



## Optimasi Perencanaan Hasil Produksi dengan Aplikasi Fuzzy Linear Programming (FLP)

Akhmad Fauzi  
Jurusan Teknik Informatika UPNV”Veteran” Jawa Timur  
Email: [masuzi@upnjatim.ac.id](mailto:masuzi@upnjatim.ac.id)

### Abstract

Fuzzy Linear Programming (FLP) is a Linear Programming method applied in Fuzzy environment. In this research, it was applied in a production planning problem. In Fuzzy Linear Programming, objective functions and constraints do not mean as strict as it should be in Linear Programming because of several reasons to be considered in the system. Fuzzy Linear Programming implementation in production planning problem gave a maximum sales point and can be compared to typical Linear Programming technique.

Keywords: Fuzzy Linear Programming, Fuzzy, Simplex

### PENDAHULUAN

Sebagian besar persoalan manajemen adalah berkenaan dengan penggunaan sumber daya secara efisien atau pengalokasian sumber-sumber yang terbatas untuk mencapai tujuan yang diinginkan.

Dalam keadaan sumber daya yang terbatas harus dicapai suatu hasil yang optimum. Dengan perkataan lain bagaimana caranya agar dengan masukan (input) yang serba terbatas dapat dicapai hasil kerja yang optimum. Seperti halnya dalam penelitian ini diharapkan keluaran (output) berupa produksi barang atau jasa yang optimum.

Linear programming akan memberikan banyak alternatif pemecahan persoalan, sebagai alternative pengambilan keputusan atau tindakan. Akan tetapi hanya ada satu yang optimum (maksimum atau minimum). Mengambil keputusan berarti memilih alternatif, yaitu alternatif yang terbaik.

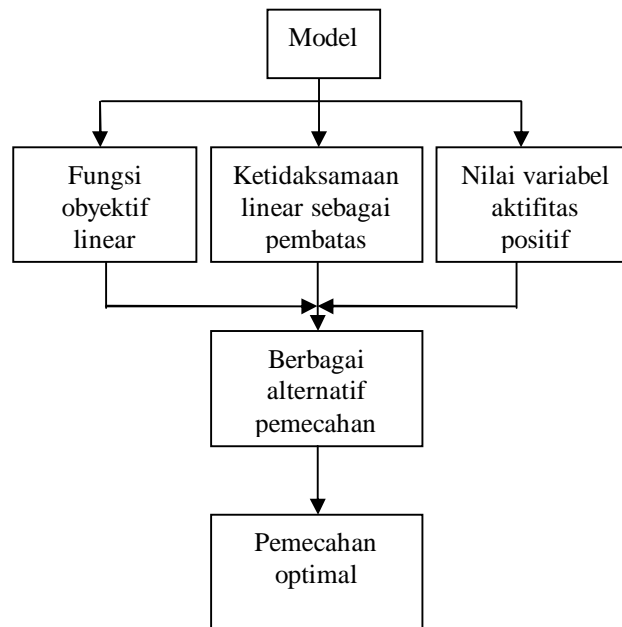
Syarat-syarat yang harus dipenuhi agar suatu persoalan dapat dipecahkan dengan teknik Linear Programming secara lengkap adalah sebagai berikut :

- a. Fungsi obyektif harus didefinisikan secara jelas dan dinyatakan sebagai fungsi obyektif yang linear. Misalnya jumlah hasil penjualan harus maksimum, jumlah biaya yang dikeluarkan harus minimum.
- b. Harus ada alternatif pemecahan untuk dipilih salah satu yang terbaik.
- c. Sumber-sumber dan aktifitas mempunyai sifat dapat ditambahkan.
- d. Fungsi obyektif dan ketidaksamaan untuk menunjukkan adanya pembatasan harus linear.
- e. Variabel keputusan harus positif, tidak boleh negatif.
- f. Sumber-sumber dan aktifitas mempunyai sifat dapat dibagi.
- g. Sumber-sumber dan aktifitas mempunyai jumlah yang terbatas.
- h. Aktifitas harus proposional terhadap sumber-sumber. Hal ini berarti ada hubungan yang linear antara aktifitas dengan sumber-sumber. Misalnya output dinaikkan dua kali, kalau permintaan naik satu setengah kali maka output harus naik satu setengah kali, jadi menggunakan prinsip constant returns to scale.
- i. Model programming deterministik, artinya sumber dan aktifitas diketahui secara pasti.

Pemecahan persoalan dengan Linear Programming dapat digambarkan dengan blok diagram seperti yang terlihat pada Gambar 1.

### Representasi Perencanaan Produksi

Dimisalkan dimiliki bahan mentah sebanyak  $m$  macam, masing-masing tersedia sebanyak  $h_i$  unit ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Berdasarkan bahan mentah yang tersedia akan diproduksi sebanyak  $r$  produk, masing-masing sebesar  $x_j$  unit ( $j = 1, 2, \dots, r$ ). Setiap produk memerlukan seluruh bahan mentah dengan proporsi tertentu yaitu setiap 1 unit produk ke  $j$  memerlukan  $a_{ij}$  unit bahan mentah ke  $i$ . Dengan demikian kalau produk  $j$  diproduksi sebanyak  $x_j$  unit maka diperlukan  $a_{ij} x_j$  unit bahan mentah ke  $i$ .



Gambar 1. Pemecahan dengan Linear Programming

Apabila semua produk dijual, 1 unit produk  $j$  harganya  $c_j$  rupiah. Kalau yang dijual  $x_j$  unit maka penerimaan hasil penjualan untuk produk ke  $j$  sebesar  $c_j x_j$  unit. Persoalannya sekarang, berapa besarnya  $x_j$  agar dapat diperoleh jumlah hasil penjualan yang maksimum dengan pembatasan bahwa jumlah bahan mentah yang dipergunakan tidak dapat melebihi persediaan yang ada selain itu nilai  $x_j$  tidak boleh negatif.

#### Perumusan umum:

Cari  $x_j, j = 1, 2, \dots, r$

sedemikian rupa sehingga

$$Z = \sum c_j x_j : \text{maksimum} \quad (1)$$

dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^r a_{ij} x_j \leq h_j : x_j \geq 0 \quad (2)$$

#### Penyelesaian dengan FLP

Penyelesaian dengan Fuzzy Linear Programming (FLP), adalah pencarian suatu nilai  $Z$  yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimalkan sedemikian rupa sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan fuzzy.



Dalam penjelasan selanjutnya hanya akan dibahas untuk persoalan maksimisasi. Model matematika untuk persoalan maksimisasi adalah sebagai berikut:

Tentukan  $x$  sedemikian hingga :

$$\begin{aligned} c^T x &\geq Z \\ Ax &\leq b \\ X &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

dengan tanda ' $\leq$ ' merupakan bentuk fuzzy dari ' $\leq$ ' yang menginterpretasikan 'pada dasarnya kurang dari atau sama dengan'. Demikian pula, tanda ' $\geq$ ' merupakan bentuk fuzzy dari ' $\geq$ ' yang menginterpretasikan 'pada dasarnya lebih dari atau sama dengan'.

Bentuk persamaan (3) dapat dibawa kedalam bentuk persamaan yaitu:

$$\begin{aligned} Bx &\leq d \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

dengan:

$$\begin{aligned} B &= \left( \frac{-c}{A} \right) \text{ dan} \\ d &= \left( \frac{-Z}{d} \right) \end{aligned}$$

Tiap-tiap baris atau batasan akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan fuzzy, dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke- $i$  adalah  $\mu_i[B_i x]$ .

Fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan fuzzy dapat dinyatakan sebagai berikut:

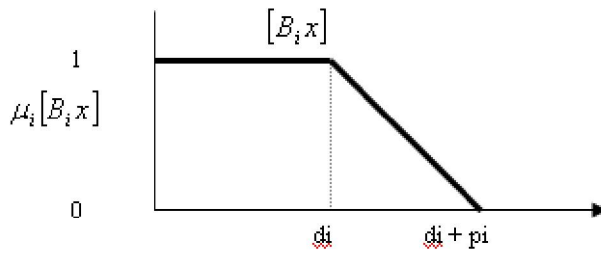
$$\mu_d[x] = \min_i \{ \mu_i[B_i x] \} \quad (5)$$

tentu saja diharapkan akan mendapatkan solusi terbaik, yaitu suatu solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar, dengan demikian solusi yang sebenarnya adalah:

$$\max_{x \geq 0} \mu_d[x] = \max_{x \geq 0} \min_i \{ \mu_i[B_i x] \} \quad (6)$$

dari sini terlihat bahwa  $\mu_i[B_i x] = 0$  jika batasan ke- $i$  benar-benar dilanggar. Sebaliknya,  $\mu_i[B_i x] = 1$  jika batasan ke- $i$  benar-benar dipatuhi. Nilai  $\mu_i[B_i x]$  akan naik secara monoton pada selang  $[0,1]$ , yaitu:

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ \in [0,1]; & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad (7)$$



Gambar 2. Fungsi Keanggotaan

$$\mu_i [B_i x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}; & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad (8)$$

dengan  $p_i$  adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi obyektif maupun batasan. Dengan mensubstitusikan persamaan (8) ke (6) akan diperoleh:

$$\max_{x \geq 0} \mu_d [Bx] = \max_{x \geq 0} \min_i \left[ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \right] \quad (9)$$

Dari Gambar 2. dapat dilihat bahwa, semakin besar nilai domain, akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai  $\lambda$ -cut dapat dihitung sebagai  $\lambda = 1 - t$ , dengan:

$$d_i + p_i = \text{ruaskanan batasan ke } -i \quad (10)$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk linear programming baru sebagai berikut:

Maksimumkan:  $\lambda$

Dengan batasan:

$$\begin{aligned} \lambda p_i + B_i x &\leq d_i + p_i \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

#### Metode

Algoritma FLP untuk menyelesaikan kasus perencanaan produksi dalam hal memaksimalkan hasil penjualan ini digambarkan dalam bentuk flow chart seperti pada gambar 3.

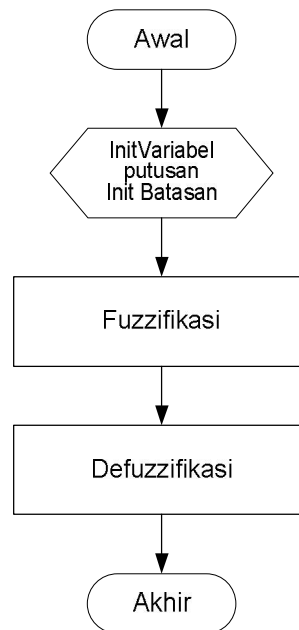
Secara ringkas masing-masing dijabarkan sebagai berikut.

#### Proses Fuzzyfikasi

Proses ini dilakukan untuk mendapatkan nilai lower bound dan upper bound dari inialisasi awal variabel keputusan dan batasan. Untuk menghitung nilai lower bound dan upper bound ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks.

Langkah-langkah metode simpleks adalah sebagai berikut:

- a. Fungsi tujuan menjadi fungsi implisit, maksudnya semua  $x$  digeser ke kiri dan fungsi batasan yang memiliki tanda lebih kecil atau sama dengan harus diubah menjadi kesamaan dengan cara menambah slack variabel.
- b. Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel.



Gambar 3. Flowchart Fuzzy Linear Programming

- c. Memilih kolom kunci. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis fungsi tujuan yang bertanda negatif dengan angka terbesar. Bila negatif ini tidak ada berarti masalahnya dianggap sudah menemukan solusi optimal.
- d. Memilih baris kunci. Tentukan baris kunci dengan mencari indeks pada setiap baris dengan membagi nilai pada kolom nilai kunci dengan nilai yang sebaris dengan kolom kunci. Kemudian pilihlah baris dengan indeks positif yang terkecil.
- e. Mengubah nilai baris kunci. Nilai baris kunci diubah dengan cara membagi dengan angka kunci kemudian variabel dasar pada baris tersebut diganti dengan variabel yang terdapat pada bagian atas kolom kunci tersebut.
- f. Mengubah nilai-nilai selain nilai pada baris kunci dengan rumus:  
Baris baru = baris lama – (koefisien kolom kunci) x nilai baru baris kunci
- g. Melanjutkan perubahan-perubahan. Ulangi langkah (a) sampai langkah (f) untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif.

#### Proses Defuzzyfikasi

Proses ini dilakukan setelah nilai lower bound dan nilai upper bound didapatkan. Untuk melakukan proses defuzzyfikasi digunakan aturan Zadeh's dan Bellman. Proses defuzzyfikasi kemudian akan membentuk suatu bentuk linear programming yang baru dan untuk menyelesaikan bentuk linear programming baru ini dapat digunakan metode 2 tahap atau metode Big M. Dibawah ini akan dijelaskan secara singkat mengenai metode 2 fase dan metode Big M.

#### Metode 2 Fase

Fase 1 : Menyelesaikan linear programming yang fungsi tujuannya adalah meminimumkan variabel artificial pada model, lakukan iterasi sampai solusi ditemukan.



Fase 2 : Mulai dengan hasil yang ditemukan pada fase 1, ganti fungsi tujuan dengan masalah yang asli dan hilangkan variabel artificial, lakukan iterasi dengan simpleks biasa sampai solusi ditemukan.

**Metode Big M**

a. Tentukan nilai positif M yang besar, misal  $M = 1000$ .

b. Bentuk fungsi obyektif baru dengan:

$$Z = (\text{fungsi obyektif asli}) - M (\text{variabel artificial}).$$

Lakukan iterasi sampai solusi ditemukan, untuk melakukan iterasi juga digunakan metode simpleks biasa.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Berikut ini diberikan hasil penjualan maksimum dari hasil uji coba dengan 15 data yang berbeda-beda. Dari tabel hasil ujicoba terlihat bahwa hasil maksimum dari penjualan akan bertambah jika menggunakan Fuzzy Linear Programming.

Tabel 1. Hasil penelitian

No	Model perencanaan produksi	Solusi hasil penjualan Non-Fuzzy	Solusi hasil penjualan FLP
1	$Z = 5000x_1 + 6000x_2 + 3000x_3$	1389473,68	1497368,42
	$5x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 1200 + 300t$		
	$3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 900 + 100t$		
	$4x_1 + x_2 + 2x_3 = 1000 + 200t$		
2	$Z = 3x_1 + 2x_2$	8	15,5
	$2x_1 + x_2 = 5 + 9t$		
	$x_1 + x_2 = 3 + 6t$		
3	$Z = 5000x_1 + 6000x_2$	633333,33	687202,3
	$10x_1 + 8x_2 = 1200 + 300t$		
	$6x_1 + 10x_2 = 900 + 100t$		
	$12x_1 + 9x_2 = 1250 + 500t$		
	$4x_1 + 3x_2 = 420 + 100t$		
4	$Z = 1000x_1 + 1200x_2$	2310000	2730000
	$10x_1 + 14x_2 = 25200 + 10080t$		
	$12x_1 + 8x_2 = 25200 + 7560t$		
	$15x_1 + 9x_2 = 25200 + 5040t$		
5	$Z = 50x_1 + 40x_2$	1980	4463,88
	$3x_1 + 5x_2 = 150 + 900t$		
	$x_2 = 20 + 50t$		
	$8x_1 + 5x_2 = 300 + 708t$		
6	$Z = 15x_1 + 9x_2 + 11x_3$	12797,73	13303,98
	$4x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 4500 + 500t$		
	$8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 6400 + 450t$		
7	$Z = 12x_1 + 15x_2$	123,75	145,31
	$2x_1 + 4x_2 = 30 + 10t$		
	$5x_1 + 2x_2 = 25 + 10t$		
	$3x_1 + x_2 = 22 + 20t$		
8	$Z = 2x_1 + x_2$	8,25	22,52
	$3x_1 + 5x_2 = 15 + 80t$		
	$6x_1 + 2x_2 = 24 + 75t$		
9	$Z = 2800x_1 + 3500x_2$	30100	35350



	$40x_1 + 20x_2 = 300 + 100t$ $10x_1 + 30x_2 = 250 + 100t$ $20x_1 + 40x_2 = 280 + 100t$ $30x_1 + 10x_2 = 350 + 100t$		
10	$Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10 + 40t$ $4x_1 + 2x_2 + x_3 = 20 + 50t$	18,57	33,57
11	$Z = 3000x_1 + 6000x_2$ $2,1x_1 + 2,4x_2 = 300 + 370t$ $3,4x_1 + 3,8x_2 = 250 + 100t$ $500x_1 + 750x_2 = 800 + 60t$ $1.3x_1 + 3,2x_2 = 400 + 90t$	6400	6640
12	$Z = 3x_1 + 2x_2$ $x_1 + 4x_2 = 15 + 50t$ $2x_1 + x_2 = 16 + 55t$	25	67,86
13	$Z = 4x_1 + 5x_2$ $5x_1 + 2x_2 = 20 + 80$ $3x_1 + 7x_2 = 42 + 88$	33,59	77,31
14	$Z = 60x_1 + 90x_2$ $15x_1 + 45x_2 = 90 + 120t$ $23x_1 + 11x_2 = 20 + 60t$	163,64	317,45
15	$Z = 6x_1 + 8x_2$ $3x_1 + 9x_2 = 45 + 70t$ $5x_1 + x_2 = 12 + 66t$	45	96,9

#### SIMPULAN

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa penggunaan algoritma Fuzzy Linear Programming (FLP) terbukti mampu meningkatkan hasil penjualan dibandingkan dengan digunakannya linear programming biasa dalam memecahkan masalah perencanaan produksi.

#### DAFTAR RUJUKA

- Anderson, Sweeney, Williams, 1997, Manajemen Sains : Pendekatan Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan Manajemen, Jilid I, Erlangga, Jakarta.
- Daihani, Dadan Umar, 2001, Komputerisasi Pengambilan Keputusan, PT. Elex Media Komputindo, Jakarta.
- Kadarsah Suryadi, M. Ali Ramdhani, 1998, Sistem Pendukung Keputusan, PT. Remaja Rosdakarya, Bandung.
- Kusumadewi Sri, Hari Purnomo, 2004, Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Pendukung Keputusan, Graha Ilmu, Yogyakarta.
- McLeod, Raymond, Jr., 1996, Sistem Informasi Manajemen, Jilid II, PT. Prenhallindo, Jakarta.
- Sulistiyawati, Eka, SE. MM, 2004, Catatan Kuliah : Operation Research I, URL: <http://www.agungpurbayana.mutiaracyber.com>.
- Supranto, Johannes, 1988, Riset Operasi Untuk Pengambilan Keputusan, Universitas Indonesia, Jakarta.
- Taylor W., Bernard, III, 2001, Sains Manajemen : Pendekatan Matematika untuk Bisnis, Buku 1, Salemba Empat, Jakarta.
- Taylor W., Bernard, III, 2001, Sains Manajemen Pendekatan Matematika untuk Bisnis, Buku 2, Salemba Empat, Jakarta.