# Interpretación de gráficas de trayectorias desde una perspectiva de la teoría cultural de la objetivación: un estudio en estudiantes para profesor de matemáticas

**Arturo Sanjuán**
aasanjuanc@udistrital.edu.co
**Edwin Carranza**
edalcava@gmail.com
Universidad Distrital
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

## Resumen

*Se estudia el proceso de elaboración de significados de un grupo de cuatro estudiantes para profesor de matemáticas, cuando se enfrentan a una situación relativa a trayectorias. La metodología del estudio fue un experimento de enseñanza de un mes, en donde se prestó particular atención a los gestos, los artefactos y la negociación de significados. Se muestra que este proceso semiótico implica una sincronización compleja de gestos, artefactos, signos y las relaciones sujeto-sujeto, sujeto-objeto y objeto-objeto.*

## Introducción

El proyecto curricular de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas tiene un caracter de innovación e investigación (Lebem, 2002). Mas aún, la pregunta de investigación apunta a cómo implementar la resolución de problemas en la formación de profesores sin una actitud segregadora. Los esfuerzos de los grupos de investigación y los ejes de formación van en esta dirección. Este documento forma parte de este gran esfuerzo curricular.

Uno de los espacios de formación de la licenciatura, Matemática del Movimiento I, está enfocado en el estudio de la matemática presente en el movimiento. En este curso se decidió investigar la forma como cuatro estudiantes para profesor de matemáticas interpretan las gráficas de trayectorias de partículas.

## Planteamiento del Problema

Partimos de que el proceso de aprendizaje ocurre con otros, en torno a una empresa y a unas prácticas compartidas socioculturalmente. De este modo, un grupo de personas que interactúan, negocian significados, participan y se comprometen en la consecución de ciertos objetivos es considerada como la configuración social por excelencia en la que aprendemos. A esta configuración se llama *comunidad de práctica* y lo que se espera produzca el aprendizaje en estas comunidades es significado de nuestra experiencia de vivir en el mundo (Wenger, 2001, pp. 21-23).

Por significado entendemos aquello que se sitúa en la *negociación de significado* vista como un proceso productivo que no empieza desde cero. El significado no es preexistente, ni inventado, es más bien histórico, cultural, contextual y dinámico. De este modo, no vive ni dentro ni fuera de nosotros, sino en nuestra relación dinámica con el mundo (pp. 75-80).

Desde la Teoría Cultural de la Objetivación la *elaboración de signficados* de los objetos que encuentra el estudiante en la cultura proviene de dos fuentes principales. Por un lado, en el conocimiento depositado en los artefactos, como textos y calculadoras. Por otro lado, la interacción social vista como una negociación cultural de significados que ocurre en las comunidades de práctica (Radford, 2008, p. 113).

Teniendo en cuenta las consideraciones puestas en esta sección nos permiten formular la siguiente pregunta:

*¿Cmo elabora significado una comunidad de práctica de estudiantes para profesor de matemáticas del concepto de elipse en contextos de movimiento?*

## Marco Teórico

La comunidad de práctica es la configuración social por excelencia donde ocurre el aprendizaje. En particular, ésta se puede formar con pequeños grupos de estudiantes de trabajo, en los cuales desde la interacción de los integrantes se elaboran significados de los objetos de estudio (Radford, 2008, p. 118). El aprendizaje en estos pequeños grupos de trabajo consiste en dotar de sentido a los elementos que encuentra el estudiante en su cultura (p. 113) y la cultura de los estudiantes se encuentra entre otras cosas, en el salón de clase (Radford, 2009).

En el marco de lo qué es pensar matemáticamente, se encuentra la reflexión asociada a la resolución de problemas, dicha reflexión social se genera y adquiere importancia dentro de una comunidad de práctica, convirtiendo así la *resolución de problemas* no como un fin sino como un medio para alcanzar la reflexión cultural que significa pensar en matemáticas (Radford, 2006, p. 114). Cuando se habla de actividades matemáticas se rescata el aprender matemáticas, y se resalta que aprender matemáticas es “hacer matemáticas”, para lo cual la resolución de problemas es oportuna y pertinente (MEN, 1998, p.97).

En primer lugar queremos centrar la atención en dos artefactos culturales. El primero es la calculadora que posee una inteligencia histórica que no solo divide el trabajo sino que índuce al alumno a lineas de desarrollo conceptual (Miranda, Radford & Guzmán, 2007, p. 9). El segundo, son los libros de texto de matemáticas que no son vistos como guias a seguir sino como objetos o artefactos que conectan prácticas entre distintas comunidades. Los objetos que cumplen esta condición, desde la teoría de comunidades de práctica, es un caso especial de lo que se conoce como *objeto limitaneo*. (Wenger, p. 137-141).

En el caso de los gestos, existen cuatro formas distintas de entenderlos. La primera de ellas es como facilitadores de la expresión verbal (Fridman, 1977 en Radford, 2008a). La segunda entiende los gestos como una ventana al contenido de la mente proveniente de una misma fuente cognitiva (McNeal, 1992 en Radford, 2008a). La tercera entiende los gestos como, no provientes de la misma fuente cognitiva y discursiva, sino como acciones virtuales que se mueven en un espacio virtual del emisor de acciones de los objetos del discurso (Kita, 2000 en Radford, 2008a). La cuarta, con la que estamos de acuerdo para efectos de este estudio, entiende los gestos como una concepción “material” y “textual” del pensamiento. De este modo, el pensamiento no ocurre en la mente solamente, sino en y através del lenguaje, el cuerpo y las herramientas (Radford, 2008a, p. 3).

De este modo, en esta perspectiva antropológica del aprendizaje de las matemáticas, el pensamiento no es algo inobservable o impalpable. Por el contrario, los escritos, los artefactos y los gestos son parte integral de éste. Son pensamiento en sí mismos y pueden ser observados (Radford, 2006, pp. 105-106).

En el caso específico de la elaboración de significados asociados a la interpretación de gráfica que describen el movimiento Miranda, Radford y Guzmán (2007) analizaron un grupo de tres estudiantes de grado 10. En este estudio se encontró que los gestos y expresiones lingüisticas se conjugan para articular las interpretaciones del movimiento.

## Metodología

La metodología empleada para el estudio fue un experimento de enseñanza de un mes de duración. A continuación describimos algunos aspectos cruciales de metodología que intenta acortar la distancia entre investigación y práctica docente entre otras cosas.

Algunas características de la investigación en diseño son las siguientes. Primero. La investigación es desarrollada por un equipo de investigadores que discute los datos y la teoría con la que son interpretados estos datos. En este caso el profesor titular del curso y otro profesor del proyecto curricular constituian el equipo de investigadores. Segundo. Esta metodología es crucial para la generación y evaluación de teorías locales (Cobb, et. al., 2003). Para esto, se formula una conjetura teniendo en cuenta la teoría y se negocia en el equipo de investigadores la explicación del aprendizaje. Tercero. Esta metodología es altamente intervencionista en el sentido que lo diseñado es una cama-de-prueba de las conjeturas teóricas. Cuarto y último. El experimento de enseñanza tiene dos caras, una cara prospectiva y una cara reflectiva. La cara prospectiva se caracteriza por lo que preevemos que va a pasar con respecto al aprendizaje. En la cara reflectiva, se revisa que la conjetura se cumpla y de no ser así se ajusta y se empieza una nueva fase.

A continuación mencionaremos algunos elementos del diseño implementado. En primer lugar, los estudiantes se organizaron por grupos o pequeñas comunidades la mayor parte del tiempo salvo las socializaciones. El grupo de estudiantes de este estudio estaba conformado por cuatro personas y negoció una empresa o problema para producir una pregunta relativa al movimiento.

Para la medición se observó con particular atención la argumentación y los gestos. No obstante para el análisis de la información se tuvieron en cuenta distintas fuentes de información de manera simultanea en momentos críticos del aprendizaje, considerando que el pensamiento, desde una perspectiva antropológica, es multimodal (Radford, 2006). Es decir, ni lo escrito, ni lo hablado, ni lo gestado se analiza de manera aislada.

Los instrumentos de recolección de la información son las videograbacion es de dos sesiones de clase, los cuadernos de los estudiantes y una entrevista clínica semiestructurada. Posterior al trabajo de campo los datos arrojados por los instrumentos fueron discutidos con el equipo de investigadores. Para efectos del análisis, identificaremos a los estudiantes de la siguiente manera: E1, E2, E3, E4.

## Análisis de los Resultados

*Momento 1. Delimitación del Problema.*

A los estudiantes se les presentó la siguiente situación: “Una escalera recostada sobre una pared se desliza. Los tornillos laterales que sostienen los peldaños describen un movimiento”.

Luego, negociaron la pregunta con la situación expuesta arriba y plantearon el problema, exponemos la formulación del mismo en palabras de los estudiantes tal como se vé en la siguiente transcripción de la entrevista y en la Figura 1.

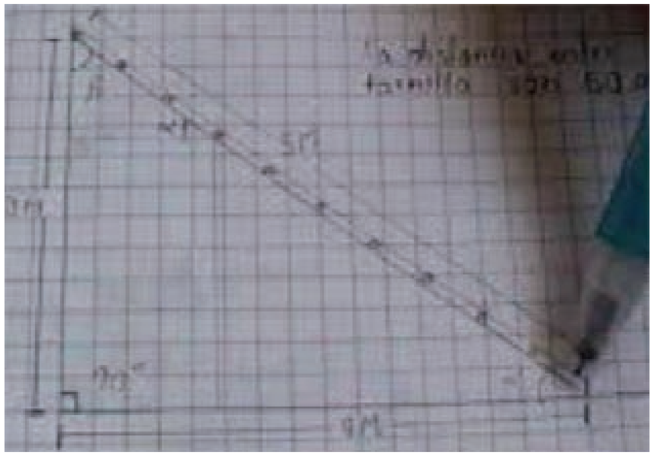

**Figura 1**. Presentación de la situación problema

*E1: la situación era tener una escalera recostada sobre una pared y entonces la escalera se iba a deslizar y entonces lo principal era determinar alguna situación problema dentro del ejercicio y entonces lo primero fue asignarle unos determinados valores a, bueno a lo que teníamos, entonces a la escalera le colocamos unos tornillos que iban a estar a una distancia de 50cm cada uno, le colocamos que la pared, la altura iba a estar a recostada a unos tres metro y pues la distancia que había de la pared a donde estaba recostada era de cuatro metros.*

*E2: Nuestra primera suposición fue pensar qué movimiento describe cada tornillo [...]"*

En términos técnicos lo que los estudiantes se estaban preguntando era por la trayectoria descrita por el tercer tornillo de la escalera de arriba hacia abajo, tal como se ilustra en la Figura 1.

*Momento 2. Primera Conjetura*

En este apartado mostramos la primera conjetura de los estudiantes sobre la trayectoria que describe el tercer tornillo. Aquí interpretamos que la percepción juega un papel importante por cuanto los estudiantes creen que al tener forma de parábola, la curva descrita lo es.

*E2: [...] entonces como primera suposición pensamos que el tornillo iba a hacer este movimiento [como señala en la Figura 2] bueno para comprobar eso empezamos a colocar la escalera en diferente, entonces nos dimos cuenta que describía un movimiento parecido a una curva como esta [señalando la curva de la Figura 2] para hallar los puntos hicimos unas relaciones y con este procedimiento encontramos coordenadas que ubicamos un plano cartesiano, ya después de eso de tener varios puntos hicimos una tabla de valores de x y la que le corresponde en y suponiendo la curva que teníamos decíamos que era una parábola.*

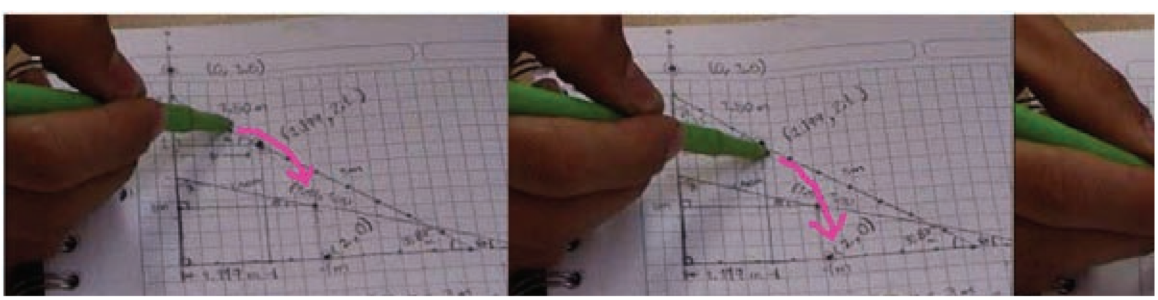

**Figura 2.** Primera trayectoria conjeturada

El estudiante pasa tres veces describiendo la curva del tercer cuadro de la Figura 2. En este momento la suposición de que se trata de una parábola la interpretamos como una respuesta a la percepción del objeto matemático parábola presente en la cultura del estudiante (Radford, 2008b, Radford 2006).

*Momento 3. Refutación de la Primera Conjetura*

Luego de la hipótesis de la trayectoria como parabólica el grupo de estudiantes propone una tabla de datos basados en algunos tomados de la experimentación, como los que se observan en la Figura 3. Luego reemplazan los datos a la ecuación general de la parábola, y notan que éstos no se ajustan a la ecuación. En palabras de los estudiantes:

*E2: [...] lo comprobamos con la ecuación de la parabola que daba muy cercano pero no exacto, entonces ahora lo que vamos a hacer es compararlo con la elipse.*

*E1: si, es una elipse.*

*E3: [al tiempo con E1] determinar la fórmula de la elipse si es el caso, pues volviendo a lo de la parábola acá en la clase expusimos como hallamos la fórmula, entonces pues tomando la formula del foco que es p hallando el* $y-y_0$ *y el* $x-x_0$ *para hallar el a de la fórmula general* $y=ax^2+bx+c$ *y utilizando el vértice que nos daba en el punto 3.5 cortando el eje y. Si entonces llegando a la fórmula* $y=1.5x^2+3x-5$ *pues en las exposiciones pues llegamos a la parábola usando cosas de parábola pero no quedó muy bién demostrado. Entonces ahora vamos a continuación vamos a seguir...*

*E2: Las propiedades de la parábola son diferentes a las que describe la curva de lo que es una parábola, entonces tratamos de ver lo que describe lo que es una elipse y vamos a seguir con esa demostración, pues ya lo hicimos y nos dimos cuenta que no es una parábola.*

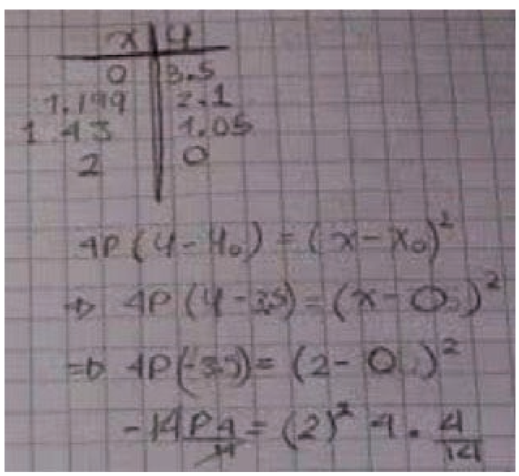


**Figura 3**. Tabulación y comprobación algebraica

En la transcripción anterior vemos un claro ejemplo de la idea radforiana de aprendizaje. Pues en este caso, lo que ha ocurrido es una reflexión cultural. Los elementos de la parábola a los que se refieren los estudiantes y la ecuación general de la misma, son objetos matemáticos culturalmente dispuestos que han pasado por un proceso de objetivación (Radford, 2006). Consideramos que la razón de la conjetura de la elipse viene dada, por un lado por la percepción de la gráfica, al igual que con la parábola y por otro lado porque en los mismos textos donde encontraron la ecuación canónica de la parábola, encontraron la ecuación canónica de la elipse.

*Momento 4. Objetivando la Definición de Elipse*

Deciden estudiar la definición de elipse y sus características apoyándose en los textos. Aquí como se ilustra en la Figura 4 utilizan los dedos para expresar tal definición sobre un dibujo que se encuentra en el texto.

**Figura 4:** Explicación de la definición de elipse

*E1: vamos a definir elipse de la siguiente manera: [lee del libro] una elipse es el conjunto de todos los puntos en el plano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos del plano, los focos [hace una pausa e ilustra con los dedos] la suma de este más este [señalando la suma de las distancias de cada foco al punto de la elipse] siempre va a ser igual a la distancia de dos puntos fijos [... señalando los dos focos y refiriéndose a la distancia entre ellos] si yo tengo cualquier punto de acá, puedo formar un triángulo rectángulo y este más este [igual que antes] siempre va a ser igual a esto [señalando primero con los dedos y posteriormente con el lápiz]*

Hace una lectura rápida de la definición haciendo una interpretación que no coincide con la culturalmente dispuesta. Entendiendo así que la suma de las distancias de cada uno de los focos al punto es igual a la distancia entre los focos. En este momento podemos apreciar que el estudiante recurre a los dedos y al lápiz como signos que señalan elementos del objeto elipse.

*Momento 5. Interpretación de la definición.*

Al tratar de entender la definición, se presenta la primera discusión acerca de la definición de la elipse, permitiendo así que la interacción entre los estudiantes termina negociando el significado culturalmente dispuesto:

E1: cualquier punto que yo tome sobre la elipse esto más esto va a ser igual a esto [igual que en la transcripción anterior]..

E4: ¡No! [enfáticamente, hace una pausa y señalando con un lápiz] esta distancia más esta distancia [refiriéndose a las distancias de los focos a los puntos] va a ser igual a esta distancia más esta distancia [refiriéndose a las distancias de los focos a otro punto de la elipse, hace una pausa] ¡eso es lo que están diciendo!

E1: ¡Si! [...] cualquier punto que yo tome sobre la elipse, este más este [igual que antes] va a ser igual a este más este [señalando siempre con un lápiz sobre el libro].

En este fragmento de la clase podemos ver que por un lado los signos son refinados en el proceso semiótico de objetivación, pues el “este más este” se convierte en “esta distancia más esta distancia”. Por otro lado, al darse cuenta E4 que lo afirmado por E1 no correspondía con los significados institucionales lo introduce en la comunidad y este nuevo significado es asumido por el grupo como se muestra más adelante.

*Momento 6. Encuentro con la Ecuación Canónica de la Elipse.*

Tratando de descubrir más elementos de la elipse, se encuentran con la ecuación de ésta y hay otro atasco por entender qué significan a, b y c en esta ecuación.

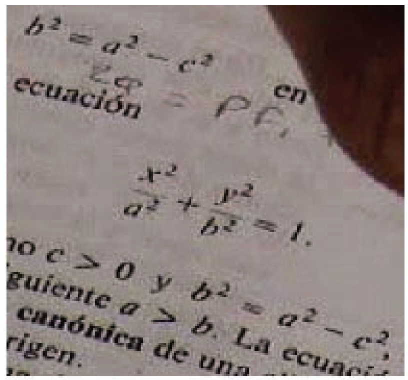


**Figura 5:** Encuentro con la ecuación canónica de la elipse

*E1: entonces ¿quién es a?,¿quién es b? y ¿quién es c?*

*E4: b es una relación de a con c [continua un silencio prolongado, se dispersan y siguen leyendo]*

Después de entender la definición de elipse quieren hacer lo mismo que con la parábola pero para ello necesitan entender la ecuación de la elipse que aparece en los libros. Luego se encuentran con elementos nuevos para ellos, como el a, el b y el c. Esto es una evidencia de que en un proceso semiótico de objetivación de un objeto matemático aparecen nuevos objetos relacionados, haciéndose necesaria la objetivación de las relaciones entre ellos. En términos teóricos, la relación sujeto-objeto genera nuevas relaciones sujeto-objeto dadas por la relación histórico-cultural objeto-objeto (p. 124).

*Momento 7. Objetivando la Ecuación Canónica de la Elipse*

Logran determinar que son a y b, en la ecuación, discutiendo los significados e interpretaciones de cada uno respecto al gráfico que está en el libro. Y ajustan los datos de la situación a la ecuación general de la elipse, se apoyan no solo en el libro sino en la calculadora.

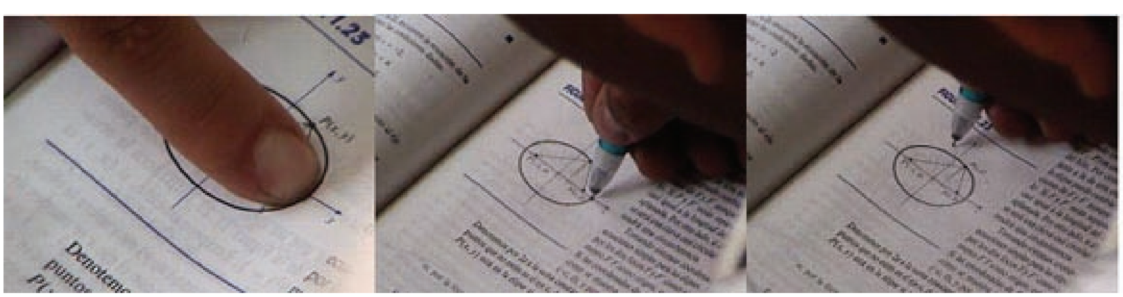

**Figura 7:** Interpretación de los elementos de la ecuación de la elipse

*E4: no mire a va hasta acá y b hasta acá.*

*E2: entonces demos valores igual ya tenemos a y b.*

En este proceso semiótico de objetivación de “el a” y “el b” los estudiantes usan los dedos y el lápiz para medir y poder tomar conciencia de el significado que tienen estos elementos dentro de la representación gráfica de la elipse.

*Momento 8. Interpretando Nuevos Objetos*

Discuten sobre el significado del orden entre a y b, y lo que esto representa en la gráfica. Empiezan a detectar que no todas las elipses tiene la misma inclinación respecto de los ejes.

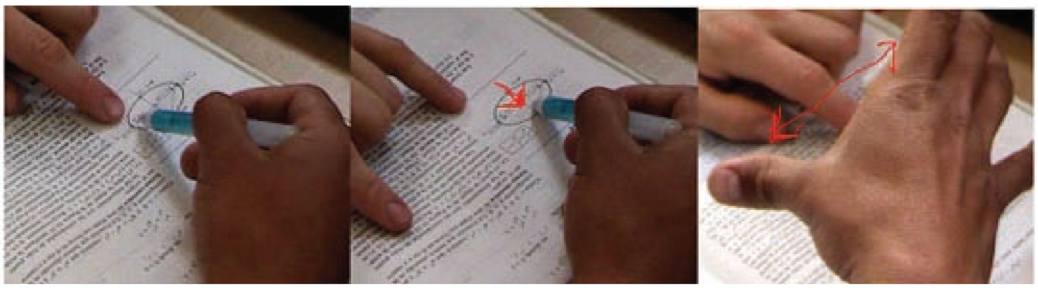

**Figura 8:** Interpretación de los elementos de la ecuación de la elipse.

*E4: [...] a tiene que ser mayor que b [...] a es este [señalando con un lápiz el semieje mayor de la elipse en el primer cuadro de la Figura 8] y es mayor que b [recalcando el semieje menor]..la forma màs [abre sus dedos señalando la amplitud del semieje mayor]...*

*E1: ¿una elipse no me puede dar asi? [preguntando por una elipse con los focos en el eje y]*

*E4: ¡Si! [pausa] mire [muestra un ejemplo del libro]*

*E2: Aquí a es mayor que b...*

*E1: No a es menor que b...¿a siempre tiene que ser mayor que b?*

*E4: Si, mire que si.*

En este momento entendemos que sucedieron dos cosa. En primer lugar, se ha tomado conciencia en la comunidad que al variar los parámetros de la ecuación canónica a y b, la forma de la elipse cambia. En segundo lugar, vemos que esta toma de conciencia se da, entre otras cosas, por un medio semiótico de objetivación que es la amplitud del semieje mayor que se evidencia en el tercer cuadro de la Figura 8.

*Momento 9. Retomando la Situación*

En este momento determinaron las coordenadas de los focos de la elipse correspondiente a su situación. Para esto se apoyaron en los ejemplos del texto y grafican los puntos de la elipse.

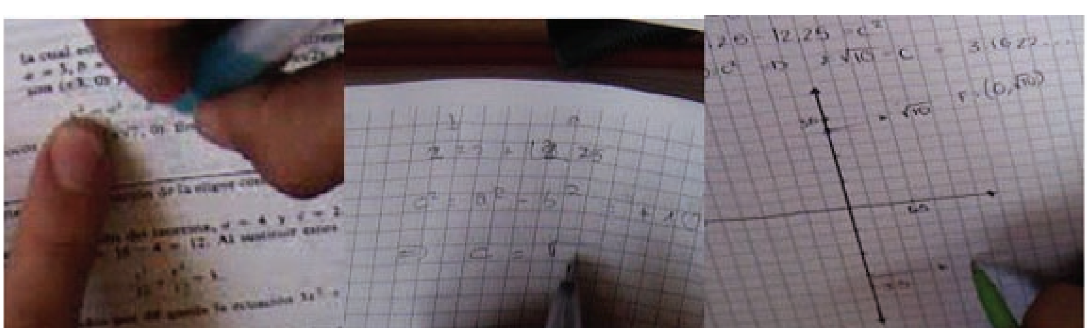

**Figura 9**: Operativa de ajuste de datos a la ecuación

*E2: Aquí está lo de c [señalando la ecuación que aparece en libro] miren ya tenemos c [escribe la ecuación para determinar c, segundo cuadro Figura 9]*

*E1: ¿Cuánto le dio a usted?*

*E2: Raíz de 10.*

*E1: Como a es mayor que b, nos daría 10 [escribe, cuadro 2 Figura 9] si raiz de 10 [cuadro 2 Figura 9] los focos están en más o menos raiz de 10 coma cero...no, cero coma mas o menos raíz de 10.*

*E2: [cuadro 3 Figura 9] ya tenemos la gráfica pero no sabemos como saber si es o no [... deciden ingresar la ecuación a la calculadora para verificar si las gráficas coinciden]*

*Este momento es un claro ejemplo de la complejidad de las relaciones del proceso de objetivación para retornar a la situación inicial. En primer lugar, tenemos la relación sujeto (E1)-objeto(c), luego esta relación pasa a ser sujeto(E1)-sujeto(E2), para terminar en una nueva relación sujeto (E2)-objeto(c en la situación original). Este momento termina con la pregunta de cómo saber si esa ecuación y esos puntos dan respuesta a su problema. En términos teóricos, se están preguntando por el estado de su proceso semiótico.*

*Momento 10. La Calculadora es Pensamiento*

Determinan una ecuación de la elipse con sus respectivos datos y deciden grafiacarla en la calculadora despejando y, pero por cuestiones de la precisión de la pantalla de la calculadora se atascan en la interpretación de la gráfica.

**Figura 10:** Graficación y comprobación de la gráfica por medio de calculadora

*E3: [introducen la ecuación explícita de la elipse en la calculadora] esta vaina es toda rara [silencio prolongado] no toca el eje x.*

*E1: Hay algo mal.*

*E2: Hagamos una tabla acá [la calculadora] y la graficamos*

*E3: Ya sé por qué no me grafica [pausa] la tengo lejos [pasa haciendo zoom] lejos.*

*E1: Profe [llamando al profesor angustiados] graficamos y nos da una parábola.*

*E2: Mire lo que nos da profe*

*Profesor: lo que el está haciendo es graficar este pedazo [señalando la parte positiva del eje y en la gráfica de la elipse] ¿por qué? [pausa] ¿ustedes que esperaban que les diera?*

*E2: Que fuera la mitad de la elipse.*

*Profesor: Bueno y ¿qué más esperaban? que les diera completo*

*E1: ¡Si!*

*Profesor: Pero [pausa] ¿por qué no les llegó hasta allá abajo? [queriendo decir que la gráfica no tocaba el eje x] pareciera ser que está corrida, y eso ¿por qué? [pausa] del problema de la escalera uno pensaría que el centro es cero cero*

*E1: ¿Y por qué aquí da ésta más a bajo? [refiriéndose a otra gráfica en otra calculadora]*

*E2: ¿Cómo hacemos para graficar toda la elipse?*

*Profesor: Con el mismo procedimiento [pone un menos en la calculadora]*

Aquí evidenciamos una tensión entre el pensamiento mediado por artefactos como el lapiz-papel-libro y el pensamiento mediado por el artefacto calculadora. En la mediación dada por el segundo artefacto vuelve a aparecer la tensión generada por la percepción de la forma de parábola. La intervención del profesor pone el significado de media elipse en la comunidad y explica el problema de la capacidad del artefacto.

En otras sesiones de clase estos conflictos fueron superados y la situación fue simulada en un medio ejecutable de representación comprobando que la ecuación obtenida coincide con la situación original. No obstante, estos datos no los exponemos en este documento por no ser relevantes para la ideas que desarrollamos en el análisis.

## Conclusiones

En primer lugar, coincidimos con Miranda, Radford & Guzmán (2007) en que el proceso de objetivación ocurre en una amalgama compleja de gestos, signos, lenguaje y discusión. En este estudio se observó que la percepción juega un papel importante en la elaboración de conjeturas, pero esta es insuficiente para validar la naturaleza de los objetos de estudio.

En segundo lugar, vemos que los libros son usados, en un proceso semiótico, no como guias a seguir, sino como artefactos que conectan prácticas entre distintas comunidades, generando nuevas relaciones entre los sujetos y los objetos y que las relaciones histórico-culturales entre los objetos, evidenciadas en estos artefactos generan nuevas relaciones sujeto-objeto.

En tercer lugar, para retomar el problema inicial y las condiciones iniciales del problema es necesaria la articulación compleja de relaciones sujeto-objeto, objeto-objeto, sujeto-sujeto y la movilización de gestos y artefactos.

Por último, la articulación entre los distintos sistemas de artefactos, [lapiz-papel-libro]-[calculadora] enriquecen el proceso semiótico. No obstante la conciliación de estos sistemas requirió de la intervención del profesor y las relaciones expuestas en el párrafo anterior.

## Referencias


- Cobb, P. et, al. (2003) Design Experiments in Educational Research. Educational Researcher 32 (1) 9-13.
- Collins (2004). Desing Experiments. *The Journal of the Learning Sciences*. 13(1) 5-46.
- Lebem, (2002). *Documento de Acreditación de Alta Calidad*. Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de Internet el 10 de junio de 2009 de http://lebem.udistrital.edu.co
- MEN (1998). Ministerio de Educación Nacional.Lineamientos Curriculares.Magisterio
- Miranda I., Radford, L. & Guzmán, J. (2007). Interpretación de gráficas cartesianas de movimiento desde la teoría de la objetivación. *Educación Matemática* 19 (3). 5-30

- Radford, L. (2009). “No! He starts walking backwards!”: intrepreting motion grpahs and the question of space, place and distance. ZDM *Mathematics Education*. Online First. DOI 10.1007/s11858-009-0173-9
- Radford, L. (2008). Connecting Theories in Mathematics Education: Challenges and Possibilities. *ZDM Mathematics Education* (40). 317-327
- Radford, L. (2008a). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*. DOI 10.1007/s10649-008-9127-3
- Radford, L. (2008b). Rescuing of Percpetion: Diagrams in Peirce’s theory of cognitive activity. Recuperado de Internet el 9 de junio de 2009 de http://www.icme-organisers.dk/tsg28/rescuing.pdf
- Radford, L. (2006). Elementos de Una Teoría Cultural de la Objetivación. *Relime.* (número especial) 103-129.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de Práctica: Aprendizaje Significado e Identidad. Paidos.*