

OBJETIVOS E HIPÓTESIS DE TESIS DOCTORALES
GRUPO DE INVESTIGACIÓN. DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA. PENSAMIENTO NUMÉRICO
UNIVERSIDAD DE GRANADA

Tesis realizadas en el Grupo de Investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico, FQM-193 del PAIDI (1994- 2009)

1 Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales”, realizada por D^a Encarnación Castro, defendida el 13.04.94.

2 “Niveles de Comprensión en Problemas Aritméticos de Comparación Multiplicativa”, realizada por D. Enrique Castro, defendida el 28.04.94.

3 “El Campo Conceptual de los Números Naturales Relativos”, realizada por D. José Luis González Marí, defendida el 22.06.95.

4 “Estimación de Cantidades Discretas: estudio de Variables y Procesos”, realizada por D. Isidoro Segovia Alex, defendida el 29.09.95.

5 “La Introducción al Número Real en Secundaria”, realizada por D^a Isabel Romero Albadalejo, defendida el 27.10.95.

6 “Razonamiento Inductivo Numérico. Un estudio en Educación Primaria”, realizada por D. Alfonso Ortiz Comas, defendida el 17.10.97.

7 “Evaluación de Competencias en Álgebra Elemental a través de Problemas Verbales”, realizada por D. Francisco Fernández García, defendida el 3.11.97.

8. “Sistemas de representación de Números Racionales Positivos. Un estudio con maestros en formación”, realizada por D. José M^a Gairín Sallán, defendida el 18.03.99.

9. “Marco Conceptual y creencias de los Profesores sobre la Evaluación en Matemáticas”, realizada por D. Francisco Gil Cuadra, defendida el 09.12.99.

10. “La Tabla-100: representaciones geométricas de relaciones numéricas. Un estudio con profesores de Primaria en formación”, realizada por D. Francisco Ruiz López, defendida el 16.06.2000.

11. “Dos conflictos al representar números reales en la recta”, realizada por D^a Sara Beatriz Scaglia, defendida el 15.09.2000

12. “Análisis Científico, Conceptual y Metodológico de las tesis doctorales españolas en Educación Matemática (1976-1998)”, realizada por D. Manuel Torralbo Rodríguez, defendida el 25.09.2001.

13. “Formación Inicial de Profesores de Matemáticas: Enseñanza de Funciones, Sistemas de Representación y Calculadoras Gráficas”, realizada por D. Evelio Bedoya Moreno, defendida el 02.07.2002.

14. “Modelización y Calculadora Gráfica en la Enseñanza del Álgebra. Evaluación de un Programa de Formación.”, realizada por D. José Ortiz Buitrago, defendida el 15.11.2002.

15. “Tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental y creencias sobre la evaluación con profesores en formación inicial.”, realizada por D^a Elisa Espinosa Valdés, defendida el 21.04.2005.

16. “Los Números Negativos en España en los siglos XVIII y XIX.”, realizada por D. Alexander Maz Machado, defendida el 28.04.2005.

17. “Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del Signo Igual por alumnos de Tercero de Educación Primaria”, realizada por D^a Marta Molina González, defendida el 09.02.2007.

18. “Desarrollo del Conocimiento Didáctico en un Plan de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria”, realizada por D. Pedro Gómez Guzmán, defendida el 23.03.2007.

19. Descripción y Caracterización del Razonamiento Inductivo Utilizado por Estudiantes de Educación Secundaria al resolver Tareas Relacionadas con las Sucesiones Lineales y Cuadráticas”, realizada por D^a Consuelo Cañadas Santiago, defendida el 27.07.2007.

20. Caracterización de sujetos con talento en la resolución de problemas de estructura multiplicativa, realizada por D^a Maryorie Benavides Símón, defendida el nn.09. 2008

21. “Expectativas de Aprendizaje y Planificación Curricular en un Programa de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria”, realizada por D. J. L. Lupiáñez Gómez, defendida el 13.11.2009.

22. “Evaluación del rendimiento aritmético escolar. Un estudio comparativo.”, realizada por D. Ángel Díez Lozano, pendiente de presentación.

1. Tesis: EXPLORACIÓN DE PATRONES NUMÉRICOS MEDIANTE CONFIGURACIONES PUNTUALES

Autora: Dra. D^a Encarnación Castro Martínez

Director: Dr. L. Rico

Objetivo General y Objetivos Parciales

Apdo. 16, Cp. 1:

"Hemos situado nuestro estudio dentro del campo de la innovación curricular y para ello hemos organizado nuestro trabajo considerando dos niveles de reflexión sobre el currículo:

* actuación en el aula, con objetivos, contenidos, metodología y evaluación como componentes;

* planificación del sistema, donde las componentes consideradas han sido alumnos, profesor, conocimiento y escuela; junto con las relaciones entre las componentes mencionadas del sistema currículo.

Tres son las relaciones que centran nuestro trabajo:

* las **relaciones de comunicación profesor-alumno**, mediante las que se concreta el proceso de enseñanza y se presentan los conocimientos de una manera organizada que los dota de significado;

* las **relaciones del profesor con el conocimiento matemático**, que se ponen de manifiesto en una determinada selección y planificación, en una adecuada organización y secuenciación de tareas, mediante las que ayudar a los alumnos a construir su conocimiento sobre el tópico estudiado;

* las **relaciones del alumno con el conocimiento matemático**, que se manifiestan en cada caso por la comprensión alcanzada sobre los conceptos, hechos, procedimientos y representaciones del tópico estudiado.

Para precisar el marco conceptual con el que abordamos nuestro trabajo hemos comenzado señalando algunas prioridades en los cambios curriculares actualmente en curso, así como algunas incoherencias; una de estas incoherencias es la carencia de un sistema adecuado de representación para el estudio de las sucesiones y es esta idea la que sirve de punto de partida al trabajo.

La segunda aproximación se hace desde la psicología cognitiva y, más en particular, desde la teoría del procesamiento de la información. Nos hemos centrado en una revisión de los estudios hechos sobre cognición matemática relativos a modelos y sistemas de representación con los que se aborda el análisis de la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas y, muy en especial, los fenómenos de comprensión del conocimiento matemático y su valoración; no hemos pretendido, por supuesto, hacer una revisión exhaustiva de la cognición matemática, ni siquiera resumidamente.

Debido a la naturaleza del contenido con el que vamos a trabajar, destacamos la relevancia cognitiva de algunas nociones, tales como patrón, inducción, iteración y recursión y, muy en especial, la noción de modelo.

La revisión de estudios previos e investigaciones la hemos hecho en base a tres trabajos fundamentales: las investigaciones de Krutetskii, la tesis de Presmeg y la tesis de Suwarsono; aunque estos estudios se orientan al campo de la resolución de problemas realizan un análisis exhaustivo del pensamiento y la habilidad matemática, en especial de la visualización, que constituye una componente relevante para nuestro estudio.

Una tercera pieza en el marco que define este trabajo es la delimitación conceptual dentro de las matemáticas. Nuestro tema de trabajo pertenece al álgebra clásica y es un tópico que no se presenta en el currículo de ninguno de los niveles del sistema

educativo español ni tampoco, por lo que conocemos, en ninguno de los países de la Unión Europea ni en los Estados Unidos; sí se encuentran referencias en libros de historia, de curiosidades matemáticas y en trabajos sobre resolución de problemas y pensamiento creativo.

Uno de los objetivos de este estudio es: hacer una propuesta curricular para alumnos de los dos primeros cursos de Secundaria (12-14 años) mediante la que trabajar los patrones numéricos y las sucesiones a partir de las configuraciones puntuales. Esto nos ha llevado a contemplar los números figurados como sistema simbólico estructurado para la representación de números y análisis de algunas propiedades. De nuevo tuvimos otra posibilidad: hacer un estudio de carácter semiótico de este nuevo sistema, posibilidad que no hemos abordado por no considerarla prioritaria en este momento y que, seguramente, podrá considerarse en algún próximo trabajo.

Al comenzar nuestro estudio no conocíamos en toda su extensión la riqueza de implicaciones que tiene el tema que hemos abordado; por ello, en más de una ocasión nos hemos tenido que esforzar por no abrir nuevas líneas de reflexión y estudio, manteniendo el proyecto de partida.

Nuestro proyecto de trabajo se resume en una propuesta de:

- * integrar el sistema de representación de los números naturales, denominado configuración puntual, con el sistema decimal de numeración y con el desarrollo aritmético de estos números;
- * trabajar con secuencias numéricas lineales y cuadráticas, analizando el patrón que las define mediante los modelos puntuales y los desarrollos operatorios;
- * trabajar los procedimientos de continuar una secuencia, extrapolar términos, generalizar y expresar el término general y utilizar el término general en la obtención de términos concretos.

Las referencias de nuestro estudio están en:

- * una teoría curricular y un marco de innovación y reforma del currículo de matemáticas;
- * un marco de estudio e investigación sobre cognición matemática, en el que las nociones de modelo, visualización y comprensión son términos clave;
- * un tópico matemático, delimitado por un sistema de representación ampliado, unos objetos matemáticos y unos procedimientos que delimitan, conjuntamente, la estructura matemática estudiada."

Hipótesis de la investigación

Apdo. 1.6

Hipótesis General

La carencia actual de una representación figurativa en la enseñanza/aprendizaje de los números y las relaciones numéricas, constituye una limitación para:

- a) la comprensión del concepto de número como estructura de relaciones aritméticas,
- b) el dominio y aplicación de tales relaciones.

Alternativamente, proporcionar un sistema simbólico de representación para los números y estudiar los patrones a los que se ajustan estas representaciones:

- * mejora la comprensión de los conceptos numéricos;
- * proporciona significado a las diferentes relaciones que se pueden considerar en cada número;
- * permite representar relaciones entre números así como cambios en esas relaciones;
- * facilita reconocer patrones a los que se ajustan los números de una sucesión;

* ayuda a probar/refutar propiedades de los números.

Los sujetos en edad escolar, en especial aquellos en los que predominan los procedimientos visuales, mejoran significativamente su trabajo con números al utilizar representaciones figurativas.

II. 17. Formulación de Hipótesis.

La implementación de un modelo de enseñanza, basado en el uso de configuraciones puntuales y desarrollos aritméticos como facilitador del aprendizaje de las sucesiones numéricas, es susceptible de evaluación a nivel de producto. Al efecto, conjeturamos hipótesis plausibles que pueden poner de manifiesto un efecto diferencial del modelo de enseñanza sobre dominios de aprendizaje o aptitudinales. Estas hipótesis son:

1ª. Hipótesis de investigación. El uso de configuraciones puntuales facilita un progreso en la capacidad aritmética de los alumnos que reciben tal modelo de enseñanza.

2ª. Hipótesis de investigación. El uso de configuraciones puntuales facilita el dominio de un tópico matemático cual es sucesiones numéricas.

Enunciamos estas hipótesis de modo alternativo, asumiendo la producción de *efectos significativos* en variables dependientes de interés (aptitud numérica y dominio de las sucesiones numéricas) a partir, como causa, de la implementación de un modelo de enseñanza (variable independiente) basado en el uso de configuraciones puntuales. En el caso de que tal presunta relación causal no sea verosímil, habrá que asumir, con todas las limitaciones posibles, que el uso de configuraciones puntuales es una práctica informal que los alumnos incorporan naturalmente sin necesidad de apelar a su formalización didáctica.

2. Tesis: NIVELES DE COMPRENSIÓN EN PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA

Autor: Dr. D. Enrique Castro Martínez

Director: Dr. L. Rico

Objetivos: Apdo 1.8

"La finalidad de este trabajo es estudiar la comprensión de los niños en problemas verbales de comparación multiplicativa en los dos últimos años de Educación Primaria: 5º y 6º (10-12 años de edad).

Perseguimos cuatro objetivos particulares. El primero es examinar si distintos tipos de problemas verbales de comparación multiplicativa tienen igual índice de dificultad para los niños de 5º y 6º de Educación Primaria: 5º y 6º (niños de edad comprendida entre 10 y 12 años). Los problemas que hemos utilizado se diferencian en dos variables de tarea: la cantidad desconocida en el esquema de comparación y en la expresión lingüística utilizada para enunciar la comparación. La pregunta que hemos planteado al respecto es:

1. *¿Influyen las variables "cantidad desconocida en el esquema de comparación" y "expresión lingüística utilizada" en la dificultad de comprensión de los problemas verbales simples de comparación multiplicativa en niños de 5º y 6º de Educación Primaria?*

El segundo objetivo del estudio es hacer una descripción de los errores que cometen los niños de 5º y 6º de Enseñanza Primaria cuando resuelven problemas verbales de comparación multiplicativa. La pregunta que hemos planteado al respecto es:

2 *¿Qué errores cometen los niños de 5º y 6º de Enseñanza Primaria cuando resuelven problemas verbales simples de comparación multiplicativa?*

El tercer objetivo es describir la asociación entre los tipos de errores que cometen los niños y las variables de tarea utilizadas para definir los problemas. La pregunta que planteamos al respecto es:

3 *¿Cómo se asocian las variables de tarea "cantidad desconocida en el esquema de comparación" y "expresión lingüística" con los tipos de errores que cometen los niños de 5º y 6º de Enseñanza Primaria?*

El cuarto objetivo es categorizar a niños de 5º y 6º de Enseñanza Primaria en función de su comprensión de los problemas verbales simples de comparación multiplicativa definidos en función de las dos variables de tarea consideradas. La pregunta que nos hacemos al respecto es:

4 *¿Qué niveles de comprensión alcanzan los niños de 5º y 6º de Enseñanza Primaria en problemas verbales simples de comparación multiplicativa?"*

Hipótesis

Capítulo 4 Análisis General de los datos. Estudio del Rendimiento

4.1. Análisis de las puntuaciones totales

Con cada uno de estos análisis contrastamos las siguientes hipótesis nulas, para la muestra utilizada:

(1) *No hay diferencias significativas debidas al factor COLEGIO.*

(2) *No hay diferencias significativas debidas al factor CURSO.*

(3) *No hay diferencias significativas debidas al factor CUESTIONARIO.*

(4) *No hay efecto significativo de interacción de dos vías entre los factores COLEGIO, CURSO y CUESTIONARIO.*

(5) *No hay efecto significativo de interacción de tres vías entre los factores COLEGIO, CURSO y CUESTIONARIO.*

Capítulo 5 Análisis del índice de dificultad de los problemas

5.2. Efecto del factor R sobre la dificultad de los problemas

(6) *No hay efecto significativo del factor R sobre el índice de dificultad de los problemas.*

5.4. Efecto del factor Q sobre la dificultad de los problemas

hipótesis nula: (7) *No hay efecto significativo del factor Q sobre el índice de dificultad de los problemas.*

5.6. Análisis de las interacciones entre R y Q

hipótesis nula: (8) *No hay interacción entre las variables R y Q.*

Capítulo 6 Análisis de la distribución de errores

Sobre el conjunto de los doce tipos de problemas que quedan determinados por ambas variables de tarea hemos planteado la siguiente hipótesis:

Si un alumno produce una respuesta incorrecta, el error o la dificultad de comprensión que produce esa incorrección depende del término relacional, de la cantidad desconocida y de la interacción mutua de ambas variables.

6.2. Predicciones

A raíz de los resultados anteriores hemos enunciado una serie de hipótesis o predicciones que desarrollan la naturaleza de la asociación existente entre las variables de tarea R y Q y las tipos de error cometidos por los niños.

Predicción 1. *Los errores que cometen los niños se ajustan a la tipología que hemos establecido previamente.*

Predicción 2. *El tipo de error más frecuente es el ERROR₂, cambio de estructura.*

Predicción 3. *Los problemas tipo Q₁ provocan un porcentaje muy bajo de error, excepto el problema R₂Q₁*

Predicción 4. *Los errores en los cuatro problemas tipo Q₂ son debidos fundamentalmente al cambio de estructura.*

Predicción 5. *Los cuatro problemas tipo Q₃ provocan el error de inversión de la relación, no obstante los dos problemas R₁Q₃ y R₂Q₃ provocan también el error de cambio de estructura con un porcentaje muy similar al de inversión de la relación.*

Predicción 6. *Los problemas que incorporan las expresiones R₁ y R₂ provocan el error de cambio de estructura.*

Capítulo 7 Análisis de niveles de comprensión

7.4. Predicciones

A continuación exponemos las predicciones que hemos formulado para cada categoría de sujetos. Mediante la entrevista pretendemos confirmar si estas predicciones son o no acertadas.

Esperamos que los niños seleccionados para las entrevistas se ajusten a las siguientes normas por categoría de sujetos:

Categoría 1

-Fracasan en todos los problemas.

-Cometen el error de cambio de estructura en todos los problemas.

Categoría 2

Esperamos que el niño acierte en el problema R₁Q₁ y que fracase en el resto.

Que cometa los errores de:

-cambio de estructura en R₂Q₁.

-error distinto del error de inversión de la relación, en los problemas de referente desconocido.

Categoría 3

Esperamos que el niño:

-acerte en el problema R₄Q₁, y

-fracase en los problemas R₂Q₁, R₂Q₃ y R₃Q₃.

Los errores esperados son:

-error distinto del de inversión (e.j., cambio de estructura) en R₂Q₁ y R₂Q₃.

-inversión de la relación en R₃Q₃.

Categoría 4

Esperamos que el niño:

-resuelva correctamente los problemas de comparación de referido desconocido,

-fracase en los problemas de escalar desconocido

-fracase en los problemas de referente desconocido

Los errores esperados son:

-cambio de estructura en los problemas de escalar desconocido

-inversión de la relación en los problemas de referente desconocido

Categoría 5

Esperamos que el niño fracase sólo en los problemas de escalar desconocido, tipo Q₂

Los errores esperados son sólo de cambio de estructura en los problemas tipo Q₂.

Categoría 6

Los sujetos de la Categoría 6 resuelven correctamente todos los problemas de comparación.

Comprenden la relación existente entre los datos y expresan el resultado con la unidad correcta.

No esperamos ningún error.

3. Tesis: EL CAMPO CONCEPTUAL DE LOS NÚMEROS NATURALES RELATIVOS

Autor: Dr. D. José L. González Marí

Director: Dr. L. Rico

2.2.1 Objetivo General

El propósito general de la investigación es **clarificar, describir y organizar, a partir de las consideraciones epistemológicas, cognitivas, fenomenológicas y didácticas, el campo conceptual de los números naturales relativos.**

Mediante la consecución de este objetivo nos proponemos dar respuesta satisfactoria a los interrogantes planteados en el campo de aplicación de los números naturales relativos y números enteros, subsanar deficiencias detectadas tanto en el diseño y desarrollo curriculares como en los estudios sobre resolución de problemas aditivos de enunciado verbal e integrar los diferentes planteamientos existentes, proporcionar un marco en el que se puedan formular explicaciones plausibles sobre el origen y condiciones de ocurrencia de los errores y dificultades en el aprendizaje que se han constatado en otras investigaciones, proponer fundamentos para un diseño curricular coherente y completo sobre el dominio organizado y, por último, aportar bases sólidas sobre las que desarrollar futuras investigaciones en Pensamiento Numérico Relativo.

2.2.2 Objetivos específicos.

Para la consecución del objetivo general, planteado en el apartado anterior, se han de cubrir una serie de objetivos específicos sobre diferentes aspectos puntuales, que contribuyen a la consecución de dicho propósito central.

Desde un punto de vista más concreto, la investigación pretende:

- a) Identificar, en el campo conceptual aditivo, los diferentes tipos de cantidades, números y medidas discretas y las relaciones que se establecen entre ellas.
- b) Poner de manifiesto la insuficiencia de los conceptos numéricos usuales para el tratamiento aditivo y ordinal de la totalidad de las situaciones y problemas del dominio.
- c) Establecer, con base en argumentos epistemológicos, cognitivos, didácticos y fenomenológicos, la necesidad de un tercer tipo de números que venga a cubrir carencias detectadas y definir tales números.
- d) Identificar y formular las diferencias estructurales y lógico-formales existentes entre los tres tipos de números (naturales, naturales relativos y enteros).
- e) Construir un modelo teórico (campo conceptual de los naturales relativos) , que cumpla las siguientes funciones: integrar los elementos y relaciones en juego; ajustarse al dominio establecido; permitir una nueva clasificación de las situaciones y problemas considerados; explicar de forma plausible resultados de otras investigaciones; ser punto de partida para futuras investigaciones sobre el tema.
- f) Proporcionar evidencia empírica a favor del nuevo campo conceptual, la bondad del modelo construido y la idoneidad de las interpretaciones y clasificaciones que de él se derivan.

2.2.3 Objetivos complementarios

Como aspectos secundarios estamos interesados en:

Iniciar una línea de investigación sobre Pensamiento Numérico Relativo y sus implicaciones en Educación Matemática.

Experimentar y contrastar procedimientos y métodos de investigación adecuados al campo de estudio e indagar sobre los aspectos metodológicos específicos de la investigación en Educación Matemática.

Poner de manifiesto la importancia del análisis epistemológico como reflexión teórica fundamental para la realización de algunas investigaciones en Educación Matemática.

2.3.2 Enunciado de las hipótesis

Los planteamientos generales se concretan, a continuación, en las siguientes hipótesis de investigación:

I En el dominio de aplicación concreta usual de la estructura aditiva y ordinal de los números naturales y los números enteros, existe un subdominio caracterizado por la intervención de un tipo de medidas discretas relacionadas con la comparación de medidas naturales y a las que llamaremos *medidas naturales relativas*, entre las que se puede establecer una estructura de orden parcial y una ley de composición interna aditiva específica.

II Existe un conjunto de números a los que llamaremos *números naturales relativos* que, con la adición y el orden convenientes, es isomorfo al conjunto de *medidas naturales relativas*.

III El conjunto de los números naturales relativos con la adición y el orden definidos, presenta cinco diferencias estructurales básicas con respecto al grupo aditivo y ordenado de los números enteros. Estas diferencias son: 1) orden total / orden parcial con inversión en la "región negativa"; 2) Sin primer elemento / con primer elemento; 3) Conexión / desconexión entre las regiones "positiva" y "negativa"; 4) Cero único / cero doble; 5) Adición entera / anulación-compensación aditiva (adición natural relativa).

IV Los números naturales relativos abren una nueva vía de extensión aditiva y ordinal de los números naturales a los números enteros, integrándose junto a ellos en un modelo teórico que relaciona entre sí a todos los elementos del dominio, regulando las estructuras aritméticas aditivas correspondientes.

V El modelo mencionado permite establecer una clasificación lógico-semántica de los problemas y situaciones del dominio, que amplían y precisan otras ya realizadas sobre los problemas aditivos de enunciado verbal.

VI Individuos con estudios superiores a los de Enseñanza Obligatoria dan un tratamiento semántico diferenciado a los números naturales relativos y a los números enteros cuando se presentan en situaciones elementales de comparación de medidas discretas, sobre la base de la primera de sus diferencias ordinales.

4. Tesis: ESTIMACIÓN DE CANTIDADES DISCRETAS: ESTUDIO DE VARIABLES Y PROCESOS

Autor: Dr. D. Isidoro Segovia Alex

Directores: Dr. L. Rico y Dr. E. Castro

"2.7.- Objetivos de la Investigación

El propósito central de esta investigación es **describir y caracterizar la resolución por parte de niños, en la etapa escolar de enseñanza obligatoria, de Primero a Octavo de Educación General Básica (6 a 14 años), de tareas de estimación de cantidades discretas, así como poner de manifiesto el carácter evolutivo de las estrategias de estimación utilizadas de acuerdo con el modelo de desarrollo propuesto por Case.** Las cantidades son inferiores a 100, están presentadas en formato lineal y con un tiempo máximo de visualización de la cantidad de 8 segundos.

Para lograr el propósito central mencionado se hace necesario establecer y articular una serie de **objetivos parciales** que se relacionan con el objetivo central (Cohen y Manion, 1989, p. 132). Estos objetivos son:

a) Caracterizar y estudiar la variable Porcentaje de Error en las respuestas cuantitativas de los niños a las diferentes tareas de estimación propuestas.

b) Caracterizar y estudiar la variable Tiempo de Respuesta en las diferentes tareas de estimación propuestas.

c) Identificar, caracterizar y estudiar las Estrategias que emplean los niños para resolver las distintas tareas de estimación.

d) Estudiar las relaciones entre las variables Porcentaje de Error y Tiempo de Respuesta y las Estrategias empleadas.

Para la consecución de cada uno de los objetivos mencionados es necesario hacer un desglose de los mismos, identificando cuáles son las necesidades de información que se van a abordar en cada caso y las correspondientes conexiones entre ellas. En nuestro estudio, y en relación con los objetivos anteriormente enunciados, nos proponemos estudiar:

respecto al objetivo a):

a₁) la variación en la variable Porcentaje de Error con la edad y curso;

a₂) la relación de las variables de tarea, Estructura y Tamaño, con la variable Porcentaje de Error;

respecto al objetivo b):

b₁) la variación en la variable Tiempo de Respuesta con la edad y curso;

b₂) la relación de las variables de tarea, Estructura y Tamaño, con la variable Tiempo de Respuesta;

en relación con el objetivo c):

c₁) la variación en las Estrategias de resolución con la edad y curso;

c₂) la relación de las variables de tarea, Estructura y Tamaño, con las Estrategias de resolución;

finalmente, y en relación con el objetivo d):

d₁) la relación entre Estrategias y Porcentaje de error;

d₂) la relación entre Estrategias y Tiempo de respuesta;

d₃) la relación entre Tiempo de respuesta y Porcentaje de error.

3.1.1.- Hipótesis

En el capítulo anterior enunciamos los objetivos de nuestra investigación que son los *interrogantes* que definen de forma precisa el Planteamiento del Problema de la investigación (Bisquerra, 1989). Estos interrogantes constituyen una guía para el

planteamiento de las *hipótesis de investigación* que son explicaciones posibles o provisionales que tienen en cuenta los factores, sucesos o condiciones que el investigador procura comprender. En éstas hipótesis se incluyen hechos que trascienden los elementos conocidos para dar explicaciones plausibles de las condiciones desconocidas. Al relacionar los hechos conocidos con las conjeturas formuladas acerca de las condiciones ignoradas, las hipótesis, tanto si son confirmadas como rechazadas, incrementan el conocimiento (Van Dalen y Meyer, 1983).

La formulación de las hipótesis para esta investigación las hacemos, teniendo en cuenta:

- a) las apreciaciones realizadas en torno al desarrollo de la estimación de cantidades discretas, descritas en el capítulo anterior y que están fundamentadas en la teoría de desarrollo formulada por Case,
- b) las investigaciones relacionadas con este trabajo, descritas también en capítulos anteriores,
- c) diversas exploraciones experimentales que hemos realizado, que se expondrán posteriormente,
- d) las variables que se definen en el apartado 3.1.2, y
- e) las intuiciones que surgen de la reflexión sobre el conjunto de todas las consideraciones anteriores.

Una primera hipótesis de investigación se refiere al desarrollo o evolución que experimentan los niños a lo largo del tiempo en la resolución de tareas de estimación de cantidades discretas, en las condiciones de nuestra experiencia. Esta hipótesis la enunciamos así:

I) El porcentaje de error cometido evoluciona con el desarrollo y las estrategias empleadas en las tareas de estimación de numerosidad pueden interpretarse de acuerdo con el subestadio de desarrollo, en el marco de la teoría de Case, en que se encuentra el sujeto considerado.

En base a los apartados 2.5 y 2.6 del capítulo anterior, se pueden establecer hipótesis de investigación más precisas para cada uno de los subestadios de desarrollo en los que están comprendidos los sujetos de nuestro estudio, niños de 1º a 8º de EGB:

I.1. En el subestadio uno del período dimensional las estrategias que emplea el niño son de carácter global, sin tener en cuenta las partes, y sus procedimientos de cuantificación se basan en el conteo. Cometan errores considerables en la estimación de cantidades. Los tiempos de respuesta son más bajos que los empleados en los subestadios superiores.

I.2. En el subestadio dos del período dimensional el niño puede considerar una parte de la cantidad para extraer conclusiones acerca del total y sus procedimientos de cuantificación se basan en la comparación además del conteo (a mayor longitud mayor número). Sus errores de estimación son importantes, aunque inferiores a los del subestadio anterior.

I.3. En el subestadio tres del período dimensional el niño emplea la reiteración de la longitud de una parte como medio de obtención del total y emplea el conteo en grupos o la suma como procedimiento de cuantificación. Sus errores de estimación deben disminuir en relación al subestadio anterior.

I.4. En el subestadio uno del período vectorial el niño puede descomponer la cantidad en partes, contar una de ellas y multiplicar el resultado por el número de partes, o bien contar una parte, determinar la relación de esa parte con el todo y multiplicar. En situaciones de mayor complejidad recurrirá a estrategias

más simples. Sus errores de estimación disminuyen en relación al subestadio anterior.

I.5. En el subestadio dos del período vectorial el niño puede emplear en todas las situaciones la descomposición y multiplicación como medio de cuantificar la cantidad total. Sus errores de estimación son menores que los de los subestadios anteriores.

Una segunda hipótesis se refiere a la relación entre las variables de tarea (variables independientes) y las variables dependientes:

II) Las variables de tarea Tamaño y Estructura influyen significativamente en las variables dependientes Porcentaje de Error, Estrategia empleada y Tiempo de Respuesta; existe correlación entre las variables dependientes.

Dando precisión a esta hipótesis la podemos desglosar en:

II.1. La variable Estructura, a partir del subestadio dos, influye significativamente en las variables de proceso. Las estructuras cerradas presentan mayor dificultad que las abiertas y las no descompuestas "a priori" mayor dificultad que las descompuestas.

II.2. La variable Tamaño, a partir del subestadio dos, influye significativamente en la variable Porcentaje de Error. Mayores tamaños producen mayores errores.

II.3. Existe correlación entre las variables dependientes Porcentaje de Error, Estrategia y Tiempo de Respuesta.

5. Tesis: LA INTRODUCCIÓN AL NÚMERO REAL EN SECUNDARIA

Autora: Dra. D^a Isabel Romero Albaladejo

Director: Dr. L. Rico

"Objetivo General e Hipótesis

Pasamos a precisar los supuestos que se derivan de las consideraciones realizadas hasta el momento para nuestra investigación y a partir de los cuales vamos a reenunciar el objetivo general de este estudio y explicitar la hipótesis en la que se sustenta.

1.- La construcción del concepto de Número Real se asienta sobre dos familias de representaciones: notaciones numéricas -notaciones simbólicas, de carácter proposicional- y modelos geométricos -imágenes y representaciones gráficas-; es decir, en el concepto de Número Real intervienen sustantivamente representaciones digitales y analógicas.

A nivel estructural la imbricación e interdependencia de ambos tipos de representación se pone de manifiesto en el proceso histórico de la construcción del concepto de Número Real, especialmente en el planteamiento y resolución de los conflictos más significativos.

A nivel cognitivo los dos tipos de representación son, igualmente, necesarios y mutuamente complementarios. Sostenemos que la comprensión del concepto de Número Real pasa por el manejo de ambos sistemas de representación (notaciones numéricas y modelos geométricos) y de las conexiones y relaciones entre ellos, de forma complementaria y progresivamente más profunda y compleja.

2.- Consideramos que el tratamiento didáctico que se hace del concepto de Número Real, derivado esencialmente del programa de la Matemática Moderna, es inadecuado y pobre en significatividad para los alumnos. El problema de la irracionalidad es altamente complejo, y a esta complejidad se añaden las dificultades derivadas de las nociones de infinito implicadas.

Consideramos que el concepto de Número Real no puede abordarse de forma efectiva mediante un tratamiento convencionalmente formal, basado en representaciones proposicionales, y con referencias superficiales y pobremente conectadas en el terreno de las imágenes.

Del presupuesto anterior se deriva que la estrategia didáctica del currículum de matemáticas convencional pretende solucionar problemas importantes de comprensión soslayándolos mediante un planteamiento formal que, al pasar de puntillas por las dificultades del Número Real, elude las cuestiones fundamentales que están en la raíz de la comprensión de este concepto.

Bajo estos supuestos, reenunciamos con mayor precisión el Objetivo General de este estudio:

Introducir el concepto de Número Real a escolares de 14-15 años para explorar dificultades y potencialidades que presenta, mediante una propuesta didáctica que se caracterice por:

-tener en cuenta la complejidad de dicho concepto y abrir vías para la presentación, comprensión y solución de problemas fundamentales en la construcción del mismo,

-basarse, de forma simultánea y complementaria, en los sistemas de representación digitales y analógicos propios del Número Real y esté basada en un conocimiento claro, preciso y riguroso de la red conceptual que sustentan,

-estimular la progresiva profundización en las componentes e interrelaciones de ambos sistemas de representación, con objeto de proporcionar una base consistente para una adecuada formación de los alumnos en este terreno,
-insertarse en un contexto curricular, y considerar las limitaciones y posibilidades que proporciona el aula como escenario natural complejo.

Bajo los anteriores supuestos, objetivos y caracterizaciones, la Hipótesis de nuestro estudio es:

Sostenemos que

1º es viable una propuesta didáctica con las condiciones enunciadas para la introducción del Número Real a escolares de 14-15 años;

2º el desarrollo en el aula de la propuesta elaborada permitirá recoger información relevante de la comprensión de los escolares de 14-15 años sobre el concepto de Número Real.

En los capítulos que siguen nos proponemos desarrollar nuestro objetivo y aportar evidencias que delimiten y concreten la Hipótesis.

6. Tesis: RAZONAMIENTO INDUCTIVO NUMÉRICO. UN ESTUDIO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Autor: Dr. D. Alfonso Ortiz Comas

Directores: Dr. L. Rico y Dr. J. L. González

"Objetivo general

Planteamos el objetivo general de este estudio en los siguientes términos:

Analizar la naturaleza y la evolución del razonamiento inductivo numérico en los escolares de Educación Primaria

1.6.2.- Objetivos específicos

El objetivo general anterior se concreta en los siguientes objetivos específicos:

O1: Delimitar el razonamiento inductivo numérico dentro del marco general de la inducción.

O2: Caracterizar las interpretaciones inductivistas sobre el origen del número natural.

O3: Reconocer las interpretaciones inductivistas y convencionalistas en la transmisión escolar de la aritmética del número natural, determinando estrategias y procedimientos inductivos utilizados.

O4: Establecer un modelo teórico evolutivo de razonamiento inductivo numérico y comprobar con escolares de Educación Primaria la utilidad y eficacia del modelo para describir su comportamiento real en razonamiento inductivo numérico.

O5: Caracterizar cada uno de los diferentes estados de desarrollo en términos de estrategias y procedimientos inductivos propios de la aritmética escolar.

O6: Establecer la relación existente entre el desarrollo del currículum en aritmética y la evolución del razonamiento inductivo numérico en Educación Primaria.

O7: Confirmar los resultados ya obtenidos en la Memoria de Tercer Ciclo.

1.6.3.- Objetivos complementarios

C1: Iniciar una línea de trabajo en Razonamiento Inductivo Numérico dentro de la línea de investigación "Pensamiento Numérico.

C2: Comprobar la utilidad del análisis didáctico para fundamentar y contextualizar investigaciones en Educación Matemática.

C3: Reafirmar la complementariedad de metodologías y su efectividad para este tipo de investigaciones."

1.7.- Hipótesis

Para la formulación definitiva de las hipótesis se han tenido en cuenta:

- a) Los objetivos de la investigación;
- b) El planteamiento del problema de investigación;
- c) El marco metodológico así como los diseños empíricos, que se van a exponer en los capítulos correspondientes;
- d) Las indagaciones históricas en epistemología de la inducción;
- e) Una revisión histórica de libros de texto y manuales clásicos de matemáticas;
- f) Las indagaciones en propuestas didácticas sobre aritmética escolar;
- g) Los resultados del estudio exploratorio y de los estudios empíricos que se expondrán posteriormente;
- h) Nuestra experiencia y conocimientos en Didáctica de la Matemática.

Con la primera hipótesis queremos plantear la importancia de la Epistemología en Educación Matemática, intentando mostrar que los posicionamientos didácticos están enmarcados en ciertas corrientes científicas que condicionan en los escolares sus perspectivas de la matemática y por tanto sus creencias y concepciones sobre lo que son las matemáticas y como se elaboran. En concreto, nosotros ponemos en evidencia

una de tales corrientes estudiando su influencia en el currículum escolar. La hipótesis que hemos contrastado en este sentido es la siguiente:

H1: "Existe una corriente epistemológica y matemática que considera que la aritmética tiene un origen exclusivamente inductivo. Los planteamientos didácticos y curriculares de la aritmética escolar en España han participado de esta tendencia al tener un marcado signo inductivista"

Nuestra segunda hipótesis se refiere a la evolución del razonamiento inductivo numérico en los escolares de Educación Primaria dentro del contexto al que hacemos referencia en la hipótesis anterior. El origen de esta hipótesis está en las tareas de continuar series que hemos propuesto a los escolares. El análisis de los resultados nos ha posibilitado observar que a la hora de intentar descubrir los patrones o regularidades los escolares aplican diferentes estrategias, procedimientos y conceptos, que de acuerdo con las investigaciones expuestas anteriormente, tienen unas connotaciones cognitivas de carácter evolutivo. Este hecho nos ha permitido enunciar nuestra segunda hipótesis:

H2: "Las diferentes estrategias inductivas que permiten completar con éxito tareas de continuar series de números naturales se pueden organizar en un modelo teórico de desarrollo que explica y describe, en seis niveles diferenciados, la evolución del razonamiento inductivo numérico en los escolares de 6 a 12 años"

El carácter evolutivo del razonamiento inductivo numérico nos plantea que no solo depende de la instrucción recibida y, por tanto, que un logro en aritmética no significa un avance inmediato en razonamiento inductivo numérico. Para contrastar este hecho nos hemos restringido a los cálculos algorítmicos, comparando los resultados obtenidos por los escolares en cálculo y en tareas de continuar series en la que se deben aplicar dichos cálculos. En vista a los resultados obtenidos podemos enunciar con precisión nuestra tercera hipótesis:

H3: "El dominio del algoritmo de una operación no se traduce de manera inmediata en una nueva competencia en razonamiento inductivo numérico. En los escolares de Educación Primaria existe un desfase de al menos dos años desde que aprenden un procedimiento, propiedad o concepto aritmético hasta que lo integran en sus capacidades de razonamiento inductivo numérico"

Hipótesis complementaria

Con carácter complementario, y como consecuencia del estudio realizado para la Memoria de Tercer Ciclo (Ortiz, 1993), enunciamos una cuarta hipótesis. Al detectar el efecto tope en una muestra significativa de alumnos de Educación Primaria, nos hemos planteado que tal efecto pueda ser sistemático y, por tanto, que se vuelva a producir en situaciones análogas. Ello nos plantea una hipótesis complementaria de investigación, que hemos enunciado como sigue:

Hc "El efecto tope no es un efecto casual y local. Se produce en cualquier muestra importante de escolares de Educación Primaria que realice una prueba de continuar series preparada intencionadamente con tal fin".

7. Tesis: EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS EN ÁLGEBRA ELEMENTAL A TRAVÉS DE PROBLEMAS VERBALES

Autor: Dr. D. Francisco Fernández García,
Directores: D. L. Rico y Dr. A. Fernández.

Apdo 2.6

"La finalidad de nuestro estudio está en la caracterización de un instrumento para la evaluación de las competencias algebraicas elementales, que tenga en cuenta la complejidad de las tareas propuestas y que permita reorientar, en su caso, la comprensión, por parte de los estudiantes, de los conceptos implicados.

Vamos a aplicar el instrumento de evaluación a estudiantes de último curso de Educación Secundaria Obligatoria (16 años) y a estudiantes universitarios que no han recibido instrucción en Álgebra en un período superior a 5 años. Trataremos de obtener valores grupales evaluativos que revelen cómo se desempeña globalmente toda la muestra a considerar. De este modo tratamos de conocer el poso o fondo de conocimiento algebraico que perdura en estudiantes que han madurado, pero que ya hace bastante tiempo que estudiaron matemáticas, y así compararlo con aquellos estudiantes que están recibiendo una instrucción sistemática sobre Álgebra Escolar.

En definitiva, tratamos de considerar qué relevancia tienen dos variables críticas en todo proceso de aprendizaje como son la práctica mediante la enseñanza y la maduración.

Pretendemos que el instrumento tenga un carácter explicativo sobre las cuestiones expuestas en el apartado 2.1 y, en particular, sobre las características de las tipologías de sujetos que aparecen cuando se relacionan éstos con los sistemas de representación con que abordan la resolución de los problemas.

También pretendemos que tenga carácter predictivo, de tal forma que nos permita establecer la pertenencia de un sujeto a una u otra de las tipologías establecidas y, así, conocer su competencia algebraica. De esta forma, el profesor podrá establecer un plan de actuación que conduzca a los sujetos, mediante la instrucción adecuada, a niveles más complejos del conocimiento algebraico dentro de una evaluación continua y formativa.

Para ello pretendemos:

- Establecer variables mediante las que caracterizar tareas algebraicas adaptadas a los niveles de la Educación Secundaria Obligatoria. Crear una base de problemas verbales algebraicos, que contemplen diferentes opciones de resolución, según las variables establecidas.
- Seleccionar tareas mediante las que evaluar las competencias de los estudiantes en Álgebra Escolar, para construir un instrumento de evaluación.
- Tipificar el pensamiento algebraico que los estudiantes activan cuando resuelven problemas verbales algebraicos.
- Delimitar los sistemas de representación usuales movilizados por los estudiantes para la resolución de problemas verbales algebraicos. Caracterizar los grados de complejidad que implica el manejo de cada uno de estos sistemas.
- Estudiar las relaciones que se establezcan entre las competencias en Álgebra Escolar y los sistemas de representación elegidos y, también entre las competencia y las variables que caracterizan los enunciados de los problemas verbales algebraicos.
- Estudiar las relaciones entre los posibles estratos de la población estudiantil a la que va dirigido el estudio, en orden a determinar si hay diferencias significativas en las competencias en Álgebra Elemental.

En estos apartados subyace una finalidad global, la profundización en el estudio teórico y práctico del campo de la evaluación del conocimiento matemático."

Cp. 4 (127-310):

"3.1. Enfoque exploratorio de la investigación: Objetivos a cubrir.

Consideramos adecuado que la definición de los objetivos de este trabajo se planifique en tres fases que se pueden concretar en:

1ª Fase: precisar la finalidad general en un propósito central específico.

2ª Fase: identificar y articular los aspectos subsidiarios y tópicos que se derivan del objetivo principal.

3ª Fase: plantear la información específica necesaria para cubrir los tópicos propuestos.

Detallamos las tres fases señaladas.

3.1.1. Propósito central.

Nuestro objetivo principal es:

aportar elementos de juicio e instrumentos fiables para evaluar las competencias que sobre Álgebra Elemental tienen los estudiantes españoles, a través de la resolución de problemas verbales.

Para llevar a cabo este objetivo es necesario conocer previamente los criterios de evaluación que se van a tener en cuenta, así como determinar tipos de instrumentos válidos y fiables que permitan conocer las competencias que, sobre el tópico enunciado, un sujeto pone en juego cuando responde a las tareas propuestas en el instrumento.

Queremos saber cómo los estudiantes actúan y responden ante una serie de problemas verbales algebraicos elegidos convenientemente; también nos proponemos establecer si los resultados dependen del tipo de problemas, dentro de una variabilidad controlada. Conocer el sistema de representación que suelen utilizar los estudiantes en la resolución de estos problemas, por su elicitación, puede indicar al profesor el tipo de pensamiento algebraico o pre-algebraico movilizado por el estudiante en la realización de la tarea.

Determinar si en un aula hay grupos de sujetos que, ante los problemas verbales algebraicos, utilizan unos u otros sistemas de representación, dará una información panorámica acerca del nivel de comprensión del lenguaje algebraico elemental en la clase, y la ubicación de estos grupos en el camino que hay que recorrer desde la Aritmética al Álgebra.

De esta forma, este objetivo central se concreta en diversos niveles más específicos, que enunciamos:

* Construir un instrumento para evaluar las competencias en Álgebra elemental mediante la resolución de problemas verbales.

* Precisar criterios mediante los que relacionar los resultados de la administración del instrumento sobre toda la muestra.

* Encontrar y caracterizar agrupaciones o tipologías de resolutores de problemas verbales algebraicos, según el sistema de representación que utilicen en la resolución.

3.1.2. Objetivos subsidiarios.

Para lograr el propósito central específico antes mencionado, se hace necesario establecer y articular una serie de temas y tópicos subsidiarios que se relacionan con el objetivo principal. En nuestra investigación, para el logro del objetivo central, se hace necesario:

a) Seleccionar un conjunto de problemas verbales algebraicos que respondan a los contenidos de Álgebra Escolar en la Educación Obligatoria y a una variabilidad controlada.

b) Estudiar la validez y fiabilidad del instrumento de evaluación constituido por el conjunto seleccionado de problemas verbales.

c) Analizar estadísticamente la incidencia de cada una de las variables que

intervienen en la resolución de los problemas verbales, y relacionarlas entre sí.

d) Determinar tipologías de problemas por los sistemas de representación que se han utilizado para su resolución, caracterizando estas agrupaciones.

e) Determinar tipologías de resolutores por el sistema de representación que han utilizado para resolver los problemas del instrumento de evaluación, caracterizando estas agrupaciones.

3.1.3. Objetivos específicos necesarios.

Para la identificación y articulación de cada uno de los objetivos subsidiarios, que se derivan del objetivo principal, se hace necesario explicitar qué necesidades específicas de información se identifican, así como las correspondientes relaciones entre ellas. En este trabajo, y en relación con los objetivos anteriormente enumerados, podemos señalar:

a.1) Seleccionar problemas verbales algebraicos tipo, mediante revisión bibliográfica de la investigación en Álgebra elemental y mediante juicio de expertos, para elaborar un banco de ítems/problemas.

a.2) Determinar las variables de tarea de los problemas y sus posibles combinaciones, en orden a establecer las posibles variantes en los problemas seleccionados.

b.1) Estudiar la validez de contenido del instrumento de evaluación mediante juicio de expertos externos.

b.2) Concretar la validez de constructo del instrumento de evaluación mediante análisis estadísticos.

b.3) Determinar la fiabilidad del instrumento de evaluación a través de distintos índices de fiabilidad, obtenidos por medios estadísticos.

c.1) Analizar los resultados de la fase de planteamiento en la resolución de los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

c.2) Analizar los resultados de la fase de ejecución en la resolución de los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

c.3) Analizar los resultados de la fase de desempeño final en la resolución de los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

c.4) Relacionar los resultados de las tres fases anteriores, planteamiento, ejecución y desempeño final, en la resolución de los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

c.5) Aplicar la caracterización del pensamiento algebraico (Lins, 1992) a los resultados obtenidos en la resolución de los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

c.6) Analizar los sistemas de representación utilizados en la resolución de los problemas algebraicos del instrumento de evaluación.

c.7) Estudiar la implicación que tiene la elección de un sistema de representación en la resolución correcta de los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

d.1) Determinar, mediante análisis cluster, si existen tipologías entre los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación, respecto a los sistemas de representación que se utilizan para su resolución.

d.2) Establecer las características de estos agrupamientos y obtener conclusiones.

e.1) Determinar, mediante análisis cluster, si existen tipologías de sujetos por los sistemas de representación que utilicen para abordar los problemas verbales algebraicos del instrumento de evaluación.

e.2) Caracterizar las distintas tipologías de resolutores que resulten del estudio de

cluster de sujetos."

Apdos 3.2 y 3.3.

3.2. Enfoque confirmatorio de la investigación: Hipótesis a contrastar.

La resolución de problemas verbales algebraicos elementales por parte de sujetos de una población estudiantil, en distintos niveles de estudios, que sólo han recibido instrucción en Álgebra Elemental durante el período escolar (hasta 16 años), puede verse influida por el tiempo transcurrido desde han recibido dicha instrucción.

Utilizaremos un diseño comparativo-transversal para contrastar las hipótesis que se refieren a la comparación entre grupos de sujetos.

Enunciamos a continuación las hipótesis específicas que vamos a contrastar.

Hipótesis 1. Existen diferencias significativas en el planteamiento en la resolución de problemas verbales algebraicos dependiendo del grupo de edad/nivel académico al que pertenecen los estudiantes.

Hipótesis 2. Existen diferencias significativas en la ejecución en la resolución de problemas verbales algebraicos dependiendo del grupo de edad/nivel académico al que pertenecen los estudiantes.

Hipótesis 3. Existen diferencias significativas en el desempeño final en la resolución de problemas verbales algebraicos dependiendo del grupo de edad/nivel académico al que pertenecen los estudiantes.

La elección de unos u otros sistemas de representación facilitan o dificultan la resolución correcta de las tareas algebraicas. La complejidad de algunas variantes de las tareas suelen ser obstáculo para el éxito en la aplicación de algunos sistemas de representación. La utilización de sistemas de representación económicos y potentes favorecen una resolución correcta de los problemas verbales algebraicos. Por lo tanto, podemos contrastar las siguientes hipótesis también mediante un diseño comparativo-transversal:

Hipótesis 4. Existen diferencias significativas en el planteamiento en la resolución de problemas verbales algebraicos dependiendo de la tipología de resolutor.

Hipótesis 5. Existen diferencias significativas en la ejecución en la resolución de problemas verbales algebraicos dependiendo de la tipología de resolutor.

Hipótesis 6. Existen diferencias significativas en el desempeño final en la resolución de problemas verbales algebraicos dependiendo de la tipología de resolutor.

La determinación de posibles tipologías de resolutores a través de un estudio de clusters, tomando como referencia el sistema de representación con se abordan los problemas, implicará la descripción de las características comunes a los sujetos que componen cada una de las tipologías. La confirmación de que esas características son adecuadas a cada una de las tipologías que se obtengan nos llevará a formular la siguiente hipótesis, que confirmaremos mediante un estudio de casos:

Hipótesis 7. Se confirma que los casos procedentes de las tipologías/clusters de resolutores se ajustan a las características de cada una de las tipologías obtenidas.

3.3. Racionalidad de las hipótesis: sentido y lateralidad.

3.3.1. Diferencias entre los grupos de edad/nivel académico.

En las tres primeras hipótesis tratamos de verificar si los estudiantes, con el paso del tiempo, han mantenido un cierto poso o fondo de competencias acerca de una actividad, como es la aplicación del razonamiento algebraico en la resolución de un problema verbal.

Es evidente que cuando ha pasado un período de tiempo suficiente en el que no se ha practicado una actividad, como en nuestro caso son las tareas de tipo algebraico, se

pueden haber olvidado algunas rutinas y procedimientos memorísticos que se utilizaron en la época escolar.

Entonces tenemos, por un lado sujetos que están recibiendo enseñanza específica sobre Álgebra Escolar y resolución de problemas algebraicos y, por otro, sujetos que después del período de Secundaria no han vuelto a recibir enseñanza sobre matemáticas.

También tendremos en cuenta que los sujetos de los grupos de más edad/ nivel académico que contemplamos están en el circuito estudiantil, bien porque no lo han abandonado, continuando los estudios en niveles superiores, bien porque al cabo de cierto tiempo han vuelto a la Universidad para elevar su nivel académico inicial (caso muy frecuente entre los estudiantes de los dos últimos cursos de Pedagogía, que provienen de Diplomados en Magisterio, quienes incluso han ejercido o están ejerciendo como Profesores de Primaria).

Esta circunstancia nos permite conjeturar que, en los grupos de estudiantes universitarios, tiene que haberse producido también un proceso lógico de maduración de pensamiento y capacidad de razonamiento, que pueda compensar de alguna forma el olvido debido al paso del tiempo. Esta maduración, junto con la memoria a largo plazo de los aprendizajes significativos de los conceptos algebraicos más elementales, en la etapa escolar, deberá de ponerse en juego para abordar y resolver las tareas algebraicas propuestas.

Las Hipótesis 1, 2 y 3 suponen que existen diferencias significativas entre los grupos de sujetos, tomados por el tiempo transcurrido desde que recibieron instrucción algebraica, en cada una de las fases que se consideran en un problema verbal algebraico.

Nuestra intuición inicial es que deben existir diferencias significativas entre los grupos de edad/ nivel académico, en el sentido de que la cercanía a la instrucción algebraica producirá mejores resultados en cualquiera de las fases de la resolución de los problemas algebraicos.

Abrazamos una hipótesis inequívocamente unilateral, en el sentido de que el grupo de sujetos que está finalizando la Enseñanza Secundaria Obligatoria, por estar recibiendo una instrucción permanente y sostenida sobre los contenidos de Álgebra Elemental y poniendo en práctica casi a diario el lenguaje algebraico aprendido para la resolución de problemas verbales algebraicos, debe tener mayor dominio sobre las tareas propuestas en nuestro estudio. Tales tareas, que pueden considerarse como continuación de la actividad de enseñanza del Álgebra en la E.S.O., como una actividad más dentro de contexto, no deben suponer mayor dificultad.

Sin embargo, los sujetos de los grupos de estudiantes universitarios para los que han transcurrido más de 3 años sin recibir instrucción algebraica explícita, que no han seguido estudiando matemáticas puesto que han elegido estudiar humanidades, pueden encontrar mayores dificultades en resolver las tareas algebraicas propuestas. En efecto, el Álgebra puede considerarse como un lenguaje matemático y, como tal lenguaje, si no se practica se llega a olvidar. Como su práctica suele darse en el ámbito escolar o en la enseñanza superior, y no es habitual en situaciones extra-escolares, los estudiantes “de letras” no han vuelto a ejercitar sus conocimientos algebraicos. Sólo queda un poso o fondo de conocimientos, debido básicamente al aprendizaje significativo previo, pero también efecto de la madurez propia del desarrollo intelectual y de la adquisición de niveles culturales y académicos superiores. Estas diferencias pretendemos confirmarlas mediante contrastes de las tres primeras hipótesis enunciadas.

8 Tesis: SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES POSITIVOS. UN ESTUDIO CON MAESTROS EN FORMACIÓN

Autor: Dr. D. José M^a Gairín Sallán

Director: Dr. L. Rico

I.4.4. Objetivo general

Al conocimiento sobre el conjunto de los Números Racionales se le concede gran importancia en los currícula españoles para las matemáticas escolares; buena parte de la responsabilidad del proceso de enseñanza-aprendizaje recae en los maestros de Educación Primaria. Por tanto, en la formación de los futuros maestros, es tarea esencial fortalecer sus conocimientos personales sobre este tópico incrementando la conexión entre las notaciones fraccionaria y decimal que, como se ha señalado, son más formales que conceptuales. Por otro lado, la reflexión personal desde sus experiencias como aprendices, permitirá a los estudiantes para maestro revisar sus conocimientos personales sobre la naturaleza de la ciencia matemática, sobre su enseñanza y sobre su aprendizaje; también sobre la comprensión del conocimiento matemático y el papel que juegan en el mismo los modelos y los sistemas de representación.

En la formación de los futuros maestros hay que atender al desarrollo de tareas profesionales relacionadas con la transmisión y aprendizaje de los conocimientos matemáticos. Ahora bien, esta dimensión profesional no es independiente de los conocimientos personales que sobre la materia tenga el estudiante para maestro, por lo que un incremento en la comprensión de estos estudiantes sobre los Números Racionales puede proyectarse sobre la práctica docente introduciendo variaciones en sus trabajos profesionales.

Pasamos a enunciar, con carácter global, las metas que se pretenden alcanzar en este trabajo y que hacen referencia a una doble dimensión: la formación personal de los futuros maestros y su proyección en las tareas profesionales:

1. Experimentar con estudiantes de la Diplomatura de Maestro de Educación Primaria una propuesta curricular innovadora que contemple el análisis sintáctico y semántico de dos sistemas simbólicos de representación para los números racionales positivos.
2. Analizar los modos en que un nuevo dominio de los conocimientos sobre Números Racionales afecta a los futuros profesores en las tareas de planificación del proceso de enseñanza para escolares del sistema educativo y sobre el tópico mencionado.

I.9. Objetivos de nuestra investigación

Recientes trabajos de investigación en didáctica de la matemáticas (Carpenter et al., 1993; Behr et al., 1993) han puesto de manifiesto la complejidad de conceptos, relaciones, operaciones y propiedades que conforman el aprendizaje y comprensión de los números racionales. En este sentido, y situados en el campo del Pensamiento Numérico, abordamos el estudio sobre la preparación de los futuros profesores, en su dimensión formativa, desde distintas reflexiones:

- Para incrementar la comprensión de los números racionales, los maestros en formación deben fortalecer sus conocimientos personales sobre los diferentes significados de la fracción y establecer conexiones entre los mismos: *"Si los estudiantes aprenden solamente la interpretación de la fracción como relación parte-todo, tienen serias limitaciones para una sólida comprensión de las fracciones"* (Kerlake, 1986). En este sentido se pretende lograr que estos estudiantes den pleno significado a la fracción como cociente.
- También debe incrementarse esta comprensión de los números racionales fortaleciendo las conexiones conceptuales entre las notaciones fraccionaria y decimal: *"Enseñar*

fracciones y decimales como tópicos separados sin proporcionar a los estudiantes oportunidades para establecer conexiones, empuja su desarrollo para la plena comprensión de los números racionales" (Sowder, 1995). Para ello, este trabajo articula estrategias de aprendizaje basadas en la utilización de nuevos sistemas de representación que faciliten la conexión entre las notaciones fraccionaria y decimal.

- Para que el proceso de construcción del conocimiento sea efectivo es preciso disponer de un medio físico y natural, utilizado como escenario idóneo para la formación de conceptos y, además, como área de aplicación de los mismos. Así, a partir de la imagen y combinando pensamiento con experiencia, la formación de ideas sobre los números racionales positivos aparece conectada.
- Ahora bien, para que los estudiantes incrementen sus conocimientos es necesario que los esfuerzos se centren en la resolución de situaciones problemáticas: *"es a través de la resolución de problemas como un concepto cualquiera adquiere sentido para un alumno. Este proceso de elaboración pragmática es esencial para la psicología y la didáctica, como es esencial para la historia de las ciencias"* (Vergnaud, 1990, pág. 135). Estas situaciones problemáticas deben tener sentido para dichos estudiantes y ser generadoras de conflictos que favorezcan el sentido del número y no que favorezcan habilidades rutinarias y reglas para su aplicación.
- Además, y para que esos estudiantes reflexionen sobre la adquisición de sus conocimientos, es necesario fomentar un "aprendizaje intencionado" (Scardamalia et al., 1989), o aprendizaje en el que la construcción del conocimiento sea un proceso abierto y que los estudiantes tomen responsabilidades sobre el mismo. Para alcanzar este aprendizaje se demanda la creación de un clima de trabajo en el que los estudiantes puedan examinar sus propios errores, que tengan oportunidades para el diálogo, que el clima de la clase esté libre de presiones externas y que los estudiantes acepten que la comprensión de los Números Racionales exige de un esfuerzo personal importante y de un tiempo amplio para la acomodación de los nuevos conocimientos con los que ya tenían (Hatano e Inagaki, citados por Sowder et al, 1993, pág. 258).

Además de la dimensión formativa, este trabajo también contempla el estudio de la preparación de los futuros maestros para el desempeño de tareas profesionales. Nuestro propósito es el de hacer indagaciones sobre el modo en que estos profesores en formación proyectan sus conocimientos personales en procesos instructivos con escolares, procesos que vienen determinados por la detección de errores, origen de los mismos, valoración de su importancia en el aprendizaje, modos de abordar la superación de dichos errores y por el diseño de actividades para proseguir el proceso instructivo.

En base a todas las consideraciones anteriores desglosamos el objetivo general que orienta nuestra investigación en los objetivos parciales que a continuación se enuncian:

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

En relación al primer objetivo general: *"Experimentar con estudiantes de la Diplomatura de Maestro de Primaria una propuesta curricular innovadora que contemple el análisis sintáctico y semántico de dos sistemas simbólicos de representación para los números racionales positivos"*, señalamos los siguientes objetivos específicos:

- 1.a. Caracterizar un modelo para el aprendizaje de los números racionales positivos basado en la acción de repartir en partes iguales.**
- 1.b. Articular una secuencia de actividades sobre el modelo anterior en la que se dé prioridad a la fracción como cociente de números naturales.**
- 1.c. Mostrar los dos sistemas de representación que surgen al cuantificar el resultado del reparto igualitario realizado por fases y aplicando el criterio de la mayor parte (representación polinómica unitaria y representación polinómica decimal)**

- 1.d. Explicitar las características sintácticas y semánticas, específicas y diferenciadas, que tienen los dos sistemas de representación anteriores.**
- 1.e. Evaluar el mapa conceptual que sobre el concepto de número racional positivo han reelaborado los profesores de primaria en formación al integrar los dos sistemas de representación considerados.**

En relación al segundo objetivo general: "*Analizar los modos en que un nuevo dominio de los conocimientos sobre Números Racionales afecta a los futuros profesores en las tareas de planificación del proceso de enseñanza para escolares del sistema educativo y sobre el tópico mencionado*", señalamos los siguientes objetivos específicos:

- 2.a. Analizar cómo el nuevo dominio en los conocimientos de los futuros profesores condiciona la detección y valoración de los errores cometidos por los escolares.**
- 2.b. Estudiar si el nuevo dominio en los conocimientos influye en las explicaciones que los futuros profesores ofrecen a los escolares para que superen los errores previamente detectados.**
- 2.c. Analizar cómo el nuevo dominio en los conocimientos se proyecta cuando los futuros profesores elaboran tareas para el aprendizaje destinadas a los escolares**

III.5. Objetivos Generales e Hipótesis.

Las consideraciones realizadas hasta el momento sobre nuestra investigación nos permiten volver a los objetivos generales, que ya se enunciaron en el Capítulo I, apartado I.9, y darles mayor precisión; también nos permiten explicitar las hipótesis que orientan este estudio.

A través de estas precisiones contemplamos la doble vertiente que anima nuestro trabajo: la vertiente de formación personal de los futuros maestros y la vertiente profesional, en cuanto a la implicación que tienen los conocimientos personales de los futuros profesores sobre las tareas escolares que deberán realizar.

En consecuencia, mantenemos los dos objetivos que guían la presente investigación: hay un primer objetivo que persigue delimitar las consecuencias que, para incrementar el conocimiento personal de los estudiantes para maestros, produce una determinada propuesta didáctica; el segundo objetivo pretende indagar acerca de las consecuencias que tiene en la orientación de tareas profesionales el dominio alcanzado en el conocimiento personal sobre números racionales por parte de estos futuros profesores de Educación Primaria.

En el cuadro siguiente se concretan los dos objetivos que se persiguen con nuestro trabajo de investigación:

- 1. Explorar dificultades y potencialidades que presenta el trabajo en los Números Racionales positivos para estudiantes de Maestros, en la especialidad de Educación Primaria, utilizando una propuesta didáctica caracterizada por:**
 - 1.1. Contemplar los objetivos específicos ya señalados en el Capítulo I: caracterizar un modelo para el aprendizaje; priorizar la fracción como cociente de números naturales; construir los sistemas de representación polinómicos unitario y decimal; y explicitar las características sintácticas y semánticas de estos dos sistemas.**
 - 1.2. Reelaborar los conocimientos personales de los estudiantes sobre las relaciones y sobre las operaciones entre números racionales positivos, redefiniendo los conceptos a partir de los dos sistemas simbólicos de**

- representación construidos.
- 1.3. Potenciar las conexiones de estos dos sistemas de representación con las notaciones fraccionaria y decimal de los números racionales, poniendo de manifiesto que las fracciones admiten una representación polinómica similar a la que subyace en nuestro sistema de numeración.
 - 1.4. Emplear una metodología que prioriza el trabajo personal de los estudiantes y que potencia el aula como espacio natural para la construcción del conocimiento.
- 2.- Establecer relaciones entre los conocimientos personales de los futuros profesores sobre la propuesta didáctica y el desempeño de determinadas tareas como profesionales, a través de:
- 2.1. El cumplimiento de los objetivos específicos marcados en el capítulo I: detección y valoración de los errores producidos por los escolares; explicaciones que ofrecen a dichos escolares; y elaboración de tareas para el aprendizaje.
 - 2.2. El uso de los modelos sobre los que construir el conocimiento matemático de los escolares.
 - 2.3. El tratamiento de las relaciones sintácticas y semánticas de los sistemas de representación utilizados por los escolares.

Con los supuestos anteriores se configuran las **Hipótesis** que se pretenden contrastar en nuestro estudio:

Sostenemos que:

Uno: Es viable una propuesta con las condiciones enunciadas que nos permita profundizar en el conocimiento del conjunto de los Números Racionales con un grupo de estudiantes de la Diplomatura de Maestro, en la especialidad de Educación Primaria. Además, el desarrollo en el aula de la mencionada propuesta permitirá recoger información relevante de la comprensión de estos estudiantes sobre el conjunto de los Números Racionales

Dos: Existen relaciones entre los conocimientos personales sobre los Números Racionales de los estudiantes para maestros y el conocimiento personal profesional de esos mismos estudiantes, que se expresan en las decisiones y orientaciones que adoptan ante determinadas tareas escolares.

9. Tesis: MARCO CONCEPTUAL Y CREENCIAS DE LOS PROFESORES SOBRE LA EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS

Autor: Dr. D. Francisco Gil Cuadra

Director: Dr. L. Rico

1.6 Primera descripción del problema

Nuestro interés principal está centrado sobre la evaluación en matemáticas, por tanto las creencias del profesor que vamos a estudiar son relativas a este ámbito profesional y, en tanto que tengan interés para la evaluación, estudiaremos las creencias de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; las creencias sobre otras cuestiones y temas aparecerán tangencialmente. Objetivo de este estudio es establecer las concepciones y creencias de los profesores de matemáticas de secundaria sobre evaluación y enseñanza- aprendizaje de las matemáticas.

La evaluación es uno de los elementos curriculares que menos alteraciones ha sufrido a lo largo del tiempo, es un tópico en que los profesores suelen ser conservadores y sobre el que, recientemente, se han comenzado a ejercer presiones para introducir cambios. Aunque tradicionalmente ha sido uno de los elementos más olvidados, a partir de los años 90, y como consecuencia de las presiones para su modificación, pasa a ser uno de los componentes curriculares más estudiados.

Nosotros concebimos el currículo como herramienta, nuestra idea sobre el currículo es una idea funcional. Como se expone en el apartado 2.2 de esta memoria nuestro concepto de currículo es un concepto complejo, determinado por diversas componentes. En nuestro estudio no intentamos conocer el estado de opinión de los profesores respecto del currículo sino respecto de una de sus componentes: la evaluación.

La evaluación está en estrecha relación con los restantes componentes curriculares. El profesor evalúa en función de los objetivos que se ha propuesto, atendiendo a los contenidos que ha enseñado y a la metodología que ha empleado. Pero también el objeto de la evaluación determina el qué y el cómo de la enseñanza-aprendizaje. Así concebimos los componentes de un currículo -objetivos, contenidos, metodología y evaluación- como partes de un sistema estrechamente interrelacionados. Por ello, como nuestro estudio tiene una importante perspectiva curricular, hemos contemplado los restantes componentes del plan para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, pues las decisiones del profesor sobre este proceso están condicionadas y condicionan las decisiones sobre evaluación.

Pero también la evaluación es una de las principales actividades profesionales del profesor de matemáticas. En la evaluación se concretan una serie de prácticas de valoración y de reglas sociales de validación que tienen que ver con la disciplina del conocimiento, con la forma en que esas prácticas sociales se concretan en la escuela y con los fines de socialización que se marcan como metas para la actividad escolar.

Como se verá, nos interesa estudiar aquella parte del conocimiento profesional del profesor que los expertos denominan *conocimiento de contenido pedagógico* y, dentro de éste, el *conocimiento curricular* en lo que se refiere a la *evaluación* y a la *enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*. (Linares, 19xx)

Nuestro estudio se centra en estudiar las concepciones y creencias del profesor. Como se verá en los apartados 2.1 y 2,2 de esta memoria, partimos de que el profesor convencional de matemáticas en secundaria no tiene una formación conceptual sólida sobre los conceptos de currículo; sobre esta noción los profesores tienen conocimientos dispersos más o menos coherentes pero con escasa organización, y sin un grado de estructuración suficiente que les permita, por ejemplo, establecer diferencias precisas entre distintos conceptos de currículo.

Según pudimos comprobar en nuestro estudio piloto, la información que poseen la mayoría de los profesores está basada en la práctica y en la experiencia personal. Estos

conocimientos están, por tanto, teñidos de afectividad y consideraciones valorativas y, por ello, se pueden calificar como creencias o concepciones (Flores, 19xx).

Por este motivo, se consideró apropiado realizar un estudio para capturar lo esencial de esas concepciones y creencias, es decir, sobre las nociones y juicios básicos que delimitan los diferentes estados de opinión que sobre la evaluación existen entre los profesores de matemáticas.

Las condiciones en las que el estudio se realiza nos hacen prescindir de las implicaciones para la práctica de las concepciones de los profesores. No estamos interesados en realizar un estudio de casos, lo cual queda fuera de la línea marcada para este trabajo.

Aprovechando la situación de cambio curricular y los rechazos que estos cambios han provocado en el profesorado de secundaria, nuestro objetivo general ha consistido en aproximarnos a las concepciones y creencias de los profesores que se ponen de manifiesto en esta situación, y tratar de interpretarlas para poderlas conocer mejor.

3.1 Propósito de la investigación

El objeto de este trabajo es estudiar el pensamiento de los profesores de matemáticas sobre la evaluación, en general, y sobre la evaluación de su asignatura en particular. Este estudio se lleva a cabo en un momento en que éstos profesores están implicados en un proceso de renovación del currículo y de cambio del sistema educativo, que tiene importantes consecuencias para todos los componentes curriculares, y en especial para la evaluación.

Cualquier intento de conocer más y mejor el pensamiento de los profesores siempre resulta interesante, sobre todo si aporta información que permita la mejora de su trabajo, y más en la situación de reforma actual donde dicho conocimiento puede aportar información sobre la adecuación de dicho pensamiento a los nuevos planteamientos curriculares.

El interés en la visión de los profesores sobre la evaluación en matemáticas es significativo porque lo que hacemos como profesores proviene de nuestra comprensión de como se produce el aprendizaje (Webb, 1992). Una comprensión de las ideas sobre evaluación de los profesores también proporciona una base para estimar su aceptación de posibles estrategias de evaluación alternativas (como las incluidas en los nuevos planteamientos curriculares de la Secundaria) (Trotman, 1997). Como Ernest (1989) señala las reformas en la enseñanza solo se llevan a cabo cuando aquellas creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje firmemente sostenidas se confrontan y se cambian. Webb (1992) aprueba esta visión, sugiriendo que como los profesores están implicados en actividades de evaluación durante un alto porcentaje de su jornada laboral, estos cambios tendrán un fuerte impacto sobre el aprendizaje de los estudiantes.

Siguiendo el planteamiento de Goetz y Lecompte (1986) nos preguntamos por:

a) el propósito de la investigación: foco o fin del estudio y cuestiones de investigación, y

b) el diseño de la investigación, es decir, diseño general, participantes y contextos, rol del investigador, estrategias de recogida de datos, instrumentos y técnicas de recogida, tratamiento e interpretación de los datos.

Como ya se ha dicho, la cuestión general que centra esta investigación es el de estudio del pensamiento del profesor sobre evaluación y enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La mayoría de los estudios sobre el conocimiento del profesor basados en cuestionarios establecen las preguntas sobre una base estrictamente teórica y conjetural (Contreras, 1998; Carrillo, 199; Thompson, 1992). Estas investigaciones realizan una selección de preguntas en función de unas categorías teóricas establecidas según un teoría (que puede ser una revisión de las distintas concepciones filosóficas de la matemática, o una revisión de las diferentes concepciones del aprendizaje, ...), y pretenden demostrar que el pensamiento de los profesores se ajusta a dichas categorías.

La elección de las preguntas viene determinada por las categorías que se pretenden encontrar, y por tanto, condiciona el estudio y determina la información resultante. Los datos que se derivan y los resultados que se obtienen quedan contaminados por el fuerte sesgo inicial. La mayoría de estas investigaciones no terminan de demostrar la existencia de todas las categorías que teóricamente conjeturan y concluyen con el hallazgo de profesores que se ajustan a algunas de esas categorías, que catalogan de más frecuentes. Nuestro propósito se encamina a establecer un sistema diferente para la selección de las preguntas del cuestionario.

2.2 Objetivos de la investigación

Dentro de este marco general, y en relación con el profesorado de matemáticas de secundaria en el Sistema Educativo Andaluz, nos hemos propuesto:

Reunir, organizar y analizar la diversidad de juicios y valoraciones que sostienen los profesores de matemáticas en ejercicio sobre evaluación, y sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Generar inductivamente los conceptos que sobre evaluación y evaluación en matemáticas, y sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas utilizan estos profesores, mediante la reducción y clasificación de los juicios recogidos.

Interpretar los diferentes conceptos inferidos y sus relaciones mediante marcos teóricos convencionales y elaboraciones de carácter técnico sobre evaluación, y sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Establecer el estado de opinión relativo a cada concepto y su grado de aceptabilidad, interpretando la valoración asignada a cada uno de los conceptos de evaluación y de enseñanza y aprendizaje inferidos.

Detectar y caracterizar factores en el sistema de conceptos establecidos, sobre evaluación y sobre enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta las valoraciones hechas por los profesores de la muestra.

Detectar factores en el sistema de conceptos global teniendo en cuenta las valoraciones hechas por los profesores de la muestra.

Caracterizar tendencias del pensamiento de los profesores de matemáticas mediante la delimitación de sistemas de ideas y conceptos diferenciados en relación con la evaluación y en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (y sobre la base de las valoraciones emitidas).

Determinar las relaciones entre las tendencias de pensamiento sobre enseñanza y aprendizaje y las tendencias de pensamiento sobre evaluación.

2.3 Hipótesis

General: El conocimiento de los profesores sobre evaluación en matemáticas es un constructo complejo, conectado con el conocimiento sobre la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, ambos constructos están determinados por un número considerable de factores que, no obstante, se aglutinan en torno a un factor general sobre evaluación y un segundo factor general sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Ambos constructos están relacionados y permiten determinar tendencias de pensamiento entre los profesores.

Esta hipótesis general la desglosamos en las siguientes hipótesis parciales:

* El conocimiento, las creencias y concepciones de los profesores de matemáticas sobre evaluación y sobre enseñanza y aprendizaje, recogidas mediante encuesta de opinión, pueden estructurarse en un sistema de categorías.

* La determinación empírica de tales categorías proporciona un conjunto adecuado de variables y factores para establecer y estudiar los constructos: conocimiento del profesor de matemáticas sobre evaluación y conocimiento del profesor de matemáticas sobre enseñanza y aprendizaje.

* Las valoraciones de los profesores de matemáticas sobre cada una de las

variables del constructo evaluación y sobre cada una de las variables del constructo enseñanza y aprendizaje, recogidas mediante una escala de actitud permiten establecer el estado de opinión sobre ese constructo y determinar tendencias de pensamiento entre los profesores.

* Los constructos conocimiento del profesor sobre evaluación y conocimiento sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas guardan relación de dependencia, que se puede caracterizar y describir.

10. Tesis: LA TABLA 100: REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS DE RELACIONES NUMÉRICAS. UN ESTUDIO CON PROFESORES DE PRIMARIA EN FORMACIÓN.

Autor: Dr. D. Francisco Ruiz López

Directores: Dr. Moisés Coriat y Dr. Luis Rico

2.13 Racionalidad del estudio

Desde el punto de vista del **contenido** el interés de nuestro estudio se centra, en primer lugar, en **explorar las potencialidades de la Tabla100 para delimitar, identificar y estudiar patrones numéricos**. El hecho de situar los números 1 a 100 en forma de tabla o conjunto de puntos discretos sobre una trama ortogonal, otorga un significado aritmético a los recorridos realizados sobre la tabla, como sumar o restar unidades y decenas al número de partida. La consideración como un plano geométrico discreto de la Tabla100 favorece una revisión de las operaciones aritméticas elementales, obteniendo un enfoque dinámico en un contexto geométrico.

En segundo lugar, esta perspectiva propicia **estudiar diferentes representaciones para los operadores aditivos** en la tabla, tanto de tipo simbólico como de tipo visual o geométrico. A las primeras les llamamos expresiones aritméticas del operador, y están constituidas por secuencias de números afectados de un signo + ó – (según se trate de sumar o restar) y escritos como subíndice o superíndice (según se trate de unidades o decenas). Las representaciones geométricas, que llamamos cadenas, están construidas por medio de celdillas cuadradas con un lado común. De esta forma un operador aditivo queda representado geoméricamente por una cadena y numéricamente por una expresión aritmética. Tratamos de construir de manera coherente dichas representaciones y estudiarlas desde un punto de vista matemático y didáctico:

a) Desde una **perspectiva matemática** nos proponemos **formalizar el grupo abeliano de los operadores aditivos** utilizando ambos sistemas de representación, tanto las expresiones aritméticas como las cadenas. Es decir, tratamos de verificar que, en ambos casos, se trata de sistemas de representación adecuados para los operadores aditivos y no de simples dibujos o codificaciones.

Al considerar las cadenas como figuras geométricas en un plano discreto, se tiene la oportunidad de aplicar la noción de transformación geométrica a un operador; las relaciones entre ambos sistemas de representación permiten interpretar el resultado aritmético producido por una isometría sobre un operador y dotarlo de significado.

b) Desde una **perspectiva didáctica** tratamos de **establecer conexiones** entre las representaciones anteriores que ayuden a su comprensión, así como establecer vínculos con las representaciones usuales conocidas, como son las expresiones numéricas en base 10, la expresión polinómica, la funcional y la máquina de Dienes.

Esta investigación tiene como ámbitos de actuación la **innovación curricular** y la **formación inicial de profesores de educación primaria**. Aunque la Tabla100 es, principalmente, una herramienta didáctica utilizada en el medio escolar, entendemos que este artefacto tiene también cabida en la formación inicial de profesores sobre Didáctica de la Matemática.

Con la propuesta didáctica que planteamos a los profesores en formación pretendemos, sobre todo, indagar las posibilidades de la Tabla100 en los aspectos señalados anteriormente. No obstante, no hay que olvidar que las tareas que se han diseñado están insertas en el currículo de una asignatura de matemáticas y, por tanto, se han concebido con intencionalidad formativa. Así, señalamos los siguientes objetivos:

- Favorecer la interconexión en matemáticas, estableciendo relaciones sistemáticas entre la aritmética y la geometría.

- Propiciar la reflexión, el razonamiento y la reconsideración sobre el sentido de las operaciones aritméticas básicas, desde un enfoque geométrico y dinámico.
- Fomentar el pensamiento visual por medio de la identificación de patrones numéricos, en conexión con la divisibilidad y la figuras geométricas.
- Potenciar la creatividad mediante producción de representaciones geométricas para conceptos aritméticos conocidos y aplicación de transformaciones geométricas a esas representaciones, considerando la Tabla100 como plano geométrico discreto.
- Explorar y establecer conjeturas en torno a propiedades y medidas de polígonos dibujados en la Tabla100.

Estos objetivos están ligados con la capacidad para relacionar, reflexionar, visualizar, explorar, identificar y conjeturar, básicamente en relación con el sentido numérico de los futuros profesores de primaria.

2.14 Delimitación del problema

Los puntos tratados anteriormente en este capítulo proporcionan un marco teórico de referencia y delimitan el problema de investigación objeto de esta memoria. Como se ha indicado, la escasez de estudios previos de investigación sobre *representaciones geométricas en tablas numéricas* dificulta la delimitación inicial del problema, toda vez que esta circunstancia hace que el campo de trabajo esté muy abierto.

Por ello, nuestro objetivo principal en los comienzos del estudio es **explorar la tabla de los cien primeros números**.

Esta amplia idea se va concretando conforme tratamos de responder a diversos interrogantes:

- ¿Qué tipos de patrones numéricos podemos encontrar en la Tabla100?
- ¿Qué conceptos aritméticos y geométricos están implicados en dichos patrones?
- ¿Qué representaciones visuales podemos encontrar para algunos de los conceptos aritméticos anteriores?
- ¿Qué tipo de tareas podemos utilizar para crear un ambiente adecuado con el fin de estudiar esas posibles representaciones?
- ¿Qué grado de aceptación por parte de nuestro estudiantes tienen este tipo de actividades?
- ¿Qué aportaciones pueden proporcionar esas tareas en relación con el sentido numérico de los estudiantes implicados?

Para buscar respuestas a estas preguntas, situamos nuestro trabajo dentro de los estudios de innovación curricular, y lo organizamos bajo **dos focos de atención**:

Primero: un **estudio empírico**, realizado con estudiantes de tercer curso de la diplomatura de Magisterio organizados en tres grupos distintos, llevado a cabo mediante una metodología de Investigación en el Aula.

Para implementar la innovación curricular hemos propuesto dos bloques de actividades diferenciadas:

- a. Un primer bloque de tareas, que tiene por objeto crear un contexto o un clima de trabajo en torno a **relaciones entre aritmética y geometría**.
- b. El segundo bloque de actividades, que se centra en el **estudio de las representaciones geométricas de los operadores aditivos**.

Este estudio se sostiene sobre una propuesta curricular y se centra en las relaciones e interacciones entre los componentes del triángulo didáctico Profesor – Alumno – Contenido:

2.15 Objetivos generales e hipótesis

Para enunciar los objetivos y las hipótesis de nuestro trabajo, hacemos una recapitulación de las consideraciones expuestas anteriormente, que precisamos en los puntos siguientes:

1. La Tabla₁₀₀ es un artefacto didáctico que se ha revelado útil para plantear una gran riqueza de tareas, cuestiones y problemas tanto en el contexto aritmético como en el geométrico, que constituye un recurso adecuado para descubrir y estudiar patrones numéricos.

De las revisiones bibliográficas efectuadas se desprende la escasa utilización, en el medio escolar español, de tablas numéricas para la enseñanza y aprendizaje de aspectos aritméticos con un enfoque geométrico. Por ello, puede resultar novedoso y útil, tanto desde el punto de vista de contenidos como metodológico, introducir en un programa de Formación Inicial de Profesores de Primaria un conjunto de actividades en torno a la Tabla₁₀₀ con el enfoque anterior, con el fin de suscitar reflexiones por parte de los estudiantes sobre conceptos aritméticos sencillos desde la óptica que proporciona la “geometría de la Tabla₁₀₀”.

2. Dada la dimensión geométrica que proporciona la Tabla₁₀₀ a los diversos conceptos aritméticos que se pueden estudiar en ella y la variedad de patrones numéricos que se pueden detectar, parece factible encontrar representaciones aritméticas y geométricas adecuadas para alguno de estos conceptos.

Las relaciones básicas entre los números de la Tabla₁₀₀ son aditivas. Es por tanto la estructura aditiva la que predomina en dicha tabla, siendo las representaciones más fáciles de obtener las que atañen a los operadores aditivos. El material objeto de estudio brinda de esta manera una buena oportunidad para encontrar, al menos, dos sistemas de representación (aritmético y geométrico) para dichos operadores, permitiendo realizar conexiones entre ambos.

3. La Tabla₁₀₀ es una herramienta didáctica sencilla que no parece presentar mayores dificultades. No obstante, la tabla es susceptible también de ser vista como un objeto matemático en el que se ponen de manifiesto estructuras y relaciones matemáticas. Formalizar esta tabla y estudiar los problemas matemáticos derivados del hecho de concebir la tabla en cuestión como un plano finito discreto, es una tarea que se ha derivado como consecuencia de los objetivos de tipo didáctico.

Bajo estas consideraciones, enunciamos el Objetivo General de este trabajo:

Explorar las potencialidades que encierra la Tabla₁₀₀ como medio de representación donde se pueden integrar y relacionar aspectos aritméticos y geométricos, en un programa de formación inicial de profesores de primaria.

Este objetivo general se desglosa en los siguientes objetivos parciales:

1. Indagar en la comprensión de estos estudiantes sobre los aspectos numéricos y geométricos de la Tabla₁₀₀ y las representaciones geométricas realizadas sobre ella.

2. Estudiar la viabilidad de nuevas representaciones de tipo numérico y geométrico para los operadores aditivos, estableciendo conexiones entre ambas representaciones.

3. Realizar una propuesta didáctica en torno a la Tabla-100, integrada por un material de trabajo que facilite establecer relaciones entre aritmética y geometría por medio del estudio e identificación de patrones y relaciones numéricas.

En la línea de las consideraciones y objetivo anteriores enunciamos las hipótesis de nuestro trabajo:

La introducción de una propuesta didáctica fundada en torno a la Tabla100 en el currículo de formación inicial de profesores, permite:

1. El descubrimiento por parte de estos estudiantes de nuevas conexiones entre aritmética y geometría y la interpretación de propiedades y relaciones aritméticas desde un punto de vista geométrico.

2. Obtener nuevas representaciones para el estudio formal de los operadores aditivos.

3. Aplicar conocimientos matemáticos adquiridos con anterioridad al estudio de estas representaciones.

=====

11. Tesis Doctoral: DOS CONFLICTOS AL REPRESENTAR NÚMEROS REALES EN LA RECTA.

Autora: Dra. Sara Beatriz Scaglia

Director: Dr. Moisés Coriat Benarroch

CAPÍTULO 2. DISEÑO

2.1. Delimitación del problema

Esta investigación está centrada en el estudio de la representación de números reales en la recta. **El propósito central del trabajo es caracterizar obstáculos epistemológicos relacionados con la representación de números reales en la recta.**

La recta, que se trabaja en la escuela desde edades muy tempranas, se utiliza como “soporte” de los conjuntos numéricos que se estudian gradualmente. El ámbito educativo ha acuñado la expresión “representación en la recta” para referirse a la imagen visual de la biyección punto-número apoyada tradicionalmente en la medida de longitudes. Esta biyección conduce a utilizar la expresión “recta numérica” para designar al conjunto ordenado de los números reales (Bouvier et al., 1984, p. 580).

Para Gardiner (1982, p. 254) la recta numérica es una de las imágenes mentales (después de la notación decimal) que sostiene al concepto *global* de número en los alumnos. Este concepto *global* sigue a un concepto *local* de número, que depende de la experimentación y exploración con ejemplos particulares de números. “Ahora la cuestión excepcional acerca de estas imágenes mentales es que dan una idea esencialmente precisa de la estructura y de la conducta de los números reales abstractos, y así nos permiten llegar a controlar el concepto general de *un número real*” de un modo más o menos explícito” (Gardiner, 1982, p. 254).

Siguiendo a Freudenthal, consideramos la recta geométrica y la longitud como dos fenómenos organizados por el número real.

Cuando se intenta organizar la longitud con ayuda del número real, no es posible llegar a los números irracionales como resultado de una medición directa, si se exige que dicha medición se apoye en un procedimiento finito. En el contexto de la medida, estos números surgen de una actividad intelectual, de una medición indirecta (aplicando fórmulas o relaciones matemáticas) o un razonamiento (apoyado en imágenes físicas, pero justificado de manera abstracta, o en procesos infinitos).

Los currículos de Bachillerato mencionan una breve introducción al número real que, sin desarrollar el concepto, permite trabajar diferentes “representaciones”: icónica, posicional y la recta. Uno de los mayores retos de cualquier introducción al número real está precisamente en que no disponemos de una “representación” unificadora y adecuada para cada uno de ellos. Por ejemplo, el conjunto de números decimales de hasta n cifras, D_n , es numerable, mientras que \mathbf{R} no lo es; sabemos describir todos los algebraicos, pero no todos los números trascendentes. Por otra parte, como dice Romero (1995, p. 62-63), una “representación” no permite exhibir todas las características de un objeto matemático. Se comprende así que las “representaciones” de los números reales generen dificultades escolares.

En este trabajo, cuando hablamos de “representación” no permite exhibir todas las características de un objeto matemático. Más precisamente, admitimos que hay conceptos públicamente compartidos (recta geométrica, número real) y representaciones de los unos por los otros públicamente compartidos.

La interpretación de la recta geométrica mediante conjuntos numéricos es una cuestión controvertida desde el punto de vista matemático y también filosófico, originando opiniones contradictorias (ver, por ejemplo, Pérez de Tudela, 1981). Las intuiciones respecto de la naturaleza de la recta llegan a ser realmente discordantes, como pondremos de manifiesto en el capítulo 3.

Las reflexiones anteriores inducen a conjeturar que pueden suscitarse dificultades durante la representación de números en la recta en el medio educativo. Se podrían dar *a priori* explicaciones genéricas para estas dificultades a partir de las cuestiones consideradas hasta aquí: la imposibilidad de acceder a todos los números reales a través del proceso de medida, la ausencia de una “representación” unificadora para los números reales a la controvertida naturaleza de la recta geométrica.

Con objeto de reafirmar nuestra conjetura citamos las afirmaciones de Romero (1995), incluidas en un análisis de las dificultades detectadas en los sujetos durante el desarrollo de la propuesta didáctica:

“Los argumentos expresados por los niños ponen de manifiesto que la cuestión [¿qué números llenan la recta?], así formulada, hace aflorar sus intuiciones más primitivas sobre la estructura del continuo lineal, sobre la correspondencia entre esta estructura y sus nociones acerca de los números, sobre el cardinal de los conjuntos infinitos y la correspondencia entre ellos y, en especial, sobre la no existencia de un final para los procesos infinitos” (Romero, 1995, p. 448).

Las reflexiones hasta aquí descritas inducen a creer que el propósito general de nuestra investigación, es decir, la caracterización de obstáculos epistemológicos relacionados con la representación de números reales en la recta, constituye un objetivo alcanzable.

Un obstáculo epistemológico se puede reconocer en el progreso de un determinado conocimiento. En los sujetos, y con más razón en sujetos de secundaria o de primeros años de universidad, pueden reconocerse, en cambio, errores, dificultades y conflictos durante el desarrollo de determinadas tareas.

En nuestra investigación utilizaremos los conflictos detectados como posibles indicadores de dificultades en los conceptos implicados. El hallazgo del obstáculo epistemológico lo abordamos como un problema de interpretación a partir de los conflictos observados. Ello supone, en consecuencia, dos niveles de interpretación:

- 1º) Reconocer y enunciar conflictos en las respuestas de las personas
- 2º) Explicar esos conflictos en términos de obstáculos epistemológicos.

Durante el estudio propondremos a los sujetos situaciones de aspecto escolar, aunque con la suficiente complejidad como para suscitar conflictos. Una vez enunciados, los conflictos son tomados como piezas de análisis para proponer una explicación en términos de obstáculos epistemológicos.

A la luz de las reflexiones anteriores enunciamos los **supuestos** de la investigación:

- La biyección entre números reales y puntos de la recta atribuye una estructura a la recta que ha cosechado adeptos pero también adversarios en el ámbito matemático y filosófico.

Los elementos conceptuales y procedimentales de la representación en la recta de los números reales requieren una clarificación.

- Hay indicios de que la biyección números reales/puntos de la recta resulte conflictiva para algunos alumnos.

2.2. Objetivos de la investigación

Bajo los supuestos enunciados, los **objetivos generales** del trabajo son los siguientes:

- | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none">- Analizar dos fenómenos organizados por el número real: la recta geométrica y la longitud.- Con ayuda de esos fenómenos diseñar situaciones que permitan detectar conflictos cognitivos en sujetos de Bachillerato o que comienzan los estudios universitarios.- Establecer una interpretación de esos conflictos cognitivos en términos de |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

obstáculos epistemológicos.

Los objetivos generales se desglosan en los siguientes **objetivo parciales**:

1. Elaborar criterios para estudiar el sistema de números reales.
2. Describir fenómenos que, organizados por el número real, están a disposición de alumnos de Bachillerato: la recta y la longitud.
3. Describir las demandas conceptuales y procedimentales de la representación en la recta de los números reales.
4. Detectar conflictos que surgen en los sujetos en tareas de representación de números reales constructibles en la recta.
5. Caracterizar los conflictos detectados en los sujetos.
6. Explicar los conflictos detectados en términos de obstáculos epistemológicos.

2.3. Hipótesis de la investigación

Los objetivos de la investigación constituyen una guía para el planteamiento de las hipótesis de investigación. Atendiendo a los objetivos parciales enunciados en el apartado anterior, formulamos las hipótesis de nuestro trabajo.

Las dos primeras hipótesis se refieren a los cinco criterios surgidos inductivamente a raíz del estudio empírico previo (véase 1.3.), las enunciamos así:

Hipótesis 1:

Los criterios para el estudio de los números proporcionan un marco para la descripción del sistema \mathbf{R} y de las dificultades conceptuales y procedimentales implicadas en él.

Hipótesis 2:

Los criterios para el estudio de los números reales permiten analizar las respuestas de sujetos en las situaciones propuestas en el estudio empírico.

El sistema de números reales constituye una estructura matemática que organiza dos fenómenos: la recta y la longitud. Desde este punto de vista estudiamos la representación de números reales en la recta, sobre la que versa la siguiente hipótesis:

Hipótesis 3:

La representación en la recta de los números reales es conceptual y procedimentalmente más compleja que otras representaciones de estos números

Las hipótesis siguientes versan sobre la naturaleza de los conflictos detectados durante las actividades de representar números en la recta y sobre la estrategia para ponerlos de manifiesto:

Hipótesis 4:

Algunos conflictos detectados en alumnos de Bachillerato y 1º de Licenciatura de Matemáticas al representar en la recta números constructibles surgen por la representación posicional infinita.

Hipótesis 5:

Algunos conflictos detectados en alumnos de Bachillerato y 1º de Licenciatura de Matemáticas al representar en la recta números constructibles surgen de la confusión entre dos nociones de representación gráfica (objeto físico/objeto geométrico).

Hipótesis 6:

La valoración de la exactitud de la representación en la recta constituye una

estrategia adecuada para poner de manifiesto los conflictos mencionados en las dos hipótesis anteriores.

2.4. Comparación con el proyecto de tesis

Como se indicó en 1.4, tomamos una decisión significativa después de realizar las entrevistas exploratorias (capítulo 4). Al elaborar las posibles situaciones que podrían incluirse en el cuestionario (Racionalidad del cuestionario, capítulo 5), intentando abarcar las cuestiones contempladas en el proyecto de tesis y los resultados de las entrevistas, se obtiene un banco de ítems demasiado extenso. Como consecuencia de adoptar un criterio de selección de ítems (descrito en 5.1.) nos vimos en la necesidad de redefinir el problema, objetivos e hipótesis de la investigación. En el Anexo 2 incluimos el proyecto de tesis.

El problema de investigación enunciado en el proyecto coincide en líneas generales con los objetivos generales señalados en el apartado 2.2. aunque se observa en aquél que las proposiciones referidas a la caracterización de obstáculos, y a la detección de interpretaciones o intuiciones explicables mediante esos obstáculos se encuentran en un orden invertido con respecto a los objetivos generales de esta memoria.

La inversión del orden en esas proposiciones se explica por la solución que hemos dado a una dificultad señalada en el apartado 4.6. del proyecto de tesis (Dificultades y limitaciones de la investigación). En ese apartado, mencionamos que la tesis depende críticamente de la conexión entre obstáculos e interpretaciones de sujetos. La conexión la hemos resuelto durante el transcurso del trabajo del siguiente modo: en primer lugar, se estudian estos conflictos a la luz del análisis que Bachelard (1987) realiza respecto del conocimiento matemático (descrito en el apartado 3.2.). La conexión entre objetivos del proyecto de tesis y los objetivos parciales planteados en el apartado 2.2. Los cambios están especialmente relacionados con la modificación realizada a fin de afrontar la conexión entre conflicto y obstáculos.

Un objetivo que nos e ha retomado en la nueva formulación es el referido a la búsqueda de intuiciones en los alumnos que adquieran significado matemático en distintos conjuntos numéricos. En las entrevistas exploratorias (capítulo 4) se han planteado situaciones cuya finalidad es detectar intuiciones relacionadas con propiedades de los infinitésimos. Asimismo, en la Racionalidad del Cuestionario (5.1. capítulo 5) se ha contemplado este objetivo, intentando plantear situaciones que propicien la aparición de estas intuiciones. Sin embargo, cuando decidimos centrar el cuestionario en la búsqueda de los dos conflictos detectados, conjeturamos que las situaciones planteadas para detectar intuiciones referidas a los infinitésimos no proporcionarían información relacionada con los dos conflictos. En consecuencia, el objetivo correspondiente en el Proyecto de Tesis no es abordado en el presente trabajo, más allá de las situaciones plantadas en las entrevistas exploratorias a los alumnos (capítulo 4) y en la Racionalidad del cuestionario. Este objetivo queda abierto para futuros estudios.

Objetivos Proyecto de Tesis	Objetivos Definitivos (ap.2.2)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Analizar fenómenos que, organizados por el número real, están a disposición de alumnos de Bachillerato: la recta y la longitud 2. Recopilar intuiciones que, debidamente formuladas, adquieren significado matemático en conjuntos numéricos (reales e hiperreales) 3. Describir del modo más exhaustivo posible las demandas conceptuales y procedimentales de la representación en la recta de los números reales. 4. Establecer obstáculos epistemológicos como consecuencia de los estudios anteriores. 5. Elaborar criterios para estudiar las producciones de los alumnos que resulten de las situaciones diseñadas en la investigación. 6. Reconocer la ausencia o presencia de interpretaciones e intuiciones en las producciones de los alumnos que, en su caso, fueran explicables mediante los obstáculos descritos (o estuvieran relacionadas con ellos) 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Elaborar criterios para estudiar el sistema de números reales. 2. Describir fenómenos que, organizados por el número real, están a disposición de alumnos de Bachillerato: la recta y la longitud. 3. Describir las demandas conceptuales y procedimentales de la representación en la recta de los números reales. 4. Detectar conflictos que surgen en los alumnos en tareas de representación de números reales constructibles en la recta. 5. Caracterizar los conflictos detectados en los sujetos. 6. Explicar los conflictos detectados en términos de obstáculos epistemológicos.

Tabla 2.1: Modificaciones en los objetivos del Proyecto de Tesis.

Las hipótesis planteadas en 2.3 son consecuencia de la reformulación de los objetivos.

12. Tesis Doctoral: ANÁLISIS CIENTIMÉTRICO, CONCEPTUAL Y METODOLÓGICO DE LAS TESIS DOCTORALES ESPAÑOLAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA (1.976-1.998)

Autor: Dr. D. Manuel Torralbo Rodríguez

Directores: Dr. Antonio Fernández Cano y Dr. Luis Rico

El objeto de nuestro estudio consiste en comprobar la consolidación de la Didáctica de la Matemática, en España, como una disciplina científica plenamente institucionalizada, de acuerdo con los indicadores cientimétricos habituales en este tipo de estudios, a partir de los datos obtenidos, de su análisis y comparación. También podremos determinar índices de productividad de directores e Instituciones de investigación, reorientar la capacidad de I + D en Didáctica de la Matemática, posibilitando tomas de decisiones más ajustadas, detectar plagios y fraudes y confirmar el crecimiento de una disciplina mediante el esfuerzo acumulativo de sus científicos.

Por lo tanto, nuestro problema puede concretarse en las siguientes cuestiones:

- ¿Cuáles son los indicadores cientimétricos, conceptuales y metodológicos que caracterizan la investigación española en educación matemática?
- ¿De qué manera ha evolucionado la investigación científica en el ámbito académico sobre educación matemática y cómo se han desarrollado dichos estudios en el periodo comprendido entre 1.976 y 1.998, teniendo en cuenta las variables recogidas en el instrumento elaborado para la obtención de los datos?
- ¿Cómo se refleja en esta evolución la constitución y consolidación de la disciplina Didáctica de la Matemática?
- ¿Responden, en definitiva, estas producciones investigadoras a los patrones o leyes establecidos por la Ciencia?

2.2.- OBJETIVOS DEL ESTUDIO:

El objetivo general de nuestro trabajo es contribuir a un mejor conocimiento de la investigación en educación matemática, mediante el estudio de las tesis doctorales publicadas entre 1976 y 1998, lo que nos permitirá verificar la evolución de este campo de estudio y la incidencia que ha tenido sobre él el proceso de institucionalización de la disciplina Didáctica de la Matemática.

Para ello nos proponemos los siguientes objetivos concretos:

- 1.- Estudiar las tesis doctorales realizadas en educación matemática y su evolución, aportando una visión diacrónica de las mismas.
- 2.- Clasificar cientimétricamente dichas investigaciones, para obtener una base de datos elaborada que facilite su análisis y control.
- 3.- Clasificar conceptualmente dichas investigaciones, para obtener una base de datos elaborada que facilite su análisis y control.
- 4.- Clasificar metodológicamente dichas investigaciones, para obtener una base de datos elaborada que facilite su análisis y control.
- 5.- Examinar de forma detallada los objetivos, contenidos y metodología desarrollados en cada investigación, detectando regularidades conceptuales y metodológicas.
- 6.- Examinar los indicadores cientimétricos propios de esta producción detectando patrones y verificando su ajuste a las leyes cientimétricas establecidas, determinando cuales son las instituciones de mayor producción, su distribución geográfica, temática y documental.

7.- Averiguar qué criterios permiten detectar cambios en la producción científica y qué hechos permiten explicar modificaciones significativas en esta producción.

8.- Elaborar una base de datos que sirva de instrumento de trabajo para los profesionales de la educación matemática.

2.3.- HIPÓTESIS.

1.- La producción española de tesis doctorales en educación matemática es susceptible de identificación a través de una serie de indicadores cuantitativos, conceptuales y metodológicos.

2.- La producción española de tesis doctorales en educación matemática cubre un amplio rango de marcos conceptuales, metodológicos y de ámbitos de actuación.

3.- En términos globales, la producción de investigación española en educación matemática se ajusta a los patrones o leyes de la cuantimetría.

4.- Existen periodos de productividad en la investigación en educación matemática diferenciados en base a los indicadores detectados.

5.- Con la consolidación del área de conocimiento de Didáctica de la Matemática como disciplina científica, se produce un cambio significativo en la producción de tesis doctorales en educación matemática con respecto al resto de periodos estudiados.

13. Tesis: FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: ENSEÑANZA DE FUNCIONES, SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN Y CALCULADORAS GRAFICADORAS

Autor: Dr. D. Evelio Bedoya Moreno

Directores: Dr. Luis Rico y Dr. José Gutiérrez Pérez

El Problema:

En este trabajo, consideramos que si los futuros profesores de matemáticas de Educación Secundaria construyen o acceden al conocimiento profesional concebido desde la perspectiva de la propuesta de los OC (Rico, 1997a), con un carácter multidimensional e integrado en su contenido y en el tiempo, esto facilitará y enriquecerá sus producciones y prácticas curriculares y didácticas. Nos proponemos, entonces, estudiar y evaluar los efectos o influencias del plan de formación que hemos diseñado y que realizaremos con tales propósitos.

Nos proponemos desarrollar un curso abreviado de formación inicial para profesores de matemáticas centrado en el análisis didáctico y orientado al diseño de unidades didácticas para el aula de secundaria. Para ello restringimos y damos un carácter local a la propuesta general de los organizadores centrándonos en un concepto específico para unos niveles concretos: función cuadrática en el segundo ciclo de la educación secundaria. Igualmente restringimos la diversidad de elementos organizadores a dos principales: los sistemas de representación asociados a la noción de función y la calculadora graficadora TI-92, como elemento mediador principal. El análisis didáctico derivado va a quedar mediado por esta terna: funciones, sistemas de representación y calculadora graficadora. Y es por ello que nos referimos a la propuesta de trabajo como **modelo local y multidimensional de los organizadores para el currículo de matemáticas**.

De acuerdo con esto, el objetivo de nuestro estudio que se refiere a poner a prueba empírica la propuesta general de los organizadores resulta también de carácter local y parcial. Cada modelo parcial o restringido de los organizadores impone una estructura e incluso un tipo de funcionamiento del currículo particular.

El hecho que consideremos un modelo restrictivo de los organizadores, no implica que tengamos que prescindir necesariamente de los demás elementos o campos organizadores, y menos de aquellos que son constitutivos de la heterogeneidad sistémica del modelo global (Rico, 1997a)

Por lo tanto, un (el) modelo particular de los organizadores del currículo consiste en la estructuración sistémica o coordinada de diferentes elementos o campos organizadores del currículo; debe ofrecer un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas, un espacio de reflexión que muestre la complejidad de los procesos de transmisión y construcción del conocimiento matemático y criterios para abordar y controlar esta complejidad. Su adquisición requiere de situaciones de trabajo y aprendizaje adecuadas y progresivas, que permitan el paso de un nivel de menor complejidad a otro de mayor complejidad, de una consideración parcial y subjetiva de los organizadores a una objetiva, global o integradora, reflexiva, participativa, profesional y autónoma.

Nuestra propuesta de modelo local, restringido y de carácter sistémico, dirigido al establecimiento de, considera, principal y específicamente, los cuatro siguientes elementos organizadores:

Análisis de contenido (estructura formal), **didáctico, cognitivo e institucional del contenido matemático (CM)**; desde la perspectiva de la propia disciplina y epistemología matemáticas, de la Didáctica Matemática, de los desarrollos teóricos de las ciencias cognitivas y de las prescripciones y concepciones curriculares institucionales correspondientes (Apostol, 1967; Boyer, 1986; Hiebert, Lefevre, 1986; Coll, 1988, 1994; MEC-DCB, 1989; MEC, 1991; Leinhardt, *et al*, 1990; NCTM; 1991; Dubinsky, Harel, 1992;

Rico, 1992; Vinogradov, 1994; Eisenberg, 1994; Moreno, 1995). En particular, como lo hemos dicho, suscribimos los desarrollos cognitivos y didácticos que conciben el conocimiento matemático en términos de **tres dimensiones** principales: **conceptual**, **procedimental** y **actitudinal** (Hiebert, Lefevre, 1986; Coll, 1988, 1994; MEC-DCB, 1989; MEC, 1991; Rico, 1992).

Los trabajos en Didáctica de las Matemáticas y psico-semiológicos más recientes sobre los **sistemas de representación (SR)** convencionales y usuales en el estudio de las funciones (Janvier, 1987; Bishop, 1989; Romberg, 1993; Duval, 1993, 1995; Moreno, 1995; Hitt, 1995, 1996, 1998; Rico, 2000).

El relativamente nuevo campo de estudio sobre las nuevas tecnologías informáticas, como las modernas **calculadoras graficadoras (CG)**, concebidas como tecnologías electrónicas de representación múltiple, con sistema de cálculo simbólico integrado y dedicadas a la enseñanza y estudio de las matemáticas (Demana, Waits, *et al*, 1994; Waits, Demana, 1995; Moreno, 1995; Hitt, 1995, 1998; Bedoya, 1996; Bedoya, Rico, 1998).

Hipótesis: Como planteamiento general, consideramos que si los futuros profesores de matemáticas construyen o acceden al Conocimiento Didáctico, base de una formación didáctica profesional, concebido con un carácter multidimensional e integrado tanto en su contenido como en el tiempo, tal y como se propone desde la perspectiva de la propuesta de los organizadores del currículo, esto facilitará, enriquecerá y se reflejará en sus producciones y prácticas curriculares y didácticas. En este trabajo nos proponemos pues, estudiar y evaluar efectos o influencias del plan de formación que hemos diseñado basado en las consideraciones y perspectivas anteriores.

Consideramos que un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria que promueva la construcción del Conocimiento Didáctico en base a unas nociones de referencia y a la ejercitación en el Análisis Didáctico sobre los diferentes contenidos, contribuirá a la adquisición de una Formación Didáctica adecuada que se reflejará en la elaboración de Unidades Didácticas y propuestas de materiales curriculares. Esta va a ser la hipótesis general de trabajo para este estudio.

Objetivo general

En función de las cuestiones anteriormente formuladas, el objetivo general de la investigación consiste en realizar (diseñar e implementar) y evaluar un programa de formación inicial con el propósito de estudiar (describir, caracterizar e interpretar) cómo repercute sobre las concepciones y la formación didáctica de los futuros profesores de matemáticas de Educación Secundaria el programa de formación que hemos diseñado. Dada la gran complejidad de este estudio, el programa y el cursos taller en que se concretará, el programa se desarrollará en torno a unos tópicos de contenido matemático - el **trinomio**, la **ecuación** y las **funciones polinómicas de segundo grado**-; unas tecnologías informáticas -las Calculadoras Gráficas TI-83 y TI-92-; y unos materiales concretos.

Objetivos específicos principales

1. Realizar (diseñar, planificar e implementar), analizar y evaluar objetiva y subjetivamente un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de Educación Secundaria, concretado en un curso taller. El curso-taller se concreta en los tópicos específicos del contenido matemático elegido y se basa en las cuatro cuestiones centrales del estudio (Estructura Conceptual EC, Sistemas de Representación SR, Calculadora Graficadora CG y Formación Didáctica FD) estructuradas de acuerdo con la propuesta del modelo local de los organizadores.
2. Observar, identificar y caracterizar la forma como los futuros profesores de matemática de Secundaria utilizan e integran las CG en el diseño y desarrollo de propuestas

curriculares sobre funciones, concretadas en la planificación y presentación de actividades didácticas.

3. Observar, analizar, interpretar y caracterizar el impacto del programa sobre el sistema de ideas (concepciones) relativo al conocimiento didáctico de los futuros profesores de matemáticas.

4. Identificar, describir y valorar las cualidades del programa en relación tanto con los fundamentos curriculares, conceptuales y metodológicos que lo enmarcan, con los procesos de desarrollo del programa y del estudio mismo, como marco curricular en el que se inscribe.

5. Profundizar en el conocimiento curricular y la metodología de investigación sobre las cuatro cuestiones centrales en las que se basa y en torno a las cuales se desarrollará este estudio.

14. Tesis: MODELIZACIÓN Y CALCULADORA GRÁFICA EN LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA: ESTUDIO EVALUATIVO DE UN PROGRAMA DE FORMACIÓN.

Autor: Dr. D. José Ortiz Buitrago

Directores: Dr. Enrique Castro y Dr. Luis Rico

1.6. Planteamiento del problema

La formación inicial de los profesores de educación secundaria es objeto de estudio de manera creciente en diferentes ámbitos. Son diversos los aspectos de interés que se han investigado sobre este tema. Al respecto; algunos autores (Ferrerés, Jiménez, Barrios & Vives, 1998; Moral, 2000; Marcelo, 1992; Yanes, 1998; Ryan, 1998) han evidenciado la necesidad de contar con planes de formación que contemplen un adecuado equilibrio entre los contenidos teóricos y los prácticos. Yanes (1998) afirma que en España hay una ausencia de formación inicial profesional para la mayoría de los profesores de secundaria. En relación con el profesorado de matemáticas, son abundantes las críticas realizadas sobre las carencias en la formación inicial (Rico, 1994). A pesar de que en España, el libro blanco de la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) establece las condiciones que deben reunir los profesores de matemáticas de secundaria¹ para ejercer eficientemente en el sistema educativo y Rico (1997a) sostiene que, en España, la mayoría de los profesores de matemáticas llegan a su desempeño profesional con una formación inicial soportada en pocas fortalezas competitivas, como consecuencia de una infravaloración de los componentes didácticos y una desorganización estructural. De igual manera, Sánchez-Pérez, García & Sánchez-Pérez (1999) afirman que la formación de profesores de matemáticas, en la mayoría de las universidades españolas, se lleva a cabo con una metodología basada en clases magistrales. Sin embargo Sáez (2000) recomienda recurrir, de manera simultánea, al método magistral de enseñanza junto con otras actividades que estimulen la participación y el trabajo personal y grupal de los alumnos. La importancia de este argumento estriba en la posibilidad de cambio en la enseñanza, pasando del énfasis en la memorización a la consideración de la comprensión y la reflexión, lo cual podría ayudar a establecer otras interacciones en el aula para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas.

Esta problemática de la carencia de una adecuada formación inicial, en el ámbito didáctico, de los profesores se expresa en las conclusiones del diagnóstico general del sistema educativo (Instituto Nacional de Calidad y Evaluación, 1998b), donde se plantea como uno de los *síntomas preocupantes* que:

En su gran mayoría, el profesorado español de educación secundaria obligatoria denuncia una formación inicial y continua insuficiente, escasamente adaptada a las tareas y virtualidades que la sociedad le exige. Puesto que la mejora cualitativa de la educación española depende muy en primer plano de la calidad humana y profesional de sus educadores, la persistencia de la situación actual (que se arrastra desde hace años) hay que considerarla como particularmente dañina y merecedora de medidas prontas y eficaces. (cap. 7, apartado 97)

Sin embargo, en el mismo diagnóstico citado anteriormente, se afirma que el profesorado español ofrece una imagen de solidez y de gran interés y dedicación hacia sus tareas.

La información antes presentada, además de nuestra observación y análisis de la situación, nos induce a pensar en el requerimiento de una formación inicial para el futuro

¹ La LOGSE, en su artículo 17, establece que la educación secundaria comprende la enseñanza básica de cuatro cursos académicos (12 a 16 años), el bachillerato de dos cursos académicos a partir de los dieciséis años de edad y la formación profesional específica de grado medio.

profesor que le garantice un dominio conjunto del conocimiento específico de la materia que enseña y del conocimiento didáctico de los contenidos matemáticos.¹

Es decir para lograr un profesional con las competencias mínimas se considera conveniente que, en los planes de formación de los profesores de matemáticas, se prevea un equilibrio entre la formación disciplinar y la formación didáctica en la cual se contemple el currículo como una herramienta fundamental de planificación de la enseñanza de las matemáticas y, además, como medio de investigación que permita el desarrollo de métodos y estrategias metodológicas de enseñanza y aprendizaje.

La presente investigación podría aportar referentes empíricos orientadores de posibles intervenciones en los planes relacionados con la formación inicial de los profesores de matemáticas. Esto estaría en congruencia con lo establecido en el Plan de Calidad Docente 2001-2004, de la Universidad de Granada, donde se contempla que

...antes de emprender determinadas actuaciones de mejora de la calidad, éstas han de estar precedidas por estudios e informes... (Universidad de Granada, 2001, p.18)

La situación descrita anteriormente referida a la formación inicial de los profesores de matemáticas, y la reflexión producto de ella, induce a indagar acerca de las competencias didácticas de los profesores en formación; para ello tomamos como referencia el contexto de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en la Universidad de Granada, y fundamentalmente lo relativo a la formación didáctica ofrecida en la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato, en la cual se trabaja principalmente con el modelo de los organizadores del currículo propuesto por Rico (1997b). Con el propósito de delimitar el estudio y a efectos de esta investigación se consideran los organizadores del currículo estructura conceptual, modelización y materiales y recursos; específicamente se hace referencia a la modelización y la calculadora gráfica (como recurso) en un contexto de álgebra lineal de secundaria.

El interés por estos organizadores responde, en primer lugar, al carácter básico y necesario de analizar la estructura conceptual de cada campo matemático con carácter previo al trabajo escolar sobre el mismo. En segundo lugar a que la aplicación de la modelización ha tenido resultados prometedores en el campo de la educación matemática, pues se ha determinado que es una manera organizada y dinámica de acercar las matemáticas al mundo físico y social del alumno (Niss, 1988, Blum, 1991; Bassanezi, 1994; Brunner, Coskey & Sheehan, 1998). En tercer lugar la incorporación de las modernas calculadoras gráficas, en particular la TI-92, como recursos didácticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, está generando el cambio de una enseñanza tradicional a una enseñanza significativa (Berry & Francis, 2000; Kutzler, 2000; Schneider, 2000) por su riqueza de aplicaciones, importantes en la modelización de situaciones del mundo real, tal como señalan Harel (1998), Edwards & Chelst (1999), Drier, Robert, Robinet & Rogalski (2000) y Ortiz (2000). Y, en tercer lugar, el álgebra lineal como contenido matemático susceptible de aplicación de la modelización (Tucker, 1993, Fearnley-Sander, 2000). De igual manera el álgebra lineal es propicia para la incorporación de la calculadora gráfica para la representación de conceptos y establecer conexiones del álgebra con el mundo físico y social (Carlston, Johnson, Lay & Porter,

¹ En este trabajo se entiende por conocimiento didáctico aquel que proporciona al profesor unas herramientas conceptuales y funcionales que le permiten reflexionar con criterios fundados sobre la planificación y el desempeño de su trabajo profesional. Y el análisis didáctico se refiere a aquel que se deriva de la aplicación del conocimiento didáctico en el diseño de unidades didácticas y en el desarrollo y evaluación de las actuaciones correspondientes, relacionadas con los contenidos matemáticos contemplados en el currículo de secundaria. Para realizar el análisis didáctico, los profesores de matemáticas acudirán a los organizadores del currículo propuestos por Rico (1997b).

1993; Dorier, Robert, Robinet y Rogalski, 2000; Conference Board of the Mathematical Sciences, 2001).

Por otra parte, en virtud de la importancia que se le debe prestar al dominio afectivo en la formación inicial de profesores de matemáticas (McLeod, 1992) se considera conveniente en esta investigación indagar respecto a las actitudes de los profesores en formación hacia la modelización y las nuevas tecnologías. La importancia de las actitudes como un factor que podría ralentizar o potenciar la congruencia entre el ser y el deber ser del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ha sido puesta en evidencia en los estudios de McLeod (1992, 1993), Ponte, Matos, Guimaraes, Cunha & Canavaro (1992), Almeqdadi (1997), Philippou & Christou (1998) y Mohammad & Tall (1999). En suma, el interés por las actitudes de los profesores en formación reposa también en la importancia que a ésta se le asigna en la legislación educativa en España. Las actitudes forman parte de los objetivos de los programas de estudio de la escuela secundaria. Los estudios del Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (1998a, 1998b, 2001), sobre el sistema educativo español en diferentes niveles muestran, entre sus hallazgos relacionados con los profesores de matemáticas, que: 1) los profesores de matemáticas en ejercicio son los que menos valoran y utilizan los medios materiales tales como audiovisuales y ordenadores; 2) los profesores de matemáticas son los menos partidarios de emplear una metodología innovadora y participativa; 3) los profesores valoran más los materiales elaborados por ellos mismos. De lo antes señalado se deduce que los profesores de matemáticas no tienen una actitud positiva hacia la incorporación de cambios en las estrategias de enseñanza y, por tanto, las actitudes de los profesores podrían afectar la puesta en práctica del currículo acorde con la normativa contemplada en la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) vigente en España desde el año 1990.

Lo planteado en el párrafo anterior nos motiva a estudiar las dimensiones del conocimiento didáctico y las actitudes¹ de los profesores en formación con respecto a cuatro componentes que están relacionadas con las necesidades identificadas por los estudios del INCE². Esas componente son la calculadora gráfica, la modelización, el álgebra lineal y el diseño de unidades didácticas.

Para indagar respecto a las competencias didácticas y las actitudes de los profesores en formación, recurrimos al diseño y aplicación de un programa de formación que incorpora la modelización matemática y la calculadora gráfica en el diseño de actividades didácticas de contenido algebraico. Dicho programa tiene como propósito ampliar el soporte cognoscitivo, de los participantes, necesario para el diseño de actividades didácticas; es decir, para actuar razonadamente en la toma de decisiones al momento de diseñar las referidas actividades. Asimismo, a efectos de contribuir a identificar aciertos y desatinos del programa MCA (Modelización y Calculadora gráfica en la enseñanza del Álgebra lineal) relacionados con su validez, su pertinencia y adecuación, así como sus limitaciones y alcances, el mismo se evalúa en lo concerniente al diseño, desarrollo y resultados de su aplicación. Dicha evaluación enfatiza el ámbito cognitivo (competencias didácticas) y el ámbito afectivo (actitudes).

¹ Compartimos con Valdez (1998) cuando afirma que las actitudes de los sujetos son tan importantes como su buen desempeño. Además sostiene que, si los sujetos son profesores, ellos reflejan ciertas actitudes en sus alumnos que podrían afectar al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el mismo sentido Hilton (2000, p.83) sostiene que "El atributo más importante de un profesor de matemáticas es una actitud positiva hacia las matemáticas...". Por otra parte Gairín (1987) señala que la percepción y las expectativas que tiene el profesor respecto al estudiante determinan sus actitudes hacia el alumno.

² INCE es la sigla del 'Instituto Nacional de Calidad y Educación' en España.

Los objetivos del programa MCA están relacionados con la aplicación de la modelización, el manejo de la calculadora gráfica y el diseño de actividades didácticas de contenido algebraico. En consecuencia, en esta investigación, se propone responder a la siguiente interrogante:

¿Cuáles son las competencias didácticas puestas en práctica, por los profesores en formación, cuando diseñan actividades de enseñanza de contenido algebraico, durante su participación en un programa de formación que incorpora la utilización didáctica de la modelización y la calculadora gráfica y qué actitudes manifiestan ante las componentes del citado programa?

En el ámbito cognitivo las cuestiones propuestas son:

¿Cuál es el nivel de aplicación del proceso de modelización matemática?

¿Cuáles son las competencias alcanzadas por los participantes referidas a la calculadora gráfica?

¿De qué manera organizan el contenido algebraico para el diseño de actividades didácticas, acudiendo a la modelización y a la calculadora gráfica?

¿Qué papel desempeña la calculadora gráfica como recurso didáctico en el diseño de las actividades previstas?

¿Cómo los profesores en formación organizan la estructura conceptual de un tópico algebraico cuando se proponen elaborar actividades didácticas sobre ese contenido?

¿Qué tipos de situaciones problema encuentran los profesores en formación para dotar de significado a los contenidos algebraicos?

¿Cómo planifican u organizan el trabajo escolar para sus potenciales alumnos?

¿Cómo interrelacionan la modelización y la calculadora gráfica con los otros organizadores del currículo?

En relación con el ámbito afectivo, en la investigación interesa conocer la actitud de los profesores en formación ante la calculadora gráfica y la modelización en la elaboración de actividades didácticas de contenido algebraico. De aquí surge la siguiente cuestión:

¿Qué actitudes manifiestan los profesores en formación ante el uso didáctico de la modelización y la calculadora gráfica en la elaboración de unidades didácticas relacionadas con elementos algebraicos?

Esta pregunta se puede desglosar en varias cuestiones:

¿Cuál es la actitud de los profesores en formación hacia la utilización de la modelización en la enseñanza del álgebra?

¿Cuál es la actitud de los profesores en formación hacia el uso de la calculadora en la enseñanza del álgebra?

¿Cuál es la actitud de los profesores en formación hacia el planteamiento y resolución de problemas algebraicos en la enseñanza de las matemáticas?

¿Cuál es la actitud de los profesores en formación hacia el diseño y elaboración de unidades didácticas en la enseñanza del álgebra?

1.7. Objetivos de la investigación

Generales

A la vista de la descripción del problema y de las cuestiones planteadas, nos planteamos los siguientes objetivos:

1. Diseñar, implementar y evaluar un programa de formación (MCA) que integra, a través del álgebra lineal, el uso de la calculadora gráfica y la modelización en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria
2. Analizar las competencias didácticas de los profesores en formación en el diseño de actividades de enseñanza de contenido algebraico.
3. Analizar las actitudes de profesores en formación hacia el uso didáctico de la modelización y la calculadora gráfica en la elaboración de unidades didácticas relacionadas con el álgebra lineal.

Específicos

Los anteriores objetivos generales se desglosan en los objetivos específicos siguientes:

1. Diseñar un programa que integre el proceso de modelización y la calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra lineal.
2. Identificar y caracterizar las competencias, logradas por los profesores en formación, respecto a la calculadora gráfica.
3. Analizar los niveles de aplicación del proceso de modelización matemática.
4. Analizar la estructuración del contenido algebraico utilizado por los participantes, en el diseño de unidades didácticas, acudiendo a la modelización y la calculadora gráfica.
5. Establecer la validez y pertinencia del diseño del programa MCA.
6. Analizar la estrategia de desarrollo del programa MCA
7. Analizar los resultados del programa MCA
8. Analizar las actitudes de los profesores en formación hacia las componentes del programa MCA

15. Tesis: TIPOLOGÍAS DE RESOLUTORES DE PROBLEMAS DE ÁLGEBRA ELEMENTAL Y CREENCIAS SOBRE LA EVALUACIÓN CON PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL

Autora: Dra. D^a Elisa Espinosa

Directores: Dr. Francisco Fernández y Dr. Luis Rico

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Producto del análisis del contexto anterior, durante el año de docencia del doctorado me interese en el trabajo "*Evaluación de competencias de álgebra elemental basada en la resolución de problemas verbales*" de Fernández (1997), donde se propone un instrumento para evaluar las competencias de álgebra elemental de los estudiantes usando problemas verbales.

Después de leer este trabajo surgieron algunas preguntas como:

* ¿Qué pasará si se aplica el mismo instrumento a una muestra diferente de la utilizada por Fernández? ¿Los resultados sobre la resolución de problemas verbales de álgebra elemental serán similares con otra muestra?

* ¿Existen solamente cinco sistemas de representación para resolver los problemas verbales de álgebra elemental propuestos en el instrumento?

* ¿Se puede confirmar la existencia de cuatro tipologías de resolutores para problemas verbales de álgebra elemental?

De esta forma nos propusimos replicar el trabajo de Fernández (1997), tomando una muestra diferente, mejorando y adaptando el instrumento de evaluación a las nuevas circunstancias, ya que, como dice Kilpatrick (1996), no se trata de repetir mecánicamente lo que alguien ha hecho. Se pretende reformular el problema, estudiarlo en otras circunstancias y con otro tipo de muestra para dar respuesta a las preguntas que nos habíamos planteado.

Producto de lo anterior surge el trabajo "*Aplicación de un instrumento de evaluación de álgebra elemental. Replica del trabajo del Dr. Fernández García*" (Espinosa, 2002).

En el transcurso del tiempo en que se elaboró esta parte del trabajo, surgen en mí una serie de interrogantes con respecto a la actuación de los sujetos que participaron como resolutores. Esas preguntas estaban en función del cambio de rol que puede tener el sujeto cuando, como estudiante, actúa como resolutor y, como futuro profesor, actúa como evaluador, "ya que es el primer momento en que las creencias de los estudiantes para profesor son vistas a través de otro prisma" (Llinares, 1988, pp. 33); "además, la integración de este cambio de rol no se realiza ajena a las creencias que lleva consigo el estudiante" (Llinares, 1988, pp. 30).

Los interrogantes planteados son:

* Si los resolutores fueran profesores, ¿cómo evaluarán los problemas?

* ¿Qué justificación darán a su evaluación?

* ¿Cuáles son las concepciones y creencias sobre la evaluación cuando se utilizan pruebas basadas en la resolución de problemas?

* ¿Cuáles son las concepciones y creencias sobre valorar pruebas basadas en la resolución de problemas?

* ¿Serán sus concepciones y creencias congruentes entre lo que declaran y lo que hacen en la práctica?

* ¿Existe alguna relación entre cómo resuelven los problemas verbales y la valoración que dan a los problemas en la práctica?

* ¿Existe alguna relación entre cómo resuelven los problemas y sus concepciones y creencias sobre evaluar con pruebas basadas en resolución de problemas?

Después de plantear estas preguntas, me interesé en el trabajo "*Marco conceptual y*

creencias de los profesores sobre evaluación en matemáticas" de Gil (1999, 2000), donde se propone detectar y caracterizar las creencias de los profesores acerca de la evaluación en matemáticas. Pensamos que podríamos relacionar, continuar y ampliar los trabajos de Fernández (1997), Gil (1999) y Espinosa (2002) y, a la vez, tratar de encontrar respuestas para nuestras preguntas, por lo que decidimos iniciar este trabajo, que hemos titulado: "*Tipologías de resolutores de problemas de álgebra elemental y creencias sobre evaluación de profesores en formación inicial*".

OBJETIVOS

Para dar respuesta a los interrogantes planteados en el problema de investigación nos hemos fijado los siguientes objetivos:

1.4.1 Objetivos Generales

Objetivo 1

Determinar las *tipologías de resolutores* que hay entre los futuros profesionales de la educación, en función de los sistemas de representación que utilizan para resolver problemas verbales de álgebra elemental.

Objetivo 2

Determinar empíricamente y caracterizar los constructos *creencias y concepciones declaradas* de los futuros profesores con respecto al uso de pruebas basadas en la resolución de problemas para evaluar en matemáticas, recogidas mediante una encuesta de opinión.

Objetivo 3

Determinar empíricamente y caracterizar los constructos *creencias y concepciones aplicadas* de los futuros profesionales de la educación, recogidas mediante una encuesta sobre la evaluación que hacen los sujetos de los problemas verbales resueltos.

Objetivo 4

Determinar y caracterizar si existe *relación entre las concepciones y creencias declaradas y practicadas* por los futuros profesionales de la educación.

Objetivo 5

Determinar y caracterizar las posibles *relaciones entre las tipologías de resolutores de problemas algebraicos y las tipologías de concepciones y creencias* de los futuros profesionales de la educación acerca de las pruebas basadas en la resolución de problemas.

1.4.2 Objetivos específicos

Para conseguir el logro de cada uno de los objetivos generales mencionados es necesario establecer una serie de objetivos específicos.

Para el objetivo 1

1.1 Evaluar y revisar el instrumento propuesto por Fernández (1997), adecuándolo a las nuevas circunstancias e introduciendo los cambios necesarios para mejorar su aplicación a una muestra diferente. Este instrumento será denominado de aquí en adelante como *Instrumento 1*.

1.2 Aplicar el Instrumento 1.

1.3 Analizar la resolución de los problemas en función del planteamiento, ejecución y desempeño final, y determinar los sistemas de representación utilizados.

1.4 Determinar, mediante análisis de clusters, las tipologías de resolutores en función de los sistemas de representación utilizados en la resolución de los problemas

1.5 Caracterizar las distintas tipologías de resolutores que resulten del estudio de los clusters de sujetos.

Para el objetivo 2

2.1 Elaborar un instrumento que nos sirva para determinar las concepciones y creencias declaradas de los futuros profesores con respecto a evaluar en matemáticas con pruebas

basadas en la resolución de problemas. Este instrumento será denominado de aquí en adelante como *Instrumento 2*.

2.2 Aplicar el Instrumento 2.

2.2 Analizar las repuestas por preguntas.

2.3 Analizar globalmente las preguntas.

2.4 Analizar globalmente las respuestas.

2.5 Determinar y caracterizar las creencias declaradas por los sujetos sobre la evaluación en matemáticas con pruebas basadas en la resolución de problemas.

Para el objetivo 3

3.1 Elaborar un instrumento que nos sirva para determinar las creencias y concepciones aplicadas de los futuros profesores con respecto a valorar pruebas basadas en la resolución de problemas en matemáticas. Este instrumento será denominado de aquí en adelante como *Instrumento 3*.

3.2 Aplicar el Instrumento 3.

3.2 Analizar las valoraciones otorgadas a las resoluciones del problema en función del sistema de representación utilizado.

3.3 Analizar las relaciones entre la valoración que el sujeto otorga al problema (rol de evaluador) y la manera en que el propio sujeto resolvió el problema cuando su rol era de resolutor.

3.4 Analizar las relaciones entre la valoración otorgada a los problemas (cuando su rol es de evaluador) y la tipología de resolutores a la que pertenece cada sujeto (cuando su rol es de resolutor).

3.5 Elaborar un sistema de categorías para analizar las justificaciones dadas por los estudiantes a sus valoraciones.

3.6 Analizar las posibles relaciones entre la valoración otorgada a los problemas y la justificación dada a esa valoración.

3.7 Con lo resultados anteriores, determinar y caracterizar las concepciones y creencias aplicadas de los futuros profesores con respecto a valorar pruebas basadas en resolución de problemas.

Para el objetivo 4

4.1 Analizar si existe congruencia entre las creencias declaradas por los sujetos sobre la evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas y las creencias aplicadas al valorar problemas.

Para el objetivo 5

5.1 Determinar, mediante análisis de clusters, si existen tipologías de creencias sobre evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas.

5.2 Caracterizar las distintas tipologías de creencias sobre la evaluación con pruebas basadas en la resolución de problemas que resulten del estudio de los clusters por sujetos.

5.3 Analizar las posibles relaciones que existan entre las tipologías de resolutores de problemas algebraicos, según los sistemas de representación que utilicen en la resolución de problemas, y las tipologías de creencias acerca de la utilización de pruebas basadas en la resolución de problemas.

HIPÓTESIS

Después de haber fijado nuestros objetivos, pretendemos dar forma a nuestra investigación redactando unas hipótesis, las cuales expresan conjeturas iniciales que proporcionan un modo de interpretar o explicar el problema que vamos a estudiar.

Hipótesis 1

Se confirman las tipologías de resolutores determinadas en Fernández (1997) y Espinosa (2002) en función de los sistemas de representación que utilizan los sujetos para resolver problemas verbales de álgebra elemental.

Hipótesis 2

Existen unas características que describen las creencias y concepciones que tienen los futuros profesionales de la educación sobre la evaluación en matemáticas basada en la resolución de problemas.

Hipótesis 3

Existen unas características que describen las creencias y concepciones que tienen los futuros profesionales de la educación al valorar la resolución de problemas verbales en matemáticas.

Hipótesis 4

Existe congruencia entre las concepciones y creencias que tienen los futuros profesionales de la educación al valorar los problemas verbales y las creencias y concepciones que tienen sobre la evaluación en matemáticas basada en la resolución de problemas.

Hipótesis 5

Existe una la relación entre las tipologías de creencias sobre evaluación en matemáticas, basada en resolución de problemas, y las tipologías de resolutores a las que pertenecen los sujetos, en función de los sistemas de representación que utilizan al resolver problemas verbales algebraicos. Esta relación se puede caracterizar y describir.

16. Tesis: LOS NÚMEROS NEGATIVOS EN ESPAÑA EN LOS SIGLOS XVIII Y XIX

Autor: Dr. D. Alexander Maz

Director: Dr. Luis Rico

1.10 Propósito de la investigación

El propósito inicial de este trabajo es el de realizar un estudio del concepto de número negativo en los libros de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX y establecer la presencia y difusión de las ideas matemáticas en que se sustenta, su elaboración y transmisión en la España de la época. Se pretende una aproximación y observación de la vida científica española de estos siglos al estudiar la evolución de estos conceptos en los documentos escritos. Para realizar este trabajo hemos optado por llevar a cabo un estudio histórico epistemológico del número negativo en los siglos XVIII y XIX, por tratarse de un concepto relevante en este período de transición anterior a la formalización de los números enteros. Pretendemos así identificar la presencia de las ideas científicas y educativas predominantes en este período en el tratamiento y desarrollo de este concepto y, mediante un estudio de textos publicados en España en tal época, detectar la evolución y los conflictos subyacentes a la aceptación de los negativos como objeto matemático y como objeto de enseñanza.

Para llevar a cabo este trabajo realizaremos una revisión y selección de autores y textos de matemáticas de la época, en los que el concepto de número negativo tiene una presencia destacada. Cada uno de los autores lo ubicaremos en su época y lo relacionaremos con las escuelas e instituciones en las que se construye y difunde el conocimiento científico. Nos proponemos también poner de manifiesto la dimensión social de la construcción del conocimiento científico y el carácter contingente, activo y cambiante de las nociones matemáticas. De este modo, esperamos proporcionar una cierta visión del desarrollo matemático en la España de estos dos siglos y los esfuerzos realizados por algunas personas e instituciones por alcanzar los niveles europeos en este ámbito, mediante la difusión de nuevas ideas filosóficas educativas (Fernández Sanz, 2002). Esta revisión brinda un acercamiento al tratamiento dado a los números negativos, pretendiendo categorizar las formas en que los escritores de textos españoles abordaron dichos números en esos años de irrupción de los números negativos en el ámbito matemático europeo, ubicando a cada autor y su obra en las ideas científicas y filosóficas de la época.

En cada uno de los textos seleccionados haremos un análisis conceptual exhaustivo de la noción de número negativo, que trataremos de conectar y fundamentar en las nociones filosóficas y científicas de la época y ubicarlas en la corriente de ideas matemáticas del momento. Para llevar a cabo este análisis crítico se tienen en cuenta las nociones básicas de número, cantidad y medida utilizadas. El análisis histórico-crítico se completará con el análisis de contenido que abarca la estructura matemática, los fenómenos elegidos para sustentar el concepto, los sistemas de representación utilizados y los problemas que se tratan a partir de la modelización de cuestiones con los nuevos conceptos elaborados. Nuestro estudio utilizará este análisis como herramienta destacada, dada las bondades que como técnica ofrece y que hemos explicado en el apartado anterior.

El papel de las instituciones educativas, la actividad docente desempeñada por los autores estudiados y las funciones didácticas reconocibles en los textos analizados son otro de los aspectos de interés en este estudio, sobre el cual nos proponemos aportar conocimiento fundado.

Un segundo objetivo que se pretende en esta investigación consiste en contrastar la conjetura de González Marí (1995) en estos manuales. En nuestro trabajo de investigación (Maz, 2000), hecho en el programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, bienio 1998-2000, ya realizamos una primera aproximación a las hipótesis de González Marí que aportaron evidencias suficientes sobre el interés y pertinencia del estudio que ahora nos proponemos continuar.

Utilizando el análisis histórico-crítico pretendemos contrastar la hipótesis de González Mari (1995) con la evidencia histórica presente en los libros de texto de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX.

1.11 Interrogantes que se plantean

La argumentación anteriormente expuesta conduce a plantear los siguientes interrogantes:

- ¿Qué tratamiento recibían en España los números negativos en los siglos XVIII y XIX? ¿Cómo se lleva a cabo su construcción?
- ¿Se puede realizar una caracterización conceptual de las nociones de número, cantidad y cantidad negativa en los siglos XVIII y XIX en España a partir de los textos de matemáticas seleccionados?
- ¿Cuáles eran los contextos con los que se presentan los números negativos en los textos en este período? ¿Qué fenómenos justifican la introducción de los números negativos?
- ¿Cuál era la estructura algebraica en la que los autores sostienen los números negativos en los textos de los siglos XVIII y XIX?
- ¿Existe uniformidad en la estructura algebraica que los autores de texto utilizan en los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX?
- ¿Cómo se representan los números negativos en los libros seleccionados?
- ¿Qué problemas se abordan con los números negativos en los libros estudiados? ¿Qué nociones se modelizan con este concepto?
- ¿Qué funciones didácticas se hacen perceptibles desde el análisis realizado de libros de los siglos XVIII y XIX?
- La contextualización más amplia y precisa del entorno social, científico y académico de este periodo histórico en España ¿permite una mejor caracterización de los textos estudiados?

3.2 Objetivos

Esta investigación pretende abordar algunas de las perspectivas que se dejaron abiertas y planteadas en la memoria de tercer ciclo (Maz, 2000). Aquí, proponemos los siguientes objetivos generales de investigación:

- **O1:** Caracterizar el entorno social, cultural, científico y académico en que se ubican los matemáticos españoles autores de libros de texto en los siglos XVIII y XIX.
- **O2:** Establecer el tratamiento dado a los números negativos en textos publicados en España durante los siglos XVIII y XIX, mediante su análisis conceptual y de contenido.
- **O3:** Falsar la conjetura de González Marí sobre la presencia de dos estructuras formales para presentar el concepto de número negativo en los libros de texto de matemáticas con manuales de estos siglos.

El primer objetivo se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

- **O1₁:** Identificar los presupuestos sociales, políticos e institucionales de cada uno de los autores estudiados, que los ubican en su época.
- **O1₂:** Identificar los presupuestos filosóficos, intelectuales, educativos y matemáticos de cada uno de los autores estudiados.
- **O1₃:** Identificar documentos, textos y autores que influyeron en los autores españoles de textos matemáticos de este periodo.

El segundo objetivo se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

- **O2₁:** Caracterizar el tratamiento y desarrollo de los conceptos de cantidad, cantidad negativa, número y número entero en España, mediante un análisis conceptual basado en técnicas histórico-críticas.

- **O2₂**: Caracterizar la estructura algebraica establecida para los números negativos en cada autor.
- **O2₃**: Identificar los fenómenos, contextos y situaciones utilizados para presentar las cantidades y números negativos en los textos en este período.
- **O2₄**: Identificar y enumerar los tipos de representaciones utilizadas.
- **O2₅**: Caracterizar los problemas y procesos de modelización manejados en las aplicaciones de los diferentes conceptos de número negativo, detectados en los textos analizados.

El tercer objetivo se desglosa en los siguientes objetivos específicos:

- **O3₁**: Establecer las diferencias lógico-formales entre los números enteros y los números naturales relativos, de acuerdo con los hallazgos obtenidos en caracterizaciones hechas en investigaciones previas.
- **O3₂**: Establecer el tipo de estructura algebraica y estructura de orden utilizada para los números negativos en los libros de matemáticas en España en los siglos XVIII y XIX.

3.4 Hipótesis

Toda investigación debe estar “dirigida” o encauzada por unas presunciones explicativas de los fenómenos a estudiar; de esta manera podemos comprender la afirmación de Aróstegui (1994; p. 326) en cuanto a que *“sin una teoría orientadora es posible investigar la historia, pero difícilmente se la podrá explicar”*, y agrega *“sin la construcción de hipótesis no es posible dar cuenta al final de una investigación de las razones por las que una situación histórica es como es”*. Además, la construcción de las hipótesis tiene estrecha relación con la formulación de las preguntas. En concordancia con los interrogantes planteados en el Apartado 1.11 de esta tesis, las presunciones explicativas de los fenómenos a estudiar, que orientan esta investigación, quedan establecidas mediante las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1: En el concepto de número que utilizan los autores se detecta una transición que va de presentar los números negativos asociados a nociones de cantidad procedentes de fenómenos y situaciones reales a presentarlos asociados con fenómenos y situaciones formales.

Hipótesis 2: La estructura algebraica utilizada en este periodo en los textos transcurre entre la estructura de adición de anulación-compensación de los números naturales relativos y la estructura aditiva convencional de los números enteros.

Hipótesis 3: La estructura de orden utilizada en los textos transcurre entre el orden de los números naturales relativos y el orden de los números enteros.

Podemos clasificar las hipótesis planteadas como factográficas (¿Qué ocurrió?) y explicativas (¿Por qué ocurrió?). Las hipótesis factográficas son formuladas en la lectura de la información de la fuente y también son planteadas al realizar la crítica interna. Las hipótesis explicativas son las que explican los hechos y pueden llegar a establecer leyes (Ruiz Berrio, 1997).

17. Tesis: DESARROLLO DE PENSAMIENTO RELACIONAL Y COMPRESIÓN DEL SIGNO IGUAL POR ALUMNOS DE TERCERO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Autora: Dra. Marta Molina González

Directores: Dra. Encarnación Castro Martínez y Dr. Enrique Castro Martínez

1.1 Origen y motivación de este trabajo de investigación

Motivados por las evidencias del potencial de la propuesta Early-Algebra para promover un aprendizaje con comprensión de las matemáticas, y siendo conscientes de que la aritmética comprende gran parte de las matemáticas abordadas durante la Educación Primaria, elegimos seguir la línea de investigación descrita por los trabajos de Carpenter y colaboradores y profundizar en el estudio del desarrollo de pensamiento algebraico en el contexto de la aritmética, trabajando con igualdades y sentencias numéricas.

Dichos trabajos nos condujeron inicialmente a plantearnos algunas cuestiones relativas a dos de los aspectos del pensamiento algebraico, o del álgebra, abordados por estos autores: la comprensión del signo igual y el *pensamiento relacional*. En relación con la comprensión del signo igual nos preguntamos: ¿De qué modo evolucionará la comprensión del signo igual de los alumnos a partir del trabajo con igualdades y sentencias numéricas basadas en propiedades aritméticas? ¿Tienen capacidad, todos los alumnos de Educación Primaria, para desarrollar comprensión del signo igual como expresión de una equivalencia numérica, a partir de dicho trabajo? ¿Qué significados del signo igual pondrán de manifiesto los alumnos en este contexto? ¿Adoptarán los alumnos multiplicidad de significados para este símbolo o exigirán unicidad de significado? ¿Qué tipo de dificultades manifestarán los alumnos en el desarrollo de su comprensión del signo igual?

Otras de las cuestiones que nos surgieron se referían al *pensamiento relacional*: ¿Qué caracteriza al *pensamiento relacional*? ¿Puede este tipo de pensamiento tener lugar en contextos no aritméticos o en otros contextos aritméticos diferentes a la resolución de igualdades y sentencias? ¿Poseen todos los alumnos de Educación Primaria capacidad para utilizar este tipo de pensamiento en la resolución de igualdades y sentencias numéricas? ¿Qué dificultades encuentran los alumnos en su uso y desarrollo en este contexto? ¿De qué modo se manifiesta el uso de *pensamiento relacional* en la resolución de las igualdades y sentencias por parte de los alumnos? ¿Qué conocimiento sobre la estructura de la aritmética ponen de manifiesto los alumnos al utilizar *pensamiento relacional* en este contexto? ¿Qué relación existe, en el contexto de la aritmética, entre el pensamiento relacional y el sentido numérico o el sentido operacional? ¿Existen en la literatura otros constructos en conexión o que ayuden a explicar y delimitar en qué consiste este tipo de pensamiento?

El trabajo de Carpenter y colaboradores, así como por estas cuestiones, nos condujeron inicialmente a la realización de un experimento de enseñanza que constituyó el Trabajo de Investigación Tutelada denominado “*Resolución de igualdades por alumnos de tercer grado: Un estudio sobre la comprensión del signo igual y el desarrollo de pensamiento relacional*” (Molina, 2005). Este trabajo constituye un estudio piloto con respecto a la investigación que se recoge en esta memoria, en la cual, utilizándose la misma metodología, se sigue profundizando en algunas de dichas cuestiones. A continuación, detallamos los objetivos de investigación concretos que guían esta segunda investigación.

1.2 Objetivos de investigación

Nuestro objetivo general, como se ha comentado previamente, es *el estudio del uso y desarrollo de pensamiento relacional y de los significados del signo igual que los alumnos ponen de manifiesto, en el trabajo con igualdades y sentencias numéricas*.

Este objetivo general se particulariza en los siguientes objetivos específicos:

- O1. Identificar las estrategias¹ que emplean los alumnos participantes en la resolución de las sentencias numéricas consideradas y analizar, en especial, las que están basadas en cierto uso de *pensamiento relacional*.
- O2. Caracterizar el uso de *pensamiento relacional* que evidencian las producciones e intervenciones de dichos alumnos, identificando los elementos en los que los alumnos centran su atención cuando hacen uso de *pensamiento relacional*.
- O3. Analizar y evaluar la comprensión del signo igual que muestran los alumnos participantes en el estudio al abordar la resolución y construcción de igualdades y sentencias numéricas.
- O4. Analizar la evolución de los alumnos a lo largo de las sesiones en cuanto a la comprensión del signo igual y el uso de *pensamiento relacional* que ponen de manifiesto.

Como parte del desarrollo del marco teórico de esta investigación se persiguen los siguientes objetivos:

- O5. Describir y caracterizar el pensamiento relacional en cualquier contexto, y en especial, en el contexto del trabajo con expresiones aritméticas y algebraicas.
- O6. Analizar la vinculación del pensamiento relacional, en el contexto de la aritmética, con otros constructos existentes en la literatura de Educación Matemática con los que esté conectado.

Con respecto a la metodología utilizada, al enmarcarse dentro de un paradigma metodológico que está actualmente emergiendo en la investigación educativa, nos planteamos los siguientes objetivos:

- O7. Identificar los orígenes, la fundamentación y las principales características de la investigación de diseño y, más concretamente, del tipo de experimento de enseñanza realizado.
- O8. Analizar la potencialidad y limitaciones de esta metodología.
- O9. Identificar, a través de la puesta en práctica del diseño de investigación elegido, dificultades que emergen, propias de la metodología utilizada.

1.3 Pertinencia de la investigación

Reconociendo el potencial de la propuesta Early-Algebra, variedad de autores (ver Capítulo 2) señalan, entre otras cuestiones, la necesidad de: a) explorar la puesta en práctica y el potencial de esta propuesta y analizar el desarrollo de pensamiento y razonamiento algebraico por alumnos de Educación Primaria, b) identificar qué contenidos algebraicos pueden y deben ser presentados, promovidos y enfatizados en el aula de Educación Primaria y cómo pueden ser integrados en la enseñanza y aprendizaje de otras sub-áreas de las matemáticas, c) analizar qué herramientas (diagramas, notaciones, gráficos) pueden conducir con éxito, a los alumnos, a desarrollar modos algebraicos de pensar, así como, d) estudiar la implicación de la aplicación de esta propuesta para la enseñanza de las matemáticas en niveles superiores (Lins y Kaput, 2004).

Algunas de estas cuestiones han sido abordadas en la investigación de la enseñanza y aprendizaje del álgebra para el caso de los alumnos de la Educación Secundaria, pero resultan novedosas al ser consideradas en relación a alumnos de niveles inferiores.

¹ Entendemos por estrategia cualquier procedimiento o regla de acción que permite obtener una conclusión o responder a una cuestión haciendo uso de relaciones y conceptos, generales o específicos, de una determinada estructura conceptual (Rico, Castro, Castro, Coriat, Martín, Puig, et al., 1997).

Por otra parte, en relación con la transición de la aritmética al álgebra, Booth (1989) señala la necesidad de examinar el reconocimiento y uso de conocimiento sobre estructura de las matemáticas, por parte de los alumnos, y cómo dicho reconocimiento puede evolucionar. Así mismo, insiste en la importancia de idear nuevas actividades y ambientes de enseñanza para ayudar a los alumnos en dicha transición.

Estas observaciones subrayan la pertinencia del trabajo de investigación recogido en esta memoria. Por una parte, nuestro trabajo es de utilidad para mostrar el potencial de la propuesta Early-Algebra, describiendo y analizando un enfoque particular, en el contexto de las igualdades y sentencias numéricas, que ayuda a promover el desarrollo de modos de pensamiento algebraicos. Además, centra la atención en un tipo de pensamiento que, como tal, no ha sido explorado en profundidad en la investigación y que destaca por su potencial para algebrificar la actividad aritmética y para favorecer un aprendizaje semántico de la aritmética.

El análisis de la utilización de este tipo de pensamiento posibilita abordar, en parte, las cuestiones planteadas por Booth (1989) al permitir explorar el conocimiento sobre la estructura de la aritmética, de los alumnos, y el modo en que lo utilizan para resolver igualdades y sentencias, así como el potencial del trabajo con igualdades y sentencias numéricas basadas en propiedades aritméticas básicas para favorecer el desarrollo de este conocimiento.

La comprensión del signo igual de los alumnos, otro de los elementos a analizar, tiene también un papel destacado en la transición de la aritmética al álgebra, habiendo sido objeto de análisis en diversidad de estudios previos, aunque, a diferencia de nuestro trabajo, en la mayoría de los casos los alumnos en estudio no manifestaron inicialmente comprensión del signo igual como expresión de una equivalencia numérica. Este trabajo describe los significados de este signo que los alumnos ponen de manifiesto en el contexto de las igualdades y sentencias numéricas, a lo largo de las seis intervenciones en el aula, ayudando a comprender el modo en que desarrollan su comprensión.

La información que se obtiene de esta investigación, recogida en este informe, es de utilidad tanto para investigadores como para docentes, pudiéndose aplicar directamente a la práctica educativa en virtud de la metodología utilizada.

Adicionalmente, la realización de este trabajo resulta de intereses para investigadores interesados en la metodología de diseño. El Capítulo 7 constituye una detallada introducción a este paradigma metodológico. Debido al carácter emergente de esta metodología, la descripción y profundización en sus características y fundamentación así como la exploración de su potencialidad y limitaciones a través de su puesta en práctica en este estudio y de la consulta de documentos teóricos, son de destacado interés para contribuir a su desarrollo y a su divulgación.

7.4 Experimentos de enseñanza transformativos y dirigidos por una conjetura

El estudio que se recoge en este informe es un *experimento de enseñanza transformativo y dirigido por una conjetura*, en términos de Confrey y Lachance (2000); un tipo de estudios que se ubica dentro de los experimentos de diseño. En particular es un experimento de enseñanza, aunque difiere en algunos aspectos de la definición descrita en el apartado anterior.

Estos experimentos se desarrollan en el aula y están habitualmente dirigidos a investigar nuevas estrategias de enseñanza o a analizar diferentes enfoques para el contenido y la pedagogía de un conjunto de conceptos matemáticos, siendo su característica fundamental la conjetura que lo define y actúa de guía en el proceso de investigación. Está enfocado al trabajo en clases “normales”, no en clases donde se suponen las “mejores prácticas”.

El paradigma en el que se encuadra es constructivista, completado desde una perspectiva sociocultural y una sensibilidad al pensamiento de los alumnos, al reconocerse que, mediante la atención al pensamiento de los alumnos, se pueden detectar relaciones, preguntas, representaciones, soluciones y, en general, posibilidades que en ocasiones escapan a la visión de los expertos.

La investigación es en sí misma una intervención en el aula, aportando información directa sobre cómo llevar los resultados a la práctica.

En los siguientes apartados desarrollamos las características de este diseño, resumiendo a Confrey y Lachance (2000). Detallamos los componentes de este modelo de investigación, describiendo su articulación en el proceso de investigación, y comentamos el tipo de análisis y recogida de datos que acompaña a estos estudios. Finalmente discutimos el modo en que se evalúan estas investigaciones.

7.4.1 La conjetura y el marco teórico

Los experimentos de enseñanza transformativos y dirigidos por una conjetura se basan en una conjetura, es decir, en “*una inferencia basada en pruebas incompletas o no concluyentes*” (pp. 234-235), la cual es revisada y elaborada a lo largo del proceso de investigación. No existen hipótesis a ser probadas sino que la conjetura es la guía de la investigación, existiendo, además, objetivos y preguntas de investigación a las que se pretende dar respuesta.

Según explican Confrey y Lachance, la conjetura no está fijada de antemano desde el principio de la investigación, sino que evoluciona constantemente conforme la investigación progresa; idea que conectan con la visión de la evolución de la teoría de Lakatos a través de una incesante mejora de especulaciones y criticismo. La conjetura es como un gran esquema que va emergiendo de muchas piezas inicialmente inconexas, haciéndose cada vez más conexo al ayudar al investigador a percibir nuevos sucesos o relaciones y hacerle cambiar su perspectiva inicial.

En la conjetura se distinguen dos dimensiones: una de contenido matemático (qué debe enseñarse) y otra pedagógica (cómo debe enseñarse este contenido). Esta última dimensión guía al investigador en cómo necesita ser organizada la clase para la enseñanza y qué tipo de actividades, herramientas y recursos son necesarios para trabajar el contenido en cuestión. De acuerdo con ella se van a elaborar los elementos de instrucción de la intervención: el currículo, la interacción en el aula, la enseñanza, y la evaluación. La conjetura es una manera de reconceptualizar las formas de abordar el contenido y la pedagogía de un conjunto de objetos o contenidos matemáticos incluyendo, entre otros aspectos, cómo las matemáticas deben ser organizadas, conceptualizadas o enseñadas para un propósito educativo concreto. A menudo procede de una falta de satisfacción del investigador con los resultados de las prácticas habituales.

Para poder ser interpretada, la conjetura debe estar situada en una teoría que la relacione con otros aspectos de la educación o de las matemáticas. La teoría sirve para estructurar las actividades y la metodología en el experimento de enseñanza, ayuda a conectar la dimensión pedagógica y la dimensión de contenido matemático de la conjetura, determina qué se cuenta como evidencia, e influye en la elaboración de las categorías de observación y en la interpretación de los datos. La teoría, así como la ideología de los investigadores, interacciona con la construcción y articulación de la conjetura, influenciando todos los componentes de la enseñanza diseñados para operativizar la conjetura.

8.1 Características generales del estudio

El trabajo que aquí se presenta, como toda investigación de diseño, es un estudio longitudinal, realizándose un total de seis sesiones de recogida de datos en el aula

distribuidas en un periodo de un año. Según la terminología de Hernández, Fernández y Baptista (2003), el diseño longitudinal realizado es de tipo panel ya que el mismo grupo de sujetos es medido u observado en todos los momentos.

Además, se trata de un trabajo principalmente exploratorio y descriptivo, ya que se dispone de poca información procedente de estudios previos en relación con el desarrollo y uso de pensamiento relacional, y se persigue describir el modo en que los alumnos hacen uso de este tipo de pensamiento, así como otros aspectos relativos a la forma en que abordan la resolución de igualdades y sentencias numéricas.

Como se ha explicado en el capítulo 1, esta investigación pretende indagar en el proceso un proceso de enseñanza/aprendizaje que consiste en el trabajo con igualdades numéricas basadas en relaciones aritméticas básicas mediante una metodología de trabajo en el aula centrada en la discusión de las respuestas y estrategias utilizadas por los alumnos y la potenciación del uso de multiplicidad de estrategias para resolver las igualdades y sentencias consideradas, especialmente estrategias que hacen uso de relaciones y propiedades aritméticas.

En líneas generales, este estudio persigue profundizar en el estudio del fenómeno del uso y desarrollo de pensamiento relacional, y busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de éste, así como del trabajo de los alumnos con igualdades y sentencias numéricas. Nuestro interés se centra en el proceso de desarrollo conceptual matemático de los alumnos por lo que los demás elementos del ambiente de aprendizaje son considerados condiciones del entorno.

La finalidad última, como es característico de las investigaciones de diseño, es producir conocimiento que ayude a guiar la práctica educativa en el aula y a identificar prácticas de enseñanza-aprendizaje eficaces.

8.2 Conjetura de la investigación

Sabemos por la literatura existente que los alumnos de Educación Primaria, y en particular los de tercero, encuentran dificultades en la resolución de sentencias e igualdades numéricas, presentando una marcada tendencia computacional. Suponemos, como sugieren algunos estudios, que dichas dificultades no son atribuibles, en general, a falta de capacidad de los alumnos debido a su desarrollo evolutivo. Conjeturamos que los sujetos de nuestro estudio, darán muestras de dicha tendencia computacional y de dificultades en la comprensión de igualdades y sentencias no convencionales, aunque han recibido enseñanza previa relativa a la resolución de igualdades numéricas de no-acción. Se prevé que pongan de manifiesto en la resolución de igualdades abiertas y sentencias verdaderas y falsas los significados del signo igual denominados *operador*, *expresión de una acción* y *equivalencia numérica*. También es probable que manifiesten cierta inestabilidad en su comprensión del signo igual debido a que los estudios evidencian que el significado *operador* del signo igual es el más frecuente en el trabajo aritmético de los alumnos.

No obstante, mediante la consideración y discusión de distintas estrategias empleadas en la resolución de las sentencias e igualdades, en particular aquellas que hacen uso de propiedades aritméticas, los alumnos pueden desarrollar una adecuada comprensión de las igualdades y sentencias numéricas, y en especial del signo igual, y desarrollar pensamiento relacional como estrategia para su resolución.

En relación con el desarrollo y uso de pensamiento relacional y las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución de las igualdades y sentencias numéricas, conjeturamos que los alumnos de tercero de Educación Primaria utilizarán estrategias basadas en el cálculo de las operaciones expresadas y en el uso de pensamiento relacional; siendo el primero de estos tipos de estrategias el más frecuente. La explicación, por parte de los alumnos, de las estrategias basadas en el uso de pensamiento relacional, permitirá hacer

explícito parte de su conocimiento sobre la estructura de la aritmética y facilitará el análisis de los aspectos y características de las sentencias en las que centran su atención al resolver igualdades y sentencias numéricas.

Este tipo de estrategias serán potenciadas favoreciendo el intercambio de distintas estrategias de resolución de una misma igualdad o sentencia y preguntando a los alumnos por formas de resolver las igualdades y las sentencias sin realizar operaciones.

18. Tesis: DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO EN UN PLAN DE FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA.

Autor: Dr. D. Pedro Gómez Guzmán

Director: Dr. L. Rico

CAPÍTULO 1

Apartado 1. Cuatro Cuestiones Generales sobre el Profesor de Matemáticas

Hay una variedad de preguntas no resueltas en relación con el profesor de matemáticas. Estas cuestiones tienen que ver, de manera general, con la enseñanza que el profesor realiza en el aula, con el conocimiento y habilidades que pone en juego al hacerlo, con los procesos de aprendizaje en virtud de los cuales él desarrolla esos conocimientos y esas habilidades, y con los contextos de formación en los que se crean las oportunidades de aprendizaje para ello. Desde la perspectiva de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, identifiqué, por lo tanto, cuatro cuestiones sobre las que hay interés en el contexto de la investigación en educación matemática:

1. ¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente¹ del profesor en el aula de matemáticas?
2. ¿Cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúa eficaz y eficientemente?
3. ¿Cómo se deben diseñar e implantar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?
4. ¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

Apartado 7. Cuatro Preguntas Generales, una Aproximación Concreta

Al comienzo de este capítulo, sugerí cuatro preguntas generales sobre la actuación, el conocimiento, la formación y el aprendizaje del profesor de matemáticas. Basándome en la literatura reciente, mostré la relevancia de estas preguntas en el contexto actual de la investigación en educación matemática, en particular, y en educación, en general. Éstas son preguntas de investigación con implicaciones prácticas evidentes, al menos desde la perspectiva del diseño y desarrollo de programas de formación de profesores de matemáticas. Las preguntas eran las siguientes:

1. ¿Qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?
2. ¿Cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúa eficaz y eficientemente?
3. ¿Cómo se deben diseñar e implantar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?

¹ La literatura sobre enseñanza utiliza el término “effectiveness” o “effective teaching” (e.g., Cheng, Mok y Tsui, 2001; Grouws y Cooney, 1988; Kinach, 2002; Loughran, 2002). Aunque el término se originó en la tradición de los estudios de “proceso—producto” que buscaban identificar los comportamientos característicos de los buenos profesores, se ha continuado utilizando para describir una enseñanza de calidad que logra los objetivos que se propone. Ésta es la acepción general del término “eficacia” (como la capacidad para obrar o para conseguir un resultado determinado), mientras que la eficiencia se refiere a la capacidad para lograr un fin empleando los mejores medios posibles. Por lo tanto, no siempre eficacia es sinónimo de eficiencia (Elmundo.es, 2004).

4. ¿Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

Este trabajo se enmarca dentro de la esfera de acción de estas preguntas generales. Para cada una de ellas determino un contexto concreto de trabajo. A continuación, describo esta contextualización.

Con respecto a la primera pregunta, propongo, desde una perspectiva conceptual, una descripción del procedimiento ideal que el profesor de matemáticas debería realizar a la hora de diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas (el análisis didáctico). La propuesta se restringe a la problemática de abordar un tema matemático específico y estudiar las implicaciones de tener en cuenta esta especificidad para efectos del diseño y desarrollo curricular. Esto significa que no abordo temas como la gestión de clase o la problemática del diseño curricular “global” en el que participa el profesor de matemáticas (tanto el de una asignatura, como el que tiene lugar dentro de la institución educativa) (Rico, 1997b, p. 409).

En segundo lugar, establezco los conocimientos y habilidades que el profesor debería tener y desarrollar para realizar el análisis didáctico (el conocimiento didáctico). Por lo tanto, esta interpretación del conocimiento didáctico no tiene en cuenta en detalle aquellas competencias del profesor de matemáticas que, siendo necesarias, no son específicas a un tema matemático particular. Esto significa, por ejemplo, que no profundizo en temas como el conocimiento pedagógico general o el pensamiento del profesor en la práctica.

En lo que respecta a los planes de formación, centro la atención en el proceso de diseño curricular (planificación de unidades didácticas) y considero solamente de manera general la problemática del desarrollo y evaluación del currículo. Adicionalmente, circunscribo el trabajo al entorno de la asignatura *Didáctica de la Matemática en el Bachillerato* de la Universidad de Granada. Esto implica poner el foco de atención en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en el contexto español.

Finalmente, estudio y caracterizo el aprendizaje (desde una perspectiva evolutiva) de los futuros profesores que cursaron esta asignatura durante el curso 2000-2001. De estos grupos de futuros profesores, exploro y caracterizo (basado en la teoría social del aprendizaje de Wenger) el proceso en virtud del cual uno de ellos constituyó, desarrolló y consolidó una comunidad de práctica. En este contexto, describo sus procesos de negociación de significado¹.

En otras palabras, abordo unas preguntas generales con una aproximación concreta. No obstante, considero que, en este trabajo, contribuyo al análisis de y la reflexión sobre estas preguntas. En particular, a lo largo de este documento, pretendo justificar la relevancia y validez de las siguientes contribuciones al área de “formación de profesores” en educación matemática²:

- ◆ la introducción y caracterización del *análisis didáctico* como conceptualización de la actuación del profesor en sus actividades de diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas,
- ◆ la incorporación de un significado del término *conocimiento didáctico*, como una herramienta conceptual para abordar la problemática del conocimiento del profesor de matemáticas,
- ◆ la conceptualización y la fundamentación del diseño curricular de la asignatura *Didáctica de la Matemática en el Bachillerato* de la Universidad de Granada, como

¹ Los términos “comunidad de práctica” y “procesos de negociación de significado” forman parte de la estructura conceptual de la teoría social de aprendizaje de Wenger (1998) que describo en el capítulo **¡Error!No se encuentra el origen de la referencia.**

² Cada una de estas contribuciones se presenta en detalle en los diferentes capítulos de este documento, tal y como se describen en el apartado siguiente.

una contribución al estudio de los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria,

- ◆ la descripción, caracterización y explicación de la *evolución del conocimiento didáctico* de los grupos de futuros profesores que participaron en una versión de la asignatura, como contribución a la investigación sobre el aprendizaje y desarrollo del futuro profesor de matemáticas de secundaria, y
- ◆ la descripción y caracterización de las actividades por fuera de clase de un grupo de futuros profesores cuando preparan su trabajo para la asignatura, como contribución a la investigación del aprendizaje de los futuros profesores, desde una perspectiva sociocultural.

Hasta ahora, he demarcado una problemática de investigación en relación con el profesor de matemáticas (las cuatro preguntas generales) y he justificado la relevancia de este trabajo en el contexto de esa problemática. Por otro lado, he descrito el proceso que dio lugar al diseño del proyecto como consecuencia del encuentro de dos vertientes de investigación en formación de profesores de matemáticas y he presentado las principales características de este diseño. Finalmente, he mostrado cómo ese diseño aborda las cuatro preguntas generales que delimitan la problemática de investigación anterior y he enumerado las contribuciones del proyecto a la reflexión sobre esas preguntas.

El proyecto se compone de tres partes: conceptualización y diseño de la asignatura, desarrollo de la asignatura, e indagación empírica sobre el aprendizaje de los grupos de futuros profesores. Presentaré las preguntas y los objetivos de investigación de la indagación empírica en el capítulo 7, una vez que haya concretado los elementos conceptuales necesarios (aprendizaje de los futuros profesores, análisis didáctico y conocimiento didáctico) y haya descrito el contexto en el que se realizó esa indagación (diseño y desarrollo de la asignatura). En el siguiente apartado, describo el contenido de este documento.

CAPÍTULO 7

Apartado 7.1. De una Pregunta General a unos Objetivos de Investigación

La pregunta “¿*Qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?*”, a la que me referí en el apartado anterior, tiene un carácter general. Para abordarla, es necesario concretarla en un problema específico de investigación. Realizaré este proceso de concreción, atendiendo a tres dimensiones. Primero, delimitaré el contexto de investigación a un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria: la asignatura Didáctica de Matemática en el Bachillerato. Segundo, precisaré los conceptos y teorías que me permitirán dar significado a la expresión “caracterizar los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria”. Y, tercero, propondré los esquemas metodológicos con los que abordaré el problema de investigación.

Considero que ya he tratado las dos primeras dimensiones. En los capítulos anteriores he:

- ◆ especificado las características del análisis didáctico como procedimiento ideal que los grupos de futuros profesores deberían utilizar para diseñar una unidad didáctica,
- ◆ identificado los conocimientos y competencias que considero necesarios para realizar el análisis didáctico,
- ◆ descrito y fundamentado el diseño curricular de la asignatura,
- ◆ descrito los principales aspectos del desarrollo de esta asignatura durante el bienio 2000-2001,
- ◆ restringido el objeto de estudio a aquellas nociones que componen el análisis de contenido (sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología),

- ◆ caracterizado el significado teórico y técnico de las nociones del análisis de contenido,
- ◆ asumido una posición con respecto al aprendizaje de los futuros profesores,
- ◆ caracterizado la noción de significado parcial de un grupo de futuros profesores en la asignatura,
- ◆ identificado dos comunidades aprendizaje en las que los futuros profesores construyen y negocian significados,
- ◆ delimitado la noción de desarrollo (evolución) del conocimiento didáctico,
- ◆ formulado conjeturas con respecto a la posibilidad de identificar estados de desarrollo que se manifiestan en las producciones y actuaciones de los grupos de futuros profesores, y
- ◆ concretado unos factores de desarrollo que organizan los atributos de las producciones y las actuaciones de los grupos de futuros profesores.

Estas puntualizaciones me permiten concretar la pregunta general en unas preguntas de investigación específicas:

1. ¿Cuáles son los significados parciales, con respecto a las nociones del análisis de contenido, que emergen en el desarrollo del conocimiento didáctico cuando los grupos de futuros profesores participan en la asignatura?
2. ¿Cómo se puede describir la evolución de estos significados parciales en términos de estados y factores de desarrollo?
3. ¿Cómo se pueden caracterizar los estados de desarrollo, en caso de que estos se puedan determinar?
4. ¿Es posible explicar estos estados de desarrollo, y los significados parciales asociados, en términos de lo que sucede en la comunidad de aprendizaje del aula y en la comunidad de aprendizaje de uno de los grupos?

A partir de estas preguntas de investigación, puedo enunciar el objetivo general de investigación. Se trata de

describir y caracterizar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato del curso 2000-2001 con respecto a las nociones que componen el análisis de contenido.

Los objetivos específicos son los siguientes:

Para cada una de las nociones consideradas y para las relaciones entre ellas, describir y caracterizar

1. los significados parciales que los grupos de futuros profesores desarrollan a lo largo de la asignatura y
2. la evolución del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores en términos de estados y factores de desarrollo.

Por otro lado, también se busca

3. proponer conjeturas que permitan explicar la evolución del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, y
4. contrastar algunas de estas conjeturas.

19. Tesis: DESCRIPCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL RAZONAMIENTO INDUCTIVO UTILIZADO POR ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA AL RESOLVER TAREAS RELACIONADAS CON SUCESIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS.

Autora: Dra. María Consuelo Cañadas Santiago

Directores: Dra. Encarnación Castro Martínez y Dr. Enrique Castro Martínez

2. Planteamiento de los Objetivos de Investigación

Objetivo General

Describir y caracterizar el razonamiento inductivo empleado por estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria, al resolver problemas que pueden ser modelizados mediante una progresión aritmética de números naturales cuyo orden sea 1 o 2.

Objetivos Específicos

Para la descripción del razonamiento inductivo de los estudiantes, se requieren instrumentos que permitan la observación de la forma de actuar de los alumnos. Para ello, utilizamos un modelo *teórico* que elaboramos con los datos obtenidos en el estudio piloto (Cañadas, 2002), compuesto por una serie de *pasos*¹. En relación con el estudio de estos pasos que pueden seguir los estudiantes, determinamos los objetivos siguientes:

- O₁. Detectar la existencia de regularidades en el empleo de los pasos del razonamiento inductivo por parte de los estudiantes.
- O₂. Identificar si existen, o no, relaciones de dependencia entre la realización de los pasos del modelo teórico del razonamiento inductivo, por parte de los estudiantes.

Como instrumento de recogida de información, hemos elaborado una prueba constituida por diferentes problemas con los que pretendemos analizar el razonamiento inductivo de los estudiantes. Los siguientes objetivos surgen de este hecho y se concretan en:

- O₃. Estudiar las estrategias empleadas por los estudiantes en los problemas planteados en la prueba.
- O₄. Identificar y describir, en caso de que existan, tendencias en el razonamiento inductivo que emplean los estudiantes en la resolución de los diferentes problemas y si éstas dependen del tipo de problema que resuelven.

Nuestro interés por estudiar la influencia de la representación en el trabajo de los alumnos al resolver problemas, nos ha conducido a considerar diferentes sistemas de representación para el contenido matemático sobre el que se sustenta este trabajo. La determinación de *estrategias inductivas*, entendidas como posibles estrategias que pueden utilizar los estudiantes en la resolución de los problemas, permite determinar los objetivos siguientes:

- O₅. Analizar el uso que hacen los sujetos de las diferentes representaciones posibles para los problemas planteados, así como las relaciones y las transformaciones que efectúan entre las mismas.
- O₆. Analizar si la estrategia de resolución se presenta influenciada por el sistema de representación en el que se trabaja.

La descripción del razonamiento inductivo de los estudiantes con base en el modelo teórico de pasos considerado, así como de las estrategias inductivas que utilizan en la resolución de los problemas, nos permite determinar el siguiente objetivo:

- O₇. Estudiar la existencia de diferentes tipologías o perfiles de alumnos en la resolución de problemas utilizando procesos inductivos.

Para el trabajo empírico, hemos considerado un grupo de estudiantes españoles de dos cursos diferentes, 3º y 4º de ESO, y pertenecientes a diferentes centros. Queremos conocer si el desempeño de los alumnos de uno y otro curso, y de alumnos de uno y otros

¹ Damos el nombre de *pasos* a los diferentes elementos individuales que se pueden diferenciar en todo el proceso del razonamiento inductivo

centros es significativamente diferente o si, por el contrario, las respuestas no dependen del curso ni del centro. De aquí que consideremos los siguientes objetivos:

- O₈. Analizar si existen, entre las producciones de los estudiantes, diferencias significativas, por cursos, en la realización de los pasos del razonamiento inductivo.
- O₉. Analizar si existen, entre las producciones de los estudiantes, diferencias significativas, por cursos, en la utilización de estrategias inductivas.
- O₁₀. Analizar si existen, entre las producciones de los estudiantes, diferencias significativas, por centros, en la realización de los pasos del razonamiento inductivo.
- O₁₁. Analizar si existen, entre las producciones de los estudiantes, diferencias significativas, por centros, en la utilización de estrategias inductivas.

Detectamos, en el estudio piloto, que pese al interés dado al tema del Razonamiento Inductivo en el enseñanza de las matemáticas (esta idea se pone de manifiesto al hablar de la racionalidad de la investigación tanto en el Trabajo de Investigación Tutelada como en éste) no había un modelo de actuación (satisfactorio para nosotros) que permitiera contrastar el desempeño de los sujetos. Tal situación nos llevó a la identificación de unas componentes, o pasos, y a la organización de los mismos en una estructura algorítmica que llamamos modelo para desarrollar el proceso de razonamiento inductivo. Del interés por contrastar este modelo con el comportamiento de un número mayor de alumnos, para validarlo o seguir refinándolo, surge un nuevo objetivo.

O₁₂. Estudiar la adecuación del modelo teórico elaborado sobre el proceso de razonamiento inductivo para el análisis de las producciones de los estudiantes, con objeto de validarlo o modificarlo para afinarlo y ajustarlo a dicho proceso.

20. Tesis: CARACTERIZACIÓN DE SUJETOS CON TALENTO EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA.

Autora: Dra. Maryorie Benavides Simón

Directores: Dr. Enrique Castro y Dr. Isidoro Segovia

1.9 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Bajo las premisas expuestas, en nuestra investigación se nos plantean las siguientes interrogantes:

- Los niños que son identificados como niños talento o superdotados mediante un test de aptitud general o inteligencia, ¿manifiestan cualidades que están ligadas al talento matemático?
- ¿Existe relación entre las puntuaciones obtenidos por los niños en un test de aptitud general, como test de Raven, y el rendimiento en resolución de problemas en un campo de conocimiento específico de la matemática como lo es la estructura multiplicativa?
- ¿Qué validez tiene un test de problemas pertenecientes al campo conceptual de la estructura multiplicativa como test diagnóstico de aptitud en niños con talento?

Pero la propuesta que hacemos va más allá e intenta precisar la siguiente fase en la que el profesor encargado de aplicar el test debe hacer la interpretación de las respuestas de los sujetos. Una vez aplicado el test diagnóstico, hay que programar una intervención de carácter prescriptivo, y esto depende de la forma de valorar las respuestas de los sujetos. Las posibilidades son amplias, desde una valoración cuantitativa exclusivamente, tradicional en la evaluación escolar, hasta una valoración que tenga en cuenta además la calidad de las respuestas de los sujetos.

Uno de los aportes de la psicología cognitiva ha sido poner de manifiesto la importancia de las estrategias en resolución de problemas. El análisis de las estrategias que emplean los estudiantes en resolución de problemas permite ver la calidad de las respuestas de los estudiantes. De lo que no estamos seguros es si en el tipo de problemas seleccionados como ítems de un test de aptitud específico aparecen indicios de estrategias de calidad que sean síntomas de talento matemático del resolutor.

Planteamos pues otros dos interrogantes:

- ¿Cuáles son las estrategias que utilizan los niños con talento en el test de aptitud construido a partir de problemas de estructura multiplicativa?
- ¿Se pueden identificar indicios de talento matemático en las estrategias de resolución de estudiantes? ¿Cuáles son estos indicios?

Cuando pensamos en niños superdotados o en niños con talento, damos “por sentado” que suelen hacer bien todas las tareas que se les proponen. Evidentemente, en general, su rendimiento es superior a la media, pero ello no conlleva que durante la fase de aprendizaje escolar no cometan errores en las tareas que se les propone. Conviene saber no sólo si cometen errores, también es conveniente conocer los errores que cometen en tareas de un campo conceptual de contenido específico de la matemática. Esto es un aporte importante de la fase diagnóstica y permitiría al profesor realizar una instrucción adecuada.

Por ello, nos planteamos un tercer bloque de interrogantes de carácter general:

- ¿Cometen los sujetos con talento errores? Y en tal caso,
- ¿Qué tipo de errores cometen los niños con talento al resolver problemas de un campo específico de conocimiento que en este trabajo es la estructura multiplicativa?

Una vez que tengamos el conocimiento que surge de dar respuesta a las cuestiones anteriores tras analizar las respuestas de los sujetos al cuestionario de problemas de

estructura multiplicativa desde el punto de vista cuantitativo y cualitativo, surge la pregunta de si es posible aplicar este conocimiento para hacer una propuesta de intervención prescriptiva:

- ¿Es viable una prescripción instructiva a partir del conocimiento obtenido desde el punto de vista cuantitativo y cualitativo en las respuestas dadas por los sujetos con talento al cuestionario de problemas construido?

Los interrogantes anteriores los hemos sintetizado en un objetivo general y operativizado en una serie de objetivos específicos que describimos a continuación.

1.10. Objetivos

El objetivo general de la investigación es:

Identificar características de niños con talento de los últimos cursos de educación básica¹ (entre 11 y 13 años de edad), cuando resuelven problemas matemáticos de estructura multiplicativa.

Para lograr el propósito central mencionado se hace necesario establecer y articular una serie de objetivos parciales que se relacionan con el objetivo central.

Los objetivos específicos de la investigación son:

- 1) Construir un instrumento con problemas de estructura multiplicativa que desempeñe la función de test de aptitud matemática.
- 2) Contrastar si el cuestionario de problemas es válido como test de identificación de la aptitud matemática de los estudiantes con talento.
- 3) Comparar el rendimiento obtenido de niños con talento en el test de Raven y el rendimiento en resolución de problemas de estructura multiplicativa.
- 4) Realizar un análisis de ítems aplicado a los problemas de cuestionario construido.
- 5) Describir las producciones de niños con talento de edades comprendidas entre 11 y 13 años de edad en la resolución de problemas de estructura multiplicativa desde dos puntos de vista:
 - a. Describir y categorizar las estrategias utilizadas por los sujetos con talento en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.
 - b. Identificar los tipos de errores que cometen los niños con talento, en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.
- 6) Analizar la fiabilidad de las respuestas mediante entrevistas a los alumnos.
- 7) Proponer un modelo de prescripción diagnóstica en matemáticas útil para los sujetos con talento.

¹ La educación básica en Chile corresponde a los primeros 8 años de escolaridad obligatoria, que en otros países se denomina educación primaria.

21. Tesis: EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE Y PLANIFICACIÓN CURRICULAR EN UN PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

Autor: Dr. D. J. L. Lupiáñez Gómez

Director: Dr. L. Rico

Capítulo 1.

Apartado 4.1 Preguntas de Investigación

La primera pregunta que queremos abordar con nuestra investigación, considera el problema de la planificación del aprendizaje escolar en matemáticas. Más concretamente, es la siguiente:

¿Cómo puede afrontar el profesor el estudio y la planificación del aprendizaje de los escolares acerca de un tema matemático específico?

La anterior pregunta da lugar a una conjetura que sostiene que *el análisis cognitivo, como parte del análisis didáctico, permite al profesor abordar la problemática del aprendizaje escolar de cara al diseño de unidades didácticas.*

La segunda pregunta se centra en el diseño y puesta práctica de un programa de formación inicial:

¿Es posible diseñar e implementar el análisis cognitivo en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de Educación secundaria desde una perspectiva funcional?

Sostenemos como hipótesis una respuesta afirmativa a esa cuestión, que considera que *la asignatura Didáctica de la Matemática puede satisfacer esos requerimientos enumerados.*

Finalmente, la tercera pregunta de investigación introduce el estudio empírico de la misma.

¿Cómo desarrollan su competencia de planificación para las matemáticas escolares los grupos de futuros profesores que cursan ese programa formativo?

En este caso, la tercera pregunta nos lleva a una tercera conjetura: *es posible describir y caracterizar el proceso de aprendizaje que siguen los grupos de futuros profesores que cursan la asignatura mediante un desarrollo natural de la misma.*

Veamos a continuación cómo estas preguntas y las conjeturas e hipótesis que enunciamos, dan lugar a los objetivos generales y específicos de nuestra investigación.

Apartado 4.2 Objetivos Generales y Específicos de la Investigación

De la primera pregunta anterior y en relación con la conjetura planteada, la caracterización del análisis cognitivo introduce el primero de los objetivos generales que afrontamos en esta investigación:

1. Conceptualizar el análisis cognitivo como procedimiento para la planificación sobre el aprendizaje escolar por parte del profesor de matemáticas en formación, en coherencia con el análisis didáctico.

Nuestra aproximación a la segunda pregunta se concreta en el diseño y la implementación del análisis cognitivo, en coherencia con el resto del análisis didáctico, en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de Educación secundaria y desde un enfoque funcional¹. Esta hipótesis se aborda mediante nuestro segundo objetivo general de investigación:

2. Diseñar e implementar un programa de formación inicial que incorpore el análisis cognitivo desde una perspectiva funcional.

Para dar respuesta a la tercera pregunta, desde nuestra perspectiva, interesa evaluar la parte del diseño e implementación del programa de formación inicial a partir del estudio del

¹ En el capítulo 4 describimos cómo interpretamos un enfoque funcional de un programa de formación de profesores.

aprendizaje logrado por los grupos de profesores que cursaron la asignatura en el curso 2008-2009. Esto concreta nuestro tercer objetivo de investigación:

3. Identificar, describir y analizar el desarrollo de la competencia de planificación sobre aprendizaje escolar que muestran los participantes en el programa de formación inicial del curso 2008-2009.

En relación con el primero de los objetivos generales, que se centra en la caracterización del análisis cognitivo, consideramos tres objetivos específicos. Los dos primeros tienen que ver con la estructura del análisis cognitivo y su papel con el resto de análisis del análisis didáctico; el último pretende dotar un carácter funcional a esa estructura para los profesores en formación. Estos tres objetivos específicos son los siguientes:

- 1.1 Delimitar por medio de organizadores del currículo una estructura para el análisis cognitivo que permita planificar el aprendizaje de las matemáticas escolares desde una perspectiva funcional.
- 1.2 Enmarcar el análisis cognitivo dentro del análisis didáctico de manera coherente con el análisis de contenido y con el de instrucción.
- 1.3 Proporcionar una serie de conocimientos y capacidades a los profesores en formación basados en el análisis cognitivo y que contribuyan al desarrollo de su competencia de planificación sobre el aprendizaje escolar en matemáticas.

El segundo de los objetivos generales tiene que ver con el diseño y puesta en práctica de un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, que introduzca el análisis cognitivo. Por lo tanto, surgen de manera natural dos objetivos específicos:

- 2.1 Fundamentar un programa de formación inicial desde una perspectiva funcional que contemple el análisis cognitivo, en coherencia con el análisis didáctico, como procedimiento que contribuya a la competencia de planificación por parte de los futuros profesores.
- 2.2 Implementar ese programa de formación y dar oportunidad a la recogida de información sobre el desarrollo de esa competencia de planificación en los futuros profesores que lo cursen.

Finalmente, en relación con el tercer objetivo general y el desarrollo de la competencia de planificación de los grupos de profesores en formación, introducimos el estudio empírico de la investigación. Concretamos un curso académico y, por lo tanto, un grupo de futuros profesores con los que exploraremos el desarrollo de su competencia de planificación en relación al análisis cognitivo. Los objetivos específicos que perseguimos en este caso son entonces:

- 3.1 Identificar, describir y caracterizar el conocimiento y las capacidades que alcanzan los grupos de los futuros profesores acerca de las expectativas, limitaciones y oportunidades de aprendizaje de los escolares, durante el programa de formación del curso 2008-2009.
- 3.2 Emplear la información anterior para establecer el nivel de desarrollo de la competencia de planificación de esos grupos de futuros profesores, en lo que al aprendizaje de las matemáticas escolares se refiere.

22. Tesis: EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO ARITMÉTICO ESCOLAR. UN ESTUDIO COMPARATIVO.

Autor: D. Ángel Díez Lozano

Directores: Dr. Luis Rico y Dra. Encarnación Castro

1.3 Primera aproximación al trabajo de investigación.

La implantación de un nuevo currículum en un país procede de un debate social previo, relativo a la conveniencia de superar ciertas deficiencias y abordar determinados cambios. A su vez, provoca una reflexión permanente entre los profesionales de la educación sobre los defectos y aciertos del nuevo currículum, que obliga a una evaluación y análisis recurrentes. No resulta extraño, pues, que la implantación del currículum LOGSE haya provocado este tipo de debates en España durante los últimos años. Uno de los argumentos utilizados por los críticos del plan subraya la disminución de los conocimientos y destrezas matemáticas de los escolares que se han formado en dicho plan, lo cual se pone de manifiesto en distintas evaluaciones y se expresa en una disminución del rendimiento matemático de los estudiantes en el periodo de su educación obligatoria.

En este estudio pretendemos responder a dos preguntas:

1º ¿Cuál es la situación de la habilidad de cálculo aritmético de los escolares entre ocho y catorce años que se han formado con este currículum?

2º ¿Ha variado de forma significativa esta habilidad de cálculo aritmético en relación con los escolares educados con currícula anteriores?

Por tanto el interés principal de este estudio es analizar la situación en que se encuentra la habilidad de cálculo aritmético en los niveles educativos comprendidos entre 3^{er} curso de Primaria (8 años) y 2º curso de ESO (14 años), ambos inclusive, de los escolares instruidos con el actual currículum LOGSE, totalmente implantado y actualmente en revisión. La elección de los cursos viene condicionada por las edades que se consideran adecuadas para evaluar la habilidad de cálculo de estos estudiantes. Años anteriores constituyen una etapa de formación inicial, años posteriores conforman una etapa en la que difícilmente se integran nuevos conocimientos. También esta elección viene condicionada por la opción ya hecha para los planes anteriores.

La información sobre los logros matemáticos de los estudiantes es importante, se utiliza para emitir diferentes tipos de juicios de calificación, de selección y de clasificación de los estudiantes; constituyen información valiosa para la investigación y la evaluación de programas y esa información puede influir para tomar decisiones educativas (Romberg 1.989).

Esta investigación plantea dos objetivos generales:

Objetivo 1: Describir y caracterizar la habilidad de cálculo aritmético de los escolares que durante el curso 2.000-2.001 siguen el plan de estudios establecido por los Reales Decretos 1006/91 y 1007/91, de acuerdo con la Ley 1/1990.

Objetivo 2: Comparar la habilidad de cálculo anterior con la de los escolares españoles que se instruyeron con los currícula de la Ley de Educación de Enseñanza Primaria, de 1.945, y de la Ley General de Educación de 1.970, respectivamente.

La respuesta al primero de los objetivos planteados utiliza como estrategia la medida del rendimiento aritmético escolar de alumnos educados con el currículum LOGSE para conocer su habilidad de cálculo. Cuando se pretende realizar evaluaciones del sistema educativo, es decir, estudios globales y estructurales hay que trabajar con grandes poblaciones, estandarizar los instrumentos y acotar la información disponible. En muchos casos interesa establecer puntuaciones medias y modos de actuación compartidos con los que caracterizar las tendencias de una población en su desempeño ante unas tareas. Para

valorar el rendimiento aritmético escolar es usual el empleo regular y sistemático de tests. Mediante estas herramientas se establece el dominio básico que grandes poblaciones escolares tienen sobre unos conceptos y destrezas determinados.

Mediante los tests, los investigadores tienen a su disposición un método potente para la recolección de datos. También hay disponible un fondo impresionante de tests que permiten recoger datos verbales o numéricos. La consideración de los tests como herramientas productivas en investigación mantiene actualidad dentro de los métodos de evaluación educativa (Cohen, Manion y Morrison 2.000).

Señalamos que nuestro primer objetivo no consiste en la valoración de unos sujetos o grupos de sujetos en su habilidad de cálculo aritmético, pues somos conscientes que esa labor exigiría pasar diferentes pruebas a los escolares. Nos proponemos, por el contrario, estudiar la concordancia entre las pautas establecidas por el currículum escolar para el aprendizaje de habilidades aritméticas y el desempeño que muestran distintos grupos escolares mediante sus respuestas a un test estandarizado.

Nuestro segundo objetivo, a su vez, propone caracterizar el cambio, si es que existe, en la habilidad de cálculo de tres generaciones de escolares diferentes, educadas con distintos currícula. Para este trabajo un test no es sólo una herramienta de información adecuada y razonable, sino que, también, es un instrumento efectivo ya que se dispone de información contrastada previa, que permite abordar el estudio.

Como resumen, establecemos que esta investigación se propone ***Evaluar la eficacia en la formación Aritmética Escolar del currículum de la LOGSE*** o, con mayor amplitud, ***Evaluar la eficacia en la formación Aritmética Escolar y su evolución durante el periodo 1.945-2.000 en España.***

1.6 Objetivos parciales

De acuerdo con los dos objetivos generales y la caracterización de la investigación que hemos realizado en los Apartados 1.3 y 1.5, pasamos a enunciar los objetivos parciales que estructuran esta investigación.

El enunciado del Objetivo 1 dice:

Describir y caracterizar la habilidad de cálculo aritmético de los escolares que durante el curso 2.000-2.001 siguen el plan de estudios establecido por los Reales Decretos 1006/91 y 1007/91, de acuerdo con la Ley 1/1990.

Este objetivo se desglosa en los siguientes objetivos parciales:

Objetivo 1.1: Caracterizar por niveles y ciclos la formación aritmética escolar que prescriben los Reales Decretos 1006/91 y 1007/91, que desarrollan la LOGSE, en términos de objetivos, contenidos, metodología y criterios de evaluación.

Objetivo 1.2 Estructurar por niveles y ciclos el tratamiento establecido para los ítems del Test de Ballard ampliado, de acuerdo con el currículum de los Reales Decretos 1006/91 y 1007/91.

Objetivo 1.3 Establecer los ítems con expectativas de consecución de un nivel de idoneidad para cada grado o nivel escolar en relación con el currículum de la LOGSE.

Objetivo 1.4 Aplicar el Test de Ballard ampliado a una muestra de estudiantes de los grados 3º a 8º de Educación Primaria y de 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria durante el curso 2.000-2.001.

Objetivo 1.5 Llevar a cabo un análisis descriptivo de los resultados de la aplicación del Test de Ballard ampliado a los estudiantes de la promoción 2.000-2.001.

Objetivo 1.6 Describir y caracterizar por niveles y ciclos el rendimiento aritmético de los estudiantes de la promoción 2.000-2.001 evaluados.

Objetivo 1.7 Describir y caracterizar por niveles y ciclos la eficacia del currículum LOGSE según los datos aportados por los estudiantes de la promoción 2.000-2.001.

Objetivo 1.8 Establecer los puntos fuertes y débiles en Aritmética Escolar del currículum LOGSE según los Reales Decretos 1006/91 y 1007/91 para la promoción 2.000-2.001.

El enunciado del Objetivo 2 de la investigación dice:

Comparar la habilidad de cálculo anterior con la de los escolares españoles que se instruyeron con los currícula de la Ley de Educación de Enseñanza Primaria, de 1.945, y de la Ley General de Educación de 1.970, respectivamente

Este objetivo se desglosa en los siguientes objetivos parciales:

Objetivo 2.1 Caracterizar por niveles y ciclos la formación aritmética escolar que prescriben los currícula de la Ley de Educación de Enseñanza Primaria, de 1.945 y de la Ley General de Educación de 1.970, en términos de objetivos, contenidos, metodología y criterios de evaluación, respectivamente.

Objetivo 2.2 Describir y caracterizar por niveles y ciclos el rendimiento aritmético de los estudiantes de la promoción 1.950-1.951 y los de la promoción 1.974-1.975, evaluados con el Test de Ballard.

Objetivo 2.3 Describir y caracterizar por niveles y ciclos la eficacia del currículum de la Ley de Educación de Enseñanza Primaria, de 1.945 según expectativas de los programas y su comparación con los datos aportados por los estudiantes de la promoción 1.950-1.951.

Objetivo 2.4 Describir y caracterizar por niveles y ciclos la eficacia del currículum de la Ley General de Educación de 1.970 según expectativas de los programas y su comparación con los datos aportados por los estudiantes de la promoción 1.974-1.975.

Objetivo 2.5 Comparar los rendimientos obtenidos por los estudiantes de la promoción 2.000-2.001 en la aplicación del Test de Ballard con los de los estudiantes de las promociones 1.950-1.951 y 1.974-1.975.

Objetivo 2.6 Comparar por niveles y ciclos la eficacia del currículum LOGSE con la eficacia detectada en los currícula de la Ley de Educación de Enseñanza Primaria y de la Ley General de Educación, según los datos obtenidos de las promociones evaluadas.

Objetivo 2.7 Establecer los puntos fuertes y débiles en Aritmética Escolar del currículum LOGSE según su comparación con los currícula de la Ley de Educación de Enseñanza Primaria y de la Ley General de Educación.