
- ¿De cuantas maneras se pueden escoger tres tablas de cuatro colores?
- ¿De cuantas maneras se pueden ordenar tres de las cuatro tablas?
- ¿Cuál es la probabilidad de haber pintado cuatro amarillas?
- ¿Cuál es la probabilidad de escoger un verde, un amarillo, un blanco y un azul?
- ¿Cuál es la probabilidad de que salga el orden planteado en la imagen?
- ¿Cuál es la probabilidad de que salga un amarillo y un rojo juntos si fueron ordenadas las cuatro tablas previamente?

### **Bibliografía**

- Mora Pardo Manuel(2000). EL ÁBACO PROBABILÍSTICO. [<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0224-04/abacos.htm#2>, consultada mayo 2009]