Jürgen Weber (Hrsg.)

Zur Neuausrichtung der Kostenrechnung

Entwicklungsperspektiven für die 90er Jahre

1993
Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Schriftenreihe der Wissenschaftlichen Hochschule
für Unternehmensführung Koblenz
Forschung /17

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Zur Neuausrichtung der Kostenrechnung :
Entwicklungsperspektiven für die 90er Jahre / Jürgen Weber (Hrsg.).
– Stuttgart : Schäffer-Poeschel, 1993
(Schriftenreihe der Wissenschaftlichen Hochschule
für Unternehmensführung Koblenz : Forschung ; 17)
ISBN 3-7910-0735-1
NE: Wissenschaftliche Hochschule für Unternehmensführung
<Koblenz> : Schriftenreihe der Wissenschaftlichen Hochschule für
Unternehmensführung Koblenz / Forschung

Gedruckt auf säure- und chlorfreiem alterungsbeständigem Papier

ISBN 3-7910-0735-1

Einbandgestaltung: Kurt Weidemann, Stuttgart
Druck: Druck-Partner Rübelmann, Hemsbach
Printed in Germany

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Ein Tochterunternehmen der Verlagsgruppe Handelsblatt
und der Spektrum Fachverlage GmbH

GLIEDERUNG

B KOSTENRECHNUNG AUF INVESTITIONSTHEORETISCHER BASIS

VON PROF. DR. HANS-ULRICH KÜPPER

I. EINFÜHRUNG IN DIE PROBLEMSTELLUNG

1. NOTWENDIGKEIT EINER VERBINDUNG VON INVESTITIONS- UND KOSTENRECHNUNG

Unternehmungen benötigen Informationssyteme zur Untermauerung ihrer Entscheidungen. Diese sollen anzeigen, wie sich die in der Planung berücksichtigten Alternativen auf das bzw. die verfolgten Unternehmensziele auswirken. Mit der Investitions- und der Kostenrechnung stehen solche Systeme zur Verfügung. Ihre zentrale Zwecksetzung wird darin gesehen, Informationen für längerfristige bzw. kurzfristige Planungszwecke bereitzustellen.

In den verwendeten Rechnungsgrößen Zahlungen bzw. Kosten und Leistungen sowie den mehr- bzw. einperiodigen Entscheidungszielen, auf die sie ausgerichtet sind, bestehen zumindest zwischen den Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung und der Kostenrechnung deutliche Unterschiede. Dies verwundert, wenn man davon ausgeht, daß sich kurz- und längerfristige Planungen nicht exakt abgrenzen lassen und eine rationale Planung insgesamt auf ein einheitliches Erfolgsziel(system) ausgerichtet sein sollte.

Deshalb erscheint es notwendig, Investitions- und Kostenrechnung stärker miteinander zu verknüpfen, als es bisher in Wissenschaft[1] und Praxis üblich ist. Dabei müssen die mehrperiodige Zielsetzung und die längerfristige Rechnung die Basis bilden, weil sie der kurzfristigen Perspektive sachlich übergeordnet sind. Diesen Ansatzpunkt wählt die *investitionstheoretische Kostenrechnung*[2].

---

1 Zu ersten Ansätzen vgl. insb. Lücke (Investitionsrechnung); Lücke (Zinsen); Kloock (Investitionsrechnungen); Kloock (Perspektiven), S. 294ff..

2 Küpper (Ansatzpunkte); Küpper (Fundierung); Küpper (Planungsrechnung); Küpper (Abschreibung); Schweitzer/Küpper (Systeme), S. 439ff..

Im folgenden wird daher untersucht, inwieweit dieser Ansatz ein fundiertes und übergreifendes Konzept für die verschiedenen Systeme und Verfahren der Kostenrechnung liefert. Dabei ist zu analysieren, ob und in welchem Umfang sich bekannte kostenrechnerische Ansätze für bestimmte Anwendungsbedingungen aus dem investitionstheoretischen Ansatz ergeben. Sollte dies möglich sein, wäre darin eine Stützung des Ansatzes zu sehen. Möglicherweise könnte man auf diesem Weg zu einem geschlossenen Konzept gelangen, aus dem sich die Zweckmäßigkeit alternativer Kostenrechnungssysteme und -verfahren beurteilen läßt. Damit könnte es gelingen, wichtige Streitpunkte der Kostenrechnung zu lösen und ihr eine zuverlässigere Grundlage zu verschaffen, als sie Wissenschaft und Praxis bis heute bieten.

2. GRUNDGEDANKEN DES INVESTITIONSTHEORETISCHEN ANSATZES

Die grundlegende Zwecksetzung des investitionstheoretischen Ansatzes wird darin gesehen, für die Kostenrechnung und damit in der Regel für *kurzfristige Entscheidungen* relevante Informationen über die Wirkungen auf das Erfolgsziel zu ermitteln. Dieses kann nicht einfach im Periodengewinn bestehen, weil sich auch kurzfristige Entscheidungen an den übergeordneten Zielen auszurichten haben. Im Unterschied zu gängigen Kostenrechnungssystemen wird von einem *mehrperiodigen Erfolgsziel* ausgegangen, aus dem ggf. unter Angabe der jeweiligen Anwendungsbedingungen[1] andere Erfolgsgrößen abgeleitet werden können. Als Beispiel eines mehrperiodigen Erfolgszieles wird, verbunden mit der vereinfachenden Annahme eines vollkommenen Kapital- und Versicherungsmarktes, der Kapitalwert zugrundegelegt. Mit diesem Ziel ist verbunden, daß man an Ein- und Auszahlungen anknüpft. Dies erscheint zweckmäßig, weil sie im Unterschied zu anderen Basisgrößen des Rechnungswesens unmittelbar beobachtbar sind. Es beinhaltet jedoch nicht, daß Mengenbewegungen keine Bedeutung für das Rechnungssystem hätten[2].

Für die Herleitung der relevanten Informationen benötigt man ein Wissen über die Wirkungen der jeweiligen Entscheidungsvariablen auf die mehrperiodige Erfolgsgröße. Dieses Wissen ist in Kapitalwertfunktionen abzubilden. Dann ist zu untersuchen, wie sich eine Variation der Entscheidungsvariablen auf die Zielgröße auswirkt.

Beispielsweise wird der Kapitalwert K_t bestimmt, der sich aus den mit dem Einsatz von Material, Personal, Anlagen usw. verbundenen Zahlun-

1 Hierzu sind ggf. geeignete "Separationskriterien" zu entwickeln. Vgl. Küpper (Fundierung), S. 45; Kloock (Perspektiven), S. 294ff..

2 Vgl. Abschnitt 3.2.

gen zum Zeitpunkt t ergibt. Seine Höhe kann z.B. von dem Alter t des eingesetzten Gutes und dessen bisheriger kumulierter Beschäftigung Y_t abhängig sein. Dann gilt die Kapitalwertfunktion:

(1) $$K_t = K(t, Y_t)$$

Die für eine Beschäftigungsentscheidung relevante Information erhält man bei infinitesimaler Betrachtung über das totale Differential:

(2) $$\frac{dK_t}{dt} = \frac{\delta K_t}{\delta t} + \frac{\delta K_t}{\delta Y_t} \cdot \frac{dY_t}{dt}$$

Dieser methodische Weg über die Kapitalwertfunktion und deren Variation in Abhängigkeit von den Bestimmungsgrößen wird bei der Anwendung des Ansatzes auf unterschiedliche Kostenarten und Entscheidungsprobleme im Prinzip stets befolgt. Besonderheiten treten auf, wenn man von der infinitesimalen auf eine endliche Variation übergeht[1]. Dann ist eine Differenzenbetrachtung vorzunehmen.

II. Kostenrechnerische Ansätze als Grenzfälle des investitionstheoretischen Konzepts

1. Vergleich grundlegender Merkmale des investitionstheoretischen und wichtiger kostenrechnerischer Ansätze

Vor einer analytischen Untersuchung der Beziehungen zu den wichtigsten kostenrechnerischen Ansätzen erscheint es zweckmäßig, deren grundlegende Merkmale einander gegenüberzustellen. Deshalb werden in *Abbildung 1* die Basisgrößen, die Rechnungsziele, die zugrundeliegenden Funktionen, die Grundprinzipien der Kostenzurechnung und die Art der Kostenverteilung für wichtige Systeme verglichen.

1 Vgl. Küpper (Ansatzpunkte), S. 801.

	Vollkosten-rechnung	Grenzplan-kostenrechnung	Relative Einzelkosten-rechnung	Perioden-erfolgs-rechnung	Investitions-theoretische Kostenrechnung
Basis-größen	wertmäßige Kosten Wiederbeschaf-fungspreise	wertmäßige Kosten Wiederbeschaffungs-preise	Ausgaben bzw. Auszahlungen	Ausgaben bewertete Mengen	Aus- und Einzahlungen
Rechnungs-ziele	(kurz- und lang-fristige) Planung und Kontrolle	kurzfristige Planung Kontrolle	kurz- und lang-fristige Planung Kontrolle	Planung (insb. Prognose) Kontrolle	kurzfristige Planung Verknüpfung mit längerfristiger Planung
Zugrunde-liegende Funktionen	einvariablige lineare Kostenfunktionen	mehrvariablige lineare Kostenfunktionen		mehrvariablige lineare Kostenfunktionen	nichtlineare Kapitalwertfunktionen
Grund-prinzipien der Kosten-zurechnung	Proportional- oder Durchschnitts-prinzip	Verursachungs- und Leistungsent-sprechungs-prinzip	eindeutige Zurechenbarkeit Identitätsprinzip	Näherungsweise Zurechnung über Regression	marginaler Einfluß auf mehrperiodiges Erfolgsziel
Kosten-verteilung	Schlüsselung auf Kostenstellen und Kostenträger	Verteilung der variablen Kosten	keine Verteilung von Gemein- und Fixkosten	Zurechnung auf Einflußgrößen Zweckabhängige Verteilung	Analytische Aufteilung der Fix- und Gemein-kosten

Abb. 1: Vergleich grundlegender Merkmale verschiedener Kostenrechnungssysteme

Bei den *Basisgrößen* wird erkennbar, daß der investitionstheoretische Ansatz einerseits wie das Riebel'sche System von Zahlungen ausgeht. Andererseits werden in ihm Kostenwerte z.B. als Abschreibungen hergeleitet, die den wertmäßigen Kosten entsprechen. Im Unterschied zum Konzept der Grenzplankostenrechnung sind aber die wertmäßigen Kosten nicht Ausgangsgrößen der Rechnung, sondern eines ihrer Ergebnisse. An die Stelle von Näherungen, wie sie in der Grenzplankostenrechnung mehrfach vorgenommen werden, tritt die Herleitung der Werte aus einem theoretischen Ansatz unter Angabe der einzelnen Prämissen. Ein wesentlicher Unterschied scheint in dem Gegensatz von Zahlungsorientierung und Verbrauchsmengenorientierung zu liegen, wie sie für Vollkosten- sowie Grenzplankostenrechnung und Perioden-Erfolgsrechnungsmodelle (Betriebsplankostenrechnung) charakteristisch ist. Der investitionstheoretische Ansatz verlangt jedoch, daß man die Beziehungen zwischen dem Gütermengenverbrauch und seiner Wirkung auf den Zahlungsstrom erfaßt. Er schließt also auch die Verbrauchsmengenkomponente ein. An die Stelle ihrer Bewertung mit einem Preis tritt die Zurechnung der künftigen Änderungen im Zahlungsstrom. Die Verwendung von Wiederbeschaffungspreisen könnte als Approximation dieses Konzepts interpretiert werden.

Alle Kostenrechnungssysteme wollen Informationen zur Planung und Kontrolle bereitstellen. Dabei wird in den Perioden-Erfolgsrechnungsmodellen der Schwerpunkt auf die Prognosefunktion, in der Grenzplankostenrechnung auf die Entscheidungsabhängigkeit gelegt. Während die Grenzplankostenrechnung ihren Anwendungsbereich grundsätzlich nur im kurzfristigen Bereich sieht[1] und die Perioden-Erfolgsrechnungsmodelle gleichermaßen einen Planungshorizont von einem Jahr zugrunde legen[2], will die relative Einzelkostenrechnung zugleich Informationen für langfristige Entscheidungen bereitstellen[3]. Die Vollkostenrechnung wird in der Praxis häufig auch für längerfristige Entscheidungen angewandt, wie empirische Erhebungen zeigen[4]. Der investitionstheoretische Ansatz soll Informationen für kurzfristige Entscheidungen liefern. Eine seiner Zwecksetzungen liegt aber darin, für kurz- und längerfristige Entscheidungen zu einer zumindest im Grundkonzept einheitlichen Planungsrechnung zu kommen. In bezug auf das Rechnungsziel der Kontrolle ist er bisher nicht untersucht werden.

Bei den *zugrundeliegenden Kosten- bzw. Kapitalwertfunktionen* sind die kostenrechnerischen Systeme durch den Übergang auf mehrvariablige lineare Kostenfunktionen geprägt. Während man sich in der Grenzplankostenrechnung bemüht, alle variablen Kosten letztlich auf die Beschäftigung als eine Art globale Kosteneinflußgröße[5] zu beziehen, treten in den Perioden-Erfolgsrechnungsmodellen an ihre Stelle die verschiedenen Erzeugnisgüter sowie sonstige Einflußgrößen. Riebel schlägt ein hierarchisches System von Einflußgrößen vor. Im investitionstheoretischen Ansatz enthalten die Kapitalwertfunktionen in der Regel ebenfalls mehrere Einflußgrößen. Diese können linear oder nichtlinear verknüpft sein. Wegen der Einbeziehung von Zinsen sind die Kapitalwertfunktionen nichtlinear.

Die wichtigsten Unterschiede zwischen den Kostenrechnungssystemen werden an den Grundprinzipien und dem Umfang der Kostenzurechnung und -verteilung erkennbar. Grenzplankostenrechnung und relative Einzelkostenrechnung wollen die Kosten nach der Beschäftigungsabhängigkeit bzw. der eindeutigen Zurechenbarkeit Bezugsgrößen zuordnen. Hierin liegt ein konzeptioneller Unterschied, der sich an der Behandlung variabler Gemeinkosten zeigt. In der stärkeren Betonung von Verursa-

1 Kilger (Plankostenrechnung), S. 186ff..
2 Laßmann (Gestaltungsformen), S. 15.
3 Riebel (Einzelkostenrechnung), S. 60ff..
4 Vgl. z.B. Küpper (Bedarf), S. 178f.; Küpper/Winckler/Zhang (Erhebung), S. 453ff..
5 Vgl. Kilger (Plankostenrechnung), S. 141ff.; Heinen (Kostenlehre), S. 580f..

chungs- bzw. Leistungsentsprechungsprinzip[1] und Identitätsprinzip[2] liegt demgegenüber eine geringere Diskrepanz. Da für die Perioden-Erfolgsrechnungsmodelle die Produktionsfunktionen weitgehend statistisch ermittelt werden, geben sie sich mit einer eher näherungsweisen Zurechnung zufrieden[3]. Die Vollkostenrechnung verzichtet gegebenenfalls auf die Befolgung des Verursachungsprinzips und schlüsselt Fix- sowie Gemeinkosten nach dem Durchschnitts- oder dem Tragfähigkeitsprinzip. Im investitionstheoretischen Ansatz wird der Versuch unternommen, mit Hilfe der Marginalbetrachtung eine relativ präzise Kostenspaltung zu erreichen, also die entscheidungsabhängigen Kosten zu bestimmen.

Das Problem der Behandlung nicht verursachungsgemäß zurechenbarer Kosten wird in den Systemen unterschiedlich gelöst. Vollkostenrechnung und relative Einzelkostenrechnung sind die Grenzfälle einer vollständigen Anwendung bzw. eines strikten Verzichts auf jede Schlüsselung. Die Zurechnung aller Kosten als relative Einzelkosten auf eine Hierarchie von Bezugsgrößen könnte für eine Grundrechnung als Datenbank zweckmäßig sein. Das Problem der Bestimmung entscheidungsrelevanter Kosten bei Interdependenz der Bezugsgrößen, wie sie in der Realität immer wieder vorliegt, ist damit aber nicht gelöst. Der investitionstheoretische Ansatz nimmt an dieser Stelle eine Veränderung des Konzepts vor. In ihm fragt man nicht danach, welchen Größen Kosten zurechenbar sind, sondern welche Wirkungen eine Entscheidung bei nachfolgenden Mengenverbräuchen, weiteren Entscheidungen und daraus folgenden Zahlungen hervorruft. Dabei zeigt sich, daß die begrenzte Teilbarkeit von Einsatzgütern eine geringere Rolle spielt, wenn es weniger um den Tatbestand als um den Zeitpunkt einer (Ersatz-)Beschaffung geht.

2. ANALYSE DER VERBINDUNG ZWISCHEN INVESTITIONSTHEORETISCHEM UND KOSTENRECHNERISCHEN ANSÄTZEN AN VERSCHIEDENEN KOSTENARTEN

Da der investitionstheoretische Ansatz von einem klaren Konzept ausgeht, das über Kapitalwertfunktionen und deren Ableitungen formal darstellbar ist, bietet es sich an, seine Beziehungen zu anderen Ansätzen analytisch zu untersuchen. Hierzu werden im folgenden mit den *Materialkosten* und den *Abschreibungen* zwei Kostenarten untersucht, die im Hinblick auf den Einsatzcharakter von Verbrauchs- bzw. Gebrauchsgütern

1 Kilger (Plankostenrechnung), S. 16ff..
2 Riebel (Einzelkostenrechnung), S. 75ff. und S. 418ff..
3 Laßmann (Erlösrechnung); Laßmann (Einflußgrößenrechnung); Laßmann (Gestaltungsformen), S. 15ff..

und in ihrer Zurechenbarkeit weit auseinander liegen. Da sich an ihnen die Bedeutung von *Zinsen* zeigt, wird deren Behandlung ebenfalls verglichen.

a) BESTIMMUNG VON MATERIALKOSTEN

Um das Grundkonzept des investitionstheoretischen Ansatzes auf Einzelmaterialkosten[1] zu übertragen, müssen der Barwert des Materialeinsatzes und dessen Differentialquotient für Beschäftigungsänderungen ermittelt werden. Als einfachsten Fall kann man entsprechend *Abbildung 2* auf der Basis eines gegebenen längerfristigen Beschaffungs- und Fertigungsprogramms eine unendliche Kette mit rhythmischen Beschaffungen im Abstand von T^0 Zeiteinheiten unterstellen. Bezeichnet man den Materialkoeffizienten mit α, den Materialpreis mit p, die Fertigungsmenge pro Periode (Zeiteinheit) mit x, die Stückfertigungszeit mit β und die Verzinsungsenergie mit i, so erhält man folgenden *Barwert des Materialeinsatzes* im Zeitpunkt t:

(3) $$K_t = \alpha \cdot p \cdot \frac{T^0}{\beta} \cdot \frac{e^{-i[T(x)-t]}}{1-e^{-iT^0}}$$

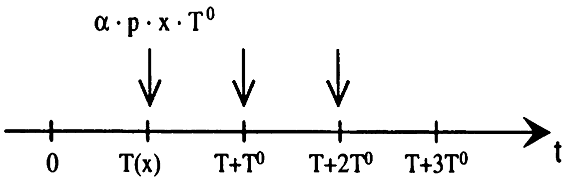


Abb. 2 : Zahlungsstrom für Fertigungsmaterial

Wird eine ursprünglich nicht geplante weitere Produkteinheit hergestellt, so verschieben sich der nächste Beschaffungszeitpunkt T und die restliche Kette um die Stückzeit β nach vorne. Dies bewirkt eine Barwertänderung. Sie gibt die *Kosten des Materialeinsatzes* an:

(4) $$\frac{dKt}{dx} = \frac{\delta Kt}{\delta T} \cdot \frac{dT}{dx} = \frac{\alpha \cdot p \cdot T^0 \cdot (-i) \cdot e^{-i(T-t)}}{\beta(1-e^{-iT^0})} \cdot (-\beta) = \frac{\alpha \cdot p \cdot T^0 \cdot i \cdot e^{-i(T-t)}}{1-e^{-iT^0}}$$

[1] Vgl. Küpper (Planungsrechnung); Küpper (Planning), S. 55.

In der Kostenrechnung werden die Zinsen als eigene Kostenart erfaßt. Deshalb bietet es sich an, den Zusammenhang zwischen investitionstheoretischem und anderen kostenrechnerischen Ansätzen durch eine *Eliminierung des Zinseffektes* aus ersterem zu untersuchen. Die Wirkung einer zusätzlichen Beschäftigung auf die Zinsen geht gegen Null, wenn der Zinssatz gleich Null wird oder die Abstände zwischen den Beschaffungs- und Zahlungszeitpunkten minimal werden. Aus dem investitionstheoretischen Ansatz ergeben sich für diese Fälle die folgenden Grenzwerte der Barwertänderung:

(5)
$$\lim_{i \to 0} \frac{dK_t}{dx} = \lim_{i \to 0} \alpha \cdot p \cdot T^0 \cdot \frac{e^{-i(T-t)} - i \cdot (T-t) \cdot e^{-i(T-t)}}{T^0 \cdot e^{-iT^0}} = \alpha \cdot p$$

(6)
$$\lim_{T^0 \to 0} \frac{dK_t}{dx} = \lim_{T^0 \to 0} \alpha \cdot p \cdot i \cdot \frac{e^{-i(T-t)}}{i \cdot e^{-iT^0}} = \alpha \cdot p \qquad t \leq T \leq T^0$$

Der bekannte und für alle Systeme übereinstimmende Ansatz von Einzelmaterialkosten ist also ein *Grenzwert* des investitionstheoretischen Konzepts für den Fall, daß kurzfristige Beschäftigungsänderungen keine Zinseffekte bei der Materialbeschaffung hervorrufen. Für eine realitätsnähere Analyse müßten die vereinfachenden Annahmen über die rhythmische Beschaffung durch eine Einbeziehung der Beschaffungs- und Lagerpolitik erweitert werden.

b) BESTIMMUNG VON ABSCHREIBUNGEN

Dieselbe Überlegung soll auf die Bestimmung von Abschreibungen angewandt werden. Der investitionstheoretische Ansatz geht bei dieser Kostenart von dem *Modell der optimalen Nutzungsdauer* T^* aus[1]. In ihm ergibt sich der Kapitalwert K des Anlageneinsatzes zum Zeitpunkt Null aus den Anschaffungszahlungen A, den laufenden Anlagenzahlungen C für Instandhaltung, Wartung, Betriebsstoffe u.ä. sowie dem Liquidationserlös L:

---

1 Vgl. hierzu insb. Hotelling (Depreciation); Schneider (Nutzungsdauer), S. 50 ff.; Mahlert (Abschreibungen); Swoboda (Abschreibungskosten); Luhmer (Abschreibungskosten); Kistner/Luhmer (Betriebsmittel); Küpper (Ansatzpunkte), S. 794 ff. Für die ausführliche Ableitung vgl. Anhang 1.

(7) $$K = \frac{1}{1-e^{-iT}} \cdot \left[\int_0^T C(t,Y_t) \cdot e^{-it}\, dt + A - L(T) \cdot e^{-iT} \right]$$

Die Abschreibungen erhält man aus dem Kapitalwert K_t des Anlageneinsatzes zum Zeitpunkt t:

(8) $$K_t = e^{it} \cdot \left[\int_t^T C \cdot e^{-is}\, ds - L(T) \cdot e^{-iT} + K \cdot e^{-iT} \right]$$

Die partielle Differentiation nach dem Anlagenalter t und der kumulierten Beschäftigung Y_t ergibt unter der Annahme einer vorgegebenen konstanten Periodenbeschäftigung y bei infinitesimal kleinen Änderungen die *zeit-* bzw. die *nutzungsabhängige Abschreibung*[1] D_Z bzw. D_N:

(9) $$D_Z = i \cdot K_t - D_N - C(t,Y_t)$$

(10) $$D_N = y \cdot e^{it} \cdot \int_t^{T^*} \frac{\delta C(s,Y_S)}{\delta Y_S} \cdot e^{-is}\, ds$$

Läßt man den Zinssatz gegen Null gehen, so wird die zeitabhängige Abschreibung zu:

(11) $$\begin{aligned} \lim_{i \to 0} D_Z &= \lim_{i \to 0} i \cdot e^{it} \cdot \int_t^{T^*} C \cdot e^{-is}\, ds - \lim_{i \to 0} i \cdot e^{it} \cdot L \cdot e^{-iT^*} \\ &\quad + \lim_{i \to 0} \frac{i \cdot e^{it} \cdot e^{-iT^*}}{1-e^{-iT^*}} \cdot \left(\int_0^{T^*} C \cdot e^{-it}\, dt + A - L \cdot e^{-iT^*} \right) - \lim_{i \to 0} D_N - C \\ &= 0 - 0 + \frac{1}{T^*} \cdot \left(\int_0^{T^*} C\, dt + A - L \right) - y \cdot \left[C(T^*, Y_{T^*}) - C(t,Y_t) \right] - C(t,Y_t) \end{aligned}$$

1 Dabei bezeichnet T* die bei einer Beschäftigungsänderung angepaßte neue optimale Nutzungsdauer. Zur Herleitung der Abschreibungen vgl. Luhmer (Abschreibungskosten), S. 898ff.; Kistner/Luhmer (Betriebsmittel), S. 172ff.; Küpper (Ansatzpunkte), S. 800.

Sofern die laufenden Anlagenzahlungen C im Zeitablauf konstant sind, wird die nutzungsabhängige Abschreibung Null und geht die zeitabhängige in die lineare Abschreibung über:

(12) $$\lim_{i \to 0} D_z = \frac{1}{T^*} \cdot \left(T^* \cdot C + A - L\right) - C = \frac{A - L}{T^*}$$

Damit erweist sich die vor allem in Vollkostenrechnungen verwendete lineare Abschreibung als *Grenzfall* der investitionstheoretischen, wenn man (a) Zinsen vernachlässigt oder als eigene Kostenart anders verrechnet und (b) bei den laufenden Anlagenzahlungen keine dynamischen Beziehungen auftreten oder diese durch den Ansatz von Durchschnittswerten geglättet sind. Zugleich bedeutet dies aber, daß die Nutzungsdauer nicht mehr aus wirtschaftlichen Gründen (der Anstieg der laufenden Auszahlungen) begrenzt wird.

Ein wesentlicher Unterschied des investitionstheoretischen Ansatzes gegenüber allen Kostenrechnungssystemen liegt hier in der Zusammenfassung von anschaffungs- sowie liquidationswertabhängigen Kosten mit den laufenden Anlagenkosten für Instandhaltung, Wartung und Ähnlichem. Deshalb soll die Bedeutung dieser Komponenten im investitionstheoretischen Vorgehen näher analysiert werden. Hierzu wird der Kapitalwert K_t zum Zeitpunkt t in den Kapitalwert der laufenden Anlagenkosten K_t^C, der Anschaffungsauszahlungen K_t^A und der Liquidationserlöse K_t^L zerlegt:

(13) $$\begin{aligned} K_t &= e^{it} \cdot \left(\int_t^T C \cdot e^{-is}\, ds + K^C \cdot e^{-iT} \right) + e^{it} \cdot K^A \cdot e^{-iT} \\ &\quad - e^{it} \cdot \left[L(T) \cdot e^{-iT} + K^L \cdot e^{-iT} \right] \\ &= K_t^C + K_t^A - K_t^L \end{aligned}$$

Entsprechend erhält man für die *Gesamtabschreibung*:

(14)
$$\begin{aligned} D_G &= \frac{dK_t^C}{dt} + \frac{dK_t^A}{dt} - \frac{dK_t^L}{dt} \\ &= \frac{\delta K_t^C}{\delta t} + \frac{\delta K_t^C}{\delta Y_t} \cdot \frac{dY_t}{dt} + \frac{\delta K_t^A}{\delta t} + \frac{\delta K_t^A}{\delta Y_t} \cdot \frac{dY_t}{dt} \\ &\quad - \left(\frac{\delta K_t^L}{\delta t} + \frac{\delta K_t^L}{\delta Y_t} \cdot \frac{dY_t}{dt} \right) \end{aligned}$$

Zuerst sind die *anschaffungs-* sowie *liquidationswertabhängigen Komponenten* zu betrachten. Eine wichtige Übereinstimmung mit gängigen kostenrechnerischen Abschreibungsverfahren besteht darin, daß die Abschreibungssumme über die Nutzungsdauer einer Anlage der Differenz zwischen Anschaffungs- und Liquidationswert entspricht:

(15)
$$\begin{aligned} \int_0^T \frac{dK_t^A}{dt} dt &= \frac{i \cdot A \cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}} \cdot \int_0^T e^{it} \, dt = \frac{i \cdot A \cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}} \cdot \frac{1}{i} \cdot \left(e^{iT} - 1\right) \\ &= \frac{A \cdot \left(1-e^{-iT}\right)}{1-e^{-iT}} = A \end{aligned}$$

(16)
$$\int_0^T \frac{dK_t^L}{dt} dt = \frac{i \cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}} \cdot L(T) \cdot \int_0^T e^{it} \, dt = \ldots = L$$

Ohne Berücksichtigung von Zinsen erhält man aus diesen Komponenten die *lineare Abschreibung*:

(17)
$$\lim_{i \to 0} \frac{dK_t^A}{dt} - \lim_{i \to 0} \frac{dK_t^L}{dt} = \lim_{i \to 0} (A-L) \cdot \frac{i \cdot e^{it} \cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}} = \frac{A-L}{T}$$

Die Analyse kann verfeinert werden, indem man steigende Anschaffungswerte und technischen Fortschritt in die Betrachtung einführt. Soweit diese nur zeitabhängig sind, ändert sich das grundlegende Ergebnis nicht wesentlich. Dagegen bewirken eine Beschäftigungsabhängigkeit des Liquidationswertes und des technischen Fortschritts eine Abkehr von der rein linearen Abschreibung.

Als maßgeblich erweist sich damit die Komponente der *laufenden Anlagenzahlungen C*. Für sie ergibt sich aus Gleichung (13):

(18)
$$\begin{aligned}\frac{dK_t^C}{dt} &= \frac{\delta K_t^C}{\delta t} + \frac{\delta K_t^C}{\delta Y_t} \cdot \frac{dY_t}{dt} \\ &= i \cdot e^{it} \cdot \frac{K_t^C}{e^{it}} + e^{it} \cdot \left[-C(t,Y_t) \cdot e^{-it}\right] \\ &\quad - y \cdot e^{it} \cdot \int_t^T \frac{\delta C}{\delta Y_s} \cdot e^{-is}\, ds + y \cdot e^{it} \cdot \int_t^T \frac{\delta C}{\delta Y_s} \cdot e^{-is}\, ds \\ &= i \cdot K_t^C - C(t,Y_t)\end{aligned}$$

Die *Summe der "instandhaltungsabhängigen" Abschreibungen* für eine Anlage

(19)
$$\begin{aligned}\int_0^T \frac{dK_t^C}{dt} dt = \int_0^T &\left\{ i \cdot e^{it} \cdot \int_t^T C(s,Y_s) \cdot e^{-is}\, ds + \frac{i \cdot e^{i(t-T)}}{1-e^{-iT}} \cdot \int_0^T C(s) \cdot e^{-is}\, ds \right\} dt \\ &- \int_0^T C(t)\, dt\end{aligned}$$

läßt sich ohne Spezifizierung der Funktion für die laufenden Anlagenzahlungen C nur schwer bestimmen. Deshalb wird als erster vereinfachter Ansatz unterstellt, daß diese Zahlungen vom Anlagenalter t, der Periodenbeschäftigung y_t und der kumulierten Beschäftigung Y_t linear abhängen:

(20)
$$C = \tilde{a} + \tilde{b}t + \tilde{c}y_t + \tilde{d}Y_t$$

Für die weitere Untersuchung wird ferner vereinfachend angenommen, daß der längerfristige Plan eine konstante Periodenbeschäftigung $y_t = y$ vorsieht. Dann gilt für C:

(21)
$$C = \tilde{a} + \tilde{c}y + \left(\tilde{b} + \tilde{d}y\right) \cdot t = a + b \cdot t$$

Unter Verwendung dieser Annahmen wird die *Summe* der instandhaltungsabhängigen Abschreibungen einer Anlage *Null*:

(22)
$$\int_0^T \frac{dK_t^C}{dt} dt = \int_0^T \frac{b}{i \cdot \left(1 - e^{-iT}\right)} \cdot \left[1 - e^{-iT} - i \cdot T \cdot e^{i(t-T)}\right] dt$$
$$= \frac{b}{i \cdot \left(1 - e^{-iT}\right)} \cdot \left[T - T \cdot e^{-iT} - \frac{i}{T} \cdot T \cdot e^{-iT} \cdot \left(e^{iT} - 1\right)\right]$$
$$= \frac{b \cdot T}{i \cdot \left(1 - e^{-iT}\right)} \cdot \left(1 - e^{-iT} - 1 + e^{-iT}\right) = 0$$

Um dieses Ergebnis besser zu durchschauen, werden der instandhaltungsabhängige Kapitalwert $K_t{}^C$ und dessen Abschreibung in ihre Glieder für die jeweils eingesetzte Anlage und die *restliche Investitionskette* aufgespalten:

(23)
$$K_t^C = \underbrace{e^{it} \cdot \int_t^T C \cdot e^{-is} ds}_{\text{erste Anlage}} + \underbrace{e^{it} \cdot K^C \cdot e^{-iT}}_{\text{Restkette}} = K_t^{CI} + K_t^{CR}$$

(24)
$$\frac{dK_t^C}{dt} = \frac{1}{i} \cdot \left[b - a \cdot i \cdot e^{i(t-T)} - \frac{b}{i} \cdot i \cdot e^{i(t-T)} - b \cdot T \cdot i \cdot e^{i(t-T)}\right] + i \cdot e^{i(t-T)} \cdot K^C$$
$$= \frac{b}{i} \cdot \left[1 - e^{i(t-T)} - i \cdot T \cdot e^{i(t-T)}\right] - a \cdot e^{i(t-T)} + i \cdot e^{i(t-T)} \cdot K^C$$

(25)
$$\int_0^T \frac{dK_t^{CI}}{dt} dt = \int_0^T \frac{b}{i} \cdot \left[1 - e^{i(t-T)} - i \cdot T \cdot e^{i(t-T)}\right] dt - \int_0^T a \cdot e^{i(t-T)} dt$$
$$= \frac{b}{i^2} \cdot \left(e^{-iT} + i \cdot T \cdot e^{-iT} - 1\right) - \frac{a}{i} \cdot \left(1 - e^{-iT}\right)$$

Wegen Gleichung (13) muß die Abschreibungssumme für die Restkette gleich dem negativen Wert für das erste Glied sein. Der Grenzwert dieser Abschreibungssumme für einen Zinssatz von Null wird zu:

(26)
$$\lim_{i\to 0}\int_0^T \frac{dK_t^{CI}}{dt}dt = \lim_{i\to 0}\left[b\cdot\frac{e^{-iT}-i\cdot T\cdot e^{-iT}-1}{i^2}-\frac{a}{i}\cdot\left(1-e^{-iT}\right)\right]$$
$$= -\frac{b\cdot T^2}{2}-a\cdot T$$

Er entspricht den gesamten laufenden Zahlungen für diese Anlage während ihrer Nutzungszeit:

(27)
$$-\int_0^T C\,dt = -a\cdot T-\frac{b\cdot T^2}{2}$$

Schließlich sind die *Grenzwerte* der instandhaltungsabhängigen Abschreibung für einen *Zinssatz von Null* zu bestimmen. Geht man von der gesamten Investitionskette ab dem Betrachtungszeitpunkt t aus, so erhält man:

(28)
$$\lim_{i\to 0}\frac{dK_t^C}{dt} = b\cdot\left(\frac{T}{2}-t\right)$$

Die nur auf die erste eingesetzte Anlage bezogenen Größen ergeben einen *Grenzwert* von

(29)
$$\lim_{i\to 0}\frac{dK_t^{CI}}{dt} = \lim_{i\to 0}\frac{b}{i}\cdot\left[1-e^{i(t-T)}-i\cdot T\cdot e^{i(t-T)}\right]-\lim_{i\to 0}a\cdot e^{i(t-T)}$$
$$= -(a+b\cdot t)$$

Analog ergibt sich für die Restkette ein Grenzwert von:

(30)
$$\lim_{i\to 0} i\cdot e^{i(t-T)}\cdot K^C = \ldots = a+b\cdot\frac{T}{2}$$

Bei Vernachlässigung oder separater Erfassung der Zinskosten verrechnet man also nach dem investitionstheoretischen Ansatz ebenfalls die Summe der laufenden Anlagenzahlungen. Die in den Abschreibungen enthaltenen Kosten (Gl. 28) stimmen aber nicht mit den laufenden Anlagenzahlungen zu diesem Zeitpunkt (Gl. 21) überein. Sie sind vielmehr gleich der Differenz zwischen dem Durchschnittswert dieser Zahlungen (Grenzwert (30) für die Wirkung der Restkette) und den Anlagenzahlungen zu diesem Zeitpunkt (Grenzwert (29) für die eingesetzte Anlage):

(30a) $$b \cdot \left(\frac{T}{2} - t \right) = a + b \cdot \frac{T}{2} - (a + b \cdot t)$$

Die Zusammenhänge lassen sich an einem Beispiel veranschaulichen. Es geht von linearen laufenden Anlagenzahlungen sowie einem Zinssatz größer als Null aus und umfaßt der Einfachheit halber keinen Liquidationserlös. Aus den *Abbildungen 3* und *4* erkennt man, daß der Barwert K_t ebenso wie sein anschaffungswertabhängiger Anteil im Laufe der Nutzung einer Anlage ansteigt, während der instandhaltungsabhängige Anteil zuerst steigt und dann wieder sinkt.

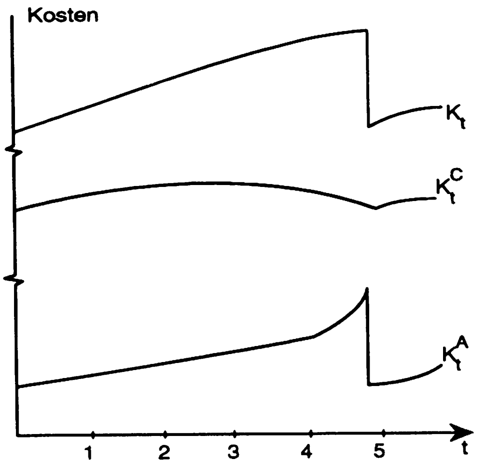


Abb. 3: Beispielhafter Verlauf des Kapitalwertes

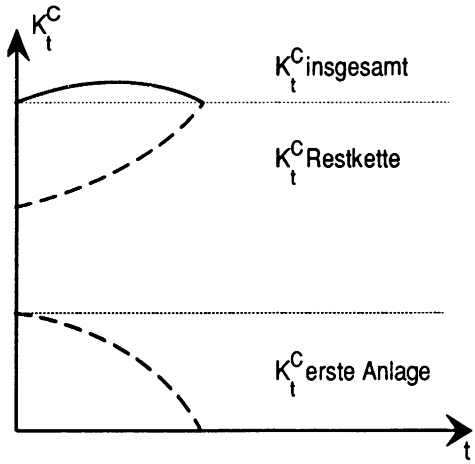


Abb. 4: Beispielhafter Verlauf des instandhaltungsabhängigen Kapitalwertes

	Anschaffungswert-Abschreibungen	Liquidationswert-Abschreibungen	Instandhaltungsabhängige Abschreibungen: 1. Anlage	Restkette	insgesamt	Gesamt
Abschreibung - allgemein	$e^{it}\cdot\frac{i\cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}}\cdot A$	$e^{it}\cdot\frac{i\cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}}\cdot L$				$i\cdot K\text{-}C(t)$
- Zinssatz 0	$A\cdot\frac{1}{T}$	$L\cdot\frac{1}{T}$	$-(a+b\cdot t)$	$a+b\cdot\frac{T}{2}$	$b\cdot(\frac{T}{2}-t)$	$-C(t)$
Abschreibungssumme - allgemein	A	L				A-L
- Zinssatz 0	A	L	$-(a\cdot T+\frac{b\cdot T^2}{2})$	$a\cdot T+\frac{b\cdot T^2}{2}$	0	A-L

Abb. 5 : Zerlegung der Abschreibungen in Komponenten

Die Ergebnisse sind in *Abbildung 5* übersichtsartig dargestellt. Wesentlich erscheinen folgende Gesichtspunkte:

- Die Abschreibungssumme entspricht derjenigen in den kostenrechnerischen Verfahren, weil die Summe der instandhaltungsabhängigen Abschreibungen Null ist.

- Bei linearen laufenden Anlagenzahlungen ist der instandhaltungsabhängige Anteil für die eingesetzte Anlage stets negativ, während der Anteil für die Restkette stets positiv ist. In ihren absoluten Werten steigen beide zuerst an und fallen anschließend.

- Bei einem Zinssatz von Null entsprechen
  - die anschaffungs- und liquidationswertabhängige Abschreibung der linearen und
  - der instandhaltungsabhängige Abschreibungsanteil für die eingesetzte Anlage den negativen Instandhaltungskosten.

Der Einfluß der Restkette bewirkt die Abweichung der instandhaltungsabhängigen Abschreibung von den jeweiligen Instandhaltungskosten.

Diese Analyse macht deutlich, daß auch im investitionstheoretischen Ansatz eine Aufspaltung nach anschaffungs- sowie liquidationswertabhängigen Anteilen und Instandhaltungs- und Wartungs- sowie anderen Kosten möglich ist. Der wesentliche Unterschied zu den Verfahren der Kostenrechnung besteht, abgesehen von der Zinsverrechnung, in dem Einfluß der unendlichen Investitionskette.

Die nutzungsabhängige Abschreibung ist in der Grundform des investitionstheoretischen Ansatzes, wie sie in Gleichung (10) wiedergegeben ist, nur von den laufenden Anlagenzahlungen C abhängig, sofern der Liquidationswert beschäftigungsunabhängig ist. Verrechnet man diese Kosten für Instandhaltung u.ä. gesondert, so enthalten die nutzungsabhängigen Abschreibungen keinen Anteil an den Anschaffungskosten. Diese Aussage gilt jedoch nur für den Fall infinitesimal kleiner Beschäftigungsänderungen. Betrachtet man endliche Beschäftigungsänderungen und paßt man die Nutzungsdauer an den sich jeweils neu ergebenden Optimalwert T^* an, so gehen in die nutzungsabhängige Abschreibung auch die Wirkungen einer Veränderung des Ersatzzeitpunktes ein[1]:

1 Vgl. Küpper (Ansatzpunkte), S. 801.

(31)
$$D_N = \Delta Y \cdot e^{it} \cdot \int_t^{T*} \frac{\partial C(s,Y_s)}{\partial Y_s} e^{-is} ds$$
$$-e^{it} \cdot \left\{ \int_{T*}^{T} \frac{\partial C(s,Y_s)}{\partial Y_s} e^{-is} ds \right\}$$
$$-e^{it} \cdot \left\{ K \cdot \left(e^{-iT} - e^{iT^*} \right) - \left(L(T,Y_T) \cdot e^{-iT} - L\left(T^*, Y_{T^*}\right) \cdot e^{-iT^*} \right) \right\}$$

Wie man aus dem Zahlenbeispiel ohne Liquidationserlös in *Abbildung 6* sieht, kann dann der anschaffungswertabhängige Anteil relativ bedeutsam werden.

t	D_N^*	D_N (C)	- D_N (A)	= D_N
0,5	3,859	1,896	-1,922	3,818
1,5	3,003	0,833	-2,124	2,958
2,5	2,057	-0,340	-2,347	2,007
3,5	1,011	-1,638	-2,594	0,956
4,19	0,086	-2,815	-1,056	-1,758

Abb. 6: Zahlenbeispiel für die nutzungsabhängige Abschreibung bei unendlich kleiner Beschäftigungsänderung D_N^* und bei endlich kleiner Beschäftigungsänderung D_N

c) Bestimmung von Zinskosten

Offensichtlich ist die Behandlung der Zinsen[1] eine wesentliche Komponente für den angestellten Vergleich. Deshalb ist sie näher zu analysieren. Dabei werden Überlegungen weitergeführt, wie sie *K.-P. Franz*[2] entwikkelt hat. Zur Veranschaulichung gehen sie von einem sehr einfachen Beispiel aus. In ihm wird unterstellt, daß ein Produkt mit einer Fertigungsdurchlaufzeit von zwei Monaten hergestellt wird. Pro Monat werden 20 Stück gefertigt, der Stückpreis beträgt 40,- DM. Kosten sollen nur für Fertigungsmaterial in Höhe von 30,- DM je Stück anfallen. Entsprechend *Abbildung 7* wird das Fertigungsmaterial jeweils für drei Monate in $t = 0$

1 Vgl. zum folgenden Küpper (Zinsen).
2 Franz (Mittelbindung).

und $t = 3$ angeschafft sowie bezahlt. Die Verzinsungsenergie sei $i = 0.01$. Wegen der Fertigungsdurchlaufzeit erfolgt der erste Absatz nach zwei Monaten. Da den Kunden ein Zahlungsziel von einer Periode eingeräumt wird, gehen die Einzahlungen E von $t = 3$ an jeweils geballt am Monatsanfang ein.

Periode	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Auszahlungen	-1.800			-1.800					
Umsatz			800	800	800	800	800	800	
Einzahlungen				800	800	800	800	800	800
Bestand									
-Rohmaterial	1.800	1.200	600	1.800	1.200	600			
-Halbfertigerz.		600	600	600	600	600	600		
-Fertigerz.			-	-	-	-	-	-	
-Debitoren			800	800	800	800	800	800	
zugeflossene Gewinne				200	200	200	200	200	200
Selbstkosten der verkauften, noch nicht bezahlten Fertigerzeugnisse			600	600	600	600	600	600	

Abb. 7 : Beispiel eines Produktionsprozesses

Wenn Fertigung und Absatz des Produkts als Variablen behandelt werden und in ein Planungsmodell eingehen, kann man den Wert des aufgezinsten Deckungsbeitrags am Ende der Planungsperiode $t = 6$ als geeignete Zielgröße verwenden. Für die im Beispiel unterstellte Produktionsalternative ergeben sich dann der Endwert des Deckungsbeitrags G_T für zwei Produktionszyklen

$$G_T = E \cdot \sum_{t=-2}^{3} e^{it} - A \cdot \left(e^{6i} + e^{3i}\right) = 1.058{,}640 \tag{32}$$

und die in *Abbildung 8* aufgeführten Werte in t = 6 sowie die Zinsen.

Überträgt man das Konzept des investitionstheoretischen Ansatzes auf das betrachtete Beispiel, so ist die Abhängigkeit der berechneten Größen von der Beschäftigung zu erfassen. Nach diesem Konzept wird zur Kosten- und Gewinnermittlung untersucht, welche Änderung des Barwerts eine Beschäftigungsänderung dy hervorruft. Für den *Barwert des Deckungsbeitrags G* im Zeitpunkt Null ergibt sich:

(33) $$G_0 = \frac{E \cdot e^{-i3}}{1-e^{-i}} - \frac{A}{1-e^{-3i}} = 17.119{,}968$$

In ihm wird in einer unendlichen Kette unterstellt, daß die Produktion identisch weitergeführt wird. Hieraus läßt sich der auf den Zeitpunkt t aufgezinste Kapitalwert bestimmen:

(34) $$G_t = G_0 \cdot e^{it}$$

Da in einem Monat als einer Zeiteinheit 20 Produkteinheiten bearbeitet werden, ist[1]:

(35) $$\frac{dt}{dy} = \frac{1}{20}$$

Also erhält man für den *Barwert des Deckungsbeitrags pro Stück* zum Zeitpunkt t:

(36) $$\frac{dG}{dy} = \frac{\delta G}{\delta t} \cdot \frac{dt}{dy} = G_0 \cdot i \cdot e^{it} \cdot \frac{1}{20}$$

Da während des Planungszeitraums von sechs Monaten kontinuierlich gefertigt wird, kann man den Endwert des Deckungsbeitrags G_T* nach dem investitionstheoretischen Ansatz über einen *durchschnittlichen* Barwert des Stückdeckungsbeitrags g_t*

(37) $$g_t^* = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T g_t \, dt = 8{,}821997$$

berechnen. Für das Beispiel gilt damit für den Gesamtdeckungsbeitrag:

1 Vgl. Küpper (Zinsen).

(38) $$G_T^* = T \cdot y \cdot g_t^* = 1.058,63964$$

Diese Werte stimmen ebenso wie die verrechneten Zinskosten fast genau mit der Endwertberechnung des ursprünglichen Zahlungsstroms in *Abbildung 8* überein.

t	Zahlungen	Wert in t = 6	Zinsen
0	-1.800	-1.911,306	-111,306
1			
2			
3	-1.800 +800	-1.854,818 +824,364	-54,818 +24,364
4	+800	+816,161	+16,161
5	+800	+808,040	+8,040
6	+800	+800,000	0
7	+800	+792,040	-7,960
8	+800	+784,159	-15,841
9			
Σ	1.200	G_T = 1.058,640	-141,360

Abb. 8 : Zahlungsstromorientierte Berechnung der Zinsen bei Endwertbetrachtung

Bestände	Bestandswert	Zinsen (trad.)	Zinsen (modif.)
Rohstoffe	$\frac{1.800+1.200+600}{3} = 1.200$	1.200·6·0,01 = 72	72
Halbfertig-erzeugnisse	20·30 = 600	600·6·0,01 = 36	36
Selbstkosten der vorrätigen Fertigerz.		-	-
Debitoren	800	800·6·0,01 = 48	
vekaufte, noch nicht bezahlte Fertigerzeugnisse zu Selbstkosten	600		600·6·0,01 = 36 ./. Habenzinsen - 200·(3+2+1 +0-1-2)·0,01 = -6
Summe		**156**	**138**

Abb. 9: Bestandsorientierte Berechnung der Zinsen,
($j = e^{0,01} - 1 = 0,0100050167$)

In der *Kostenrechnung* werden Zinsen üblicherweise für *Durchschnittsbestände* der Kostenstellen angesetzt und über Gemeinkostenzuschläge auf die Kostenträger verrechnet. Da sich das Beispiel auf Fertigungsmaterial beschränkt, zeigt es keinen Unterschied zwischen Voll- und Teilkostenrechnung. Aus den Annahmen über den Fertigungsdurchlauf, die kontinuierliche Produktion und den kontinuierlichen Absatz ab $t = 2$ lassen sich die in *Abbildung 9* angegebenen Werte für die durchschnittlichen Bestände an Rohstoffen, unfertigen Erzeugnissen sowie Debitoren bestimmen. Für einen Monatszinssatz von 1 % ergeben sich insgesamt verrechnete Zinskosten der produzierten Menge in Höhe von DM 120 x (0,60+0,30+0,40) = DM 156. Sie werden entsprechend Abbildung 10 in der traditionellen Kalkulation berücksichtigt. Für die insgesamt in einem Halbjahr hergestellte Menge von 120 Stück gelangt man zu einem Gesamtdeckungsbeitrag von DM 120 x 8,70 = DM 1.044.

Kostenart	Berechnung des Zuschlagsatzes	Kostenbetrag traditionell	Kostenbetrag modifiziert
Fertigungs-material		30	30
Materialgemeink. (Mat.-Zinsen)	$\frac{72}{1.800 \cdot 2} = 0{,}02$	0,60	0,60
Fertigungsgemeink. (HF-Zinsen)	$\frac{36}{1.800 \cdot 2} = 0{,}01$	0,30	0,30
Herstellkosten		30,90	30,90
Lagergemeinkosten (Fertigerz.-Zinsen)		0	0
Vertriebsgemein-kosten - Debitorenzinsen	$\frac{48}{120 \cdot 40} = 0{,}01$	0,40	
- Zinsen auf noch nicht bezahlte Ferigerz.	$\frac{36}{120 \cdot 40} = 0{,}0075$		0,30
Korrektur Habenzinsen	$\frac{6}{120 \cdot 40} = 0{,}00125$		-0,05
variable Selbstkosten		31,3	31,15
Stückerlös		40,-	40,-
Stückdeckungs-beitrag		8,70	8,85

Abb. 10: Kalkulation der variablen Selbstkosten und des Stückdeckungsbeitrags

Ansatz / Erfolgsgröße	Endwert	Investitions-theoretischer Ansatz	Bestandsor. Rechnung traditionell	Bestandsor. Rechnung modifiziert
Gesamt-deckungs-beitrag	1.058,64	1.058,64	1.044	1.062
Gesamte Zinsen				
- Sollzinsen	-166,124		-156	-144
- Habenzinsen	+ 24,764		0	+ 6
- insgesamt	-141,360	-141,360	-156	-138
Stück-deckungs-beitrag	8,82	8,82	8,70	8,85

Abb. 11: Vergleich der Zinsverrechnung in verschiedenen Ansätzen

Diese Werte der traditionellen Rechnung für den Gesamtdeckungsbeitrag, die Zinsen und den Stückdeckungsbeitrag sind in *Abbildung 11* den entsprechenden Beträgen der Endwert- und der investitionstheoretischen Rechnung gegenübergestellt. Dabei zeigt sich beim traditionellen Gesamtdeckungsbeitrag eine deutliche Abweichung. Sie ist zu einem Teil auf die *Vernachlässigung der Habenzinsen* für die während des Planungszeitraums eingegangenen Erlöse zurückzuführen. Zum andern zeigt sich, daß die Debitorenzinsen nicht wie traditionell üblich auf den Umsatzwert, sondern auf die Selbstkosten der abgesetzten Fertigerzeugnisse gerechnet werden sollten. Nur in dieser Höhe ist in ihnen Kapital gebunden. Bezieht man beide Werte ein, gelangt man zu einer modifizierten bestandsorientierten Zinsberechnung. Mit ihr reduziert sich die Abweichung von der endwertorientierten Berechnung deutlich. Die verbleibende Differenz ist auf die Nichtbeachtung von Zinseszinsen zurückzuführen.

Aus der Gegenüberstellung der Ansätze in *Abbildung 11* kann man drei wichtige Ergebnisse herleiten[1]:

(1) Das Konzept des investitionstheoretischen Ansatzes stimmt unter der Annahme eines konstanten Kalkulationszinsfußes mit einer endwertorientierten Betrachtung überein.

(2) Die traditionelle Zinsberechnung entspricht einer endwertorientierten Betrachtung und damit dem investitionstheoretischen Konzept approximativ, sofern die Zinsberechnung in einem modifizierten Verfahren korrekt vorgenommen wird.

(3) Eine dem Endwertkonzept entsprechende Bestimmung der Zinsen aus den Beständen erfordert dabei
   - die Berechnung von Debitorenzinsen auf Basis der Selbstkosten der abgesetzten Fertigerzeugnisse und
   - die Berücksichtigung von Habenzinsen auf eingegangene Gewinne.

3. ANALYSE DER VERBINDUNG ZWISCHEN INVESTITIONSTHEORETISCHEN UND KOSTENRECHNERISCHEN ANSÄTZEN AN VERSCHIEDENEN ENTSCHEIDUNGSPROBLEMEN

Die Analyse mehrerer Kostenarten läßt erkennen, daß der investitionstheoretische Ansatz eine engere Verbindung zu den kostenrechnerischen besitzt, als es zuerst erscheinen mag. Im Hinblick auf die Diskussion über

1 Für eine umfassendere Analyse vgl. Küpper (Zinsen), S. 13ff.

Voll- oder Teilkostenrechnung kann man seine Bedeutung an verschiedenen Entscheidungsproblemen untersuchen, für die Kosteninformationen benötigt werden.

a) EIN- UND MEHRPERIODIGE PROGRAMMPLANUNG

Wenn man die einperiodige Produktionsprogrammplanung auf das mehrperiodige Erfolgsziel ausrichten und mit der längerfristigen Programmplanung verknüpfen will, gewinnen die *nutzungsabhängigen Abschreibungen* eine zentrale Bedeutung[1].

Dies wird an der Verbindung zwischen ein- und mehrperiodigen Entscheidungsmodellen der Programmplanung deutlich. In der langfristigen Planung müßten die Produktionsmengen jeder Periode simultan mit der Nutzungsdauer der Anlagen bestimmt werden. Um dies zu verdeutlichen, wird von dem in *Abbildung 12* wiedergegebenen Beispiel ausgegangen.

Der Einfachheit halber werden für die Maschinen konstante Daten und identische unendliche Investitionsketten unterstellt. Ihre Kapitalwerte der Gewinne G ergeben sich aus den Zahlungsströmen der Anlagenauszahlungen A, der Liquidationserlöse L, der laufenden Anlagenzahlungen C sowie der Einzahlungen E für die Deckungsbeiträge der verkauften Produkte. Die Werte dieser Größen hängen von den Variablen Zeit t, Periodenbeschäftigung y_t und kumulierter Beschäftigung Y_t ab. Die Kapazität jeder Anlage ist in jeder Periode beschränkt.

Das Ziel der langfristigen Planung besteht in der Maximierung des Kapitalwerts der Gewinne G zum Zeitpunkt *0*. Hierzu müßte eine nichtlineare Zielfunktion unter linearen Kapazitätsnebenbedingungen gelöst werden. Um einen einfacheren Lösungsweg zu finden, kann man von den Eckpunkten des in *Abbildung 13* wiedergegebenen Lösungsraums ausgehen. Deren Kapitalwerte des Gewinns sind aus *Abbildung 14* ersichtlich. Im betrachteten Beispiel stimmen die Kapitalwerte der beiden Alternativen *I* und *II* überein. Sie weisen dieselben Planbeschäftigungen und optimalen Nutzungsdauern bei Anlage A, aber unterschiedliche Werte für B auf.

---

1 Ausführlich s. Küpper (Planungsrechnung), S. 418ff.; Küpper (Ansatzpunkte), S. 804ff.; Küpper (Fundierung), S. 36ff.

Größe	Anlage A	Anlage B
Anschaffungskosten	$A_A = 150$	$A_B = 50$
Liquidationserlös	$L_A = \frac{300}{T+2}$	$L_B = \frac{75}{T+1}$
Maschinenabhängige Kosten pro Periode		
– allgemein	$C_A = 1{,}2 \cdot t + y_{At} + 0{,}0\bar{4} \cdot Y_{At}$	$C_B = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot y_{Bt} + 0{,}12 \cdot Y_{Bt}$
– bei Planbeschäf- tigung in allen Perioden	$C_A = 1{,}2 \cdot t + \bar{y}_A + 0{,}0\bar{4} \cdot \bar{y}_A \cdot t$	$C_B = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot \bar{y}_B + 0{,}12 \cdot \bar{y}_B \cdot t$
– nach kurzfristiger Beschäftigungs- änderung in t = τ	$C_A(t > t) = 1{,}2 \cdot t + \bar{y}_A$ $+0{,}0\bar{4} \cdot \bar{y}_A \cdot t + 0{,}0\bar{4} \cdot \Delta Y_A$	$C_B(t > t) = 0{,}3 \cdot t + 3 \cdot \bar{y}_B$ $+0{,}12 \cdot \bar{y}_B \cdot t + 0{,}12 \cdot \Delta Y_B$
Kostenänderung bei kurzfristiger (zeitl.) Beschäftigungsanpass.	$\frac{\partial C_A(t, Y_{At})}{\partial Y_{At}} = 0{,}0\bar{4}$	$\frac{\partial C_B(t, Y_{Bt})}{\partial Y_{Bt}} = 0{,}12$

Abb. 12: Daten der Anlagen A und B

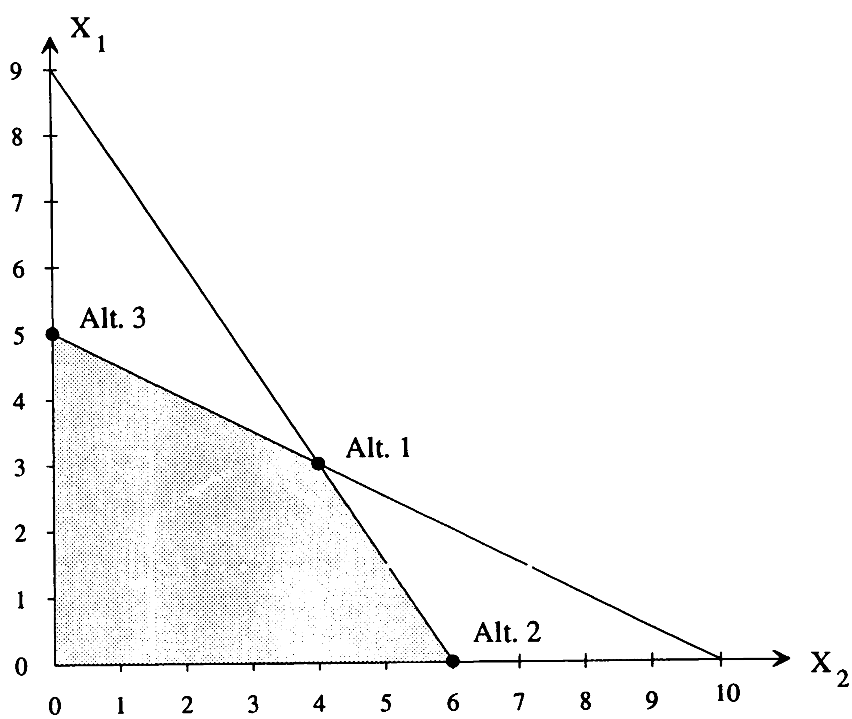


Abb. 13: Produktionsprogrammalternativen

	Alternative 1	Alternative 2	Alternative 3
Produktmengen	$x_1 = 3$ $x_2 = 4$	$x_1 = 0$ $x_2 = 6$	$x_1 = 5$ $x_2 = 0$
Planbeschäftigungen	$\bar{y}_A = 18$ $\bar{y}_B = 10$	$\bar{y}_A = 18$ $\bar{y}_B = 6$	$\bar{y}_A = 10$ $\bar{y}_B = 10$
Barwerte – Deckungsbeiträge (vor variablen Maschinenkosten)	$E = \frac{116,332}{i}$ $= 1163,32$	$E = \frac{102,498}{i}$ $= 1024,98$	$E = \frac{80}{i}$ $= 800$
– Kosten der Anlage A	$K_A = 481,23$	$K_A = 481,23$	$K_A = 381,56$
– Kosten der Anlage B	$K_B = 436,08$	$K_B = 297,74$	$K_B = 436,08$
Optimale Nutzungsdauern	$T_A = 13,5$ $T_B = 7,87$	$T_A = 13,5$ $T_B = 10,3$	$T_A = 15,5$ $T_B = 7,87$
Barwert des Gewinns	$G = 246,01$	$G = 246,01$	$-17,64$

Abb. 14: Kapitalwerte der Alternativen

In den Eckpunkten wird unterstellt, daß jede Anlage auf lange Sicht nur mit einer Periodenbeschäftigung eingesetzt wird. Eine bessere Lösung könnte sich ergeben, wenn auf längere Sicht ein Wechsel zwischen den Alternativen berücksichtigt wird. Da die Auslastung von Anlage *A* in beiden Alternativen *I* und *II* gleich ist, muß nur die Wirkung auf Anlage *B* erfaßt werden

Ein Wechsel zwischen den beiden Alternativen möge zum Zeitpunkt τ erfolgen. Wenn y_I die Periodenbeschäftigung der ersten ausgewählten Alternative und y_{II} die der zweiten bezeichnet, ergibt sich für die kumulierte Beschäftigung der Anlage *B*

(39) $$t < \tau \quad \rightarrow Y_t = y_I \cdot t$$

(40) $$t > \tau \quad \rightarrow Y_t = y_{II} \cdot t + (y_I - y_{II}) \cdot \tau = y_{II} \cdot t + \Delta y \cdot \tau$$

sowie deren laufende Anlagenzahlungen vor (C_I) und nach (C_{II}) dem Wechselzeitpunkt:

$$C_I = \alpha \cdot t + \beta \cdot y_I + \varepsilon \cdot Y_t \tag{41}$$

$$C_{II} = \alpha \cdot t + \beta \cdot y_{II} + \varepsilon \cdot Y_t = \alpha \cdot t + \beta \cdot (y_I - \Delta y) + \varepsilon \cdot Y_t \tag{42}$$

Bis zum Wechsel erzielt man die Deckungsbeiträge E_I, nach diesem E_{II}. Nach dem Ende der Nutzungsdauer wird die neue Anlage B wieder mit der Periodenbeschäftigung y_I eingesetzt, mit der man die Deckungsbeiträge E_I einnimmt. Die Zielfunktion ergibt sich demnach aus den abgezinsten Differenzen zwischen Deckungsbeiträgen und laufenden Anlagenzahlungen vor sowie nach dem Wechselzeitpunkt τ, den Anschaffungsauszahlungen A und dem Liquidationserlös L wie folgt:

$$G = \frac{1}{1-e^{-iT}} \cdot \left[\int_0^{\tau} (E_I - C_I) e^{-it} dt + \int_{\tau}^{T} (E_{II} - C_{II}) e^{-it} dt - A + L(Y_T) \cdot e^{-iT} \right] \tag{43}$$

Sie weist zwei unabhängige Variablen auf, den Wechselzeitpunkt τ und die Nutzungsdauer T der Anlage B. Durch partielle Differentiation nach der Nutzungsdauer T erhält man die aus der Investitionstheorie bekannte Optimierungsbedingung:

$$\frac{\partial G}{\partial T} = \frac{1}{1-e^{-iT}} \cdot \left[(E_{II} - C_{II}) \cdot e^{-iT} + \frac{dL}{dY_T} \cdot \frac{dY_T}{dT} \cdot e^{-iT} - i \cdot e^{-iT} \cdot L(Y_T) - i \cdot e^{-iT} \cdot G \right] = 0, \qquad \frac{\partial^2 G}{\partial T^2} < 0 \tag{44}$$

oder

$$E_{II} - C_{II}(T) + \frac{dL}{dY_T} \cdot \frac{dY_T}{dT} - i \cdot L(Y_T) - i \cdot G = 0 \tag{45}$$

Die partielle Differentiation nach τ führt zu dem optimalen Wechselzeitpunkt:

(46)
$$\frac{\partial G}{\partial \tau} = \frac{1}{1-e^{-iT}} \cdot \left[\left(E_I - C_I(\tau)\right) \cdot e^{-i\tau} - \left(E_{II} - C_{II}(\tau)\right) \cdot e^{-i\tau} - \int_\tau^T \frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} e^{-it} dt + \frac{dL}{dY_T} \cdot \frac{dY_T}{d\tau} \cdot e^{-iT} \right] = 0, \qquad \frac{\partial^2 G}{\partial \tau^2} < 0$$

oder

(47)
$$\left(E_I - C_I(\tau)\right) - \left(E_{II} - C_{II}(\tau)\right) = e^{i\tau} \cdot \left[\int_\tau^T \frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} \cdot e^{-it} dt - \frac{dL}{dY_T} \cdot \frac{dY_T}{d\tau} \cdot e^{-iT} \right]$$

Aus (41) und (42) erhält man:

(48)
$$C_I - C_{II} = \beta \cdot (y_I - y_{II}) = \beta \cdot \Delta y$$

(49)
$$\frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} = \varepsilon \cdot \Delta y = \frac{\partial C_{II}}{\partial Y_t} \cdot \Delta y$$

(50)
$$\frac{dY_t}{d\tau} = \Delta y$$

Nun läßt sich Gleichung (47) umformen:

(51)
$$E_I - E_{II} - \Delta y \cdot \beta = e^{i\tau} \cdot \Delta y \cdot \left[\int_\tau^T \frac{\partial C}{\partial Y_t} \cdot e^{-it} dt - \frac{dL}{dY_T} \cdot e^{-iT} \right]$$

Setzt man

(52)
$$e^{i\tau} \cdot \left[\int_\tau^T \frac{\partial C}{\partial Y_t} \cdot e^{-it} dt - \frac{dL}{dY_T} \cdot e^{-iT} \right] = d_N$$

ein, so ergibt sich schließlich:

(53) $$E_I - y_I \cdot (\beta + d_N) = E_{II} - y_{II} \cdot (\beta + d_N)$$

Jede Seite dieser Gleichung entspricht der Differenz zwischen den periodischen Deckungsbeiträgen und den Anlagenkosten. Der optimale Wechselzeitpunkt ist erreicht, wenn die Periodengewinne gleich sind. Beide Seiten geben eine einperiodige Zielfunktion wieder. Da β die zur Periodenbeschäftigung y_t proportionalen Kosten wiedergibt, kann man den Parameter d_N als nutzungsabhängige Abschreibung bezeichnen. Wenn sich dieser in der einperiodigen Kostenrechnung bestimmen läßt, könnte das langfristige Problem auch über die einperiodige Planung gelöst werden.

Im investitionstheoretischen Ansatz bestimmt man die nutzungsabhängige Abschreibung entsprechend Gleichung (47) durch Differentiation der Funktion des Kapitalwerts zum jeweiligen Zeitpunkt t. Da im betrachteten Fall die Einzahlungen beschäftigungsabhängig schwanken können, ist vom Kapitalwert nicht nur des Anlageneinsatzes, sondern des Gewinns $G_t(t,y_t,Y_t)$ einschließlich den Deckungsbeiträgen auszugehen. Zur Bestimmung der nutzungsabhängigen Abschreibungen ist diese wie in Gleichung (50) (vgl. auch Anhang 1) nach der kumulierten Beschäftigung Y_t der Anlage B partiell zu differenzieren. Wie in Anhang 3 hergeleitet, ergibt sich hierfür nach einigen Umformungen:

(54) $$\begin{aligned}\frac{\partial G_t}{\partial Y_t} &= e^{it} \cdot \left[\int_\tau^T \frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} \cdot \frac{d\tau}{dY_t} \cdot e^{-it} dt + \frac{dL}{dY_T} \cdot e^{-iT} \right. \\ &\quad \left. - \int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is} ds - \int_\tau^T \frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} \cdot \frac{d\tau}{dY_t} \cdot e^{-it} dt \right] \\ &= -e^{it} \cdot \left[\int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is} ds - \frac{dL}{dY_T} \cdot e^{-iT} \right] = -d_N\end{aligned}$$

Sie entspricht der negativen abnutzungsabhängigen Abschreibung. Unter Berücksichtigung von Gleichung (53) zeigt diese den optimalen Wechselzeitpunkt. Mit der investitionstheoretischen Abschreibung führt also die Maximierung der Periodengewinne

(55) $$G_t^* = E - y \cdot (\beta + d_N)$$

in der einperiodigen Planung zum Optimum der mehrperiodigen Planung (vgl. *Abbildung 15*).

Beschäftigungs-wechsel in	T_B^*	Barwert des Gewinns
4.0	9.19	248,8026
4,5	9,38	248,8379
4,6	9,4142	248,8389
4,7	9,45	248,8379
5,0	9,56	248,8238

Abb. 15: Bestimmung des optimalen Zeitpunkts für Beschäftigungswechsel

Jedoch stellt sich ein *Problem*. Um die nutzungsabhängige Abschreibung mit dem investitionstheoretischen Ansatz über Gleichung (54) zu berechnen, benötigt man die Kenntnis der optimalen Nutzungsdauer der Anlage *B*. Diese hängt jedoch von dem Wechselzeitpunkt τ ab. Deshalb setzt eine exakte Lösung der einperiodigen Planung die Lösung des mehrperiodigen Planungsproblems voraus. Optimale Nutzungsdauer und optimaler Wechselzeitpunkt bedingen sich gegenseitig. Dieses Dilemma kennen wir auch von anderen Problemen der Planungsrechnung.

Jedoch läßt das Beispiel von *Abbildung 16* erkennnen, daß Näherungswerte für die optimale Nutzungsdauer der Anlage *B* (wie z.B. die Nutzungsdauer der Alternative *II* ohne Beschäftigungswechsel) zu einer guten Lösung führen. Deshalb erscheint dieses Dilemma nicht zu einschneidend. Das investitionstheoretische Konzept führt auch bei Verwendung von Näherungswerten zu besseren Lösungen als ein Verzicht auf die Berücksichtigung nutzungsabhängiger Abschreibungen.

Ansatz	t	einperiodige Zielfunktion	Steigung	gewählte Alternative
ohne Abschreib.	∀t	$8{,}00x_1+11{,}083x_2$	-1,385	1
mit Abschreib.	0,5	$5{,}938x_1+9{,}405x_2$	-1,584	2
$T_B^*=9{,}4142$	4,6	$6{,}559x_1+9{,}839x_2$	-1,500	Wechsel
(langfristig optimale Lösung)	7,5	$7{,}181x_1+10{,}272x_2$	-1,431	1
mit Abschreib.	0,5	$5{,}854x_1+9{,}363x_2$	-1,599	2
$T_B^*=10{,}3$	4,6	$6{,}433x_1+9{,}776x_2$	-1,520	2
(Alternative 2)	7,5	$7{,}013x_1+10{,}188x_2$	-1,453	1

Abb. 16 : Einperiodige Zielfunktionen ohne und mit Berücksichtigung nutzungsabhängiger Abschreibungen

b) OPTIMALE BESTELLMENGE

Wendet man das investitionstheoretische Konzept auf die Bestimmung von Bestellmengen[1] an, so muß man im Unterschied zum traditionellen Vorgehen den durch die Beschaffung ausgelösten **Zahlungsstrom** betrachten. Unterstellt man wie im Grundmodell konstante Daten, so wird im Abstand von w Zeiteinheiten (= ZE) jeweils die feste Menge x angeschafft[2]. Bei einem fixen Güterbedarf r pro Periode können Einzahlungen aus dem Güterverkauf ebenso wie lagermengenunabhängige Zahlungen als nicht entscheidungsrelevant unberücksichtigt bleiben. Mit jeder Beschaffung fallen entsprechend *Abbildung 17* bestellfixe Zahlungen in Höhe von F sowie beim Preis q Zahlungen von $q \cdot r \cdot w$ für die bezogene Gütermenge an. Ferner entstehen während der Zeitdauer eines Bestellzyklus kontinuierlich lagermengenabhängige Auszahlungen in Höhe von c pro Stück und Zeiteinheit.

1 Vgl. hierzu Rieper (Bestellmengenrechnung), S. 1231ff.; Schramm (Kapitalwertfunktion), S. 466ff.: Beide bestimmen die optimale Bestellmenge aus dem Kapitalwert der Zahlungen, ohne auf den investitionstheoretischen Ansatz Bezug zu nehmen.

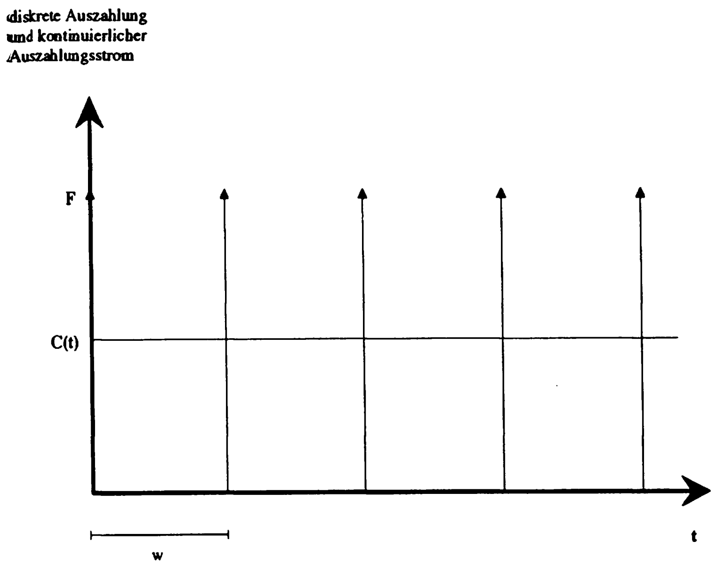


Abb. 17: Zeitdiskrete und -kontinuierliche Auszahlungen

Damit läßt sich der Barwert der Zahlungen für *einen Bestellzyklus* K_Z bei kontinuierlicher Verzinsung mit der Verzinsungsenergie i ermitteln:

(56) $$K_Z = F + q \cdot r \cdot w + \int_0^w c \cdot r \cdot (w-t) \cdot e^{-it}\, dt$$

Wenn man keine genaueren Informationen über die künftige Entwicklung des Güterbedarfs hat, erscheint die Prämisse eines konstant bleibenden Bedarfs r je Periode angemessen. Dann kann man eine *unendliche Kette* identischer Bestellzyklen unterstellen und kommt zu dem Kapitalwert K:

(57) $$K = \frac{K_Z}{1-e^{-iw}} = \frac{1}{1-e^{-iw}} \cdot \left(F + q \cdot r \cdot w + c \cdot r \cdot w \cdot \int_0^w e^{-it}\, dt - c \cdot r \cdot \int_0^w t \cdot e^{-it}\, dt \right)$$

Die Höhe der Bestellmenge x hängt vom Güterbedarf je Zeiteinheit und der Dauer eines Bestellzyklus w ab:

2 Vgl. Küpper (Planning), S. 56f..

(58)
$$x = r \cdot w$$

Um die optimale Bestellmenge herzuleiten, ist das Minimum der Kapitalwertfunktion (57) in Abhängigkeit von w zu bestimmen. Man erhält die Optimierungsbedingung:

(59)
$$\frac{dK}{dw} = 0$$

(60)
$$r \cdot (q \cdot i + c) \cdot \left(\frac{e^{iw} - 1}{i} \right) = i \cdot F + q \cdot r \cdot i \cdot w + c \cdot r \cdot w$$

Ihre analytische Lösung ist wegen der Verwendung von Zinseszinsen nur schwer möglich. Als Approximation für die Verzinsung kann man die ersten Glieder der Taylorentwicklung verwenden:

(61)
$$\frac{e^{iw} - 1}{i} = \int_0^w e^{it}\, dt \approx w + \frac{i \cdot w^2}{2}$$

Mit ihr werden die *Zinseszinsen* vernachlässigt, wie man anhand von Gleichung (62) erkennen kann:

(62)
$$w + i \cdot \left[(0,5 + w - 1) + (0,5 + w - 2) + \ldots + (0,5 + w - w) \right] = w + \frac{i \cdot w^2}{2}$$

Eine Überprüfung zeigt, daß diese *Approximation* für relativ kleine Zinssätze und/oder kurze Zyklusdauern w befriedigend ist, bei höheren Zinsen oder langem Bestellzyklus jedoch zu großen Abweichungen führt (vgl. *Abbildung 18*).

Zinssatz	Bestell-zyklus	exakter Wert	Näherung
0,002	3	3,009	3,009
0,002	5	5,025	5,025
0,002	10	10,101	10,100
0,1	1	1,052	1,050
0,1	10	17,183	15,000
0,5	10	294,826	35,000

Abb. 18: Überprüfung der Approximation

Setzt man die Approximation in die Optimierungsgleichung (62) ein, so erhält man:

(63)
$$r \cdot (q \cdot i + c) \cdot \left(w + \frac{i \cdot w^2}{2} \right) = i \cdot F + q \cdot r \cdot i \cdot w + c \cdot r \cdot w$$

Daraus läßt sich die *optimale Zeitdauer* w^* eines Bestellzyklus herleiten:

(64)
$$w^* = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{r \cdot (q \cdot i + c)}}$$

Also ist wegen Gleichung (58) die *optimale Bestellmenge* x^*:

(65)
$$x^* = r \cdot w = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot r}{q \cdot i + c}}$$

Sie entspricht exakt dem traditionellen Ergebnis. Daraus ist zu schließen, daß die *Vernachlässigung von Zinseszinsen* und die *Art der Approximation* für die Abweichung von dem auf das mehrperiodige Erfolgsziel ausgerichteten Ansatz bestimmend sind.

c) KURZ- UND LANGFRISTIGE PREISUNTERGRENZE

Einen weiteren Anhaltspunkt für die Verknüpfung des investitionstheoretischen mit verschiedenen kostenrechnerischen Ansätzen liefert die Bestimmung von *Preisuntergrenzen*[1]. In ihr wird vereinfachend davon ausgegangen, daß bis zum Anlaufen der Fertigung eines Produktes *Vorleistungskosten* z.B. für Forschung A_F, Entwicklung A_E und Anlagenkauf A_A erbracht werden müssen. Ausgangspunkt für die Berechnung von Preisuntergrenzen ist der *Kapitalwert* G der während des gesamten Lebenszyklus einer Produktart anfallenden Zahlungen:

(66) $$G = -A_F - A_E \cdot e^{-i} - A_A \cdot e^{-2i} - F \cdot \sum_{t=t'}^{T-1} e^{-it} + k_v \cdot \frac{\alpha}{100} \cdot x \cdot \int_{t=t'}^{T} e^{-it}\, dt$$

In ihm wird unterstellt, daß in den Perioden der Herstellung jeweils zum Periodenbeginn fixe Zahlungen F und laufend die Zahlungen k_v je Stück zu leisten sind. Nach einer Forschungs- und Entwicklungszeit werde das Produkt in dem Zeitraum t' bis T gefertigt und abgesetzt. Der Stückdekkungsbeitrag ist als Zuschlagssatz α auf die variablen Kosten k_v angegeben. Man erhält die *Preisuntergrenze*, indem man Gleichung (66) für einen Kapitalwert von $G = 0$ nach α auflöst:

(67) $$\alpha = \frac{A_F + A_E \cdot e^{-i} + A_A \cdot e^{-2i} + F \cdot \sum_{t'}^{T-1} e^{-it}}{k_v \cdot x \cdot \int_{t'}^{T} e^{-it}\, dt} \cdot 100$$

Wie *Abbildung 19* veranschaulicht, sinkt die Preisuntergrenze bis auf einen Wert von $\alpha = 0$, wenn man nur *einen Produktzyklus* betrachtet. Dann entspricht die investitionstheoretisch ermittelte Preisuntergrenze in der letzten Periode nach der fixen Zahlung F den *variablen Kosten*. Sie geht also in die *absolute Preisuntergrenze* über, wenn alle nicht unmittelbar produktbezogenen Zahlungen geleistet sind.

Unterstellt man dagegen, daß nach Ablauf eines Produktes ein *Nachfolgeprodukt* mit einer entsprechenden Zahlungsreihe aufgelegt wird, schwankt die Preisuntergrenze um einen Mittelwert. Dieser entspricht dem in der *Vollkostenrechnung* angesetzten Durchschnittswert der nicht un-

1 Küpper (Fundierung), S. 41ff..

mittelbar produktbezogenen Zahlungen. Man erhält den Durchschnittswert aus dem investitionstheoretischen Ansatz, wenn der Zinssatz Null wird[1] oder wenn die Zahlungen für Vorleistungen kontinuierlich während des gesamten Produktzyklus erfolgen.

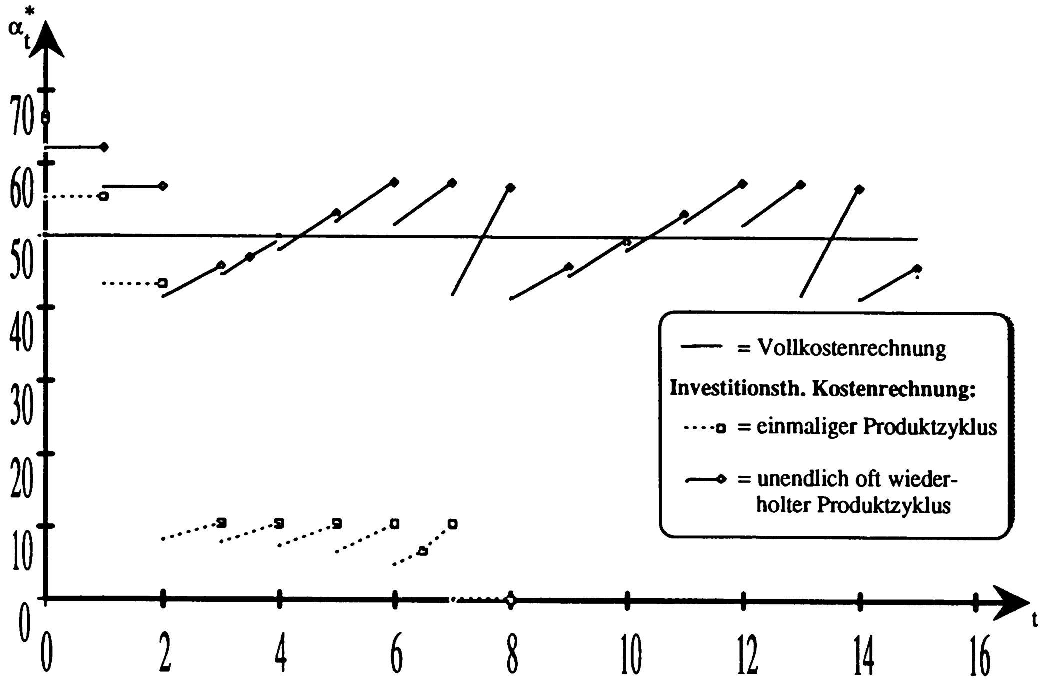


Abb. 19: Beispiel für den Verlauf der Preisuntergrenzen bei einem und unendlich vielen Produktzyklen; (Quelle: nach den Zahlen von Küpper (Fundierung), S. 42)

Die Lösungen der Teil- und der Vollkostenrechnung erweisen sich damit als Grenzfälle des investitionstheoretischen Ansatzes. Die variablen Kosten bilden die kurzfristige Preisuntergrenze, die vollen Durchschnittskosten die langfristige, sofern alle Zahlungen regelmäßig anfallen, der Zinssatz Null wird oder die Zinsen gesondert verrechnet werden.

---

1 Küpper (Fundierung), S. 41.

III. Der investitionstheoretische Ansatz als Grenzfall eines kontrolltheoretischen Modells

1. Grundlegende Merkmale des kontrolltheoretischen Modells zur Bestimmung von Anlagenkosten

Während bisher die Verbindung zur Kostenrechnung und damit zur kurzfristigen Planung betrachtet worden ist, wird nun der Blick in die umgekehrte Richtung gelenkt. Ein wichtiges Instrumentarium zur Erfassung und Lösung *dynamischer Probleme* liefert die *Kontrolltheorie*[1]. In ihr werden dynamische Beziehungen durch ein System von Differentialgleichungen abgebildet. Über die analytische Lösung des Differentialgleichungssystems bestimmt man die im Zeitablauf optimalen Alternativen.

Luhmer[2] und *Roski*[3] haben das kontrolltheoretische Modell auf die Bestimmung von *Anlagenkosten* angewandt. Grundlegend ist bei beiden die Annahme, daß man den Anlagenzustand durch eine *Potential- oder Zustandsvariable* $Z(t)$ erfassen kann. Sie bestimmt den Liquidationserlös und zusammen mit Input- und Outputvariablen die erzielbaren Überschüsse. Bislang ist die Herleitung der Anlagenkosten nur für relativ einfache Annahmen gelungen. So unterstellt *Roski*, daß die Anlagenleistung $u(t)$ in jedem Zeitpunkt proportional zum Anlagenzustand $Z(t)$ und der Liquidationserlös mit dem Faktor s proportional zum Anlagenzustand am Nutzungsdauerende $Z(T)$ sind. Der Anlagenzustand kann durch Instandhaltungsmaßnahmen mit den Zahlungen $j(t)$ verbessert werden. Wenn ein zustands- und leistungsproportionaler Stückdeckungsbeitrag $q(t)$ anfällt, beträgt der *Zahlungsüberschuß* $\ddot{U}(t)$ in jedem Zeitpunkt:

$$\ddot{U}(t) = q(t) \cdot u(t) \cdot Z(t) - j(t) \tag{68}$$

Wie im investitionstheoretischen Ansatz unterstellt man eine *Maximierung des Kapitalwerts*. Da die Anlagenleistung nicht konstant ist, müssen in ihm die Erlöse einbezogen werden. Im Falle einer unendlichen Investiti-

1 Feichtinger/Hartl (Kontrolle).
2 Luhmer (Produktionsprozesse).
3 Roski (Einsatz); Roski (Aggregatskosten).

onskette ist dieser *Kapitalwert G zum Investitionszeitpunkt*:

(69)
$$G = \left(1 - e^{-iT}\right)^{-1} \cdot \left[\int_0^T \ddot{U}(t) \cdot e^{-it}\, dt - A + s \cdot Z(T) \cdot e^{-iT} \right]$$

Für die Bestimmung der Anlagenkosten muß man vom *Kapitalwert* G_t *im Zeitpunkt t* ausgehen[1]:

(70)
$$G_t = e^{it} \cdot \left[\int_t^T \ddot{U}(r) \cdot e^{-ir}\, dr + s \cdot Z(T) \cdot e^{-iT} + e^{-iT} \cdot G \right]$$

Zentrale Bedeutung besitzt im kontrolltheoretischen Ansatz die Hypothese über die *Veränderung des Anlagenzustandes* in der Zeit. Im einfachsten Fall, mit dem noch eine analytische Lösung herleitbar ist, unterstellt man eine *lineare Abnahme* des Anlagenzustandes mit einem fixen Anteil $a(t)$ und einem proportionalen Anteil $b(t)$. Ferner wird angenommen, daß sich die Wirkung der Instandhaltung mit dem Faktor $c(t)$ proportional zur Instandhaltungszahlung $j(t)$ verhält. Die dynamische Zustandsänderung wird dann durch die Differentialgleichung

(71)
$$\frac{dZ}{dt} = -a(t) - b(t) \cdot Z(t) + c(t) \cdot j(t)$$

wiedergegeben. Wesentliche Komponente ist ein *Schattenpreis* $p(t)$ für die eingesetzte maschinelle Arbeit. Aufgrund des Maximumprinzips der Kontrolltheorie geht man dabei von der *Hamiltonfunktion H* aus[2]:

(72)
$$H = q \cdot u \cdot Z - j - p \cdot (a + b \cdot Z - c \cdot j)$$

Um eine analytische Lösung zu ermöglichen, werden die Parameter *a*, *b* und *c* ebenso wie *q* und *u* konstant gesetzt. Die in *j* lineare Hamiltonfunktion ergibt eine sogenannte "Bang-Bang-Steuerung"[3], nach der bei einem oberen Budgetwert *I* für die Instandhaltungszahlungen bis zu einem Um-

1 Vgl. zum einzelnen Küpper (Konzepte).
2 Roski (Aggregatskosten), S. 534 sowie Roski (Einsatz), S. 148ff..
3 Vgl. Intriligator (Optimization), S. 358.

schaltzeitpunkt t_s Instandhaltungen in Höhe der Obergrenze I erfolgen und danach keine Instandhaltungen mehr durchgeführt werden. Der Umschaltzeitpunkt t_s wird durch die Bedingung

$$c(t_s) \cdot p(t_s) = 1 \tag{73}$$

bestimmt. Für den Verlauf des Schattenpreises erhält man aus der Hamiltonfunktion über das *Maximumprinzip* die Bestimmungsgleichung

$$\frac{dp}{dt} = i \cdot p(t) - q(t) \cdot u(t) + b(t) \cdot p(t) \tag{74}$$

unter Beachtung der *Transversalitätsbedingung*

$$p(T) = s \tag{75}$$

Diese Differentialgleichung ist zu lösen. Sie liefert bei konstantem b und q die gesuchte *Schattenpreisfunktion*[1]:

$$p(t) = \frac{q \cdot u - q \cdot u \cdot e^{-(i+b)\cdot(T-t)}}{i+b} + s \cdot e^{-(i+b)\cdot(T-t)} \tag{76}$$

Die *Zustandsfunktionen* vor und nach dem Umschaltzeitpunkt ergeben sich über die Lösung der Differentialgleichung (74) unter Beachtung der optimalen Instandhaltungsstrategie. Dabei ist Z_0 der Anfangszustand:

$$Z(t) = \left(Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}\right) \cdot e^{-bt} - \frac{a - c \cdot I}{b} \qquad 0 \le t \le t_s \tag{77}$$

$$\tilde{Z}(t) = \left[Z_0 + \frac{a}{b} + \frac{c \cdot I}{b} \cdot \left(e^{bt_s} - 1\right)\right] \cdot e^{-bt} - \frac{a}{b} \qquad t_s \le t \le T \tag{78}$$

---

1 Vgl. Roski (Einsatz), S. 179ff..

Die *optimale Nutzungsdauer* kann mit Hilfe des Maximumprinzips ermittelt werden. Man erhält die Optimierungsbedingung[1]:

$$(79) \qquad \ddot{U}(T) + p(T) \cdot \frac{dZ(T)}{dT} - i \cdot s \cdot Z(T) - i \cdot G = 0$$

Sie stimmt mit der kapitaltheoretisch hergeleiteten Optimierungsbedingung überein[2]. Diese Zusammenhänge sind in Abbildung 20 an einem Beispiel veranschaulicht.

Daten: a=2; b=0,2; c=0,11; l=5; s=4; z_0=100; A=800; q(t)=3; u(t)=1; j=0,1; T_{opt}=8,53; t_s=2,24; G=104,56

t	Anlagen-zustand $Z(t)$	Zustands-änderung $\frac{dZ}{dt}$	Schatten-preis $p(t)$	$p(t)\frac{dZ}{dt}$	Perioden-kosten $p\int_a^b \frac{dZ}{dt}dt$	aufgezinster Kapitalwert G_t	Kapitalwert-änderung $\frac{dG_t}{dt}$
0	100,0					904,56	
0,5		-19,41	9,46	-183,62	-183,94		-183,62
1	80,56					720,62	
1,5		-15,89	9,27	-147,34	-147,60		-147,34
2	64,64					573,02	
2,5		-13,53	9,02	-122,03	-122,01		-122,03
3	51,22					452,02	
3,5		-11,08	8,67	-96,10	-96,28		-96,10
4	40,13					355,74	
4,5		-9,07	8,21	-74,47	-74,61		-74,47
5	31,04					281,13	
5,5		-7,43	7,58	-56,32	-56,43		-56,32
6	23,60					224,69	
6,5		-6,08	6,74	-40,97	-41,06		-40,97
7	17,51					183,63	
7,5		-4,98	5,60	-27,86	-27,93		-27,86
8	12,52					155,70	
8,53	10,253	-4,05	4,00	16,20	10,12	145,58	16,20
			L(T)=10,253·4 =41,012		= -758,98	904,56-145,58 =758,98	A-L(T)=75898

Abb. 20: Beispiel für den Vergleich mit dem kontrolltheoretischen Modell

1 Feichtinger/Hartl (Kontrolle), S. 44ff..
2 Vgl. Küpper (Konzepte), S. 408.

2. VERGLEICH ZWISCHEN KONTROLLTHEORETISCHEM UND INVESTITIONSTHEORETISCHEM ANSATZ

Um den kontrolltheoretischen mit dem investitionstheoretischen Ansatz zu vergleichen, muß man bei letzterem auch vom *Barwert* G_t der Ein- und Auszahlungen ausgehen. Eine Vernachlässigung der Erlöse bei der Abschreibungsermittlung ist im investitionstheoretischen Ansatz nur zulässig, wenn diese konstant sind oder über andere Variablen direkt in das Planungsmodell eingehen[1]. In dem oben dargestellten kontrolltheoretischen Modell werden aber eine Abnahme des Anlagenzustandes *Z(t)* und damit der Produktionsmenge sowie der Erlöse unterstellt. Um von übereinstimmenden Anwendungsbedingungen auszugehen, muß man die investitionstheoretische Abschreibung als negative Änderung des Gewinnbarwertes G_t bestimmen. Nach der im kontrolltheoretischen Modell angenommenen Instandhaltungspolitik werden bis zum Umschaltzeitpunkt t_s konstante Instandhaltungszahlungen in Höhe von I je Zeiteinheit geleistet. Der *Barwert des Gewinns* G_t *zum Zeitpunkt t* wird deshalb durch die beiden folgenden Gleichungen bestimmt:

(80)
$$G_t = e^{it} \cdot \left[\int_t^{t_s} \left(q \cdot u \cdot Z(s) - I\right) \cdot e^{-is}\, ds + \int_{t_s}^{T} q \cdot u \cdot \tilde{Z}(t) \cdot e^{-is}\, ds + s \cdot \tilde{Z}(T) \cdot e^{-iT} \right]$$
$$= G \cdot e^{-i(T-t)} \qquad 0 \le t \le t_s$$
$$G_t = e^{it} \cdot \left[\int_t^{T} q \cdot u \cdot \tilde{Z}(s) \cdot e^{-is} ds + s \cdot \tilde{Z}(T) \cdot e^{-iT} \right] + G \cdot e^{-i(T-t)} \qquad t_s \le t \le T$$

Hieraus erhält man für die investitionstheoretische *Gesamtabschreibung* D_G:

(81)
$$\frac{dG_t}{dt} = -\frac{q \cdot u \cdot b \cdot R}{j+b} \cdot e^{-bt} + e^{it} \cdot e^{-(i+b) \cdot T} \cdot \frac{b \cdot R \cdot \left[q \cdot u - s(i+b)\right]}{i+b}$$
$$+ i \cdot e^{-i(T-t)} \cdot G \qquad 0 \le t \le t_s$$
$$\frac{dG_t}{dt} = -\frac{q \cdot u \cdot b}{j+b} \cdot \left(R + \frac{c \cdot I}{b} \cdot e^{bt_s}\right) \cdot e^{-bt} + \frac{a \cdot e^{-i(T-t)} \cdot (q \cdot u - s \cdot i)}{i+b}$$
$$+ i \cdot e^{-i(T-t)} \cdot G \qquad t_s \le t \le T$$

mit $\quad R = Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}$

---

1 Küpper (Fundierung), S. 29.

Es läßt sich zeigen[1], daß diese Abschreibung mit dem Produkt aus Schattenpreis *p(t)* und Zustandsänderung *dZ/dt* des kontrolltheoretischen Modelles übereinstimmt:

(82) $$p \cdot \frac{dZ}{dt} = \frac{dG_t}{dt}$$

Dies veranschaulicht der Vergleich im Zahlenbeispiel in *Abb. 20*. Der investitionstheoretische Ansatz kann deshalb als *spezielle Form* eines kontrolltheoretischen Modells interpretiert werden. Sein zentraler Unterschied liegt beim Abschreibungsproblem darin, daß die *dynamischen Beziehungen* nicht direkt über eine Differentialgleichung des Anlagenzustands entsprechend Gleichung (71), sondern *indirekt* über eine Variable für die *kumulierte Beschäftigung* Y_t erfaßt werden. In dieser schlägt sich indirekt der Zusammenhang mit der Beschäftigung in vorhergehenden Zeitabschnitten nieder. Durch diese vereinfachte Abbildung zeitlicher Beziehungen umgeht man die schwierigen Probleme einer analytischen Lösung des Differentialgleichungssystems.

Über die Variable *Z(t)* für den Anlagenzustand, die als Z-Situation im Sinn von Gutenberg[2] interpretiert werden kann, geht das kontrolltheoretische Modell bis auf die *Mengenebene* zurück. Demgegenüber bildet der investitionstheoretische Ansatz den Anlagenzustand indirekt und damit vereinfacht ab, indem er lediglich Hypothesen über die vom Anlagenzustand abhängigen *Zahlungen* für Wartung, Instandhaltung, Betriebsstoffverbrauch u.ä. verlangt. Daran wird deutlich, daß der investitionstheoretische Ansatz wohl von den beobachtbaren Zahlungen ausgeht, den Bezug zu den sie bewirkenden Mengenkomponenten jedoch nicht verleugnet. Durch den Übergang von Mengen- auf Wertgrößen wird das Modell *weniger präzise*, weil unterschiedliche Konfigurationen der Zustandsmerkmale einer Anlage denselben Zahlungsstrom auslösen können. Damit stellt das Konzept geringere Anforderungen an die Hypothesenformulierung und -prüfung.

3. BEDEUTUNG DER VERKNÜPFUNG DES INVESTITIONSTHEORETISCHEN KONZEPTS MIT DER KONTROLLTHEORIE

Die Einbettung des investitionstheoretischen Ansatzes in die Kontroll-

1 Vgl. Anhang 2; zur verfeinerten Analyse vgl. Winckler (Ansätze), S. 30ff.
2 Vgl. Gutenberg (Produktion), S. 329f.

theorie gibt diesem Konzept eine wichtige Basis. Auf diesem Weg könnte es möglich werden, es in eine umfassendere *dynamische Theorie* einzuordnen[1]. Die Verbindung zu einem Theorieansatz, der für eine größere Zahl von Problemstellungen der Wirtschaftswissenschaft genutzt worden ist, könnte Ansatzpunkte für fruchtbare Weiterentwicklungen liefern. Mit der Verbindung zu kontrolltheoretischen Modellen wird es ggf. möglich, zusätzliche dynamische Beziehungen beispielsweise über den technischen Fortschritt in die Planungsrechnung einzuführen.

Für die Lösung grundlegender *Probleme der Kostenrechnung* wie das Fixkostenproblem, den Zusammenhang zwischen kurz- und längerfristiger Preispolitik o.ä. und für ihre Verknüpfung zur längerfristigen Erfolgsrechnung ist die Berücksichtigung zeitlicher Interdependenzen von zentraler Bedeutung. Hierfür könnte die Verbindung mit dem Instrumentarium der Kontrolltheorie genutzt werden. Dabei erscheint letztere eher geeignet, mittel- bis längerfristige Planungsprobleme wie die Instandhaltung, die Bestimmung optimaler Nutzungsdauern und sonstige Investitionsentscheidungen abzubilden[2], in denen die zeitliche Entwicklung der Variablen und der technische Fortschritt eine wesentliche Rolle spielen. Wie der Vergleich mit den kostenrechnerischen Verfahren gezeigt hat, ist mit dem investitionstheoretischen Ansatz eine Brücke zu den kurzfristigen Modellen geschaffen, in denen die zeitlichen Beziehungen nur noch mit relativ kleinen Veränderungen wirksam sind.

IV. Gesichtspunkte zur Beurteilung des investitionstheoretischen Ansatzes

Die Analyse hat die These erhärtet, daß der investitionstheoretische Ansatz ein übergreifendes Konzept für die Kostenrechnung bilden kann, auch wenn nicht alle Kostenarten und alle relevanten Planungstatbestände untersucht worden sind. Vor allem die Erweiterung auf die Kosten für Personal[3] sowie für Forschung und Entwicklung stellen noch wichtige Aufgaben dar.

1. Untersuchung grundlegender empirischer Hypothesen des Ansatzes

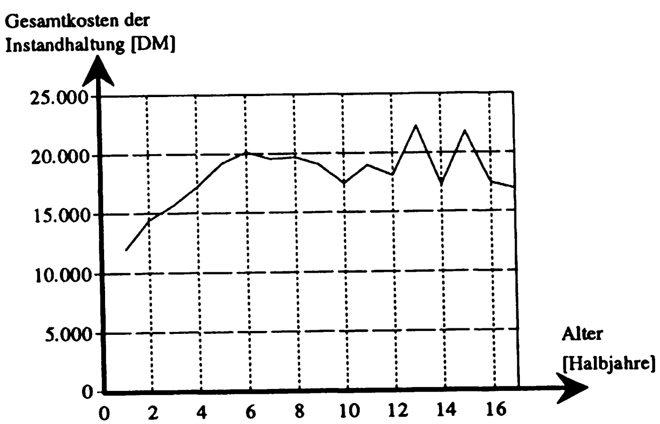
Für die Durchführung des investitionstheoretischen Konzepts sind *Ka-*

1 Vgl. Küpper (Theorie).
2 Feichtinger/Hartl (Kontrolle), S. 283ff.; Stöppler (Produktionstheorie).
3 Vgl. als erste Ansätze Streim (Fluktuationskosten); Küpper (Fundierung), S. 32ff.; Winckler (Ansätze), S. 151.

pitalwertfunktionen formuliert worden, die auf einfachen und in gewissem Umfang plausiblen Hypothesen beruhen. Um die praktische Bedeutung des Konzepts zu erkennen, müssen sie an der Empirie überprüft und ggf. durch realitätskonformere ersetzt werden. Dies gilt insbesondere für die Funktion der laufenden Anlagenzahlungen.

Eine eigene *empirische Erhebung* der anlagenabhängigen Kosten des LKW-Einsatzes[1] läßt gemäß *Abbildung 21* die Hypothese eines Anstiegs dieser Zahlungen als gerechtfertigt erscheinen. Diese Erhebung macht zugleich deutlich, daß die *Abgrenzung* zwischen dem Einfluß der *kumulierten Beschäftigung* und dem *Anlagenalter* statistisch kaum möglich ist. Beide Variablen sind äußerst eng korreliert. Darüber hinaus wird der Zahlungsverlauf durch eine Instandhaltungspolitik bestimmt, die im Hinblick auf eine im voraus grob festgelegte Nutzungsdauer die Instandhaltungsmaßnahmen gegen Ende der Nutzung bewußt verringert.

Daran wird ersichtlich, daß für eine Aufspaltung in zeit- und nutzungsabhängige Abschreibungen eine statistische Bestimmung der relevanten Funktionen nicht ausreicht. Vielmehr erfordert sie eine *theoretische Analyse* der Einflüsse und gegenseitigen Beziehungen der Variablen. Ein solches Vorgehen entspricht grundsätzlich dem Konzept der analytischen Kostenplanung, wie sie von *Kilger* für die Grenzplankostenrechnung empfohlen wird[2].



1 Vgl. Zhang (Instandhaltung), S. 129ff; Küpper/Zhang (Verlauf), S. 118ff.
2 Kilger (Plankostenrechnung), S. 358ff..

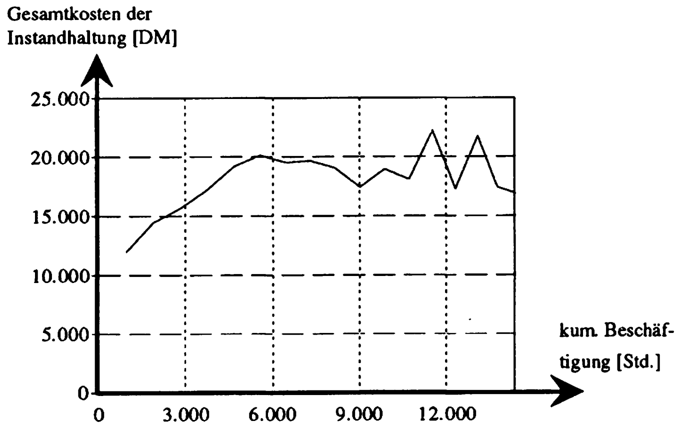


Abb. 21: *Ergebnisse einer empirischen Erhebung von instandhaltungsabhängigen Kosten LKW; (Quelle: nach den Zahlen von Küpper/Zhang (Verlauf), S. 116)*

2. BEDEUTUNG ALS DENKKONZEPT EINER PLANUNGSORIENTIERTEN KOSTENRECHNUNG

Die wichtigste Bedeutung des investitionstheoretischen Ansatzes liegt darin, daß er ein klares, theoretisch begründetes Konzept zur Gestaltung einer planungsorientierten Kostenrechnung, zur Beurteilung ihrer Verfahren und zur Lösung wichtiger Probleme bietet. Sie besteht nicht nur darin, daß für das Abschreibungsproblem ein neues Verfahren vorgeschlagen wird. Das Konzept geht über diese Kostenart hinaus. Auf der anderen Seite ist die Bedeutung nicht daran zu messen, ob sich aus ihm unmittelbar praktisch anwendbare Verfahren ergeben.

Die grundlegenden Merkmale des Konzepts einer Ausrichtung auf das *mehrperiodige Erfolgsziel(system)*, das für alle erfolgszielorientierten Planungsrechnungen bestimmend sein muß, der Ausrichtung auf *zukünftige* und nicht auf vergangene *Größen* und der Anknüpfung an die durch die Planungsvariablen ausgelösten *Zahlungen* erscheinen für jede erfolgsorientierte Planungsrechnung zumindest als Ausgangspunkt unabdingbar.

Das investitionstheoretische Konzept führt teilweise zu *anderen Denkansätzen*, als sie in traditionellen Verfahren und insbesondere in der Praxis vorherrschen. So weist es den Planer darauf hin, daß nicht die *Verteilung* von Anschaffungs- oder Wiederbeschaffungsausgaben bei der Bestimmung relevanter Anlagenkosten zu betrachten sind, sondern sein Wissen oder zumindest seine *Annahmen über die zukünftigen Zahlungen* für

Wartung, Instandhaltung, Liquidation, Anlagenersatz usw. Damit zeigt es die *Richtung* an, in welcher er Informationen suchen muß. Wie am Abschreibungsproblem beispielhaft deutlich wird, muß er nicht nach der *Aufspaltung* von Fixkosten, sondern nach der *zukünftigen Wirkung* der betrachteten Maßnahmen bei dem jeweiligen Einsatzgut und seinen Bestimmungsgrößen fragen. Daß es bei der Ermittlung nutzungsabhängiger Abschreibungen nicht um die Zerlegung eines eigentlich unteilbaren Gutes, sondern um die zeitliche und betragsmäßige Verschiebung von Wartungs- und Ersatzhandlungen geht, scheint gerade für die Praxis bedeutsam.

Auch wenn erst weitere Untersuchungen bestätigen sollten, daß sich gängige Kostenrechnungsverfahren aus dem investitionstheoretischen Konzept herleiten lassen, halte ich die Änderung des Denkansatzes für äußerst wichtig. Erst mit einem gut begründeten Konzept kann man zuverlässig zu richtigen Ergebnissen kommen. Der Versuch, die Zweckmäßigkeit und ggf. die implizit enthaltenen Approximationen bekannter Systeme und Verfahren der Kostenrechnung mit dem investitionstheoretischen Konzept zu analysieren und zu beurteilen, erweist sich aufgrund der dargestellten Fälle als vielversprechend. Möglicherweise gelangt man auf diesem Weg zu einer Weiterführung in der Auseinandersetzung um Voll- und/oder Teilkostenrechnung, die gegenwärtig eher durch eine Diskrepanz zwischen weitverbreiteter Betonung der Teilkostenrechnung in der Wissenschaft und beharrlicher Anwendung der Vollkostenrechnung oder zumindest kombinierter Rechnungen in der Praxis gekennzeichnet ist[1].

3. BEDEUTUNG FÜR DIE ENTWICKLUNG EINER INTEGRIERTEN PLANUNGSRECHNUNG

Aufgrund der engen Beziehung des investitionstheoretischen Konzepts zu den bekannten Systemen der Kostenrechnung einerseits und zur Investitionsrechnung andererseits liefert es einen Baustein zur Entwicklung einer *integrierten betrieblichen Planungsrechnung*[2]. Für die praktische Anwendung erscheint dabei vor allem wichtig, daß die *mittel- bis längerfristige Rechnung* ausgebaut wird. Bilanz- und Kostenrechnung dominieren die Unternehmensrechnung weitgehend[3]. Dies ist im Hinblick auf die unabdingbare Ausrichtung auf langfristige Erfolgsziele nicht einsichtig.

Auch in der *Gliederung der Betriebswirtschaftslehre* wird der enge Bezug zwischen den kurz- und den langfristigen Planungsrechnungen zu wenig beachtet. Fast durchweg werden Bilanzierung und Kostenrech-

---

1 Vgl. Küpper (Bedarf), S. 170ff.; Kilger (Plankostenrechnung), S. 467ff. und S. 698ff.; Plaut (Entwicklung), S. 360ff..

2 Vgl. Küpper (Planungsrechnung); Küpper (Verknüpfung).

3 Kloock (Aufgaben), S. 494; Brink (Unternehmungsrechnung), S. 565ff..

nung einerseits sowie Investition und Finanzierung andererseits als getrennte Bereiche behandelt. Diese Trennung sollte durch die Entwicklung einer integrierten Planungsrechnung überwunden werden. Für eine systematische und theoretisch begründete Informationsbereitstellung durch die Unternehmensrechnung erscheint dies unumgänglich. Zur Erreichung dieses Ziels könnte das investitionstheoretische Konzept ein maßgeblicher Baustein werden.

4. KONSEQUENZEN UND PROBLEME DER PRAKTISCHEN UMSETZUNG

Das investitionstheoretische Konzept liefert - zumindest gegenwärtig - der Praxis keine direkt anwendbaren Verfahren. Dennoch scheint es von großer praktischer Relevanz. Mit ihm könnte ein viel stärker planungs- und zielorientiertes Denken in die Informationsbereitstellung einziehen. Es hat sich im Auffinden neuer Denkansätze und Probleme bisher als recht fruchtbar erwiesen. Dies spricht dafür, daß seine Weiterentwicklung auch zu neuen praktisch anwendbaren Verfahren führen kann.

Natürlich gibt es beim gegenwärtigen Stand eine Vielzahl *offener Probleme*. Auf sie ist mehrfach hingewiesen worden[1]. Sie liegen vor allem in der empirischen und theoretischen Fundierung der erforderlichen *Kapitalwertfunktionen*, in der Erfassung von Kosten für *Personal* sowie für *Forschung und Entwicklung*, in dem Ausbau der mittel- bis längerfristigen Rechnung, in der Analyse des Zusammenhangs zwischen kurzfristigen *Einzelentscheidungen* und *Gesamtsystem* sowie in der Berücksichtigung *unsicherer Erwartungen*. Sie zu lösen ist keine leichte, nach den bisherigen Erfahrungen jedoch eine erfolgversprechende Aufgabe.

---

1 Küpper (Ansatzpunkte), S. 810f.; Küpper (Fundierung), S. 46; Küpper (Planungsrechnung), S. 426.

VERWENDETE LITERATUR

BRINK, H.-J.: (Unternehmungsrechnung) *Die Kosten- und Leistungsrechnung im System der Unternehmungsrechnung*, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis (30) 1978, S. 565-576.

FEICHTINGER, G. / HARTL, R.F.: (Kontrolle) *Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse*, Berlin, New York 1986.

FRANZ, K.-P.: (Mittelbindung) *Die Auswirkungen betrieblicher Mittelbindungen und ihre Berücksichtigung in kurzfristigen Kostenverwertungsrechnungen sowie in Kostenrechnungen*, Habilitationsschrift, Aachen 1984.

GOKHAN, E. / BOEKEL, U. / WENGER, E.: (Nutzungsdauer) *Wirtschaftliche und tatsächliche Nutzungsdauer von Personalkraftwagen*, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis (37) 1985, S. 469-479.

GUTENBERG, E.: (Produktion) *Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre - Die Produktion,* Erster Band, 24. unveränderte Aufl., Berlin 1983.

HEINEN, E.: (Kostenlehre) *Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, Kostentheorie und Kostenentscheidungen*, 6. Aufl., Wiesbaden 1983.

HOTELLING, H.: (Depreciation) *A General Mathematical Theory of Depreciation*, in: The Journal of the American Statistical Association (20) 1925, S. 340-353.

INTRILIGATOR, M.D.: (Optimization) *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Englewood Cliffs, N.J. 1971.

KILGER, W.: (Plankostenrechnung) *Flexible Plankostenrechnung und Deckungsbeitragsrechnung*, 9. Aufl., Wiesbaden 1988.

KISTNER, K.-P. / LUHMER, A.: (Betriebsmittel) *Zur Ermittlung der Kosten der Betriebsmittel in der statischen Produktionstheorie*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (51) 1981, S. 165-179.

KLOOCK, J.: (Aufgaben) *Aufgaben und Systeme der Unternehmensrechnung*, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis (30) 1978, S. 493-510.

KLOOCK, J.: (Investitionsrechnungen) *Mehrperiodige Investitionsrechnungen auf der Basis kalkulatorischer und handelsrechtlicher Erfolgsrechnungen*, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (33) 1981, S. 873-890.

KLOOCK, J.: (Perspektiven) *Perspektiven der Kostenrechnung aus investitionstheoretischer und anwendungsorientierter Sicht*, in: Zukunftsaspekte der anwendungsorientierten Betriebswirtschaftslehre, hrsg. von E. Gaugler u.a., Stuttgart 1986, S. 289-302.

KÜPPER, H.-U.: (Abschreibung) *Die investitionstheoretische Abschreibung - Eine vergleichende Analyse des Konzepts und seiner Bestimmungsgrößen*, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium (14) 1985, S. 170-176.

KÜPPER, H.-U.: (Ansatzpunkte) *Kosten- und entscheidungstheoretische Ansatzpunkte zur Behandlung des Fixkostenproblems in der Kostenrechnung*, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (36) 1984, S. 794-811.

KÜPPER, H.-U.: (Bedarf) *Der Bedarf an Kosten- und Leistungsinformationen in Industrieunternehmungen - Ergebnisse einer empirischen Erhebung*, in: Kostenrechnungspraxis 1983, S. 169-181.

KÜPPER, H.-U.: (Fundierung) *Investitionstheoretische Fundierung der Kostenrechnung*, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (37) 1985, S. 26-46.

KÜPPER, H.-U.: (Konzepte) *Investitionstheoretische versus kontrolltheoretische Abschreibung: Alternative oder gleichartige Konzepte einer entscheidungsorientierten Kostenrechnung*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (58) 1988, S. 397-415.

KÜPPER, H.-U.: (Planning) *Multi-Period Production Planning and Managerial Accounting*, in: Modern Production Concepts - Theory and Applications, hrsg. v. G. Fandel und G. Zäpfel, Heidelberg u.a. 1991, S. 46-62.

KÜPPER, H.-U.: (Planungsrechnung) *Investitionstheoretischer Ansatz einer integrierten betrieblichen Planungsrechnung*, in: Information und Wirtschaftlichkeit, hrsg. v. Ballwieser, W. / Berger, K.-.H., Wiesbaden 1985, S. 405 - 432.

KÜPPER, H.-U.: (Theorie) *Gegenstand und Ansätze einer dynamischen Theorie der Kostenrechnung*, in: Zeitaspekte in betriebswirtschaftlicher Theorie und Praxis, hrsg. v. H. Hax, W. Kern und H.-H. Schröder, Stuttgart 1988, S. 43-59.

KÜPPER, H.-U.: (Verknüpfung) Verknüpfung von Investitions- und Kostenrechnung als Kern einer umfassenden Planungs- und Konstrollrechnung, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 1990, S. 253-267.

KÜPPER, H.-U.: (Zinsen) *Bestands- und zahlungsstromorientierte Berechnung von Zinsen in der Kostenrechnung*, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (43) 1991, S. 3-20.

KÜPPER, H.-U. / WINCKLER, B. / ZHANG, S.: (Entwicklung) *Die Entwicklung einer investitionstheoretischen Kosten- und Leistungsrechnung - Forschungsbericht*, Frankfurt 1989

KÜPPER, H.-U. / WINCKLER, B. / ZHANG, S.: (Erhebung) *Planungsverfahren und Planungsinformationen als Instrumente des Controlling - Ergebnisse einer empirischen Erhebung über ihre Nutzung in der Industrie*, in: Die Betriebswirtschaft (50) 1990, S. 435-458.

KÜPPER, H.-U. / WOLF, J.: (Verzinsung) *Diskrete oder kontinuierliche Verzinsung in investitionstheoretischen Ansätzen?*, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium 1990, S. 171-177.

KÜPPER, H.-U. / ZHANG, S.: (Verlauf) *Der Verlauf anlagenabhängiger Kosten als Bestimmungsgröße variabler Abschreibungen*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (61) 1991, S.109-126.

LAßMANN, G.: (Einflußgrößenrechnung) *Einflußgrößenrechnung*, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. v. E. Kosiol, K. Chmielewicz und M. Schweitzer, 2. Aufl., Stuttgart 1981, Sp. 427-438.

LAßMANN, G.: (Erlösrechnung) *Die Kosten- und Erlösrechnung als Instrument der Planung und Kontrolle in Industriebetrieben*, Düsseldorf 1968.

LAßMANN, G.: (Gestaltungsformen) *Gestaltungsformen der Kosten- und Erlösrechnung im Hinblick auf Planungs- und Kontrollaufgaben*, in: Die Wirtschaftsprüfung 1973, S. 4-17.

LÜCKE, W.: (Investitionsrechnung) *Investitionsrechnung auf der Grundlage von Ausgaben oder Kosten?*, in: Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung (NF) (7) 1955, S. 310-324.

LÜCKE, W.: (Zinsen) *Die kalkulatorischen Zinsen im betrieblichen Rechnungswesen*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (35) 1965, Ergänzungsheft, S. 22ff..

LUHMER, A.: (Abschreibungskosten) *Fixe und variable Abschreibungskosten und optimale Investitionsdauer - Zu einem Aufsatz von Peter Swoboda*, in: ZfB, 50. Jg., 1980, S. 897-903.

LUHMER, A.: (Produktionsprozesse) *Maschinelle Produktionsprozesse - Ein Ansatz dynamischer Produktions- und Kostentheorie*, Opladen 1975.

MAHLERT, H.: (Abschreibungen) *Die Abschreibungen in der entscheidungsorientierten Kostenrechnung*, Köln, Opladen 1976.

PLAUT, H. G.: (Entwicklung) *Die Entwicklung der flexiblen Plankostenrechnung zu einem Instrument der Unternehmensführung*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (57) 1987, S. 355-366.

RIEBEL, P.: (Einzelkostenrechnung) *Einzelkosten- und Deckungsbeitragsrechnung - Grundfragen einer markt- und entscheidungsorientierten Unternehmensrechnung*, 6. Aufl., Wiesbaden 1990.

RIEPER, B.: (Bestellmengenrechnung) *Die Bestellmengenrechnung als Investitions- und Finanzierungsproblem*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (56) 1986, S. 1230-1255.

ROSKI, R.: (Aggregatskosten) *Planungsrelevante Aggregatskosten*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (57) 1987, S. 526-545.

ROSKI, R.: (Einsatz) *Einsatz von Aggregaten - Modellierung und Planung*, Berlin 1986.

SCHNEIDER, D.: (Nutzungsdauer) *Die wirtschaftliche Nutzungsdauer von Anlagegütern als Bestimmungsgrund der Abschreibungen*, Köln, Opladen 1961.

SCHRAMM, K.: (Kapitalwertfunktion) *Über die Kapitalwertfunktion des klassischen Losgrößenmodells*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (57) 1987, S. 465-482.

SCHWEITZER, M. / KÜPPER, H.-U.: (Systeme) *Systeme der Kostenrechnung*, 5. Aufl., Landsberg 1991.

STÖPPLER, S.: (Produktionstheorie) *Dynamische Produktionstheorie*, Opladen 1975.

STREIM, H.: (Fluktuationskosten) *Fluktuationskosten und ihre Ermittlung*, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (34) 1982, S. 128-146.

SWOBODA, P.: (Abschreibungskosten) *Die Ableitung variabler Abschreibungskosten aus Modellen zur Optimierung der Investitionsdauer*, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft (49) 1979, S. 563-580.

WINCKLER, B.: (Ansätze) *Investitions- und kontrolltheoretische Ansätze der Kostenrechnung*, Wiesbaden 1991.

ZHANG, S.: (Instandhaltung) *Instandhaltung und Anlagenkosten*, Wiesbaden 1990.

ANHANG

Anhang 1: Berechnung zeit- und nutzungsabhängiger Abschreibungen:

1. Kapitalwert vor dem Anlagenersatz (zum Zeitpunkt $t=0$, T, $2T$ usw.)

$$K = \frac{\int_0^T C(t,Y_t)\cdot e^{-it}\,dt + A - L(T,Y_T)\cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}} =$$

$$= \int_0^T C(t,Y_t)\cdot e^{-it}\,dt + A - L(T,Y_T)\cdot e^{-iT} + K\cdot e^{-iT}$$

2. Kapitalwert zum Zeitpunkt t (nach Anlagenersatz)

$$K_t = e^{it}\left[\int_t^T C(s,Y_s)\cdot e^{-is}\,ds - L(T,Y_T)\cdot e^{-iT} + K\cdot e^{-iT}\right]$$

3. Gesamtabschreibung

$$D_G = \frac{dK_t}{dt} = \frac{\partial K_t}{\partial t} + \frac{\partial K_t}{\partial Y_t}\cdot\frac{dY_t}{dt} = \frac{\partial K_t}{\partial t} + \frac{\partial K_t}{\partial Y_t}\cdot\bar{y}$$

4. Berechnung der Einzelabschreibungen:

a) Zu verwendende Ableitungsregeln

$$F(y) = \int_{x=\Phi(y)}^{x=\Psi(y)} f(x,y)\,dx$$

$$F'(y) = \int_{x=\Phi(y)}^{x=\Psi(y)} \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)\,dx + \Psi'(y)\cdot f[\psi(y),y] - \Phi'\{y\cdot f[\Phi(y),y]\}$$

b) kumulierte Beschäftigung

- Beschäftigungssprung in $s=t$:

$$Y_t = \bar{y} \cdot t + \Delta Y$$

- kumulierte Beschäftigung in $s>t$:

$$Y_s = Y_t + (s-t) \cdot \bar{y}$$

c) Nutzungsabhängige Abschreibung

Zu beachten ist:

$$T = T(Y_t)$$

In der Ableitung nach 4a) wird Y_t als y interpretiert. Dann ist $\Phi(y) = t$ als konstant anzunehmen; daher ist $\Phi'(y) = 0$ und $\Psi'(y) = T'$. Man erhält also:

$$D_N = \frac{\partial K_t}{\partial Y_t} \cdot \bar{y} =$$

$$= e^{it} \cdot \begin{bmatrix} \int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is}\, ds + T' \cdot C(T, Y_T) \cdot e^{-iT} - \frac{\partial L}{\partial Y_t} \cdot e^{-iT} \\ - \frac{\partial L}{\partial T} \cdot T' \cdot e^{-iT} + L \cdot i \cdot T' \cdot e^{-iT} - i \cdot T' \cdot K \cdot e^{-iT} \end{bmatrix} \cdot \bar{y} =$$

$$= e^{it} \begin{Bmatrix} \int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is}\, ds \cdot \bar{y} \\ +T' \cdot e^{-iT} \cdot \bar{y} \cdot \left[-i \cdot K + C(T, Y_t) - \frac{\partial L}{\partial Y_t} \cdot \frac{1}{T'} - \frac{\partial L}{\partial T} + i \cdot L \right] \end{Bmatrix}$$

Aus der Optimierungsbedingung für die Nutzungsdauer ergibt sich:

$$K = \frac{\int_0^T C(t,Y_t)\cdot e^{-it}\,dt + A - L(T,Y_T)\cdot e^{-iT}}{1-e^{-iT}}$$

$$\frac{\partial K}{\partial T} = \frac{\left[C(T,Y_T)\cdot e^{-iT} - \frac{\partial L}{\partial T}\cdot e^{-iT} - \frac{\partial L}{\partial Y_T}\cdot\frac{dY_T}{dT}\cdot e^{-iT} + i\cdot L\cdot e^{-iT}\right]\cdot\left(1-e^{-iT}\right)}{\left(1-e^{-iT}\right)^2}$$

$$-\frac{\left[\int_0^T C(t,Y_t)\cdot e^{-iT}\,dt + A - L(T,Y_T)\cdot e^{-iT}\right]\cdot\left(i\cdot e^{-iT}\right)}{\left(1-e^{-iT}\right)^2} = 0$$

bzw. $C(T,Y_T) - \frac{\partial L}{\partial T} - \frac{\partial L}{\partial Y_T}\cdot\frac{dY_T}{dT} + i\cdot L - i\cdot K = 0$

Unterstellt man

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{\frac{dT}{dY_t}} = \frac{dY_T}{dT}$$

und paßt man die Nutzungsdauer an die geänderte Beschäftigung optimal an, so ist:

$$D_N = e^{it}\cdot\int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s}\cdot e^{-is}\,ds\cdot\bar{y}$$

d) Zeitabhängige Abschreibung

Zu beachten ist:

In der Ableitung nach 4a) wird t als y und s als x interpretiert. Also ist $\Phi(y) = t$ und $\Phi'(y) = 1$ sowie $\Psi(y) = T(Y_t) = const.$ und damit $\Psi'(y) = 0.$ Da

$$Y_s = Y_t + (s-t)\cdot\bar{y}$$

hängt Y_S von t ab, Y_t nicht.

Es ist innerhalb des Integrals

$$\int C \cdot e^{-is} ds$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot \frac{dY_s}{dt} = \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot (-\bar{y})$$

Man erhält also

$$D_t = \frac{\partial K_t}{\partial t} = i \cdot K_t + e^{it} \cdot \left[\int_{s=t}^{s=T} \frac{\partial C}{\partial Y_s} (-\bar{y}) \cdot e^{-is}\, ds - C(t, Y_t) \cdot e^{-it} \right]$$

$$= i \cdot K_t - C(t, Y_t) - e^{it} \cdot \int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is}\, ds \cdot \bar{y}$$

e) Gesamtabschreibung: Nach 3.) ist

$$D_G = D_N + D_Z = i \cdot K_t - C(t, Y_t)$$

Anhang 2: Beweis von Gleichung (82)

Aus Gleichung (70) ergibt sich:

$$\frac{dG}{gt} = j \cdot G_t - \ddot{U}_{(t)}$$

In diese setzt man die Gleichungen (68), (77) und (70) sowie die Beziehung

$$i(t) = I \qquad\qquad 0 \le t \le T \le t_s$$

für eine "Bang-Bang"-Steuerung ein. Ferner berücksichtigt man die Beziehung (79) für die optimale Nutzungsdauer, in welche die Gleichungen (71) und (75) eingesetzt werden. Für die "Bang-Bang"-Steuerung erhält man dann:

$$\begin{aligned}
\frac{dG_t}{dt} &= j \cdot e^{jt} \cdot q \cdot u \cdot \left(Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}\right) \cdot \frac{e^{-(j+b)t} - e^{-(j+b)T}}{j+b} \\
&\quad + j \cdot e^{jt} \cdot \left(q \cdot u \cdot \frac{a - c \cdot I}{b} + I\right) \cdot \frac{e^{-jT} - e^{-jt}}{j} \\
&\quad + e^{jt} \cdot \frac{j}{j} \cdot \left[\begin{array}{l} q \cdot u \cdot \left(Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}\right) \cdot e^{-(j+b)T} - \left(q \cdot u \cdot \frac{a - c \cdot I}{b} + I\right) \cdot e^{-jT} \\ + s \cdot \left\{-a - b \cdot \left[\left(Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}\right) \cdot e^{-(j+b)T} - \frac{a - c \cdot I}{b}\right] + c \cdot I\right\} \end{array}\right] \\
&\quad - q \cdot u \cdot \left(Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}\right) \cdot e^{-bt} + q \cdot u \cdot \frac{a - c \cdot I}{b} + I \\
&= \left(Z_0 + \frac{a}{b} - \frac{c \cdot I}{b}\right) \cdot \left[\left(-s \cdot b - \frac{j \cdot q \cdot u}{j+b} + q \cdot u\right) \cdot e^{-(j+b)T} \cdot e^{jt} + \left(\frac{j \cdot q \cdot u}{j+b} - q \cdot u\right) \cdot e^{-bt}\right] \\
&\quad + \left(q \cdot u \cdot \frac{a - c \cdot I}{b} + I\right) \cdot \left(e^{-j(T-t)} - 1 - e^{-j(T-t)} + 1\right) \\
&= -\left(b \cdot Z_0 + a - c \cdot I\right) \cdot e^{-bt} \cdot \left[\frac{q \cdot u - q \cdot u \cdot e^{-(j+b)(T-t)}}{j+b} + s \cdot e^{-(j+b)(T-t)}\right] \\
&= \frac{dZ}{dt} \cdot p(t)
\end{aligned}$$

Anhang 3: Bestimmung variabler Abschreibungen

Zur Bestimmung variabler Abschreibungen differentiert man die Kapitalwertfunktion des Gewinns zu jedem Zeitpunkt $G_t(t,y_t,Y_t)$ nach der kumulierten Periodenbeschäftigung Y_t

$$\frac{\partial G_t}{\partial Y_t}=e^{it}\cdot\Bigg[\;e^{-i\tau}\cdot\frac{d\tau}{dY_t}\cdot\left\{E_I-E_{II}-C_I(\tau,Y_\tau)+C_{II}(\tau,Y_\tau)\right\}$$
$$+e^{-iT}\cdot\frac{dT}{dY_t}\cdot\left\{E_{II}-C_{II}(T,Y_T)+\frac{dL}{dY_T}\cdot\frac{dY_t}{dT}-i\cdot\left(L(Y_T)+G\right)\right\}$$
$$-\int_t^\tau\frac{\partial C_I}{\partial Y_s}\cdot e^{-is}ds-\int_\tau^T\frac{\partial C_{II}}{\partial Y_s}\cdot e^{-is}ds$$
$$-\int_t^\tau\frac{\partial C_I}{\partial\tau}\cdot\frac{\partial\tau}{\partial Y_s}\cdot e^{-is}ds-\int_\tau^T\frac{\partial C_{II}}{\partial\tau}\cdot\frac{\partial\tau}{\partial Y_s}\cdot e^{-is}ds\;\Bigg]$$

Aus

$$Y_T=Y_t+(T-t)\cdot y \qquad \text{und} \qquad \frac{dY_T}{dY_t}=1$$

erhält man

$$\frac{dL}{dY_T}\cdot\frac{dY_t}{dT}=\frac{dL}{dY_T}\cdot\frac{dY_T}{dT}$$

Im Optimum kann man die Gleichungen (47) und (45) addieren und erhält:

$$\frac{\partial G_t}{\partial Y_t}=e^{it}\cdot\Bigg\{\;\frac{d\tau}{dY_t}\left[\int_\tau^T\frac{\partial C_{II}}{\partial\tau}\cdot e^{-it}dt+\frac{dL}{dY_T}\cdot\frac{dY_T}{d\tau}\cdot e^{-iT}\;\right]$$
$$-\int_t^T\frac{\partial C}{\partial Y_s}\cdot e^{-is}ds-\int_t^\tau\frac{\partial C_I}{\partial\tau}\cdot\frac{d\tau}{dY_s}\cdot e^{-is}ds-\int_\tau^T\frac{\partial C_{II}}{\partial\tau}\cdot\frac{d\tau}{dY_t}\cdot e^{-it}dt\;\Bigg\}$$

Mit den Gleichungen (41) und (39) ergibt sich

$$\frac{\partial C_I}{\partial \tau} = 0 \qquad \text{und für} \qquad t < \tau \qquad \frac{d\tau}{dY_t} \cdot \frac{dY_T}{d\tau} = -1$$

und man erhält schließlich:

(54)
$$\frac{\partial G_t}{\partial Y_t} = e^{it} \cdot \left[\int_\tau^T \frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} \cdot \frac{d\tau}{dY_t} \cdot e^{-it} dt + \frac{dL}{dY_T} \cdot e^{-iT} \right.$$
$$\left. - \int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is} ds - \int_\tau^T \frac{\partial C_{II}}{\partial \tau} \cdot \frac{d\tau}{dY_t} \cdot e^{-it} dt \right]$$
$$= -e^{it} \cdot \left[\int_t^T \frac{\partial C}{\partial Y_s} \cdot e^{-is} ds - \frac{dL}{dY_T} \cdot e^{-iT} \right] = -d_N$$