



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE TOULOUSE

Délivré par l'Université de Toulouse III – Paul Sabatier
Discipline ou spécialité : Ingénierie et Physique des Plasmas de Décharge

Présentée et soutenue par Samira KACEM

Le 30 Septembre 2011

Titre :

**MODELISATION ELECTRO-HYDRODYNAMIQUE DES
DECHARGES COURONNE DANS L'AIR A LA PRESSION
ATMOSPHERIQUE POUR APPLICATION AUX
ACTIONNEURS PLASMAS**

JURY

N. Bonifaci	Chargée de recherche au CNRS, Grenoble	Président
H. Elloumi	Maitre de Conférences à l'Université Sfax, Tunisie	Rapporteur
J. F. Loiseau	Professeur à l'Université de Pau et des pays de l'Adour	Rapporteur
O. Eichwald	Professeur à l'Université de Toulouse, LAPLACE	Directeur de thèse
K. Charrada	Professeur à l'Université de Monastir, Tunisie	Co-Directeur de thèse
M. Yousfi	Directeur de recherche au CNRS, LAPLACE Toulouse	Co-Directeur de thèse

Ecole doctorale : Génie Electrique, Electronique, Télécommunications
Unité de recherche : U.M.R-5213, LAPLACE Groupe de recherche PRHE

Auteur : Samira Kacem

Titre : Modélisation électro-hydrodynamique des décharges couronne dans l'air à la pression atmosphérique pour application aux actionneurs plasmas

Directeurs de thèse : O. Eichwald, , M. Yousfi, K. Charrada

Date et lieu de soutenance : 30 Septembre 2011 à la salle des colloques au laboratoire plasma et conversion d'énergie, Université Paul Sabatier (Toulouse III)

Résumé :

Les travaux de recherche sont consacrés à la modélisation électro-hydrodynamique des décharges couronne hors équilibre dans l'air en régime de breakdown streamer pour une configuration d'électrodes pointe positive-plan. Les modèles adoptés sont des modèles fluides bi-dimensionnels et les systèmes d'équations de transport sont discrétisés par la méthode des volumes finis explicite de type MUSCL. Le modèle de la dynamique des particules chargées (ou de dynamique des streamers) est un modèle d'ordre 1 s'arrêtant au premier moment de l'équation de Boltzmann et celui de la dynamique du gaz neutre générée par les décharges couronne est un modèle d'ordre 2 allant jusqu'à l'équation de conservation de l'énergie. Le modèle de la dynamique du streamer précédemment développé dans l'équipe a été optimisé en réduisant les temps de calcul du potentiel électrique de charge d'espace obtenu par la résolution de l'équation elliptique de Poisson. Ceci a été effectué à l'aide des techniques numériques Full Multigrid (FMG) et Multigrid (MG) dont les meilleures performances ont été comparées avec la méthode Successive Over relaxation (SOR) et la méthode MUMPS (MULTifrontal Massively Parallel Solver).

Par couplage faible avec la dynamique de la décharge, la simulation de la dynamique du gaz neutre induite par le passage d'un streamer, dans des conditions de simulation proches des conditions de fonctionnement d'un réacteur expérimental de l'équipe, a permis de comprendre et d'analyser finement la génération et l'expansion des ondes de pression potentiellement utilisable comme actionneur plasma dans les micro-pompes.

Mots clés : décharges plasma hors-équilibre, décharge couronne à la pression atmosphérique, simulation de streamer; méthode Full Multi-Grid, solveur d'équation elliptique, modèle hydrodynamique, équations de transport, actionneur plasma, ondes de pression, dynamique des neutres.

Discipline : Ingénierie et Physique des Plasmas de Décharge

Laboratoire : Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie - U.M.R-5213Bât. 3R2, Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne 31062 Toulouse cedex 9.

Author : Samira Kacem

Title : Electro-hydrodynamic modeling of corona discharges in air at atmospheric pressure for plasma actuator applications

Directors : O. Eichwald, M. Yousfi, K. Charrada

Date and place of defense : 30 Septembre 2011 à la salle des colloques au laboratoire plasma et conversion d'énergie, Université Paul Sabatier (Toulouse III)

Abstract :

The research is devoted to electro-hydrodynamic modeling of a breakdown streamer in non-equilibrium corona discharge in air for positive point to plane geometry. It is based on two-dimensional fluid models. The transport equations are discretized using explicit finite volume method and solved with MUSCL algorithm. The fluid model of charged particles (or streamer) dynamics uses the one moment approximation of the Boltzmann equation and the model of neutral gas dynamics generated by the corona discharge is of order 2 going until the energy equation. The model of the streamer dynamics developed previously in the team has been optimized by reducing the computation time of the space charge electrical potential obtained by solving the Poisson elliptic equation. This was done from Full Multigrid (FMG) and Multigrid (MG) methods, whose the best performances were compared with the Successive Over Relaxation method (SOR) and the multifrontal Massively Parallel Solver (MUMPS).

From weak coupling with the discharge dynamics, the simulation of the neutral gas dynamics induced by the passage of a streamer, are done for simulations conditions close to operating parameters used in an experimental corona discharge setup of the team. These simulations helped us to finely understand and analyze the generation and expansion of the pressure waves potentially usable as plasma actuators in micro-pumps.

Keywords : non-equilibrium plasma discharges, corona discharge at atmospheric pressure; streamer dynamics, Full Multi-Grid method, elliptic equation solver, hydrodynamic model, transport equations, plasma actuator, pressure waves, neutral dynamics.

Speciality : Ingénierie et Physique des Plasmas de Décharge

Laboratory : Laboratoire Plasma et Conversion d'Énergie - U.M.R-5213Bât. 3R2, Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne 31062 Toulouse cedex 9.

Ce manuscrit est l'aboutissement de plus de trois ans de travail en cotutelle entre le groupe PRHE au LAPLACE sous la direction d'Olivier EICHWALD et Mohammed YOUSFI et l'unité de recherche EMIR de l'université de Monastir sous la direction de Kamel CHARRADA. Je tiens à les remercier très chaleureusement pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer cette thèse et pour m'avoir apporté leur confiance, leur soutien et les connaissances nécessaires à la réalisation de mes travaux. Je tiens aussi à remercier Olivier DUCASSE et Samira AISSI avec qui j'ai collaboré.

Je remercie Jean Francis LOISEAU et Hatem ELLOUMI d'avoir accepté d'être les rapporteurs de mon travail et d'avoir sacrifié de leur temps à cet égard. Je remercie également Mme Nelly BONIFACI, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens aussi à remercier ma famille, mon mari et mes amies pour leur amour, soutien permanent et pour ce qu'ils m'apportent au quotidien.

*A l'âme de ma chère mère
Hamida....*

Tables des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
------------------------------------	----------

CHAPITRE I : DECHARGE COURONNE A LA PRESSION

ATMOSPHERIQUE.....	5
---------------------------	----------

I.1 Introduction.....	5
------------------------------	----------

I.2 Généralités sur les décharges couronne.....	6
--	----------

I.2.1 Introduction	6
--------------------------	---

a) Différentes géométries d'électrodes	7
--	---

b) Caractérisation expérimentale d'une décharge couronne positive pointe-plan en régime	
---	--

DC	8
----------	---

I.2.2 Les régimes de la décharge couronne	10
---	----

a) Régime onset streamer	10
--------------------------------	----

b) Régime « Glow »	11
--------------------------	----

c) Régime « Breakdown streamer »	12
--	----

I.3 Effets d'une décharge sur la dynamique du gaz.....	18
---	-----------

I.3.1 Introduction	18
--------------------------	----

I.3.2 Le vent ionique	18
-----------------------------	----

I.3.3 Micro-pompes.....	21
-------------------------	----

I.3.4 Les effets thermiques et leurs conséquences	23
---	----

I.4 Modèle électro-hydrodynamique	24
--	-----------

I.4.1 Modèles et équations.....	24
---------------------------------	----

I.4.2 Résolution numérique du modèle	29
--	----

I.5 Conclusion	32
-----------------------------	-----------

CHAPITRE II : TECHNIQUES POUR LES EQUATIONS ELLIPTIQUES

.....	33
II.1 Introduction	33
II.2 Présentation des techniques numériques de résolution	35
II.2.1 Techniques Multigrid (MG) et Full Multigrid (FMG).....	35
a) Technique Multigrid (MG).....	35
b) Technique Full Multigrid (FMG).....	38
II.2.2 MUMPS : MUltifrontal Massively Parallel Solver	40
II.2.3 SOR : Successive Over Relaxation	42
II.3 Analyse des performances par comparaison avec une solution analytique	44
II.3.1 Conditions de simulation	44
II.3.2 Présentation et analyse de résultats	46
II.4 Analyse des performances dans le cadre de la simulation d'une décharge de type streamer millimétrique.....	51
II.4.1 Conditions de simulation	51
II.4.2 Présentation et analyse des résultats	56
II.5 Conclusion	68

CHAPITRE III : SIMULATION DES ONDES DE CHOC INDUITES PAR LE PASSAGE D'UNE DECHARGE COURONNE

.....	71
III.1 Introduction	71
III.2 Test d'implémentation.....	73
III.2.1 Conditions de simulation et conditions aux limites	73
a) Conditions de simulation	73
b) Etudes des conditions aux limites	75
III.2.2 Résultats et discussions	77
III.3 Simulation des ondes de choc générées par décharges couronne	81
III.3.1 Conditions de simulation	81
III.3.2 Résultats et discussions	85

III.4 Conclusion	90
CONCLUSION GENERALE	93
ANNEXE	97
REFERENCES.....	101

INTRODUCTION GENERALE

Depuis quelques années, la communauté scientifique s'intéresse de plus en plus aux technologies basées sur les plasmas réactifs hors équilibre générées par des décharges électriques dans l'air à la pression atmosphérique (PA). En effet, ces technologies présentent divers avantages comparés à d'autres procédés plasma à plus basse pression ou de type thermique. Le fait de fonctionner à l'air ambiant présente à l'évidence un intérêt économique puisque cela enlève les coûts de fonctionnement associés à un système de pompage ou à l'achat de bouteilles de gaz spécifique (Ar, He, mélange, etc). Elles sont également moins consommatrices d'énergie électrique en comparaison d'un réacteur à plasma thermique car les énergies mises en jeu sont beaucoup plus faibles et peuvent être contrôlées par l'emploi de

forme d'onde de tension spécifique (tension pulsée par exemple) et par le design des électrodes (utilisation de l'effet de pointe et des effets de barrière diélectrique). Les plasmas hors équilibre à l'air ambiant peuvent être générés par des décharges couronne et/ou des décharges à barrière diélectrique (DBD). Ces décharges se présentent de manière naturelle sous une forme filamentaire arborescente ou non. Les décharges de type couronne ont l'avantage de pouvoir traiter ou couvrir un volume de gaz plus important que les décharges de type DBD plan-plan (dont les distances inter-électrode sont réduites à quelques millimètres au plus). Cependant, ces dernières sont les seules à pouvoir présenter une structure homogène sous certaines conditions spécifiques de fonctionnement.

Les décharges électriques dans l'air ambiant servent dans nombreuses applications comme la décontamination chimique et biologique en volume et en surface (dépollution des gaz, stérilisation, traitement des bio-films) ([Mü-1], [Ki-1], [Pe-1]), le développement d'actionneur plasma dans par exemple le médical ([La-2], [Po-1], [Wa-1]) (micro-pompe pour l'injection et le dosage des médicaments) ou l'aéronautique [Mo-2] (contrôle d'écoulement pour recollement des couches limites et amélioration du CX) ou encore les traitements plasmas en bio-médical (traitement de la peau et des tumeurs, effet de coagulations et de cicatrisation).

Ce travail de thèse se situe dans le cadre de la modélisation numérique des plasmas hors équilibre générés par décharges couronne positives, de type streamer, en configuration pointe-plan dans l'air ambiant. C'est donc un travail en amont des applications qui a pour objectif de développer des outils de simulation et de les exploiter pour comprendre finement l'ensemble des phénomènes électrique, hydrodynamique et chimique induits par ces décharges et qui sont à la base des applications précitées. Il s'inscrit notamment dans la suite des travaux de thèse

du groupe PRHE (Plasmas Réactifs Hors Equilibre) sur la modélisation électrique des streamers [Du-3].

Ainsi, les deux objectifs principaux de ce travail de recherche consistent à :

- Optimiser le modèle électrodynamique déjà développé par [Du-3] en diminuant les temps de calcul du potentiel électrique de charge d'espace, calculé par la résolution de l'équation elliptique de Poisson. Pour ce faire, on a développé les méthodes Full Multigrid (FMG) et Multigrid (MG) dont les performances ont été notamment comparé avec la méthode MUMPS (MULTifrontal Massively Parallel Solver) récemment implémenté dans le code de dynamique du streamer du groupe avec l'aide de Nicolas Renon, ingénieur de recherche dans le groupement CALMIP (CALcul en Midi-Pyrénées), et avec SOR
- Modéliser et simuler la dynamique du gaz neutre induite par le passage d'un streamer dans des conditions de simulation proches des conditions de fonctionnement d'un réacteur du groupe PRHE. Cette seconde partie permettra de suivre et de comprendre la génération des ondes de pression par décharge électrique.

Outre l'introduction et la conclusion principale, le manuscrit est découpé en trois chapitres :

Le premier chapitre rappelle les principales caractéristiques des décharges couronnes de type pointe positive-plan en mettant en évidence les différents régimes de décharge couronne au travers des résultats expérimentaux. Le chapitre explique également les mécanismes de formation et de propagation des streamers, les effets induits sur le gaz neutre porteur, ainsi

que le modèle électro-hydrodynamique retenu pour la simulation de la décharge et de l'ensemble de ces phénomènes.

Le second chapitre est consacré à la description et l'implémentation des techniques MG et FMG pour la résolution de l'équation de Poisson, les équations de transport étant résolues par la méthode MUSCL Superbee déjà validée dans le groupe. Les performances de trois méthodes sont évaluées : Les méthodes itératives FMG, la méthode directe MUMPS et la méthode itérative SOR (Successive Over relaxation Method). Une première série de tests a été mise en œuvre dans le cadre de la résolution de l'équation de Laplace (équation de Poisson sans second membre) dans une configuration pointe hyperbolique-plan dont la solution analytique est connue. Le dernier test compare les performances des trois méthodes dans le cadre d'une simulation complète de la dynamique d'un streamer positif dans l'air.

Le troisième chapitre traite la dynamique du gaz neutre induite par le passage d'un streamer positif dans l'air et dans une configuration pointe-plan. On présente une description détaillée de deux types de conditions aux limites. Le comportement du code de dynamique du gaz est tout d'abord testé en injectant une fonction d'énergie source dans l'équation de conservation de l'énergie. Les deux types de conditions aux limites sont ainsi testés et validés ainsi que la capacité du code à générer et suivre des ondes de pression. La dynamique du gaz est ensuite modélisée dans des conditions proches de celle de l'expérience. La fonction d'injection d'énergie est ainsi calculée à l'aide du code de dynamique du streamer incluant les phases de primary et de secondary streamer. La simulation permet de rendre de compte de la montée en température du gaz et de la génération des ondes de pression sphériques déjà observées expérimentalement dans la littérature.

CHAPITRE I : DECHARGE COURONNE A LA PRESSION ATMOSPHERIQUE

I.1 Introduction

Dans ce manuscrit nous allons nous attacher à l'étude des décharges couronne de type streamer dans l'air à pression atmosphérique et en particulier les décharges créées entre une pointe et un plan. Dans ce premier chapitre, nous établissons un bilan des différentes notions requises pour la construction d'un modèle de décharge couronne. La première section révélera les différentes géométries de décharge couronne rencontrées couramment ainsi que la caractérisation expérimentale d'une décharge couronne de configuration pointe-plan positive. Dans le deuxième paragraphe, on rappellera les différents régimes de décharge couronne et

notamment les principales caractéristiques et interprétation du développement et de la propagation des streamers. Ensuite, on rappellera les phénomènes induits sur le gaz neutre porteur par l'interaction gaz-plasma. Enfin, et sur la base des différentes observations, nous décrirons les équations retenues pour modéliser l'électro-hydrodynamique des décharges couronne ainsi que les principaux processus influençant leur développement.

I.2 Généralités sur les décharges couronne

I.2.1 Introduction

Les plasmas non thermiques peuvent être générés par différents procédés tels que l'injection dans un gaz neutre d'un faisceau d'électrons [Ch-1] ou par les processus de décharge électrique induits par l'application d'une différence de potentiel entre deux électrodes avec ou sans la présence d'un champ magnétique (couplage inductif, décharge micro-onde, ...). Dans ce dernier type de procédé, les électrons énergétiques sont créés dans le gaz lui-même, au cours de leur accélération par le champ électrique, contrairement aux procédés à faisceaux d'électrons, où les électrons énergétiques sont injectés à partir d'une source externe. Lorsque l'énergie gagnée par les électrons dans le champ est suffisante, des collisions inélastiques apparaissent et génèrent un plasma. Dans la plupart des cas, les décharges électriques sont établies à basse pression car elles sont plus faciles à obtenir et plus stables qu'à la pression atmosphérique. A la pression atmosphérique, la décharge électrique hors équilibre possède généralement une structure filamentaire. Le plasma induit par ces décharges est donc spatialement inhomogène (filament lumineux de quelques dizaines de micromètres de diamètre et durant quelques dizaines de nanosecondes). A une telle pression, il est difficile de créer un plasma hors-équilibre stable, car le claquage se fait de manière

violente et incontrôlée ce qui peut conduire très rapidement à des courants importants. Les moyens d'entretenir un plasma hors équilibre à pression atmosphérique sont de placer sur les électrodes métalliques des diélectriques afin de stocker une partie des charges du plasma et limiter ainsi le claquage et/ou de limiter l'extension de la zone active de la décharge (zone où le champ électrique est élevé) en utilisant une configuration d'électrodes de géométrie inhomogène. Dans le premier cas de figure, on génère des décharges à barrière diélectrique (DBD) et dans le second cas des décharges couronnes. On peut générer des décharges couronnes à barrières diélectriques lorsque l'on couple les deux configurations. Dans ce paragraphe, on s'intéresse spécifiquement aux décharges couronnes sans barrières diélectriques et dans une configuration pointe-plan.

a) Différentes géométries d'électrodes

La décharge couronne apparaît entre deux électrodes asymétriques. Ce type de décharge se caractérise par un champ fortement inhomogène et intense au voisinage de l'électrode de petite dimension. Les configurations courantes de réacteur plasma à décharge couronne, qui varient en fonction des applications [Ch-2], correspondent aux géométries d'électrodes suivantes (Figure 1-1):




➤ Fil-plan :	➤ Fil-cylindre	➤ Pointe-plan
		

Figure 1-1 : Trois exemples de configurations de réacteurs couronne couramment utilisés

En ce qui concerne la polarité, la décharge couronne est dite positive, si la haute tension (positive) est appliquée sur l'électrode présentant le plus petit rayon de courbure et elle est dite négative dans le cas inverse. Durant notre travail, on s'intéresse à l'étude d'une décharge couronne positive dans une configuration pointe-plan. Deux types de tensions peuvent être appliqués à ce type de décharge ; tension continue (DC) ou impulsionnelle. Cependant, on peut noter que quelque soit le régime de tension appliquée (continue ou impulsionnelle) le courant de la décharge couronne peut être impulsionnel.

b) Caractérisation expérimentale d'une décharge couronne positive pointe-plan en régime

DC

Le schéma électrique de la figure 1-2 représente un dispositif expérimental permettant de générer ce type de décharge. E est la source de tension DC, R_{ch} une résistance de charge permettant de limiter le courant et U_0 la tension aux bornes des électrodes. La figure 1-3 représente la caractéristique courant-tension associée à ce dispositif. Elle est obtenue en augmentant progressivement la tension E [Du-4]. La courbe noire de la figure 1-3 montre la caractéristique courant-tension dans l'air synthétique (80 % d'azote et 20 % d'oxygène) à pression atmosphérique et à température ambiante. Le rayon de courbure de la pointe utilisée dans l'expérience est égal à $20\mu\text{m}$ et les deux électrodes sont espacées de 7mm.

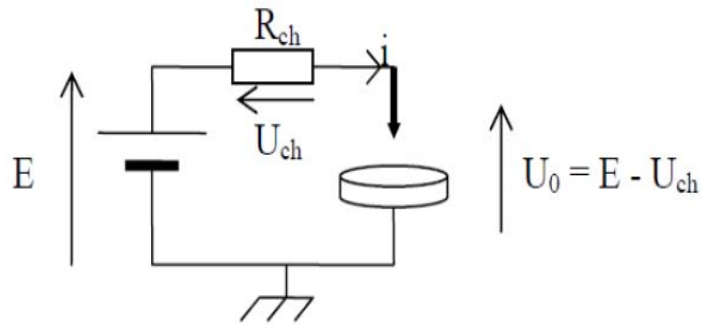


Figure 1-2 : Schéma électrique permettant de tracer une caractéristique courant-tension d'une décharge couronne pointe plan positive.

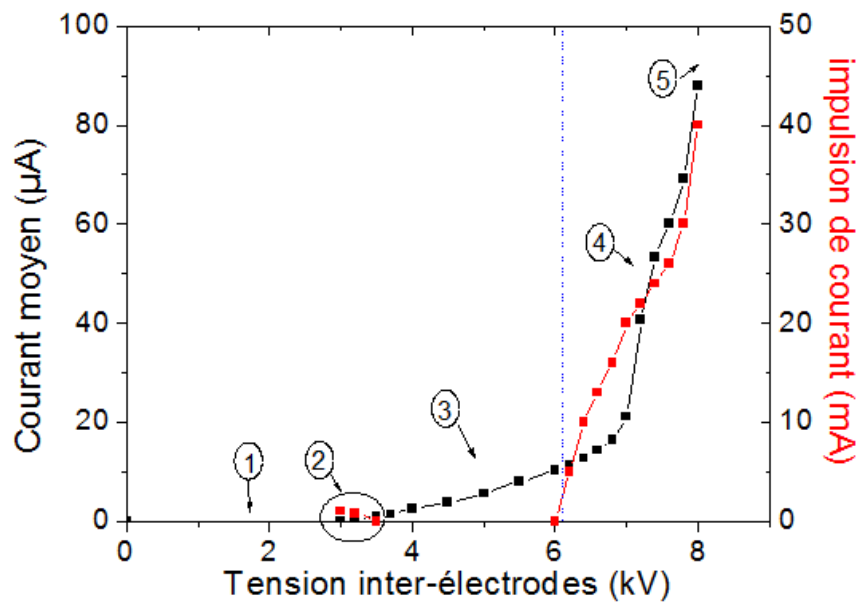


Figure 1-3 : Caractéristique courant-tension d'une décharge couronne « pointe – plan » dans l'air à pression atmosphérique [Du-4].

En observant la figure 1-3 on constate que la courbe courant-tension peut être divisée en plusieurs domaines. Les décharges couronnes apparaissent entre deux tensions seuils. En effet, en dessous d'une tension caractéristique (zone 1), le courant inter-électrodes est trop faible pour être détecté et au dessus d'une tension seuil de claquage (zone 5), une décharge étincelle caractéristique d'un phénomène de disruption a lieu avec une augmentation brusque du courant. Entre ces deux zones, la caractéristique courant-tension peut être divisée en trois parties correspondant chacune un régime spécifique de la décharge couronne. Ces régimes sont les régimes « onset streamer », « glow » et « breakdown streamer » correspondant respectivement aux zones 2, 3 et 4 sur la figure 1-3. Ces différents régimes sont décrits dans le paragraphe qui suit en détaillant principalement les deux régimes « glow » et « breakdown streamer » pour lesquels l'effet du passage de la décharge sur le gaz neutre induit des effets appréciables (vent ionique et ondes de pression).

I.2.2 Les régimes de la décharge couronne

a) Régime onset streamer

Le régime « onset streamer » correspond à la zone 2 de la courbe sur la figure 1-3. Cette phase est caractérisée par un faible courant moyen et de faibles impulsions de courant qui apparaissent de manière irrégulière avec une fréquence moyenne de quelques milliers de Hertz. L'amplitude de ces impulsions est illustrée par la courbe rouge. Ces impulsions de courant (encore appelées « burst pulses ») proviennent du développement et de la propagation de décharges filamenteuses qui restent localisées au voisinage de la pointe. Dans les conditions de travail utilisées ([Du-4]), ces impulsions présentent des amplitudes de l'ordre de quelques

mA. Un halo lumineux peut être observé autour de la pointe à l'aide d'une caméra ICCD en intégrant sur une durée d'une seconde (voir figure 1-4).

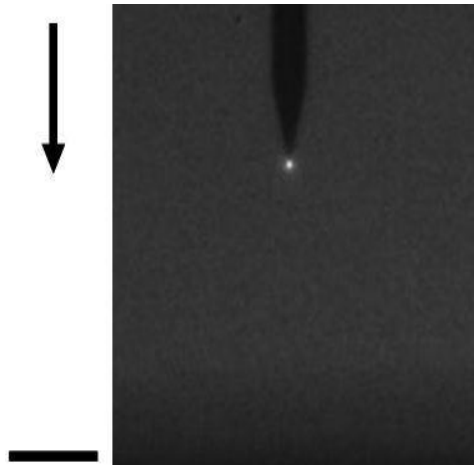


Figure 1-4 : Photographie de la décharge couronne en régime « onset streamer » à l'aide de la caméra ICCD pour un temps d'intégration de 1s [Du-4].

b) Régime « Glow »

La zone 3 de la figure 1-3 correspond au régime « glow » ou luminescent. Les impulsions de courant disparaissent et la décharge est visible à l'œil nu, car, à proximité de la pointe, les décharges filamenteuses laissent place à une zone active d'ionisation et d'excitation sous un fort champ électrique. Elle occupe un faible volume autour de la pointe. Avec une caméra ICCD, on observe le même halo lumineux autour de la pointe (voir la figure 1-4) mais avec un temps d'ouverture de $1\mu\text{s}$. En régime de décharge couronne luminescente, l'espace inter électrodes peut être divisé en trois domaines (figure 1-5). Le premier correspond à une zone active d'ionisation et d'excitation située au voisinage de la pointe là où le champ géométrique est le plus intense. Dans cette zone, les phénomènes d'ionisation prédominent et des avalanches électroniques de type Townsend se développent. Après cette zone

d'ionisation, il se trouve une région de transition où le mécanisme d'ionisation est compensé par les phénomènes de pertes d'électrons par attachement et recombinaison. Enfin, le dernier domaine est caractérisé par un champ trop faible pour permettre l'ionisation du milieu. Les ions positifs formés dans la partie active de la décharge y dérivent vers le plan. Cette zone, passive d'un point de vue électrique occupe la quasi-intégralité de l'espace inter-électrode et est le siège d'une forte activité physicochimique et d'un transfert de quantité de mouvement des ions vers les neutres.

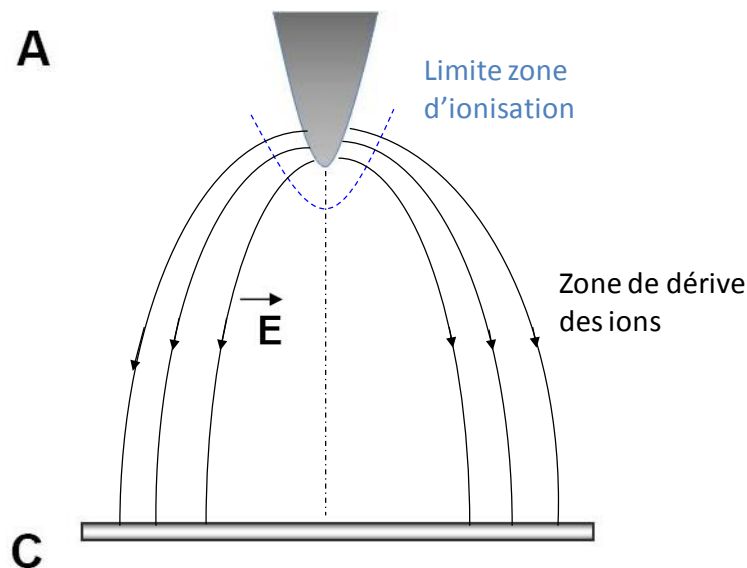


Figure 1-5 : Topographie de la décharge couronne « pointe – plan » en régime glow

c) Régime « Breakdown streamer »

Dans la zone 4 de la figure 1-3 apparaît le régime « breakdown streamer ». Pour ce régime, la caractéristique courant-tension montre une augmentation rapide du courant en fonction de la tension inter-électrode. Cette montée de courant est due au fait que des impulsions de courant apparaissent et se superposent au régime « glow ». Sur la courbe rouge,

on constate que l'amplitude des impulsions de courant augmente continuellement avec la tension inter-électrode. L'amplitude de ces impulsions est beaucoup plus importante (plusieurs dizaines de mA) que celle des impulsions présentes dans le régime « onset streamer ». Leur fréquence de répétition est relativement stable (une dizaine de kHz) et leur durée de vie est de l'ordre de cent nanosecondes. En effet, ces impulsions de courant sont le résultat de la propagation d'une onde d'ionisation à travers l'espace inter-électrode. La figure 1-6 est une photographie (à l'aide d'une caméra ICCD) de la trace lumineuse laissée par la décharge lors d'une impulsion de courant. La trace est plus lumineuse à proximité de la pointe et sa luminosité s'affaiblit en allant vers le plan. La figure 1-7 présente une photo prise par une caméra à balayage rapide (streak camera), montrant l'évolution spatio-temporelle du streamer où apparaissent les phases de propagation du primary streamer et du secondary streamer. Contrairement au régime « glow », la morphologie de la décharge en régime « breakdown streamer » est celle d'un « filament ionisé » s'étirant entre la pointe (anode) et le plan (cathode).

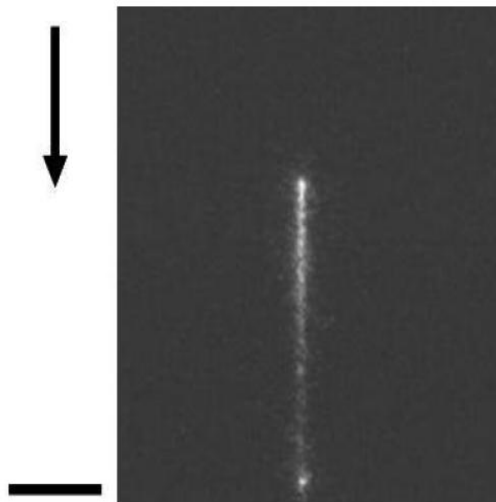


Figure 1-6 : Photographie de la décharge couronne en régime « breakdown streamer » à l'aide de la caméra ICCD pour un temps d'intégration de $10\mu\text{s}$ [Du-4].

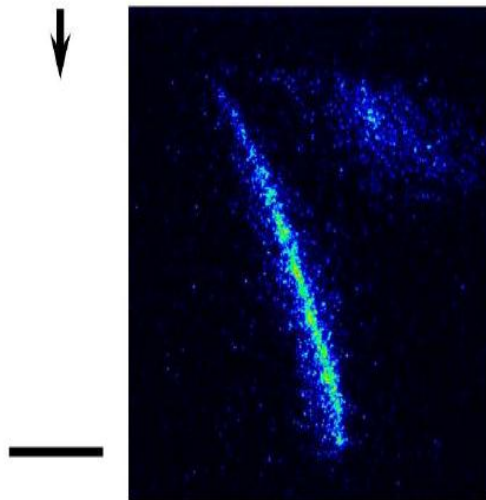


Figure 1-7 : Photographie de la décharge en régime « breakdown streamer » à l'aide d'une caméra à balayage rapide pour un temps de balayage de 100ns [Du-4].

L'apparition de ce filament lumineux, qui se déplace rapidement dans l'espace inter-électrodes après application d'une surtension, est expliquée par le concept de streamer formulé durant les années 1935 à 1940, au travers des travaux expérimentaux de Flegler et Raether [Fl-1], Loeb [Lo-1] et Meek [Me-1]. Le phénomène est observé dans l'air et dans d'autres gaz. Ce concept de streamer était proposé en alternative à la théorie de Townsend développée en 1910 [To-1]. Cette théorie, considérant la décharge électrique comme le résultat d'une croissance exponentielle de la création d'électrons issus de l'émission secondaire à la cathode, n'est pas en mesure d'expliquer la formation de ces filaments et leur durée très courte qui peut être inférieure à la durée de transit d'un électron dans l'espace inter-électrode. En effet, dans le cas d'une configuration pointe positive-plan, la cathode ne peut pas être une source d'électrons germes efficace parce qu'elle est, d'une part, le siège d'un champ électrique faible (la majeure partie du champ est concentrée autour de la pointe) et d'autre part située à une distance importante de la zone active qui est la pointe. Enfin, on peut constater que la décharge se propage dans le sens opposé au déplacement naturel des électrons

dans le champ électrique. L'alternative est donc l'interprétation du phénomène par la prise en compte des mécanismes de photo-ionisation et de charge d'espace. Ces mécanismes expliquent que le streamer est une onde d'ionisation dont la vitesse de propagation peut être plus rapide que le déplacement des particules qu'il contient.

L'application d'une différence de potentiel entre deux électrodes va permettre d'accélérer les électrons libres environnants appelés électrons germes. Ces électrons gagnent de l'énergie sous l'action du champ électrique et en perdent dans les collisions élastiques et inélastiques avec les autres particules du gaz. Les électrons germes nécessaires à l'amorçage de la décharge peuvent avoir plus qu'une source. Dans le cas d'un gaz neutre, les électrons libres sont produits par les radiations cosmiques ou par les processus de radioactivité naturelle et dans le cas où le gaz a déjà connu un plasma, les ions négatifs peuvent devenir une source consécutive d'électrons par le processus de détachement [Pa-1].

La figure 1-8 résume le principe de formation et de propagation d'un streamer. Les électrons germes présents dans le gaz sont accélérés en direction de la pointe par le champ appliqué. Lorsqu'ils acquièrent suffisamment d'énergie, ils entrent en collision avec les molécules de gaz et perdent de l'énergie par collisions inélastiques (excitation, dissociation et ionisation du gaz). Un nouvel électron, formé après une collision ionisante, est accéléré à son tour et interagit avec les molécules du gaz. Les ionisations successives permettent une croissance exponentielle du nombre d'électrons et d'ions positifs autour de la pointe. C'est la formation de la première avalanche (Figure 1-8a). Les électrons ainsi créés sont fortement accélérés par le champ électrique et laissent derrière eux les ions positifs trop lourds pour se mouvoir sur ces échelles de temps (Figure 1-8b). Cette séparation entre charges positives et négatives engendre la création d'une charge d'espace qui peut être considérée comme un

dipôle. Ce dipôle génère son propre champ électrique (induit) qui s'oppose au champ appliqué, et qui est d'autant plus intense que l'avalanche se multiplie (Figure 1-8c).

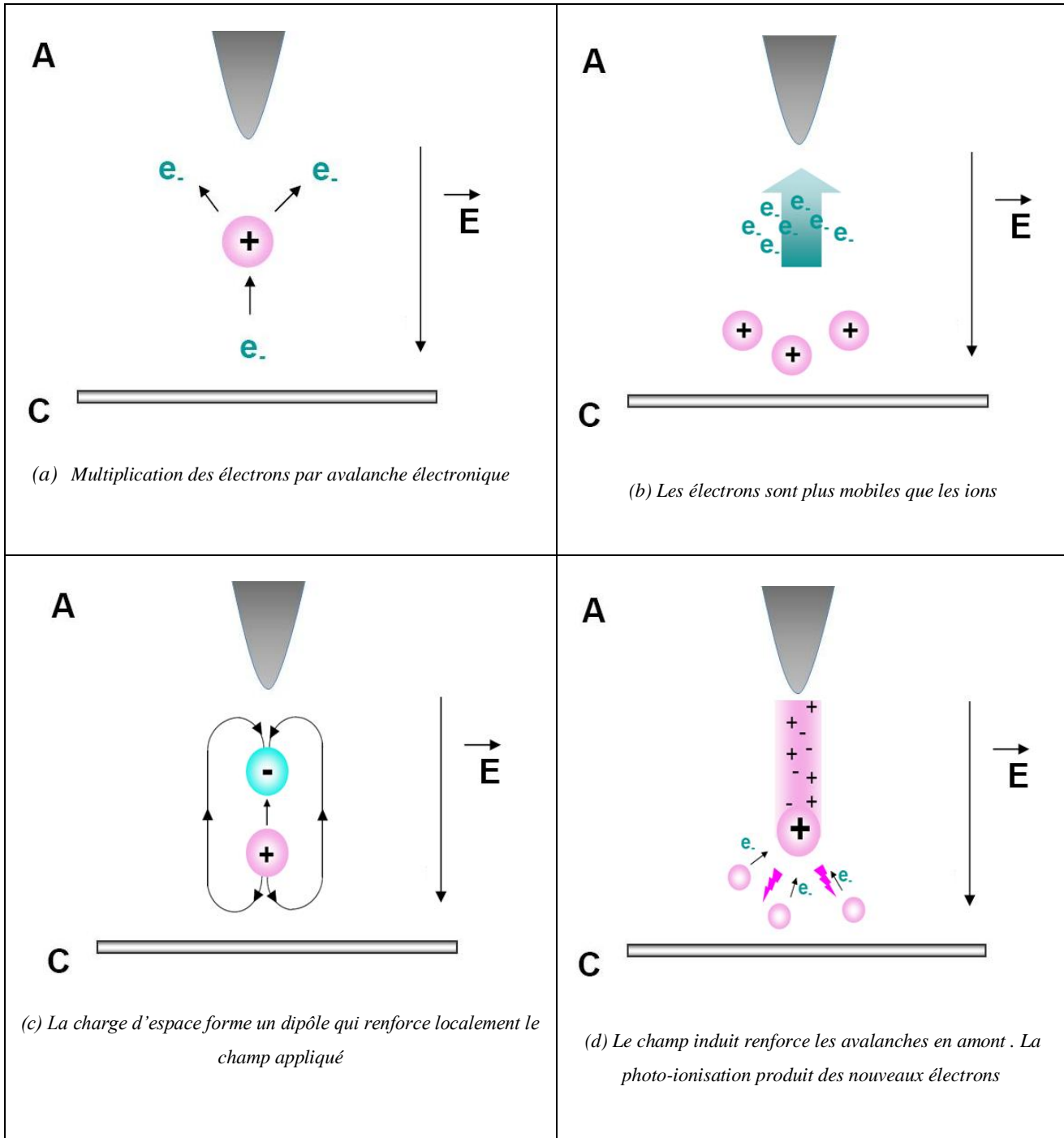


Figure 1-8 : Schématisation des étapes de formation et de propagation du streamer

Pour que l'avalanche primaire puisse se transformer en streamer, elle doit avoir acquis une amplification suffisamment élevée et atteindre une amplitude d'une valeur de 10^8 (valeur définie par des critères donnés dans la littérature comme le critère de Rather [Ra-1] ou de Meek [Me-1]). Ceci équivaut à ce que le champ induit par le dipôle soit de même ordre de grandeur que le champ externe appliqué. Lorsque cette condition est vérifiée, la charge d'espace positive perturbe le champ géométrique initial qui devient maximum non plus sur l'anode mais juste devant elle. Le maximum du champ se déplaçant, de nouvelles avalanches électroniques se créent à proximité du maximum et neutralisent l'excédent d'ions positifs tout en créant une nouvelle charge d'espace positive en aval du champ (Figure 1-8d). Cela donne lieu à un canal ionisé qui se développe avec au devant, un champ de charge d'espace positif engendré par les avalanches successives. En d'autres termes, le canal conducteur se forme de l'anode jusqu'à la cathode et est précédé d'un front d'ionisation (ou tête du streamer) qui l'alimente en électrons. L'apport permanent de nouveaux électrons germes en aval du streamer qui permet le développement régulier des avalanches successives est dû aux processus de photo-ionisation du gaz (voir annexe). En utilisant des diagnostics d'imagerie rapide, la propagation du front du streamer apparaît sous la forme d'une boule lumineuse de quelques dizaines de micromètres de rayon et de vitesse de l'ordre de 10^5 m.s⁻¹ [Ma-1]. Le développement du primary streamer s'arrête lorsque le front d'ionisation a atteint la cathode. En parallèle, on observe le développement d'un secondary streamer qui se propage de l'anode vers la cathode. Le streamer secondaire est caractérisé par un canal lumineux diffus qui ne s'étend pas au-delà de la moitié de l'espace inter-électrodes (voir Figure 1-7). On peut signaler que sous alimentation impulsionnelle, le régime breakdown streamer n'apparaît pas sous forme d'un simple filament mais la décharge prend une forme arborescente

correspondant à la propagation simultanée de plusieurs streamers [Ab-1]. Dans la section suivante, on va parler des effets subits par le gaz lors du passage d'une décharge couronne.

I.3 Effets d'une décharge sur la dynamique du gaz

I.3.1 Introduction

Plusieurs travaux antérieurs ont déjà montré l'effet des décharges hors équilibre à la pression atmosphérique sur la dynamique des gaz ([Sp-1], [Cr-1], [Ba-1], [On-1], [Ei-1]). Ces effets peuvent être de nature dynamique (mouvement collectif de dérive) et/ou thermique (mouvements désordonnés). Les particules chargées et plus particulièrement les ions dans leur mouvement de dérive entre les électrodes échangent de la quantité de mouvement avec le fluide neutre et lui confère un mouvement de dérive. Le mouvement du fluide induit par une décharge est habituellement appelé vent électrique ou vent ionique. Les collisions élastiques et inélastiques peuvent également induire une augmentation de la température du gaz. Ce sont essentiellement les électrons qui participent à ce phénomène. Dans tous les cas, la dynamique du gaz peut modifier le développement de la décharge dans la mesure où l'ensemble des phénomènes électriques dépend du champ réduit E/N où N est la densité du gaz neutre. Ces effets peuvent également avoir des conséquences directes sur les applications visées telles que la décontamination (chimique et biologique), le contrôle d'écoulement et traitement médicaux par plasma.

I.3.2 Le vent ionique

La génération d'un vent ionique par les décharges couronnes a été mise en évidence il y a très longtemps [Lo-2] et a été largement étudiée dans le cas d'une décharge couronne entre

une pointe et un plan ([Ba-1], [Lo-3], [Zh-1]), Sous l'effet de la décharge, des espèces chargées (ions positifs, négatifs ou électrons) sont créés dans l'espace inter-électrodes. Ces espèces sont accélérées par le champ électrique par la force Coulombienne et entraînées vers la cathode pour les ions positifs, et vers l'anode pour les ions négatifs et les électrons. Ces particules chargées percutent les molécules neutres auxquelles elles transmettent une partie de leur quantité de mouvement. Le transfert étant proportionnel au rapport des masses des particules en collision, le processus est efficace uniquement lors des collisions ion-neutre. L'accélération du gaz dans l'espace inter-électrodes, sous l'effet de la décharge, génère un flux de gaz couramment appelé vent électrique ou vent ionique. Il est en partie responsable de la dispersion et du mélange des espèces actives (radicaux, molécules excitées) du gaz. Dans la configuration pointe-plan, le vent ionique va toujours de la pointe vers le plan quelque soit la polarité de la pointe. Lorsque la pointe est positive, le vent ionique est produit par les ions positifs créés par ionisation. Le vent ionique est généré aussi bien par des décharges couronnes en régime luminescent ([Zh-1]) qu'en régime de breakdown streamer ([Ba-1], [Lo-3]). Dans le premier cas, le vent ionique est généré par la zone de dérive ionique (voir figure 1-4) qui est un cône dont le sommet se confond avec la pointe et dont la base est un disque de rayon à peu près égal à la distance inter-électrode ([Zh-1]). Le régime de décharge est stationnaire et le vent ionique est proportionnel à la tension appliquée. Dans le régime de breakdown streamer, la zone de transfert de quantité de mouvement se limite au filament de la décharge (voir figure 1-5). Cependant, les effets combinés de la fréquence de répétition des décharges (de l'ordre de la dizaine de kHz), de la dynamique des décharges (présentant de fort champ électrique et de charge d'espace) ainsi que des variations de température du gaz ([Sp-1]), sont à même d'induire un mouvement ordonné du gaz par transfert de quantité de mouvement des ions vers les neutres.

Si la décharge électrique se produit au voisinage d'une surface, le transfert de quantité de mouvement entre particules chargées et particules neutres peut être utilisé comme un actionneur plasma pour par exemple servir de micro-pompe dans le domaine médical ou modifier la couche limite de l'écoulement dans l'aéronautique. Dans ce cas, le vent ionique constitue la base du contrôle d'écoulement (voir par exemple [Mo-2], [Lu-1]). L'idée est d'appliquer cette propriété intéressante de la décharge au niveau de la couche limite d'un écoulement afin d'augmenter localement (proche de la paroi) la vitesse ou de la diminuer selon si le vent ionique est dans le même sens ou non que l'écoulement. Dans le même sens, l'effet recherché avec le vent ionique sera d'augmenter la vitesse alors que dans le sens contraire on cherchera plutôt à la diminuer. L'intérêt principal du recollement de la couche limite est de réduire la traînée (zone de turbulence) est ainsi d'améliorer les propriétés aérodynamiques (cas des véhicules terrestres) et/ou de portance (théoriquement dans le cas des avions mais malheureusement sans réelle solution technologique) pour enfin réduire la consommation énergétique.

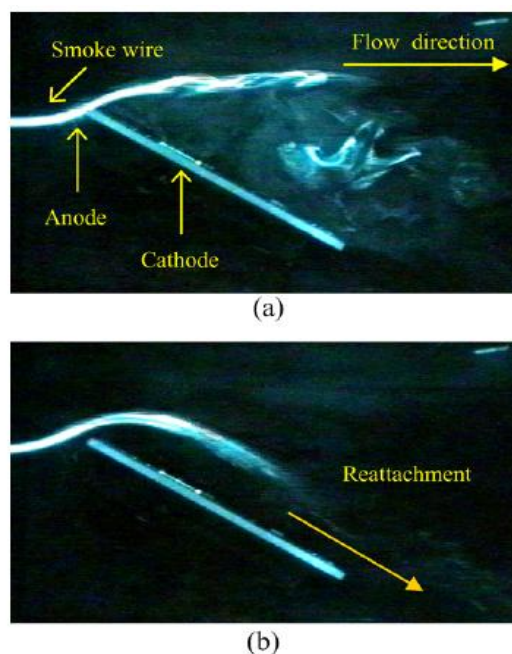


Figure 1-9 : visualisation de l'écoulement d'air (a) en absence de la décharge (b) en présence de la décharge [Mo-2]

I.3.3 Micro-pompes

Les micro-pompes étudiées depuis les années 1970 [To-2], sont potentiellement utilisable dans le domaine médical et aussi pour le refroidissement des composants en microélectronique [La-3]. Une variété de micro-pompes a été élaborée à partir du mécanisme opérationnel qui consiste à vider ou conduire le fluide de travail dans le système micro-fluidique. Celles-ci peuvent être classées en deux catégories : dispositifs mécaniques et non mécaniques. Les micro-pompes mécaniques conduisent le fluide de travail à travers une membrane ou un diaphragme, tandis que les micro-pompes non-mécaniques injectent la quantité de mouvement et l'énergie du fluide dans une région bien localisée en vue de faire l'opération de pompage. L'avantage de ces dernières par rapport aux pompes mécaniques est l'absence d'éléments mécaniques mobiles. En effet, les pompes mécaniques incluent les pompes pneumatiques, thermo-pneumatiques, etc. alors que les pompes non-mécaniques incluent les pompes électro-hydrodynamiques, électro-osmotiques, etc. En outre, la conception simple des micro-pompes peut réduire le coût et augmenter les possibilités de miniaturisation ce qui améliore l'intégration dans les systèmes micro-fluidiques.

Le recours aux micro-actionneurs est intéressant parce que ceux ci peuvent induire des forces plus importantes que dans le cas des macro-actionneurs étudiés pour l'aéronautique mais sans être réellement application appliqué à ce domaine [Wa-1]. En 2007, Roy [Ro-1] a présenté un concept de micro-pompe utilisant une décharge à barrière diélectrique (figure 1-10 (a)). La micro-pompe se compose de quatre paires d'actionneurs DBD aux deux entrées (de part et d'autre) et deux paires d'actionneurs DBD au centre. La figure (1-10 (b)) présente la configuration asymétrique de l'actionneur plasma utilisé dans la micro-pompe. Il a été observé que la force électro-hydrodynamique créée par les actionneurs plasma attire le fluide

provenant de l'entrée et le pousse à la sortie vers le haut. Ceci illustre bien l'avantage de la micro-pompe plasma, qui consiste à pousser continuellement le flux et non pas de façon intermittente. En outre, les micro-pompes évitent l'utilisation des pièces mécaniques car elles n'ont pas de parties mobiles à l'intérieur ce qui réduit l'entretien et le coût.

Il sera montré dans le chapitre 3 que les décharges couronne peuvent également induire une dynamique et une expansion spatiale du gaz susceptible d'avoir des retombées intéressantes pour une utilisation comme micro-actionneur dans les micro-pompes.

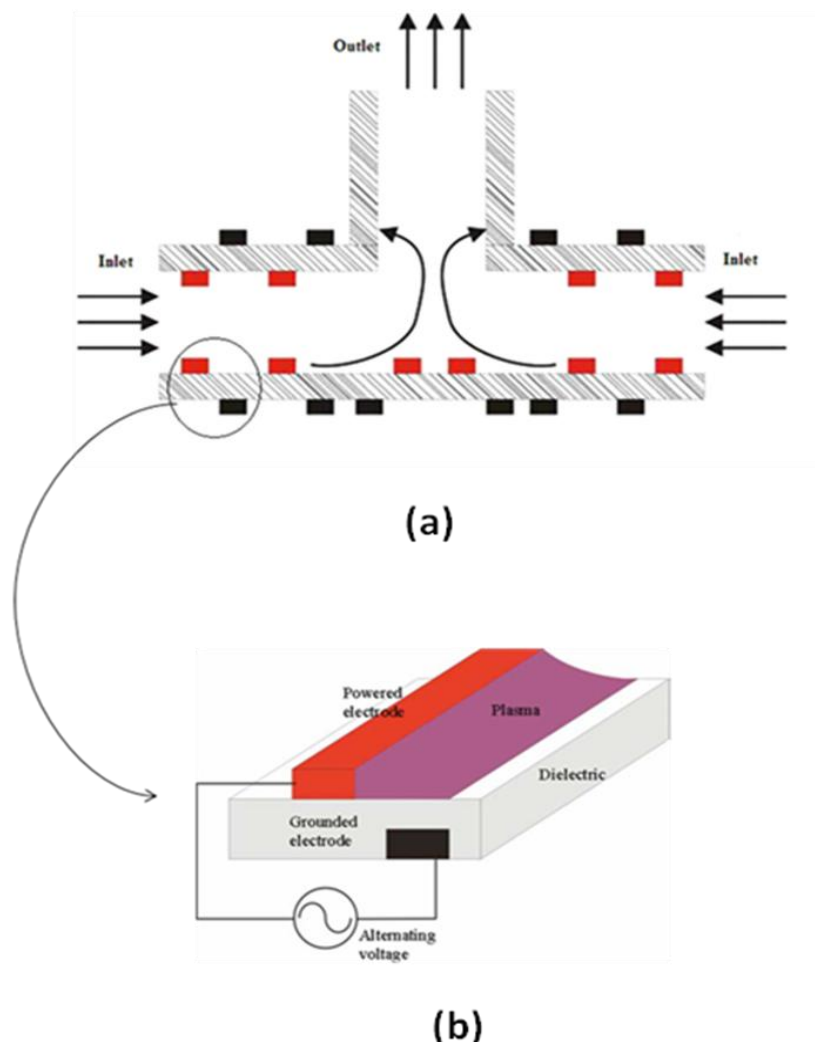


Figure 1-10 : (a) schémas d'une micro-pompe plasma (b) schémas d'un actionneur plasma DBD

[Ro-3]

I.3.4 Les effets thermiques et leurs conséquences

D'une manière générale et dans le cas des décharges couronne de type streamer en particulier, les échanges d'énergie entre les particules chargées et neutres sont complexes et peuvent prendre plusieurs formes. Les particules chargées acquièrent de l'énergie dans le champ électrique et le transfèrent au gaz neutre au cours des collisions élastiques et inélastiques. Les collisions élastiques désordonnées font directement augmenter la température du gaz. Les processus inélastiques modifient l'énergie interne de certaines molécules conduisant ainsi à des processus d'excitation, de rotation, de vibration et d'ionisation. À la pression atmosphérique, l'énergie stockée par les états excités rotationnels et radiatifs relaxent sous forme thermique durant la phase de décharge qui dure généralement quelques centaines de nanosecondes. Cependant, l'énergie accumulée par les états excités vibrationnels relaxe pendant la phase post-décharge, après quelques dizaines de microsecondes. Tous ces processus augmentent l'énergie interne du gaz neutre. Durant la phase de décharge, la température du gaz autour de la pointe peut atteindre rapidement 800°K à 1000°K ([Sp-1], [Ka-2]). Le choc thermique génère une onde de pression observée expérimentalement (voir les références [On-1], [Ka-1] et la Figure 1-11) et simulée dans une configuration fil-cylindre ([Ei-1]) et dans une géométrie pointe-plan ([Sa-2]). La propagation de l'onde de pression induit autour de la pointe une zone dépression dans laquelle la densité du gaz diminue. Durant la phase de post-décharge, le réservoir d'énergie vibrationnelle relaxe progressivement ce qui entraîne un léger réchauffement du canal ionisé ainsi qu'une diminution locale de la densité du gaz. Ces effets mémoires accumulés ont des conséquences sur la propagation des décharges (suppression du phénomène de branching) et sur la réactivité chimique du mélange de gaz neutre ([Ei-1]).

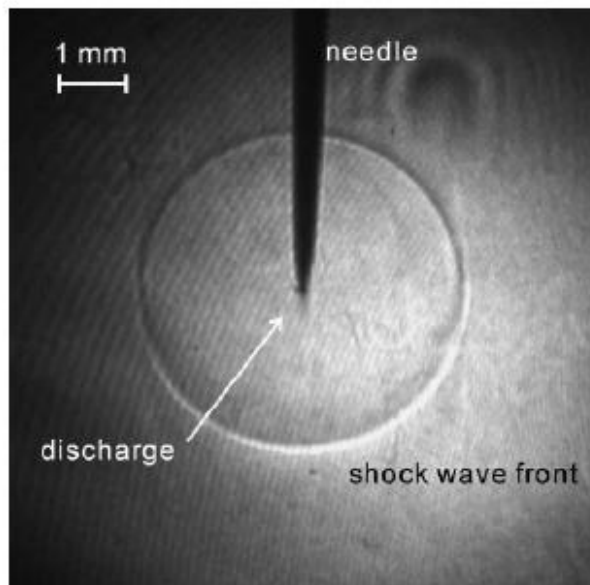


Figure 1-11 : Onde de choc circulaire générée par un système pointe-plan après application d'une tension impulsionnelle de durée 120ns [Ka-1]

L'ensemble de ces phénomènes complexes montre que la modélisation d'une décharge ne peut se résumer qu'à une description électrique des phénomènes mais doit également prendre en compte tous les phénomènes induits sur le gaz porteur et leurs conséquences sur le développement de la décharge.

I.4 Modèle électro-hydrodynamique

I.4.1 Modèles et équations

La modélisation mathématique d'une décharge électrique hors équilibre est relativement complexe à cause des nombreux phénomènes mis en jeu et de leur fort couplage. Durant ce travail on s'intéresse à la modélisation du régime « breakdown streamer » d'une décharge couronne à la pression atmosphérique. Or, la description microscopique rigoureuse de tous les phénomènes qui accompagnent la formation et la propagation d'un streamer ne peut être

réalisée que par des modèles particuliers ([Ku-1], [Wu-1]). Cependant, la contrainte de ces modèles vient des durées prohibitives de calcul qui augmentent avec le nombre de particules chargées considérées. Ce nombre est lié à la pression du gaz et augmente rapidement sous l'effet des réactions d'ionisation. De plus, le calcul du champ de charge d'espace est très sensible aux fluctuations ce qui nécessite un lissage particulier des densités [Ku-1]. Pour détourner cette contrainte et diminuer la durée de calcul, on opte pour une description macroscopique de la décharge électrique qui est alors modélisée en tant que fluide grâce aux grandeurs physiques moyennées (comme la densité, la vitesse et l'énergie moyenne). L'évolution de ces grandeurs est gouvernée par les moments de l'équation de Boltzmann.

La description complète d'une décharge couronne nécessite de coupler le modèle électrique aux équations de Navier-Stokes d'un gaz neutre compressible incluant l'évolution de la densité d'énergie des états vibrationnels. Les équations de Navier-Stokes sont les équations aux dérivées partielles décrivant le mouvement du gaz dans l'approximation de milieux continus. Ces équations sont présentées par l'équation de bilan de densité de masse, (E 1-5), l'équation de bilan de quantité de mouvement (E 1-6) et l'équation de bilan de l'énergie (E 1-7) et (E 1-8). En effet, lors de la création et de la propagation de la décharge électrique une interaction entre le plasma et le gaz neutre prend place. Cette interaction se traduit par un transfert d'énergie et de quantité de mouvement entre les particules chargées et les particules neutres du gaz. Au bilan, le modèle complet de la décharge couple le système d'équations ci-dessous.

$$\nabla^2 V = \frac{q_e}{\epsilon_0} (n_p - n_e - n_n) = -\frac{\rho_{es}}{\epsilon_0} \quad (\text{E 1-1})$$

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \vec{\nabla} n_s \vec{v}_s = \sigma_s(E/N) \quad s = p, n, e \quad (\text{E 1-2})$$

$$\vec{v}_s(E/N) = \vec{v}_{sdrift}(E/N) + \vec{v}_{sdiff}(E/N) \quad (\text{E 1-3})$$

$$\vec{v}_{sdrift}(E/N) = \mu_s(E/N) \vec{E}$$

$$\vec{v}_{sdiff}(E/N) = -\frac{D_s(E/N)}{n_s} \vec{\nabla} n_s$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad (\text{E 1-4})$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho_n \vec{v} = 0 \quad (\text{E 1-5})$$

$$\frac{\partial(\rho_n \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_n \vec{v} \vec{v} = -\vec{\nabla} P + \vec{S}_v \quad (\text{E 1-6})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{\nabla} \varepsilon \vec{v} = -\vec{\nabla} \vec{Q} - \vec{\nabla} \cdot P \vec{v} + \vec{S}_\varepsilon \quad (\text{E 1-7})$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \varepsilon_v \vec{v} = \vec{S}_{\varepsilon v} \quad (\text{E 1-8})$$

$$P = NKT \quad (\text{E 1-9})$$

$$\vec{Q} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \quad ; \quad \lambda(T) = 2,6405 \times 10^{-4} T - 5,6216 \times 10^{-2} \quad (\text{E 1-10})$$

Pour le suivi des espèces chargées, on s'est limité aux deux premiers moments de l'équation de Boltzmann c'est-à-dire aux équations de continuité (E 1-2) et de quantité de mouvement pour chaque espèce chargée. De façon à prendre en considération les effets de charge d'espace ces équations sont couplées à l'équation de Poisson (E 1-1). Des hypothèses

supplémentaires permettent d'introduire l'approximation de dérive-diffusion pour la résolution des équations de quantité de mouvement des espèces chargées [Ei-5]. La vitesse moyenne est ainsi donnée par la somme d'une vitesse de diffusion (résultante du gradient de densité) et d'une vitesse de dérive (E 1-3). Le modèle complet porte le nom de modèle d'ordre 1 de la décharge ([Ba-2], [Gr-1], [Ha-1], [Dh-1]) qui est fermé en utilisant l'approximation du champ local, c'est-à-dire en supposant que les coefficients de transport et de réaction (création et perte des particules chargées) dépendent uniquement du champ électrique local et instantané E/N où N est la densité du gaz neutre.

L'évolution spatio-temporelle des particules neutres est analysée en utilisant les équations classiques de la dynamique des fluides, c'est-à-dire les équations de conservation de la densité de masse (E 1-5), de la densité de quantité de mouvement (E 1-6) et de la densité d'énergie totale du gaz (E 1-7). L'équation (E 1-8) décrit l'évolution de l'énergie des états moléculaires excités sur des niveaux vibrationnels [Ei-4]. Ces équations de conservation correspondent à une description eulérienne du mouvement qui consiste à suivre l'évolution globale d'une quantité physique du gaz, à partir de celle des quantités locales contenues dans les volumes élémentaires. L'hypothèse du gaz faiblement ionisé suppose que les variations des densités des espèces neutres sont négligeables ce qui implique que le taux de perte par collisions avec les espèces chargées est totalement compensé par les processus de création. Le système des équations hydrodynamiques du gaz est fermé à l'aide de l'équation d'état d'un gaz parfait (E 1-9).

Dans l'équation de Poisson (E 1-1), V représente le potentiel et q_s la charge (en valeur algébrique) de l'espèce s (portée par les électrons, ions positifs ou ions négatifs). ϵ_0 est la permittivité de l'air. n_s est la densité des espèces chargées s (on distinguera les électrons (n_e),

les espèces ioniques négatives (n_p) et positives (n_n), et ρ_{es} est la densité de charge d'espace. Dans l'équation de transport (E 1-2), $\sigma_s(E/N)$ donne le terme source de création ou de disparition de l'espèce s dû aux collisions et aux processus secondaires (photo-ionisation et émission secondaire à la cathode). Dans l'équation (E 1-3), μ_s et D_s sont respectivement la mobilité et le coefficient de diffusion de l'espèce s . Enfin le champ électrique est déduit du potentiel au moyen de l'équation (E 1-4). Le système d'équations obtenu est fermé au moyen de l'approximation du champ électrique local ([Ge-1], [Gu-1]). Cette hypothèse suppose que tous les coefficients de transport (μ_s et D_s) et de réaction (contenu dans σ_s) sont fonction du champ réduit local E/N . La validité de cette approximation était montrée par la résolution de l'équation de Boltzmann dans la référence [Vi-2].

Dans l'équation (E 1-5), ρ_n est la densité massique du gaz neutre ($= mN$ avec m la masse pondérée des molécules constituant le gaz) et \bar{v} est la vitesse du gaz. $\rho\bar{v}$ est la densité de quantité de mouvement. Le terme $\partial(\rho\bar{v})/\partial t$ correspond au taux de variation de la densité de quantité de mouvement dans les volumes élémentaires. Dans l'équation de quantité de mouvement (E 1-6), le terme $\bar{\nabla} \cdot (\rho\bar{v}\bar{v})$ représente le transport convectif de densité de quantité de mouvement à travers les surfaces délimitant le volume élémentaire. P est la pression du gaz, le terme $\bar{\nabla} P$ traduit la force volumique associée à la variation de la pression et \bar{S}_v est le terme source moyen de transfert de quantité de mouvement des espèces chargés vers les neutres. L'équation (E 1-7) traduit la conservation de la densité d'énergie totale du gaz. Dans cette équation, ε est la densité d'énergie totale (thermique et cinétique). Le terme $\partial\varepsilon/\partial t$ représente le taux de variation de la densité d'énergie dans un volume élémentaire, le terme $\bar{\nabla} \cdot (\varepsilon\bar{v})$ correspond au flux convectif d'énergie. Le flux thermique \bar{Q} représente le transport de l'énergie thermique par conduction thermique des zones de forte température aux zones de

plus faibles températures. Ce flux est donné par la loi de Fourier, en fonction du coefficient de conductivité thermique λ et du gradient de température (E 1-10). $\overline{S_e}$ est le terme source moyen d'énergie transmise de la décharge au gaz neutre. L'équation (E 1-8) présente la variation de la densité d'énergie de vibration.

On peut noter que le système d'équations est très fortement couplé. Considérons par exemple que les équations (E-1 à E-4) qui modélisent la dynamique des particules chargées. On constate que toutes variations de la densité d'une espèce modifient la densité de charge d'espace et affectent donc l'évolution de toutes les autres espèces en modifiant le potentiel c'est-à-dire le champ électrique dont dépend tous les coefficients de transport et de cinétique. Le couplage est encore plus complexe si on introduit la dynamique du gaz neutre. Par exemple, sous l'effet des transferts d'énergie thermique et de quantité de mouvement des espèces chargées vers les espèces neutres, le gaz peut se mettre en mouvement. Ceci induit une variation de la densité N du gaz qui modifie en conséquence le champ réduit E/N et donc toutes les propriétés de transport et de réaction des espèces chargées. Ces variations modifient la dynamique de la décharge est donc les transferts d'énergie particules chargée-neutre.

La résolution d'un tel de modèle aussi fortement couplé demande l'emploi de méthodes numériques performantes. La section qui suit décrira la résolution numérique du modèle électro-hydrodynamique.

I.4.2 Résolution numérique du modèle

A cause de la symétrie des décharges mono-filamentaires étudiées (voir la figure 1-6), le modèle décrit précédemment est résolu dans une géométrie cylindrique 2D présentant une symétrie de révolution autour de l'axe de propagation de la décharge (axe z dans notre cas).

La discrétisation spatiale des équations est basée sur la méthode des volumes finis (FVM) et une description explicite est choisie pour traiter l'évolution temporelle des grandeurs. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations du modèle sur des éléments de volume. Ces éléments reproduisent un motif spécifique (dans notre cas des cylindres concentriques) suivant les deux directions radiale et axiale, on parle d'un maillage structuré (voir la figure 1-11).

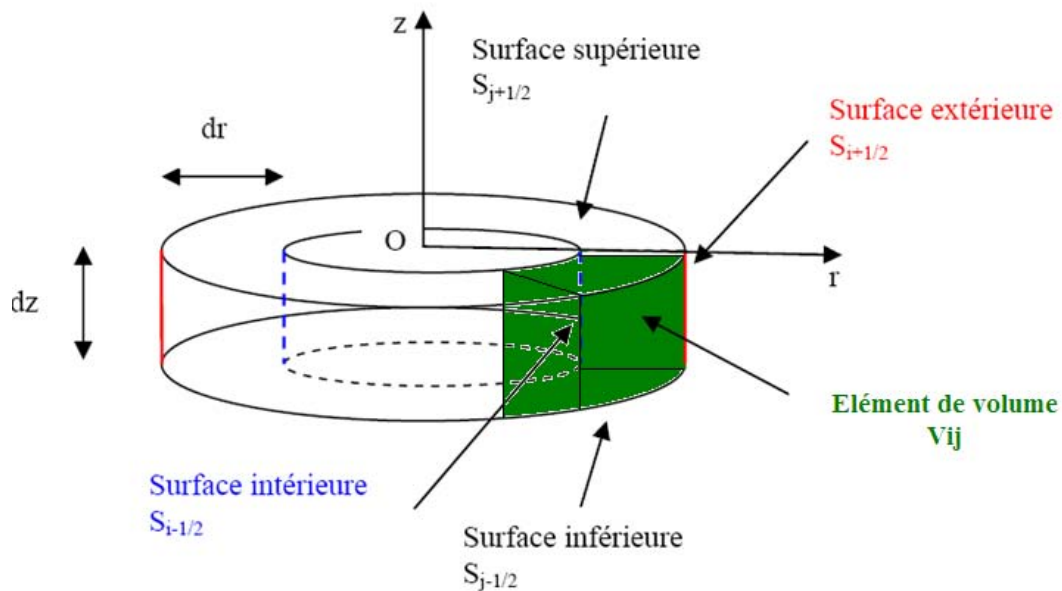


Figure 1-12 : Représentation schématique du volume V_{ij} dans l'espace à trois dimensions

La méthode consiste à intégrer dans le temps et dans l'espace les équations du modèle sur un élément de volume V_{ij} (figure 1-12) de l'espace d'étude et durant le pas de temps Δt . A cause du fort couplage entre toutes les équations du modèle et les forts gradients spatio-temporels qui peuvent apparaître (onde d'ionisation et onde de pression), les méthodes numériques utilisées durant la simulation doivent être efficaces et robustes. Elles ne doivent donc pas introduire de dispersion et de diffusion numérique tout en respectant des temps de calcul raisonnable.

Concernant les méthodes numériques de résolution des équations de conservation, un travail a déjà été élaboré au sein de notre groupe [Du-3]. Il a permis de montrer l'efficacité de plusieurs algorithmes numériques de traitement des flux de particules grâce à une étude paramétrique sur tests mathématiques et sur la simulation 1.5D de la propagation d'un streamer. Dans cette thèse, les équations de continuité sont résolues à l'aide de l'algorithme MUSCL Superbee (Monotonic Upstream-centred Scheme for Conservation Law). Cet algorithme a été proposé initialement par Van Leer [Va-1] et est une extension de la méthode de Godunov à l'ordre deux en espace [Du-2].

Dans le modèle, la résolution de l'équation de Poisson demande l'utilisation d'un algorithme performant en précision et en durée de calcul. En effet, cette équation elliptique doit être résolue à chaque pas de temps pour prendre en considération les modifications du champ de charge d'espace. De plus les phénomènes d'émission secondaire en volume comme la photo ionisation qui intervient dans le terme source des électrons et des ions positifs peuvent être modélisé à l'aide d'équations de type elliptique. Dans le cas de la modélisation des streamer, les méthodes les plus couramment utilisées sont les méthodes SOR (Successive Over Relaxation), ADI (Alternating Direction Implicit), FFT (Fast Fourier Transform) avec ou sans réduction cyclique et plus récemment les méthodes SUPERLU, BiConjugated Gradients STABILization (BiCGSTAB) et MUMPS (MUltifrontal Massively Parallel Solver). Cependant, ces méthodes peuvent atteindre leur limite lorsque le nombre de points devient important. La technique Full-Multi-Grid (FMG) est une alternative efficace à l'ensemble de ces méthodes. Son étude comparative fera l'objet du chapitre suivant.

I.5 Conclusion

Ce premier chapitre nous a permis de rappeler et de caractériser les différents régimes de décharge couronne positive sous tension DC, en configuration mono pointe –plan et dans l'air dans les conditions normales de température et de pression. Nous avons également rappelé l'ensemble des phénomènes électro-hydrodynamiques qui pouvaient prendre naissance notamment dans le régime de breakdown streamer tels que l'apparition du vent ionique, la génération d'ondes de pression ou la relaxation thermique des états excités vibrationnels. Ces phénomènes peuvent perturber le développement et les caractéristiques des décharges et induisent dans tous les cas des effets mémoires rémanents qui influencent sur les décharges successives. Ces différents effets potentiels ont été décrits et intégrés dans un modèle électro-hydrodynamique complet de la décharge couplant les équations de conservations des particules chargées et des particules neutres avec l'équation de Poisson. Il a été montré que la complexité du modèle demande des méthodes numériques de résolution à la fois efficaces en durée de calcul et performantes dans la gestion du transport des forts gradients de densité. Les performances en durée de calcul repose notamment sur l'efficacité des méthodes de résolution des équations elliptiques (telle que l'équation de Poisson) qui peut prendre rapidement plus de 90% du temps de calcul total. La performance de ces méthodes ne doit notamment pas être mise en défaut avec l'augmentation du nombre de point de définition du maillage. Le chapitre suivant est consacré spécifiquement à l'étude comparative de 3 méthodes de résolution lors de la simulation 2D d'un streamer mono-filamentaire.

CHAPITRE II : TECHNIQUES POUR LES EQUATIONS ELLIPTIQUES

II.1 Introduction

La modélisation de la dynamique de streamer nécessite la résolution des équations de transport des particules chargées couplées à l'équation elliptique de Poisson pour le calcul du potentiel V . Le champ électrique est généralement calculé à partir du potentiel V par la fonction ($\vec{E} = -\vec{\nabla}V$).

En utilisant la méthode des volumes finis, l'équation de Poisson discrétisée peut s'écrire sous la forme d'un système d'équations linéaires dont les inconnus sont les valeurs du potentiel dans chaque cellule du domaine. Ainsi, la détermination du potentiel dans les

décharges plasma est directement corrélée aux performances (en termes de précision et de temps de calcul) de la technique numérique utilisée pour résoudre un système matriciel avec un nombre important d'inconnus. Ces performances deviennent essentielles si on considère la dynamique induite par la propagation de la charge d'espace présente en avant du canal ionisé des streamers. En effet, pour suivre cette dynamique, il est nécessaire calculer continûment l'évolution du champ de charge d'espace et par conséquent, de résoudre l'équation de Poisson à chaque pas de temps. L'originalité de ce chapitre réside dans le développement et le test des techniques Multigrid (MG) et Full Multigrid (FMG) qui sont en mesure de résoudre efficacement un système matriciel linéaire présentant un nombre important d'inconnus.

Dans la suite de ce chapitre, les méthodes Multigrid (MG) et Full multigrid (FMG) sont détaillées ainsi que les solveurs MULTifrontal Massively Parallel Solver (MUMPS) et Successive Over Relaxation (SOR). En effet, les performances des méthodes MG et FMG sont ensuite comparées à celles des méthodes MUMPS et SOR dans le cas de la résolution d'un problème présentant une solution analytique puis lors de la propagation d'un streamer dans une configuration pointe-plan. Dans ce dernier cas, les trois méthodes de résolution sont implémentées dans un code de simulation de la dynamique d'un streamer pour résoudre l'équation de Poisson couplée aux équations de continuité des espèces chargées (électrons, ions positifs et ions négatifs).

II.2 Présentation des techniques numériques de résolution

II.2.1 Techniques Multigrid (MG) et Full Multigrid (FMG)

a) Technique Multigrid (MG)

Ce paragraphe s'inspire de la description faite dans la référence [Pr1]. Les techniques MG et FMG sont des méthodes itératives comme la méthode SOR par exemple. Sur leur principe, les techniques MG et FMG calculent tout d'abord une pré-solution du problème sur des maillages ou grilles plus larges. Ces solutions (ou correction d'erreurs selon les cas) sont ensuite réévaluées sur les grilles les plus fines de manière à accélérer la vitesse de convergence de la solution. Pour introduire en détail le principe de la méthode MG, nous allons nous baser sur un cas simple exploitant deux grilles de travail.

Dans notre cas, on cherche la solution d'un système linéaire du type (E 2-1), où A est une matrice et ρ un second membre :

$$Au = \rho \tag{E 2-1}$$

Supposons que le problème soit discrétisé sur une grille uniforme de taille h . Nous obtenons ainsi l'équation :

$$A_h u_h = \rho_h \tag{E 2-2}$$

Dans notre cas, A_h est la matrice résultante de la discrétisation de l'opérateur Laplacien Δ , u_h représente la solution exacte du potentiel sur toute la grille et ρ_h est le vecteur second membre de l'équation du Poisson. Notons \tilde{u}_h la solution approchée de l'équation (E 2-2). \tilde{u}_h peut être estimé par exemple grâce à une itération de l'algorithme classique de Gauss-Seidel. L'erreur v_h commise par rapport à la solution exacte u_h est ainsi donnée par,

$$v_h = u_h - \tilde{u}_h \quad (\text{E 2-3})$$

et le résidu est calculé par:

$$\alpha_h = -A_h \tilde{u}_h + \rho_h \quad (\text{E 2-4})$$

Etant donné que l'opérateur A_h est linéaire, le résidu peut être développé sous la forme suivante,

$$\alpha_h = -A_h(u_h - v_h) + \rho_h = -A_h u_h + \rho_h + A_h v_h$$

Ce qui indique que l'erreur v_h vérifie l'équation (E 2-5):

$$A_h v_h = \alpha_h \quad (\text{E 2-5})$$

De ce fait, si nous calculons la solution exacte de l'erreur v_h sur la grille la plus fine, nous pourrions déduire la solution exacte par l'application de la formule : $u_h = \tilde{u}_h + v_h$. Au lieu de faire cela, approximations la valeur de v_h sur la grille grossière avec un maillage de taille H tel que $H=2h$. Nous devons donc résoudre :

$$A_H v_H = \alpha_H \quad (\text{E 2-6})$$

Dans ce cas l'opérateur approprié A_H est de dimension réduite par rapport à A_h ce qui facilite l'obtention de la solution v_H . Pour déterminer le résidu α_H sur la grille plus large, on utilise un opérateur de restriction linéaire R tel que :

$$\alpha_H = R\alpha_h \quad (\text{E 2-7})$$

Une fois le résidu α_H calculé, on détermine la solution v_H sur la grille large en utilisant une méthode classique de type Gauss Jordan par exemple ou après convergence d'une méthode itérative de type ADI ou Gauss Siedel. La vitesse de convergence de ces méthodes n'est alors plus une contrainte dans la mesure où la grille H est de dimension suffisamment petite. On a ensuite recours à un opérateur de prolongation linéaire P qui interpole la correction sur la grille plus fine :

$$\tilde{v}_h = P v_H \quad (\text{E 2-8})$$

\tilde{v}_h est une valeur approximée de l'erreur v_h . Finalement, une nouvelle estimation de la solution exacte u_h est obtenue à partir de l'équation (E 2-9):

$$\tilde{u}_h^{new} = \tilde{u}_h + \tilde{v}_h \quad (\text{E 2-9})$$

Cette procédure est répétée itérativement jusqu'à ce que le résidu α_h soit suffisamment faible. Une itération de la méthode Multigrid, de la grille la plus fine à la plus large et le retour vers la grille la plus fine correspond à un cycle en V.

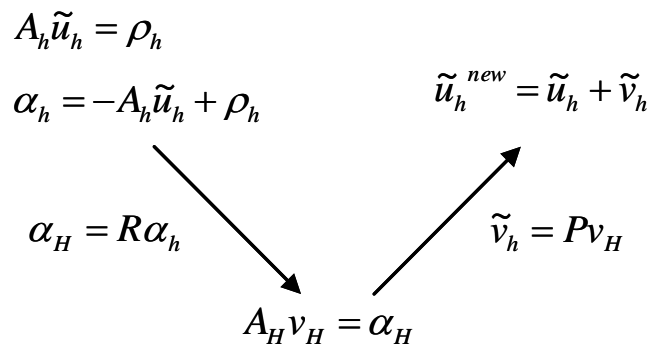


Figure 2-1 : Structure d'un cycle V pour deux grilles

b) Technique Full Multigrid (FMG)

Comme on l'a vu dans le paragraphe précédent, la méthode Multigrid est un schéma itératif qui démarre depuis la grille la plus fine et qui effectue plusieurs cycles en V jusqu'à ce qu'une valeur suffisamment faible du résidu soit atteinte. Pour démarrer à partir de la grille la plus fine, il faut toutefois choisir des valeurs initiales du vecteur u_h . En dehors des conditions aux limites, ces dernières sont généralement prises égales à zéro. Cependant, l'efficacité peut être grandement améliorée en utilisant la technique Full Multigrid (FMG). Pour l'introduire, on considère un système à trois grilles. On les numérote, en affectant l'indice 1 à la grille la plus large, l'indice 2 à la grille intermédiaire et l'indice 3 à la grille la plus fine.

Le but de la méthode FMG, est de pré-estimer une solution \tilde{u}_3 de système linéaire $A_3 u_3 = \rho_3$.

Pour se faire, au lieu de commencer le calcul à partir de la grille la plus fine, on calcule tout d'abord une solution exacte u_1 de l'équation (E 2-10) sur la grille la plus large 1:

$$A_1 u_1 = \rho_1 \tag{E 2-10}$$

A_1 est une approximation de l'opérateur A_3 sur la grille 1. Dans notre cas, A_1 est construit à partir des composantes de l'opérateur Laplacien de l'équation de Poisson discrétisées sur la grille 1. ρ_1 est le vecteur second membre obtenu par restriction du vecteur ρ_3 soit $\rho_1 = R_{21}\rho_2 = R_{21}(R_{32}\rho_3)$ avec R_{21} et R_{32} les opérateurs de restriction de la grille 2 à la grille 1 et de la grille 3 à la grille 2. La solution approximative \tilde{u}_2 sur la grille 2 est calculée par prolongation de la solution exacte u_1 en utilisant l'opérateur de prolongation P_{12} :

$$\tilde{u}_2 = P_{12}u_1 \quad (\text{E 2-11})$$

Par la suite, on applique un cycle en V sur cette première solution (voir figure 2-1) afin d'améliorer la précision de la solution \tilde{u}_2 avant de l'interpoler sur la grille 3 pour obtenir \tilde{u}_3 :

$$\tilde{u}_3 = P_{23}u_2 \quad (\text{E 2-12})$$

Un cycle en V complet étendu à 3 grilles peut être ensuite appliqué sur \tilde{u}_3 pour améliorer sa précision. Pour ce faire, on calcul tout d'abord le résidu $\alpha_3 = -A_3\tilde{u}_3 + \rho_3$ et sa valeur de restriction $\alpha_2 = R_{32}\alpha_3$ dans le but d'estimer la solution v_2 de l'équation:

$$A_2\tilde{v}_2 = \alpha_2 \quad (\text{E 2-13})$$

La solution \tilde{v}_2 peut être améliorée en effectuant un cycle en V entre les grilles 2 et 1 en prenant β_2 le résidu de \tilde{v}_2 ($\beta_2 = -A_2\tilde{v}_2 + \alpha_2$) et w_2 l'erreur de v_2 ($w_2 = v_2 - \tilde{v}_2$ avec $A_2w_2 = \beta_2$). Finalement, $\tilde{u}_3^{new} = \tilde{u}_3 + \tilde{v}_3$ avec $\tilde{v}_3 = P_{23}\tilde{v}_2$. Le principe de la méthode FMG pour 3 grilles est illustré sur la figure (Figure 2-2).

En conclusion, la technique FMG commence le calcul par une solution exacte calculée sur la grille la plus large alors que la technique MG initialise le calcul à partir d’une solution approximée sur la grille la plus fine. Cette dernière méthode est plus adaptée pour la résolution de problèmes fonction du temps quand la solution à l’instant $t+dt$ sur la grille la plus fine est très proche de celle à l’instant t .

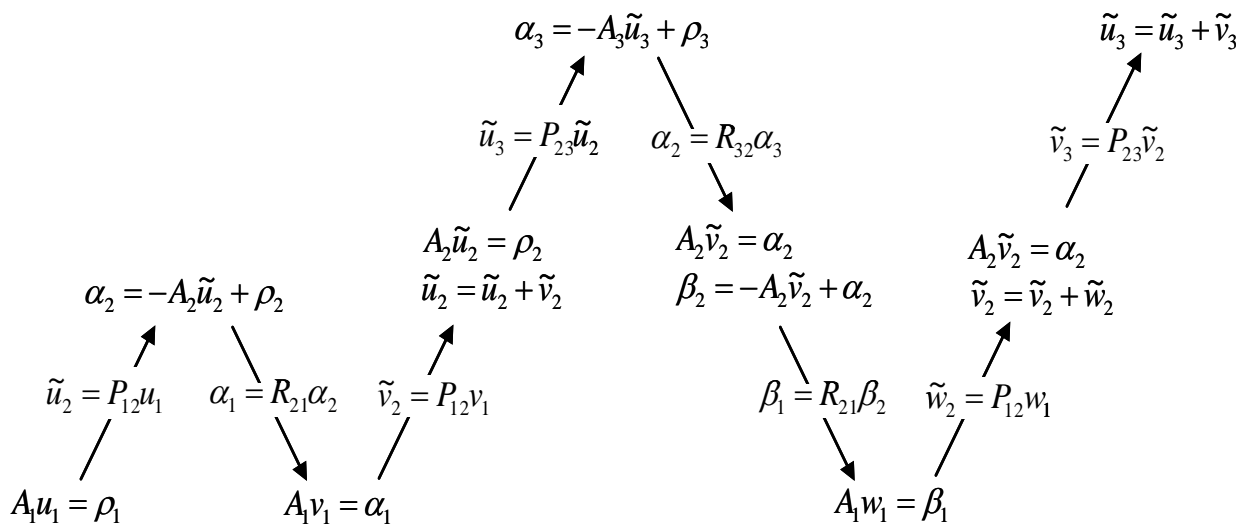


Figure 2-2 : La méthode Full Multigrid pour 3 grilles

II.2.2 MUMPS : MULTifrontal MASSIVELY Parallel Solver

MUMPS (“MULTifrontal MASSIVELY Parallel Solver” ([Am-1]-[Am-2]-[Fo-11]-[So-1]), est un solveur de systèmes linéaires de la forme $Au = \rho$, où A est une matrice carrée, creuse (composé d’une majorité de zéro) et régulière (son déterminant est non nul). Cette méthode

est donc bien adaptée à notre problème puisque seule la diagonale principale et 4 diagonales secondaires (2 au dessus et 2 en dessous) sont non nulles dans le cas d'une discrétisation 2D de l'opérateur Laplacien. MUMPS est une méthode directe basée sur une approche dite multifrontale qui effectue une factorisation directe $A = LU$ ou $A = LDL^T$ en fonction de la symétrie de la matrice. Dans le cas non symétrique, L est une matrice diagonale inférieure et U une matrice diagonale supérieure. Dans le cas symétrique, L^T est la transposée de L et D est une matrice diagonale. La méthode MUMPS consiste à réorganiser les calculs de telle sorte que la factorisation totale de la matrice initiale s'effectue à l'aide de factorisations partielles sur de petites matrices denses (en relation avec la matrice initiale) appelées matrices frontales. Elle analyse tout d'abord la matrice A pour générer les matrices frontales adéquates puis elle effectue leur factorisation en répartissant les tâches sur plusieurs processeurs (traitement simultané sur fronts multiples). Après ces deux phases d'analyse et de factorisation, MUMPS résout le système par multiplications de matrices. On peut noter que les performances de la méthode sont en grande partie corrélées à sa gestion optimisée du calcul parallèle notamment pour des systèmes linéaires de grande taille. Cependant, dans notre travail, nous avons testé MUMPS que sur un seul processeur pour pouvoir comparer ses performances avec les autres méthodes utilisées.

Dans le cas de la résolution du système d'équations linéaires lié à l'équation de Poisson discrétisée, le principal avantage de MUMPS est que les phases 1 et 2, consommatrices en temps CPU, ne sont effectuées qu'une seule fois. En effet, les coefficients des matrices frontales factorisées restent inchangés tout au long de l'évolution du streamer. Seule le vecteur second membre varie. Par conséquent, la consommation en temps de calcul à chaque pas de temps est équivalente à celle d'un produit d'une matrice avec un vecteur.

II.2.3 SOR : Successive Over Relaxation

La méthode successive over relaxation est une méthode itérative de résolution des systèmes d'équations linéaires. Cette méthode découle de la méthode Gauss-Seidel.

Comme nous l'avons déjà vu, l'équation de Poisson discrétisée s'écrit sous la forme d'un système matriciel $Au=\rho$. En posant $A=D+L+U$, on obtient $u=D^{-1}(-L-U)u+ D^{-1}\rho$, système qui dans le cas d'un système matriciel de dimension 2 s'écrit :

$$\begin{cases} u_1 = (\rho_1 - A_{12}u_2)A_{11} \\ u_2 = (\rho_2 - A_{21}u_1)A_{22} \\ \text{avec } (A_{ii} \neq 0) \end{cases} \quad (\text{E 2-14})$$

En partant d'une solution initiale de u (notée u^0), on fait converger la solution en recalculant à chaque itération k , des nouvelles valeurs u^k . C'est le principe de la méthode de Jacobi où $J=D^{-1}(-L-U)$ est la matrice de Jacobi :

$$\begin{cases} u_1^{k+1} = (\rho_1 - A_{12}u_2^k)A_{11} \\ u_2^{k+1} = (\rho_2 - A_{21}u_1^k)A_{22} \end{cases} \quad (\text{E 3-15})$$

Pour améliorer la vitesse de convergence de la solution, on peut utiliser les valeurs de u à l'itération $k+1$ dès qu'elles ont été calculées. C'est la méthode de Gauss-Seidel. On obtient ainsi, dans le cas d'une incrémentation ascendante des indices, les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_1^{k+1} = (\rho_1 - A_{12}u_2^k)A_{11} \\ u_2^{k+1} = (\rho_2 - A_{21}u_1^{k+1})A_{22} \end{cases} \quad (\text{E 2-16})$$

On constate que la valeur u_1^{k+1} est calculée avec l'ancienne valeur u_2^k , puis que la nouvelle valeur de u_1^{k+1} est directement utilisée pour le calcul de u_2^{k+1} .

La vitesse de convergence peut être encore être améliorée en utilisant la méthode SOR (Successive Over Relaxation). Cette méthode consiste à prédire une correction de la formulation de Gauss-Seidel, en introduisant un paramètre de relaxation ω tel que :

$$u = \omega [D^{-1}(-L-U)u + D^{-1}\rho] + (1-\omega)u \quad (\text{E 2-17})$$

Si $0 < \omega < 1$ on parle de sous-relaxation, si $1 < \omega < 2$ on parle de sur-relaxation et lorsque $\omega=1$ on retrouve la méthode de Gauss-Seidel. Une première approximation de ω peut être déterminée à partir de la valeur de rayon spectral (module de la plus grande valeur propre) de la matrice de Jacobi J . Dans notre cas, et pour que la solution converge plus vite, on utilise l'accélération de Chebyshev [Pr1] qui permet de faire évoluer la valeur de ω en fonction des itérations k successives. Cependant, le choix initiale de la valeur de ω (noté ω^0 pour $k=0$) est

très sensible sur la vitesse de convergence de la solution. Cette valeur ne peut être calculée analytiquement que dans certaines situations bien déterminées (domaine d'étude cartésien avec des pas constants), ce qui n'est pas le cas pour notre étude. Dans notre cas, la valeur optimale de ω^0 est prédéterminée par dichotomie lors de test de convergence sur une équation de Laplace [Du-3].

II.3 Analyse des performances par comparaison avec une solution analytique

II.3.1 Conditions de simulation

Dans le but de comparer la performance de la technique FMG avec les méthodes SOR et MUMPS, on va comparer le potentiel géométrique calculé avec une solution analytique de l'équation de Laplace ($\Delta V=0$) dans une configuration pointe hyperbolique-plan (figure 2-3). La solution analytique considérée a été initialement proposée par Eyring [Ey1] et utilisée pour la première fois par Morrow [Mo-1] pour la simulation des streamers. Plus récemment, Celestin et al. ont utilisé la même configuration [Ce1] pour des tests de performance de conditions aux limites.

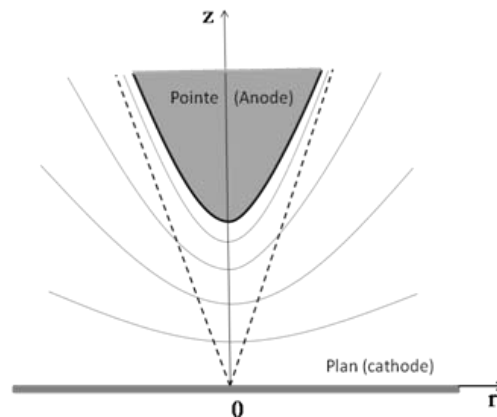


Figure 2-3 : Configuration pointe hyperbolique-plan

Pour notre cas d'étude, et de manière à suivre au plus près la forme de la pointe, le gradient de potentiel au voisinage de la pointe hyperbolique est calculé en utilisant la position réelle de la pointe. La distance inter-électrode est de 1mm et le rayon de courbure de la pointe est de 0.1mm. La tension appliquée sur la pointe est égale à 3kV. L'opérateur Laplacien Δ , est discrétisée dans une géométrie 2D cylindrique avec la méthode des volumes finis. Le domaine de calcul est discrétisé sur une grille structurée, avec un pas d'espace uniforme dans les deux directions radiale et axiale. Les dimensions du domaine sont de 1,3mm selon la direction radiale et 1,5mm selon la direction axiale. Le nombre de point total est égal à $n_r \times n_z = 159 \times 479 = 76161$.

En raison de la symétrie de révolution du problème autour de l'axe z, les dérivées radiales le long de l'axe z sont nulles. Pour effectuer la comparaison, nous avons utilisé les conditions de Dirichlet pour $r=r_{max}$ et $z=z_{max}$ en appliquant la solution analytique aux frontières du domaine. Pour la méthode FMG, cinq grilles ont été utilisées pour résoudre l'équation de Laplace. La solution sur la grille la plus large est calculée par l'algorithme

Gauss-Jordan et la solution intermédiaire sur chaque grille est estimée en appliquant une itération de la méthode Gauss-Seidel.

II.3.2 Présentation et analyse de résultats

Pour comparer les performances des trois méthodes par rapport à la solution analytique, on commence par une analyse qualitative des résultats. La figure 2-4 présente le potentiel sur l'axe de symétrie, obtenu par la solution analytique, la méthode FMG, la méthode MUMPS et la méthode SOR. On observe un très bon accord entre les différentes méthodes. Pour voir l'aspect dans tout le domaine, on a tracé les courbes de niveaux de potentiel sur la figure 2-5, en comparant à chaque fois la solution calculée (à gauche des images) à la solution analytique (à droite des images). Un très bon accord est également observé sur tout le domaine.

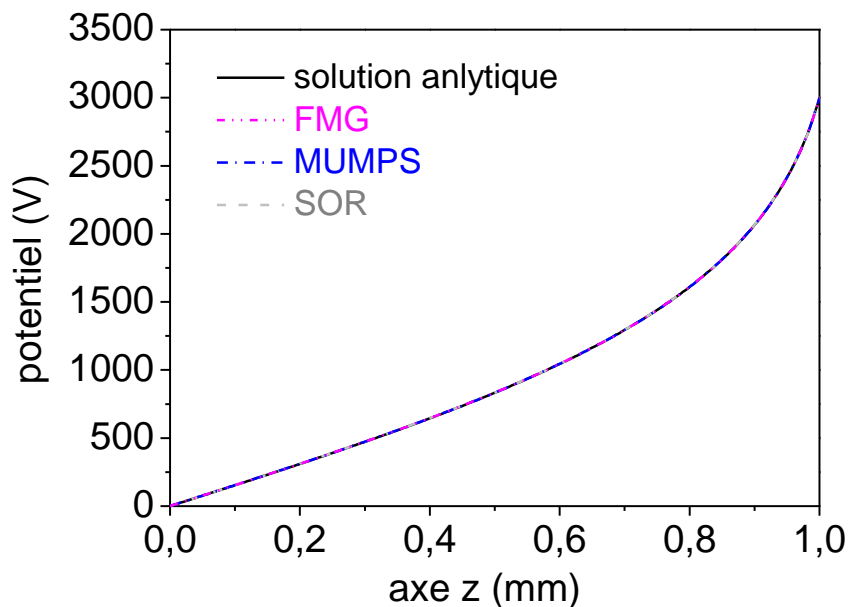
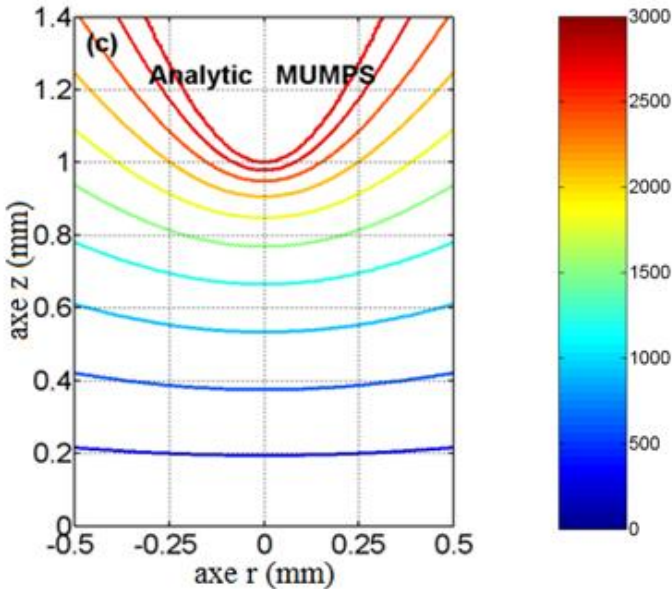
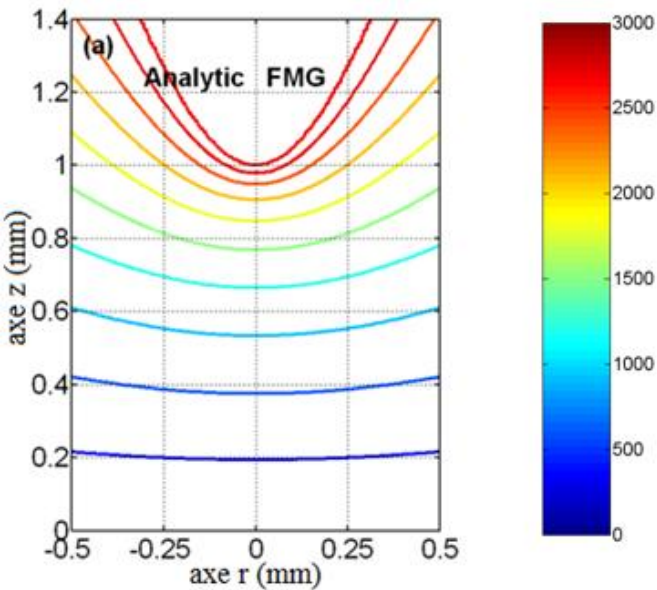


Figure 2-4 : Potentiel obtenu par solution analytique, méthode FMG, méthode MUMPS et méthode SOR le long de l'axe de symétrie, par rapport à la solution analytique



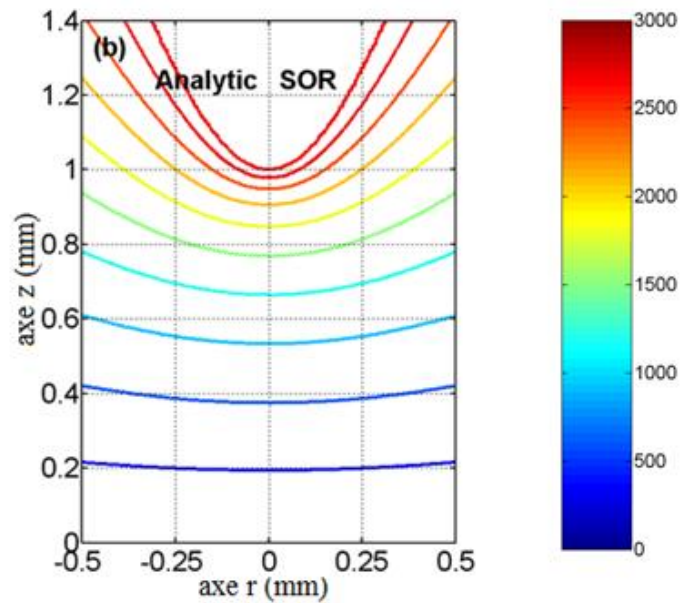


Figure 2-5 : iso-contours de potentiel donnés par la solution analytique et les solutions calculées en utilisant (a) FMG, (b) SOR et (c) MUMPS

Pour mieux saisir la performance de ces méthodes, on a fait une analyse quantitative (voir la Figure 2-6) qui illustre l'erreur relative des trois méthodes par rapport à la solution analytique dans le calcul du potentiel sur l'axe. Les courbes montrent que la méthode directe MUMPS donne la solution la plus proche de l'analytique avec une erreur inférieure à 0.01%. Pour la méthode FMG, l'erreur est inférieure à 0.02% sauf au voisinage de la pointe où elle atteint les 0.06%. Dans le cas de la méthode SOR, l'erreur augmente pour atteindre 0.08 au milieu de l'espace inter-électrode puis diminue pour rejoindre la solution analytique sur la pointe.

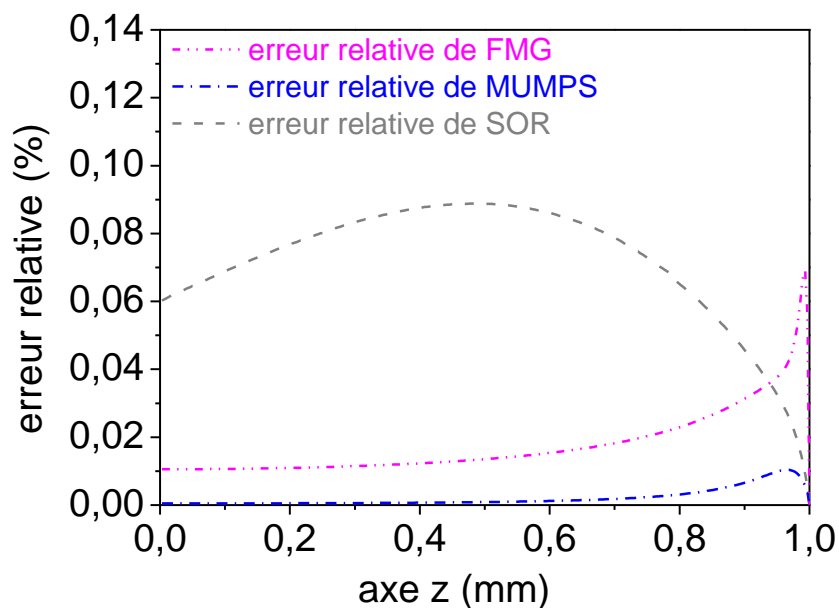


Figure 2-6 : Erreur relative des potentiels calculés par FMG, MUMPS et SOR par rapport à la solution analytique

On peut noter que le critère de convergence a été choisi à 10^{-5} pour les méthodes itératives SOR et FMG. Le critère de convergence vérifie que sur tout le domaine de calcul, la différence relative entre la nouvelle solution et l'ancienne entre deux itérations soit inférieure à 10^{-5} . Autrement dit, l'écart entre les deux solutions reste inférieur à 0.001%.

Toujours dans l'analyse quantitative, le tableau 2-1 récapitule quelques paramètres numériques concernant le comportement de chacune des méthodes. On trouve l'erreur relative moyenne calculée dans tout le domaine par rapport à la solution analytique, le temps de calcul et le nombre d'itérations effectué pour vérifier le critère de convergence. Pour la méthode FMG, on peut remarquer que le nombre d'itérations correspond en fait au nombre de cycles en V effectués sur les 5 grilles. Cela signifie qu'une itération de FMG implique : 4 itérations de Gauss-Seidel (une itération pour chacune des 4 grilles les plus fines), l'utilisation des

opérateurs restriction et prolongation et l'application de la technique de Gauss-Jordan sur la grille la plus large.

On observe que la méthode MUMPS induit l'erreur relative moyenne la plus faible ($5.6 \times 10^{-4} \%$). La méthode SOR a la plus importante erreur relative moyenne, même si cette erreur reste acceptable (inférieure à $3.6 \times 10^{-2} \%$). La méthode FMG se situe entre les deux, avec une erreur 10 fois plus grande que celle de MUMPS.

Concernant le temps de calcul, la méthode FMG nécessite 0.19s pour satisfaire le critère de convergence alors que la méthode SOR prend 1.1s avec la valeur optimale du paramètre de relaxation. Pour la méthode MUMPS, 51s sont nécessaires pour construire la matrice et effectuer la décomposition LU). Le calcul direct de la solution nécessite seulement 0.05s. Dans ces conditions de simulation, la technique FMG nécessite 13 cycles en V et la méthode SOR 893 itérations pour converger.

Méthode utilisée	Erreur relative moyenne (%)	Temps de calcul (s)	Nombre d'itérations ou cycles
FMG	$5.8 \cdot 10^{-3}$	0.19	13
SOR	$3.6 \cdot 10^{-2}$	1.1	893
MUMPS	$5.6 \cdot 10^{-4}$	0.05	/

Tableau 2-1: Erreurs relatives moyennes des trois méthodes (FMG, MUMPS et SOR) par rapport à la solution analytique et le temps nécessaire pour aboutir à la solution. Le nombre d'itérations de FMG et SOR est indiqué.

Après ce test de comparaison avec une solution analytique, on constate bien l'efficacité et la performance de la technique FMG en termes de temps de calcul et d'erreur moyenne.

Cependant, la méthode directe MUMPS reste plus performante. Dans la suite la méthode MG sera mise en œuvre dans la simulation de la dynamique du streamer. En effet, cette dernière est plus adéquate pour les problèmes évoluant dans le temps lorsque la solution à l'instant $t+dt$ est reste proche de celle à l'instant t .

II.4 Analyse des performances dans le cadre de la simulation d'une décharge de type streamer millimétrique

II.4.1 Conditions de simulation

Pour réaliser cette comparaison, on s'est appuyé sur les conditions de simulation considérées dans un travail antérieur [Du-1] dédié à la comparaison des méthodes volumes finis et éléments finis. Les équations de continuité des espèces chargées sont résolues avec l'algorithme MUSCL Superbee (Monotonic Upstream-centred Scheme for Conservation Law). Les conditions de simulation sont résumées dans le tableau 2-2. On modélise une décharge pointe-plan positive de type streamer mono-filamentaire générée dans l'air à la pression atmosphérique et à température ambiante. La pointe est de forme hyperbolique avec un rayon de courbure de $100\mu\text{m}$ et la distance inter-électrode est de 1mm . Le potentiel sur la pointe est égal à 3kV . Pour amorcer le calcul, on considère un plasma initial de forme gaussienne et centré autour de la pointe. La densité maximum des électrons est de 10^{20}m^{-3} et les phénomènes d'émissions secondaires sont modélisés par l'adjonction d'un terme constant de création de paires électron-ion fixé à $10^{13}\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$.

A cause de la symétrie du phénomène étudié, le domaine est discrétisé dans une géométrie cylindrique présentant une symétrie de révolution autour de l'axe z portant la

pointe hyperbolique. Le maillage du domaine d'étude est rectangulaire et uniforme selon les deux directions. Le nombre total de points de calcul est $159 \times 479 = 76161$. La méthode MG utilise 5 grilles de travail. Pour les deux algorithmes itératifs (SOR et MG) le critère de convergence est fixé à 10^{-5} . En effet, après quelques tests préliminaires effectués dans nos conditions de simulation, un critère de convergence plus faible n'a pas d'effets notables sur la solution et le développement du streamer. Finalement pour l'évolution temporelle, on a fixé un pas de temps constant égal à 10^{-13} s ce qui permet de maintenir un critère CFL inférieur à 0.1.

Dans l'air, le modèle du transport des particules chargée décrit dans le chapitre I, implique les électrons, les ions positifs (N_2^+ , N^+ , O_2^+ et O^+) et les ions négatifs (O^- et O_2^-). Cependant, pour nos simulations et comme dans les travaux de [Ha-1], [Mo-1], et [Du-1], on considère un comportement moyen des ions positifs et négatifs en termes de cinétique réactionnelle et de transport. Ainsi, le modèle résout trois équations de transport pour les électrons, le comportement moyen des ions négatifs et positifs. Les modèles cinétique et de transport sont les mêmes que ceux décrit dans [Ha-1] et [Mo-1]. En effet, la littérature offre plusieurs jeux de données de base qui diffèrent d'un auteur à un autre. Les figures 2-7 et 2-8 présentent des comparaisons faites entre les données de Lowke et Morrow [Mo-1] et celles calculées au sein de notre groupe PRHE. Pour notre simulation, on utilise les données de Lowke et Morrow [Mo-1] interpolées avec la prise en compte des corrections introduites dans [Du-1].

Gaz	Air (80%N ₂ ,20%O ₂)
Température	20 °C
Pression	101325Pa
Tension appliqué à l'anode	3kV (constante)
Distance inter-électrode	1mm
Pas du temps	10 ⁻¹³ s
Paramètres géométriques	
Rayon de courbure	100 µm
distance inter-électrode	1mm
Paramètres du maillage	
dz	~ 3 µm
dr	~ 8 µm
Domaine d'étude	1.3 x 1.5 mm
Paramètres de la distribution gaussienne	
densité maximum	10 ²⁰ m ³
rayon en r	25µm
rayon en z	800µm
Paramètres de transport	
Terme source secondaire en volume	10 ¹³ m ³ s ⁻¹
Emission secondaire par bombardement ionique sur la cathode	γ =0.01

Tableau 2-2: Conditions de Simulation et différents paramètres utilisés

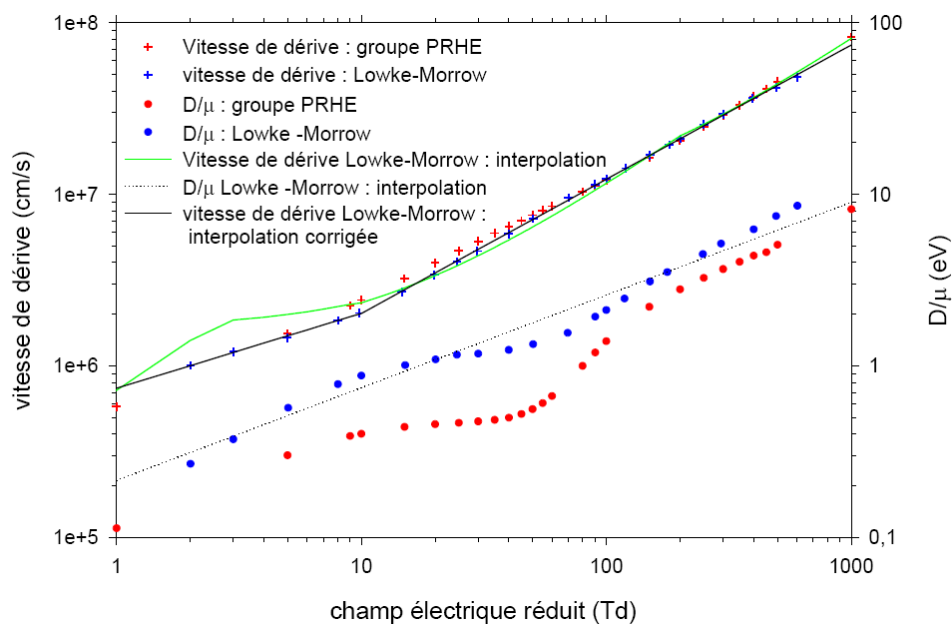


Figure 2-7 : Données de base (calculées) concernant la vitesse de dérive et le rapport D/μ pour les électrons dans l'air. Deux séries de valeurs sont présentées : une première est calculée dans le groupe PRHE (rouge) et la deuxième par Lowke et Morrow (bleu). Les courbes en noir sont les interpolations des données de Lowke et Morrow. La courbe en vert représente l'ancienne fonction interpolée utilisée par les auteurs dans leur simulation

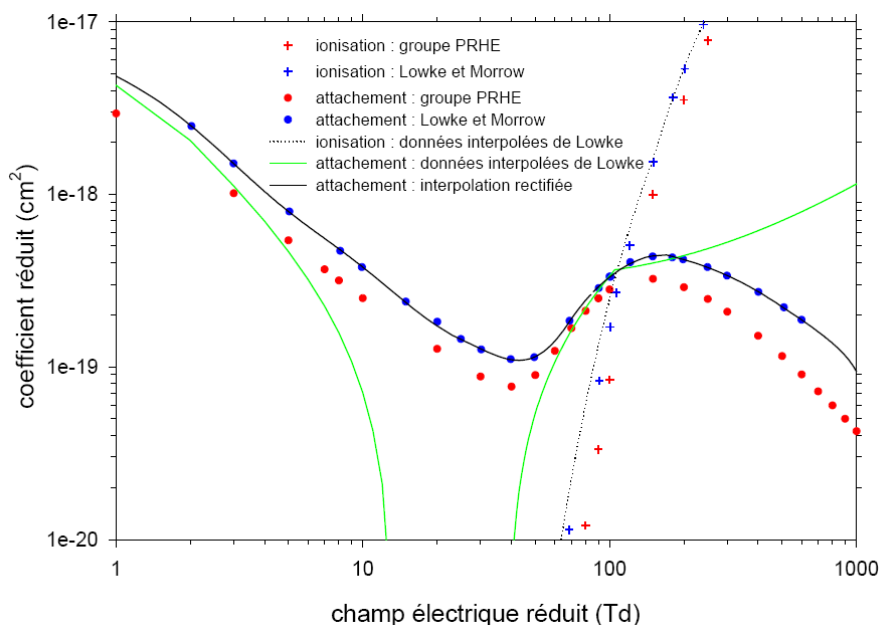


Figure 2-8 : Données de base (calculées) concernant les coefficients de réaction pour les réactions d'ionisation (N_2^+ , N^+ , O_2^+ et O^+) et d'attachement (O^- et O_2^-). Deux séries de valeurs sont présentées : une première est calculée par le groupe PRHE (rouge) et la deuxième par Lowke et Morrow (bleu). Les courbes en vert sont les formules utilisées par Lowke et Morrow ; en noir sont les interpolations des données de Lowke et Morrow.

Le domaine d'étude est représenté sur la figure 2-9 et les conditions aux limites fixées dans nos simulations sont les suivantes :

- Pour l'équation de Poisson, des conditions de Dirichlet sont appliquées sur les deux électrodes (bornes bleues). Le potentiel est fixé à 3kV sur la pointe (anode) et égal à zéro sur le plan (cathode). Des conditions de Newman (à dérivées nulles) sont appliquées le long de l'axe z et sur les bornes les plus externes du domaine (bornes rouge et vertes).
- Pour les équations de continuité, le long de l'axe de symétrie et sur les bornes supérieure et latérale du domaine, on fixe des dérivées de densité nulle (conditions de Newman) pour toutes les espèces chargées. Ailleurs, les conditions aux limites diffèrent d'une espèce à une autre. Sur l'anode, les dérivées de densité d'électrons et d'ions négatifs sont nulles et la densité d'ions positifs est fixée à zéro. Sur la cathode la densité des ions négatifs est égale à zéro et la dérivée de la densité pour les ions positifs est nulle. La densité des électrons à la cathode est fixée par l'émission secondaire.

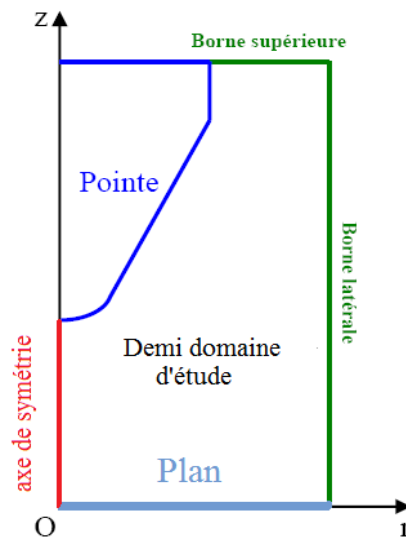


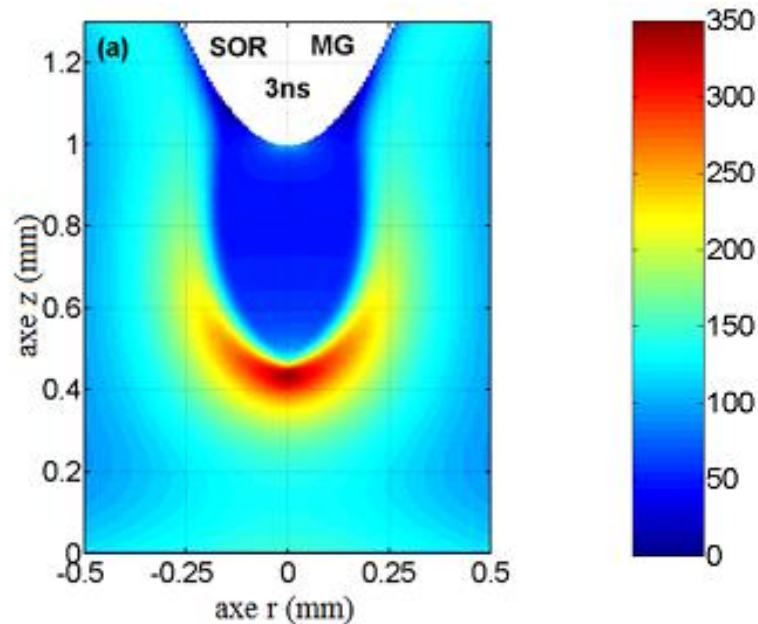
Figure 2-9 : Domaine d'étude de la décharge

II.4.2 Présentation et analyse des résultats

Dans cette partie, on présente les résultats de simulation du modèle de streamer, en modifiant seulement la méthode de résolution de l'équation de Poisson. Cette dernière est résolue par la méthode MG, la méthode directe MUMPS et l'algorithme SOR. On commence par un aperçu qualitatif des résultats, en traçant les cartographies de la norme du champ électrique réduit et de la densité électronique ([Ka-3], [Ka-4],[Ei-6]).

Les deux graphes (a) et (b) de la figure 2-10 présentent le profil 2D de la valeur absolue du champ électrique réduit à 3ns. Les résultats MG et MUMPS sont comparés avec ceux obtenus avec SOR. Les deux graphes montrent un très bon accord entre les résultats sur l'ensemble du domaine d'étude. Avec les trois méthodes, la cartographie montre la structure ordinaire d'une décharge de type streamer positif. Le streamer est formé par une tête (front de l'onde d'ionisation) qui se propage vers la cathode (plan) et laisse derrière lui un canal ionisé

qui lie la tête de streamer à l'anode (pointe). Les deux graphes montrent que ce canal de conduction est confiné par un champ électrique de charge d'espace élevé avec un maximum de 350Td à 3ns. Le long des bords du canal ionisé, en partant de la tête du streamer et en allant vers l'anode, le champ électrique diminue progressivement pour atteindre les 100Td au voisinage de la pointe. Cependant, à l'intérieur du canal de conduction, le champ électrique est quasi constant et se maintient aux alentours de 50 Td. D'après les résultats obtenus, on peut estimer la vitesse moyenne de propagation de streamer est au alentour de 2.10^5 m.s^{-1} puisqu'il a parcouru une distance de 0.6 mm au bout de 3ns.



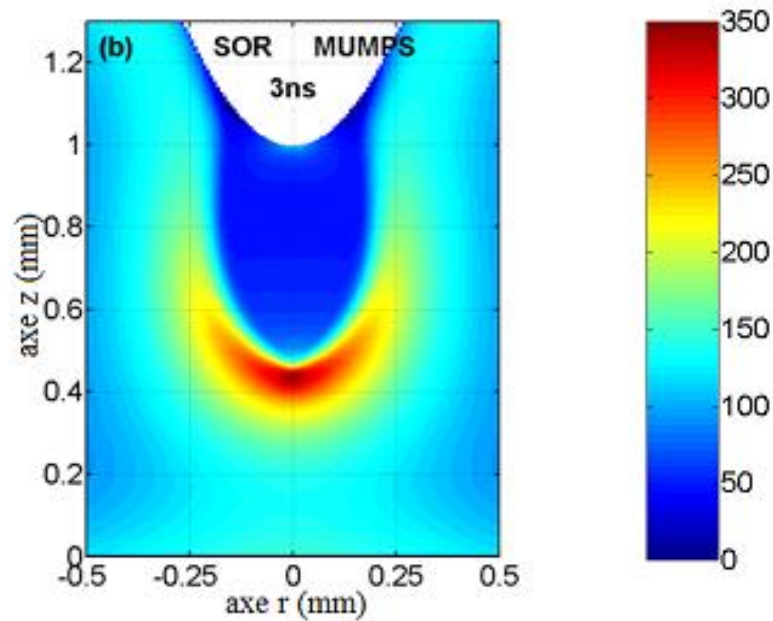


Figure 2-10 : cartographie du champ électrique (Td) à 3ns : (a) pour SOR et MG ; (b) pour SOR et MUMPS

Les figures 2-11 et 2-12 présentent la densité électronique en échelle linéaire et en échelle logarithmique respectivement. Les graphes (a) comparent les résultats des codes SOR et MG, et les graphes (b) comparent les résultats des codes SOR et MUMPS. Si on fait une analogie entre la région bleue foncée (qui délimite le canal ionisé) de la figure 2-10 et la zone rouge de la figure 2-11, on constate que la densité électronique reste supérieure à 10^{19} m^{-3} dans le canal ionisé et atteint 10^{20} m^{-3} sur l'axe de streamer. Le rayon de ce canal peut être estimé à $200 \mu\text{m}$, ce qui est en accord avec le rayon de streamer mesuré expérimentalement [Br-1] par technique optique. En dehors de ce canal, la densité diminue en s'approchant de la cathode. En échelle linéaire, la figure 2-12 montre que les électrons sont concentrés dans une couche mince tout autour de l'axe de propagation du streamer avec une densité de 10^{20} m^{-3}

localisés dans un cylindre de quelques micromètres. Qualitativement, on observe un bon accord entre les résultats donnés par les trois codes.

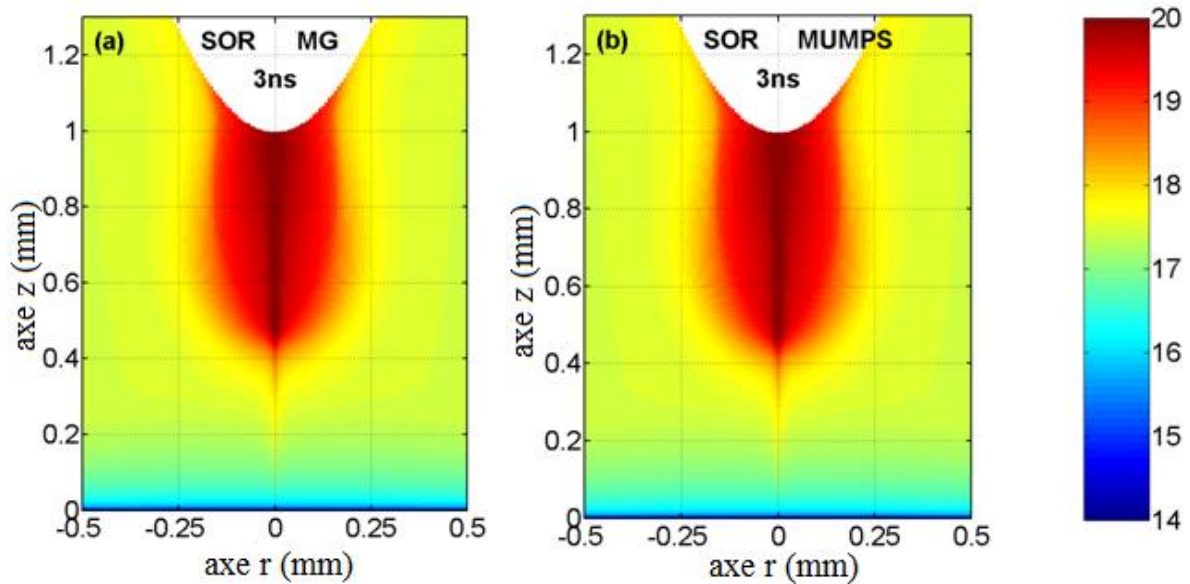


Figure 2-11 : cartographie de la densité d'électrons (m^{-3}) à 3ns en échelle logarithmique: (a) pour SOR et MG ; (b) pour SOR et MUMPS

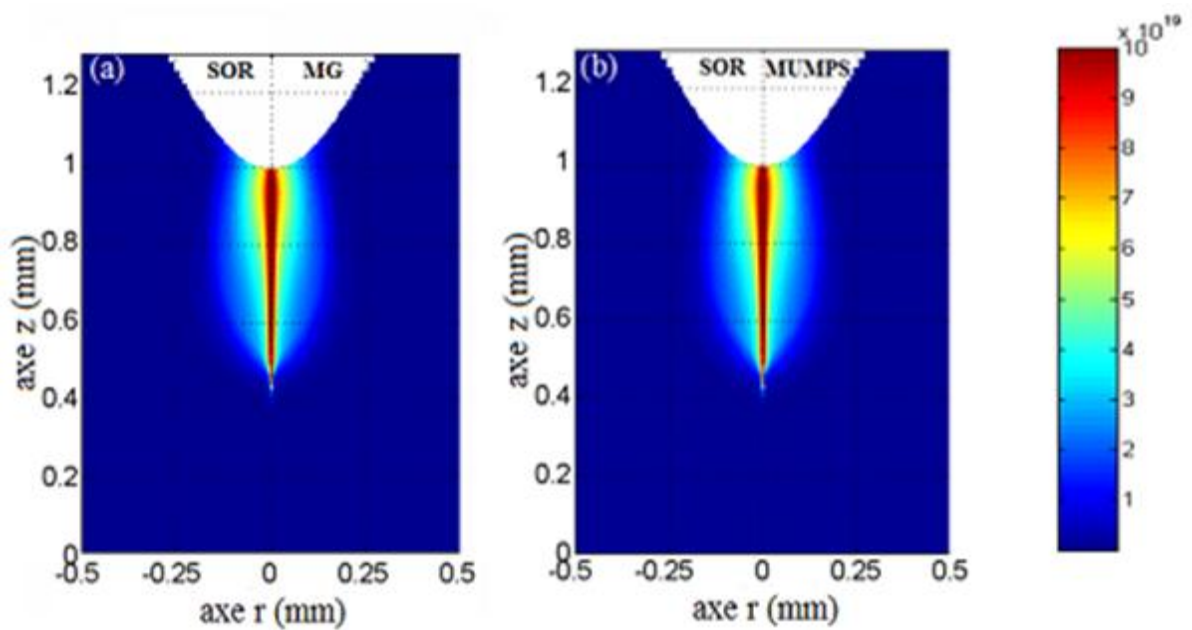


Figure 2-12: cartographie de la densité d'électrons (m^{-3}) à 3ns en échelle linéaire: (a) pour SOR et MG ; (b) pour SOR et MUMPS

Pour examiner plus précisément les résultats, on mène une étude quantitative en analysant les variations spatio-temporelles de certaines grandeurs sur les deux directions axiales et radiales. Sur la figure 2-13 on compare les champs électriques issus des trois codes (MG, MUMPS et SOR) et le long de l'axe de la décharge. Globalement, on observe une grande similarité entre les trois profils quelque soit les instants. Les pics des champs correspondent à la tête du streamer à chacun des instants et dans les trois cas, l'amplitude du pic diminue au cours de la propagation de streamer. En effet, avec les trois codes, l'amplitude du champ vaut environ 500Td à 1ns et diminue à 350Td à 3ns. On peut donc conclure qu'avec les 3 méthodes MG, MUMPS et SOR la morphologie du streamer est la même. Pour mieux voir la différence entre les 3 algorithmes, on compare les résultats issus par MG et MUMPS (mis en œuvre dans ce travail) avec ceux obtenus par SOR [Du-1]. Pour cela, on a calculé la différence relative de chacune des méthodes par rapport à SOR à l'instant 3ns. Le résultat est reproduit sur la figure 2-14. On observe que dans les deux cas, la différence reste inférieure à 1% dans tout l'espace inter-électrode sauf dans la région qui correspond à la tête de streamer, où l'écart relatif atteint 3%. En effet, cette zone est caractérisée par des forts gradients et un fort couplage entre les équations du modèle électrique de la décharge

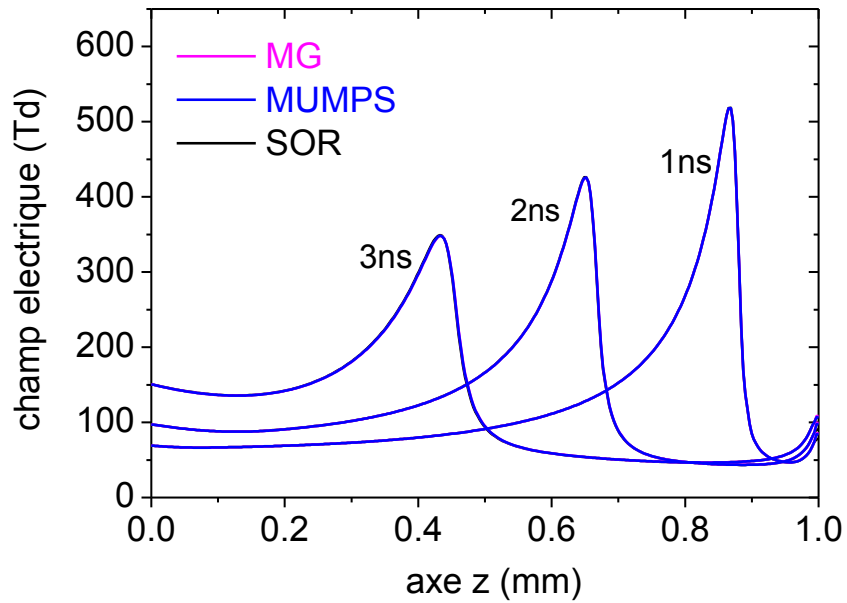


Figure 2-13 : Champ électrique réduit le long de l'axe Oz, avec les trois méthodes aux instants 1ns, 2ns et 3ns

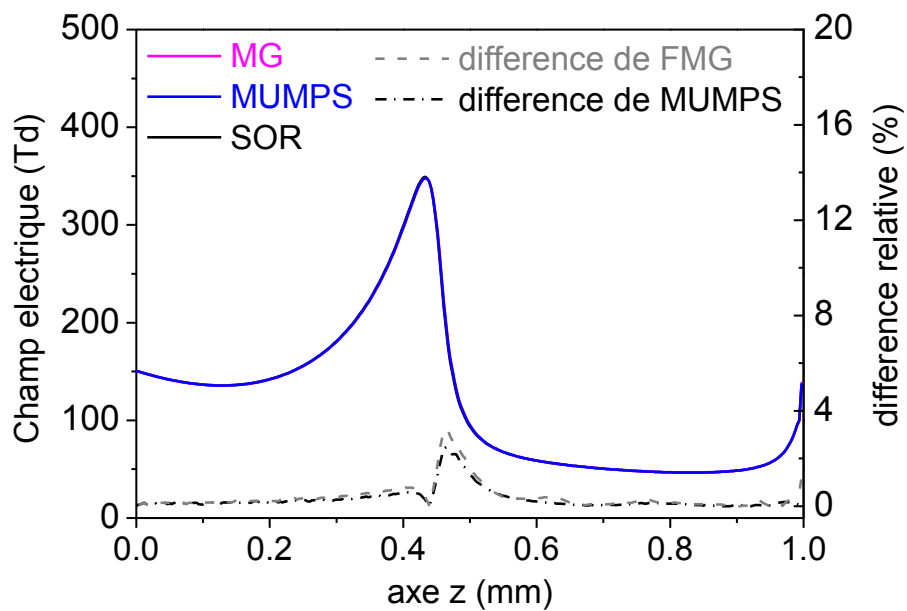


Figure 2-14 : champ électrique réduit sur l'axe de streamer à 3ns et la différence relative entre MG et MUMPS en comparaison avec SOR

Toujours selon la direction axiale, la figure 2-15 présente l'évolution de la densité électronique calculée par les trois codes aux instants 1ns, 2ns et 3ns. On observe une bonne concordance entre les 3 méthodes, sauf au voisinage de la cathode où la densité calculée par le code utilisant MG est légèrement supérieure aux autres. Cependant, la position des fronts de densité sont identiques dans les trois cas. Dans le canal ionisé, la densité électronique est de l'ordre de $2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ à 1ns puis d'environ 10^{20} m^{-3} à 3ns. La densité d'électrons reste de l'ordre de 10^{15} m^{-3} sur le plan (cathode) et dans son voisinage. Comme pour le champ électrique, on a calculé l'écart relatif en densité des codes MG et MUMPS par rapport au résultat du code SOR. La figure 2-16, illustre la différence relative à 3ns. En allant de l'anode vers la cathode, (sens de propagation du streamer), on observe que l'écart est inférieur à 1%, sauf dans la zone qui correspond à la tête de streamer, où il atteint un maximum de 6% pour MG et de 5% pour MUMPS. Par la suite la différence diminue sauf pour MG qui remonte vers 3% avant de redescendre en arrivant sur le plan.

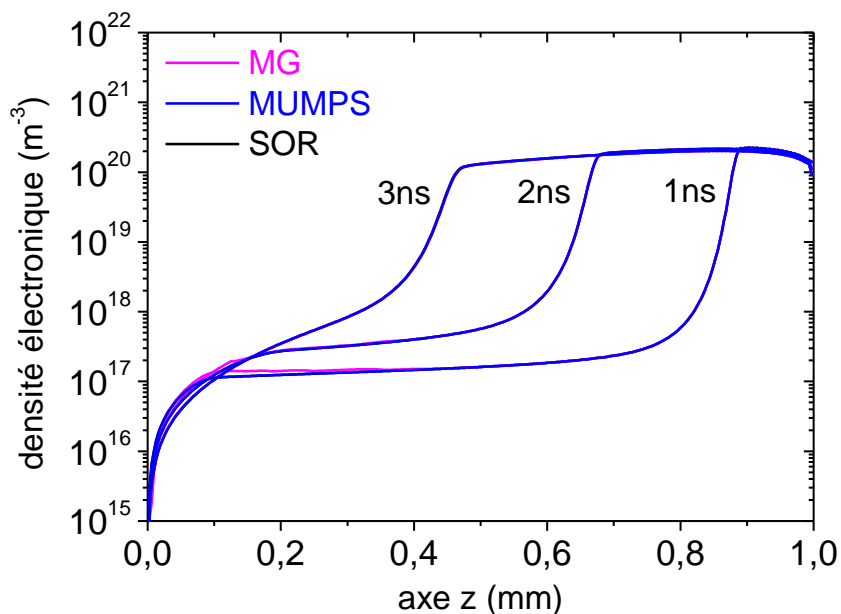


Figure 2-15 : densité électronique le long de l'axe Oz, avec les trois méthodes aux instants 1ns, 2ns et 3ns

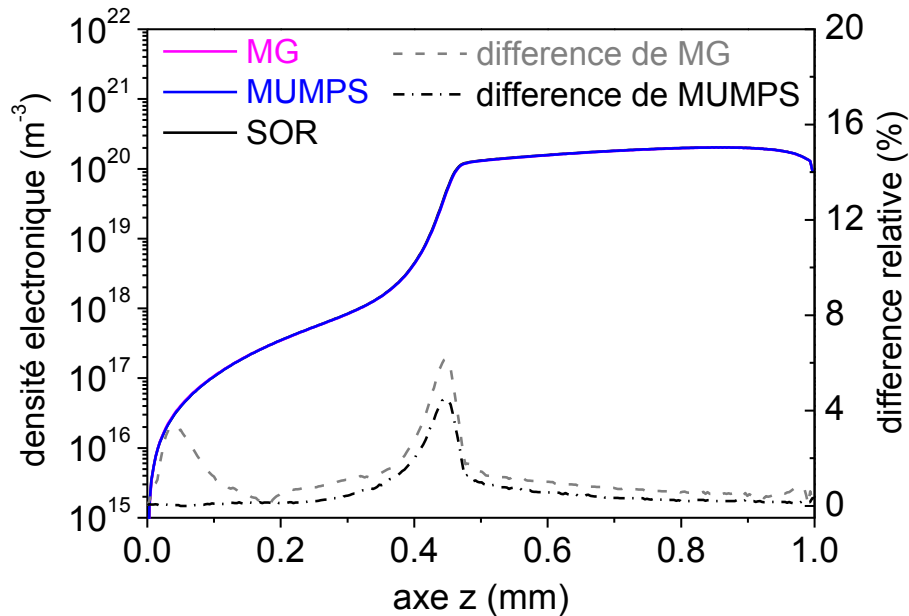


Figure 2-16 : Densité électronique sur l'axe du streamer à 3ns et différence relative entre MG et MUMPS en comparaison avec SOR

En plus des profils axiaux, on a tracé les profils radiaux du champ électrique et de la densité électronique en choisissant une position fixe sur l'axe distante de 0.2 mm de la pointe. Sur la figure 2-17, on présente la variation radiale de champ électrique réduit aux instants 1, 2 et 3ns. Les courbes sont presque confondues pour les trois méthodes. Pour l'instant 1ns, la courbe présente un maximum sur l'axe car la tête du streamer n'a pas encore dépassé la position $z=0.8$ mm. Pour les deux autres instants, le front d'ionisation a traversé cette zone et le champ électrique est typique de celui rencontré dans le canal ionisé. Le champ est faible voisin de 50 Td dans le canal de conduction qui est gainé par un champ de charge d'espace dont le maximum se situe vers $200\mu\text{m}$ puis $250\mu\text{m}$ respectivement à 2 et 3ns.

La figure 2-18 donne la densité radiale calculée par les trois codes aux instants 1, 2 et 3ns. Contrairement au champ électrique, on remarque que la densité n'est pas constante dans le canal ionisé et elle monte rapidement en allant vers l'axe de streamer. Ceci vient de la composante radiale du champ électrique qui transporte les électrons vers l'axe de streamer, où la densité reste la plus élevée.

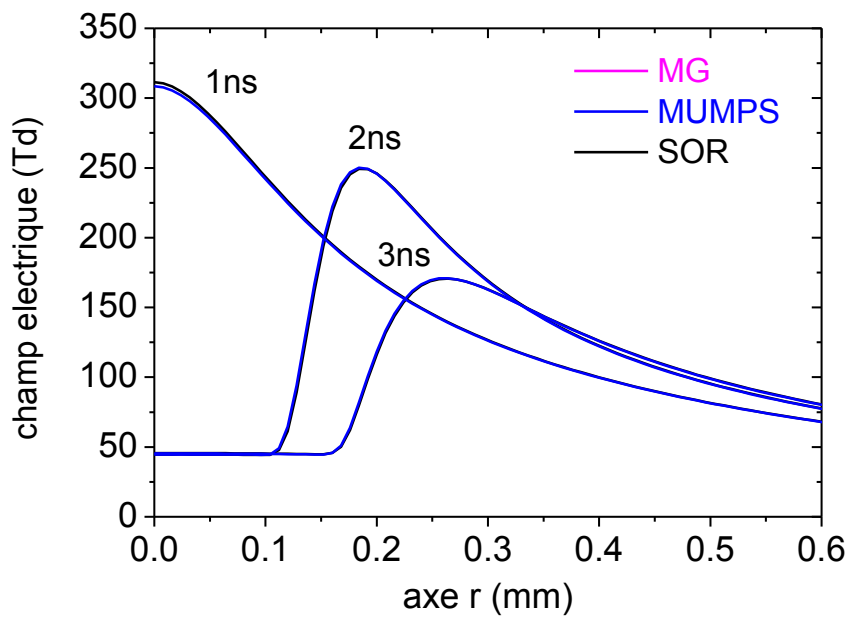


Figure 2-17 : Champ électrique réduit radial, avec les trois méthodes aux instants 1ns, 2ns et 3ns

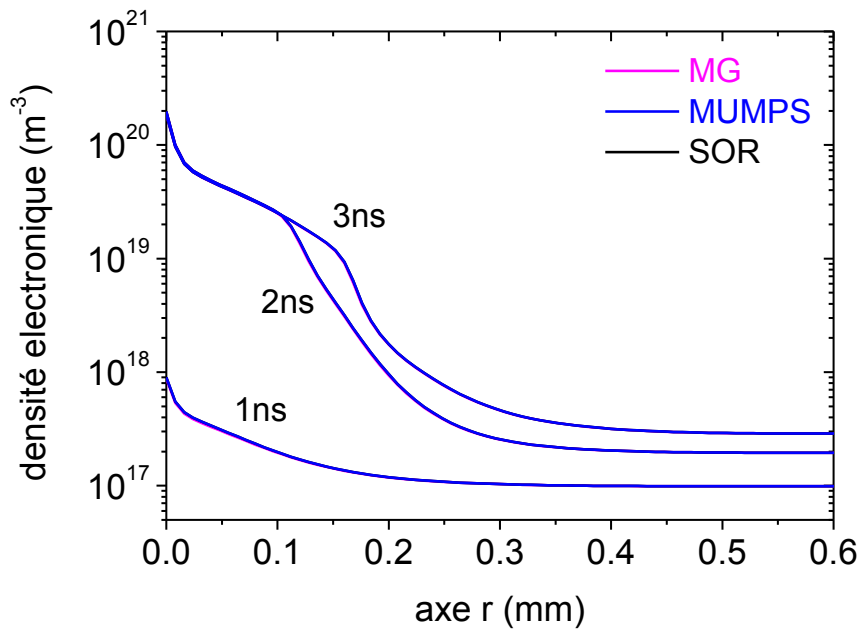


Figure 2-18 : densité électronique radiale, avec les trois méthodes aux instants 1ns, 2ns et 3ns

Au cours de notre simulation, le courant total de la décharge est calculé par la formule de Sato [Mo-3]. Sur la figure 2-20, on trace l'évolution du courant total créé par la décharge issu des trois codes et la différence relative entre le courant calculé par MG et MUMPS et celui calculé par SOR [Du-1]. Comme attendu, le courant croît progressivement au cours du temps et atteint environ 55mA à 5ns. Le résultat de MUMPS est assez proche de celui de SOR avec un écart inférieur à 1%, alors que la différence est plus importante pour le code MG, elle atteint 4% au voisinage du plan (cathode) et elle est moins élevée ailleurs.

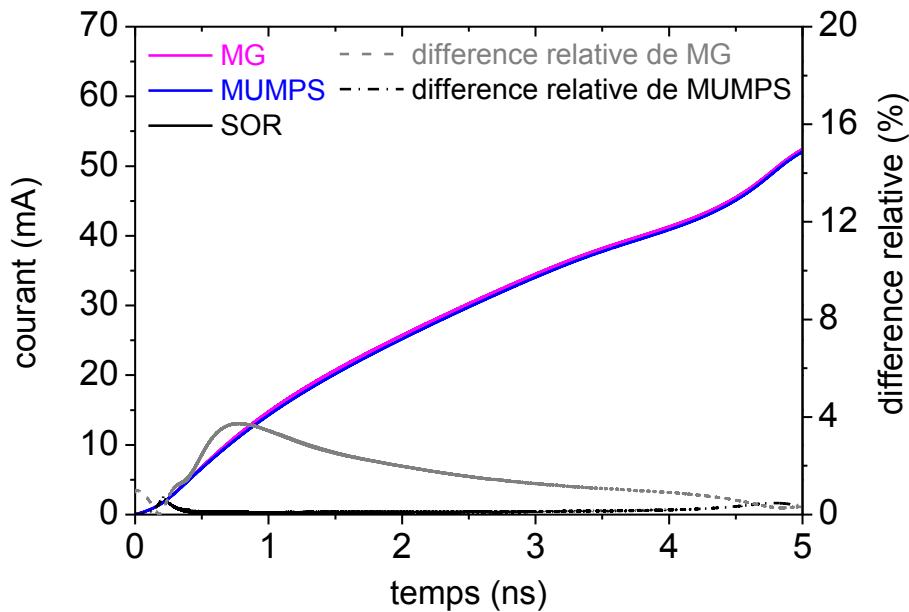


Figure 2-19 : Courant de décharge et différence relative entre MG et MUMPS en comparaison avec SOR

Dans ce qui suit, on va regarder de plus près l'efficacité des deux algorithmes itératifs (MG et SOR) utilisés pour la résolution de l'équation de Poisson. Pour ce faire, on a tracé à chaque pas de temps d'évolution, le nombre d'itérations effectué par chacune des méthodes pour converger. Comme dans le paragraphe (§ II.2.2), le nombre d'itérations pour la méthode MG correspond au nombre de cycles en V complets nécessaires pour converger. Sur la figure 2-20, on constate que la technique MG a un comportement stable contrairement à la méthode SOR. Au premier pas du temps, on utilise la FMG qui effectue 6 cycles en V pour vérifier le critère de convergence. Ensuite, et sur une durée de 0.2ns, la méthode MG nécessite seulement une itération pour converger. Pour la méthode SOR, on observe un comportement identique à celui de MG. Au premier instant, elle effectue 1731 itérations puis uniquement une itération pour converger jusqu'à 0.2ns. En effet, le potentiel géométrique reste prédominant sur une durée de 0.2ns. Ainsi la solution à l'instant $t+dt$ reste identique à celle à

l'instant t ce qui minimise le nombre d'itérations. Au delà de 0.2ns, la charge d'espace devient suffisamment élevée pour perturber le potentiel géométrique ce qui fait augmenter le nombre d'itérations. Le nombre d'itérations de MG augmente de 1 à 4 itérations durant environ 1ns, puis diminue à 3 itérations et enfin 2 itérations seulement à partir de 3ns et jusqu'à la fin de la propagation du streamer. Le comportement est plus aléatoire pour la méthode SOR. En effet, le nombre d'itération présente des fluctuations importantes en fonction de l'écart entre la solution à l'instant $t+dt$ et celle à l'instant t . Le nombre d'itération varie donc de une à quelques centaines d'itérations mais reste toujours inférieur à 500 itérations.

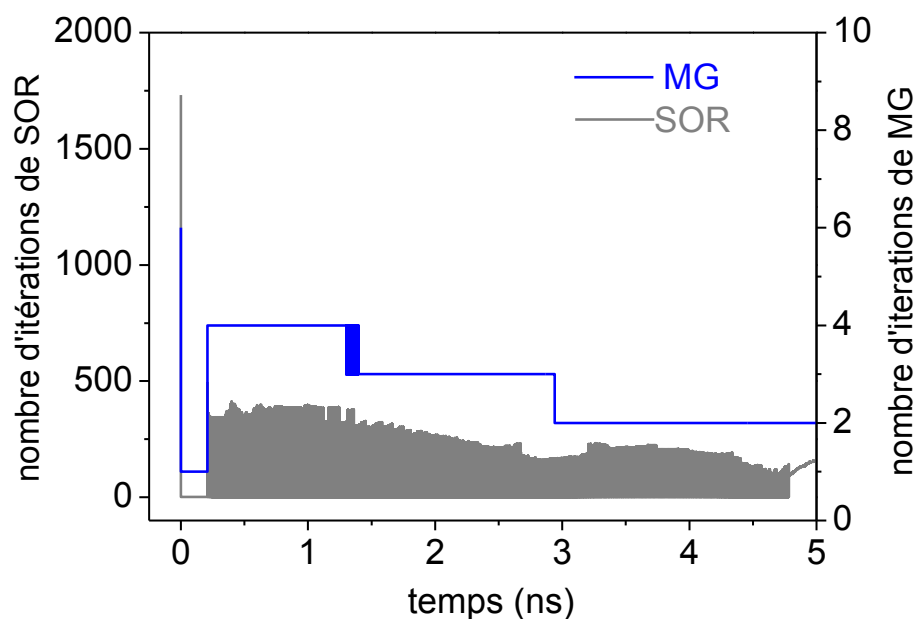


Figure 2-20 : Nombre d'itérations nécessaires aux algorithmes MG et SOR pour converger

Finalement, l'efficacité des méthodes est estimée à l'aide du critère du temps de calcul moyen nécessaire à chacun des trois algorithmes pour résoudre l'équation du Poisson durant

la propagation du streamer. Pour effectuer cette comparaison, tous les calculs ont été fait sur la même machine HYPERION du groupement « Calcul en Midi-Pyrénées (CALMIP) ». Le paramètre retenu est le temps moyen nécessaire à chaque méthode pour sortir la solution du potentiel à chaque pas de temps d'évolution. On a effectué la moyenne sur 50000 itérations temporelles. D'après le tableau 2-3, on constate que la méthode MG est plus rapide que les méthodes MUMPS et SOR. Dans nos conditions de simulation, la méthode MG permet de réduire le temps de calcul par un facteur deux en comparaison des MUMPS et SOR.

Méthode de résolution de l'équation de Poisson	Durée moyenne nécessaire (calculée sur 50 000 itérations) pour résoudre l'équation de Poisson à chaque pas du temps dt (ms)
MG	29
MUMPS	57
SOR	62

Tableau 2-3: Temps de calcul moyen pour la résolution de l'équation de Poisson en utilisant MG, MUMPS et SOR

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux méthodes bien adaptées à la résolution de systèmes d'équations linéaires présentant un nombre important d'inconnus ; la méthode MG (ou FMG) et la méthode MUMPS. Leurs performances (en temps de calcul et précision de résultats) ont été comparées avec la méthode classique SOR dans le cas de la résolution de l'équation de Laplace présentant une solution analytique et dans le cas de la simulation d'un streamer positif nécessitant la résolution de l'équation de Poisson. On peut noter que dans

notre travail la géométrie utilisée est 2D cylindrique avec une symétrie de révolution autour de l'axe de propagation de la décharge. Il est apparu que les trois méthodes donnent des résultats très proches. Dans le cas de la résolution de l'équation de Laplace, la méthode MUMPS est la plus performante aussi bien en temps de calcul qu'en précision de la solution. Cependant, dans le cas du suivi de l'évolution d'un streamer et dans nos conditions de simulation, la méthode MG est deux fois plus rapide que les méthodes MUMPS et SOR. En augmentant le nombre de points de discrétisation, on constate que la méthode MG reste toujours plus performante et que l'écart de temps augmente avec la méthode MUMPS.

Cependant, méthode MUMPS présente l'avantage de pouvoir être directement utilisable dans une version massivement parallèle. Elle est également efficace avec un maillage à pas non constant stationnaire. Cependant, elle risque de perdre son efficacité avec un maillage adaptatif dans le temps, dans la mesure où la matrice s'en trouve modifiée et où les phases d'analyse et de factorisation sont alors nécessaires. La méthode MG fonctionne pour des maillages à pas non constants et adaptatifs dans le temps. A priori, elle ne possède pas de limitation dans son utilisation. Cependant, cette première version peut encore être améliorée notamment en travaillant sur les opérateurs de prolongation et de restriction et sur une version parallèle.

Dans tous les cas, les performances des méthodes Multigrid ouvrent des perspectives intéressantes pour un solveur de l'équation de Poisson dans une géométrie 3D. Ainsi, une méthode hybride couplant la performance du solveur MUMPS sur la grille la plus large et la performance de MG sur les grilles les plus fines pourrait être une approche très efficace de résolution des systèmes matriciels très large.

CHAPITRE III : Simulation des ondes de choc induites par le passage d'une décharge couronne

III.1 Introduction

Le développement des streamers dans l'air à la pression atmosphérique est capable de générer des ondes de pression et une dynamique de gaz qui sont expérimentalement visualisés par des techniques laser. En effet, sous l'action du champ électrique les particules chargées du gaz acquièrent de l'énergie cinétique et la transmettent aux particules neutres durant les

collisions élastiques et inélastiques. Ces transferts d'énergie peuvent induire localement des échauffements thermiques durant la phase de décharge. Ils sont généralement localisés spatialement autour de l'électrode active portée à la haute tension. Le choc thermique génère alors une onde de pression qui transporte une partie de l'énergie accumulée dans le volume du gaz. La modélisation des décharges doit prendre en compte ces effets pour d'une part, étudier les conséquences potentielles sur le développement des décharges et les effets mémoires accumulés et d'autre part, ne pas surestimer la montée en température du gaz en négligeant cette dissipation dynamique d'énergie.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de modéliser la génération des ondes de pression par des décharges couronne mono-filamentaires de type streamer positif en régime continu de tension et dans une configuration pointe-plan. Pour traiter ces ondes de choc et plus généralement la dynamique du gaz induite par le passage des décharges, nous allons utiliser les équations classiques de l'hydrodynamique d'un fluide visqueux compressible, appelées les équations de Navier-Stokes. Bien que le chapitre I ait montré le très fort couplage entre les équations de transport du gaz et celles modélisant la dynamique de la décharge, nous ne prendrons pas en compte dans ce travail les effets potentiels d'une quelconque modification de la densité du gaz sur la dynamique de la décharge (effet de contre réaction).

Plusieurs travaux antérieurs expérimentaux et de simulation ont déjà montré l'effet des décharges sur la dynamique des gaz ([Sp-1], [Cr-1], [Ba-1], [Lo-3] [On-1], [Ei-1], [Ei-2]). Cependant, dans les travaux de simulation antérieurs, les transferts d'énergie et de quantité de mouvement des espèces chargées vers le gaz étaient modélisés par des fonctions d'injection plus ou moins sophistiquées et estimées sur la base de calculs simplifiés de la décharge. Dans ce chapitre, la configuration spatiale des transferts d'énergie est directement issue d'une

simulation 2D du développement d'un streamer positif [Ei-3] (en géométrie cylindrique avec une symétrie de révolution). On peut noter que les résultats obtenus par ce modèle ont été confrontés avec des résultats expérimentaux et montrent qualitativement une bonne adéquation avec l'imagerie rapide et les courbes de courant. Ceci valide en particulier les ordres de grandeur de l'énergie déposée dans le gaz par ce modèle.

III.2 Test d'implémentation

III.2.1 Conditions de simulation et conditions aux limites

a) Conditions de simulation

Comme on l'a déjà signalé dans chapitre I, les équations décrivant le modèle de dynamique du gaz neutre sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis dans une géométrie cylindrique 2D avec une symétrie de révolution. Les flux de transport dans les équations de conservation sont traités avec la méthode MUSCL [Va-1], [Ei-2].

Le code de l'hydrodynamique du gaz a été développé dans les conditions de simulation identiques à celles étudiées dans le chapitre II. Dans un premier temps et pour tester le code, la dynamique du gaz a été générée par une fonction d'injection d'énergie introduite comme terme source dans l'équation de conservation de densité d'énergie (E 1-7). La géométrie du domaine est 2D cylindrique avec une symétrie de révolution autour de l'axe z. Les électrodes sont de type pointe hyperbolique plan avec une distance inter-électrode de 1mm (voir la figure 2-10) et un rayon de courbure de la pointe de 100 μ m. Le gaz étudié est l'air à la pression atmosphérique et à une température ambiante de 300°K. La fonction d'injection est calculée par l'équation suivante (E 3-1) :

$$S_{\epsilon}(t) = f_0(t) \cdot \cos^3\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{r}{r_c}\right) \cdot \cos^3\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{d-z}{r_c}\right) \text{ J.m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{E 3-1})$$

Le terme $f_0(t)$ est un coefficient de normalisation qui suit la variation temporelle de la puissance totale injectée, r est la distance à l'axe de la décharge, z la distance au plan et r_c le rayon d'injection fixé à $100\mu\text{m}$ pour notre cas. Le profil de la densité de puissance est présenté sur la figure 3-1.

Pour le maillage utilisé, selon l'axe de symétrie, la dimension du pas dans l'espace inter-électrode est constante et est égale à $2,5\mu\text{m}$. Au-delà de la pointe, la taille des cellules augmentent progressivement (la croissance du pas selon z s'effectue à l'aide d'un coefficient multiplicatif égal à 1,01). Selon la direction radiale (axe transverse à la direction de propagation du streamer), la dimension du pas est égale à $2\mu\text{m}$ sur une distance de $200\mu\text{m}$ et croit ensuite à l'aide d'un coefficient multiplicatif égal à 1,01. Le domaine d'étude est un cylindre de dimension $2,5\text{mm} \times 3\text{mm}$. Les résultats des différentes simulations seront présentés dans le paragraphe suivant.

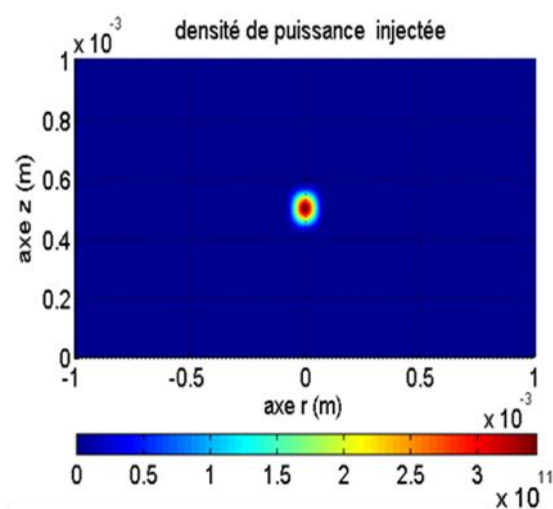


Figure 3-1 : Profil de la densité de puissance injectée

b) Etudes des conditions aux limites

Sur l'axe de symétrie ainsi qu'aux limites externes du domaine (c'est-à-dire en $r=2,5\text{mm}$ et $z=3\text{mm}$), des conditions de dérivées nulles ont été imposées pour toutes les variables intervenant dans les équations de Navier-Stokes. Le choix des conditions aux limites sur les électrodes est plus délicat. Elles doivent être en mesure de modéliser la réflexion des ondes de pression et donc de toutes les grandeurs de densité, de température et d'énergie.

Dans tous les cas, nous supposons que la température des parois reste fixe à 300°K . De ce fait, on peut noter que dès que la température du gaz diffère de sa température ambiante initiale, cette condition génère un gradient de température et donc un flux diffusif d'énergie au voisinage de la paroi.

Pour le champ de vitesse sur les parois, deux types de conditions aux limites sont communément utilisées; la condition de glissement et la condition de vitesse nulle. La condition de glissement permet de s'abstenir de la modélisation des couches limites. De cette hypothèse découle l'annulation des coefficients du tenseur de viscosité. Le gaz glisse simplement parallèlement à la surface avec une vitesse égale à celle du gaz juste au dessus des couches limites. La condition de glissement revient à écrire que $\vec{v} \cdot \vec{n}_\perp = 0$ avec \vec{n}_\perp un vecteur unitaire normal à la surface.

La condition de vitesse nulle impose de prendre en compte les effets visqueux de manière à introduire les forces de friction qui permettent de freiner le gaz au voisinage des parois. Dans l'approximation de Navier-Stokes, les composantes du tenseur de viscosité s'écrivent:

$$\Gamma_{ii} = -\mu \left[2 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{v} \right] \quad (\text{E 3-2})$$

$$\Gamma_{ij} = \Gamma_{ji} = -\mu \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right] \quad (\text{E 3-3})$$

x_i et x_j représentent les positions r et z , v_i et v_j les vitesses v_r et v_z et μ le coefficient de viscosité du gaz. Il convient alors de rajouter les termes $\nabla \cdot \vec{\Gamma}$ et $\nabla \cdot \vec{\Gamma} \cdot \vec{v}$ respectivement dans les équations (E 1-6) et (E 1-7).

Pour que les deux types de conditions aux limites de vitesse puissent fonctionner, il faut rajouter une condition spécifique sur la densité de force $-\nabla P$. En effet, sur une paroi, un gradient de pression transversale à la paroi induirait un mouvement collectif perpendiculaire à la paroi. Ceci va à l'encontre des conditions de glissement et de vitesse nulle qui veulent que dans le premier cas, la composante perpendiculaire de la vitesse à la paroi soit nulle et dans le second, qu'il n'y ait aucune force sur la paroi susceptible de mettre en mouvement le gaz. De ce fait, la condition d'annulation du gradient de pression P dans la direction perpendiculaire aux parois accompagne les conditions aux limites du champ de vitesse sur les parois.

Le prochain paragraphe discute des résultats obtenus en fonction notamment du choix des conditions aux limites de vitesse.

III.2.2 Résultats et discussions

Ce premier test nous permet de valider le programme et de choisir les conditions aux limites les plus appropriées. La fonction d'énergie est injectée sur l'axe au milieu de la distance inter-électrode (à 0,5mm du plan). Les figures (3-2, 3-3, 3-4, 3-5) présentent respectivement les profils de la température, de la densité, de la pression et du module de la vitesse du gaz, pour plusieurs instants (de 0,1 μ s à 1,5 μ s). Cela correspond à une plage de temps d'expansion libre du gaz qui rentre juste en contact avec les électrodes vers 1.5 μ s. Le choc thermique résultant de l'injection de l'énergie entraîne une augmentation localisée de la température qui atteint un maximum de 500°K au centre du domaine (voir la figure 3-2 à 0.1 μ s). Dans les premiers instants de l'injection, le choc thermique s'effectue à densité constante. Cela génère de forts gradients de pression (voir la figure 3-4 à 0.1 μ s) qui mettent en mouvement le gaz (voir la figure 3-5 au même instant). Après une courte période d'inertie correspondant à la mise en mouvement du gaz, la densité diminue à l'endroit où la température est la plus forte (voir la figure 3-3 à 0.1 μ s). En effet, une onde de pression sphérique est générée et se propage du centre vers les électrodes (voir la figure 3-4). Dans son mouvement, cette onde transporte une partie des neutres à l'extérieur de la zone d'injection. De plus, dans la zone d'injection, le gaz est plus dilaté à cause de l'élévation de la température. On peut également remarquer en regardant attentivement la figure 3-2 que l'onde s'accompagne d'un échauffement localisé du gaz par compression. Au bout de 1 μ s, la pression dans la zone d'injection est redevenue homogène et a retrouvée sa valeur initiale (voir la figure 3-4 à 1 μ s). A partir de 1 μ s, le retour à l'équilibre de la température et de la densité du gaz dans la zone d'injection dépend uniquement de la diffusion thermique du gaz. La vitesse des particules neutres dans l'onde de pression est de l'ordre de 35m.s⁻¹ à 0,1 μ s et elle diminue à 5m.s⁻¹ à 2,5 μ s au fur et à mesure que l'onde s'éloigne de la zone d'injection.

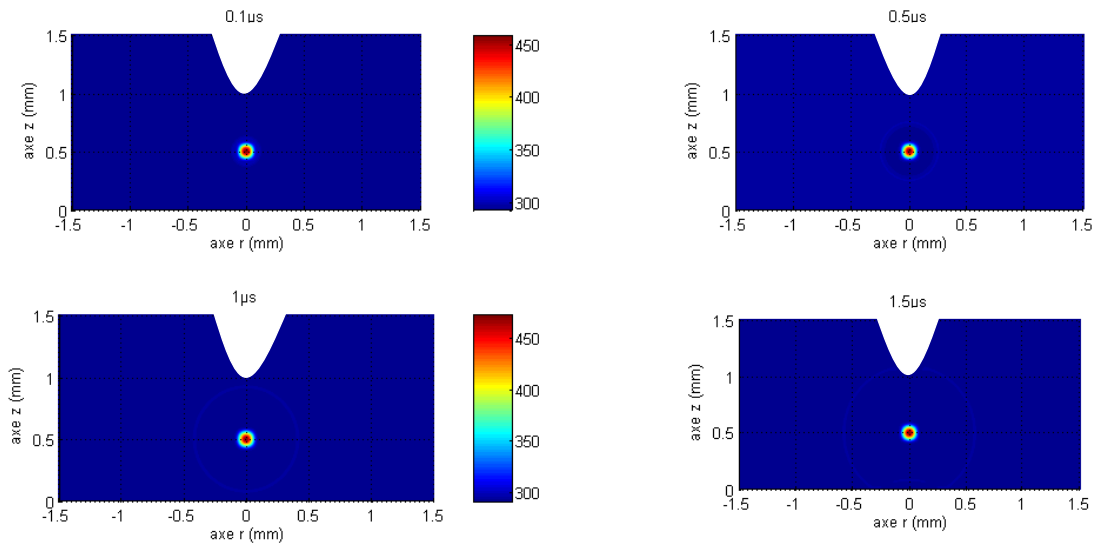


Figure 3-2 : Profil de la température du gaz ($^{\circ}\text{K}$) (de 0,1 à 1,5 μs)

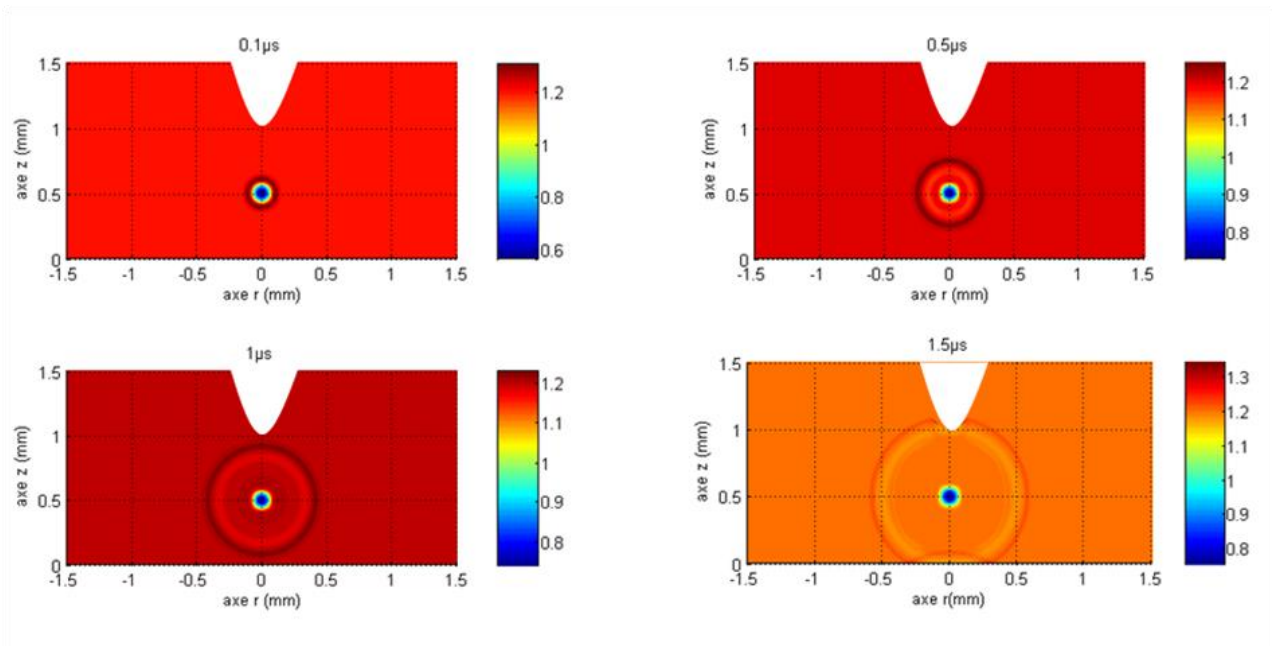


Figure 3-3 : Profil de la densité massique du gaz (kg.m^{-3}) (de 0,1 à 1,5 μs)

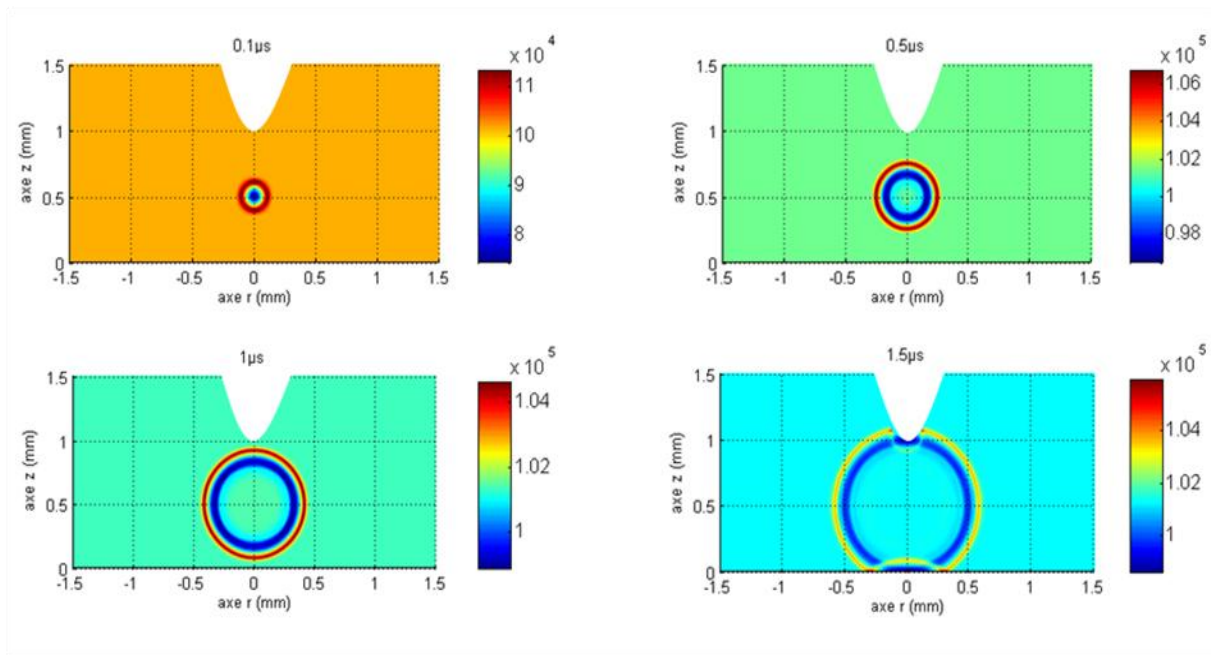


Figure 3-4 : Profil de la pression du gaz (Pa) (de 0,1 à 1,5 μ s)

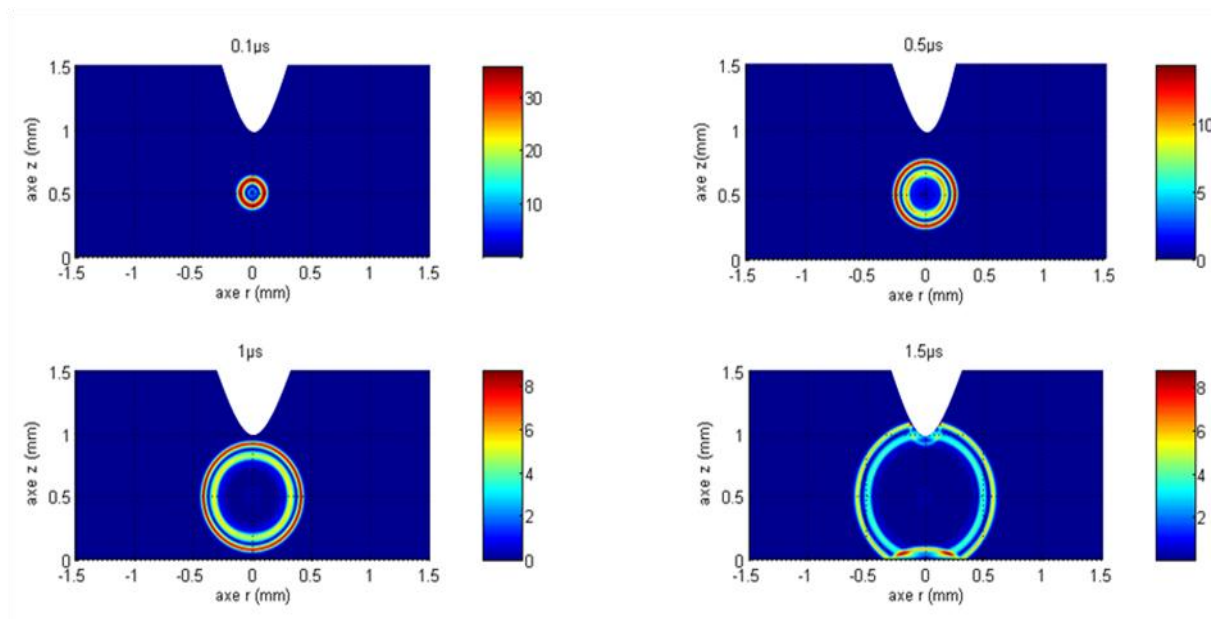


Figure 3-5 : Profil de la vitesse du gaz ($m.s^{-1}$) (de 0,1 à 1,5 μ s)

Dès 1,5 μ s, l'onde de pression sphérique commence à se réfléchir sur la pointe et sur le plan situé tous les deux à égale distance de la source d'injection. Les figures 3-6 et 3-7

montrent le phénomène sur le champ de pression et le champ de vitesse pour les deux types de conditions aux limites sur les vitesses. Les deux types de conditions aux limites reproduisent quasiment à l'identique le phénomène de réflexion. Une lecture attentive des résultats montre cependant que la prise en compte de la viscosité stabilise un peu plus les solutions. Cela est visible notamment à $2.5\mu\text{s}$ sur les figures de champ de vitesse au voisinage du plan (voir figure 3-7) ou au même instant sur les figures de champ de pression au voisinage de la pointe (voir figure 3-6).

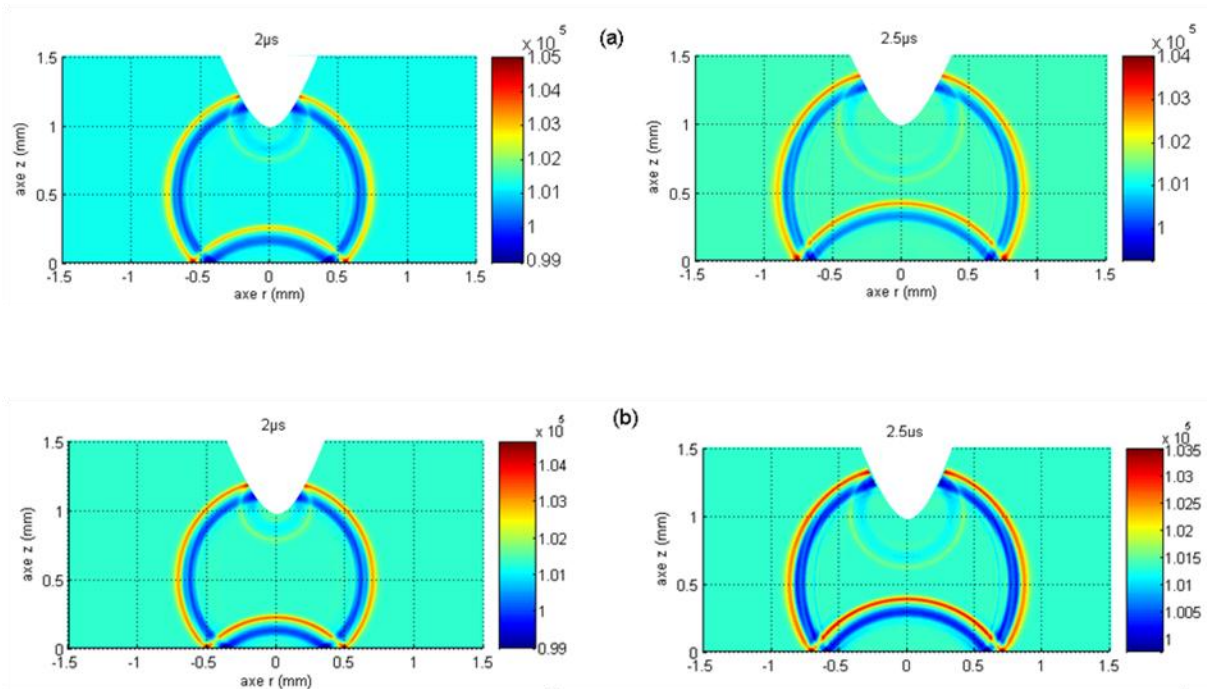
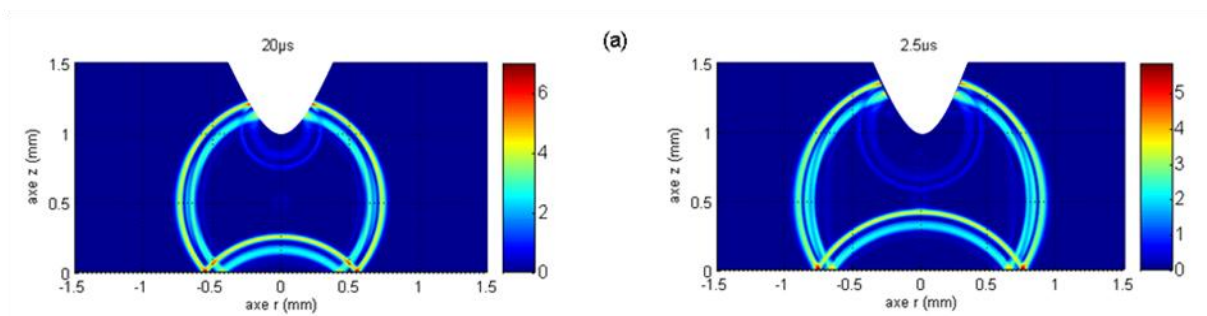


Figure 3-6 : Champ de pression en (Pa) : (a) conditions de glissement (b) condition de vitesse nulle



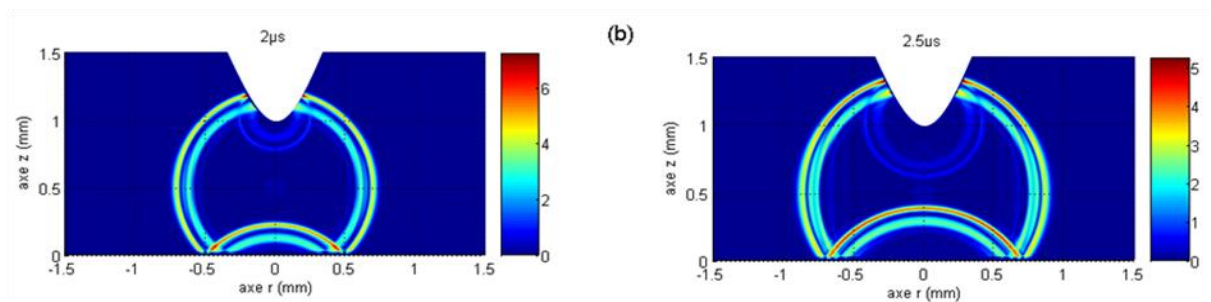


Figure 3-7 : Module de la vitesse en (ms^{-1}) (a) conditions de glissement (b) condition de vitesse nulle

D'après ces résultats, notre choix s'est porté sur l'utilisation des conditions aux limites de glissement qui permettent de simuler la réflexion d'une onde sur une paroi sans prendre en compte le tenseur de viscosité ce qui constitue une simplification non négligeable.

Après avoir validé le modèle hydrodynamique en injectant une fonction d'énergie comme terme source, nous allons maintenant simuler la dynamique des ondes de pression induite par le passage d'une décharge couronne de type streamer dans une configuration expérimentale de type pointe-plan.

III.3 Simulation des ondes de choc générées par décharges couronne

III.3.1 Conditions de simulation

Après avoir validé le code, on présente dans ce paragraphe la simulation de l'hydrodynamique d'un gaz neutre induite par un streamer généré dans les conditions d'un dispositif expérimental du groupe ([Ei-3], [Du-5]).

Les conditions de simulation sont celles d'une décharge couronne générée entre une pointe et un plan dans l'air à la pression atmosphérique et à température ambiante. Le rayon

de courbure de la pointe est égal à $20\mu\text{m}$, la distance inter-électrode est égale à 7mm et la tension atteint un maximum de 7.2kV en suivant l'évolution temporelle donnée sur la figure 3-8.

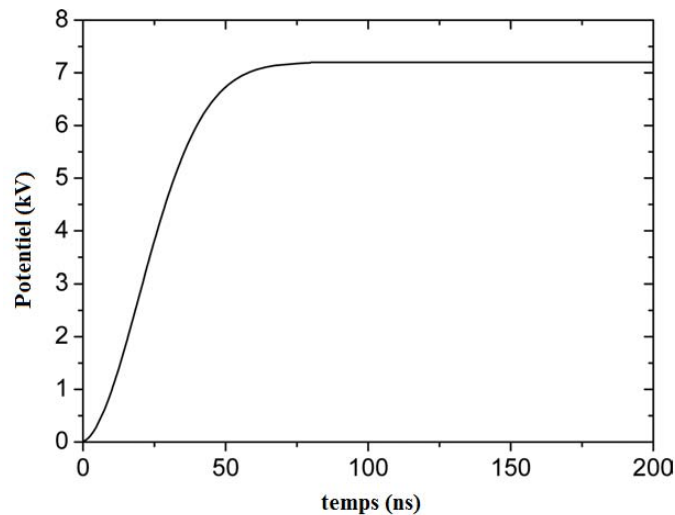


Figure 3-8 : Potentiel appliqué à l'anode

Dans ces conditions de simulation, la décharge couronne est mono-filamentaire. Les résultats de la simulation du transport des particules chargées ont été confrontés avec des résultats expérimentaux d'imagerie rapide et de mesure de courant ([Ei-3]). Il en ressort que la simulation de la phase de décharge (sans prendre en compte la dynamique du gaz neutre) permet de reproduire l'ensemble des observations expérimentales avec une relativement bonne concordance dans les ordres de grandeur de courant et d'échelle de temps. Ceci valide indirectement les informations quantitatives données par la simulation sur les profils spatio-temporels des densités des espèces chargées, du champ électrique ou encore de l'énergie déposée par la décharge dans le gaz.

Dans notre simulation, nous nous intéressons spécifiquement à la génération des ondes de choc sur une durée inférieure à $10\mu\text{s}$. Ainsi, nous négligeons les effets de la relaxation de l'énergie vibrationnelle dont l'échelle de temps est estimée supérieure à $10\mu\text{s}$. De plus, nous

ne prenons pas en compte la contre-réaction d'une quelconque variation de densité sur la dynamique des espèces chargées. De ce fait, nous utilisons les profils d'injection d'énergie issus de la simulation de la décharge pour les injecter dans un code d'hydrodynamique du gaz neutre.

La distribution spatiale de la densité de puissance, moyennée sur la durée τ de la décharge (ici 150ns) est estimée à l'aide de la formule suivante :

$$\bar{S}_\varepsilon(r, z) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f(E/n) \vec{j}(r, z, t) \cdot \vec{E}(r, z, t) dt \quad (\text{E 3-4})$$

$\vec{j}(r, z, t) \cdot \vec{E}(r, z, t)$ est la densité de puissance totale transférée de la décharge au gaz neutre avec $\vec{j}(r, z, t)$ la densité de courant totale $f(E/N)$ est la fraction d'énergie transférée en énergie de translation, de rotation et d'excitation électronique (voir figure 3-9). Ce terme est exprimé en fonction du champ électrique réduit E/N et il est calculé dans l'air sec en par la résolution multi-termes de l'équation de Boltzmann [Yo-1]. Le champ électrique est calculé déjà par la résolution des équations des particules chargées. Ce ci incarne le couplage entre la dynamique des particules chargées et des particules neutres. On peut noter que nous supposons ici que la relaxation en énergie thermique des états excités sur des niveaux rotationnels et électroniques s'effectue sur une durée inférieure à la durée de la décharge (150ns).

Dans la simulation, le profil d'injection moyenné $\bar{S}_e(r, z)$ est maintenu constant sur la durée de la décharge soit 150ns. En effet, la densité d'énergie déposée dans ce cas au bout de 150ns est identique à celle déposée si nous injectons un profil spatial fonction du temps.

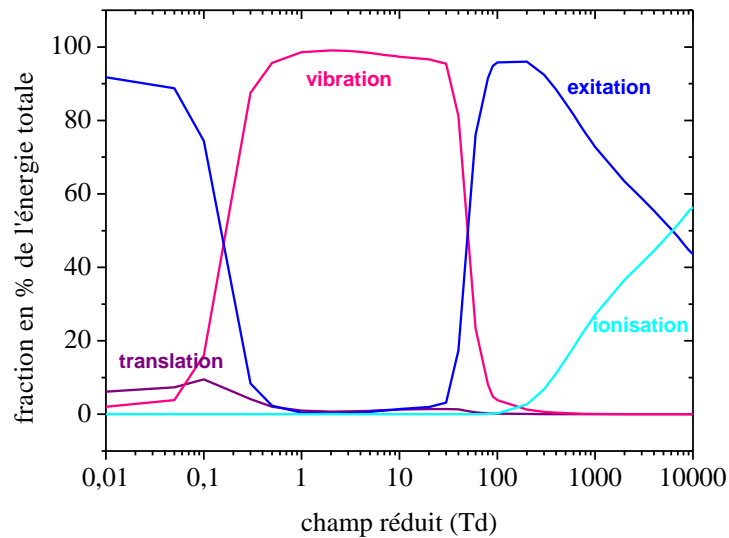


Figure 3-9: Fraction de l'énergie totale transférée aux différents processus d'excitation (la partie de la ligne bleue à faible $E/N < 1$ Td est de l'excitation rotationnelle et celle pour $E/N > 10$ Td est celle de l'excitation des niveaux optiques)

La géométrie est 2D cylindrique avec une symétrie de révolution autour de l'axe de propagation de la décharge. Le maillage utilisé n'est pas uniforme. Il varie en s'adaptant à la géométrie du domaine d'étude et des électrodes. Le domaine est de taille 2mm (en r) x 9mm (en z) et le nombre total de point est égal à $n_r \times n_z = 398 \times 1080 = 429840$. Le maillage autour de la pointe de 20 μ m de rayon est voisin de 1 μ m et s'élargit progressivement vers les bords du domaine jusqu'à atteindre 10 μ m.

III.3.2 Résultats et discussions

Les Figures 3-10 à 3-12 montrent respectivement les variations de température, de pression et de densité au voisinage de la pointe et pour des temps de simulation inférieurs à $1\mu\text{s}$. Avec l'injection du terme source issu la décharge, la température du gaz augmente autour de la pointe. L'injection d'énergie se fait sur une durée de 150ns (soit $0.15\mu\text{s}$). On constate que cette durée est proche du temps d'inertie des neutres. En effet, sur la figure 3-12 à $0.1\mu\text{s}$, on observe autour de la pointe une légère diminution de la densité massique qui passe de 1.2 à 0.9 tandis que dans le même temps la température est passée de 300°K à plus de 600°K autour de la pointe (voir la figure 3-10 à $0.1\mu\text{s}$). Durant cette première phase, l'énergie injectée s'accumule dans la région où elle est déposée et chauffe les espèces neutres autour de la pointe. La température sur la pointe atteint plus de 800°K . Cette valeur est cohérente avec les résultats expérimentaux obtenus sous des conditions similaires dans la littérature [Sp-1]. En effet, avec une pointe de rayon de courbure égal à $50\mu\text{m}$, une distance inter-électrode de 15mm et voltage de 10kV , les auteurs [Sp-1] ont trouvé que la température atteint 700°K près de la pointe.

Pour induire le mouvement du gaz, les gradients d'énergie doivent être suffisamment élevés pour compenser l'inertie du gaz. Dès $0.1\mu\text{s}$, les gradients de pression sont formés (voir la figure 3-11 à $0.1\mu\text{s}$) et les forces qui en découlent induisent une dynamique du gaz neutre. A $0.1\mu\text{s}$ le profil de la pression est proche de celui de la température. La phase d'expansion du gaz commence vers la fin de la décharge et le phénomène s'observe sur toutes les grandeurs pour des instants supérieurs à $0.1\mu\text{s}$. On constate que le gaz s'échauffe par compression dans l'onde de pression (voir les figures 3-10 à 0.6 et $0.8\mu\text{s}$). Le transport radial et axial des particules ainsi que l'élévation de la température entraînent une décroissance de la densité

dans la zone d'injection (voir la figure 3-12 entre 0.2 et 0.8 μ s). La vitesse des neutres dans l'onde de pression atteint 20m.s⁻¹. La diminution de la densité du gaz dans la zone d'injection compense l'élévation de la température du gaz et génère un phénomène de dépression autour de la pointe (voir la figure 3-11 à 0.2 μ s).

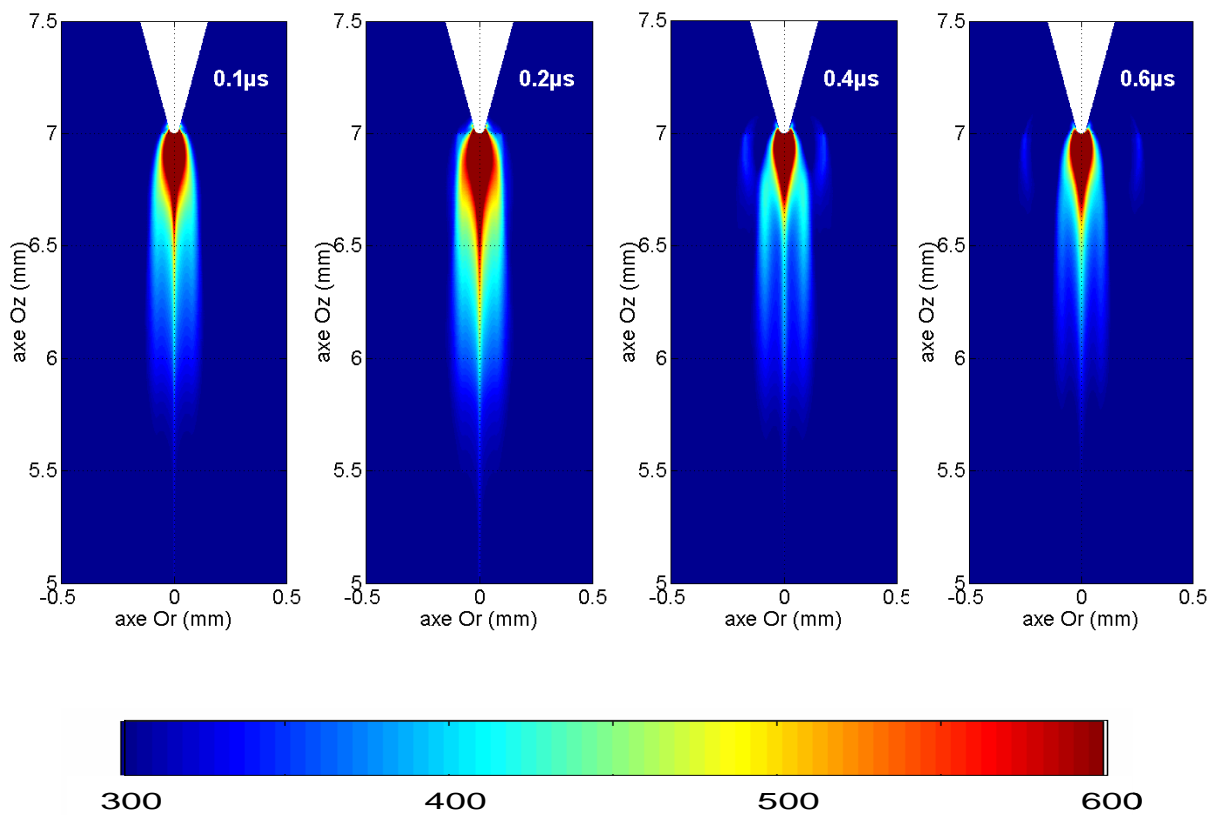


Figure 3- 10 : Profil de température du gaz ($^{\circ}$ K) au voisinage de la pointe (de 0,1 à 0,6 μ s)

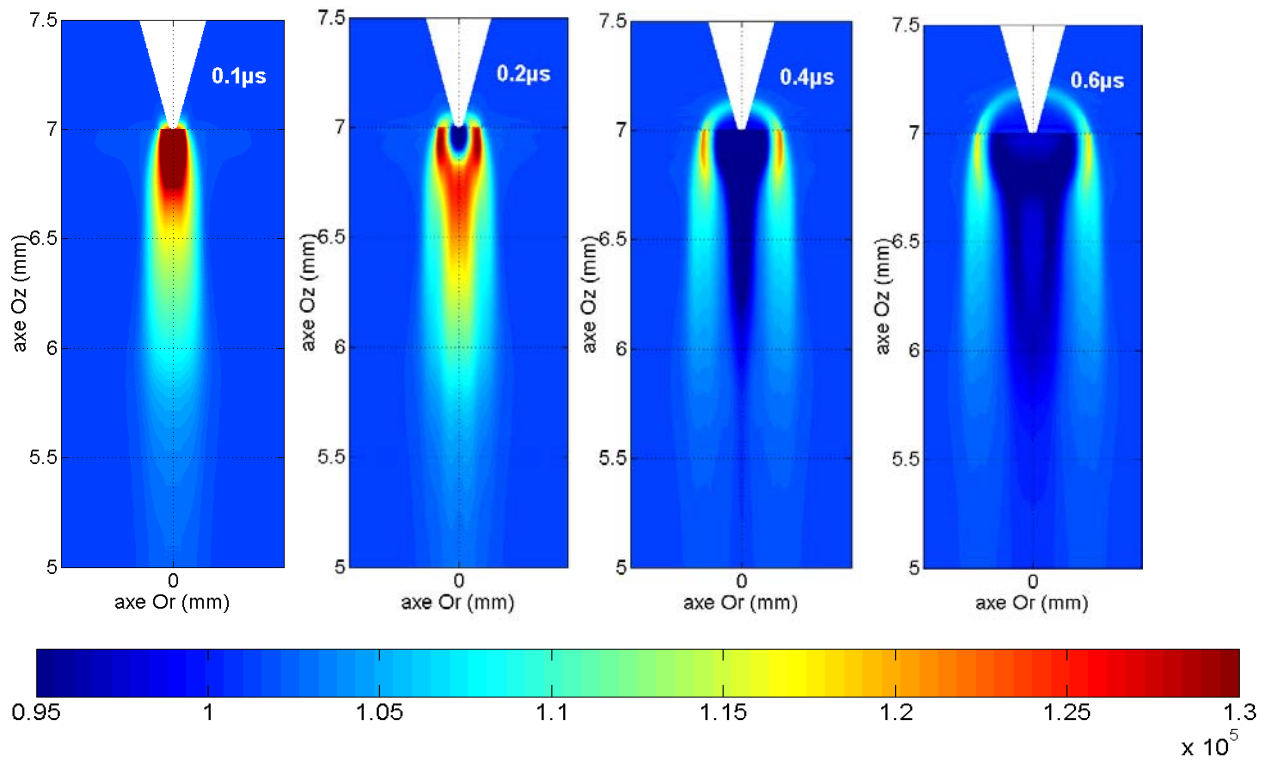


Figure 3-11 : Profil de pression du gaz (Pa) au voisinage de la pointe (de 0,1 à 0,6 μs)

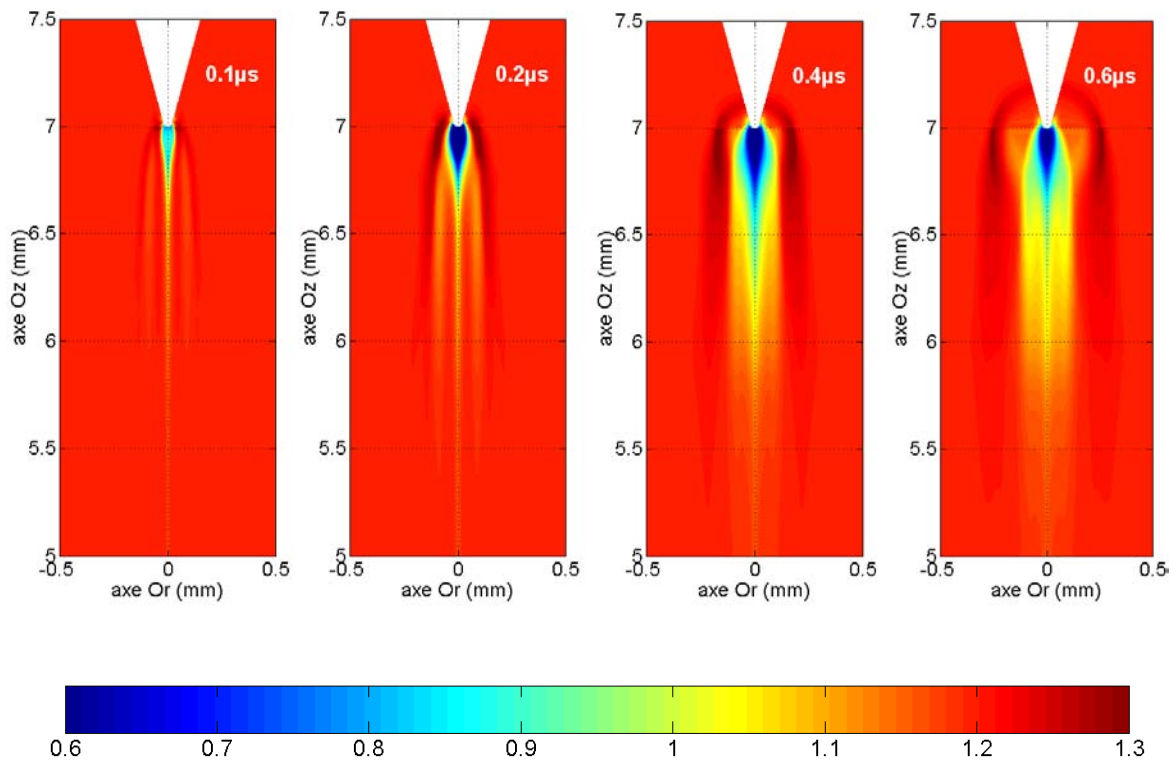


Figure 3-12 : Profil de la densité massique du gaz (kg.m^{-3}) au voisinage de la pointe (de 0,1 à 0,6 μs)

Les figures 3-13 à 3-15 donnent une vision plus globale de la dynamique du gaz entre 1 et 4 μs . La figure 3-14 montre que l'énergie est injectée tout le long du canal ionisé. Cette énergie accumulée autour de l'axe se dissipe dans le volume sous forme d'une onde de pression de forme cylindrique visualisée par deux lignes verticales de part et d'autre de l'axe dans les cartographies de pression (figure 3-13) et de température (figure 3-14). La structure complexe des gradients de pression près de la pointe induit la propagation d'une onde de pression sphérique qui se superpose à l'onde de pression cylindrique (voir les figures 3-13 à 3-15). Ce type d'ondes de pression sphériques a déjà été observé expérimentalement par Ono et Oda [On-1] dans des conditions très similaires aux nôtres et en utilisant la spectroscopie Schlieren. A notre connaissance, aucun travail antérieur n'avait réussi à les modéliser. A partir des images de la figure 3-13, on peut conclure que l'onde de pression sphérique se propage en moyenne de 0,36mm par microseconde ce qui conduit à une vitesse de propagation de l'ordre 360m.s^{-1} , c'est-à-dire proche de la vitesse du son dans l'air sous ces mêmes conditions (346m.s^{-1} dans l'air à 25°C). Ce résultat est également confirmé par les travaux de Ono et Oda [On-1].

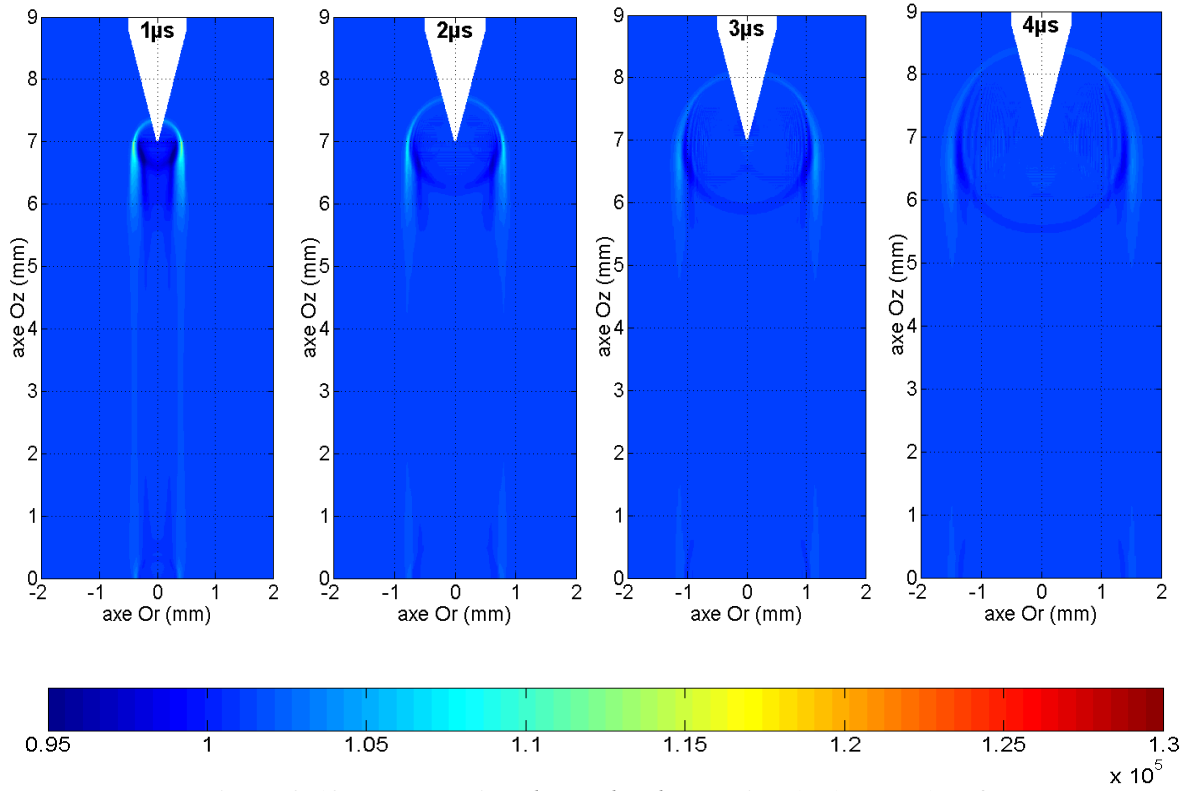


Figure 3-13 : Propagation des ondes de pression (Pa) entre 1 et 4 μs

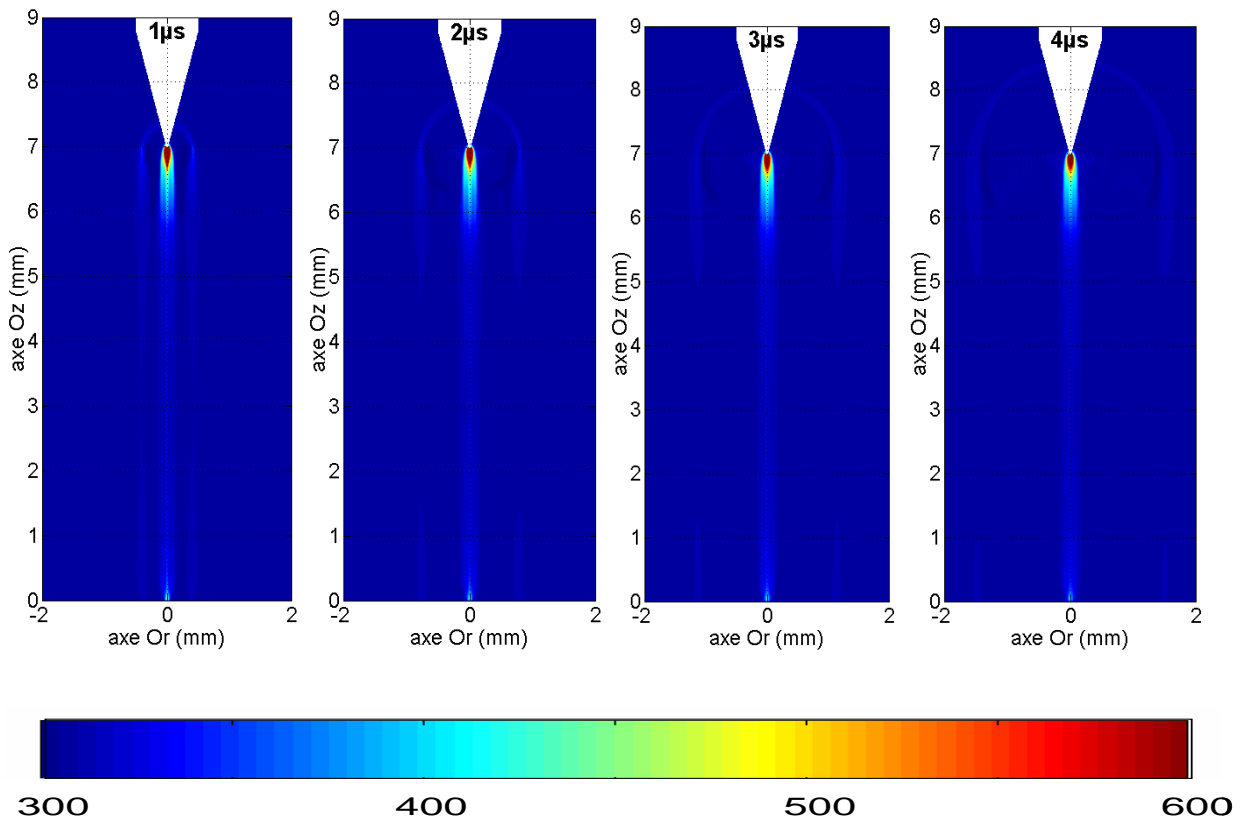


Figure 3-14: Profil de température du gaz (°K) entre 1 et 4 μs

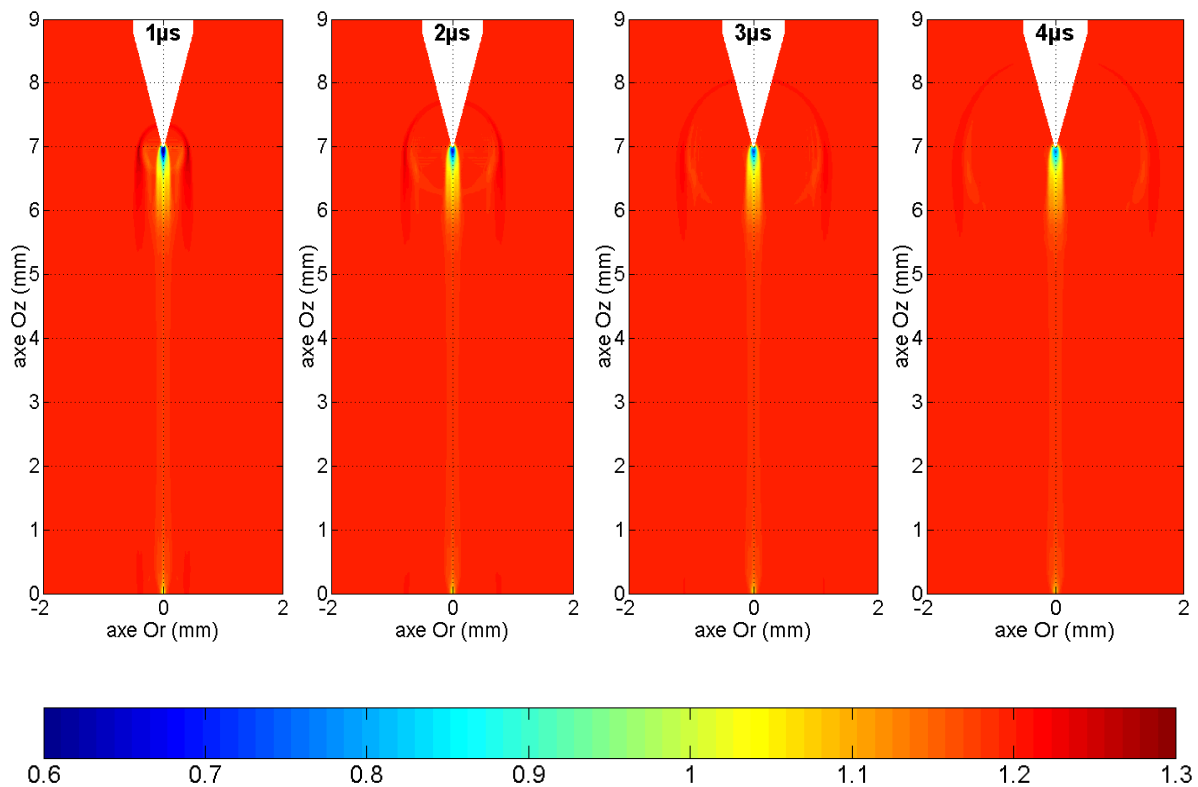


Figure 3-15: Profil de la densité massique du gaz ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) entre 1 et 4 μs

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les principales caractéristiques du modèle hydrodynamique d'un gaz neutre compressible et visqueux qui est gouverné par les équations classiques de Navier-Stokes. A l'aide de ce modèle, nous avons en premier lieu simulé la dynamique de l'air dans les conditions normales de température et de pression sous l'effet d'un choc thermique induit par une fonction d'injection d'énergie placée au centre d'une configuration d'électrodes pointe-plan. Ce premier travail nous a permis de valider le comportement du code et d'étudier les conditions aux limites appropriées pour modéliser le comportement du gaz au voisinage des électrodes (flux thermique et réflexion des ondes de

pression). Suite à ce travail, notre choix s'est porté sur des conditions aux limites de glissement permettant d'obtenir des résultats très proches des conditions prenant en compte la modélisation des couches limites et des phénomènes visqueux. Suite à cette première étude, nous avons pu modéliser pour la première fois dans la littérature dans une configuration pointe-plan, l'expansion du gaz induite par une décharge couronne de type streamer dans l'air à la pression atmosphérique. Le profil de l'injection d'énergie est issu d'une simulation de la phase de décharge validée expérimentalement. Le modèle reproduit la formation et la propagation d'une onde de choc sphérique déjà observée expérimentalement [On-1]. L'accroissement de la température du gaz au voisinage de la pointe atteint plus de 650 °K et montre jusqu'à 800°K sur la pointe. Ces résultats sont du même ordre de grandeur que dans des précédents travaux expérimentaux [Sp-1] dans des conditions d'étude très proches. L'expansion du gaz induit une diminution de la densité des neutres à proximité de la pointe. On a pu constater que l'inertie des neutres dans nos conditions de simulation est voisine de 0.1µs. On peut en déduire que la variation de la densité du gaz pourrait avoir plutôt un impact sur la propagation du secondary streamer et une influence réduite sur le développement du primary streamer (qui arrive sur la cathode au bout de 75ns).

Des travaux ultérieurs devront tenir en compte des effets visqueux et de la dissipation d'énergie dans les couches limites au voisinage de la pointe de manière à ne pas surestimer la température du gaz sur la pointe. Il sera également nécessaire d'effectuer un couplage direct avec la simulation streamer afin de comprendre l'effet de l'augmentation de la température et de l'expansion du gaz sur le développement de la décharge. Enfin, une étude approfondie des processus de relaxation de l'énergie d'excitation électronique en énergie thermique devra également être menée de manière à mieux prendre en compte les échelles de temps de relaxation et l'énergie réellement dissipée.

CONCLUSION GENERALE

Ces travaux de recherche ont été consacrés à la modélisation électro-hydrodynamique d'une décharge hors équilibre de type couronne dans l'air à la pression atmosphérique dans son régime « breakdown streamer ». Ceci a été effectué à l'aide d'un couplage faible entre le modèle de dynamique des particules chargées et celui des particules neutres c'est à dire tenant compte des effets de la décharge sur l'hydrodynamique du gaz sans tenir compte de l'effet inverse (contre-réaction) en considérant par exemple la variation du champ réduit E/N suite aux variations locales de la densité N du gaz.

Dans la première partie, nous avons rappelé les principaux régimes de décharges couronne à pression atmosphérique ainsi que leurs caractéristiques essentielles. Nous avons notamment focalisé notre analyse sur le régime de breackdown streamer et les mécanismes de formation et de propagation des primary et secondary streamers. Ensuite, nous avons décrit les phénomènes induits par le passage de la décharge au sein du gaz neutre comme le vent ionique et les effets thermiques avec notamment la propagation des ondes de pression. Enfin, nous avons retenu le modèle hydrodynamique d'ordre 1 avec l'approximation de dérive diffusion pour la modélisation du transport des particules chargées couplé avec les équations de Navier-Stokes d'un gaz compressible et visqueux pour la modélisation de la dynamique du gaz. Les différents couplages entre les variables de ces modèles ont été discutés et analysés.

La deuxième partie était consacrée à l'étude des méthodes numériques pour la résolution de l'équation elliptique de Poisson dans la simulation des décharges couronne. Les méthodes MG (Multigrid) et FMG (Full Multigrid) ont été décrites et leurs performances comparées à la méthode itérative classique SOR (Successive Over Relaxation) et la méthode directe MUMPS (MULTifrontal Massively Parallel Solver). Les trois techniques numériques ont été implémentées dans un code 2D cylindrique dédié à la simulation de l'électrodynamique d'un streamer positif dans une configuration pointe-plan. En premier lieu, les solutions FMG, SOR et MUMPS ont été comparées et validées en les confrontant avec la solution analytique de l'équation de Laplace dans une configuration de pointe hyperbolique-plan. Les résultats ont montré que la technique FMG est performante en termes d'erreur relative et de temps de calcul. En effet, les trois méthodes ont donné des solutions très proches de la solution analytique avec une erreur relative moyenne qui vaut $5.8 \cdot 10^{-3} \%$ pour FMG, $5.6 \cdot 10^{-4} \%$ pour MUMPS et $3.6 \cdot 10^{-2} \%$ pour SOR. Néanmoins, la méthode MUMPS s'est montrée la plus performante en précision de calcul. En second lieu, les tests dans le cadre d'une

simulation de la propagation d'un streamer positif ont montrés que la méthode MG était la plus performante des trois en termes de durée de calcul avec une précision équivalente. En effet, la technique Multigrid résout l'équation de Poisson à chaque pas de temps en moyenne deux fois plus vite que les méthodes MUMPS et SOR.

Enfin, dans la dernière partie de ce travail, nous avons modélisé la dynamique du gaz induite par le passage d'une décharge couronne de type streamer dans les conditions proche de celle d'une expérience. Le code mis en place, basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes, a d'abord été testé en injectant une fonction d'énergie analytique dans l'équation de conservation de la densité d'énergie du gaz. Cela nous a permis de montrer que le code était apte à modéliser la propagation d'une onde de pression ainsi que les interactions avec les électrodes. A ce sujet, les conditions aux limites de glissement (sans effets visqueux) et les conditions aux limites de vitesse nulle (avec la prise en compte des effets visqueux) ont été décrites et implémentées dans le code. Il est ressorti des tests, que les conditions aux limites de glissements étaient suffisantes pour rendre compte dans un premier temps des phénomènes d'interactions avec les électrodes. Sur la base de cet acquis, le code a ensuite été utilisé pour simuler la dynamique du gaz dans une configuration expérimentale pointe-plan correspondant à un dispositif expérimental installé dans le groupe. Le profil de la densité de puissance injectée est issu de la simulation complète des phases de primary et de secondary streamer effectué lors d'une précédente thèse. Le modèle a permis de simuler l'expansion du gaz neutre et la propagation d'une onde de pression sphérique partant de la pointe et se propageant à une vitesse proche la vitesse du son dans l'air. Il a également permis d'estimer la montée en température du gaz autour de la pointe qui est voisine de 600°K avec un maximum au-delà de 800°K sur la pointe dans nos conditions de simulation. Les ordres de grandeur de montée en température ainsi que la vitesse de l'onde sont en adéquation avec les résultats

expérimentaux trouvés dans la littérature. Enfin, la simulation a montré que la phase d'inertie des neutres était voisine de $0.1\mu\text{s}$ ce qui tend à penser que la diminution de la densité du gaz a principalement un effet sur la dynamique des secondary streamer.

Les méthodes Multigrid et MUMPS ouvrent des perspectives intéressantes pour la résolution de l'équation de Poisson dans une configuration cartésienne 3D. Notamment, un couplage de la performance de MG sur la grille la plus fine et de la performance du solveur MUMPS sur la grille la plus large peut être une approche très efficace pour la résolution des systèmes matriciels très larges. Cependant, il est nécessaire de développer la technique MG dans une version parallèle.

Les premiers couplages de la dynamique de la décharge avec la dynamique du gaz neutre sont prometteurs. Ils permettent en effet de reproduire les principales perturbations déjà observées expérimentalement. Cependant, le couplage n'est pas complet puisque la contre-réaction des variations de la densité du gaz sur la dynamique du streamer n'a pas été prise en compte. Ceci devra faire l'objet d'un travail futur. Il sera également nécessaire de prolonger les calculs jusqu'à la centaine de microsecondes en introduisant la relaxation des états vibrationnels en énergie thermique et évaluer les effets mémoires d'une décharge sur l'autre. Un travail plus fin sur la relaxation énergétique des principales espèces excitées sur des niveaux électroniques permettrait également de mieux estimer les temps de relaxation en énergie thermique de ces espèces.

ANNEXE

Modèle physique de la photo-ionisation dans l'air

Le modèle qu'on a adopté pour calculer le terme source de photo-ionisation est identique à celui décrit dans [Ku-2]. Ce modèle est basé sur les hypothèses suivantes: La source de rayonnement UV est formée par les molécules d'azote excités $N_2(C^3\Pi_u)$. Dans une gamme de longueurs 980-1025 Å l'émission de $N_2(C^3\Pi_u)$ est principalement absorbée par l'oxygène et conduit aux événements de photo-ionisation. La longueur d'onde 1025 Å correspond au seuil d'ionisation de l'oxygène. Notez que le taux de photo-ionisation dans un mélange oxygène –nitrogène dépend de la fraction d'oxygène et tend vers zéro lorsque la pression partielle de l'oxygène se rapproche de zéro. Dans [13] ont estimé une structure fine du spectre d'absorption de l'oxygène et calculé l'intégrale dans la loi d'absorption des rayonnements ionisants plus que le domaine de longueur d'onde.

Considérons deux petits volumes dV_1 et dV_2 , séparés par une distance $r\theta$ (la distance entre deux points $r\theta$ ne doit pas être confondu avec r , la coordonnée radiale). Une densité des événements photoionisation dS_{ph2} (nombre de paires ion-électron produite par seconde) dans dV_2 due au rayonnement de dV_1 est donnée par :

$$S_{\text{ph2}} = \frac{dQ_2}{dV_2} = \frac{I(r_1, z_1) f(r_\theta)}{4\pi r_\theta^2} dV_1$$

où I est l'intensité intégrale de l'émission de la source volume (nombre de photons produits par seconde par cm³). Cette dernière valeur est proportionnelle à la vitesse de l'ionisation collisionnelle.

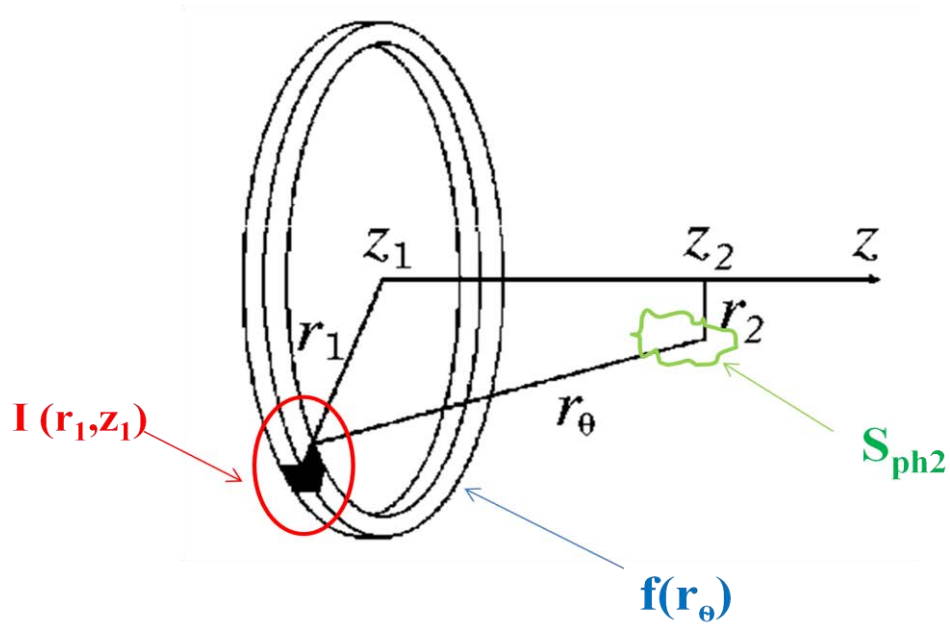
$$I(r_1, z_1) = AS_{i1} = A\alpha_1 W_{e1} n_{e1} \quad A = \xi \frac{p_q}{p + p_q}$$

Ici, S_{i1} est le taux d'ionisation collisionnelle dans le volume de source, α étant le coefficient d'ionisation de Townsend (cm⁻¹), $W_e = \mu_e E$ est la valeur absolue de la vitesse de dérive des électrons (cm s⁻¹), n_e est la densité d'électrons (cm⁻³), le factor A prend en compte de la de l'état rayonnant $N_2(C^3\Pi_u)$ dans les collisions avec des particules lourdes, p est la pression du gaz (Torr), p_q est la pression de ($C^3\Pi_u$) et ξ est un facteur de dimension pour l'air $p_q = 30$ Torr.

La fonction $f(r_\theta)$ prend en compte l'absorption des rayonnements ionisants le long du chemin r_θ . Cette fonction dans un mélange azote-oxygène est décrite dans [Ku-2].

Photoionisation dans le problème de streamer

La propagation de streamer est étudiée dans un système de coordonnées cylindriques avec l'axe z est dirigé le long de l'axe de streamer. Dans le problème à deux dimensions la cellule élémentaire de calcul est un anneau de faible largeur et hauteur à proximité de (r, z). Le volume émettant était le petit élément de l'anneau cylindrique montrée la figure suivante.



Le nombre des événements de photo-ionisation par seconde dans un petit élément $dV_2 = r_2 dr_2 dz_2 d\phi_2$ de l'anneau de cible a cause de rayonnement d'un petit élément $dV_1 = r_1 dr_1 dz_1 d\phi_1$ est donné par :

$$dQ_{ph2}(r_1, z_1, \phi_1, r_2, z_2, \phi_2) = \frac{I(r_1, z_1) f(r_\theta)}{4\pi r_\theta^2} dV_1 dV_2$$

où la distance r_θ entre la source et les volumes cibles est donnée comme suit :

$$r_{\theta} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + (z_2 - z_1)^2 - 2r_1r_2 \cos \phi}$$

Avec

$$\phi = \phi_2 - \phi_1$$

L'intégration de dQ_{ph2} sur l'angle d'azimut $\phi = \phi_2 - \phi_1$, donne le taux de photo-ionisation dans le volume dv_2 du au rayonnement de l'anneau entier (r_1, z_1) donne :

$$S_{ph2}(r_2, z_2) = \int_0^z I(0, z_1) M'_{ph}(r_2, z_{12}) dz_1$$

Où

$$M'_{ph}(r_2, z_{12}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{R_{em}} r_1 dr_1 \int_0^{2\pi} \frac{f(r_{\theta})}{r_{\theta}^2} d\phi$$

Physiquement, on suppose que le streamer est considéré comme un ensemble de disques émettant uniforme de rayon R_{em} . L'intensité d'émission de chaque point de disque est égale à celle de l'axe du disque. Pour calculer le taux de photo-ionisation on doit additionner la contribution de tous les disques [Ku-2].

REFERENCES

[Ab-1] A. Abahazem, « Etudes expérimentales des décharges couronne pour la dépollution des gaz », Université Paul Sabatier, thèse, (2009),

[Am-1] P. R. Amestoy, I. S. Duff, J. Koster and J.-Y. L'Excellent, “A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling”, *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, Vol 23, No 1, pp 15-41 (2001),

[Am-2] P. R. Amestoy and A. Guermouche and J.-Y. L'Excellent and S. Pralet, “Hybrid scheduling for the parallel solution of linear systems”, *Parallel Computing* Vol 32 (2), pp 136-156 (2006),

- [Ba-1] J. Batina, F. Noël, S. Lachaud, R. Peyrous and J.F. Loiseau, « Hydrodynamical simulation of the electric wind in a cylindrical vessel with positive point-to-plane device », *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 34, 1510 (2001),
- [Ba-2] N Y Babaeva and G V Naidis, « Two-dimensional modelling of positive streamer dynamics in nonuniform electric fields in air », *J Phys D: Appl Phys* 29, p2423, (1996),
- [Br-1] T. M. P. Briels, J. Kos, E. M. Van Veldhuizen, and U. Ebert, “Circuit dependence of the diameter of pulsed positive streamers in air,” *J. Phys. D, Appl. Phys.*, vol. 39, no. 24, pp. 5201–5210, (Dec. 2006),
- [Ce-1] S. Celestin, Z. Bonaventura, B. Zeghondy, A. Bourdon and P. Ségur, “The use of the ghost fluid method for Poisson’s equation to simulate streamer propagation in point-to-plane and point-to-point geometries”, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 42 065203 (2009),
- [Ch-1] J.S. Chang, “Next generation integrated electrostatic gas cleaning systems”, *Journal of Electrostatics*, Vol. 57, p 273-291, (2003),
- [Ch-2] J-S. Chang, Phil A. Lawless, T.Yamamoto., “Corona Discharge Processes” *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 19, No. 6,(1991),
- [Cr-1] Y. Creyghton, 1994, Pulsed positive corona discharges: fundamental study and application to flue gas treatment, PhD Thesis, Technische Universiteit Eindhoven
- [Dh-1] S. K. Dhali and P. F. Williams, « Numerical simulation of streamer propagation in nitrogen at atmospheric pressure », *Phys. Rev. A* 31, p1219–1221, (1985),

[Du-1] O. Ducasse, L. Papageorghiou, O. Eichwald, N.Spyrou, and M. Yousfi, “Critical Analysis on Two-Dimensional Point-to-Plane Streamer Simulations Using the Finite Element and Finite Volume Methods”, IEEE Transactions on plasma science, vol. 35, no. 5, 1287, (2007),

[Du-2] O. Ducasse, O. Eichwald and M. Yousfi, “High order eulerian schemes for fluid modelling of streamer dynamics”, Advances and Applications in Fluid Mechanics, Volume 8, Number 1, Pages 1-31 (2010),

[Du-3] O. Ducasse, “ Modélisation électrodynamique d’un réacteur plasma hors équilibre de dépollution des gaz ”, Université Paul Sabatier, thèse, (2006),

[Du-4] D. Dubois, «*Réalisation et caractérisation d’un réacteur plasma de laboratoire pour des études sur la dépollution des gaz d’échappement*», thèse de l’Université Paul Sabatier, Toulouse, France, (2006),

[Du-5] D. Dubois, N. Merbahi, O. Eichwald, M. Yousfi, and M. Benhenni, Electrical analysis of positive corona discharge in air and N₂, O₂, and CO₂ mixtures, JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 101, 053304 (2007),

[Ei-1] O. Eichwald, M. Yousfi, A. Hennad and M. D. Benabdessadok, “Coupling of chemical kinetics, gas dynamics, and charged particle kinetics models for the analysis of NO reduction from flue gases”, J. Appl. Phys. 82 4781,(1997),

[Ei-2] O. Eichwald, M. Yousfi, P. Bayle, M. Jugroot ,” Modeling and three-dimensional simulation of the neutral dynamics in an air discharge confined in a microcavity” J. Appl. Phys. 84, 4704-4715 (1998),

- [Ei-3] O. Eichwald, O. Ducasse, D. Dubois, A. Abahazem, N. Merbahi, M. Benhenni and M. Yousfi, “Experimental analysis and modelling of positive streamer in air: towards an estimation of O and N radical production”, *J.Phys. D: Appl. Phys.* 41 234002 (2008),
- [Ei-4] O. Eichwald, « Modélisation de la dynamique des neutres dans une décharge transitoire application aux microsystemes électroniques et aux dispositifs de dépollution », Université Paul Sabatier de Toulouse, thèse, n° d’ordre : 2709, (1996),
- [Ei-5] O.Eichwald, O.Ducasse, N.Merbahi, M.Yousfi and D.Dubois, « Effect of fluid order model on flue gas streamer dynamics » *J. Phys. D : Appl. Phys.* 39, p99, (2006),
- [Ei-6] O. Eichwald, S. Kacem, H. Bensaad, O. Ducasse, K. Charrada and M. Yousfi « Full Multi Grid technique for the solution of elliptic equations in streamer simulation » 20th International Conference on gas discharge and their applications, 272-275 , (2010),
- [Ey-1] C.F.Eyring,S.S. Mackeown and R.A. Millikan, “Fields currents from points”, *Physical Review*, vol 31, PP. 900-909,(May. 1928),
- [Fo-1] M. Fournié, N. Renon, Y. Renard and D. Ruiz, “CFD parallel simulation using Getfem++ and Mumps”, Euro-Par 2010 - Parallel Processing, 16th International Euro-Par Conference, (2010),
- [Fr-1] A. Fridman, A.Chirokov, A. Gutsol, ”*Non-thermal atmospheric pressure discharges*” , *J. Appl. Phys.* 38, R1-R24, (2005),
- [Fl-1] E. Flegler and H. Raether, *Z. Tech. Phys* 16, 435 (1935) ; *Z. Phys.* 99, 635 (1936) ; 103, 315 (1936),
- [Ge-1] G E Georghiou, A P Papadakis, R Morrow and A C Metaxas “ Numerical modelling of atmospheric pressure gas discharges leading to plasma production”, *J. Phys. D : Appl. Phys.* 38, p303–328, (2005),

- [Go-1]: A. GOLDMAN, M. GOLDMAN, "Les plasmas froids à pression atmosphérique", dans Les plasmas dans l'industrie, coll. Dopee, Ed. Electra, Paris, (1978),
- [Gr-1] F. Grangé, « Modélisation et simulation numérique de l'initiation et de la propagation d'un front d'ionisation dans une décharge continue en champ inhomogène », Doctorat de l'université de Pau et des pays de l'Adour, (1997),
- [Gu-1] J M Guo and C H J Wu, « Two-Dimensional Non equilibrium Fluid Models for Streamers », IEEE Trans Plasma Sci 21, p684, (1993),
- [Ha-1] A. Hallac, G. E. Georghiou, and A. C. Metaxas, "Secondary emission effects on streamer branching in transient non-uniform short-gap discharges," *J. Phys. D, Appl. Phys.*, vol. 36, no. 20, pp. 2498–2509, (Oct. 2003),
- [He-1] B. HELD, "Physique des plasmas froids", Masson, (1994),
- [Ka-1] S. Katsuki, K. Tanaka, T. Fudamoto, T. Namihira, H. Akiyama and H. Bluhm, "Shock Waves due to Pulsed Streamer Discharges in Water", *Japanese journal of Applied Physics*, Vol 45, No.1A, 239-242, (2006),
- [Ka-2] S. Kacem, O. Ducasse, O. Eichwald, N. Renon, H. Bensaad, K. Charrada and M. Yousfi «Shock wave and gas dynamics simulation in positive point-to-plane air corona discharge» 20th International Conference on gas discharge and their applications, 276-279 ,Greifswald Germany (2010),
- [Ka-3] S. Kacem, O. Eichwald, O. Ducasse, N. Renon, M. Yousfi, K. Charrada «Full Multigrid method for electric field computation in point-to-plane streamer discharge in air at atmospheric pressure», *Journal of Computational Physics* (accepté) 2011,
- [Ka-4] S.Kacem, O.Eichwald, M.Yousfi, K.Charrada, « Modélisations électrohydrodynamiques des décharges couronne dans l'air à la pression atmosphérique pour

application aux actionneurs plasmas », Revue de l'Electricité et de l'Electronique, N° 6/7 ,23-27, (2010),

[Ki-1] Hyun-Ha Kim, “Nonthermal plasma processing for air-pollution control: A historical review, current tissues, and future prospects”, Plasma Process. Polym. 2004, 1, 91-110.

[Ku-1] E.E. Kunhardt and Y. Tzeng, “Development of an electron avalanche and its transition into streamers”, Phys. Rev. A 38 1410-1421, (1988)

[Ku-2] A.A. Kulikovskiy, « The role of photoionization in positive streamer dynamics », J. phys. D : Appl. Phys. 33, p1514-1524, (2000).

[La-1] S. Lachaud, «Décharge pointe-plan dans les mélanges gazeux correspondant aux effluents industriels : étude électrique et physico-chimique, application à la destruction du dioxyde d'azote», thèse de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour, Pau, France, (2002),

[La 2] M. Laroussi, A. Fridman, P. Favia, M. R. Wertheimer, “Second Special Issue on Plasma Medicine”, Plasma Process. Polym. 2010, 7, 193

[La-3] D J. Laser and J G. Santiago, “A review of micropumps” J. Micromech. Microeng, 14 R35–64, (2004)

[Lo-1] L.B. Loeb and W. Leigh, «Fundamental processes of electrical discharges in gases», Phys. Rev, vol. 51, pp. 149, (1937); L.B. Loeb, Wiley, New York, p. 426, (1939),

[Lo-2] L.B Loeb, “Electrical Coronas, Their basic physical mechanism”, Univ. of California press, Berkeley and Los Angeles, (1965),

- [Lo-3] J F Loiseau¹, J Batina², F Noël² and R Peyrous¹, Hydrodynamical simulation of the electric wind generated by successive streamers in a point-to-plane reactor , *J. Phys. D: Appl. Phys.* **35**, 1020–1031,(2002),
- [Lu-1] L. Leger, E. Moreau, G. Artana, G. Touchard, « Influence of a DC corona discharge on the airflow along an inclined flat plate”, *Journal of Electrostatics*, **52-52**, 300-306, (2001),
- [Ma-1] E. Marode, «La formation de l'arc entre une pointe positive et un plan», thèse de l'Université d'Orsay, Paris, France, (1972),
- [Me-1] J.M. Meek, «A Theory of Spark Discharge», *Phys. Rev*, vol. **57**, pp. 722, (1940),
- [Mo-1] R. Morrow and J. J. Lowke, “Streamer propagation in air,” *J. Phys. D, Appl. Phys.*, vol. **30**, no. 4, pp. 614– 627, Feb. (1997),
- [Mo-2] E. Moreau, “Airflow control by non-thermal plasma actuators”, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40**, 605–636, (2007),
- [Mo-3] R. Morrow and N. Sato, “The discharge current induced by the motion of charged particles in independent electric fields; Sato’s equation extended,” *J. Phys. D, Appl. Phys.*, **32** L20-L22,(1999),
- [Mü-1] S. Müller and R.-J. Zahn, “Air Pollution Control by Non-Thermal Plasma”, *Contrib. Plasma Phys.* **47**, No. 7, 520 – 529 (2007)
- [On-1] R. Ono and T. Oda,” Visualization of Streamer Channels and Shock Waves Generated by Positive Pulsed Corona Discharge Using Laser Schlieren Method” , *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. **43**, No. 1, 321-327,(2004),

[Pa-1] S. Pancheshnyi, « Role of electronegative gas admixtures in streamer start, propagation and branching phenomena », *Plasma Sources Sci. Technol.* 14, 645–653, (2005),

[Pe-1] M. Penetrante and S. E. Schultheis, *Non-thermal Plasma Techniques for Pollution Control, Parts A&B*, edited by Springer-Verlag, Berlin- Heidelberg (1993)

[Pr-1] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, “Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing”, 2nd ed. Cambridge,U.K.: Cambridge Univ. Press

[Po-1] A.-M. Pointu, A. Ricard, E. Odic, M. Ganciu, “Nitrogen Atmospheric Pressure Post Discharges for Surface Biological Decontamination inside Small Diameter Tubes”, *Plasma Process. Polym.* 2008, 5, 559–568

[Ra-1] H. Raether, “The development of canal discharges”, *Archiv. Für Elektrotechnik*, Vol. 34, p 49, translation in *Electrical Breakdown in Gases* (Rees 1973), (1940),

[Ro-1] S.Roy, “Method and apparatus for efficient micropumping”, International Publication number PCT International Publication WO 2009/015371

[So-1] Rapport de DEA, Informatique Parallèle et Répartie, 2002, LaRIA, Université de Picardie - Jules Verne

[Sp-1] N. Spyrou, B. Held, R. Peyrous, Ch. Manassis and P. Pignolet, “Gas temperature in a secondary streamer discharge: an approach to the electric wind” 1992, *J. Phys. D.* 25, 211-216 ,(1992),

[To-1] J.S. Townsend, «The theory of ionization of gases by collision», Constable, London, (1910),

[To-2] L J. Thomas and S P. Bessman, “Micropump powered by piezoelectric disk benders”, US Patent 3963380, 1975

[Va-1] B. Van Leer, “Toward the ultimate conservative difference scheme. V. A second order sequel to Godunov’s method,” *J. Comput. Phys.*, vol. 32, no. 1, pp. 101–136, (Jul. 1979),

[Vi-1] S. Villeger, J.P. Sarrette, A. Ricard, “Synergy between N and O atom action and substrate temperature in a stérilization process using a flowing N₂-O₂ microwave post-discharge”. *Plasma Processes and Polymers*, 2, (2005), 709

[Vi-2] P.A. Vitello, B.M. Penetrante and J.N. Bardsley, « Multi-dimensional modelling of the dynamic morphology of streamer coronas », *Non Thermal Techniques for Pollution Control part A*, ed B M Penetrante and S E Schultheis (Berlin : Springer), p249–72, (1993),

[Ve-1] H. R. Velkoff and R. Godfrey, “Low velocity heat transfer to a flat plate in the presence of corona discharge in air,” *J. Heat Transfer*, vol. 101, p. 157, 1979.,

[Wa-1] C C. Wang and S. Roy, “Microscale plasma actuators for improved thrust density”, *J. Appl. Phys.* 106 013310, 2009

[Wu-1] C. Wu and E.E. Kunhardt, « Formation and propagation of streamers in N₂ and N₂–SF₆ mixtures », *Phys. Rev. A* 37, p4396–406, (1988),

[Ya-1] T. Yamamoto and H. R. Velkoff, “Electrohydrodynamics in electrostatic precipitator,” *J. Fluid Mech.*, vol. 108, pp. 1–18, (1981),

[Yo-1] M. Yousfi and M.B. Benabdessadok, “Boltzmann equation analysis of electron-molecule collision cross sections in water vapor and ammonia”, *J. Appl. Phys.* 80 (6619), (1996),

[Zh-1] L. Zhao, K. Adamiak EHD flow in air produced by electric corona discharge in pin–plate configuration, *, Journal of Electrostatics 63 337–350), (2005),

