10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa

"Trabajo en el aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa para estudiantes de grado quinto"

Karina Olarte Molano
Nina.olarte@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Resumen

El presente trabajo es una replica de la monografía de grado "Trabajo de aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa en estudiantes de grado quinto"[1] , cuyo objetivo es ampliar, y validar la tesis mencionada, y dado que el trabajo de aula que se propone allí no contempla actividades y análisis de situaciones de la categoría producto de medidas, se realizará el diseño y pilotaje de estas, para luego ser aplicadas.

Se busca evidenciar si el anterior trabajo de aula produce resultados transferibles a nuevos aprendizajes en los estudiantes, tomando como base el modelo didáctico de resolución de problemas para la transformación de conocimientos en torno a estructura multiplicativa.

Este conjunto de situaciones deben concebir en el estudiante la motivación, permitiendo que éste realice inferencias, desarrolle nuevos esquemas y estructuras mentales y se evidencie la utilización de estrategias de resolución de problemas así como las dificultades que subyacen a estas.

La ejecución de dicho planteamiento se lleva a cabo en determinadas fases en las cuales se tiene en cuenta la actividad diagnóstico realizada en la tesis, ésta se implementa junto con las actividades de producto de medidas ya piloteadas y consecuencia de éstas se elabora el análisis de los resultados que muestran las estrategias empleadas y las dificultades generadas; posterior a ello se implementa el trabajo de aula propuesto cuya técnica de investigación es de tipo cualitativo, con observación directa y haciendo uso de entrevistas, protocolos y notas de clase que conlleven al contraste con los resultados dados en la tesis y los generados a partir del trabajo realizado.

Introducción

El presente trabajo es una replica de la monografía de grado "Trabajo de aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa en estudiantes de grado quinto"[2]. La actividad diagnóstica y la propuesta de trabajo de aula se aplicará a los estudiantes de grado quinto del colegio Reino de Holanda. Para la implementación se seleccionará una muestra con las variables del primer estudio; además dado que el trabajo de aula propuesto no contempla actividades y análisis de situaciones de la categoría producto de medidas, se ampliará este trabajo con estas actividades, que serán piloteadas y validadas con la aplicación definitiva; luego se realizará un contraste de los resultados obtenidos en el trabajo de aula y los que se evidenciaron en el diagnóstico.

1 Manrique, J y Rada, I (2003). "Trabajo de aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa en estudiantes de grado quinto; Monografía de grado. La cual se llevó a cabo en el colegio Interamericano.

2 Manrique, J y Rada, I (2003). "Trabajo de aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa en estudiantes de grado quinto; Monografía de grado. La cual se llevó a cabo en el colegio Interamericano.

Se realizará análisis de las dificultades que se presentan cuando se resuelven situaciones multiplicativas en distintos universos numéricos (en este caso, los naturales y los racionales) y la forma como los estudiantes desarrollan esquemas adecuados a dichas situaciones.

1. Descripción del problema

Como sostiene Obando (2005) "la enseñanza de la multiplicación se realiza en los primeros años de la educación básica, bajo un esquema que relaciona la operación multiplicación con la suma: sumas de sumandos iguales se abrevian por medio de la multiplicación. En este sentido, 4x5 es interpretado como 4 veces 5 ó 5 + 5 + 5 + 5. De esta manera la multiplicación es vista como una relación ternaria. (4x5=20), resultado de ejecutar una operación binaria", es a partir de allí que es estudiado el algoritmo clásico de la multiplicación, y la solución de problemas que involucran multiplicaciones.

Por lo anterior, vemos que se está dejando de lado la relación que tiene la multiplicación con otros conceptos como el de División, Fracción, Razón, Proporción,… y que conforman lo que Vergnaud (1998) ha denominado el campo conceptual multiplicativo (CCM), es en este sentido que dicho concepto requiere para su adquisición de un largo periodo de tiempo y por ende la comprensión de los conceptos que subyacen alrededor de éste.

De acuerdo a la investigación realizada por (Bonilla, y Romero, 2006. p. 4) la mirada que se ha dado a la multiplicación y la división en los currículos que se encuentran desde los años 1962 hasta los presentes lineamientos curriculares, apunta a que en ellos se promueve una sola conceptualización de la multiplicación, como suma repetida, inclusive la matemática moderna la define como operación binaria; de tal manera que el único significado explícito presente es el de la multiplicación como suma reiterada.

Además, no siendo suficiente este rompimiento conceptual de la multiplicación en los currículos anteriores a los lineamientos, se presenta en la misma investigación un estudio realizado a los textos escolares los cuales son utilizados en gran parte por los docentes como textos guía. Este estudio muestra que la definición de multiplicación más usada es la multiplicación como suma de sumandos iguales, en cuyo caso se encuentra "el multiplicando (sumando que se repite), multiplicador (veces que se repite el multiplicando) y producto (resultado de la operación)", (Maza, 1991, p. 4); cabe decir que los problemas del tipo isomorfismo y producto de medidas son menos frecuentes encontrarlos en estos textos.

En este sentido se plantea en los lineamientos curriculares (MEN, 1998) una visión más compleja e integrada de la multiplicación, se propone que el trabajo con los estudiantes sea mediante el manejo de distintas situaciones problema como las que modelan factor multiplicativo, adición repetida, razón y producto cartesiano.

Así mismo es importante que el tratamiento que se le de a la multiplicación sea por medio de diversas situaciones problema que permitan evidenciar el surgimiento y modelación de los conceptos asociados a ésta y la relación con cada uno de ellos. En este caso el estudiante construye esquemas multiplicativos que le permiten entender que no en todas las situaciones presentadas por el docente puede dar un tratamiento igual, y que no siempre puede dar solución por medio de una suma reiterada o la simple aplicación del algoritmo que impide la necesidad de ver las magnitudes puestas en juego en la situación.

(…) "A menudo se usan modelos para ayudar a los estudiantes a comprender la acción de la operación. Por ejemplo, modelar la multiplicación como una adición repetida suministra una forma concreta de ayudar a los alumnos a pensar en la multiplicación así como también en cómo resolverla.

Es importante explorar varios modelos para la multiplicación para que los estudiantes vean tanto el poder de un modelo como sus limitaciones.

Por ejemplo, pensar la multiplicación como adición repetida puede conducir a generalizaciones incorrectas (“la multiplicación siempre hace las cosas más grandes”)” (MEN, 1998, p. 52)

“Tradicionalmente el trabajo con la operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de calculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones” (MEN, 1998, p. 53)

De esta manera al abordar situaciones problema que involucren el isomorfismo de medidas y producto de medidas surge la necesidad de establecer mecanismos de resolución de problemas de estructura multiplicativa, que permitan evidenciar manifestaciones de los estudiantes en torno a dificultades al enfrentarse a problemas de esa estructura.

Por todo lo dicho anteriormente, para que el estudiante adquiera una comprensión de la multiplicación más allá de todo lo expuesto y concerniente a la estructura multiplicativa (de la clase isomorfismo y producto de medidas) se hace necesario que por medio de las situaciones que son planteadas por el profesor, el estudiante descubra nuevas formas de proceder e incorpore nuevos esquemas que incluyan los presentes; además que la secuencia permitiera visualizar que ciertos procedimientos no son acordes y pertinentes para llevar a cabo con todas las situaciones que pertenezcan a la misma estructura multiplicativa.

En este caso la necesidad que se plantea es la búsqueda de situaciones de la clase producto de medidas que sean mas pertinentes para desarrollar en los estudiantes la identificación de las diferentes magnitudes en juego y las formas en las cuales se puede representar para dar solución a estas si dejar de lado la forma algorítmica que si bien es fundamental no enfatiza en la comprensión de los estudiantes en los procesos que subyacen a la aplicación del algoritmo.

2. Objetivos

2.1 General

Replicar, ampliar y validar la tesis de grado “Trabajo de aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa de los estudiantes de grado quinto” de manera que permita mostrar que los instrumentos diseñados, la ampliación y adecuación de la propuesta de trabajo en el aula con relación a las categorías isomorfismo y producto de medidas por medio de la resolución de problemas produce resultados transferibles y nuevos aprendizajes en los estudiantes de grado 501 de la IED

2.2 Especificos

2.2.1 Ampliar el marco teórico para diseñar las categorías con las cuales se ampliará el trabajo en el aula propuesto.

2.2.2 Diseñar y pilotear una actividad que involucre la categoría de producto de medidas que contribuya a ampliar y fortalecer el trabajo en el aula propuesto.

2.2.3 Ampliar el sistema de categorías existente que permita analizar y clasificar las estrategias que los estudiantes de grado quinto emplean en la resolución de problemas de la categoría producto de medidas.

2.2.4 Analizar y clasificar las estrategias que utilizan los estudiantes de grado 501 en la resolución de problemas de las categorías isomorfismo y producto de medidas.

2.2.5 Ampliar la propuesta de trabajo en el aula evidenciando las relaciones encontradas en las conclusiones de la tesis y las nuevas a partir de la implementación de éste.

3. Marco teórico

El trabajo gira principalmente en torno a la resolución de problemas como herramienta misma de la adquisición de conocimientos y a la estructura multiplicativa como campo conceptual en el que los problemas se implementan como situaciones[3] y referentes[4] en dicha adquisición.

Concretamente el trabajo va dirigido a realizar una propuesta de aula que contribuya al desarrollo de la estructura multiplicativa de estudiantes de quinto de primaria, por lo tanto, es necesario que para ello sea explicito, la perspectiva epistemológica, pedagógica y metodológica que tenemos frente al tema en el que se va a desarrollar la propuesta.

3.1 Construcción del conocimiento

3.1.1 DESDE PIAGET

La teoría epistemológica elaborada por Piaget (1987) sobre la construcción del conocimiento consiste en afirmar que la acción es generativa de todo conocimiento. El sujeto no conoce más propiedades de las cosas, que aquellas que sus acciones le permiten conocer.

Esta teoría ha sido denominada epistemológica genética porque estudió el origen y desarrollo de las capacidades cognitivas desde su base orgánica, biológica, genética, encontrando que cada individuo se desarrolla a su propio ritmo.

Otra cosa muy importante en el aprendizaje es la motivación que haya frente a las situaciones desequilibradotas. La motivación del estudiante se deriva de la existencia de un desequilibrio conceptual y de la necesidad del estudiante de restablecer su equilibrio. La enseñanza debe ser planeada para permitir que el estudiante manipule los objetos de su ambiente, transformándolos, encontrándoles sentido, introduciéndoles variaciones en sus diversos aspectos, hasta estar en condiciones de hacer inferencias lógicas y desarrollar nuevos esquemas y nuevas estructuras mentales.

3.1.2 DESDE VERGNAUD

Para Vergnaud las matemáticas se redescubren, se reinventan en la mente de los estudiantes, siendo este proceso, similar a la construcción de las matemáticas por los matemáticos en el transcurso de la historia. Por lo tanto se le da gran trascendencia a la relación del conocimiento con los problemas que hay que resolver y las situaciones que han de ser tratadas.

Vergnaud afirma que, la solución epistemológica consiste en que la construcción del conocimiento radica en la construcción progresiva de representaciones mentales, implícitas o explicitas. La representación es a la vez, por una parte, activa, pragmática, y operacional, y por otra, discursiva, teórica y simbólica. La objetividad es raramente completa, pero en cierto sentido siempre hay algo de objetividad en cualquier representación. Muy a menudo no es la misma representación la que gobierna la acción y el discurso.

Algunas consecuencias educacionales

- Los conceptos matemáticos deben ser construidos por los estudiantes como herramientas funcionales que les capacitará para manejar variados tipos de situaciones.
- Los estudiantes deben recorrer las mismas dificultades conceptuales y tienen que llegar a los mismos obstáculos epistemológicos que han encontrado los matemáticos.

3 Situaciones como componente esencial del campo conceptual, desde la perspectiva de Vergnaud.
4 Referentes como parte constitutiva del concepto así como lo define Vergnaud.

- Los docentes deben abandonar su visión personal de las matemáticas e intentar abarcar un mayor abanico de posibilidades acerca del significado que las matemáticas pueden tener para el estudiante.
- Es importante que los estudiantes también experimenten importantes cambios en sus propias ideas a través de la resolución de problemas, la discusión de diferentes conjeturas y procedimientos haciéndose más concientes de sus propias concepciones y dificultades.

3.2 Teoria de los campos conceptuales

Para empezar se considera campo conceptual como un conjunto de situaciones. En el caso particular de las estructuras multiplicativas, el conjunto de situaciones que demandan una multiplicación, una división o una combinación de esas operaciones. El concepto de situación no tiene aquí el sentido de situación didáctica sino más bien el de tarea, siendo la idea de que toda situación compleja puede ser analizada como una combinación de tareas en la que es importante conocer su propia naturaleza y su dificultad.

Para ejemplificar un poco mejor la idea de campo conceptual Vergnaud considera el campo conceptual de las estructuras multiplicativas. El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones: proporción simple y proporción múltiple, función lineal n-lineal, relación escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, fracción, razón, múltiplo y divisor, etc.

3.2.3 DOS GRANDES CATEGORIAS MULTIPLICATIVAS

El análisis que hace Vergnaud de los problemas que conllevan operaciones de multiplicación y división, muestra que los problemas simples de este tipo se sitúan casi siempre en el marco de dos grandes categorías: categoría de producto de medidas y categoría de isomorfismo de medidas.

3.3 Isomorfismo de medidas

El isomorfismo de medidas lo podemos ver como una relación cuaternaria entre cuatro cantidades; en donde dos de ellas son medidas de un cierto tipo y el resto son medidas de otro tipo. Por ejemplo:

1. Tengo 5 paquetes de caramelos, en cada paquete hay 8 caramelos. ¿Cuántos caramelos tengo?

   Este problema lo podemos representar como un diagrama de correspondencia en el cual se puede ver, cuáles son las cuatro cantidades a las que nos referimos. La representa la cantidad buscada:

M_1	M_2
Número de paquetes de caramelos	Número de caramelos por paquete
1	8
5	X

Tabla 1.

El esquema utilizado es la tabla de correspondencia entre dos cantidades. Dependiendo de lo que se busque, la cambiará de posición en la tabla de correspondencia, y de igual manera la dificultad al resolver el problema también variará[5] .

5 VERGNAUD, Gerard. El niño, las matemáticas y la realidad. México: Trillas. 1997. pagina 200

El anterior esquema muestra la relación que existe entre las cuatro cantidades que subyacen de algo más general, que es la función que va desde el conjunto de medidas: paquetes de caramelos, a otro conjunto de medidas: caramelos.

M_1	M_2
Número de paquetes de caramelos	Número de caramelos por paquete
1	8
2	16
3	24
4	32
5	*X=40*
6	48

Tabla 2.

Esta función es un isomorfismo entre conjuntos de medida. Al respecto, un isomorfismo es una función que es biyectiva y es una función lineal: una función es biyectiva cuando es inyectiva y sobreyectiva.

Función inyectiva: sea $f : M \rightarrow N$ una función. Entonces es inyectiva si y solo si $f(x) = f(y)$ entonces $x = y$ Donde $x, y \in M$

Función sobreyectiva: sea $f : M \rightarrow N$ una función. Entonces se dice que f es sobreyectiva. Si para todo $n \in N$ existe al menos una $m \in M$ tal que $f(m) = n$

Función lineal: una función lineal f de M en N es una función que asigna a cada elemento $m \in M$ un elemento único

$f(m) \in N$ y que satisface, para cada l y m en M cada escalar r,
1. $f(1 + m) = f(l) + f(m)$ y 2. $f(m\ ) = f\ (m)$

3.4 Aprender por medio de la resolución de problemas

Las matemáticas en toda su historia se han construido como respuesta, y soluciones posibles, a múltiples problemas que se le han presentado al hombre, es decir que, la acción de resolución de problemas ha estado en el centro mismo de la elaboración de la ciencia matemática. Podría decirse que, "hacer matemáticas es resolver problemas".

En ese sentido, en el de hacer matemáticas, pero ahora en el aula, se puede aprovechar la actividad de resolver problema. Esto no solo porque así se ha construido la matemática en la historia, sino porque trae muchos beneficios, cuando se tata de enseñar con sentido para el estudiante, es decir, que lo que se ha enseñado pueda luego aplicarse por el estudiante en la resolución de nuevos problemas.

4. Metodología de investigación

Diseño de la investigación

Fase Exploratoria:

En esta fase se tendrán en cuenta las dos pruebas diagnóstico que se trabajaron anteriormente las cuales constan de situaciones, en la primera no se pide que los estudiantes realicen representaciones y en la segunda si se les pide que realicen representaciones acerca de las soluciones que dan a cada una de ellas.

Fase comprensiva:

Estudio de los referentes teóricos encontrados con relación a la multiplicación de la clase isomorfismo y producto de medidas, campos conceptuales, estrategias de resolución etc.

Selección de la información más pertinente en cuanto al objeto de estudio. Revisión de los instrumento de trabajo, en este caso pruebas diagnóstico, planeación y formulación de la situación de producto de medidas.

Fase interpretativa:

Realizar el pilotaje de las actividades de producto de medidas que se proponen para la ampliación del trabajo de aula para caracterizar las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de estas, ampliación de las estrategias de análisis de los resultados, clasificación de las estrategias; esto en base a las representaciones que utilicen los estudiantes, realizar el correspondiente análisis de los resultados obtenidos.

Fase Propositiva:

Con base a la adecuación de las actividades propuestas y aplicadas se realiza la adecuación del trabajo de aula propuesto con las nuevas actividades ya piloteadas, realización de la prueba final para establecer los resultados "el antes y el después"; realizar el contraste de las conclusiones obtenidas en la anterior tesis.

Es así como el trabajo a realizar consta de las fases anteriormente descritas, se trabaja para el diagnostico con base a las 2 actividades diagnosticas que ya se tienen, en base a la realización y el pilotaje de la actividad de producto de medidas se amplia el trabajo de aula y se aplica en el grado que se tenga, para luego realizar el contraste de las conclusiones.

5. Pruebas realizadas

Tabla de la primera prueba diagnostico de estructura multiplicativa

Problema	Categoría - subcategoría
1. Tengo 7 cajas de cuadernos. Hay 15 cuadernos por caja. ¿Cuántos cuadernos tengo?	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de multiplicación
2. Se quiere comprar un cable para parabólica que cuesta 32,4 pesos el metro. Para conectar del poste al televisor se necesitan 8,5 metros de cable. ¿Cuánto dinero se debe pagar	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de multiplicación

3. Pague 27000 pesos por 6 video juegos. ¿Cuál es el precio de un video juego	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de división, primer tipo
4. Felipe tiene 5950 pesos y quiere comprar algunos paquetes de galletas que cuestan 850 pesos cada paquete. ¿Cuántos paquetes puede comprar?	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de división, segundo primer tipo
5. Una carrera de autos cubre un trayecto de 247760 kilómetros. Un auto consume 6,785 litros de combustible cada 100 kilómetros. ¿Cuánto consumirá dicho auto durante la carrera?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
6. se compro 63 cajas de gelatina. Cada paquete de 7 cajas de gelatinas cuesta 19,5 pesos. ¿Cuánto se pagó?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
7. 13 bolsas de arroz pesan 6500 gramos. Para hacer un arroz con pollo en un restaurante se necesitan 16 bolsas de arroz. ¿Cuánto pesan las 16 bolsas de arroz?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
8. 7 muchachos y 6 muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?	Producto de medidas, multiplicación
9. Tengo 5 camisas y 2 pantalones. ¿Cuántas pintas diferentes pueden salir?	Producto de medidas, multiplicación

Tabla de la segunda prueba diagnostico de estructura multiplicativa

Problema	Categoría - subcategoría
1. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. Tengo 3 paquetes de yogur. Hay 4 yogures en cada paquete. ¿Cuántos yogures tengo?	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de multiplicación
2. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. Mi mamá quiere comprar una tela que cuesta 24.80 francos el metro para hacerse un traje de sastre. Necesita 3.50 metros de tela. ¿Cuánto deberá pagar?	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de multiplicación
3. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. Pague 12 francos por 3 botellas de vino ¿Cuál es el precio de una botella?	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de división, primer tipo
4. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. Pedro tiene 12 francos y quiere comprar algunos paquetes de caramelos que cuestan 4 francos cada paquete. ¿Cuántos paquetes puede comprar?	Isomorfismo de medidas. Subcategoría de división, segundo primer tipo

5. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. Una carrera de autos cubre un trayecto de 247760 kilómetros. Un auto consume 6.785 litros de combustible cada 100 kilómetros. ¿Cuánta cantidad de combustible consumirá dicho auto durante la carrera?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
6. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. Compro 12 botellas de vino. Cada paquete de tres cuesta 19.50 francos. ¿Cuánto debo pagar?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
7. Haga una representación que le ayude a resolver el problema.3 madejas de lana pesan 200 gramos. Se necesitan 8 madejas para hacer un jersey. ¿Cuánto pesa el jersey?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
8. Haga una representación que le ayude a resolver el problema. 3 muchachos y 4 muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con una muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?	Producto de medidas, multiplicación
9. Haga una representación que le ayude también a resolver el problema. Se quiere fabricar banderines con tela de dos colores diferentes (rojo y azul). Los banderines han de tener tres franjas. ¿Cuántos banderines diferentes se pueden fabricar?	Producto de medidas, multiplicación

Tabla de la tercera prueba de estructura multiplicativa después del trabajo de aula propuesto

Problema	Categoría - Subcategorìa
1. Tengo 3 paquetes de yogur. Hay 4 yogures en cada paquete. ¿Cuántos yogures tengo?	Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de multiplicación
2. Mi mamá quiere comprar una tela que cuesta 24.80 francos el metro para hacerse un traje de sastre. Necesita 3.50 metros de tela. ¿Cuánto deberá pagar?	Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de multiplicación
3. Pague 12 francos por 3 botellas de vino ¿Cuál es el precio de una botella?	Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de división, primer tipo
4. Pedro tiene 12 francos y quiere comprar algunos paquetes de caramelos que cuestan 4 francos cada paquete. ¿Cuántos paquetes puede comprar?	Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de división, segundo primer tipo
5. Una carrera de autos cubre un trayecto de 247760 kilómetros. Un auto consume 6.785 litros de combustible cada 100 kilómetros. ¿Cuánta cantidad de combustible consumirá dicho auto durante la carrera?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional

6. Compro 12 botellas de vino. Cada paquete de tres cuesta 19.50 francos. ¿Cuánto debo pagar?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
7. Tres madejas de lana pesan 200 gramos. Se necesitan 8 madejas para hacer un jersey. ¿Cuánto pesa el jersey?	Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional
8. 3muchachos y cuatro muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?	Producto de medidas, multiplicación
9. Haga una representación que le ayude también a resolver el problema. Se quiere fabricar banderines con tela de dos colores diferentes (rojo y azul). Los banderines han de tener tres franjas. ¿Cuántos banderines diferentes se pueden fabricar?	Producto de medidas, multiplicación

6. Resultados obtenidos

De acuerdo a las pruebas implementadas y a las estrategias empleadas por los estudiantes del estudio se tienen los siguientes resultados en los cuales se realiza la descripción de las estrategias utilizadas de acuerdo a las categorías que se establecen.

Cabe decir que la segunda prueba arrojó resultados similares que la primera, por esta razón no se hace evidente el análisis.

Tabla de las representaciones que los niños del estudio utilizaron para resolver los problemas de la primera prueba de estructura multiplicativa (población: 25 estudiantes)

PROBLEMA	NH	NR	TIPOS DE RERESENTACIÓN									
			0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**1 y 5**	**2 y 5**	**3 y 5**	**4 y 5**
Tengo 7 cajas de cuadernos. Hay 15 cuadernos por caja. ¿Cuántos cuadernos tengo?	0 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	1 EstudianT	0 Estudiantes	1 Estudiantes	16 Estudiantes	3 Estudiantes	2 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes
Se quiere comprar un cable para parabólica que cuesta 32,4 pesos el metro. Para conectar del poste al televisor se necesitan 8,5 metros de cable. ¿Cuánto dinero se debe pagar	0 Estudiantes	3 Estudiantes	2 Estudiantes	0 Estudiantes	0 EstudianT	0 Estudiantes	0 Estudiantes	16 Estudiantes	4 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes
Pague 27000 pesos por 6 video juegos. ¿Cuál es el precio de un video juego	0 Estudiantes	1 Estudiantes	6 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiant	0 Estudiantes	0 Estudiantes	14 Estudiantes	3 Estudiantes	0 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes
Felipe tiene 5950 pesos y quiere comprar algunos paquetes de galletas que cuestan 850 pesos cada paquete. ¿Cuántos paquetes puede comprar?	4 Estudiantes	0 Estudiantes	6 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiant	0 Estudiantes	2 Estudiantes	12 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes

Una carrera de autos cubre un trayecto de 247760 kilómetros. Un auto consume 6,785 litros de combustible cada 100 kilómetros. ¿Cuánto consumirá dicho auto durante la carrera?	17 Estudiantes	0 Estudiantes	5 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiant	0 Estudiantes	0 Estudiantes	2 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes
Se compro 63 cajas de gelatina. Cada paquete de 7 cajas de gelatinas cuesta 19,5 pesos. ¿Cuánto se pagó?	10 Estudiantes	0 Estudiantes	3 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiant	0 Estudiantes	0 Estudiantes	11 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes
13 bolsas de arroz pesan 6500 gramos. Para hacer un arroz con pollo en un restaurante se necesitan 16 bolsas de arroz. ¿Cuánto pesan las 16 bolsas de arroz?	10 Estudiantes	0 Estudiantes	5 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiant	0 Estudiantes	0 Estudiantes	6 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes	1 Estudiantes	1 Estudiantes
7 muchachos y 6 muchachas quieren bailar. Cada muchacho quiere bailar con cada muchacha y cada muchacha con cada muchacho. ¿Cuántas parejas posibles hay?	6 Estudiantes	5 Estudiantes	1 Estudiantes	4 Estudiantes	1 Estudiant	0 Estudiantes	0 Estudiantes	7 Estudiantes	1 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes
Tengo 5 camisas y 2 pantalones. ¿Cuántas pintas diferentes pueden salir?	8 Estudiantes	3 Estudiantes	3 Estudiantes	3 Estudiantes	0 Estu	1 Estudiantes	0 Estudiantes	5 Estudiantes	2 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes	0 Estudiantes

NH: No lo hizo: El niño no evidencia nada en la hoja donde resolvió los problemas propuestos. La mayor parte de los niños que así lo hacen, justifican el acto diciendo que no entienden el problema.

NR: No representa: Escribe una respuesta sin ningún procedimiento evidente en su hoja.

0: Representación 0 ó Descontextualizada: representa con los datos del problema otra situación o algo que no lo lleva a resolver el problema propuesto.

1: Representación 1 ó Real superficial: es una representación cuya información aunque basada en el contexto del problema no ayuda a la solución del mismo.

2: Representación 2 ó Real: los niños hacen dibujos en los que representan la situación con todos los detalles y cuentan uno a uno los elementos. Es como si hicieran una reunión.

3: Representación 3 ó Esquemática: esquematizan sus dibujos y empiezan a hacer agregaciones sucesivas; ya no es una simple situación de reunión de cosas.

4: Representación 4 ó Aditiva: los niños empiezan a representar estos problemas con adiciones o sustracciones; a medida que consolidan este nivel, van abreviando los procedimientos para hacer sus cuentas.

5: Representación 5 ó Multiplicativa: los niños representan estos problemas como multiplicaciones o divisiones.

Tabla de análisis comparativo de las tres pruebas (2 de diagnostico y una final)

Categoría Subcategorìa		*Tipo de números utilizados en cada prueba*	*Estudiantes que llegaron a la solución del problema*	*Estudiantes que llegaron a la solución del problema empleando el algoritmo multiplicativo*	*Estudiantes que no llegaron a la solución del problema*
Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de multiplicación (problema 1)	Prueba 1	Naturales pequeños	23, (92%)	23, (92%)	2, (8%)
	Prueba 2	Naturales pequeños	25, (92.6%)	12, (44.4%)	2, (7.4%)
	Prueba 3	Naturales pequeños	11, (100%)	11, (100%)	
Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de multiplicación (problema 2)	Prueba 1	Decimales	8, (32%)	8, (32%)	7, (28%) Tuvieron algún problema con la coma. 10, (40%) no llegaron
	Prueba 2	Decimales	1, (3.7%)	1, (3.7%)	10, (37%) Tuvieron algún problema con la coma o la parte operacional. 16, (59.3%) no llegaron
	Prueba 3	Decimales	8, (72.7%)	8, (72.7%)	1, (9.09%) mostro una representación descontextualizada. 1, (9.09%) tuvo errores de calculo pero analizo bien el problema; 1, (9.09%) hizo incompleta la tabla pero iba bien
Isomorfismo de medidas. Subcategorìa de división, primer tipo (problema 3)	Prueba 1	Naturales grandes	18, (72%)	17, (68%)	7, (28%)
	Prueba 2	Naturales pequeños	18, (66.7%)	8, (29.6%)	9, (33.3%)
	Prueba 3	Naturales pequeños	10, (90.9%)	10, (90.9%)	1, (9.09%)
Isomorfismo de medidas.	Prueba 1	Naturales grandes	10, (40%)	9, (36%)	15, (60%)

Subcategorìa de división, segundo primer tipo (problema 4)	Prueba 2	Naturales pequeños	19, (70.4%)	8, (29.6%)	8, (29.6%)
	Prueba 3	Naturales pequeños	10, (90.9%)	10, (90.9%)	1, (9.09%)
Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional (problema 5)	Prueba 1	Naturales grandes y decimales pequeños		0	25, (100%)
	Prueba 2	Naturales grandes y decimales pequeños	1, (3.7%)	1, (3.7%)	26, (96.3%)
	Prueba 3	Naturales grandes y decimales pequeños	3, (27.3%)	3, (27.3%)	2, (18.2%) hicieron bien el procedimiento pero tuvieron errores de calculo; 1, (9.09%) empezó a hacer la tabla pero no la termino; 5, (45.5%) no evidenciaron nada en sus hojas
Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional (problema 6)	Prueba 1	Naturales y decimales pequeños	0	0	25, (100%)
	Prueba 2	Naturales y decimales pequeños	3, (11.1%) 4, (14.8%) tuvieron algún problema con la coma o la parte operacional	2, (7.4%)	20, (74.1%)
	Prueba 3	Naturales y decimales pequeños	6, (54.5%)	6, (54.5%)	3, (27.3%) hicieron bien el procedimiento pero tuvieron errores de calculo; 2, (18.2%) tuvieron una representación descontextualizada
Isomorfismo de medidas. La cuarta proporcional (problema 7)	Prueba 1	Naturales grandes	2, (8%)	1, (4%)	23, (92%)
	Prueba 2	Naturales pequeños	2, (7.4%)	2, (7.4%)	25, (92.6%)
	Prueba 3	Naturales pequeños	5, (45.5%)	5, (45.5%)	4, (36.4%) hicieron bien el procedimiento

					pero tuvieron errores de calculo, 2, (18.2%) presentaron una representación descontextualizada
Producto de medidas, multiplicación (problema 8)	Prueba 1	Naturales pequeños	8, (32%)	7, (28%)	17, (68%)
	Prueba 2	Naturales pequeños	4, (14.8%)	2, (7.4%)	23, (85.2%)
	Prueba 3	Naturales pequeños	10, (90.9%)	10, (90.9%)	1, (9.09%)
Producto de medidas, multiplicación (problema 9)	Prueba 1	Naturales pequeños	10, (40%)	7, (28%)	15, (60%)
	Prueba 2	Naturales pequeños	2, (7.4%)	Ninguno	7, (25.9%) dieron como respuesta 6 banderines omitiendo los banderines con las tres franjas del mismo color. 18, (66.6%) no llegaron.
	Prueba 3	Naturales pequeños	3, (27.3%)	3, (27.3%)	5, (45.5%) presentaron una representación descontextualizada. 3, (27.3%) no evidenciaron nada en sus hojas.

En términos generales

Se observa en las dos primeras pruebas que los estudiantes no emplean la representación grafica como herramienta para llegar a la solución de los problemas, sino que utilizan directamente las operaciones que ellos consideran son las convenientes. Se observa que en muchos de los casos cometieron errores como representación no adecuada (descontextualizada: al operar arbitrariamente los datos numéricos que tienen los problemas), errores de calculo y el no colocar la coma en el lugar que se debería en el resultado de las multiplicación con decimales.

Se debe decir al respecto, que los problemas cuyos datos o solución eran números decimales, presentaban gran dificultad pues los niños aunque aplicaban el algoritmo de la multiplicación o de la división de manera, casi siempre adecuada, a la hora de colocar la coma en el lugar que deberían, no lo hacían.

También es bueno decir que, las dificultades mas frecuentes se evidenciaban especialmente en los problemas de isomorfismo de medidas que involucra la cuarta proporcional o la regla de tres no trivial (problema 5, 6 y 7), principalmente, porque se veía que no sabían como utilizar los datos que daba el enunciado, por lo tanto realizaban las operaciones entre números cualquiera del problema, o en ultimas no lo hacían.

Además, la dificultad de representar gráficamente dichos problemas (5, 6 y 7), hacía que el problema no tuviera sentido inmediato para los estudiantes y que al final de cuentas, no pudieran agrupar, contar o inferir con base en gráficos la operación pertinente, cosa que si se podía hacer y se veía frecuentemente en los problemas donde se tenia la unidad, como era en los 4 primeros.

De la misma manera que se observa anteriormente, estas mismas dificultades las he venido observando en las seis prácticas que he llevado a cabo, en estos casos los estudiantes cuentan con escasos recursos al momento de dar solución a los problemas que se les presentad, es decir, no cuentan con los recursos suficientes en cuento a estrategias de resolución de las cuales puedan hacer uso; han engendrado esquemas que se han convertido con el paso del tiempo en los únicos con los cuales pueden accionar frente a diversas situaciones presentadas aunque en ocasiones estos esquemas no les ayuden a resolverlos los siguen aplicando aunque no sean útiles y sin la comprensión que merecen.

Uno de estos esquemas de los que los estudiantes hacen uso y del cual parece no se quieren desprender es el más conocido como suma reiterada, esto hace que el estudiante no busque formas de proceder que sean más pertinentes, rápidas y eficaces y además ocasiona que se genere estereotipos con los cuales se hace imposible dar solución a las situaciones, generando la mala utilización de los algoritmos tales como la multiplicación, al contrario si la mecanización de estas.

Es de esta forma como la idea principal es enfocar al estudiante a la resolución de diversas situaciones con la ayuda de diversos mecanismos de resolución que posibiliten nuevos esquemas y procesos de resolución, así como el conocimiento de nuevas situaciones que no sean resolubles a simple vista.

7. Bibliografía

- Maza C. (1991) Enseñanza de la multiplicación y división. ED. síntesis. Madrid.
- MEN (1998). Lineamientos Curriculares.
- Obando G. (2005) Proporcionalidad directa: del pensamiento numérico al variacional. Memorias del 7mo encuentro colombiano de matemática educativa. ASOCOLME. Universidad Distrital.
- Rojas P., & Romero J. (2006) Estrategias para promover el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad. Material del elaborado para el 22 Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá: U Nacional
- Romero J. (2001) Pensamiento numérico. Memorias del 3er encuentro colombiano en matemática educativa. ASOCOLME. Universidad Distrital.
- Bonilla M & Romero J (2006) Pensamiento multiplicativo y algebra escolar. Algunas relaciones. Grupo MESCUD.
- Castro E., Rico L & Castro E. (1995) Estructuras aritméticas elementales y su modelación. Bogota: una empresa docente.
- MEN (2003). Estándares Básicos de Matemáticas y Lenguaje. Educación Básica y Media.

- Charnay R. (1998) Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Grand N, revista de matemáticas, ciencia y tecnología para los maestros de la escuela primaria. No 42. Francia
- Campos L. (1999) La resolución de problemas aritméticos en el aula. Málaga: Aljibe.
- Vergnaud G. (1991) El niño, las matemáticas y la realidad. México. Trillas.
- Vergnaud G (1990) La teoría de los campos conceptuales. Universidad René Descartes.
- Coolican. H, (1997) Métodos de investigación y estadística en psicología. Ed. El manual moderno. S.A. México
- Manrique, J & Rada, I (2003) Trabajo de aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa en estudiantes de grado quinto; monografía de grado. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Chamorro, M (2003) Didactica de las matematicas. Madrid España.