



## Variable: una construcción desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico<sup>1</sup>

**Oscar Iván Santafé**

e-mail: [s\\_oscar024@yahoo.es](mailto:s_oscar024@yahoo.es)

Estudiante Maestría en Docencia de la Matemática

Universidad Pedagógica Nacional

**Jairo Alonso Triana Yaya**

e-mail: [jaty5051@yahoo.es](mailto:jaty5051@yahoo.es)

Estudiante Especialización en Educación Matemática

Universidad Distrital

### Resumen

*En esta comunicación breve pretendemos dar a conocer el proyecto de investigación que es desarrollado en la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera con estudiantes de noveno grado, denominado Variable: una construcción desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico. La pregunta de investigación de este estudio es: ¿cómo es el proceso en la construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera? De esta manera su objetivo pretende analizar cómo es el proceso de construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico. El estudio se está realizando bajo un abordaje cualitativo, con una metodología que aborda la investigación colaborativa y la investigación-participante.*

### Presentación

En este trabajo de investigación pretendemos desarrollar, bajo un enfoque cualitativo y desde un abordaje Fenomenológico – Hermenéutico, un análisis e interpretación de algunos fenómenos que intervienen en la comprensión y utilización del concepto de variable. Nuestro objetivo es analizar cómo es el proceso de construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera.

Este trabajo de investigación se nutre no solo de aquello que ocurre al interior del aula, sino que también se nutre del aporte de aquellos teóricos que han realizado trabajos que tiene que ver con el concepto de variable y de el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, como Cogollo(2006), Duval(1999), Pochulu(2007), entre otros, y que de alguna forma nos darán muchas luces para posteriormente declarar algunas “categorías emergentes”, que por al abordaje de esta investigación serán las más adecuadas.

Para la recolección de los datos tenemos en mente las observaciones, entrevistas y actividades

<sup>1</sup> Esta comunicación corresponde a un proyecto de investigación, para optar el título de Licenciado en Educación Básica, con énfasis en Matemática, y hace parte del proyecto: “El conocimiento matemático: desencadenador de interrelaciones en el aula de clase”, financiado por la Universidad de Antioquia y Colciencias, coordinado por la profesora, de esta Universidad, Diana Jaramillo.



diagnosticas, todos estos instrumentos se realizarán a tres estudiantes de la institución, bajo un estudio de caso. Luego cerramos con las referencias bibliográficas que tuvimos en cuenta para la realización de nuestro marco teórico.

### **Justificación**

Una de las pretensiones de la educación matemática es, desde los estándares que plantea el Ministerio de Educación Nacional, que los estudiantes puedan realizar actividad matemática, donde relacionen lo que aprenden en la escuela con lo que se presenta en la vida cotidiana y así, consecuentemente, realizar transformaciones. Estas transformaciones se ven reflejadas en la toma de decisiones que los estudiantes deben hacer en situaciones que requieren de análisis matemático en pro de un bienestar económico, social o cultural (por ejemplo, elegir un acceder a un producto o no dependiendo de su precio).

Según Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2003, p. 52), la actividad matemática implica procesos como son:

- Formulación, tratamiento y resolución de problemas
- Modelación
- La comunicación
- El razonamiento
- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos

Las transformaciones antes mencionadas, pueden ser posibles en la medida que el sujeto sea matemáticamente competente. MEN (2003) explicita lo que significa ser matemáticamente competente, en los siguientes procesos:

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.
- Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.
- Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.

Desde MEN (2003, p. 56) el pensamiento matemático se subdivide en cinco pensamientos los cuales son:

---

- El pensamiento numérico y los sistemas numéricos
- El pensamiento espacial y los sistemas geométricos
- El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas
- El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos
- El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

Como futuros docentes no podemos desconocer lo que en Ministerio de Educación pone de antemano para la educación que se ofrece en la escuela, de ahí que se haga necesario el que en nuestro proyecto se haga presente lo que plantea el MEN y como los procesos que propone deben explicitarse dentro de la enseñanza en general y en particular en la enseñanza y aprendizaje del concepto de variable, tema de nuestra investigación.

Puntualizando, en nuestro proyecto de investigación, a partir de las observaciones realizadas en la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, en el grado noveno, enmarcamos nuestro tema, problema pregunta de investigación en el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Podríamos decir que la base del pensamiento variacional está en la comprensión del concepto de variable, pues a partir de este se introducen otros conceptos como el de función, límite, entre otros, que requieren de interpretación, codificación y expresión de patrones y regularidades.

Por otro lado, desde nuestras visitas a la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera en el grado noveno, se hicieron visibles las dificultades que tenían los estudiantes en la simbolización de enunciados y problemas matemáticos para poder encontrar soluciones de los mismos. Dichas dificultades repercuten, posiblemente, en la interpretación y reconocimiento de lo que es una variable. Este aspecto nos llevó a preguntarnos por el cómo es el proceso de los estudiantes para reconocer patrones y realizar simbolizaciones de enunciados, y qué otras dificultades y posibles causas plantean otros teóricos con respecto a la simbolización matemática de enunciados matemáticos. Es por tal motivo que abordaremos autores como Duval y Pochulu, que discuten la representación simbólica que presentan los estudiantes.

Es de rescatar que los elementos que se aborden en las lecturas que se realicen a lo largo del proceso investigativo, se relacionarán con lo que se vislumbra en las visitas a la institución y así, consecuentemente, tener una visión más amplia del proceso que llevan los estudiantes para llegar a simbolizar matemáticamente, reflejado en las categorías emergentes que resulten de la triangulación entre los datos, nuestra apreciación personal, las discusiones con los colaboradores y los autores abordados.

La Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, desde su misión plantea: *“Contribuir a la formación académica y en valor de nuestros jóvenes, a través de métodos cognitivos que permitan el desarrollo del pensamiento autónomo y creativo, brindando espacios de reflexión y convivencia para asimilar y enriquecer de conocimientos desde sus propias experiencias y perspectivas, facilitando con ello la construcción de un mejor nivel de vida, con proyección a la comunidad”, Manual de convivencia de la institución.* Desde una mirada social de las ciencias, todas deben ayudar, a partir de los conceptos y métodos que cada una maneja, a que los estudiantes utilicen lo que aprenden en la escuela en pro de una transformación (una transformación que se refleja en tener la capacidad de elegir). Es por tal motivo que nuestro trabajo está encaminado a analizar cómo es el proceso de construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, para así, en futuras investigaciones, profundizar en los elementos encontrados, y a partir de allí proponer estrategias metodológicas que contribuyan a realizar de una mejor forma este proceso.

---



Por tanto, nuestro tema de investigación va encaminado al análisis del cómo es el proceso de construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, teniendo como pregunta: ¿Cómo es el proceso en la construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera?

### **Marco teórico**

El álgebra, desde el comienzo de la vida escolar siempre ha sido el tema donde los estudiantes han tenido mayor dificultad en su aprendizaje, por su amplia definición en sus conceptos y propiedades, por las diferentes interpretaciones que tienen de ella y por la forma que algunos profesores la ponen en escena ante ellos.

Recordando las palabras de Cogollo (2006, p. 13) cuando cita a Booth (1990) diciendo que:

El álgebra es reconocida como la piedra en el zapato en la escuela, tanto en el presente como en el pasado. Los estudios históricos de los desarrollos del álgebra en la educación en el siglo XX muestran que el álgebra en la escuela secundaria no ha cambiado mucho en los últimos años. Sin intención, el álgebra ha funcionado como medio para captar los aprendices más capaces (unos cuantos felices que entienden y disfrutan el poder del álgebra) que el resto, quienes la recuerdan y la experimentan como una combinación exclusiva de letras y números.

Ahora bien, desde nuestras observaciones a lo largo de la investigación estamos en total concordancia, ya que los estudiantes muestran ciertas dificultades, en algunas situaciones (la errada interpretación de los conceptos y de las propiedades, la no adecuada representación de enunciados en lenguaje simbólico y en la representación de expresiones algebraicas en lenguaje natural, etc.), en este proceso de aprendizaje. Estas dificultades hacen que los estudiantes pierdan motivación y ánimo por las matemáticas y más en especial por el álgebra. Sin olvidar, claro está, lo que dice Cogollo (2006, p. vii) “el profesor, la mayor parte del tiempo ignora la verdadera interpretación que el estudiante da a los conceptos matemáticos”, de ahí que se tenga que hacer un mayor énfasis en las interpretaciones que se le da a lo expresado por los estudiantes.

Es por tal motivo que nuestro marco teórico va encaminado a trabajar lo que es el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, y la variable, teniendo en cuenta las dificultades con las que se encuentran los estudiantes en este camino de construcción del concepto de variable, pasando por el lenguaje.

### **Lenguaje natural y lenguaje simbólico**

En esta investigación queremos entrar a estudiar y analizar un aspecto más puntual en esta problemática que envuelve los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra, como lo son las interpretaciones y la utilización que los estudiantes hacen del lenguaje.

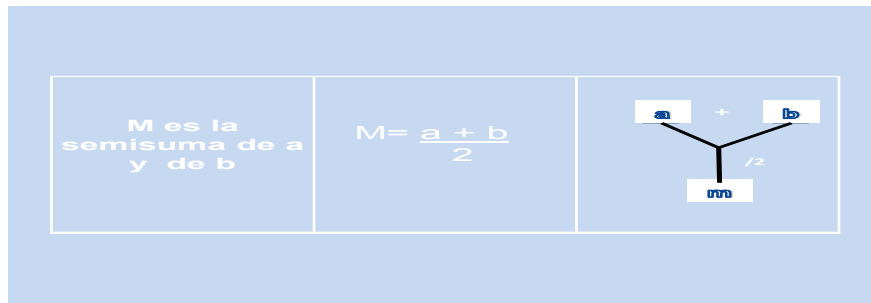
El pensamiento variacional tiene que ver con el tratamiento matemático de la variación y el cambio, el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen variables. Pero no hay que desconocer que el lenguaje forma una parte importante en ese pensar dinámicamente, pues es a partir de este que el sujeto comprende, comunica y expresa los patrones que observa y detecta en situaciones de variación.

En este sentido, agregamos que los contextos juegan un papel fundamental en la construcción de la variación, es decir, que los estudiantes a partir de situaciones cotidianas, como ir a la tienda o salir a pasear, van identificando y construyendo la palabra y el significado de variación, para después ponerla en escena ante el álgebra y sus problemas numéricos.

Viendo la importancia que juega el lenguaje y sus usos en el pensamiento variacional, abordaremos algunos autores que estudian la teoría del lenguaje como Pochulu (2007) trabajando sobre los errores más comunes y sus contextos, Duval (1999) trabajando sobre representaciones y sus transformaciones, y Serrano (2005) trabajando sobre el lenguaje y sus propiedades.

Duval (1999), dentro de su teoría, habla sobre presentaciones, las cuales son esquemas mentales que los sujetos construyen para comprender un concepto u objeto. Duval (1999) define lo que es un registro o sistema semiótico, el cual comporta reglas, más o menos explícitas que permiten combinar los signos entre sí de tal manera que la asociación formada tenga también un sentido, es decir, el sistema semiótico es un conjunto de reglas, transformaciones y relaciones que se pueden hacer con algunas representaciones. Estas transformaciones son básicamente dos: el tratamiento (es pasar de una representación a otra dentro de un mismo registro) y la conversión (es pasar de una representación a otra que es de otro registro); en la medida que se realizan estas transformaciones es que el sujeto puede comprender e interiorizar representaciones cada vez más complejas.

El siguiente es un ejemplo de una conversión, Duval (1999) pág. 45:



Un ejemplo de conversión realizado en los estudiantes de noveno es el siguiente:

a) añade  $4 a 5n = 45N$  .  
 b) suma  $4 a 5n = 9N$   
 c) aumenta  $4 a 5n = 9N$

(Sergio actividad, 12/05/09)

a) añade  $4 a 5n \rightarrow 5n + 4$  .  
 b) suma  $4 a 5n \rightarrow 5n + 4$  .  
 c) aumenta  $4 a 5n \rightarrow 5n + 4$  .

(Ana María actividad, 12/05/09)

Es notable en estas respuestas que los estudiantes expresan, como hay una interpretación diferente



de lo que presentan el enunciado, observándose las dificultades que hay en la conversión y en la comprensión de los mismos.

Al respecto Duval (1999) habla sobre las dificultades en la conversión, parafraseando:

Los enunciados son la interacción entre la lingüística y el objeto matemático a tratar, la dificultad en su comprensión, y posteriormente en su simbolización, es porque el sujeto no hace fácilmente una conversión. Esta dificultad radica en la conversión porque esta no se aprende con que el maestro haga un ejemplo en el tablero y ya, esta requiere de toda una comprensión de las representaciones que están involucradas.

Adicionalmente, Pochulu (2007) en su artículo muestra algunas de las dificultades que se presentan en los estudiantes en el momento de transformar un enunciado en un lenguaje natural a un lenguaje lleno de símbolos, y viceversa, como son:

1. Los estudiantes tiene tanta confianza frente a los resultados que arrojan sus procedimientos, que no realizan pruebas para confirmas sus afirmaciones.
2. Realizan generalizaciones de problemas y enunciados donde no se pueden hacer.
3. No hay una clara comprensión sobre los conceptos que se están manejando.
4. Hay una mala simbolización de los enunciados matemáticos.


Pochulu, igualmente, presenta algunas posibles causas de las dificultades que muestran los estudiantes en la interpretación y simbolización de enunciados, tanto por parte del docente como por parte del alumno, como son:


1. Hay una mala lectura de los enunciados.
2. Los problemas que se plantean no van más allá de un tratamiento numérico a lo propuesto.
3. El maestro pocas veces deja expresar frente a los estudiantes cómo razona los enunciados y cuáles son los caminos que sigue (aunque no siempre funcionen) para la solución de los mismos. Esta posición en la que el maestro se presenta ante los estudiantes como el “omnipotente”, impide en cierta medida que los estudiantes comprendan la exigencia del razonamiento que requieren las matemáticas. Esta causa también desencadena que el estudiante no pueda conocer todos los “trucos” de los cuales se vale el maestro para la solución de los problemas y la representación de los diferentes enunciados.
4. La preocupación del estudiante, en la mayoría de los casos, se centra en saber el algoritmo que lleva a la solución del problema, no teniendo en cuenta los conceptos que involucra el tema.
5. Es posible que el estudiante cometa errores porque no tiene los conocimientos previos necesarios para la solución de los problemas.

En párrafos anteriores, se hablaba de la importancia que tiene la comprensión de los enunciados, sin olvidar que en los enunciados son interacción del lenguaje y el conocimiento matemático, en este caso, (Duval (1999)). Al respecto, Saussure (1945) citado por Serrano (2005), concibe el lenguaje como el complemento de dos entidades lengua (no es individual, es propiedad social, es la totalidad de los sistemas lingüísticos que los miembros de una comunidad tienen (en su memoria), es decir un sistema de signos) y habla (habla como uso de lengua de un individuo en una situación específica, es decir, la codificación de un mensaje específico que es descifrado por quienes participan de un proceso de comunicación. Existe en la medida que hay impresiones sonoras).

Con el interés de utilizar un lenguaje que sea comprendido por los estudiantes y que los motive en la realización de las situaciones que se les planteamos, proponemos situaciones como:




**Institución Educativa Ramón Múnera Lopera**  
**Universidad de Antioquia**  
**Facultad de Educación**

  
 UNIVERSIDAD DE ANTIQUIA

Actividad

Nombre: Sergio Estiven Gomez P. Grado: 9<sup>o</sup>  
 Fecha: 8/10/09


- Objetivo: Identificar, representar e interpretar las variables en una situación determinada.

Laura cumplirá 15 años, para esto sus padres alquilaron el salón de la acción comunal. Con el alquiler del salón prestaron 50 mesas cuadradas.

Los padres de Laura al ver el espacio tan pequeño pensaron en ubicar las mesas unidas por un lado (como indica la figura y a modo de ejemplo) alrededor del salón, con el fin de poder bailar en el centro del mismo. Como el salón es pequeño, los padres deben saber cuántas personas podrían invitar, donde se incluyan familiares y amigos de Laura.

Hay que tener en cuenta que solo una persona se puede sentar por cada lado de la mesa, para que los invitados no se sientan incómodos.

**9) Resuelve la siguiente situación:**



En una rifa que se hizo en el colegio, donde participaron todos los grupos, el ganador fue 9-1. Este grupo será premiado con dulces. El director quiere saber cuántos dulces debe comprar si a cada estudiante se le dará el número de dulces igual al número que cada uno sea en la lista del director de grupo (ejemplo: el estudiante que sea el número uno en la lista se llevará un dulce, el estudiante que sea el número 20 se llevará 20 dulces) ¿Cuántos dulces deberá comprar el director del colegio para que los 50 estudiantes de 9-1 tengan el número de dulces respectivo? Si fuera un grupo de 100 estudiantes ¿Cuántos dulces deberá comprar el director? Si fuera un número cualquiera de estudiantes ¿Cuántos dulces debería comprar el director?

En estas situaciones era notable el interés que los estudiantes mostraban con las situaciones planteadas, pues tratábamos que la temática se relacionara con lo que ellos viven en su “cotidianidad”.

Al respecto, Serrano (2005) expresa, parafraseando: dado que es en el aula donde se verifican el lenguaje matemático y hay influencia de los algunos textos matemáticos en la enseñanza de las matemáticas (que permiten la construcción de objetos y se establecen relaciones entre ellos), es el aula el lugar predilecto para que realicen interacciones simbólicas; debido a todos los componentes que intervienen en la utilización del lenguaje natural y del lenguaje simbólico, será labor del maestro, aunque regirse por las reglas y normas que debe tener el lenguaje, codificar al uso y comprensión que los estudiantes tienen de estos.

Desde una apreciación subjetiva, nosotros consideramos que en ocasiones por el desconocimiento del contexto de los estudiantes, proponemos “enunciados contextualizados” y los estudiantes no lo entienden, encontrando aquí una dificultad en la codificación de un mensaje matemático.

### Variable

Ya hemos abordado a grandes rasgos lo que es la utilización del lenguaje y el uso que se tiene de este en la comprensión de objetos de conocimiento. La parte que sigue de este marco teórico es lo relacionado con el concepto de variable, abordado desde diferentes autores y señalando la importancia que tiene este en el pensamiento variacional.



Lee (1996) [citado por Posada, et al. (2007, p. 31)] dice: “el algebra y quizá todo lo que pertenece al mundo de las matemáticas, se centra en la generalización de patrones; generalizar es una de sus actividades fundamentales”; desde este punto de vista, podríamos decir que gracias a la identificación de patrones dentro de situaciones que varían, es posible que el estudiante accede a la comprensión de la matemática.

Es claro que generalmente los estudiantes empiezan a ver “letras” en las operaciones matemáticas cuando comienzan una introducción poco fundamentada del algebra, tomándose solamente como una aritmética con letras o simplemente generalizada. Pero la enseñanza del algebra trasciende estos parámetros ficticios en los que se ha enmarcado su enseñanza, presentándose hoy en día, como dice Posada, et al. (2005, p. 53), en “una nueva forma de pensar la matemática: la expresión de la generalidad, de la generalización.”

Dentro de las observaciones que hacemos en el grado noveno, se hacían notables las dificultades que tenían los estudiantes en la simbolización de enunciados matemáticos, dichas dificultades eran reflejadas en las expresiones algebraicas que se mostraban en la institucionalización que la maestra realizaba constantemente de ejercicios y trabajos resueltos en clase de matemáticas.

Es de anotar que las socializaciones de las actividades que la maestra le proponía a los estudiantes era una acción muy constante, con el fin que hubiera una construcción conceptual entre todos los estudiantes. Esta acción se puede soportar en lo dicho por Posada, et al. (2005, p. 53):

Lo fundamental es permitir al grupo de estudiantes la reflexión frente a lo que cambia, frente a lo que se conserva, y por ende, a las relaciones invariantes estructurales, pero fundamentalmente, permitirles que comuniquen lo que observan y que expliquen dichas relaciones, que transformen, que las expresen de diferentes formas, que hagan conjeturas y, por tanto, formulen hipótesis sobre la situación que analizan.

Particularmente en el caso de la simbolización matemática que los estudiantes realizaban de algunos enunciados que involucraban variable, era frecuente la puesta en común de lo que cada uno expresaba en su cuaderno, donde se daba cabida al debate, la discusión y la conciliación de lo que identificaban como variable y como la representaban. Con respecto a esto Manson, et al. (1999, p. 17) citado por Posada, et al. (2005, p. 51) dice:

Ver hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación..., y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común... El “decir” ya sea a uno mismo o alguien en particular, es un intento de articular en palabras, esto que se a reconocido. “Registrar” es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo dibujos)...

Teniendo en cuenta que los estudiantes, para que identifiquen la variable implícita en un enunciado deben identificar los patrones de la situación, nos preguntamos ¿Qué “cosas” tiene los estudiantes en cuenta para identificar estos patrones? Al respecto Posada, et al. (2005, p. 51) dice “un PATRÓN es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc.”; de ahí que se haga importante el que los estudiantes comuniquen estas propiedades que identifican y como ellas están relacionadas con la situación que la maestra plantea; donde complementa Posada, et al. (2005, p. 51) diciendo: “los patrones permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria por ejemplo en la música, en el movimiento, la economía, la geografía y la variación en general”, esto concluye finalmente en la conceptualización de variable y a su identificación en situaciones escolares y cotidianas<sup>2</sup>; al respecto complementa Cogollo (2006, p. 6) diciendo “el cálculo algebraico no sólo puede proveer respuestas particulares, únicas, sino que también puede expresar procedimientos y relaciones de manera generalizada y simplificada.”

<sup>2</sup> Entendemos por situaciones escolares aquellos enunciados que se proponen en el aula de clase donde se realiza un tratamiento matemático casi mecánico por parte de los estudiantes. Las situaciones cotidianas son aquellas que son totalmente contextualizadas para los estudiantes, son el perfil de lo que pretenden las situaciones escolares.



Siendo las situaciones que se presenten a los estudiantes, el material en el que podrán identificar y, posteriormente, representar variables, ellas no se limitan a los grados específicos de una etapa escolar, pues en la medida que el estudiante tenga más contacto con las generalización y reconocimiento de patrones, podríamos decir, que tendrá una mejor comprensión de las situaciones y las relaciones de ellas con la matemática, a lo cual MEN (2003) citado por Posada, et al. (2005, p. 49) dice:

Vincular las condiciones del contexto en donde las situaciones de cambio sean el ingrediente primordial en la actividad matemática del estudiante permite ver que el desarrollo de pensamiento algebraico deja de ser exclusivo de los grados 8º y 9º, y que por lo contrario, debe movilizarse a lo largo de todo el ciclo escolar, desde el grado 1º al grado 11º, tal como se propone desde los Estándares Básicos de Matemáticas.

De ahí que se haga necesaria una conjunción de lo que es el significado de una variable y su representación, pues consideramos que es de poca ayuda a los estudiantes el hecho que aprendan lo que significa una variable pero que no sepan como identificarla en una situación, como lo sustenta Posada, et al. (2007, p. 31) diciendo: “[...] no se aprenden conceptos de un lado, y después se aprende a generalizar por otra vía, sino que un proceso de conceptualización es en sí mismo un camino hacia la generalización.”

En esta búsqueda de situaciones que involucren variables, sería conveniente revisar lo que propone Vergnaud (1988, p. 141) citado por Posada (2007) en su definición de concepto, donde parafraseando dice:

Un concepto es una tripla de conjunto  $C = \{S, I, R\}$

S= situaciones que dan significado al concepto.

I= invariantes (objetos, propiedades y relaciones) que son utilizados por el sujeto para analizar, entender y comprender las situaciones.

R= representaciones simbólicas que el sujeto utiliza para manipular las situaciones.

Tenemos entonces como misión encontrar esas situaciones que permitan unas relaciones y una manipulación de los estudiantes con la variable.

Otro autor que trabaja lo que es variable y el sentido que le dan los estudiantes a ella, es Cogollo (2006). Dentro de nuestra investigación, nos parece conveniente tener presente las categorías que Cogollo (2006) plantea. Tenemos muy presente que el contexto que permitió que se llevara a cabo estas categorías es diferente al contexto en el cual se desarrollará esta investigación, pero consideramos que es importante tenerlas presentes por las similitudes que nos podamos encontrar y porque, desde nuestras observaciones en el aula de clase, los estudiantes se han expresado de lo que es variable en términos parecidos a los que plantea Cogollo. Estas categorías son:

- La variable como “cosa”: la variable es tomada como todo aquella representación de un objeto.
- La variable: “letra acompañante”, escolta: la variable es tomada como algo que está al lado de algún número sin impedir que se pueda operar un número con letra con otro número sin letra.

a) añade  $4 a 5n = 45 N$  .  
b) suma  $4 a 5n = 9 N$   
c) aumenta  $4 a 5n = 9 N$



Aquí por ejemplo Sergio (actividad 12/05/09) puede estar interpretando la variable (“n”) como algo que no afecta el resultado, permitiendo así que los números se puedan operar sin inconveniente alguno.

- La variable como “número escondido”: la variable es mirada como una incógnita.

Lo planteado por Cogollo es importante en la medida que permite tener una concientización de las interpretaciones que los estudiantes dan de las variables que se encuentran, pues puede ser este un buen comienzo para enriquecer las prácticas de enseñanza y aprendizaje en el aula que permitan una mejor comprensión del concepto. Pero también es importante saber, más o menos, el abordaje que se le debe dar al concepto de variable y lo que implica el que el estudiante sepa interpretarla y comprenderla. Al respecto, en este sentido, parafraseando a Lanner y Sousa (2008), tenemos que:

Para un primer acercamiento al concepto de variable se hace necesario involucrar varios aspectos como son: la comprensión del concepto de variable no se puede desligar de una lógica-histórica, donde se hace indispensable que los estudiantes tengan unos conocimientos previos, pero es de igual importancia las experiencias que los estudiantes han tenido dentro de su proceso de enseñanza y aprendizaje, donde están involucradas las experiencias con el maestro, con los compañeros y con el mismo conocimiento; tampoco se puede desligar la prioridad que debe tener la comprensión de la fluencia, el que el que el estudiante comprenda que todo está en movimiento, que todo cambia, que las cosas y situaciones son dinámicas y no estáticas. Al mismo tiempo, el concepto de variable está estrechamente relacionado con lo que es el campo de variación (“espacio” en donde se puede “mover” la variable) y el lenguaje en el que se puede ser expresada la comprensión del concepto de variable siendo el retórico, sincopado y/o el simbólico.

A partir de estas apreciaciones se hace necesario pensar en la variable como un concepto que comprende dos entes importantes:

- Uno es el ente simbólico, donde encontramos una letra o una representación de las variables de una situación.
- Otro es el ente generalizador, donde encontramos que la variable no es solo la letra, que la variable es la generalización de un patrón, una regularidad, una secuencia, que en sí, podría decirse, es la parte que permite comprender y pensar los cambios dinámicos y mutables de las situaciones que se planteen.

### **Objetivo general**

Analizar cómo es el proceso de construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera.

### **Metodología**

Este proyecto de investigación está inmerso en otro proyecto llamado “El conocimiento matemático: desencadenador de interrelaciones en el aula de clase”<sup>3</sup>. Dicho proyecto, está siendo realizado en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, bajo la coordinación de Diana Jaramillo y está siendo financiado por la Universidad de Antioquia y COLCIENCIAS.

Por cuestiones temporales disponibles para la realización de la investigación de nuestro proyecto, el enfoque que se eligió fue el fenomenológico-hermenéutico, donde se realizarán análisis e interpretaciones de los fenómenos que intervienen en la simbolización matemática dentro del aula de clase.

3 Este proyecto trabaja bajo un método cualitativo y una investigación colaborativa. Sus participantes son estudiantes de maestría, algunos estudiantes de pregrado de segunda y tercera práctica pedagógica y los sus gestores (Diana Jaramillo, Yolanda Beltrán y Gilberto Obando)

La forma en la que recolectaremos los datos es por medio del estudio de casos, donde parafraseando a López (2006), el objetivo principal de este tipo de estudio es comprender el significado de un fenómeno o una experiencia; este se basa en el razonamiento inductivo, es decir, los conceptos globales surgen a partir del estudio minucioso de los datos. Igualmente el estudio de casos se plantea con la finalidad de llegar a generar conjeturas a partir del establecimiento sólido de relaciones descubiertas, aventurándose a explicar relaciones casuales que aparecen en un contexto concreto y dentro de un proceso dado.

Parafraseando a López (2006): El estudio de casos no es más que la descripción y el análisis de una situación real en la que se plantean o puede plantearse un problema, evitando en lo posible expresar juicios de valor. Esta metodología puede hacerse de forma individual o colectiva. En este proyecto se hará colectivamente, pues consideramos que puede ser de mayor riqueza conceptual, aunque todos los datos que se obtengan no sean los mismos, pueden proporcionar una comprensión más profunda del fenómeno. Por tal motivo, el estudio de casos se realizará con tres estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, puestos a consideración de la maestra colaboradora Claudia Quintero, de diferente rendimiento académico y diferente género.

Se escogen tres estudiantes ya que:

- No se quieren realizar generalizaciones, pues el interés de la investigación está enfocado en interpretar algunos fenómenos.
- Serán tres estudiantes solamente, debido a que por cuestiones de tiempo (pues para la realización de este proyecto se cuenta con un año) no se haría posible analizar los datos de muchos estudiantes, teniendo como consecuencia la eliminación de información que involucre a algunos estudiantes.
- Se escogerán estudiantes con diferente rendimiento académico pues en la medida que se tengan datos variados, triangulando estos datos, la revisión bibliográfica, entre otros elementos, se podrá hacer una interpretación más amplia con respecto al tema de investigación.

Para la recolección de los datos, tendremos como instrumentos:

- La observación participante o visita a la institución, pues esta implica una inmersión en la vida y en la cultura de los estudiantes.
- La entrevista, pues nos permitirán revelar lo que no puede observarse tan directamente con respecto a lo que se quiere analizar. Además, es una herramienta que permite un poco de acercamiento a los estudiantes elegidos en el estudio de casos.

Estas entrevistas se realizarán a los estudiantes que participen de la investigación (Sergio Gómez, Ana María Sánchez y Verónica Cerón, nombres reales), con el objetivo de analizar cómo es el proceso de construcción del concepto de variable, desde la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera. Se realizará una entrevista también, a la maestra Claudia Quintero, con el objetivo de saber algunas estrategias que ella ha utilizado para ayudar a los estudiantes en el proceso de simbolización matemática.

Las entrevistas que se realizarán serán semi-estructuradas, pues no se quieren ceñir solo a las preguntas preestablecidas, y de esta forma hacer la conversación un poco amena, adicional a este aspecto, nos parece importante que se hagan preguntas que vayan surgiendo en la conversación, pues de ser una entrevista estructurada no se podrían hacer.

- Construcción, realización y socialización de actividades: estas actividades serán resueltas por los estudiantes y permitirán vislumbrar aspectos sobre la simbolización y su proceso en los estudiantes. Estas actividades comprenden lo que son cartas, situaciones problema y talleres.
-



La forma de encontrar las categorías emergentes que se acogerá en este trabajo es la triangulación, donde habrá un diálogo entre la bibliografía revisada, los datos, la asesoría de la coordinadora del proyecto y las apreciaciones subjetivas de los investigadores. Ya a partir de la triangulación se construirán las categorías emergentes, pues no se quiere sujetar los resultados a categorías que se tengan a priori. De ahí, que la medida en que los resultados vayan ilustrando características relevantes, se conformarán categorías que abarquen todos los datos.

### Referencias bibliográficas

- Boavida, A M. & Ponte, J. P. (2002). *Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas*. In GTI (Org.), *Reflexir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM
- Cogollo. (2006). *La variable: "cosa", "letra acompañante" o "número escondido*. Tesis de maestría. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Duval, R. (1999). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Hernández, R. (1991). *Metodología de la investigación*. Tercera edición.
- López, F (2006). *Investigación cualitativa: nuevas formas de investigar en el ámbito universitario*.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Curriculares de Matemáticas*
- Morales, et al, (2003). *Concepto de variable: dificultades de su uso a nivel universitario*. Universidad de Sonora, Departamento de Matemáticas.
- Pochulu, M.D. (2007). *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad*. Villa María (Argentina): Universidad Nacional de Villa María.
- Posada, F., Gallo, O., Gutiérrez, J., Jaramillo, C., Monsalve, O., Múnera, J., Obando, G., Silva, G., & Vanegas, M. (2007). *Pensamiento variacional y razonamientos algebraico*. Secretaría de Educación para la cultura de Antioquia.
- Posada, M. et al, (2005). *Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas*. Secretaría de Educación para la cultura de Antioquia.
- Serrano, W. (2005). *¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático?* Venezuela: Universidad Pedagógica Experimental libertador. SAPIENS: Revista Universitaria de Investigación.