Didaktik der Mathematik

21. Jahrgang 1993

Bayerischer Schulbuch-Verlag · München

Anschrift der Redaktion:
StD Franz Hager, Blütenstr. 9, 82178 Puchheim,
Telefon (089) 803043

Bezugsbedingungen
Jahresabonnement 4 Hefte DM 58,–,
Einzelheft DM 16,– zuzüglich Versandkosten
Postscheckkonto München 93370-805
Bankkonto: Bayer. Vereinsbank München 81154
»Didaktik der Mathematik« erscheint einmal vierteljährlich. Für unverlangt eingesandte Manuskripte wird keine Gewähr übernommen. Nachdrucke innerhalb der gesetzlichen Frist nur mit ausdrücklicher Genehmigung des Verlages.

Verlag und Anzeigenverwaltung
Bayerischer Schulbuch-Verlag,
Postfach 190253, 80602 München,
Hubertusstraße 4, 80639 München,
Telefon (089) 179120
Zur Zeit ist Anzeigenpreisliste Nr. 3 vom 1. 1. 1983 gültig.
Satz: Tutte Druckerei GmbH, Salzweg
Druck: E. Rieder Nachf., Schrobenhausen

Didaktik der Mathematik wird laufend im PÄDAGOGISCHEN JAHRESBERICHT (Verlag für pädagogische Dokumentation, Duisburg) bibliografisch nachgewiesen und regelmäßig für ZDM bzw. die Datenbank MATHDI ausgewertet.

ISSN 0343-5334

Inhaltsverzeichnis

DdM 2, 1993 (154–156)

Redaktionelle Bemerkung des wissenschaftlichen Beirats

Der vorhergehende Beitrag wurde als Situationsbericht ohne die von Gutachtern vorgeschlagenen Veränderungen und Ergänzungen abgedruckt. Der wissenschaftliche Beirat ist aber der Meinung, daß dieser Artikel einer Diskussion bedarf und fordert zu Stellungnahmen auf. Zum Einstieg folgen einige Anmerkungen von zwei Beiratsmitgliedern.

Bewährtes Mittel „Der Lehrer gibt an, selbst noch keine Lösung des Problems gefunden zu haben"?

Solch ein Grundsatz ist nicht gut, weil mit der Wahrheit beziehungsweise Unwahrheit leichtfertig umgegangen wird. In dieser Beziehung hat einer von uns als gebranntes Ostkind üble, sogar bitterste Erfahrungen. Zu fragen wäre auch, was die Lernpsychologie in dieser Hinsicht über den Umgang mit der Wahrheit bereithält. Wir hoffen, daß der Autor dieses „bewährte Mittel" nur ungeschickt zu Papier gebracht hat. Wenn er Probleme meint, die der Lehrer selbst noch nicht gelöst hat und bei denen er vielleicht eventuelle Lösungswege selbst noch nicht überschaut, setzt er sich der Gefahr aus, am Ende der Bemühungen zu keiner Lösung gekommen zu sein. Wie häufig darf man sich und den Lernenden solche Sachen zumuten? Also kurz: Ohne Umfelderörterungen darf es solchen Grundsatz nicht geben! Auch die folgende lakonische Nennung eines Grundsatzes „die Aufgabe wird vom Lehrer bewußt fehlerhaft oder unvollständig gelöst" bedarf einer näheren Ausführung. Einerseits ist geläufig, daß das Wackeln an Voraussetzungen in Problemlösungen nützlich ist. Hier muß man mehr sagen, weil der Leser mehr hören und sehen möchte. Meint der Autor hier auch vor allem echte Problemsituationen, wo das Herauspräparieren des Problems eine erste Leistung darstellt? Gegebenenfalls wünscht man hierzu interessante Tatsachenberichte. Andererseits muß man das Reizmittel eingestreuter Fehler behutsam handhaben. Konkrete Erfahrungen teilt uns der Autor hierzu nicht mit. Von Erhard Schmidt ist aus seinen Anfängervorlesungen überliefert, daß er bewußt Rechenfehler einbaute, um die Hörerschaft zum Mittun anzuhalten, was ihm dann auch kräftig gelang. Es herrschte eine schöpferische Unruhe, die bisweilen zu Tumulten ausartete. Die bekannte Meisterschaft Erhard Schmidts bestand darin, solche Tumulte gut auszubalancieren. Derartige Erfahrungen hat jeder Lehrende wohl selbst gemacht. Je gediegener der Hörer- bzw. Schülerkreis ist, um so mehr regen die nicht restlos ausgefeilten Darbietungen zum eigenen Arbeiten an. Jedoch möchten die Schwachen sich nicht noch mit zusätzlichen Stolpersteinen befassen müssen.

Beispiel „Kurve $r = \cos n\varphi$":

Es klingt in den Ausführungen danach, daß die Aufgabe ohne Computerbezug angegangen wird. Man darf aber heute doch wohl davon ausgehen, daß Computer ein brauchbares Werkzeug darstellen, dessen Benutzung geübt werden sollte. Man führe sich also die Computerbilder für verschiedene Parameterwerte n vor und analysiere die sichtbaren Phänomene. Bei $n \geq 2$ zeigen sich symmetrische „Blütenblätter bzw. Schiffsschrauben". Dabei wird die Kurvendarstellung $\varphi \mapsto (x(\varphi), y(\varphi)) = (r\cos\varphi, r\sin\varphi) = (\cos\varphi\cos n\varphi, \sin\varphi\cos n\varphi)$ benutzt. Bei $n = 1$ entsteht ein nach rechts gerückter Kreis. Das, was man sieht, ist staunenswert und drängt nach Erklärung!

Für ungerades n treten n Blätter auf, damit kann man für $n = 1$ ein Blatt erwarten, aber wohl nicht die Verrückung vorausahnen. Für gerades n treten 2n Blätter auf!

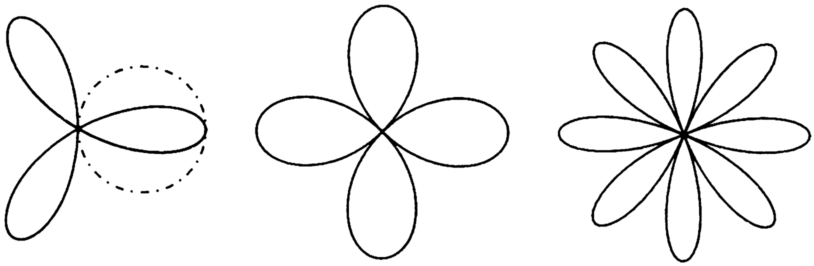

Fig. 1 Blätter für $n = (1,)\ 3,\ 2,\ 4$

Beispiel „Ladendiebstähle":

Die Aufgabe sollte in einem größeren Kontext abgehandelt werden (z. B. Erhebungen über Fischbesatz, Vogelbestand etc. durch Fang, Markieren, Aussetzen, Neufang bzw. Beobachtung!).

Ungleichungskette $10^1 < 9^2 < 8^3 < \ldots$:

Diese Aufgabe gehört zu dem Typ, bei dem man diskrete Werte als Testfolge aus einem kontinuierlichen Ablauf deutet. Dazu schaut man sich hier wieder mittels Computer(!) die Funktionsverläufe von $(10 - x)^{x+1}$ oder x^{11-x} an, wandelt diese aber wegen der zu erwartenden astronomischen Werte zweckmäßig ab in

$$\ln f(x) = \text{Faktor} \cdot (x + 1) \cdot \ln(10 - x)$$
$$\ln b(x) = \text{Faktor} \cdot (11 - x) \ln x$$

über dem Intervall $0{,}5 \leqq x \leqq 9{,}5$. Beide Funktionsgraphen erweisen sich als spiegelsymmetrisch zueinander, die Spiegelungsgerade ist $x_0 = 5$. Das erkennt man als Ersetzung $x \leftrightarrow (10 - x)$. Man kann sich auf einen der beiden Fälle beschränken. Monotoniebetrachtungen für den Funktionsgraphen liefern die Lösung. Wenn die Differentialrechnung für die Schüler bereitsteht, so kann man diese zu den Monotoniebetrachtungen nutzen. Die Funktion $h(x) = \frac{11 - x}{x} - \ln x$ muß dazu herangezogen werden. Die vom Autor angegebene Nullstelle ist unter dem Gesichtspunkt des möglichen Computereinsatzes recht grob. Hier könnte man auch Fixpunktbetrachtungen für die Funktion $F(x) = \frac{11 - x}{\ln x}$ bei $x > 1$ einbeziehen.

Aufgabe mit „Überraschungseffekt"?

Inwiefern zwingt die Prozentaufgabe zum Verlassen konventioneller Denkbahnen? Der wiederkehrende Haken bei Aufgaben der Prozentrechnung ist bekanntlich der richtige Bezug! Wenn 100 kg Beeren zu 99% aus Wasser bestehen, so bleibt 1 kg Nicht-Wasser (sagen wir Trockenmasse). Wenn nach Austrocknung 98% Wasser festgestellt werden, so ist in der ausgetrockneten Masse doppelt soviel Trockenmasse vorhanden als vorher. Von wieviel kg sind 1 kg nun 2%?

Von 50 kg! Der falsche Bezug, der sich einem aufdrängt, ist kein logisches, sondern ein psychologisches Problem. Dieses sollte der Autor erörtern!

Thema „geometrische Wahrscheinlichkeiten“:

Die Historie dieses Teils der Stochastik ist bekanntlich recht bewegt. Das wird im guten Unterricht auch nachvollzogen werden. Was hat der Autor Interessantes zu berichten?

Polyederaufgabe:

Warum hält der Autor bei dieser Aufgabe mit konkreten Erfahrungen zurück? Wie kommt man bei der Eulerschen Polyederformel zu der „natürlichen Vermutung“, daß es zu jedem $n \geqq 6$ ein konvexes Polyeder mit n Kanten gibt? Das Tetraeder (= 3-dimensionales Simplex) steht am Anfang der 3-dimensionalen konvexen Polyeder. Es hat 6 Kanten. Ein Polyeder mit einer Kante mehr zu vermuten, muß man dann doch wohl als unnatürlich einstufen!

J. Flachsmeyer, R. Fritsch