



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse III - Paul Sabatier

Discipline ou spécialité : Physique et ingénierie des plasmas de décharge

Présentée et soutenue par Jaime Pérez Luna
Le 28 novembre 2008

Titre : Modélisation et diagnostics d'un propulseur à effet Hall

JURY

Président	<i>Dominique Toublanc, Professeur</i>
Rapporteurs	<i>Michel Dudeck, Professeur</i> <i>Fabrice Doveil, Directeur de Recherche CNRS</i> <i>Tiberiu Minea, Professeur</i>
Examineurs	<i>Jean Pierre Boeuf, Directeur de Recherche CNRS</i> <i>Laurent Garrigues, Chargé de Recherche CNRS</i> <i>Gerjan Hagelaar, Ingénieur de Recherche CNRS</i> <i>Anne Héron, Chargé de Recherche CNRS</i>
Invités	<i>Stéphane Mazouffre, Chargé de Recherche CNRS</i> <i>Denis Arrat, CNES</i> <i>Stephan Zurbach, Snecma</i>

Ecole doctorale : GEET
Unité de recherche : LAPLACE
Directeur(s) de Thèse : Jean Pierre Boeuf et Laurent Garrigues

C'est curieusement après un grand nombre de hasards que je peux aujourd'hui mettre sur papier mes travaux de thèse. Si le choix d'une thèse en propulsion spatiale, au sens large, m'avait paru évident il y a trois ans, la physique des plasmas m'était elle complètement inconnue. A l'époque, encore au Canada, la possibilité d'un stage de fin d'études en propulsion plasmique à Orléans m'avait paru une bonne occasion pour m'immiscer dans le monde de la recherche tout en restant dans la thématique que je recherchais. Le hasard a voulu que je candidate à une thèse dans un laboratoire en étroite collaboration avec le laboratoire d'Orléans, sans en avoir connaissance. J'ai été accepté pour cette thèse et ce manuscrit reflète le travail effectué pendant ces trois ans.

Je remercie donc tout d'abord Stéphane Mazouffre pour m'avoir initié à la recherche pendant mes cinq mois de stage à Orléans. Son dynamisme est vraiment contagieux et je l'en remercie. C'est avec beaucoup de plaisir que j'ai pu continuer à travailler avec lui pendant ma thèse. Bien évidemment, je remercie chaleureusement Jean Pierre Boeuf pour m'avoir accordé cette thèse, avec pour seul contact des conversations téléphoniques depuis le Canada. Je le remercie sincèrement pour ses conseils et ses critiques. Je me sens véritablement très chanceux d'avoir eu Jean Pierre comme directeur de thèse, autant pour ses qualités scientifiques que personnelles. Je remercie aussi chaleureusement Laurent Garrigues et Gerjan Hagelaar pour m'avoir accompagné dans mon travail. On ne peut pas rêver de paire plus complémentaire. Malgré ses choix footballistiques douteux, Laurent aura toujours été là pour donner un coup de pouce et de bonnes idées. Gerjan, lui, aura toujours pris le temps de répondre à toutes mes interrogations. Je connais peu de personnes qui expliquent aussi clairement des phénomènes physiques complexes. Je tiens également à remercier Jean Claude Adam et Anne Héron qui ont tout fait pour que je puisse comprendre en profondeur leurs travaux, en répondant clairement et rapidement à la moindre de mes questions.

Je remercie également Dominique Toub Blanc pour avoir présidé mon jury de thèse, Fabrice Doveil, Michel Dudeck et Tiberiu Minea pour leurs rapports ainsi que Denis Arrat et Stephan Zurbach pour avoir fait partie de mon jury. Je remercie aussi le CNES et la Snecma pour leur soutien financier.

Je remercie aussi naturellement tout mon entourage au laboratoire: Thomas pour plein de choses : le parapente, le go, le droit civil... ; Nicolas pour ses tartelettes à l'amande (mmm) et ses astuces en info ; Amine, pour ses cours de العربية (même si j'ai arrêté au milieu, je retiens badinjane) ; toute l'équipe du midi : Freddy, Pierre, Benoit, Gwenael, Kremena, Encarni, Stan, les anciens : Claude et Nicolas B., les nouveaux : Nouredine et Nicolas K ; et plein d'autres : Thierry, Juslan, Abdelatif...

Je remercie bien sûr aussi mes colocataires du Central : David, Fab et SebM. C'est la fin de l'armoire à bêlises, la fin d'une époque ! Je remercie ma petite Julie, que je vais retrouver après trois ans, enfin, pour notre petit voyage.

Y gracias a Papá, Mamá, Alex, David y Cesar, entre otras muchas cosas por haber venido todos a Toulouse para mi presentación.

Bonne lecture !

Table des matières

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I

La propulsion électrique dans l'espace	5
---	----------

I.A Bref historique	6
----------------------------------	----------

I.B La propulsion spatiale et ses besoins	8
--	----------

I.B.1 Missions spatiales et quantification des besoins	8
--	---

I.B.2 Propulsion chimique et propulsion électrique	10
--	----

I.C Famille des propulseurs électriques.....	12
---	-----------

I.C.1 Propulseurs électrothermiques.....	12
--	----

I.C.2 Propulseurs électrostatiques	13
--	----

I.C.3 Propulseurs électromagnétiques	14
--	----

I.D Propulseur à effet Hall	15
--	-----------

I.D.1 Historique	15
------------------------	----

I.D.2 Principe de fonctionnement.....	15
---------------------------------------	----

I.D.3 Propulseurs étudiés dans cette thèse.....	16
---	----

I.D.4 Physique du moteur	18
--------------------------------	----

I.E Etat de la recherche en propulsion par effet Hall	20
--	-----------

I.E.1 Etats Unis.....	20
-----------------------	----

I.E.2 Russie	22
--------------------	----

I.E.3 Europe.....	23
-------------------	----

I.E.4 Asie.....	25
-----------------	----

Chapitre II

Modélisation hybride d'un propulseur à effet Hall	29
--	-----------

II.A Description du modèle.....	30
--	-----------

II.A.1 Domaine de calcul	30
--------------------------------	----

II.A.2 Champ magnétique	30
-------------------------------	----

II.A.3 Traitement particulière des atomes.....	32
--	----

II.A.4 Traitement particulière des ions	34
---	----

II.A.5 Traitement fluide des électrons	36
--	----

II.A.6 Résolution numérique.....	39
----------------------------------	----

II.A.7 Mobilité anormale	43
--------------------------------	----

II.B	Validation du nouvel algorithme fluide : simulation du PPS[®] 100	46
II.B.1	Conditions de simulation et performances générales	46
II.B.2	Comportement statique.....	47
II.B.3	Comportement dynamique	49
II.C	Application: Simulation d'un moteur à Double Etage.....	51
II.C.1	Principe de fonctionnement.....	51
II.C.2	Fonctionnement à un seul étage.....	53
II.C.3	Fonctionnement à double étage.....	54

Chapitre III

Turbulence azimutale et transport électronique..... 61

III.A	Manifestations de la turbulence azimutale dans un propulseur	62
III.A.1	Problématique de départ : la mobilité anormale.....	62
III.A.2	Modèle PIC dans les directions axiale et azimutale	63
III.A.3	Diffusion collective	67
III.B	Trajectoires d'électrons dans un propulseur	70
III.B.1	Modèle particulaire des électrons.....	70
III.B.2	Définition des champs de force	72
III.B.3	Trajectoires électroniques dans le propulseur	75
III.C	Interaction onde-particule et approche fluide	81
III.C.1	Interaction onde-particule dans un champ $E \times B$ constant.....	81
III.C.2	Particules test dans un propulseur	88

Chapitre IV

Validation de la modélisation : Diagnostics d'un HET

IV.A	Cadre expérimental	98
IV.A.1	Moyen d'essais PIVOINE-2G.....	98
IV.A.2	Fluorescence Induite par Laser (LIF).....	99
IV.B	Grandeurs déduites des mesures par LIF	102
IV.B.1	Sorties directes par LIF	102
IV.B.2	Grandeurs déduites de l'équation de Boltzmann.....	104
IV.B.3	Validation Numérique de la méthode.....	108
IV.C	Caractérisation du propulseur PPS[®]X000	112
IV.C.1	Profils de vitesse moyenne et dispersion.....	112
IV.C.2	Champ électrique.....	115
IV.C.3	Fréquence d'ionisation et recouvrement des zones	116
IV.D	Confrontation entre les résultats expérimentaux et le modèle hybride	118
IV.D.1	PPS [®] 100 au nominal.....	118
IV.D.2	PPS [®] X000.....	120

Conclusion générale

125

Annexe A	
Mobilité d'un fluide magnétisé	129
Annexe B	
Discrétisation spatiale des équations fluides.....	131
Annexe C	
Méthodes d'interpolation pour le modèle particulière.....	135
Références	139

Introduction générale

Le premier satellite artificiel, Sputnik, fût lancé le 4 octobre 1957 par l'Union Soviétique. Cette simple sphère en alliage métallique, de 585 mm de diamètre, fit le bonheur des radios amateurs en émettant pendant 22 jours un signal désormais mythique. Sputnik brûla dans l'atmosphère terrestre quelques mois après son lancement. La sonde européenne SMART-1 (Small Missions for Advanced Research in Technology) a été lancée le 27 septembre 2003 depuis le centre spatial guyanais. Elle a voyagé pendant presque 14 mois pour atteindre son orbite lunaire. Différents instruments à bord de la sonde ont ainsi pu analyser la surface lunaire pour tenter de remonter aux origines de la Lune. Sa mission s'est terminée le 3 septembre 2006, soit presque trois ans après son lancement. La sonde américaine Dawn a été lancée le 27 septembre 2007. Elle devrait atteindre l'astéroïde Vesta, situé entre les orbites de Mars et Jupiter, vers 2012 et nous permettre de mieux comprendre les origines de l'Univers.

Les différences entre ces trois engins spatiaux sont nombreuses. L'une d'entre elles aurait permis à Sputnik de se maintenir plus longtemps en orbite autour de la Terre : un système de propulsion. Si pour des sondes lointaines comme SMART-1 ou Dawn le besoin d'un propulseur est évident, il l'est moins pour un satellite. Pourtant, un satellite en orbite autour de la Terre subit des frottements et des variations des forces gravitationnelles qui le dévient de son orbite initiale. Ainsi, de nos jours, toute mission spatiale doit être définie avec un propulseur adapté, que ce soit pour maintenir l'engin à poste, le propulser à destination ou encore le ramener sur Terre. Le propulseur est une pièce majeure de tout véhicule spatial.

Alors que deux propulseurs électriques ont été choisis pour SMART-1 et Dawn, la plupart des successeurs de Sputnik ont été équipés de propulseurs chimiques. La propulsion électrique, dont l'origine remonte au début du XX^{ème} siècle, a pourtant un grand nombre d'avantages sur la propulsion chimique. Son ajout majeur est sans aucun doute sa vitesse d'éjection de particules, au moins un ordre de grandeur supérieure à celle potentiellement atteinte par la propulsion chimique. Cet avantage, donné par l'utilisation d'énergie électrique pour accélérer les particules, permet à ces propulseurs de consommer moins de carburant et d'envisager des missions irréalisables avec un propulseur chimique. Mis à part pour quelques missions, comme celles citées en début de paragraphe, le rôle des propulseurs électriques s'est limité à des missions de maintien en orbite. Il est vrai que jusqu'à maintenant ces moteurs sont restés de faible puissance, quelques kW, avec, tout au plus, des poussées de l'ordre du Newton. La difficulté à développer des moteurs de grande puissance mais aussi l'énergie limitée disponible à bord d'un véhicule spatial en sont les responsables.

La famille des propulseurs électriques est nombreuse et variée. Une classification courante et simple définit trois catégories : propulseurs électrothermiques, électrostatiques et électromagnétiques. Curieusement, le moteur à effet Hall, dont l'étude est justement l'objet de ma thèse, est à cheval entre les deux dernières catégories. Un moteur à effet Hall combine l'utilisation d'un champ électrique et magnétique pour

créer puis accélérer un gaz ionisé, c'est à dire un plasma. Les moteurs à effet Hall ont été développés en Union Soviétique dans les années soixante. Dans le reste du monde, ce n'est vraiment qu'à partir des années quatre-vingt dix que l'industrie spatiale, bénéficiant de l'ouverture liée à l'effondrement de l'Union Soviétique, s'y est intéressé. Comme la plupart des technologies, les moteurs à effet Hall sont utilisés depuis de nombreuses années mais leur physique n'est pas complètement maîtrisée. La compréhension globale du moteur est suffisante pour son utilisation. Mais l'amélioration des performances du moteur ou le développement raisonné de nouveaux concepts nécessitent une compréhension profonde de phénomènes physiques qui peuvent parfois sembler des détails. Et il n'y en a pas peu : les changements de mode spontanés, l'érosion des parois du moteur, la divergence du jet d'ions ou encore le transport des électrons.

En France, la création en 1996 d'un groupe de recherche rassemblant le Cnes, la Snecma, le CNRS et plusieurs universités marque la volonté de ces entités d'investir dans ces propulseurs. Ma thèse s'inscrit dans le cadre de ce groupe et a été financée par le Cnes et la Snecma. Le fil conducteur a été l'étude du transport électronique dans le moteur. C'est un des grands axes de recherche du groupe et il a été à l'origine de la création d'un projet financé par l'Agence Nationale de la Recherche. Une partie de ma thèse s'est articulée autour de ce projet. Cela m'a permis de travailler avec différents laboratoires dont : l'Institut de Combustion Aérothermique Réactivité et Environnement (ICARE) à Orléans, le Centre de Physique Théorique (CPHT) à Palaiseau et bien sûr le Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE), mon laboratoire d'accueil, à Toulouse. J'ai effectué plusieurs séjours dans les deux premiers laboratoires, mais la grande majorité de ma thèse s'est déroulée à Toulouse. Le Groupe de Recherche Energétique, Plasma, Hors-Equilibre (GREPHE) développe depuis plusieurs années un modèle hybride d'un propulseur à effet Hall. La description du transport électronique dans ce type de modèles est un vrai défi. J'ai donc participé pendant trois ans à la recherche dans ce domaine, en collaborant pour la partie expérimentale avec ICARE et pour la partie de physique théorique avec le CPHT. Les chapitres de ma thèse peuvent d'ailleurs être associés aux activités menées en collaboration avec chaque laboratoire.

Le premier chapitre est une longue introduction à la propulsion électrique. Après un bref historique, nous verrons les différents types de propulseurs électriques et leur principe de fonctionnement. L'accent est ensuite mis sur les propulseurs à effet Hall : leur principe, leurs performances et leurs caractéristiques physiques. Ce chapitre s'achève par une vue d'ensemble de la recherche en propulsion par effet Hall dans le monde. Dans le deuxième chapitre, nous verrons les détails du modèle hybride développé par le groupe GREPHE. Cette description est l'occasion de présenter une nouvelle méthode de résolution des équations fluides, validée par l'étude d'un propulseur déjà bien connu. La nouvelle méthode est ensuite utilisée pour modéliser un nouveau moteur à la configuration magnétique complexe. Les problèmes rencontrés dans la modélisation fluide des électrons justifient le troisième chapitre. Nous y verrons le rôle que joue la turbulence azimutale dans un propulseur, en mettant l'accent sur le transport électronique. L'interprétation des résultats du CPHT, l'étude de trajectoires d'électrons et celle de particules test dans le propulseur sont autant d'éléments pour faire le lien entre la turbulence et le transport des électrons. Finalement, nous verrons dans le dernier chapitre comment l'interprétation des résultats expérimentaux obtenus par Fluorescence Induite par Laser (LIF) à ICARE permet de confirmer les conclusions du troisième chapitre. Une nouvelle méthode d'interprétation de ces résultats est proposée. Elle nous

permet d'obtenir les profils de grandeurs caractérisant en détail la physique du propulseur, et comparables aux résultats des modèles. La confrontation des résultats expérimentaux avec ceux du modèle met en exergue l'importance du transport électronique dans le fonctionnement du moteur.

Chapitre I

La propulsion électrique dans l'espace

Le principe de la propulsion électrique a d'abord été imaginé par Tsiolkovsky en 1903. Après plus d'un siècle, cette technologie n'a pas encore pu s'imposer dans l'industrie spatiale. Elle possède pourtant un nombre certain d'avantages sur la propulsion chimique. Entre autre, la plus grande vitesse d'éjection de particules dans un propulseur électrique permet de produire un même incrément de vitesse avec moins de carburant. Dans les années soixante, l'explosion de l'industrie spatiale pendant la guerre froide a tout de même permis le développement d'un grand nombre de propulseurs électriques pour satellites et sondes. Parmi ces moteurs, il y a le moteur à effet Hall, qui a connu un renouveau au début des années 90. L'expérience cumulée en ex-Union Soviétique a permis, après l'éclatement de celle-ci, de progresser rapidement en Europe dans la connaissance de ces moteurs. En France, un groupe de recherche regroupant le Cnes, la Snecma, le CNRS et plusieurs universités a été créé afin d'étudier la physique de ces moteurs. Le succès de la sonde ESA SMART-1, équipée du propulseur à effet Hall Snecma PPS[®]1350, a mis en évidence les avantages de ces propulseurs. Dans ce premier chapitre, nous commençons par donner un bref historique de la propulsion électrique. Nous expliquons ensuite les avantages de la propulsion électrique compte tenu des besoins actuels en propulsion spatiale, en insistant sur le propulseur à effet Hall. En fin de chapitre est donnée une liste non exhaustive des centres de recherche en propulsion par effet Hall dans le monde.

I.A Bref historique

Il peut paraître étonnant de voir à quel point la propulsion électrique a du mal à s'imposer dans l'industrie spatiale alors que cela fait plus d'un siècle que les premiers scientifiques ont imaginé cette technologie. Alors que dans l'imagination de ces pionniers la propulsion électrique était un moyen pour l'Homme d'explorer son environnement spatial, elle a surtout été utilisée pour le moment comme système propulsif secondaire pour des missions de maintien d'orbite. Deux raisons peuvent expliquer pourquoi la propulsion électrique n'a pas réussi à s'imposer devant la propulsion chimique.

En premier lieu, il faut voir à quel point l'industrie spatiale et aéronautique sont historiquement proches. Des personnages comme Von Braun ou Korolev ont fait leurs premiers pas dans l'aviation et l'aéronautique. Mais ce sont aussi leurs visages qu'on associe en premier à la fameuse course à l'espace entre les Etats Unis et l'Union Soviétique pendant les années cinquante et soixante. Cette course à l'espace, source de nombreuses avancées technologiques et scientifiques en propulsion spatiale, a largement puisé dans les développements militaires en aéronautique de la seconde guerre mondiale et des années qui l'ont suivie. La propulsion en aéronautique étant largement dominée par la propulsion chimique, il n'est pas étonnant de voir à quel point cette technologie a monopolisé la propulsion spatiale. L'assise de la propulsion chimique a retardé le développement industriel de la propulsion électrique, malgré ses avantages.

La deuxième raison est le manque de sources d'énergie disponibles dans l'espace. Alors que la propulsion chimique tire son énergie de l'énergie potentielle de réaction du comburant et du combustible embarqués, la propulsion électrique a besoin elle d'une source externe d'énergie pour accélérer les particules. A un niveau de puissance faible on peut se limiter à l'utilisation de panneaux solaires, mais pour une propulsion à très forte puissance (MW), il faut faire appel à des sources nucléaires. Des questions budgétaires, politiques et bien évidemment environnementales, ont freiné le développement de telles sources.

L'histoire de la propulsion électrique¹ au sens large commence sans doute en 1903 avec la parution de l'article de Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky (1857-1935) intitulé

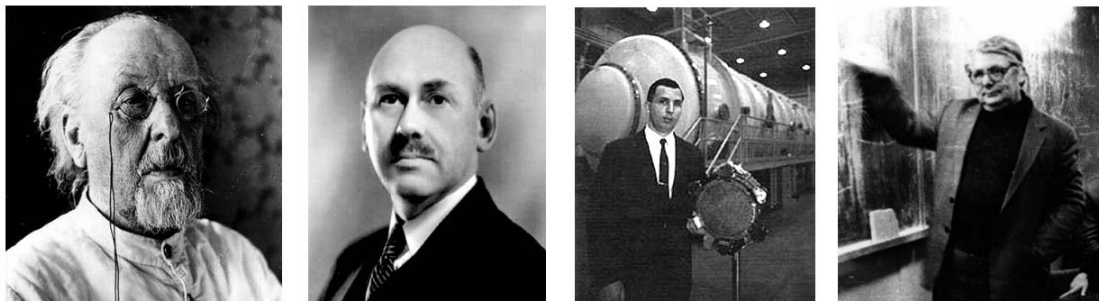


Figure I-1: De gauche à droite : Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky (1857-1935), Robert Hutchings Goddard (1882-1945), Harold R. Kaufman et A.I. Morozov.

« Investigation of Universal Space by Means of Reactive Devices ». Cet article inclut la fameuse équation de Tsiolkovsky, fondement mathématique de la propulsion spatiale. Cette équation lui permet d'évoquer l'utilisation d'électricité pour accélérer plus efficacement des particules chargées dans un système propulsif. Cette pensée fût largement inspirée par les travaux en physique fondamentale de J.J. Thomson et par la mise en évidence d'un flux d'électrons extrêmement rapides dans les tubes de Crookes quelques années auparavant. En réalité, la faible masse des électrons en ferait un mauvais fluide propulsif, mais rappelons que ce n'est qu'en 1914 que Rutherford caractérise les ions. Robert Hutchings Goddard (1882-1945) est l'autre pionnier de la propulsion électrique. Il fit le même raisonnement que Tsiolkovsky en pensant à l'utilisation de particules très rapides et fut le premier à proposer le brevet d'un accélérateur électrostatique d'ions destiné à la propulsion. A ces deux noms, il faut ajouter Yuri V. Kondratyuk (1897-1941) et Hermann Julius Oberth (1894-1989) comme pères fondateurs de la propulsion électrique.

Il faut ensuite attendre une trentaine d'années pour voir Ernst Stuhlinger (1913-2008) sortir la propulsion électrique de l'ombre. C'est aussi dans ces années quarante-cinquante que le développement des sources d'ions DC et RF ouvre de nouvelles perspectives. Stuhlinger publie en 1964 un recueil référence intitulé « Ion propulsion for Space Flights » et les années soixante voient surgir les premières concrétisations des théories de Tsiolkovski grâce à de grands programmes de recherche aux Etats Unis et en URSS. Autour de l'utilisation de l'énergie électrique, on voit alors apparaître de nombreux concepts : résistojets, arcjets, source d'ions, décharges en champ magnétique. A Tsiolkovski en URSS et Goddard aux Etats Unis succèdent respectivement A.I. Morozov et Harold R. Kaufman. Kaufman et les Etats Unis se tournent dès le milieu des années soixante vers les propulseurs ioniques, avec le développement de deux propulseurs de ce type en 1964 dans le cadre du programme SERT I (Space Electric Rocket Test I). En URSS, Morozov et son équipe se tournent vers les moteurs de Hall et 1972 marque la première utilisation d'un moteur de Hall à bord du satellite Meteor.

Vient alors l'explosion des mises en orbite de satellites pour des applications de communications, météorologiques, d'observation, de navigation ou encore militaires. La propulsion chimique est restée la technologie préférée pour ces missions, mais cette explosion a permis de réaliser plus d'une centaine de démonstrations de la faisabilité et de la fiabilité de la propulsion électrique. Cette étape de validation est indispensable pour l'affirmation d'une technologie. Des missions comme Deep Space 1², sonde NASA équipée du moteur ionique NSTAR, ou SMART-1³, sonde lunaire ESA équipée du moteur à effet Hall PPS[®] 1350⁴, ont permis de relancer avec force l'intérêt porté à la propulsion électrique par l'industrie spatiale.

De nos jours, la tendance générale est à la forte puissance^{5, 6, 7}, afin de satisfaire la demande commerciale croissante en satellites géostationnaires lourds. A plus long terme, on envisage également la très forte puissance, pour peut-être enfin voir le rêve des premiers pionniers réalisé et utiliser la propulsion électrique pour des vols interplanétaires habités.

I.B La propulsion spatiale et ses besoins

I.B.1 Missions spatiales et quantification des besoins

Définition et quantification des besoins

Les engins spatiaux sont désormais omniprésents dans l'activité humaine que ce soit en météorologie, communications, observation, défense ou exploration. Bien qu'il soit difficile d'avoir un chiffre exact, on peut estimer à un millier le nombre de satellites artificiels en orbite autour de la terre⁸. A ces satellites on peut ajouter le lancement d'un autre bon millier de sondes spatiales. Il y a donc une grande variété d'engins spatiaux et une grande variété de missions spatiales, chacune ayant des besoins bien spécifiques. Particulièrement pour les missions lointaines des sondes, où chaque cas est un cas à part. Les missions des satellites commerciaux restent plus standardisées. Une mission spatiale peut tout de même être décrite de façon schématique en trois étapes pour un satellite terrestre et quatre étapes pour une sonde interplanétaire. Ces étapes sont illustrées sur la Figure I-2. La première étape est la mise en orbite provisoire de la charge par le lanceur. Vient ensuite le passage de l'orbite provisoire à l'orbite finale. Cette étape est souvent divisée en changements successifs d'orbites plutôt qu'un seul changement d'orbite. Pour un satellite, une fois en orbite, il suffit de maintenir son orbite et son orientation. Pour une sonde, après la mise en orbite d'extraction terrestre vient l'étape de croisière puis la rentrée en orbite.

Chaque partie de la mission a des besoins particuliers en termes de propulsion, et une solution adaptée à une partie de la mission ne le sera pas du tout pour une autre. Par exemple, le lancement nécessite une poussée colossale au détriment d'un bon rendement alors qu'une correction d'orbite favorisera un meilleur rendement pour une poussée relativement faible.

Un système propulsif spatial est caractérisé par l'éjection de particules. La conservation de la quantité de mouvement du système global est à l'origine de la poussée transmise à

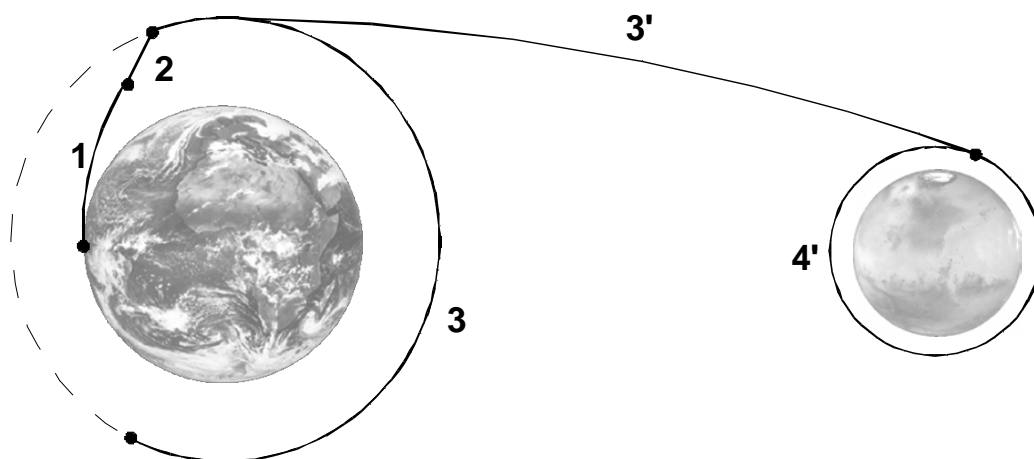


Figure I-2 : Etapes simplifiées d'une mission d'un satellite ou d'une sonde : 1) lancement 2) transfert d'orbite 3) maintien d'orbite – 3') croisière 4') rentrée en orbite.

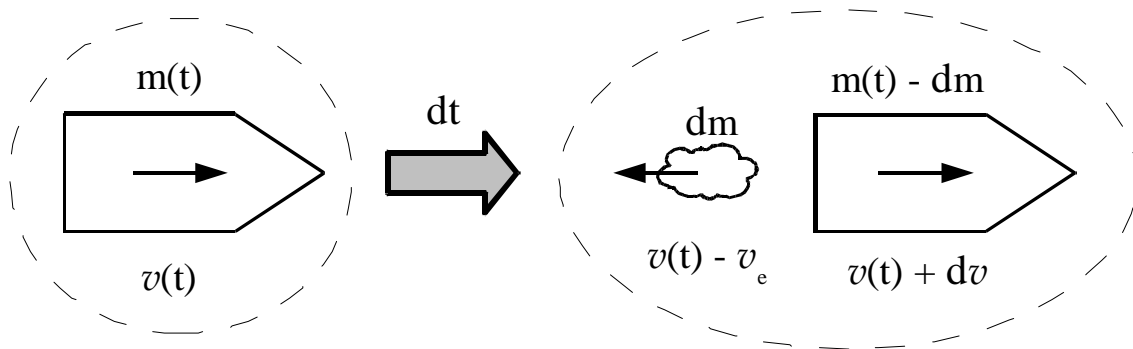


Figure I-3 : Principe de conservation de la quantité de mouvement pour un engin spatial lors de l'éjection du gaz propulsif.

l'engin spatial en réaction à l'éjection des particules. Cette loi de conservation est illustrée sur la Figure I-3 et s'écrit, sur une durée élémentaire dt :

$$m dv = v_e dm \quad (\text{I-1})$$

ce qui, intégré entre l'instant initial, au repos, et l'instant final donne la fameuse équation de Tsiolkovsky :

$$\Delta v = v_e \ln \frac{m_i}{m_f} \quad (\text{I-2})$$

Cette équation relie l'incrément de vitesse à fournir Δv à la vitesse d'éjection v_e et aux masses initiale m_i et finale m_f de l'engin. L'incrément de vitesse Δv est couramment utilisé pour définir les besoins propulsifs d'une mission. Prenons l'exemple d'un satellite géostationnaire. Il y en a environ 300 d'opérationnels actuellement⁸. La première étape de sa mission est le passage de son orbite de transfert à son orbite géostationnaire finale (orbite à 36000 km dans le plan de l'équateur). Le Δv nécessaire est d'environ 1 500 m/s. Le système propulsif doit ensuite assurer le maintien en orbite du satellite, enclin à des perturbations. Entre autre, le non-alignement du plan de l'équateur avec le plan de rotation de la Terre autour du Soleil ou celui de la Lune autour de la Terre est responsable d'une dérive Nord-Sud du satellite (souvent notée NSSK pour North South Station Keeping). Cette correction nécessite un Δv de 50 m/s par an. En fin de vie, la satellite doit être mis sur une orbite « cimetière », ce qui requiert 4 m/s. Une même mission requiert donc des Δv différents de plusieurs ordres de grandeur. Soit on dispose d'un système propulsif capable de s'adapter à chaque Δv , soit il faut prévoir un système propulsif pour chaque besoin. Pour une mission interplanétaire, l'incrément de vitesse est en général de quelques km/s.

Si maintenant on considère un Δv donné, la masse de carburant à embarquer m_c est :

$$m_c = m_0 \left(1 - \exp \left(- \frac{\Delta v}{v_e} \right) \right) \quad (\text{I-3})$$

Cette relation permet donc d'obtenir, pour une mission donnée, la masse de carburant nécessaire en fonction de la vitesse d'éjection du fluide propulsif.

En plus de son incrément de vitesse, un propulseur peut être caractérisé par :

- Sa poussée: force de réaction due à l'éjection des gaz qui propulse l'engin spatial donnée par l'équation de Newton : $T = \dot{m}v_e$ [N], où \dot{m} est le débit de fluide propulsif éjecté.
- Son impulsion totale: poussée du moteur multipliée par la durée de fonctionnement : $I = T\Delta t = \dot{m}v_e$ [Ns].
- Son impulsion spécifique: temps durant lequel le moteur peut fournir une poussée égale à son propre poids : $ISP = T / \dot{m}g_0$ [s], où g_0 est la constante de gravitation terrestre (9.81 m/s²).
- Son rendement total: rapport entre la puissance convertie en poussée et la puissance fournie P : $\eta = T^2 / 2\dot{m}P$.

I.B.2 Propulsion chimique et propulsion électrique

Le principe de fonctionnement d'un propulseur chimique est simple. Une réaction chimique chauffe un mélange de gaz. Ce gaz chaud est éjecté par une tuyère adaptée. L'énergie thermique de réaction est transformée en énergie cinétique. Dans un propulseur électrique au sens large⁹, c'est l'énergie électrique qui est transformée en énergie cinétique. Soit on utilise cette énergie électrique pour chauffer un mélange éjecté par une tuyère (propulseurs électrochimiques), soit on l'utilise pour accélérer directement des particules chargées (propulseurs électriques au sens strict). Le descriptif de chaque type de propulseur est donné dans la suite. Cette différence dans la source d'énergie en fait deux familles complètement différentes. Les caractéristiques principales de deux moteurs de chaque famille sont données sur le Tableau I-1.

La vitesse d'éjection d'un propulseur chimique est limitée par l'énergie thermique de réaction. On peut espérer atteindre au plus quelques km/s. L'intérêt de la propulsion électrique est justement d'éjecter des particules beaucoup plus rapides. Les vitesses d'éjection en propulsion électrique sont un ordre de grandeur au dessus de celles atteintes en chimique, soit quelques dizaines de km/s. L'intérêt d'augmenter la vitesse d'éjection apparaît clairement sur l'équation (I-3). Pour un incrément de vitesse donné, la masse de carburant à embarquer diminue lorsque la vitesse d'éjection augmente. Pour

Catégorie	Chimique	Electrique
Moteur	Moteur à Hydrazine (N ₂ H ₄) CHT-1	Moteur à effet Hall PPS®-1350
ISP (s)	200	1700
Poussée (N)	1	8×10 ⁻²
Temps de poussée (h)	46	5000
Combustible consommé (kg)	52	80
Impulsion totale (Ns)	1.1×10 ⁵	1.2×10 ⁶

Tableau I-1 : Comparaison des performances d'un moteur chimique et d'un moteur électrique pour satellite.

les faibles incréments, le rapport de masses de fluide propulsif est égal au rapport des vitesses d'éjection. On peut donc en théorie gagner un ordre de grandeur sur la masse à mettre en orbite. Ce gain se répercute directement sur le prix de mise en orbite du satellite. En réalité, le gain de masse n'est pas aussi important. Un propulseur électrique a une masse sèche en général plus grande que celle d'un propulseur chimique équivalent, à cause de divers éléments ajoutés, comme le module d'alimentation électrique. A titre illustratif, le contrôle d'un satellite géostationnaire ayant une masse de 5 tonnes et une durée de fonctionnement de 15 ans nécessite environ 2 tonnes de masse embarquée pour un propulseur à hydrazine (chimique) et 0.6 tonnes pour un moteur de Hall (électrique). Le gain de masse reste quand même considérable (rapport 4). C'est sans doute cet aspect commercial qui est un des atouts majeurs de la propulsion électrique, particulièrement pour les lourds satellites géostationnaires de communications. D'autre part, les grandes vitesses d'éjection des moteurs électriques permettent d'envisager des missions lointaines inaccessibles aux moteurs chimiques pénalisés par une masse embarquée de combustible trop grande.

L'autre avantage de la propulsion électrique est un meilleur rendement (typiquement 50 % pour un moteur de Hall contre 20 % au mieux pour un moteur à hydrazine). La possibilité d'avoir des vitesses d'éjection plus grandes se traduit également par une ISP au moins un ordre de grandeur supérieur.

En contre partie, les moteurs électriques développés jusqu'à maintenant ne fournissent que des poussées relativement faibles (inférieures à 1 N). Les moteurs chimiques eux fournissent facilement cet ordre de grandeur. Par exemple, une tuyère éjectant 1 gramme par seconde d'un mélange N-H à 3000 K fournit une poussée de l'ordre de 3 N. Un moteur plasma éjectant 1 Ampère de xénon (débit de 1.3 mg/s) accéléré sous 400 V fournit une poussée de 30 mN. Les missions nécessitant une forte poussée pendant un temps court, ne peuvent donc pas être assurées pour le moment par des moteurs électriques. Cette limitation vient de la difficulté à développer des moteurs électriques de très forte puissance, mais surtout, comme indiqué en début de chapitre, de la limitation de puissance électrique disponible à bord. Pour des satellites lourds, on peut espérer disposer de 10 kW pour le système propulsif, ce qui permettrait d'atteindre, avec les technologies actuelles, des poussées de l'ordre du Newton. Des puissances plus élevées, pour des missions lointaines, nécessiteraient une source de puissance nucléaire, comme imaginé dans le programme VASIMR¹⁰ de la NASA.

I.C Famille des propulseurs électriques

Les propulseurs électriques peuvent être classés en trois catégories⁹ :

- propulseurs électrothermiques (ou électrochimiques) : l'électricité est utilisée pour chauffer le fluide combustible qui est ensuite éjecté par une tuyère ; le chauffage peut être effectué grâce à un plasma.
- propulseurs électrostatiques : des ions sont extraits d'une source de plasma froid puis accélérés par un champ électrique.
- propulseurs électromagnétiques : la combinaison d'un champ électrique et magnétique produit une force de Lorentz capable d'accélérer un plasma et de fournir la poussée.

Dans la suite sont donnés des exemples dans chaque catégorie.

I.C.1 Propulseurs électrothermiques

Les propulseurs électrothermiques sont en fait très proches des propulseurs chimiques classiques. La seule différence est que le chauffage du fluide propulsif est assisté dans ce cas par l'énergie électrique. L'arcjet fait partie de cette famille de propulseurs. Son principe est illustré sur la Figure I-4. Un plasma d'arc (d'où son nom) chauffe le combustible, le plus souvent de l'hydrazine (N_2H_4) ou de l'ammoniac (NH_3) et c'est l'expansion du gaz dans la tuyère de sortie qui assure la poussée. Le débit (quelques mg/s) est injecté en fond de chambre ; le plasma d'arc est créé entre une anode externe et une cathode toroïdale en tungstène. Le courant est de quelques dizaines d'Ampère, pour des puissances électriques de l'ordre du kW. Le gaz peut atteindre 10000 K.

Ce type de moteur a déjà été utilisé en vol¹¹, pour le satellite radio AMSAT-OSCAR 13 lancé en 1988 ou le satellite géostationnaire TELSAT lancé en 1993 et équipé de quatre propulseurs de type arcjet. L'inconvénient majeur de ces propulseurs est l'érosion de la

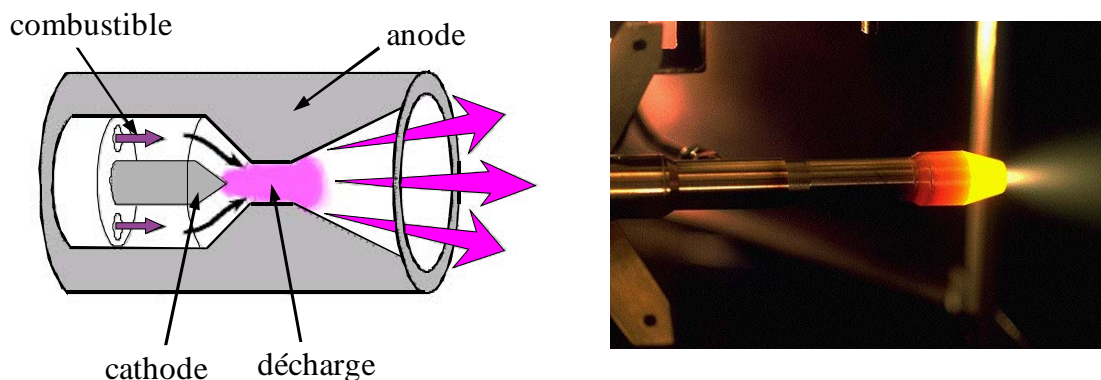


Figure I-4 : Schéma de fonctionnement (gauche) d'un arcjet ; la photo (droite) correspond à l'arcjet ATOS¹¹ (750W) développé à l' Institut für Raumfahrtssysteme Abteilung Raumtransporttechnologie de l'Université de Stuttgart.

cathode interne.

I.C.2 Propulseurs électrostatiques

Les propulseurs électrostatiques sont le type de moteurs électriques le plus souvent utilisé jusqu'à maintenant et cela sans doute grâce au fort investissement des Etats-Unis dès les années soixante-dix. La plupart des propulseurs électrostatiques sont des propulseurs à grilles, particulièrement célèbres après le succès de la sonde d'exploration Deep Space 1², équipée du moteur à grilles NSTAR¹². On peut également citer comme missions les missions pionnières SERT I et II¹³, la toute récente Dawn¹⁴ ou encore la mission européenne ARTEMIS¹⁵, dont les moteurs à grilles RITA développés par Astrium ont d'ailleurs été utilisés bien au delà de leur cahier de charges initial¹⁶.

Le fonctionnement d'un propulseur à grille est décrit sur la Figure I-5. Des ions sont extraits d'un plasma puis accélérés par un champ électrique, ce qui crée la poussée. Le gaz (souvent du xénon) est injecté dans une source Kaufman constituée d'aimants permanents. Les électrons sont fournis par une cathode interne à l'extrémité de la source Kaufman. Une différence de potentiel de quelques dizaines de Volts est appliquée entre les parois de la chambre et la cathode interne. Les électrons, piégés par le champ magnétique, sont alors suffisamment énergétiques pour ioniser le flux injecté. En sortie de la source Kaufman, une première grille chargée positivement permet de repousser les électrons et une deuxième grille chargée négativement accélère les ions. La neutralisation du jet est assurée par une cathode creuse externe.

A titre indicatif, le moteur NSTAR a fonctionné plus de 16 000 heures. Le diamètre du moteur est de 30 cm, il fournit une poussée de 90 mN, un ISP de 3000 s pour un débit de 2.5 mg/s et une puissance électrique de 2.3 kW, et une efficacité de 60 %. Sa version commercialisée, XIPS, a équipé 19 satellites depuis 1997 principalement pour des missions de maintien à poste.

Les inconvénients des propulseurs à grilles sont : l'usure des grilles d'extraction et la densité de courant d'ions extraite limitée par la Loi de Child-Langmuir.

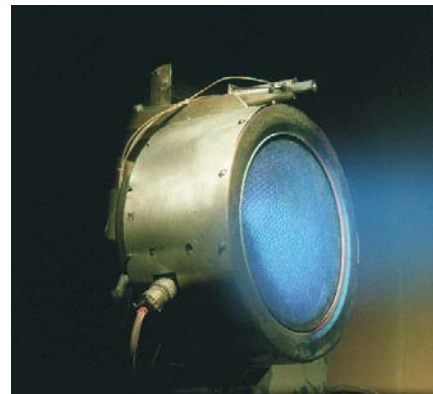
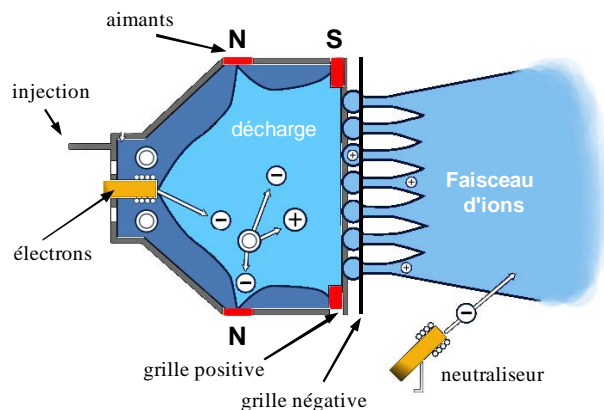


Figure I-5 : Schéma de fonctionnement d'un moteur ionique à grilles (gauche) et photo du moteur américain NSTAR (droite).

I.C.3 Propulseurs électromagnétiques

La dernière catégorie est celle des propulseurs électromagnétiques, dont les plus connus sont les propulseurs magnétodynamiques (MPD). Ces derniers sont potentiellement très intéressants pour la propulsion spatiale, mais la puissance électrique nécessaire à leur fonctionnement (MW) les rend pour le moment inutilisables sur une plateforme conventionnelle équipée de panneaux solaires, incapables de fournir une telle puissance. Ils ont commencé à être étudiés dans les années quatre-vingt en ex-URSS, notamment au MAI à Moscou. Ils sont basés sur l'utilisation de la force de Lorentz générée par la combinaison d'un champ électrique et d'un champ magnétique.

Leur structure est expliquée sur la Figure I-6. Le combustible, souvent de l'hydrazine ou de l'argon, est injecté dans la chambre principale pour être ionisé par le champ électrique appliqué entre la cathode interne et l'anode. Le courant parcourant le plasma créé entre la cathode et l'anode induit un champ magnétique, perpendiculaire au champ électrique, à l'origine de la force de Lorentz. C'est cette force qui accélère le plasma. A des puissances faibles (< 200 kW) ce fonctionnement pose des problèmes, car le champ magnétique induit est trop faible pour créer une force de Lorentz suffisante. En pratique, aux faibles puissances, on utilise un champ magnétique externe afin d'augmenter les performances du moteur.

Une version améliorée de ce type de propulseur est actuellement en développement à l'Université de Princeton sous la direction d'Edgar Choueiri : le Lithium Lorentz Force Accelerator (LiLFA)¹⁷. Un prototype de ce propulseur a été testé à Princeton pendant 500 h avec une poussée de 12 N, une impulsion spécifique de 4500 s, un débit de 0.7 g/s et une puissance de 400 kW. Cette étude s'inscrit en fait dans le large programme martien de la NASA qui envisage à très long terme des vols habités vers Mars.

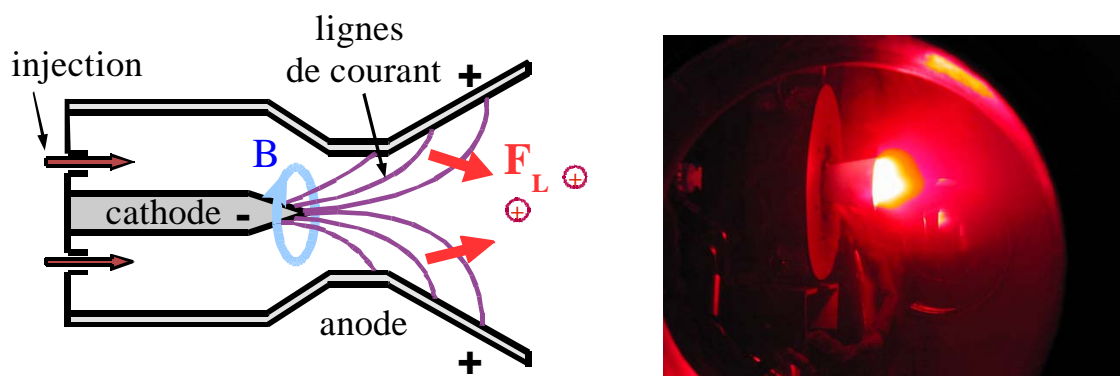


Figure I-6 : Propulseur Magnétodynamique (MPD) : schéma de fonctionnement (gauche) et photo (droite) du moteur LiLFA au Lithium développé par l'Université de Princeton en collaboration avec le MAI.

I.D Propulseur à effet Hall

I.D.1 Historique

Comme toute classification, celle proposée à l'instant n'est pas parfaite. Le propulseur à effet Hall (HET) est d'ailleurs difficile à positionner dans une des trois catégories mentionnées ; il serait à placer entre les propulseurs électrostatiques et électromagnétiques. Electrostatique, si on considère que c'est le champ électrique induit dans le plasma qui accélère les ions et crée la poussée. Electromagnétique, si on considère que c'est la force de Lorentz exercée sur le courant de Hall qui est à l'origine de la poussée.

Les propulseurs à effet Hall ont été développés en ex-URSS au début des années soixante, avec à la tête A.I. Morozov¹⁸. L'effort de recherche mené jusqu'à l'effondrement de l'Union Soviétique (environ 2000 personnes travaillant sur le sujet dans les années quatre-vingt) a cristallisé un grand savoir-faire autour d'instituts tels que Fakel, TsNIIMASH, MAI ou Kurchatov. La liste des moteurs de Hall développés en Russie est longue: SPT-50, SPT-60, SPT-70, SPT-100, SPT-140, SPT-160, SPT-180, T-160, D-38, D-55...La série des SPT a été numérotée à partir du diamètre externe de chaque moteur (diamètre de 100 mm pour le SPT100). Le premier satellite équipé d'un moteur à effet Hall, Meteor, a été mis en orbite en 1972 et depuis plus de 200 satellites ont utilisé des moteurs à effet Hall.

Au début des années quatre-vingt dix, après l'éclatement de l'URSS, l'Europe et les Etats-Unis se sont fortement intéressés à cette technologie en étudiant de près le propulseur SPT-100. La Snecma a alors commencé à développer ses propres moteurs, dont le PPS[®]1350, propulseur principal de la sonde SMART-1. En 1996 a été créé en France le Groupement De Recherche (GDR) « Propulsion Spatiale à Plasma », regroupant le Cnes, la Snecma, le CNRS et plusieurs universités françaises. La caractérisation expérimentale des moteurs s'est articulée autour du moyen d'essais PIVOINE¹⁹ (maintenant PIVOINE-2G) au Laboratoire d'Aérothermique (maintenant ICARE) à Orléans. L'effort de modélisation a été principalement mené au laboratoire LAPLACE à Toulouse et au CPHT à Palaiseau.

I.D.2 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un moteur à effet Hall (HET) est décrit sur la Figure I-7. Le moteur est cylindrique. Il est composé d'un canal de décharge cylindrique protégé par des parois en céramique (souvent du BN-SiO₂), de bobines fournissant un champ magnétique externe, d'une cathode externe et d'une anode et d'un injecteur en fond de canal. Le xénon est injecté au fond du canal de décharge, au niveau de l'anode. Une différence de potentiel de quelques centaines de Volts est appliquée entre l'anode et la cathode. Une partie des électrons émis par la cathode se dirige vers l'entrée du canal de décharge. Ceux-ci sont piégés à l'entrée du canal par le champ magnétique externe créé par les bobines (maximal et quasiment radial à cet endroit) et créent un fort courant, perpendiculaire au champ magnétique, dans le sens azimutal : c'est le courant de Hall. Le champ magnétique, de quelques centaines de Gauss, est choisi de façon à

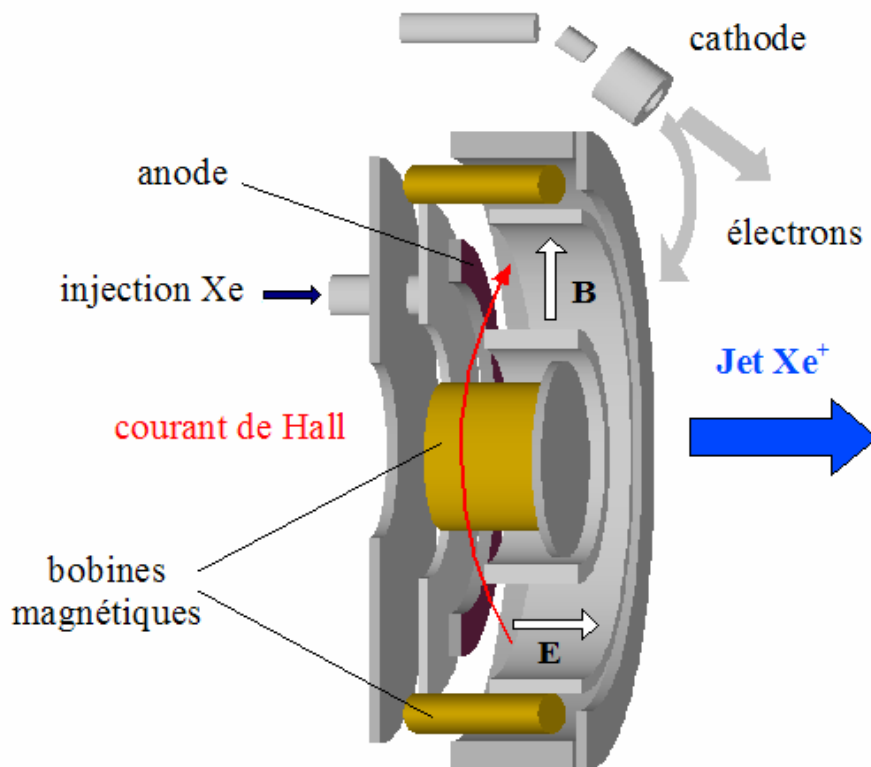


Figure I-7 : Vue schématique du fonctionnement d'un propulseur à effet Hall classique.

piéger les électrons mais pas les ions. L'augmentation du temps de résidence des électrons permet une ionisation quasiment complète du xénon, ce qui réduit le transport collisionnel électronique et renforce le piégeage magnétique. La baisse de conductivité résultante concentre la majeure partie du champ électrique près du plan de sortie, où le champ magnétique est le plus fort. Les ions de xénon (presque exclusivement Xe^+) sont éjectés du canal par ce fort champ électrique et produisent la poussée. Le jet d'ions est neutralisé par des électrons émis par la cathode.

La présence du champ magnétique est donc à l'origine des phénomènes d'ionisation et d'accélération, ce qui évite d'utiliser des grilles extractrices comme dans les propulseurs à grilles. La densité de courant d'ions n'est donc pas limitée par la loi de Child-Langmuir et la poussée par unité de surface obtenue avec un moteur à effet Hall peut être supérieure à celle d'un moteur ionique à grilles.

I.D.3 Propulseurs étudiés dans cette thèse

Nous présentons ici les deux propulseurs étudiés dans cette thèse : le PPS[®]100 et le PPS[®]X000.

PPS[®]100

Le PPS[®]100 (ancien SPT100-ML)²⁰ a été développé au GREMI en s'inspirant fortement du SPT-100 russe. C'est donc le moteur à effet Hall de référence, dans la gamme de

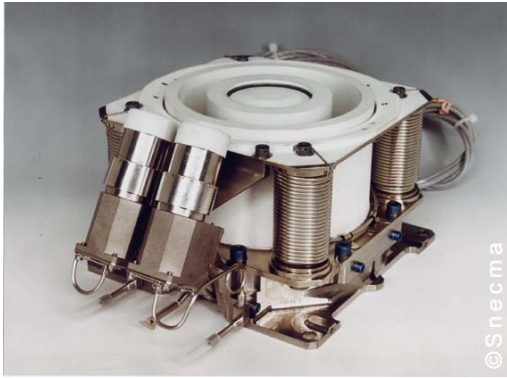


Figure I-8 : Prise de vue d'un PPS®1350 (gauche) et d'un PPS®5000 sur un banc d'essais (droite).

puissance du kW. Il a été développé dans un but académique, avec une grande flexibilité géométrique et magnétique, et étudié expérimentalement à Orléans depuis le début du GDR. Ses principales caractéristiques et performances au régime nominal sont données dans le Tableau I-2.

Le canal de décharge fait 2.5 cm de long. Les rayons interne et externe du canal sont de 3.5 et 5 cm respectivement. L'anode est située en bout de canal, avec l'injecteur. Le champ magnétique est créé par une bobine interne et quatre bobines externes, ainsi que par un circuit magnétique adapté pour que le champ soit radial et maximum près du plan de sortie du canal. Le maximum de champ magnétique en régime nominal est de 150 G, obtenu avec un courant de bobines de 4.5 A. Le débit de xénon est de 5 mg/s et la

Moteur	PPS100	PPSX000
Caractéristiques géométriques		
Longueur canal (cm)	2.5	3.17
Rayon interne (cm)	3.5	5
Rayon externe (cm)	5	7
Position cathode (cm/axe)	8	11
Caractéristiques physiques		
Tension décharge (V)	300	500
Débit Xénon (mg/s)	5	6
Courant décharge (A)	4.2	5.3
Performances		
Poussée (mN)	80	135
ISP (s)	1700	2300
Rendement (%)	50	58

Tableau I-2 : Caractéristiques géométriques et physiques et performances du PPS®100 et du PPS®X000 pour des cas de référence.

tension de décharge de 300 V, ce qui permet d'obtenir un courant de décharge de 4.2 A et une poussée de 80 mN (poids d'une pièce de 20 centimes d'euro). La puissance électrique est de 1350 W et le rendement de 50 %. Son ISP est d'environ 1700 s.

Comme nous l'avons indiqué ce propulseur a été développé dans un but académique, mais le PPS[®]1350 (1350 W de puissance électrique au nominal) a des caractéristiques et des performances similaires.

PPS[®]X000

Bien que toute la physique des propulseurs à effet Hall ne soit pas encore maîtrisée, cette technologie a déjà fait ses preuves en vol dans la gamme de puissance de 1 à 2 kW pour le maintien à poste de petits satellites. La floraison du marché des satellites géostationnaires de communication, comme ceux de la plateforme Alphabus, développée par Thales Alenia Space et Astrium, crée un besoin en propulseurs dans la gamme des 5 kW. Ces propulseurs assureraient le maintien en orbite Nord/Sud mais pourraient également assister la propulsion chimique dans les manœuvres de changement d'orbite.

C'est pour répondre à ce besoin que la Snecma a décidé de développer le PPS[®]5000, capable de fonctionner avec un bon rendement à forte ISP pour le maintien d'orbite et à forte puissance pour le changement d'orbite. Une photo du moteur est donnée sur la Figure I-8. Ses caractéristiques et performances sont résumées sur le Tableau I-2. Le PPS[®]X000²⁰ est un modèle de laboratoire du PPS[®]5000. Il est capable d'opérer à une puissance électrique d'entre 4 kW et 6 kW avec une poussée allant de 225 à 350 mN et un ISP allant de 1700 à 1800 s.

I.D.4 Physique du moteur

Ce que l'on comprend

Prenons le cas du PPS[®]100 à son régime nominal. Le débit de xénon est de 5 mg/s, la tension de décharge de 300 V. Les profils de champ électrique et de champ magnétique sont représentés sur la Figure I-9. Dans la zone de fort champ magnétique, le rayon de Larmor de l'électron est de l'ordre du millimètre, alors que celui des ions est de l'ordre du mètre. Le piégeage magnétique des électrons, très efficace dans cette région, provoque la concentration du champ électrique à cet endroit là ; c'est la zone d'accélération, proche du plan de sortie. Une partie de l'accélération se fait à l'extérieur du canal. Les ions de xénon, principalement des ions simplement chargés Xe^+ , sont créés juste avant cette zone, dans la zone d'ionisation. Plus de 90% du débit injecté est ionisé. La densité du plasma est de quelques 10^{18} m^{-3} dans la zone d'ionisation puis décroît le long du canal avec l'accélération des ions. Tous les ions ne sont pas créés au même potentiel, le jet en sortie n'est pas mono-énergétique. La fonction de distribution du jet d'ions est étalée autour d'une énergie proche de la tension de décharge appliquée. On trouve ainsi des ions lents, et des ions très rapides, produits par des oscillations temporelles de la zone d'accélération. Entre 10 et 20 % du courant d'électrons émis par la cathode entre dans le canal et sert à l'ionisation. L'énergie moyenne des électrons ne dépasse pas 30 eV, ce qui est suffisant pour ioniser le xénon dont le potentiel d'ionisation est de 12.3 eV. Le reste des électrons émis par la cathode est nécessaire pour neutraliser le jet d'ions et ne pas charger négativement le satellite. Le jet d'ions est en général légèrement incliné par rapport à l'axe ce qui se traduit par une perte

d'efficacité de poussée puisque seule la composante axiale de la poussée est utile. Toutes ces caractéristiques peuvent être résumées en définissant des efficacités partielles pour un moteur :

$$\eta = \frac{m_{Xe} I_i}{em} \times \frac{I_i}{I_{tot}} \times \frac{m_{Xe} \langle v^2 \rangle}{2eV} \times \frac{\langle v \rangle^2}{\langle v^2 \rangle} \times \langle \cos^2 \theta \rangle = \eta_i \eta_c \eta_e \eta_{de} \eta_d \quad (I-4)$$

où m_{Xe} est la masse du xénon, I_i le courant d'ions, \dot{m} le débit, V la tension appliquée et v la vitesse des ions en sortie. Chaque efficacité correspond dans l'ordre à : l'efficacité d'ionisation, le rapport des courants, l'énergie du faisceau d'ions, la dispersion en énergie du faisceau et la divergence du faisceau par rapport à l'axe.

Ce que l'on ne comprend pas

La plus grande inconnue dans la physique des moteurs à effet Hall concerne sans aucun doute le transport électronique. C'est d'ailleurs le fil conducteur de cette thèse. Si on sait qu'entre 10 et 20 % des électrons émis par la cathode rentrent dans le canal, on ne sait pas comment ceux ci arrivent à passer la barrière magnétique. La densité de neutres près de l'anode est de l'ordre de 10^{19} - 10^{20} m^{-3} , mais elle chute d'au moins deux ordres de grandeur lorsqu'on se rapproche de la cathode (tous les ions ont été alors ionisés). Une densité de neutres aussi faible après la zone d'ionisation ne peut pas expliquer par le mécanisme collisionnel classique le transport électronique. On parle alors de transport « anormal », dont on essaye depuis plusieurs années d'expliquer l'origine.

Il y a d'autres inconnues dans la physique de ces moteurs : érosion anormale des céramiques, changements de mode,...etc. Ces problèmes ne seront pas traités dans cette thèse.

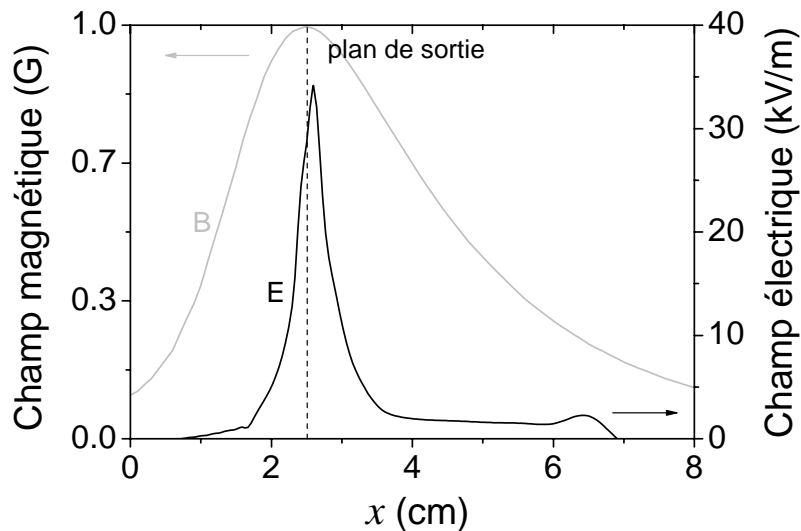


Figure I-9 : Profils axiaux du champ magnétique (gris) et électrique (noir) d'un PPS®100 dans le cas de référence : tension de 300 V et débit de 5 mg/s.

I.E Etat de la recherche en propulsion par effet Hall

Si à l'origine les propulseurs à effet Hall ont été développés en ex-URSS, depuis plusieurs années, les Etats-Unis, l'Europe et le Japon, entre autres, ont fortement investi dans cette technologie et développé leurs propres moteurs. On retrouve donc des centres de R&D un peu partout dans le monde. On propose ici un recueil non exhaustif des principaux centres de recherche en propulsion par effet Hall dans le monde. Leur localisation géographique est donnée sur la Figure I-10. On se limite principalement aux centres académiques ou ayant un lien étroit avec la recherche académique. La quantité de texte accordée à chaque centre n'est pas toujours proportionnelle à la qualité ou la quantité des activités menées. Pour connaître en détail ces caractéristiques il est conseillé de se référer aux publications données en référence ou listées dans les sites Internet fournis.

I.E.1 Etats Unis

Aux Etats Unis, la plupart des programmes de recherche en propulsion par effet Hall sont financés par la NASA ou par l'US Air Force. Il y a de nombreux laboratoires dédiés à la propulsion électrique au sens large et un grand nombre d'entre eux dédient une part de leur recherche à la propulsion par effet Hall. Les pages Internet de chaque laboratoire sont les seules références données; le lecteur est libre d'aller chercher d'avantage d'informations sur chaque laboratoire.

- **Colorado State University, Electric Propulsion and Plasma Engineering (EPPE)**²¹: dirigé par Paul J. Wilbur. Les recherches dans ce laboratoire concernent surtout les propulseurs ioniques à grilles, mais quelques études réalisées sur les cathodes creuses et l'érosion des céramiques peuvent aussi être intéressantes pour la propulsion à effet Hall.
- **Georgia Institute of Technology, High Power Electric Propulsion Laboratory (HPEPL)**²²: dirigé par le Professeur Mitchell Walker. Ce jeune laboratoire (2005) travaille actuellement sur la réduction des collisions des ions avec les parois afin d'augmenter le rendement de poussée des moteurs. Le but est de valider la technique sur un modèle de laboratoire.
- **Jet Propulsion Laboratory (JPL), California Institute of Technology, Pasadena**²³: il n'y pas de programme de recherche propre à l'université mais un grand nombre de collaborations avec le JPL. Au JPL, le groupe de propulsion électrique est dirigé par Ira Katz. Les recherches concernent surtout la modélisation des propulseurs et particulièrement les décharges à cathodes creuses.

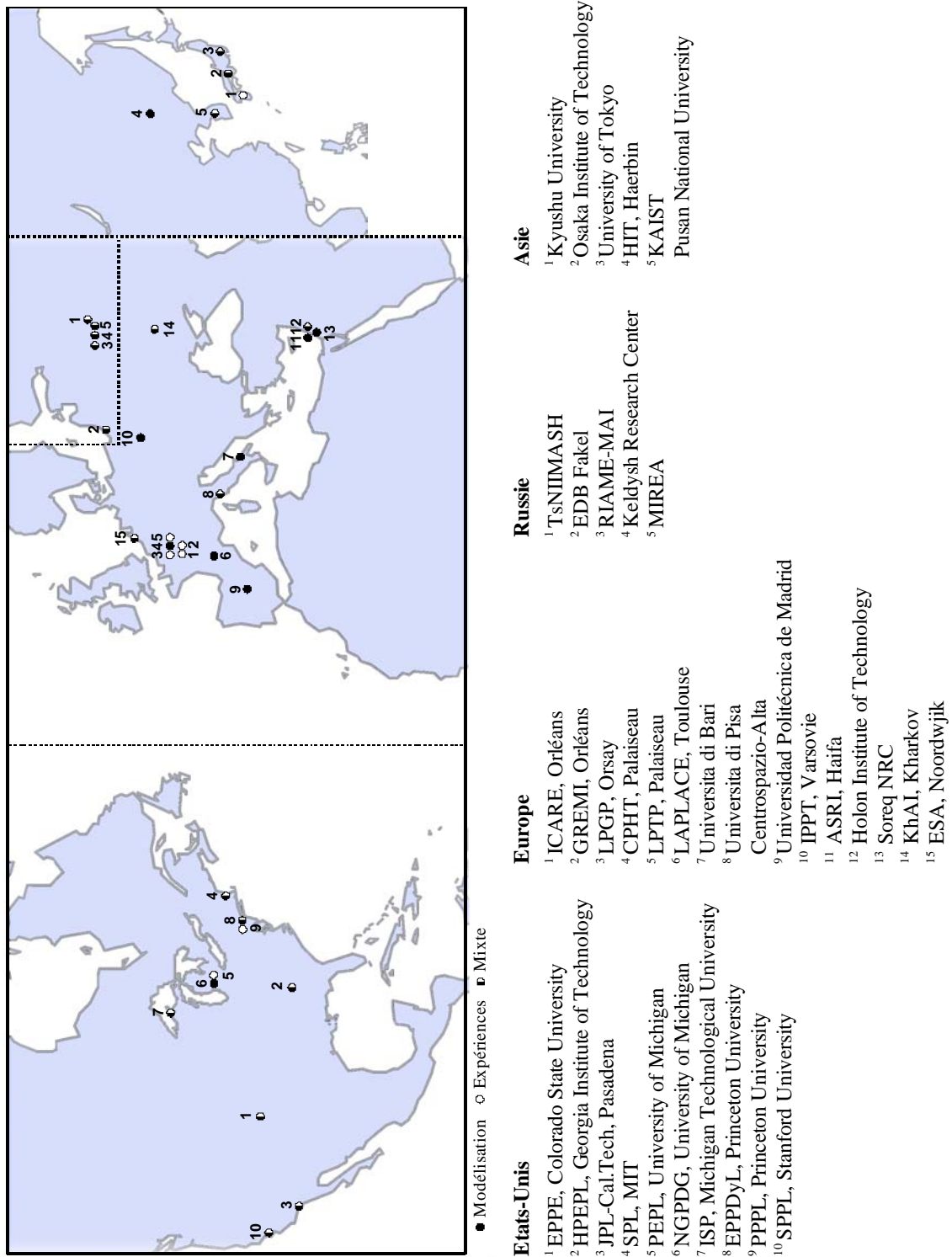


Figure I-10 : Carte des principaux centres de recherche en propulsion par effet Hall dans le monde. Un cercle noir désigne un centre orienté vers la modélisation et un blanc un centre orienté vers l'expérimental (ce qui ne veut pas toujours dire qu'un centre soit exclusivement dédié à une des deux activités). Un cercle des deux couleurs s'intéresse aux deux aspects.

- **Massachusetts Institute of Technology, Space Propulsion Lab (SPL)**²⁴, dirigé par le professeur Manuel Martinez-Sanchez. Leurs axes de recherche sont : l'étude de la plume de moteurs à forte ISP, la modélisation de l'érosion dans le canal de décharge, le développement de moteurs miniaturisés, la modélisation de la mobilité électronique anormale avec différents modèles et le développement d'un moteur à effet Hall conique. Chaque activité est détaillée dans le site Internet référencé.
- **University of Michigan, Plasmadynamics and Electric Propulsion Laboratory (PEPL)**²⁵, dirigé par le professeur Alec D. Gallimore. Ce groupe a une grande expérience expérimentale des propulseurs à effet Hall. Il possède une grande chambre à vide de 9 m de long et 6m de diamètre et une plus petite de 3 m de long et 1 m de diamètre. Ce laboratoire a étudié ou développé conjointement des moteurs de la NASA, de Busek ou encore de Pratt & Whitney.
- **University of Michigan, Nonequilibrium Gas and Plasma Dynamics Group**²⁶, dirigé par le professeur Iain D. Boyd. Ce laboratoire s'intéresse d'avantage à la modélisation de la décharge et de l'érosion dans les moteurs, ainsi qu'à des modèles de plume. Le groupe est en étroite collaboration avec le laboratoire voisin du PEPL.
- **Michigan Technological University, Ion Space Propulsion Lab (ISP)**²⁷, dirigé par le professeur Lyon B. King. Ce laboratoire étudie l'aspect expérimental et numérique des moteurs à effet Hall. Les recherches concernent : les moteurs à Bismuth, la modélisation thermique des moteurs, la topologie magnétique des moteurs et la dynamique des électrons.
- **Princeton University, Electric Propulsion and Plasma Dynamics Lab (EPPDyL)**²⁸, dirigé par le professeur Edgar Y. Choueiri. Traditionnellement ce groupe est plutôt porté sur l'aspect expérimental des moteurs, même si dans les dernières années quelques recherches ont été faites sur l'aspect théorique. Le laboratoire dispose de quatre chambres à vide adaptées à différents usages.
- **Princeton University, Princeton Plasma Physics Laboratory (PPPL)**²⁹. Le Hall Thruster Experiment est dirigé par le professeur Nathaniel Fisch. Le laboratoire dispose de deux chambres à vide et étudie les moteurs surtout d'un point de vue expérimental. Les recherches actuelles concernent un moteur à effet Hall cylindrique (un à 1 kW et un autre à 100 W), un moteur à électrodes fragmentées et l'étude des effets anodiques et de l'émission secondaire d'un point de vue expérimental.
- **Stanford University, Stanford Plasma Physics Laboratory (SPPL)**³⁰, dirigé par le professeur Mark A. Cappelli. Ce laboratoire étudie l'aspect expérimental et théorique des moteurs à effet Hall. Les recherches concernent la modélisation des moteurs avec des modèles fluides ou hybrides et l'étude expérimentale de moteurs à Bismuth.

I.E.2 Russie

Si l'information concernant les laboratoires américains est relativement simple à obtenir (Internet), c'est loin d'être le cas pour les laboratoires russes. Pourtant, l'activité dans le domaine des propulseurs à effet Hall en Russie continue à être extrêmement forte³¹. La recherche dans ce domaine profite encore de l'avance acquise à la fin du XX^{ème} siècle. Elle est largement représentée dans la littérature. Les moteurs à effet Hall restent la base de l'activité russe en propulsion électrique. Les références à mettre pour chaque centre

seraient trop nombreuses. On donne en général une référence récente pour chaque centre.

- **TsNIMASH** est une grande structure dépendant directement de l'agence spatiale russe. Le laboratoire de propulsion électrique est dirigé par Alexander V. Semenkin. Le spectre de recherche de cet organisme est extrêmement large. Il comprend l'étude de moteurs de faible puissance (D-38) et de moteurs très forte puissance (VHITAL-160, utilisant du Bismuth). Depuis quelques années l'accent est aussi mis sur l'interaction entre la plume et le satellite³², avec un grand nombre de simulations numériques mais aussi beaucoup de mesures en vol à partir des nombreux satellites russes équipés de moteurs à effet Hall. L'érosion et la caractérisation expérimentale de la plume sont d'autres axes de recherche du centre.

- **Fakel** : c'est le principal développeur de moteurs faible puissance en Russie. Les séries SPT ont équipé la grande majorité des satellites russes à propulsion électrique. Une proche collaboration avec Snecma a permis le développement du PPS®1350. Certains des moteurs SPT ont été développés³³ en collaboration avec le laboratoire RIAME MAI, plus centré sur la recherche.

- **Research Institute of Applied Mechanics and Electrodynamics (RIAME) - Moscow Aviation Institute (MAI)**: le département de propulseurs stationnaires à plasmas est dirigé par V.I. Kozlov. Vladimir Kim est chercheur dans ce département. Le RIAME a énormément contribué au développement des SPT russes. Actuellement, les recherches sont axées sur: la modélisation cinétique des interactions moteur/satellite, l'érosion et la contamination du satellite et la caractérisation expérimentale des SPT³³.

- **Keldysh Research Center** : le département d'électrophysique est dirigé par Oleg A. Gorshkov. Ce centre de recherche a développé des propulseurs à effet Hall dans différentes gammes de puissance mais a également une activité importante de recherche. Le centre dispose de plusieurs caissons à vide pour l'étude expérimentale des moteurs. Les recherches concernent principalement l'amélioration de la durée de vie des moteurs de faible puissance³⁴. Ceci passe par l'étude expérimentale de l'érosion des céramiques ou encore de l'influence du champ magnétique.

- **Moscow Institute of Radio-engineering, Electronics and Automatics (MIREA)** : La section d'accélérateurs plasma est dirigée par A.I. Bugrova. L'activité y est avant tout expérimentale. Les dernières années l'accent a été mis sur l'amélioration des moteurs avec l'ajout d'ondes RF et sur le développement de nouveaux concepts, en partenariat avec Snecma, comme le moteur ATON ou SPT-MAG³⁵ (moteur à double étage).

I.E.3 Europe

- **Electric Propulsion Laboratory, ESTEC, ESA**³⁶. Ce laboratoire est dirigé par José Gonzalez del Amo. Il dispose de plusieurs caissons à vide. Il dépend de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) et a donc pour vocation d'assurer une partie de la R&D des missions européennes en termes de propulsion, comme SMART-1. Pour l'instant, les activités en propulsion par effet Hall se sont limitées à des suivis en vol (PPS®1350 de SMART-1) ou des essais de moteurs.

France

En France, la recherche en propulsion par effet Hall s'articule autour du Groupement de Recherche « Propulsion spatiale à plasma » créé en 1996 par le Cnes, la Snecma, le CNRS et plusieurs universités. Les grands axes de recherche du GDR dans les dernières années sont : la compréhension du transport électronique et ionique, avec la création d'un projet de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), TELIOPEH ; l'étude de l'érosion des céramiques ; l'étude des changements de mode des moteurs développés. On cite ici les laboratoires ayant une activité permanente au sein du GDR :

- **Institut de Combustion Aérothermique Réactivité et Environnement (ICARE), Orléans**³⁷. L'équipe de propulsion électrique est encadrée par Stéphane Mazouffre. ICARE dispose du moyen d'essais national PIVOINE, comprenant le caisson à vide dans lequel sont réalisés la plupart des travaux expérimentaux du GDR. Les dernières campagnes ont mis l'accent sur l'étude du transport ionique grâce à des mesures par LIF.
- **Groupe de Recherche sur l'Energétique des Milieux Ionisés (GREMI)**³⁸, Orléans. Titaina Gibert est en charge des moteurs plasmas. Ce groupe étudie également les moteurs d'un point de vue expérimental. Un petit moteur à aimants permanents est actuellement à l'étude.
- **Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas (LPGP)**³⁹, Orsay. Dans les dernières années Daniel Pagnon a travaillé activement sur l'érosion anormale des céramiques par spectroscopie d'émission, avec plusieurs expériences réalisées à PIVOINE.
- **Centre de Physique Théorique (CPHT)**⁴⁰, Ecole Polytechnique, Palaiseau. Dans ce laboratoire, Jean Claude Adam et Anne Héron ont mis au point un modèle entièrement particulaire de la décharge du moteur extrêmement utile pour la compréhension du transport électronique dans le moteur.
- **Laboratoire de Physique et Technologie des Plasmas (LPTP)**⁴¹, Ecole Polytechnique, Palaiseau. Dominique Grésillon a mis en œuvre une expérience de diffusion collective à PIVOINE afin de caractériser la turbulence azimutale dans les moteurs à effet Hall.
- **Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE)**⁴², Toulouse: le Groupe de Recherche Energétique, Plasmas, Hors-Equilibre (GREPHE) est dirigé par Jean Pierre Boeuf. Depuis le début du GDR, ce groupe modélise de façon fluide ou hybride la décharge plasma des moteurs à effet Hall, ainsi que la plume. Les recherches sont actuellement concentrées sur l'étude du transport électronique (thème central de cette thèse) et sur l'optimisation du champ magnétique dans les moteurs en collaboration avec l'équipe GREM3.

Italie

- **Università di Bari, Dipartimento Di Chimica**. L'activité de recherche à Bari se limite aux modèles de décharge du moteur développés par Francesco Taccogna⁴³.
- **Università di Pisa – Centrosazio – Alta**⁴⁴. Cet ensemble compose un grand pôle de recherche dans la région de Pise. Centrosazio concentre l'activité de recherche théorique autour du personnel de l'Université de Pise. Alta, crée en 1999, s'occupe de l'activité industrielle. Le centre est dirigé par le professeur Mariano Andreucci. Depuis

quelques années ce centre s'intéresse aux moteurs à effet Hall. Il dispose de plusieurs chambres à vide et mène des recherches théoriques et expérimentales.

Espagne

- **Universidad Politécnica de Madrid.** Le professeur Eduardo Ahedo travaille sur des modèles, fluides ou hybrides, des moteurs. Ces derniers travaux sont orientés vers l'étude du transport électronique dans les moteurs⁴⁵.

Pologne

- **Institut of Fundamental Technological Research (IPPT)⁴⁶, Varsovie.** Serge Barral mène des études théoriques sur les moteurs à effet Hall dans cet institut. Ses activités sont concentrées sur les interactions entre le plasma et les parois dans le canal de décharge ainsi que sur l'étude théorique des oscillations de courant.

Allemagne

Même si la recherche en propulsion électrique est présente en Allemagne, la propulsion à effet Hall n'y est pas prioritaire. Le nouveau concept High Efficiency Multistage Plasma Thruster (HEMP)⁴⁷ développé par Günter Kornfeld est cependant inspiré des moteurs à effet Hall.

Angleterre

En Angleterre, comme en Allemagne, quasiment toute l'activité de recherche et développement en propulsion électrique est orientée vers les propulseurs à grilles.

Israël

- **Israël Institute of Technology (Haifa), Asher Space Research Institute (ASRI)⁴⁸,** dirigé par le professeur Moshe Guelman. Ce groupe s'intéresse à la physique des instabilités dans les moteurs et à l'élaboration de nouveaux diagnostics en vol.

- **Holon Institute of Technology.** Le professeur Ammon Fruchtman y étudie principalement d'un point de vue théorique la physique des moteurs à effet Hall.

- **Soreq NRC,** affilié à l'agence atomique israélienne. Le groupe de propulsion électrique est dirigé par Joseph Ashkenazy. Ce groupe s'intéresse avant tout à l'optimisation du champ magnétique des moteurs et à l'étude expérimentale de la plume.

Ukraine

- **Kharkiv Aviation Institute (KhAI), Kharkov.** La recherche et le développement de moteurs à effet Hall se poursuit en Ukraine et bénéficie de l'héritage soviétique. Cet institut a travaillé en collaboration avec le GDR français par le biais de financements européens (projets INTAS).

I.E.4 Asie

Japon

La recherche en propulsion par effet Hall au Japon est bien représentée dans la communauté internationale. Plusieurs universités sont actives dans ce domaine, même si les propulseurs ioniques sont plus présents. Ces activités sont le plus souvent encadrées

par l'agence spatiale japonaise, JAXA, avec pour principal acteur industriel Mitsubishi Electric Corporation.

- **Kyushu University, Department of Advanced Energy Engineering Science.** Le Nakashima lab.⁴⁹, dirigé par le professeur Hideki Nakashima, étudie les caractéristiques expérimentales du plasma dans des moteurs de type TAL.

- **Osaka Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering.** Les activités de recherche dans le domaine sont encadrées par le professeur Hirokazu Tahara. La recherche est fortement orientée vers l'influence du champ magnétique sur les performances des moteurs⁵⁰. Des modélisations de la décharge ont aussi été effectuées et comparées aux mesures expérimentales.

- **University of Tokyo, Department of Aeronautics and Astronautics.** La recherche en propulsion par effet Hall est dirigée par le professeur Joshihiro Arakawa. L'activité récente concerne l'étude de l'érosion en utilisant différents modèles ainsi que l'étude expérimentale et numérique de la plume d'un moteur développé par l'université⁵¹.

Autres

- En Chine, le **HIT Plasma Propulsion Laboratory**, dirigé par Daren Yu, à Haerbin, a une forte activité surtout en modélisation⁵².

- En Corée du Sud, le **Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST)**, avec le groupe du professeur Wonho Choe, et la **Pusan National University** travaillent depuis quelques années sur le développement et la modélisation d'un moteur à effet Hall cylindrique⁵³ dans le but d'équiper un satellite coréen.

Conclusion

La propulsion électrique, en général, et à effet Hall en particulier, apparaît plus que jamais comme le mode de propulsion spatiale du futur. Le chemin parcouru depuis les premières idées de Tsiolkovsky et Goddard au début du XX^{ème} siècle a été long et laborieux. L'essor de l'industrie spatiale à la fin du siècle dernier a tout de même permis de tester intensivement cette nouvelle technologie dans différents pays. Cet essor débouche maintenant sur de plus en plus de plateformes commerciales de satellites équipées de propulseurs électriques. Les missions assurées vont du maintien à poste à la correction d'orbite, pour des satellites en orbite basse ou des satellites géostationnaires lourds. La perspective de missions lointaines, peut-être habitées, existe toujours. Le succès des sondes déjà propulsées électriquement ne fait que nous conforter dans l'idée que la propulsion électrique est idéale pour ce genre de missions. Parmi les moteurs développés jusqu'à maintenant, le propulseur à effet Hall a su s'imposer dans la propulsion électrique. A la longue liste de moteurs à effet Hall développés en Russie sont venus s'ajouter des moteurs développés aux Etats Unis, en Europe ou encore au Japon. A court terme la tendance est à la forte puissance, pour équiper les satellites de communication lourds. Le principe général de ces moteurs est bien connu : la combinaison d'un champ électrique et d'un champ magnétique permet de créer puis accélérer un plasma. Mais la physique présente est loin d'être maîtrisée. Preuve en est le nombre de centres de recherche dans ce domaine à travers le monde. L'amélioration de ces moteurs et le développement de nouveaux concepts nécessitent une meilleure compréhension de cette physique. C'est dans ce but qu'a été développé un modèle hybride du moteur à deux dimensions qui fait l'objet du deuxième chapitre.

Chapitre II

Modélisation hybride d'un propulseur à effet Hall

Depuis le milieu des années quatre-vingt dix, l'équipe GREPHE, dirigée par Jean Pierre Boeuf, travaille sur la modélisation des propulseurs à effet Hall. Dès le départ, l'approche fluide pour les électrons s'est imposée. Le modèle hybride transitoire présenté traite de façon particulière les particules les plus lourdes (ions et neutres) et fluide les plus légères (électrons). La modélisation fluide des particules légères permet d'économiser énormément de temps de calcul au détriment de la précision de la description physique ; considérer les électrons comme un fluide entraîne inévitablement une série d'hypothèses simplificatrices. Après le développement d'un modèle unidimensionnel fluide, un modèle hybride à deux dimensions a été développé. Les détails de ce dernier modèle sont décrits dans la première partie de ce chapitre. Jusqu'à maintenant les équations fluides des électrons étaient résolues sur une grille s'appuyant sur les lignes de champ magnétique. Un nouvel algorithme de résolution 2D a été développé et est détaillé ici. Cet algorithme permet de résoudre les équations fluides sur la grille particulière ; il est décrit dans la deuxième partie du chapitre. Après une validation de ce nouvel algorithme dans le cas du PPS[®]100, le nouveau modèle est utilisé pour étudier le fonctionnement d'un propulseur à effet Hall double étage DSHET, dont la configuration magnétique se prête particulièrement à l'utilisation de ce nouvel algorithme.

II.A Description du modèle

II.A.1 Domaine de calcul

Le modèle utilisé⁵⁴ est axisymétrique. La géométrie du propulseur et à priori le champ magnétique appliqué justifient cette hypothèse, même si la cathode brise une axisymétrie totale du moteur. Le domaine d'étude, dans les directions axiale (x) et radiale (r), est représenté sur la Figure II-1 (l'image correspond au moteur PPS[®] 5000 de Snecma). Il comprend le canal de décharge de l'anode, jusqu'au plan de sortie, ainsi qu'une partie de l'extérieur du propulseur. Un exemple illustratif de grille est donné sur la Figure II-1. C'est une grille rectangulaire à pas variable. Elle est plus resserrée dans le canal de décharge et près de l'axe central de celui-ci, où la densité de particules est *a priori* la plus élevée. Cette grille est paramétrée et adaptable à une géométrie différente pour changer le domaine d'étude d'un propulseur donné ou bien pour modéliser un propulseur différent. La cathode est modélisée par une boîte dont la position et la taille sont fixées. L'anode et l'injecteur sont au fond du canal de décharge. Les parois externe et interne limitent le domaine dans le canal.

II.A.2 Champ magnétique

Le champ magnétique est calculé à partir du logiciel gratuit Finite Element Method Magnetics (FEMM) développé par David Meeker et disponible sur Internet⁵⁵. FEMM est un programme d'éléments finis capable de résoudre des problèmes d'électromagnétisme sur des domaines axisymétriques comme le notre. Nous décrivons ici comment FEMM calcule le champ magnétique.

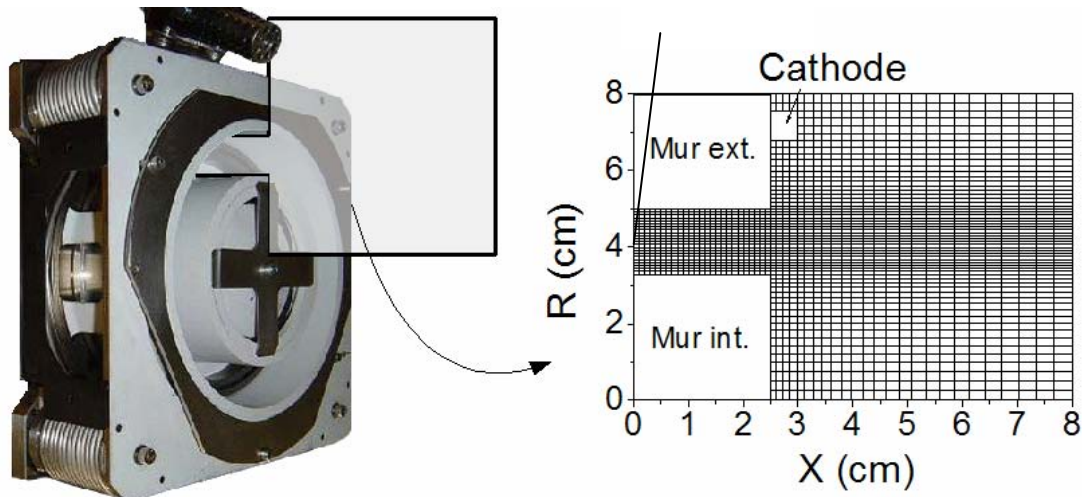


Figure II-1 : Domaine de calcul du code hybride et grille représentative dans le plan axi-radial ; la grille est resserrée dans les régions où on s'attend à ce que la densité plasma soit la plus élevée. La photo est celle d'un PPS[®] 5000.

L'équation de Maxwell pour le champ magnétique \mathbf{B} s'écrit en statique :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_B \mathbf{J} \quad (\text{II-1})$$

où \mathbf{J} représente la densité de courant électrique et μ_B la perméabilité magnétique du milieu. On introduit le potentiel vecteur \mathbf{A} défini par :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II-2})$$

La composante azimutale A_θ du potentiel vecteur est solution de l'équation :

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu_B} \nabla A_\theta \right) - \frac{A_\theta}{\mu_B r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_B} \right) \frac{A_\theta}{r} = -J_\theta \quad (\text{II-3})$$

FEMM résout cette équation en utilisant la méthode des éléments finis sur un maillage triangulaire. On peut utiliser directement le potentiel vecteur A_θ ainsi calculé par FEMM pour l'interpoler sur la grille rectangulaire de notre modèle. Ceci entraîne inévitablement des erreurs d'interpolation qui peuvent être limitées. Nous n'avons besoin du champ magnétique que dans notre domaine de calcul, c'est-à-dire hors des matériaux magnétiques, dans des régions de vide, où la perméabilité magnétique est constante. Dans notre domaine, l'équation (II-3) devient l'équation elliptique simplifiée:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial x^2} - \frac{A_\theta}{r} = -\mu_B J_\theta \quad (\text{II-4})$$

Afin de limiter les erreurs d'interpolation mentionnées, on résout cette équation directement sur la grille rectangulaire du modèle hybride, en utilisant les conditions aux limites fournies par le résultat de FEMM. Le champ magnétique peut ensuite être déduit de A_θ à chaque position de la grille :

$$B_r = -\frac{\partial A_\theta}{\partial x} \quad B_x = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} \quad (\text{II-5})$$

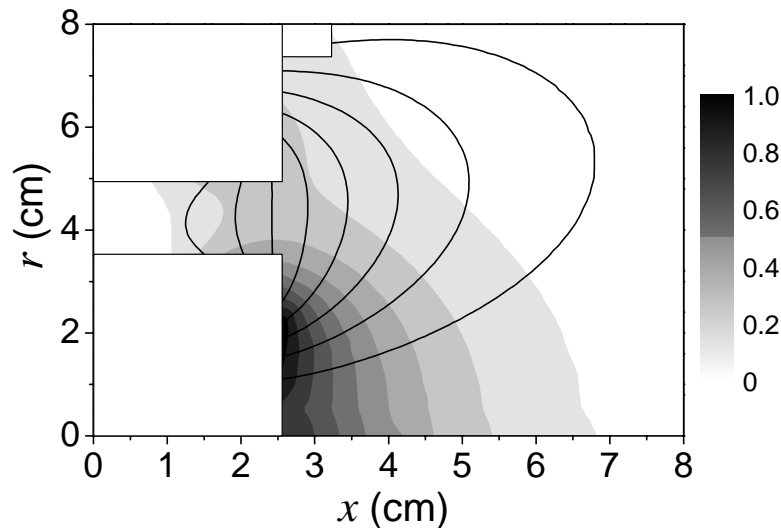


Figure II-2 : Intensité du champ magnétique (échelle de gris, unité arbitraire) et lignes de champ magnétique typiques d'un PPS®100 ; le maximum du champ le long de l'axe du canal est proche du plan de sortie et généralement entre 100 et 200 G.

On considère que la décharge ne modifie pas le champ magnétique. Ceci n'est pas rigoureusement exact puisque des courants dans la décharge peuvent créer des champs magnétiques induits. Cependant, l'amplitude de ces champs induits est très faible par rapport à l'amplitude du champ statique créé par le circuit magnétique. Un exemple illustratif de champ magnétique est proposé sur la Figure II-2. Sur cette figure sont représentés quelques lignes de champ magnétique et la norme du champ en niveaux de gris. Le champ magnétique est quasiment radial au plan de sortie. Près de l'anode, le champ est très faible (quelques dizaines de Gauss au maximum). Il augmente le long de l'axe du canal pour atteindre son maximum près du plan de sortie puis diminue lorsqu'on s'éloigne du canal. Comme nous le verrons par la suite, la configuration magnétique a une grande importance sur le fonctionnement du moteur car c'est lui qui détermine le comportement des électrons magnétisés.

Le champ magnétique utilisé est en accord avec des mesures effectuées par sonde au laboratoire GREMI à Orléans.

II.A.3 Traitement particulière des atomes

Les atomes sont traités de façon particulière en utilisant un modèle Monte-Carlo. Ce genre de modèle permet de modéliser de façon statistique le comportement des atomes à partir de l'étude d'un échantillon de particules. Chacune de ces particules, appelées macroparticules, est affectée d'un poids qui détermine le nombre de vraies particules représentées. Leurs trajectoires sont suivies en trois dimensions jusqu'à ce qu'elles atteignent la limite externe du domaine.

Le débit de xénon à l'injection, à côté de l'anode, est fixé en mg/s. Ce débit détermine le poids de chaque macroparticule. Le nombre de macroparticules à créer est déterminé par la partie entière du rapport entre le poids correspondant au débit et le poids de chaque macroparticule. Le reste de la division est gardé en mémoire et ajouté au poids à injecter à l'itération suivante.

Les particules sont injectées sur le plan anodique à $x=0$, sur un disque d'injection paramétré par le rayon interne r_1 et externe r_2 de l'injecteur. La position d'injection (y_a, z_a) est tirée aléatoirement sur ce disque :

$$\begin{cases} y_a = r \cos(\theta) & \text{où } r = \sqrt{Rr_1^2 + (1-R)r_2^2} \\ z_a = r \sin(\theta) & \theta = 2\pi R' \end{cases}$$

où R et R' sont des nombres aléatoires entre 0 et 1. La vitesse des atomes est tirée aléatoirement à partir d'une loi de probabilité Maxwellienne pour un flux dans la direction x :

$$p_{flux}(v, \theta, \varphi) = p_1(v) \times p_2(\theta) \times p_3(\varphi) = \left(v^3 \exp\left(-\frac{Mv^2}{2kT}\right) \right) \times (\sin \theta \cos \theta) \times 1 \quad (\text{II-6})$$

Le tirage aléatoire d'un nombre compris entre 0 et 1 permet de tirer une valeur aléatoire de v , θ ou φ pour chaque loi de probabilité :

$$R_1 = \frac{\int_0^v p_1(v)dv}{\int_0^\infty p_1(v)dv} \quad R_2 = \frac{\int_0^\theta p_2(\theta)d\theta}{\int_0^{\pi/2} p_2(\theta)d\theta} \quad R_3 = \frac{\int_0^\varphi p_3(\varphi)d\varphi}{\int_0^{2\pi} p_3(\varphi)d\varphi} \quad (\text{II-7})$$

De telle sorte que :

$$\begin{aligned} \varphi &= 2\pi R_3 \\ \cos \theta &= \sqrt{R_2} \\ R_1 &= \left(1 + \frac{mv^2}{2kT}\right) \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \end{aligned} \quad (\text{II-8})$$

On obtient ainsi les composantes cartésiennes de la vitesse :

$$\begin{aligned} v_x &= v \cos \theta \\ v_y &= v \sin \theta \sin \varphi \\ v_z &= v \sin \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (\text{II-9})$$

Remarque : La relation entre v et R_1 n'est pas explicite. Il faut résoudre cette équation de façon itérative. On peut éviter ce problème en changeant de méthode. Au lieu de tirer aléatoirement une norme de vitesse et une direction, on peut directement tirer les composantes de la vitesse perpendiculairement et parallèlement au plan d'injection comme décrit dans la référence donnée⁵⁶.

Les atomes sont injectés avec une température de 500 K. Ils sont suivis sur la grille rectangulaire. En cas d'ionisation (détaillée dans le paragraphe suivant) le poids de la particule en question est réduit en accord avec la fréquence d'ionisation des atomes locale.

La réflexion aux parois peut être spéculaire ou diffuse, mais la réflexion diffuse est plus proche de la réalité⁵⁷. C'est celle qui est utilisée dans les résultats montrés dans cette thèse. La vitesse après réflexion est déterminée de façon aléatoire suivant une distribution Maxwellienne de flux perpendiculaire à la paroi suivant le schéma présenté ci-dessus. L'érosion de la paroi détermine en grande partie la durée de vide du moteur et est naturellement un des grands axes de recherche proposés par l'industrie. Un module d'érosion a été ajouté au code afin de quantifier l'érosion pour chaque régime de fonctionnement⁵⁸.

Les moteurs à effet Hall sont destinés à être utilisés dans l'espace, donc dans le vide. Cependant, ils sont testés sur Terre dans des caissons à vide dans lesquels il existe toujours une pression résiduelle. Cette pression résiduelle P est prise en compte dans le modèle en injectant un flux Φ de neutres au travers de la surface S_{ext} limitant le domaine externe de calcul :

$$\Phi = \frac{1}{4} \frac{P}{kT} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (\text{II-10})$$

où T est la température d'injection des neutres.

II.A.4 Traitement particulière des ions

La plupart des ions présents dans le propulseur sont des ions simples Xe^+ . Le modèle peut également prendre en compte les ions doublement chargés Xe^{++} . Les ions sont traités de la même façon que les atomes. On étudie le mouvement de macroparticules affectées d'un poids dans les trois dimensions. Les ions, beaucoup plus lourds que les électrons, sont insensibles au champ magnétique. Leur libre parcours moyen pour un champ magnétique d'une centaine de Gauss est de l'ordre du mètre, ce qui est très grand devant les dimensions du domaine de calcul. Les trajectoires des ions sont régies par le principe fondamental :

$$m_i \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q_i \mathbf{E} \quad (\text{II-11})$$

où m_i est la masse de l'ion, q_i sa charge, \mathbf{v} sa vitesse et \mathbf{E} le champ électrique. Le potentiel électrique V déduit des équations fluides est connu sur chaque nœud de la grille (Figure II-3). Sa valeur à la position de la particule (x,r) est déterminée en interpolant linéairement V dans la cellule active (i, j) :

$$V(x,r) = a(x - x_i) + b(r - r_j) + c(x - x_i)(r - r_j) + d \quad (\text{II-12})$$

Avec:

$$\begin{aligned} a &= \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{x_{i+1} - x_i} \\ b &= \frac{V(i, j+1) - V(i, j)}{r_{j+1} - r_j} \\ c &= \frac{(V(i, j) + V(i+1, j+1)) - (V(i+1, j) + V(i, j+1))}{(x_{i+1} - x_i)(r_{j+1} - r_j)} \\ d &= V(i, j) \end{aligned} \quad (\text{II-13})$$

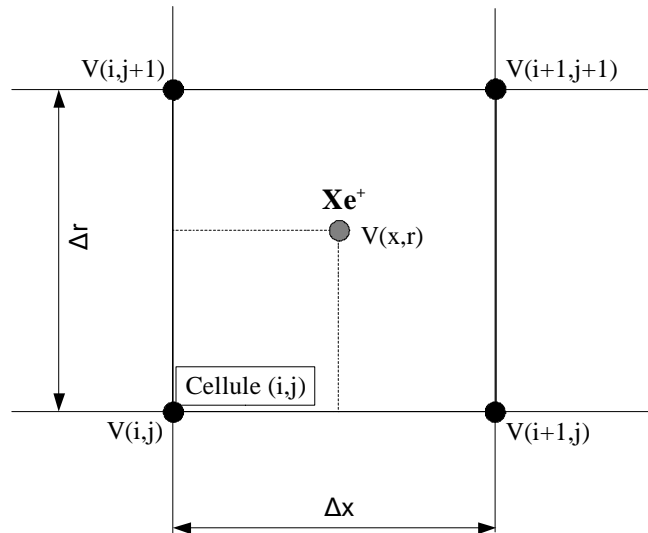


Figure II-3 : Interpolation du potentiel dans la cellule active (i,j) pour le calcul des trajectoires d'ions.

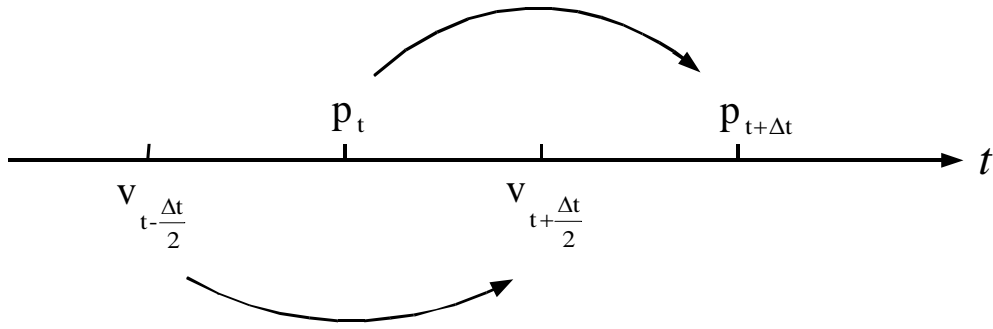


Figure II-4 : Principe du schéma temporel « Leap-Frog » ; la vitesse et la position sont connues à un demi pas de temps d'écart.

Le champ électrique \mathbf{E} dérive du potentiel V :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -a - c(r - r_j) \quad (II-14)$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -b - c(x - x_i)$$

Et finalement les incréments de vitesse s'écrivent :

$$dv_x = \frac{q_i E_x}{m_i} dt \quad dv_y = \frac{q_i E_r}{m_i} \frac{y}{r} dt \quad dv_z = \frac{q_i E_r}{m_i} \frac{z}{r} dt \quad (II-15)$$

On utilise un schéma temporel d'ordre un de type « Leap-Frog »⁵⁹ dont le principe est illustré sur la Figure II-4. La vitesse et la position sont décalées d'une demi itération:

$$\begin{cases} v^{k+\frac{1}{2}} = v^{k-\frac{1}{2}} + dv \\ x^{k+1} = x^k + v^{k+\frac{1}{2}} dt \end{cases} \quad (II-16)$$

Le terme source d'ionisation détermine le nombre d'ions créés par unité de temps et de volume :

$$S_i = n_i N_a k_i(\varepsilon) \quad (II-17)$$

où n_i est la densité d'ions, N_a la densité d'atomes et k_i le taux d'ionisation. Ce dernier est fonction de l'énergie moyenne électronique ε , issue du modèle fluide des électrons. En pratique, on calcule le nombre total d'ions à créer dans le domaine puis le poids à donner à chaque macroparticule. Le nombre de macroparticules à créer pour chaque cellule est tiré de façon aléatoire à partir du nombre total de particules à créer. Une fois qu'on connaît le nombre de particules à créer dans chaque cellule, la position et la vitesse de chaque particule sont tirées aléatoirement. La vitesse est tirée cette fois-ci à partir d'une loi de probabilité Maxwellienne pour une densité :

$$p = p_1(v_x) p_2(v_y) p_3(v_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{mv_x^2}{2kT}\right)} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{mv_y^2}{2kT}\right)} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{mv_z^2}{2kT}\right)} dv_z \quad (II-18)$$

II.A.5 Traitement fluide des électrons

Plus légers que les neutres et les ions, les électrons sont piégés par le champ magnétique. La densité du plasma est élevée (en général de l'ordre de 10^{18} m^{-3}) et une modélisation particulière type Particle-In-Cell (PIC) de la décharge devient trop lourde et gourmande en temps de calcul. On peut alors se rabattre sur un modèle fluide, dont les approximations sont certes plus fortes, mais qui est aussi moins coûteux en temps de calcul. A défaut de proposer un modèle prédictif pour le moment, cette approche permet de comprendre une grande partie de la physique en jeu dans les propulseurs à effet Hall. Un modèle fluide décrit de façon macroscopique le comportement des particules à travers leur densité n , leur vitesse moyenne \mathbf{u} ou encore leur énergie moyenne ε . Ces grandeurs macroscopiques dépendent de l'espace et du temps et correspondent aux moments successifs en vitesse de la fonction de distribution des particules :

$$n(\mathbf{x}, t) = \iiint f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (\text{II-19})$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n} \iiint \mathbf{v} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (\text{II-20})$$

$$\varepsilon(\mathbf{x}, t) = \frac{m}{2en} \iiint v^2 f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (\text{II-21})$$

Avant de développer les équations fluides, précisons que le plasma est considéré dans notre modèle comme quasineutre. La gaine est très fine par rapport à la largeur du canal. Ainsi la densité d'électrons n_e est égale à la densité d'ions n_i et à la densité plasma n . Les trois grandeurs ainsi définies (II-19-21) sont les inconnues de trois équations : continuité, quantité de mouvement et énergie. Ces dernières correspondent à des moments successifs en vitesse de l'équation de Boltzmann pour la fonction de distribution f .

L'équation de continuité est l'intégrale de l'équation de Boltzmann et s'écrit :

$$\nabla \cdot (n\mathbf{u}) + \frac{\partial n}{\partial t} = S = N_a n k_i(\varepsilon) \quad (\text{II-22})$$

D'une façon générale, le terme de droite correspond au terme source S , c'est à dire au nombre de particules créées par unité de temps et de volume. Les recombinaisons sont négligeables. Dans notre cas ce terme se limite au terme source d'ionisation, défini par le produit entre la densité de neutres N_a , la densité d'électrons n , égale à la densité plasma, et le taux d'ionisation k_i qui dépend de l'énergie moyenne des électrons. On fait l'hypothèse que la fonction de distribution des électrons est Maxwellienne pour calculer le taux d'ionisation.

L'équation de quantité de mouvement est égale au premier moment de l'équation de Boltzmann et s'écrit, dans le cas général :

$$\frac{\partial n\mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \frac{1}{m_e} \nabla \cdot \mathbf{P} + \frac{en}{m_e} (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) = -nN_a k_m(\varepsilon) \mathbf{u} \quad (\text{II-23})$$

où

$$\mathbf{P} = m_e \int (\mathbf{v} - \mathbf{u}) \otimes (\mathbf{v} - \mathbf{u}) f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (\text{II-24})$$

est le tenseur de pression cinétique. k_m est le taux d'échange de quantité de mouvement des électrons ; il dépend de leur énergie moyenne. Ces échanges se font avec des atomes

de xénon (densité N_a), très lents par rapport aux électrons. Plusieurs hypothèses sont faites pour simplifier cette équation. La première consiste à considérer le tenseur de pression comme diagonal et isotrope :

$$\mathbf{P} = \frac{1}{3} m \int |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2 f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3 \mathbf{v} = enT \mathbf{Id} \quad (\text{II-25})$$

où T est la température électronique et \mathbf{Id} la matrice identité. On obtient ainsi, en substituant l'équation de continuité (II-22) dans l'équation (II-23) :

$$\underbrace{\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}}_{\text{temp.}} + \underbrace{(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}}_{\text{spatial}} + \underbrace{\nu \mathbf{u}}_{\text{coll.}} + \underbrace{\frac{e}{m_e} \mathbf{u} \times \mathbf{B}}_{\text{magnétique}} = - \underbrace{\frac{e}{m_e} \mathbf{E}}_{\text{dérive}} - \underbrace{\frac{e}{m_e n} \nabla(nT)}_{\text{diffusion}} \quad (\text{II-26})$$

où

$$\nu = N_a k_m(\varepsilon) + N_a k_i(\varepsilon) \quad (\text{II-27})$$

est la fréquence macroscopique d'échange de quantité de mouvement. On obtient alors une équation traduisant l'équilibre entre : d'une part, des termes d'inertie (temporelle et spatiale), un terme collisionnel et un terme magnétique à gauche ; d'autre part, un terme de dérive et un de diffusion à droite.

L'équation peut encore être simplifiée, avec des hypothèses plus fortes, pour trouver l'équation dite de « dérive-diffusion » dans un plasma magnétisé. Pour cela, il faut négliger les termes d'inertie temporelle et spatiale par rapport au terme collisionnel et magnétique. Perpendiculairement aux lignes de champ magnétique cette hypothèse est justifiée, puisque le libre parcours des électrons dans cette direction est limité par leur rayon de Larmor. Les collisions ont donc lieu sur des longueurs caractéristiques plus courtes que les variations macroscopiques. Le long des lignes de champ, cette hypothèse est plus discutable. Nous reviendrons sur la pertinence de ces approximations dans la suite.

En négligeant les termes d'inertie, on obtient :

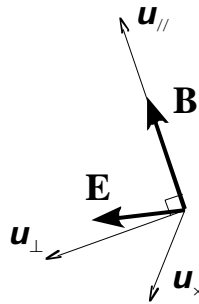
$$n\mathbf{u} + \mathbf{\Omega} \times (n\mathbf{u}) = - \frac{e}{m_e \nu} n\mathbf{E} - \frac{e}{m_e \nu} \nabla(nT) = -\mu_0 n\mathbf{E} - \mu_0 \nabla(nT) \quad (\text{II-28})$$

où $\mathbf{\Omega} = \boldsymbol{\omega}/\nu = e\mathbf{B}/m_e \nu$, appelé vecteur de magnétisation dans la suite, et $\mu_0 = e/m_e \nu$ est le coefficient de mobilité non magnétisé. $\boldsymbol{\omega}$ est appelée la pulsation cyclotronique de l'électron. Cette dernière équation peut être arrangée pour isoler le flux d'électrons dans le terme de gauche:

$$n\mathbf{u} = -n\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{E} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \nabla(nT) \quad (\text{II-29})$$

où $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ est désormais un tenseur de mobilité. Le détail de ce calcul est donné dans l'Annexe A. Les termes de droite décrivent le transport dû au champ électrique (dérive) et au gradient de pression (diffusion).

Le tenseur de mobilité s'écrit dans un repère du type $(\mathbf{u}_B, \mathbf{u}_{(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}, \mathbf{u}_{\mathbf{E} \times \mathbf{B}})$:



$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{//} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\perp} & \mu_{\times} \\ 0 & -\mu_{\times} & \mu_{\perp} \end{pmatrix} = \mu_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+\Omega^2} & \frac{\Omega}{1+\Omega^2} \\ 0 & \frac{-\Omega}{1+\Omega^2} & \frac{1}{1+\Omega^2} \end{pmatrix} \quad (\text{II-30})$$

$\mu_{//}$ est la mobilité le long des lignes de champ, μ_{\times} celle dans la direction $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ et μ_{\perp} celle dans la direction perpendiculaire à \mathbf{B} et à $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Ω , l'amplitude du vecteur de magnétisation, est appelé le facteur de Hall. Dans le propulseur, il correspond aussi au rapport entre le courant azimutal dans la direction $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (appelé courant de Hall), et le courant axial, perpendiculaire aux lignes magnétiques. Le facteur de Hall est typiquement de 10^3 dans la zone de fort champ magnétique d'un propulseur. Dans le cadre de notre modèle, nous travaillons dans le plan axi-radial, dans lequel seules les directions // et \perp sont étudiées : c'est ce que signale l'encadré sur le tenseur de mobilité. Il y a une grande anisotropie dans le transport électronique qui, comme nous allons le voir, est difficile à traiter numériquement.

Pour finir, l'équation de l'énergie s'obtient à partir du moment en vitesse de deuxième ordre de l'équation de Boltzmann et s'écrit :

$$\frac{\partial en\varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (enu\varepsilon + \mathbf{P} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{Q}) + en\mathbf{u} \cdot \mathbf{E} = -nN_a\kappa \quad (\text{II-31})$$

où $-nN_a\kappa$ est un terme de perte, avec κ un coefficient de pertes. \mathbf{Q} est le vecteur flux de chaleur, défini de façon générale ainsi :

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{2} m \int |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^2 (\mathbf{v} - \mathbf{u}) f d^3v \quad (\text{II-32})$$

On arrive ainsi à un système à trois équations mais quatre inconnues : la densité n (ordre zéro de f), la vitesse moyenne \mathbf{u} (premier ordre), l'énergie moyenne ε (deuxième ordre) et le flux de chaleur \mathbf{Q} (troisième ordre). Ce problème est en fait inhérent aux équations fluides, puisque dans chaque équation apparaît systématiquement la dérivée du moment d'ordre supérieur. Il faut alors faire une hypothèse sur ce moment pour obtenir un système résoluble : c'est l'hypothèse de fermeture. Dans notre modèle, elle consiste à choisir un flux de chaleur proportionnel au gradient de température :

$$\mathbf{Q} = -\frac{5}{2} enT\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \nabla T \quad (\text{II-33})$$

D'autre part, on néglige l'énergie dirigée, de façon à ce que $\varepsilon = (3/2)T$. L'équation de l'énergie s'écrit finalement :

$$\frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial t} + \frac{5}{3} \nabla \cdot nu\varepsilon - \frac{10}{9} \nabla \cdot (n\varepsilon \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \nabla \varepsilon) = -n\mathbf{u} \cdot \mathbf{E} - nN_a\kappa \quad (\text{II-34})$$

Pour résumer le système : on obtient trois équations, avec trois inconnues : la densité n , le flux d'électrons $\boldsymbol{\Gamma}_e$ et l'énergie moyenne électronique ε . Le lien avec le modèle particulière des ions est fait grâce à la conservation du courant :

$N_a n k_i(\varepsilon) - \frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot \Gamma_e = \nabla \cdot \Gamma_i$	continuité
$\Gamma_e = -n \hat{\mu} \cdot \mathbf{E} - \frac{2}{3} \hat{\mu} \cdot \nabla(n\varepsilon)$	transport
$\frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial t} + \frac{5}{3} \nabla \cdot (\Gamma_e \varepsilon) - \frac{10}{9} \nabla \cdot (n\varepsilon \hat{\mu} \cdot \nabla \varepsilon) = -n \mathbf{u} \cdot \mathbf{E} - n N_a \kappa$	énergie

La densité (des électrons, égale à celle des ions) est calculée avec le modèle particulaire des ions. Pour résoudre ce système, les équations de continuité et de l'énergie sont intégrées sur un volume. L'expression du flux d'électrons dans l'équation de transport est fonction du potentiel et de l'énergie. Elle est injectée dans les équations de continuité et de l'énergie. On obtient ainsi deux équations pour le potentiel et l'énergie, résolues de façon couplée.

Remarque : nous verrons dans la suite qu'il est parfois nécessaire d'ajouter au coefficient de mobilité perpendiculaire, voire même au coefficient de pertes d'énergie, des coefficients « anormaux » pour être en accord avec des mesures expérimentales⁶⁰ (voir thèse de Jérôme Bareilles). Ces phénomènes « anormaux » sont abordés dans la suite et font l'objet du troisième chapitre.

II.A.6 Résolution numérique

La densité et le flux d'ions sont obtenus à partir du modèle particulaire présenté précédemment. Cette partie ne présente pas de difficultés numériques particulières. Le potentiel et l'énergie des électrons sont ensuite calculés à partir des équations fluides. La grande anisotropie du transport électronique pose cependant des problèmes de résolution numérique.

Méthode de Morozov

Une manière de résoudre le problème est de supposer que les électrons sont en équilibre de Boltzmann le long des lignes de champ magnétique. C'est cette méthode qui a été utilisée pour le premier modèle 2D hybride de Fife⁶¹. Ceci revient à supposer que, dans la direction du champ magnétique, les effets de dérive dus au champ électrique sont compensés par les effets de diffusion du gradient de pression :

$$nE_{\parallel} = n \nabla_{\parallel} V = \frac{2}{3} \nabla_{\parallel} (n\varepsilon) \quad (\text{II-35})$$

Si l'énergie est constante le long des lignes de champ, ce qui est le cas pour des énergies faibles, le potentiel est constant le long des lignes. Les lignes de champ magnétique sont alors paramétrées par la coordonnée λ définie par :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = r B_r \quad \frac{\partial \lambda}{\partial r} = -r B_x \quad (\text{II-36})$$

Avec cette définition : $\nabla_{\perp}(\cdot) = r B \partial(\cdot) / \partial \lambda$. On peut alors définir un potentiel V^* , fonction de λ , et donc constant le long des lignes :

$$V^*(\lambda) = V(x,r) - \frac{2}{3} \varepsilon(\lambda) \ln \frac{n}{n_0} \quad (\text{II-37})$$

L'équation de transport (II-29) projetée sur la direction perpendiculaire aux lignes s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \Gamma_{e,\perp} &= \mu_{\perp} n \nabla_{\perp} V - \frac{2}{3} \mu_{\perp} \nabla_{\perp} (n\varepsilon) \\ &= rB\mu_{\perp} n \frac{\partial V}{\partial \lambda} - \frac{2}{3} rB\mu_{\perp} \frac{\partial (n\varepsilon)}{\partial \lambda} \\ \Gamma_{e,\perp} &= rB\mu_{\perp} n \frac{dV^*}{d\lambda} + \frac{2}{3} rB\mu_{\perp} n \left(\ln \frac{n}{n_0} - 1 \right) \frac{d\varepsilon}{d\lambda} \end{aligned} \quad (\text{II-38})$$

Cette équation est alors intégrée sur des surfaces s'appuyant sur les lignes de champ :

$$\iint \Gamma_{e,\perp} ds = \iint \Gamma_{i,\perp} ds - \frac{1}{e} I_{tot} = \iint (rB\mu_{\perp} n) ds \frac{dV^*}{d\lambda} + \frac{2}{3} \iint rB\mu_{\perp} n \left(\ln \frac{n}{n_0} - 1 \right) ds \frac{d\varepsilon}{d\lambda} \quad (\text{II-39})$$

où Γ_i est le flux d'ions et I_{tot} le courant de décharge, constant entre l'anode et la cathode. En procédant de façon analogue avec l'équation de l'énergie, on obtient le même type d'équation à une dimension. Les deux équations sont résolues de manière couplée perpendiculairement aux lignes de champ. Les détails de cette résolution sont donnés dans la thèse de Jérôme Bareilles⁶².

Nouvelle méthode de résolution

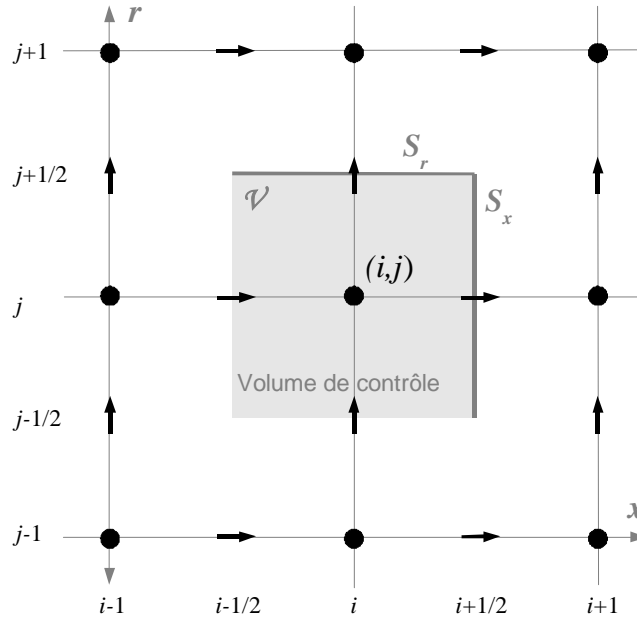


Figure II-5 : Détail de la discrétisation spatiale pour les équations fluides ; les valeurs scalaires sont connues aux nœuds (indices entiers), les vecteurs aux points indiqués par les flèches (demi indices) ; l'équation de continuité est intégrée sur le volume de contrôle \mathcal{V} et les flux sur les surfaces S_x ou S_r .

Gerjan Hagelaar a récemment développé un nouvel algorithme de résolution⁶³ nous permettant de résoudre les équations de transport et d'énergie dans un repère axiradial. Cet algorithme permet de traiter la partie fluide du modèle sur la même grille rectangulaire que celle utilisée dans la partie particulaire des atomes et des ions. La grille spatiale est indexée comme indiqué sur la Figure II-5. Les grandeurs macroscopiques scalaires sont calculées sur les nœuds, repérés par les indices i et j . Les composantes axiale x et radiale r des vecteurs sont connus entre deux nœuds successifs (dans la direction axiale pour x et radiale pour r), à des positions indiquées par les flèches sur la Figure II-5. Elles sont indexées par les indices $i+1/2$ et $j+1/2$. La discrétisation spatiale des équations fluides est effectuée à l'aide de la méthode dite du volume de contrôle⁶⁴. Ce volume est aussi indiqué sur la Figure II-5. L'équation de conservation (II-22) est intégrée sur ce volume de contrôle, autour du nœud (i,j) . Le théorème de Gauss appliqué à l'intégrale en volume de la divergence du flux d'électrons permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \left(\mathcal{V} \frac{n}{\Delta t} + \mathcal{V} \mathcal{S} \right)_{i,j}^k - \left(\mathcal{V} \frac{n_{i,j}}{\Delta t} \right)_{i,j}^{k+1} &= (S_x \Gamma_{e,x})_{i+1/2,j}^{k+1} - (S_x \Gamma_{e,x})_{i-1/2,j}^{k+1} \\ &+ (S_r \Gamma_{e,r})_{i,j+1/2}^{k+1} - (S_r \Gamma_{e,r})_{i,j-1/2}^{k+1} \end{aligned} \quad (\text{II-40})$$

où $S_{x,r}$ sont les surfaces s'appuyant sur le volume de contrôle \mathcal{V} et k un indice temporel. La discrétisation du flux électronique Γ est plus complexe. L'équation de transport (II-29) projetée suivant x et r , s'écrit (voir Annexe A) :

$$\begin{aligned} \Gamma_{e,x} &= \frac{v^2 + \omega_x^2}{v^2 + \omega^2} \left[\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial x} \right] + \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega^2} \left[\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial r} \right] \\ \Gamma_{e,r} &= \frac{v^2 + \omega_r^2}{v^2 + \omega^2} \left[\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial r} \right] + \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega^2} \left[\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (\text{II-41})$$

La substitution de (II-41) dans (II-40) donne une équation elliptique anisotrope pour V . La résolution numérique de cette équation est délicate et peut engendrer des fuites numériques de courant. Dans (II-41), chaque composante du flux comporte deux termes : un proportionnel au gradient longitudinal et un autre au gradient transverse. Le plus souvent, les termes longitudinaux et transverses sont opposés en signe et très grands par rapport au flux total. Le flux, égal à la différence des deux termes, est donc largement perturbé par les erreurs numériques de discrétisation. Le transport électronique à travers les lignes de champ tend à être déterminé par des erreurs numériques plutôt que par la mobilité perpendiculaire.

On présente ici l'alternative proposée par Gerjan Hagelaar. De façon à éliminer le terme de gradient transverse dans les équations (II-41), ces équations sont réécrites pour exprimer le flux d'électrons en fonction d'un terme de gradient longitudinal et du flux transverse à l'itération temporelle précédente :

$$\begin{aligned} \Gamma_{e,x} &= \left[\frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \left(\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial x} \right) \right]^{k+1} + \left[\frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} \overline{\Gamma_{e,r}} \right]^k \\ \Gamma_{e,r} &= \left[\frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \left(\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial r} \right) \right]^{k+1} + \left[\frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_x^2} \overline{\Gamma_{e,x}} \right]^k \end{aligned} \quad (\text{II-42})$$

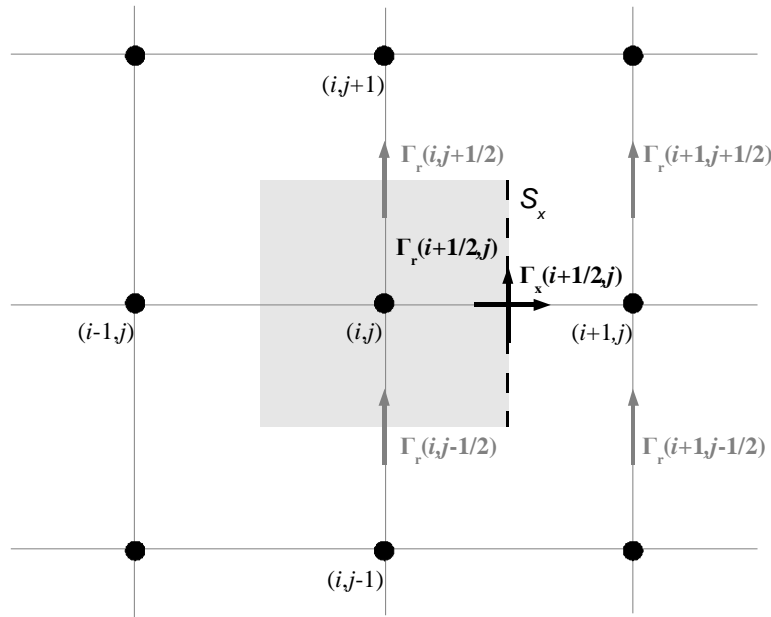


Figure II-6: Calcul numérique sur la grille rectangulaire des flux perpendiculaires et transverses sur la surface considérée ; les équations fluides sont intégrées sur ces surfaces à chaque position de la grille.

Tous les détails de la discrétisation spatiale de ces équations sont donnés dans l'Annexe B. Le flux transverse (second terme) correspond au flux à l'itération temporelle précédente (k). La discrétisation spatiale décrite sur la Figure II-5 implique que le flux transverse n'est pas connu sur la surface d'intégration du flux longitudinal. Comme le montre la Figure II-6, ce flux est interpolé à partir des flux transverses environnants (c'est ce que signale la barre sur les flux transverses dans les équations (II-42)). On procède de façon analogue pour la discrétisation de l'équation de l'énergie.

Dans les équations (II-41), le terme transverse et le terme longitudinal sont de l'ordre de grandeur d'un flux non magnétisé et sont opposés en signe. Le flux magnétisé, beaucoup plus petit, est égal à la différence des deux. Ceci est source d'erreurs numériques. En réécrivant ces équations dans (II-42), le flux devient la somme de deux termes qui sont déjà de l'ordre de grandeur de ce flux (le deuxième terme est le flux à l'itération précédente). Là est le principal avantage numérique de l'algorithme.

Discussion

On dispose donc de deux méthodes différentes pour résoudre les équations fluides : celle de Morozov et cette nouvelle méthode.

La méthode de Morozov permet de résoudre les équations de transport et d'énergie en une dimension, perpendiculairement aux lignes de champ magnétique. L'inconvénient est qu'il faut pour cela définir une grille fluide à partir du champ magnétique. Pour un champ magnétique simple, cela ne pose pas trop de problèmes, mais dès que le champ magnétique est complexe et que la fonction λ n'est pas monotone, la définition de cette grille est laborieuse. Dans ce genre de cas, il faut définir plusieurs domaines (exemple de la Figure II-10) et des conditions limites pour chaque bord de domaine.

La nouvelle méthode permet d'utiliser une grille rectangulaire simple (par exemple celle utilisée pour la partie particulière) dans n'importe quelle configuration de champ magnétique.

En ce qui concerne les hypothèses physiques de chaque méthode : l'approximation de dérive diffusion est utilisée dans les deux méthodes. Cette approximation est valable tant que les termes d'inertie sont négligeables par rapport au terme collisionnel et de magnétisation. Dans le propulseur, perpendiculairement aux lignes de champ magnétique, l'hypothèse est justifiée soit parce que les électrons sont collisionnels soit parce qu'ils sont fortement magnétisés. Avec la méthode de Morozov, on fait également l'hypothèse que les électrons sont en équilibre de Boltzmann le long des lignes de champ. Ceci est vrai dans les configurations magnétiques classiques des propulseurs, dans lesquelles la fréquence cyclotronique est grande devant la fréquence de collisions. Il n'y a que près de l'anode, où les électrons deviennent collisionnels, que cette hypothèse peut être remise en cause.

Il n'y a donc pas véritablement de grande différence dans la physique résolue avec chaque méthode. Le véritable avantage de la nouvelle méthode pour nous est de faciliter la résolution des équations fluides pour des champs magnétiques complexes.

Conditions aux limites

Pour finir, on donne ici le choix des conditions aux limites pour les équations fluides. Pour une configuration classique de HET, les limites du domaine sont (voir Figure II-1) : le fond du canal de décharge (anode), la paroi externe et interne du canal de décharge, la plaque avant inférieure et supérieure du moteur, la cathode et le bord extérieur qui marque la fin du domaine. Le potentiel et l'énergie sont fixés à l'anode et à la cathode. Les parois du canal et les plaques avant sont traités comme un diélectrique : le courant local incident est nul. Pour la limite externe ouverte du domaine, on peut choisir de fixer le potentiel à zéro ou d'imposer un courant d'électrons égal au courant d'ions en chaque point. L'énergie sur cette frontière est fixée. En général, les énergies sont fixées à quelques eV. Notons que le modèle calcule le courant d'électrons que la cathode doit fournir pour maintenir la décharge pour un débit de xénon et une tension de décharge donnés.

Pour la méthode Morozov, les équations étant résolues sur une grille unidimensionnelle adaptée au champ, les conditions aux limites sont fixées sur des lignes de champ magnétique. Par exemple, près de l'anode, les conditions aux limites sont appliquées sur la première ligne de champ interceptant l'anode : la zone au-delà de cette ligne n'est plus dans le domaine et n'est pas traitée. Le domaine est limité à l'extérieur par la dernière ligne de champ considérée (souvent la ligne de cathode). En sortie du domaine, si la condition limite concerne le courant, c'est le courant total au travers de la dernière ligne de champ qui est fixé à zéro.

II.A.7 Mobilité anormale

Les avantages d'un traitement fluide sont inévitablement accompagnés de désavantages provenant des approximations. En considérant l'ensemble des électrons comme un fluide décrit par une distribution Maxwellienne, on néglige plusieurs phénomènes capables de modifier la dynamique des électrons.

Le problème le plus flagrant concerne la mobilité électronique perpendiculaire aux lignes de champ magnétique. Nous venons de voir qu'il existe une grande anisotropie entre le transport parallèle et perpendiculaire aux lignes de champ. Plus concrètement, dans la zone de fort champ électrique, dans laquelle le champ magnétique est proche de son maximum et quasiment radial, la mobilité perpendiculaire peut être réduite à :

$$\mu_{\perp} \approx \frac{1}{B} \frac{\nu}{\omega} \quad (\text{II-43})$$

La mobilité est proportionnelle à la fréquence totale de collisions totale. Les collisions Coulombiennes sont négligeables dans cette région proche du plan de sortie. Loin de l'anode, quasiment tous les atomes de xénon ont été ionisés et la fréquence de collisions électrons-neutres n'est que de quelques 10^5 s^{-1} . La mobilité correspondant à cette fréquence est inférieure à $0.007 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ et le facteur de Hall (ω/ν) de l'ordre de 10^4 . Le facteur de Hall correspond aussi au rapport entre le courant de Hall, dans la direction azimutale, et le courant axial. Les mesures expérimentales effectuées sur différents moteurs^{65, 66, 67, 68, 69} ont montré que dans cette région de faible densité atomique le facteur de Hall est plutôt de l'ordre de 10^3 , c'est à dire une mobilité de $0.07 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Cette mobilité expérimentale est un ordre de grandeur supérieure à la mobilité collisionnelle classique. Dans l'approche fluide d'une mobilité, les phénomènes capables d'augmenter le transport axial, outre les collisions, ne peuvent pas être pris en compte. Puisque les collisions sont incapables d'expliquer les mesures expérimentales, on parle souvent de mobilité « anormale ». Jusqu'à maintenant, deux phénomènes capables d'augmenter le transport électronique dans un propulseur à effet Hall ont été proposés: les interactions avec la paroi et la turbulence plasma.

Historiquement, c'est d'abord vers les interactions avec la paroi que l'on s'est tourné pour expliquer la conductivité électronique axiale. Morozov a été le premier à proposer une théorie, dite « near-wall conductivity »⁷⁰, afin d'expliquer la conductivité axiale mesurée. Il a alors suggéré que la diffusion électronique était reliée à une réflexion spéculaire des électrons sur la gaine, en supposant que celle-ci soit suffisamment fine pour suivre la rugosité de la paroi. Pendant le renouveau des HET dans les années quatre-vingt dix, Bugrova a mené un travail expérimental⁷¹ visant à étudier la validité de la théorie de Morozov. Cette étude a montré une corrélation entre le courant de décharge et la rugosité de la paroi. Pour autant, la rugosité standard d'un HET est insuffisante pour expliquer à elle seule le transport anormal. Plus récemment, bon nombre d'auteurs ont souligné le rôle de l'émission secondaire aux parois^{72, 73, 74, 75} mais il n'y a pas de théorie satisfaisante concernant ces interactions avec la paroi. De plus, les interactions avec les parois seraient incapables d'expliquer le transport anormal à l'extérieur du canal puisqu'il n'y a plus de parois. La turbulence plasma apparaît donc de plus en plus comme capable d'expliquer la mobilité « anormale ». Elle fait l'objet du chapitre suivant, dans lequel nous reviendrons sur la définition de la mobilité électronique. Nous nous contenterons ici de définir de quelle façon elle est prise en compte dans le modèle hybride.

Dans une modélisation fluide, ces phénomènes sont le plus souvent pris en compte à travers une fréquence de collision « effective » injectée dans la définition classique de la mobilité^{60, 68, 76}. Ainsi, à la fréquence de collisions avec les neutres ν_c et Coulombiennes ν_{coul} , on ajoute une fréquence effective ν_{eff} qu'on peut séparer en fréquence de collisions avec les parois ν_w et fréquence turbulente ν_t : $\nu_t = \nu_c + \nu_{coul} + \nu_w + \nu_t$. De façon analogue, on peut dégager la contribution de chaque phénomène à la mobilité totale :

$$\mu = \mu_c + \mu_{coul} + \mu_{eff} \approx \frac{1}{B\omega} (\nu_c + \nu_{coul} + \nu_{eff}) \quad (\text{II-44})$$

Dans un premier temps, la fréquence effective dans le modèle hybride a été définie ainsi :

- Une fréquence constante à l'intérieur du canal de décharge, attribuable à des interactions avec la paroi : $v_w = \alpha \cdot 10^7$.
- Une fréquence proportionnelle au champ magnétique, de type Bohm⁷⁷, attribuable à la turbulence plasma : $v_t = k\omega/16$.

Le choix des coefficients α et k ainsi que leur influence sur les résultats du modèle sont décrits dans la thèse de Jérôme Bareilles⁶². En réalité, on peut tout aussi bien définir une fréquence de collision effective de type Bohm dans tout le domaine, avec des coefficients différents à l'intérieur et à l'extérieur du canal de décharge, comme cela a été fait dans la thèse de Claude Boniface⁷⁸. Nous reviendrons sur la pertinence de ces choix dans les deux derniers chapitres de cette thèse.

Les résultats présentés dans la suite de ce chapitre ont été obtenus en considérant une fréquence de type Bohm $v_{eff} = k\omega/16$ avec un coefficient à l'intérieur et à l'extérieur du canal (k_{in} et k_{ext}). Ces coefficients sont choisis de façon à retrouver les résultats expérimentaux disponibles pour chaque simulation.

II.B Validation du nouvel algorithme fluide : simulation du PPS[®]100

Comme toute nouvelle méthode numérique, celle proposée dans ce chapitre doit être validée. Pour cela on décide de comparer les résultats de simulation de l'ancienne et la nouvelle méthode pour un moteur PPS[®]100. La physique prise en compte dans chaque méthode étant la même, les résultats doivent être identiques.

II.B.1 Conditions de simulation et performances générales

Le PPS[®]100 est un des moteurs pour lequel on dispose le plus de données expérimentales. C'est un moteur à effet Hall classique, à un étage, avec un champ magnétique semblable à celui présenté sur la Figure II-1: presque nul près de l'anode, maximal et radial au plan de sortie et décroissant en quittant le canal de décharge. Le gradient est plus fort à l'intérieur qu'à l'extérieur du canal. Le champ est créé par un circuit magnétique, quatre bobines externes et une bobine interne. Ces quatre bobines sont modélisées par deux bobines concentriques dans le logiciel FEMM. L'anode recouvre une grande partie du fond du canal. Le moteur dispose d'une seule cathode, au niveau du plan de sortie et à 8 cm de l'axe du moteur. Le canal a une longueur de 2.5 cm et ses parois sont en BnSiO₂. Son point nominal de fonctionnement est à 300 V de tension de décharge (différence de potentiel appliquée entre l'anode et la cathode), un débit de 5 mg/s et un champ magnétique maximal de 150 G. Le moteur est simulé avec le modèle hybride en utilisant soit la méthode dite de Morozov, dans laquelle les

PERFORMANCES	Morozov	2D	$\Delta(\%)$
Temps simulation (μ s)	2000	2000	-
Courant total (A)	4.35	4.24	2.6
Courant d'électrons (A)	0.98	0.95	2.5
Courant d'ions (A)	3.37	3.36	0.4
Poussée (mN)	82.3	83.6	1.5
ISP (s)	1684	1705	1.3
Efficacité totale (%)	52.3	55.2	5.6
Efficacité d'ionisation	91.4	91.0	0.4
Rapport courants I_{ion}/I_{tot}	77.5	80.1	3.4
Efficacité accélération	82.2	84.4	2.7
Efficacité dispersion	97.4	97.9	0.5
Efficacité divergence	91.2	85.9	5.8
Part de potentiel extérieur	50.7	51.0	0.5

Tableau II-1 : Principales performances du moteur obtenues avec les deux méthodes de résolution des équations fluide ; les écarts ne dépassent pas 6%.

équations fluides sont résolues sur une grille adaptée au champ magnétique, soit la méthode 2D sur une grille rectangulaire. Le cas du PPS[®]100 ne présente pas de champ magnétique complexe, donc la méthode de Morozov n'est pas excessivement contraignante. C'est un bon exemple pour tester le nouvel algorithme 2D. Dans les deux cas, l'énergie est fixée à 2 eV à l'anode, la cathode et dans le jet (limite externe du domaine). Le potentiel à l'anode est fixé à 300 V et à zéro sur le bord externe du domaine. Les coefficients de mobilité anormale sont : $k_{int}=0.1$ et $k_{ext}=0.2$. Comme cela a été expliqué dans la description fluide des électrons, ces facteurs de mobilité imposent d'ajouter un facteur de pertes d'énergie « anormale », ici $\alpha_e=0.7^{60}$.

On effectue avec chaque méthode un calcul durant le même temps de simulation (2 ms). Les performances générales du moteur sont présentées sur le Tableau II-1. La définition de chaque grandeur est donnée dans le premier chapitre. La première colonne correspond aux résultats obtenus avec l'hypothèse de Morozov, la deuxième avec l'algorithme 2D et la dernière colonne fournit l'écart Δ entre les deux méthodes. Dans l'ensemble, les performances sont les mêmes à 6% près au plus. Cette valeur est déjà de l'ordre de grandeur de l'incertitude physique que l'on peut avoir avec le modèle sur ces performances. On peut donc considérer que les performances sont les mêmes avec les deux méthodes. Cependant, les performances du moteur sont insuffisantes pour caractériser la décharge et valider un modèle du propulseur. Comme l'a montré Jérôme Bareilles dans sa thèse⁶², des facteurs de collisions effectives différents peuvent donner les mêmes performances mais un fonctionnement différent.

II.B.2 Comportement statique

Il faut donc regarder plus en détail les caractéristiques moyennes de la décharge pour conclure sur la validité du nouvel algorithme. Celles-ci sont présentées sur la Figure II-7. La colonne de gauche correspond aux résultats obtenus avec la méthode de Morozov, celle de droite, au nouvel algorithme 2D. Y figurent, dans l'ordre: la densité plasma ($\times 10^{18} \text{ m}^{-3}$), le potentiel électrique (V), le terme source d'ionisation ($\times 10^{23} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) et l'énergie moyenne des électrons (eV). Avec la méthode de Morozov, le domaine de calcul est limité : (1) à droite par la ligne magnétique interceptant la cathode ($x=2.5 \text{ cm}$, $r=7.5 \text{ cm}$) visible sur le graphe de l'énergie moyenne et dont l'énergie est fixée à 2 eV ; (2) à gauche, près de l'anode, par la première ligne interceptant l'anode, elle aussi fixée à 2 eV. Avec l'algorithme 2D le domaine de calcul correspond à l'ensemble de la zone visible sur les graphes. La position de la cathode est signalée par un C encadré en gris sur les graphes de droite. Son énergie, ainsi que celle de l'anode, est fixée à 2 eV.

Dans l'ensemble, les grandeurs moyennes caractérisant la décharge sont similaires avec les deux méthodes. Les différentes définitions des conditions aux limites mentionnées au dessus sont à l'origine de quelques écarts entre les deux méthodes aux bords du domaine. Cependant, ces différences sont minimales et les gradients ainsi que les valeurs absolues des grandeurs sont très proches.

Nous profitons de cette figure pour rappeler le fonctionnement du moteur illustré par les résultats du code hybride. Le xénon est ionisé vers le milieu du canal (maximum du terme source d'ionisation) puis accéléré à proximité du plan de sortie où les lignes de potentiel sont plus resserrées : le champ électrique y est maximal, c'est la zone d'accélération. Le maximum d'énergie est atteint dans cette région ; il est de l'ordre de 20 eV. L'énergie des électrons chute dans le canal, principalement à cause des pertes

par ionisation et de la création d'électrons froids. La densité maximale du plasma est de $7 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$.

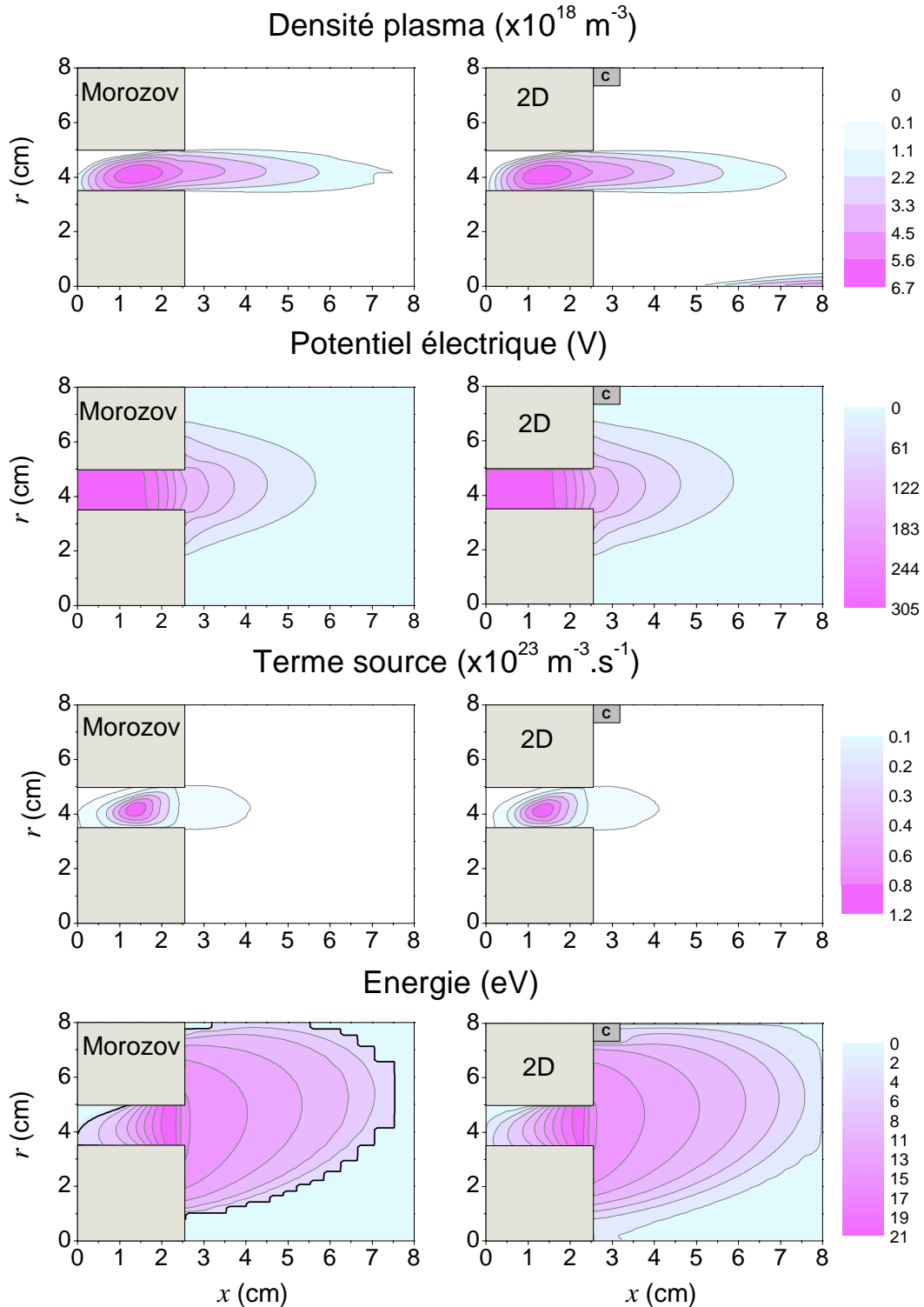


Figure II-7 : Caractéristiques du plasma obtenues avec les deux méthodes de résolution des équations fluides : en appliquant l'hypothèse de Morozov (à gauche) et avec le nouvel algorithme 2D (à droite).

Nous verrons dans la suite que le profil de ces grandeurs n'est pas complètement en accord avec de nouvelles mesures expérimentales. Cependant, même avec cette réserve, ces résultats permettent de comprendre un grand nombre de phénomènes physiques observés expérimentalement.

II.B.3 Comportement dynamique

Le dernier point de comparaison des deux méthodes est le comportement dynamique du moteur. Celui-ci est complexe et fait apparaître un grand nombre d'oscillations sur une gamme de fréquences très étendue^{60, 79, 80}. On peut distinguer parmi ces oscillations deux types d'oscillations mis en évidence par les modèles et expérimentalement:

- oscillations à 10 kHz : dites « basse-fréquence » (BF), on peut les voir comme une modulation du courant ; elles sont visibles sur les résultats expérimentaux⁸¹ ainsi que sur les résultats du modèle⁷⁹ ; elles correspondent à la déplétion des neutres dans le canal.
- oscillations à 100 kHz : dites « haute-fréquence » (HF) ; leur amplitude est variable et peut être plus forte que les BF ; elles correspondent à une oscillation de la zone d'accélération et sont responsables d'ions très rapides (plus rapides que la vitesse correspondant à la tension de décharge imposée).

Ce comportement peut être caractérisé par les variations de courant dans le propulseur. Les variations du courant total sont données sur la Figure II-8 pour les deux modèles, gris pour le cas Morozov et noir pour le nouvel algorithme. Dans l'ensemble, les oscillations et les fréquences sont similaires. En réalité, le comportement à très haute

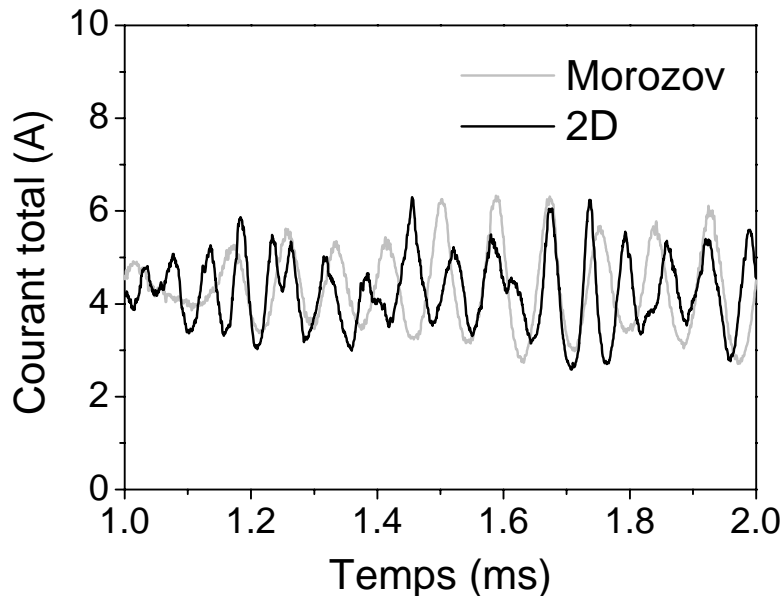


Figure II-8 : Variations du courant total de décharge au cours du temps pour les deux méthodes de résolution des équations fluides : avec hypothèse Morozov (gris) et avec le nouvel algorithme 2D (noir).

fréquence est plus bruité avec l'algorithme 2D. Celui-ci est complexe à mettre en œuvre et peut être source d'instabilités numériques. Pour éviter de tels problèmes, la densité plasma utilisée pour calculer le potentiel est moyennée sur dix itérations. Le pas de temps étant de l'ordre de 10^{-8} s, ceci n'empêche pas de retrouver dans les deux cas les oscillations BF et HF.

II.C Application: Simulation d'un moteur à Double Etage

L'étude d'un propulseur bien connu nous a permis de valider le nouvel algorithme. On se propose maintenant de l'utiliser pour modéliser un propulseur dont le champ magnétique est complexe et qui aurait été difficile à traiter avec l'ancienne méthode.

II.C.1 Principe de fonctionnement

La plupart des missions spatiales ont besoin de systèmes propulsifs capables d'être efficaces soit dans un régime de forte ISP soit dans un régime de forte poussée. Dans un propulseur à effet Hall classique les processus d'ionisation et d'accélération sont couplés; il est donc difficile de contrôler indépendamment ces deux phénomènes et d'agir ainsi sur la poussée ou l'ISP. Une des options les plus étudiées est le moteur à effet Hall à double étage dont le concept est justement de séparer la zone d'ionisation de la zone d'accélération. Le Double Stage Hall Effect Thruster (DSHET)⁸² développé par Alcatel Alenia Space Italia et Alta S.p.A. fait partie de cette famille.

La géométrie du propulseur est similaire à celle d'un HET classique (Figure II-9). Le DSHET est un moteur cylindrique avec un seul canal de décharge entouré par des parois en céramique. L'anode et l'injecteur de xénon sont à l'extrémité interne du canal. Une cathode creuse est placée à l'extérieur du canal, proche du plan de sortie. Le canal est plus long que la plupart des HET classiques⁸³. La principale innovation ici est la présence d'une électrode intermédiaire au milieu du canal de décharge. Cette électrode est formée par quatre électrodes équidistantes azimutalement et équipotentielles. La deuxième particularité du moteur est la présence de quatre bobines cylindriques

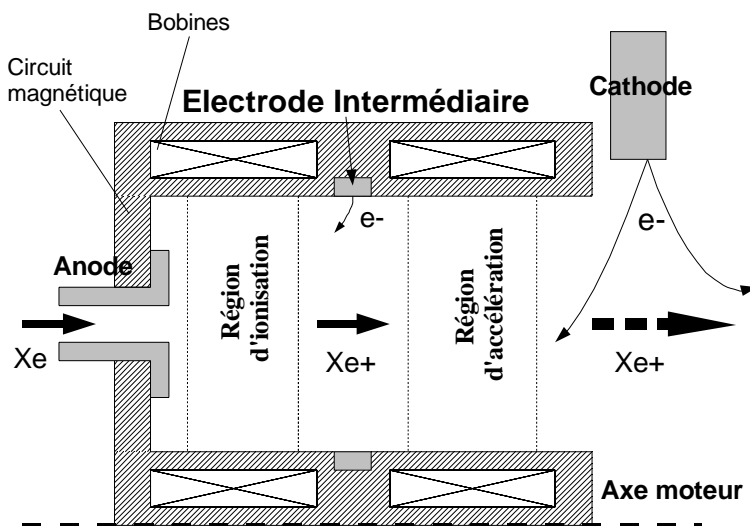


Figure II-9 : Concept du moteur à double étage ; une électrode intermédiaire sépare la zone d'ionisation et d'accélération ; quatre bobines créent le champ magnétique.

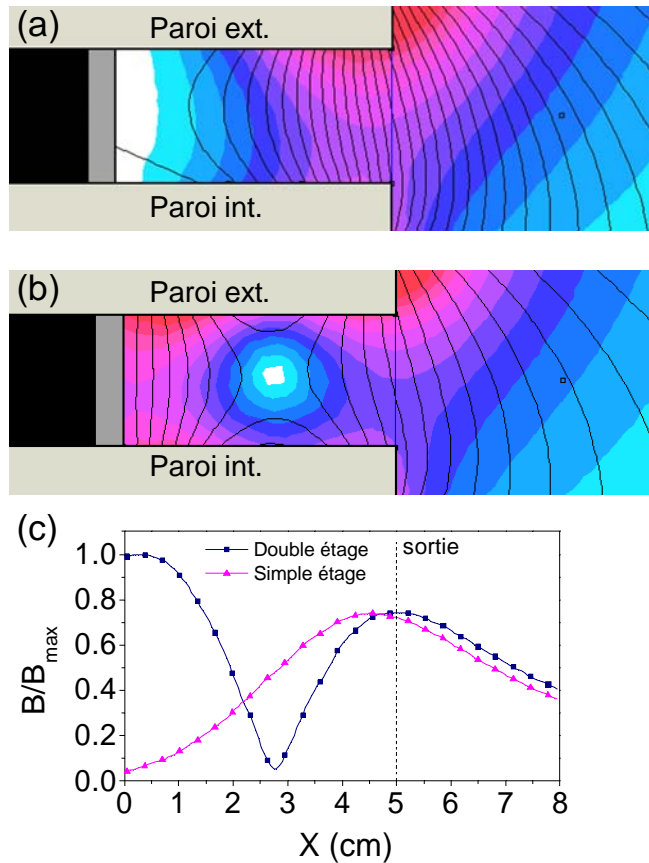


Figure II-10 : Configurations de champ magnétique du DSHET : a) Champ magnétique 2D à un seul pic pour simple étage b) Champ magnétique 2D à deux pics pour double étage c) Coupe axiale au milieu du canal pour chaque cas.

entourant le canal de décharge. Ces quatre bobines ont pour objectif de contrôler le champ magnétique indépendamment dans les régions entre l'anode et l'électrode intermédiaire et entre la cathode et l'électrode intermédiaire.

L'électrode intermédiaire et les bobines ont été ajoutées pour séparer la zone d'ionisation de la zone d'accélération. La zone d'ionisation se situe entre l'anode et l'électrode intermédiaire. La zone d'accélération est entre l'électrode intermédiaire et la cathode. Les électrons sont émis par la cathode externe et sont d'abord piégés par le champ magnétique de la zone d'accélération. La chute de potentiel dans cette région est déterminée par les potentiels fixés de l'électrode intermédiaire et de la cathode. Le xénon injecté à l'anode est ionisé entre l'anode et l'électrode intermédiaire. L'électrode intermédiaire est émissive et peut fournir, si nécessaire, un courant d'électrons pour l'ionisation du xénon. La chute de potentiel dans cette région est aussi déterminée par le potentiel fixé sur l'anode et sur l'électrode intermédiaire.

Un des points cruciaux est le choix du champ magnétique. Le système à quatre bobines peut créer un champ magnétique à un seul pic si seules les bobines antérieures sont alimentées ou si les quatre bobines sont polarisées de la même façon. Ce système peut aussi fournir un champ magnétique à deux pics si les bobines antérieures et postérieures ont une polarisation opposée. Les différentes configurations sont illustrées sur la Figure

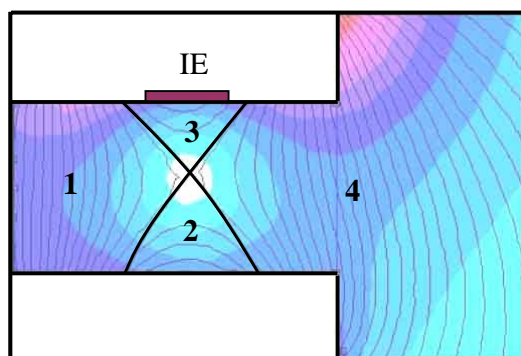


Figure II-11 : Profil de champ magnétique (couleur) 2D en mode double étage : le zéro de champ et les lignes de champ croisées définissent quatre domaines différents.

II-10. Ces quatre bobines permettent aussi de changer l'inclinaison de la lentille magnétique en sortie du propulseur.

L'étude du propulseur en mode double étage, c'est à dire avec un champ magnétique à deux pics et un zéro de champ, est laborieuse si on utilise l'hypothèse de Morozov. Avec un zéro de champ, les lignes de champ se croisent et définissent quatre régions représentées sur la Figure II-11. Il faut alors définir quatre domaines de calcul et des conditions aux limites pour chacun d'entre eux ; il faut par exemple fixer l'énergie sur les lignes séparatrices, alors que cette valeur n'est *a priori* pas connue. De plus, il faut employer une grille fluide complexe qui suit les lignes de champ magnétique. Cette configuration se prête donc particulièrement à l'emploi de l'algorithme 2D présenté dans la section précédente. Avec cet algorithme, un seul domaine de calcul est nécessaire et la grille fluide reste la même que la grille particulaire.

II.C.2 Fonctionnement à un seul étage

Le moteur est d'abord étudié dans une configuration simple étage, sans électrode intermédiaire et avec un champ magnétique présentant un seul pic. Le champ magnétique calculé avec FEMM est donné sur la Figure II-10a, ainsi qu'une coupe au milieu du canal de décharge, Figure II-10c, le long de l'axe du moteur. Dans cette configuration, il est similaire au PPS[®]100 présenté dans la section précédente. Les électrons sont uniquement émis par la cathode externe, piégés par le champ magnétique au niveau du plan de sortie puis ionisent le xénon injecté. On se contente ici de présenter des résultats de modélisation du régime nominal de fonctionnement à un étage, à savoir : une tension de décharge de 350 V et un débit de xénon de 4.7 mg/s. Les simulations sont effectuées avec une mobilité effective proche de celle utilisée pour un PPS[®]100 dans les mêmes conditions de fonctionnement et adaptée au regard des résultats expérimentaux ($k_{int}=0.15$ et $k_{ext}=0.3$). Ceci se justifie par la similitude entre les deux moteurs tant au niveau de la géométrie que du champ magnétique. Il faudra être plus prudent sur ce point pour la modélisation du moteur en mode « double étage ».

La Figure II-12 montre, toujours pour le même régime de fonctionnement, les principales caractéristiques du plasma, à savoir : (a) la densité de plasma (10^{18} m^{-3}), le potentiel électrique (V), le terme source d'ionisation ($10^{23} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) et l'énergie moyenne des électrons (eV). La chute de potentiel se fait majoritairement dans le canal de décharge et la zone d'accélération est située entre $x=2.5 \text{ cm}$ et $x=5 \text{ cm}$. L'énergie

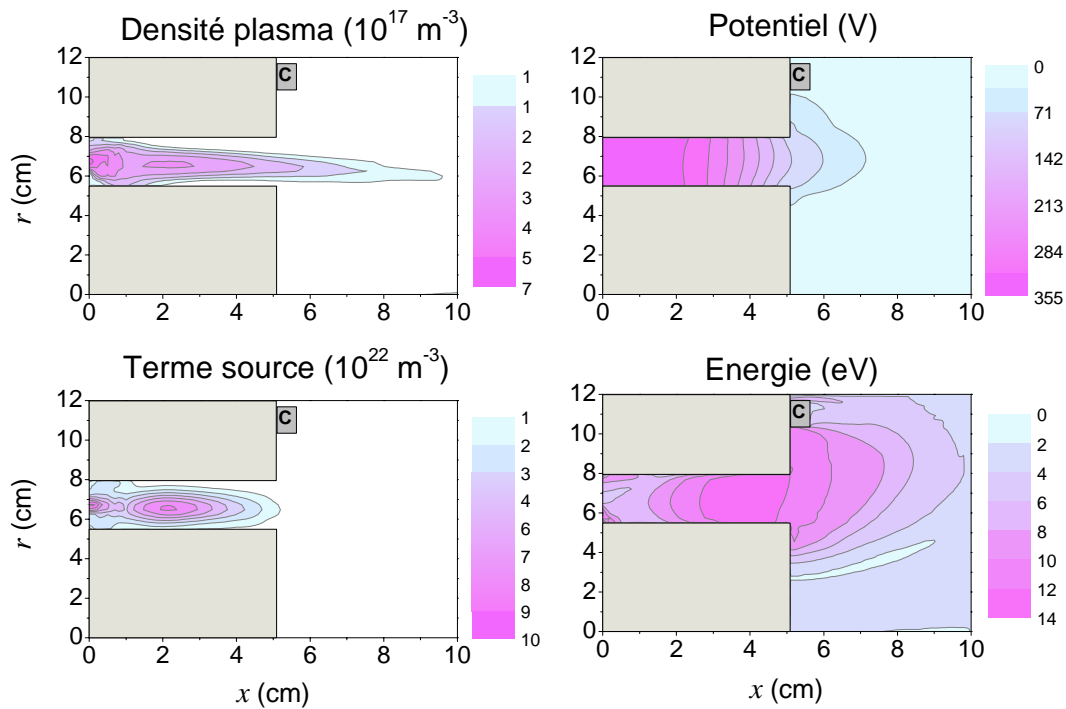


Figure II-12 : Caractéristiques du plasma pour le moteur DSHET en mode simple étage dans le plan axi-radial : densité plasma, potentiel, terme source d'ionisation et énergie moyenne des électrons.

maximale, atteinte dans cette région, est de 14 eV. L'ionisation est très proche de l'anode, ce qui d'ailleurs peut poser des problèmes d'érosion. En sortie, le jet est incliné vers l'axe du propulseur à cause de l'inclinaison de la lentille magnétique, ce qui se traduit par une perte de poussée axiale.

II.C.3 Fonctionnement à double étage

Définition de l'électrode intermédiaire

L'intérêt du moteur et de notre étude reste le fonctionnement à double étage. La simulation dans ce cas se fait en imposant un champ magnétique à deux pics, présenté sur la Figure II-10, et en fixant le potentiel de l'électrode intermédiaire. La définition de l'électrode intermédiaire dans le modèle est un point important. Dans le modèle, cette électrode est une condition limite supplémentaire à imposer. Or, physiquement, on ne peut imposer en même temps un courant et un potentiel sur une surface. Une des deux grandeurs est imposée et l'autre est déterminée par le calcul. Dans notre cas, nous fixons donc le potentiel sur la surface de l'électrode puis nous calculons le courant au travers de celle-ci. Le calcul détermine si l'électrode est nécessairement émissive ou pas.

Pertinence de la mobilité dans le canal

Comme dans l'étude du fonctionnement à un seul étage, la mobilité du modèle fluide à été choisie en se basant sur des simulations d'autres moteurs ainsi que sur la comparaison avec des résultats expérimentaux. Les coefficients choisis sont : $k_{int}=0.1$, $k_{ext}=0.2$. A cause de la séparation de la zone d'ionisation et accélération dans le canal, il

k_{in}^1	k_{in}^2	k_{out}	$I_d(A)$	$I_{IE}(A)$	T (mN)	ISP (s)
0.1	0.5	0.2	10.2	4.1	191	1940
0.5	0.1	0.2	9.5	-0.23	204	2080
0.5	0.05	0.2	8.5	-0.85	192	1960
0.15	0.1	0.2	8.7	2.2	196	1990
	0.05	0.2	7.5	1.5	183	1820
	0.1	0.2	8.8	2.3	192	1880
	0.2	0.2	9.9	2.7	202	2050
	0.5	0.2	11.4	1.1	208	2110

Tableau II-2 : Performances du moteur pour différents coefficients de mobilité effective dans le cas : 10 mg.s⁻¹, $V_i=50V$ and $V_a=350V$. I_{ie} est le courant collecté par l'électrode intermédiaire ; si $I_{ie}<0$ l'électrode est émissive.

peut sembler arbitraire d'utiliser un seul et même coefficient de mobilité à l'intérieur du canal. Le champ magnétique dans les deux régions n'est pas le même et ceci peut changer la mobilité totale. De façon critique, nous avons réalisé des simulations avec deux facteurs différents à l'intérieur du canal, un pour la zone d'ionisation (k_{int}^1) et un autre pour la zone d'accélération (k_{int}^2). Les résultats sont présentés dans le Tableau II-2. L'influence sur l'électrode intermédiaire est discutée plus loin dans cette section. Nous avons choisi des valeurs très différentes pour k_{int}^1 et k_{int}^2 , même s'il semble peu probable d'avoir une telle différence entre les deux coefficients. Lorsque les deux coefficients sont proches, les résultats sont les mêmes qu'avec un seul coefficient de même valeur. Il faut un très grand écart entre les deux coefficients pour avoir une différence remarquable sur les résultats. De plus, ajouter un coefficient augmente la difficulté à modéliser le moteur. Nous n'utiliserons donc qu'un seul coefficient à l'intérieur du canal.

Résultats des simulations

Deux séries de simulations ont été réalisées : une série à forte ISP (tension de décharge élevée) et une série à forte poussée (fort débit). Le champ magnétique est le même dans les deux séries. Nous présentons ici un seul cas d'étude représentatif du fonctionnement à deux étages : débit de xénon de 10 mg.s⁻¹, $V_i=100 V$ et $V_a=500 V$, où V_i est la différence de potentiel entre l'anode et l'électrode intermédiaire et V_a la différence de potentiel entre l'électrode intermédiaire et la cathode. Les résultats de ce calcul sont présentés dans la Figure II-13. Comme jusqu'à maintenant sont présentés : la densité de plasma, le potentiel électrique, le terme source d'ionisation et l'énergie moyenne. Le champ magnétique est fort près de l'anode (>150 G) : en conséquence, le champ électrique, l'énergie moyenne et donc le terme source d'ionisation sont aussi très élevés près de l'anode. En ce qui concerne les performances du moteur, une forte densité de plasma aussi près de l'anode peut provoquer une forte érosion ainsi qu'un échauffement et des instabilités près de l'anode, tous responsables d'une chute du rendement du moteur.

La distribution du potentiel est celle à laquelle on pouvait s'attendre : 1) une chute de potentiel entre l'anode et l'électrode intermédiaire, associée à un champ électrique induit par le fort champ magnétique dans cette région, 2) un champ électrique faible dans la région du zéro de champ puis 3) une deuxième chute de potentiel dans la zone

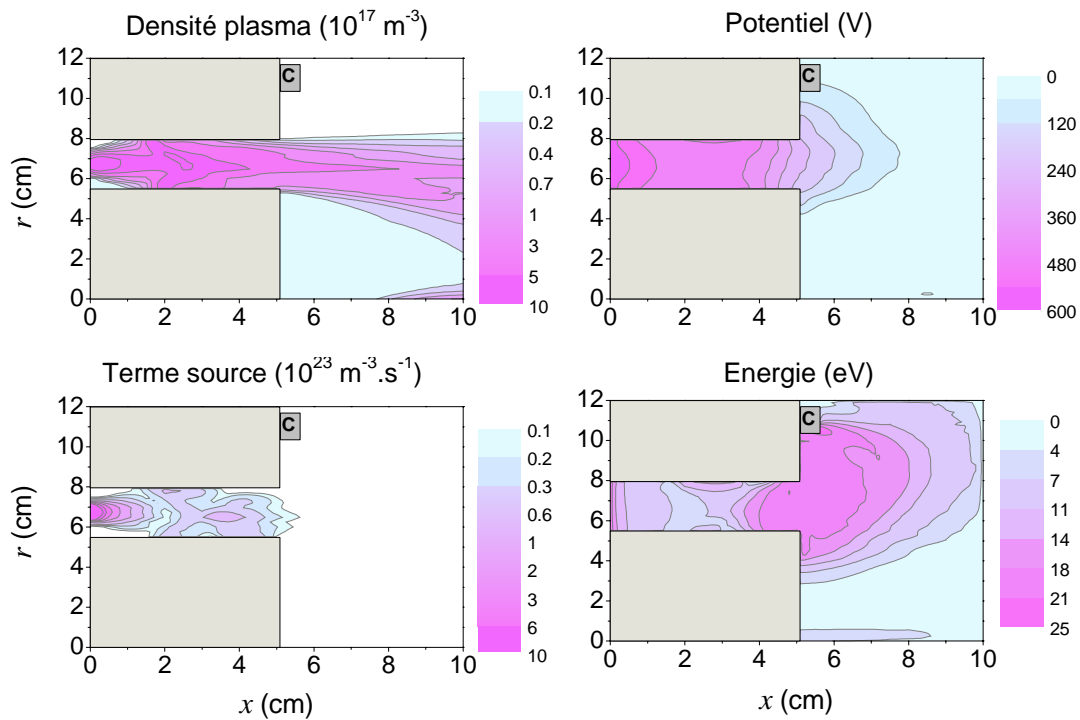


Figure II-13 : Caractéristiques du plasma pour le moteur DSHET en mode double étage dans le plan axi-radial : densité plasma, potentiel, terme source d'ionisation et énergie moyenne des électrons. L'électrode intermédiaire est au milieu du canal et la cathode correspond au rectangle gris. L'échelle de la densité plasma est en échelle logarithmique.

d'accélération. L'énergie moyenne est en accord avec l'évolution du potentiel : un maximum (25 eV) dans la zone d'accélération puis un deuxième pic dans la zone d'ionisation. Le champ électrique détermine en grande partie le fonctionnement du moteur. De ce fait, le choix des potentiels de l'anode et de l'électrode intermédiaire, qui fixent les potentiels d'ionisation et d'accélération, ont une influence majeure sur la densité du plasma et sur les caractéristiques du faisceau d'ion en sortie du moteur.

Transport électronique et rôle de l'électrode intermédiaire

L'électrode intermédiaire joue un rôle très important dans le moteur, c'est la base du concept de moteur à deux étages. Elle fixe le potentiel dans sa zone d'influence et contrôle le courant électronique. Sa position peut changer significativement les performances du moteur (et doit être cohérente avec le champ magnétique).

Le Tableau II-3 montre le courant incident sur la paroi externe dans plusieurs configurations en double étage. Les résultats montrent que l'électrode n'est jamais émissive et qu'elle agit plutôt comme une anode. Ceci veut dire que le courant émis par la cathode est suffisant à maintenir la quasi-neutralité dans le canal. Les cas pour lesquels l'électrode devient émissive correspondent à de forts potentiels d'ionisation ($V_i > 300$ V) qui ne correspondent pas au régime de fonctionnement recherché pour ce moteur.

La Figure II-14 permet de comprendre le transport électronique près de l'électrode intermédiaire. On y voit le flux d'électrons (vecteurs) et les lignes de champ magnétique (lignes blanches) dans le canal de décharge. La direction du courant est indiquée par les

CAS	débit (mg.s ⁻¹)	V _i (V)	V _a (V)	I _{IE} (A)
1	10	30	500	2.92
2	10	100	500	2.26
3	10	30	700	3.23
4	18	30	375	4.73
5	18	50	375	3.99
6	18	100	375	2.95

Tableau II-3 : Courant collecté par l'électrode intermédiaire dans plusieurs configurations à double étage.

flèches et l'intensité par l'échelle de couleurs (unité arbitraire). On voit ici comment une partie des électrons ayant traversé la zone d'accélération sur la droite vient taper l'électrode. Il y a aussi une augmentation du courant d'électrons entre l'électrode intermédiaire et l'anode due à l'ionisation du xénon. Le flux est maximal dans la zone du zéro de champ magnétique (là où la mobilité électronique est maximale) et près de l'anode. Près de l'électrode intermédiaire les électrons suivent les lignes de champ magnétique. Un des points faibles de la modélisation fluide étant la description de la mobilité électronique, on peut se demander si le comportement de l'électrode intermédiaire change radicalement avec les coefficients de mobilité. Le Tableau II-2

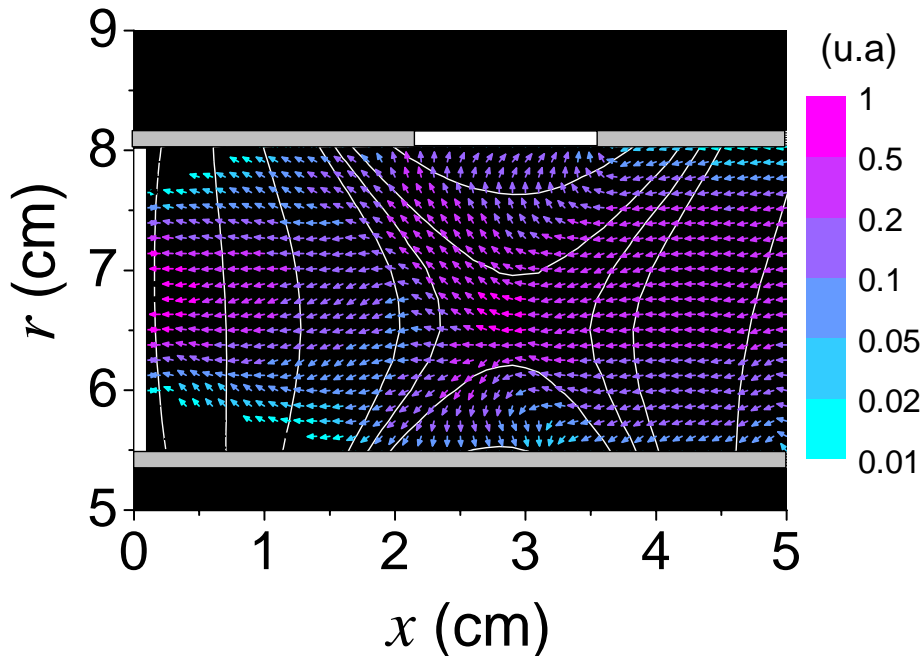


Figure II-14 : Flux d'électrons dans le canal de décharge dans une configuration de champ magnétique à double étage ; les lignes blanches représentent les lignes de champ magnétique ; le flux est représenté par des vecteurs dont l'intensité est déterminée par l'échelle de couleurs.

fournit les courants incidents calculés sur l'électrode pour différents coefficients de mobilité. Lorsqu'on utilise un seul coefficient à l'intérieur du canal, l'électrode n'est jamais émissive. Elle peut le devenir à condition que le coefficient de mobilité dans la zone d'ionisation k_{in}^1 soit un ordre de grandeur plus grand que celui dans la zone d'accélération k_{in}^2 . Pourtant, il n'y a pas de raison pour que la différence entre ces deux coefficients soit d'un ordre de grandeur. Entre autres, le rapport du maximum de champ magnétique de chaque zone est de 1.33. Il semble donc peu probable que cette électrode ait besoin d'être émissive dans ces conditions.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre une description détaillée du modèle hybride utilisé pour modéliser un propulseur à effet Hall. Ce modèle étudie la décharge plasma du propulseur de façon axisymétrique dans un plan axi-radial. Les ions et les neutres sont traités de façon particulière avec un modèle Monte Carlo, tandis que les électrons, plus légers et magnétisés, sont assimilés à un fluide. La modélisation particulière des particules lourdes ne pose pas de problème ; la partie fluide est la plus délicate à traiter. Nous avons présenté un nouvel algorithme capable de résoudre les équations fluides en deux dimensions, ce qui n'était pas le cas avec l'ancienne méthode. La modélisation du PPS[®]100 avec l'ancienne et cette nouvelle méthode permet de montrer que celles-ci sont équivalentes au niveau des résultats. L'avantage du nouvel algorithme est de pouvoir travailler sur une grille rectangulaire ; la même que la grille particulière. On évite ainsi d'avoir à définir une grille fluide qui suive les lignes de champ magnétique. Ceci a été mis en évidence par l'étude du DSHET, un moteur à double étage, dont la configuration magnétique complexe s'adapte parfaitement à ce nouvel algorithme. Le moteur a été modélisé dans une configuration à simple et double étage, dont le but est de séparer la zone d'ionisation de la zone d'accélération.

Un des points faibles de la modélisation fluide des électrons est la description du transport. Nous avons vu dans ce chapitre que le transport collisionnel classique est insuffisant pour expliquer les courants expérimentaux. Pour compenser ce manque, on ajoute dans le modèle une mobilité « anormale » à la mobilité électronique perpendiculaire aux lignes de champ magnétique. Cette façon de procéder permet de retrouver une grande partie des mesures expérimentales en utilisant des coefficients empiriques. Pourtant, l'origine et la définition d'une telle mobilité anormale sont méconnues. Le chapitre suivant propose une interprétation de cette mobilité à travers l'étude de l'interaction entre les électrons et une turbulence azimutale dans le propulseur.

Chapitre III

Turbulence azimutale et transport électronique

La motivation de ce chapitre est principalement la méconnaissance générale de ce qui est souvent appelé la mobilité « anormale ». Depuis le début du développement des moteurs à effet Hall, la turbulence azimutale dans la zone de forte dérive a fait l'objet de nombreuses études. Le spectre en fréquence et en longueur d'onde de cette turbulence est très large. Un modèle Particle-In-Cell développé au CPHT par Jean Claude Adam et Anne Héron a mis en évidence : 1) la présence d'une onde de champ électrique azimutal due à une instabilité de dérive 2) un lien entre cette onde et le transport axial électronique. Ce modèle a réussi à reproduire la plupart des caractéristiques du propulseur sans l'ajout de phénomènes extérieurs pour augmenter le transport axial des électrons. Plus récemment, une expérience de diffusion collective a réussi à mettre en évidence l'existence d'une onde azimutale de champ électrique aux caractéristiques proches de celle décrite par le modèle PIC.

Après la description de ces manifestations de la turbulence azimutale dans la première partie, nous illustrons le comportement des électrons dans un propulseur à travers l'étude de trajectoires d'électrons en trois dimensions. La troisième partie de ce chapitre développe d'abord l'interaction onde-électron dans un cas simple, puis l'étude de particules test dans une configuration similaire à celle d'un propulseur, avec l'ajout d'une onde de champ électrique azimutale définie à partir des résultats du modèle PIC. Le but est de caractériser la physique de cette turbulence et de son influence sur le transport axial électronique pour, à terme, la prendre en compte dans une approche fluide.

III.A Manifestations de la turbulence azimutale dans un propulseur

III.A.1 Problématique de départ : la mobilité anormale

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, une des limitations de la modélisation fluide des électrons concerne la mobilité perpendiculaire au champ magnétique. Dans les zones de faible densité d'atomes du moteur, la mobilité collisionnelle classique est un ordre de grandeur inférieure à celle évaluée expérimentalement. La plupart des modèles fluides contournent cette difficulté en ajoutant à la mobilité classique une mobilité dite « anormale »⁶⁰. Revenons brièvement sur cette façon de procéder. Dans le modèle hybride présenté dans le chapitre précédent, et dans la plupart des approches fluides de HET, on ajoute à la fréquence de collisions classiques ν_c (collisions avec les neutres et collisions Coulombiennes) une fréquence de collisions effective ν_{eff} supposée représenter tous les phénomènes physiques qui ne sont pas pris en compte avec une approche fluide mais potentiellement responsables d'un transport électronique. Le plus souvent ceux-ci concernent des interactions avec la paroi ou la turbulence plasma. L'ajout de cette fréquence effective est répercutée sur la mobilité totale, que l'on peut séparer en mobilité classique μ_c et mobilité anormale μ_{eff} , et qui s'écrit:

$$\mu = \mu_c + \mu_{eff} = \frac{e}{m_e} \frac{\nu_c}{\nu^2 + \omega^2} + \frac{e}{m_e} \frac{\nu_{eff}}{\nu^2 + \omega^2} \approx \frac{1}{B\omega} (\nu_c + \nu_{eff}) \quad (\text{III-1})$$

L'approximation de la dernière égalité est valable dans les zones de fort champ magnétique. En particulier, cette approximation est valable près du plan de sortie, là où il faut faire appel à une mobilité anormale, où ω est de l'ordre de 10^9 s^{-1} et ν (même en ajoutant une éventuelle fréquence effective) n'est que de l'ordre de 10^6 s^{-1} ($\omega \gg \nu$).

Nous avons déjà expliqué comment historiquement Morozov a d'abord attribué la mobilité anormale à des interactions avec la paroi. L'intérêt porté à la turbulence azimutale est plus tardif. Pourtant, l'existence d'oscillations azimutales dans les HET est connue depuis longtemps. De telles oscillations existent sur une large gamme de fréquences et depuis le renouveau des HET en Europe et aux Etats-Unis, un grand nombre de caractérisations expérimentales ont vu le jour. Janes et Lowder⁸⁴ ont été les premiers à proposer une théorie reliant les fluctuations azimutales de densité et de potentiel à une diffusion électronique au-dessus du niveau collisionnel dans un système similaire aux propulseurs actuels. Leurs mesures par sonde ont montré l'existence d'ondes azimutales de densité et de champ électrique azimutal corrélées dans la gamme de 10 kHz et explicables par des instabilités d'ionisation. Les oscillations dans la gamme de 5-10 kHz ont aussi été observées postérieurement par Esipchuk *et al.*⁸⁵ et par Chesta *et al.*⁸⁶. Dans la gamme de 5-10 MHz, les mesures de Lazurenko *et al.*^{87,88} réalisées à l'aide de sondes de Langmuir et antennes en sortie du propulseur ont aussi montré l'existence d'ondes azimutales. Deux études théoriques indépendantes ont réussi à montrer l'existence de ces oscillations^{89,90}. Finalement, nous allons voir dans la section suivante comment le code Particle-In-Cell développé par Jean-Claude Adam et Anne Héron au CPHT⁹¹ met également en évidence ces oscillations. De manière

générale, la turbulence, sur une large gamme de fréquences et de longueurs d'onde, est clairement présente dans le propulseur.

Si la présence d'ondes azimutales dans les propulseurs ne fait pas de doute, son rôle dans le transport électronique est méconnu. Comme détaillé dans le chapitre précédent, le modèle hybride fait appel à une diffusion de type Bohm pour prendre en compte l'effet de la turbulence sur le transport. Ce type de diffusion a été découvert par Bohm, Burhop et Massey en 1946 alors qu'ils travaillaient sur un arc magnétique pour la séparation des isotopes d'Uranium. Bohm a alors proposé une formule empirique du coefficient de diffusion :

$$D_B = \frac{1}{16} \frac{kT_e}{eB} \quad (\text{III-2})$$

ce qui, en termes de fréquence effective, se traduit par v_{eff} proportionnelle à B ou un profil de mobilité μ_{eff} en $1/B$:

$$\mu_{eff} = \frac{k}{16} \frac{1}{\omega} \quad (\text{III-3})$$

C'est ce type de mobilité que nous avons utilisé jusqu'à maintenant dans le modèle hybride, avec des facteurs k empiriques différents à l'intérieur et à l'extérieur du canal de décharge, choisis de façon à se rapprocher le plus possible des mesures expérimentales disponibles. La diffusion de Bohm a été vérifiée quantitativement dans un grand nombre de cas expérimentaux, particulièrement dans des plasmas de fusion. Pourtant dans le cas du propulseur, nous allons voir qu'une diffusion de type Bohm n'est pas plausible. L'utilisation d'une diffusion de type Bohm dans le modèle hybride s'est justifiée jusqu'à maintenant plus par un aspect pratique que par une compréhension de la physique du propulseur. Notre but est donc d'abord de comprendre les mécanismes du transport turbulent puis de voir s'il est possible de les prendre en compte avec une approche fluide.

III.A.2 Modèle PIC dans les directions axiale et azimutale

Description du modèle

La mobilité anormale ayant été attribuée dans un premier temps à des interactions avec la paroi, la plupart des modèles de propulseur ont été développés dans les directions axiale et radiale. Il existe peu de simulations numériques dans la direction azimutale capables de mettre en évidence une turbulence azimutale. Jean Claude Adam et Anne Héron ont développé au CPHT un modèle Particle-In-Cell dans la direction axiale et azimutale⁹¹. Le domaine de calcul du modèle est représenté sur la Figure III-1. Il correspond à une « tranche » de cylindre surfacique situé à un rayon arbitraire dans le canal de décharge. Cette surface est ramenée à un plan dans les directions x et y . θ est donc assimilée à y . La direction radiale n'est pas prise en compte. Les conditions de bord en y sont périodiques. Une différence de potentiel est appliquée entre les deux bords ouverts en x , représentant chacun l'anode et la cathode. Le champ magnétique est considéré comme purement radial (direction z dans le code PIC), et son profil est fixé suivant la configuration magnétique étudiée ; il ne dépend que de la position axiale x . Les ions et les électrons sont décrits de manière particulière. L'inconvénient majeur de l'approche cinétique est qu'il faut résoudre la longueur de Debye ($\Delta x < \lambda_D$) et utiliser un pas de temps qui vérifie $\omega_p \Delta t < 0.2$, où ω_p est la fréquence plasma. La densité plasma

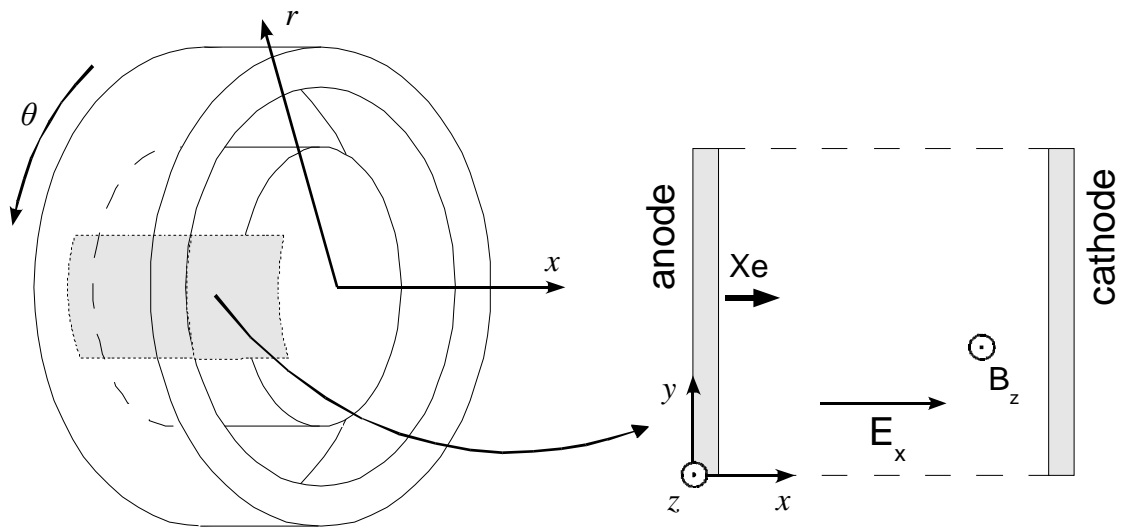


Figure III-1 : Domaine d'étude du code PIC du CPHT dans les directions axiale et azimuthale ; la direction azimuthale est assimilée à y.

varie temporellement de plus d'un ordre de grandeur dans le propulseur. Ces variations limitent le pas de temps et la largeur de la maille nécessaires au maintien de la stabilité. Un schéma implicite permet de passer outre cette limitation. On peut alors se contenter de résoudre le rayon de Larmor et la fréquence cyclotron électronique, ce qui impose un pas de temps de l'ordre de 10^{-11} s. La simulation doit être réalisée sur plusieurs centaines de microsecondes (pour suivre les atomes). Une bonne statistique nécessite de traiter quelques millions de particules. L'étude d'une tranche de cylindre (au lieu de tout le périmètre) permet donc d'alléger la lourdeur d'un tel calcul cinétique. Des simulations sur des longueurs variables en y ont montré que ceci n'avait pas d'influence sur les résultats. Le nombre de particules utilisées est choisi de façon à limiter la diffusion numérique. Une des motivations de ce code étant de comprendre le transport électronique, il faut à tout prix éviter d'avoir des résultats faussés par un bruit numérique. Le code traite les collisions entre électrons et atomes ainsi que les collisions des électrons avec les parois (jusqu'à $x=2.5$ cm, qui correspond au plan de sortie du moteur). Ces collisions pariétales sont modélisées par une barrière de potentiel modélisant la gaine. Le détail du code et des résultats sont donnés dans le papier en référence⁹¹.

Longueur domaine	3 cm
Rayon interne	2 cm
Rayon externe	4 cm
Débit de gaz	5 mg.s^{-1}
Tension	300 V
Champ magnétique maximal	170 G

Tableau III-1 : Paramètres de simulation pour le modèle PIC dans le cas représenté (illustratif du PPS[®]100 au nominal).

Les paramètres typiques de simulation sont donnés sur le Tableau III-1. Ils correspondent au cas classique d'un propulseur PPS®100. Les résultats présentés dans cette section correspondent tous aux paramètres présentés dans ce tableau. D'autres simulations ont été effectuées pour étudier l'influence de la tension de décharge, du champ magnétique ou encore de la longueur du canal⁹¹.

Résultats majeurs

Quelques propriétés de la décharge sont présentées sur la Figure III-2. On y voit : a) la densité plasma et b) la densité de xénon en fonction de la position axiale (abscisse) et du temps (ordonnée). Les densités sont tracées sur 80 μs , ce qui nous permet de voir une oscillation entière de la zone d'ionisation et le début d'une deuxième. Ce type d'oscillation correspond aux oscillations basse fréquence (10 kHz) également mises en évidence par le modèle hybride et décrites dans le chapitre précédent. On voit clairement sur les deux densités comment le pic d'ionisation à $t=40 \mu\text{s}$ provoque une déplétion des atomes de xénon. Ce pic d'ionisation est également visible sur la variation temporelle du courant électronique de la Figure III-3b. Les moyennes temporelles du

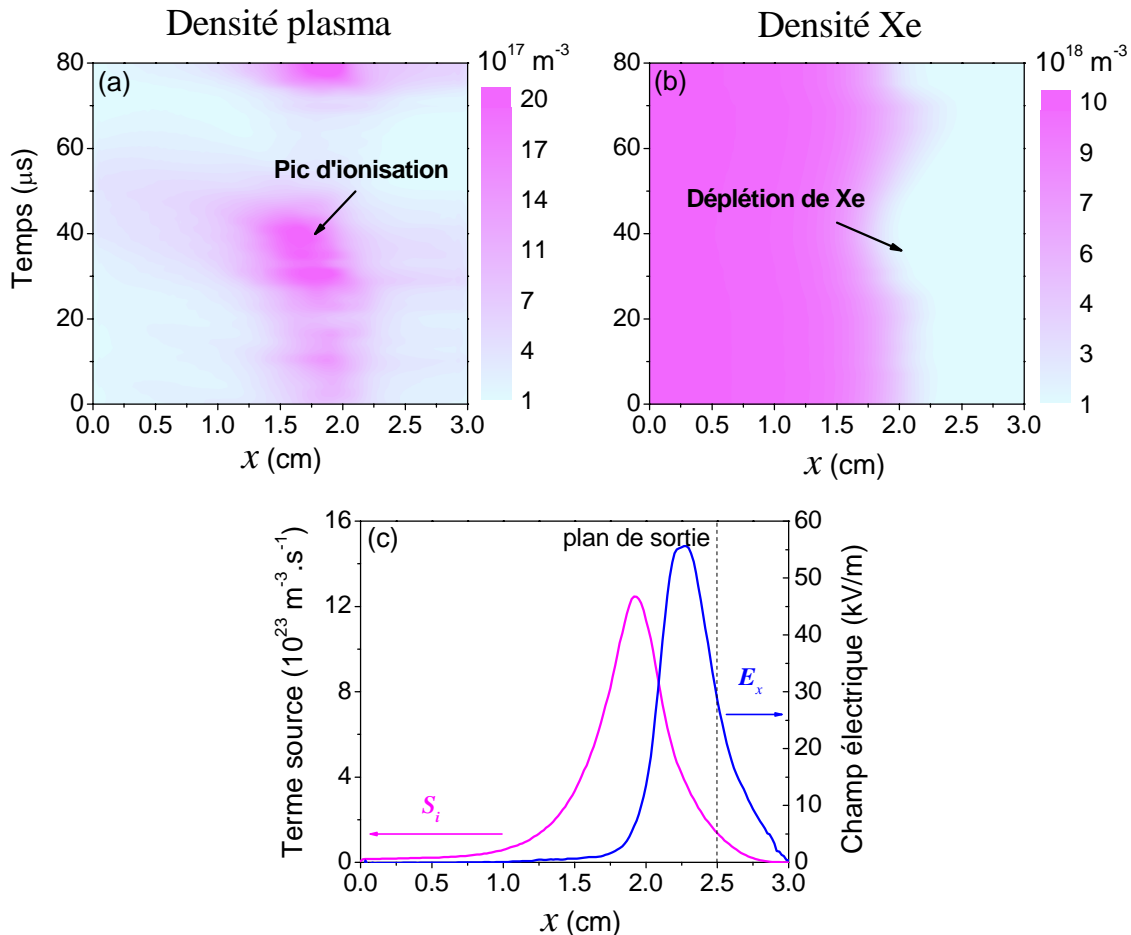


Figure III-2 : a) Densité plasma (10^{17} m^{-3}) en fonction du temps et de la position axiale x . b) Densité de xénon (10^{18} m^{-3}) en fonction du temps et de la position axiale x . c) Profils moyens du terme source d'ionisation (magenta, axe de gauche) en $10^{23} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ et du champ électrique axial (bleu, axe de droite) en kV/m.

champ électrique axial (bleu) et du terme source d'ionisation (magenta) sont tracées sur la Figure III-2c. Le champ électrique atteint un maximum de 55 kV/m à quelques millimètres du plan de sortie et chute rapidement dans le canal ; il n'est plus que de 5 kV/m à 7 mm du plan de sortie. Le terme source d'ionisation atteint lui $1.22 \times 10^{24} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ à 7 mm du plan de sortie. Le recouvrement des zones d'ionisation et d'accélération est bien visible sur cette figure. Le courant moyen d'électrons est de 1.2 A pour un courant d'ions de 3.3 A (courant total de 4.5 A).

Les résultats de ce modèle PIC sont bien en accord avec les résultats du modèle hybride ainsi qu'avec les mesures expérimentales de courant. Pourtant, il n'y a dans ce modèle PIC aucun artefact augmentant artificiellement le transport axial des électrons, comme le fait la mobilité « anormale » dans le modèle hybride.

Deux différences majeures entre ces deux modèles peuvent expliquer cela. Premièrement : l'approche cinétique permet de prendre en compte des phénomènes physiques négligés dans l'approche fluide. L'ajout d'une fréquence de collisions effective dans le modèle hybride est une façon de palier aux simplifications physiques de l'approche fluide. Deuxièmement : contrairement au modèle hybride, le modèle PIC prend en compte la direction azimutale. Les phénomènes à l'origine du transport électronique axial plus grand que le transport collisionnel sont donc : soit purement cinétiques, soit décrits dans la direction azimutale. La turbulence azimutale est donc un candidat idéal.

La Figure III-3a montre justement l'existence d'une onde de champ électrique dans la direction azimutale. Y est tracée l'amplitude moyenne de la composante azimutale du champ électrique, E_y , en fonction de x et y . L'onde est complexe, puisqu'elle contient un grand nombre de modes. Dans toute la suite nous traiterons cette onde comme un seul mode caractérisé par une longueur d'onde λ ou un nombre d'onde $k=2\pi/\lambda$. L'onde est oblique. Son amplitude est forte entre 1.6 et 3 cm. Son amplitude maximale, moyennée azimutalement, est de 11 kV/m, ce qui représente tout de même 20 % de l'amplitude maximale du champ électrique axial. La longueur d'onde est d'environ 1 mm. La concentration de l'onde dans la zone de fort champ magnétique évoque une instabilité

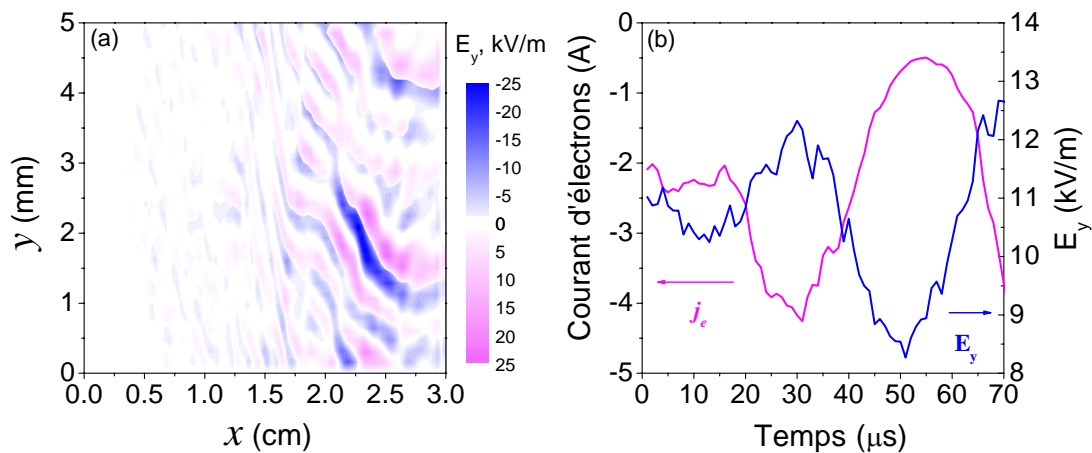


Figure III-3 : a) Amplitude de E_y (kV/m), composante azimutale du champ électrique, en fonction de la position axiale x et azimutale y . b) Evolution temporelle du courant d'électrons (magenta, axe de gauche ; en A et négatif car dirigé vers l'anode) et de la norme de E_y (bleu, axe de droite, en kV/m). Ces grandeurs sont des moyennes dans la direction azimutale à $x=2.4$ cm.

de dérive (dérive de Hall, dans la direction $E \times B$). Alexandre Ducrocq a d'ailleurs montré⁸⁹ à travers l'étude de l'équation de dispersion dans un tel cas l'existence de modes azimuthaux instables à des nombres d'onde multiples de v_d/ω ($v_d=E/B$). Le lien entre cette onde azimuthale et le transport électronique axial est mis en évidence sur la Figure III-3b. Y sont tracés en fonction du temps le courant d'électrons (magenta) ainsi que l'amplitude (en valeur absolue) de la composante azimuthale du champ E_y (bleu), à $x=2.4$ cm. Les maxima (en valeur absolue) du courant électronique correspondent à des maxima d'amplitude de E_y . Il y a clairement, dans ce modèle, une corrélation entre les deux.

III.A.3 Diffusion collective

Principe des mesures et mise en place

Afin de vérifier l'existence et les propriétés des fluctuations de champ mises en évidence dans le code PIC, une expérience de diffusion collective⁹² a été mise en place par Dominique Grésillon et Sédina Tsikata du LPTP. Le banc optique PRAXIS (Propulsion Analysis eXperiments via Infrared Scattering) a été développé spécifiquement pour cela et a été installé sur le banc d'essais PIVOINE à Orléans. Le montage expérimental est illustré sur la Figure III-4. Un laser CO_2 de 42 W est émis perpendiculairement à l'axe du propulseur (qui coïncide avec l'axe du caisson). Il traverse une des fenêtres de diagnostic de PIVOINE de 10 cm de diamètre. Le laser traverse la plume du propulseur à une distance variable du plan de sortie (entre 7.5 mm

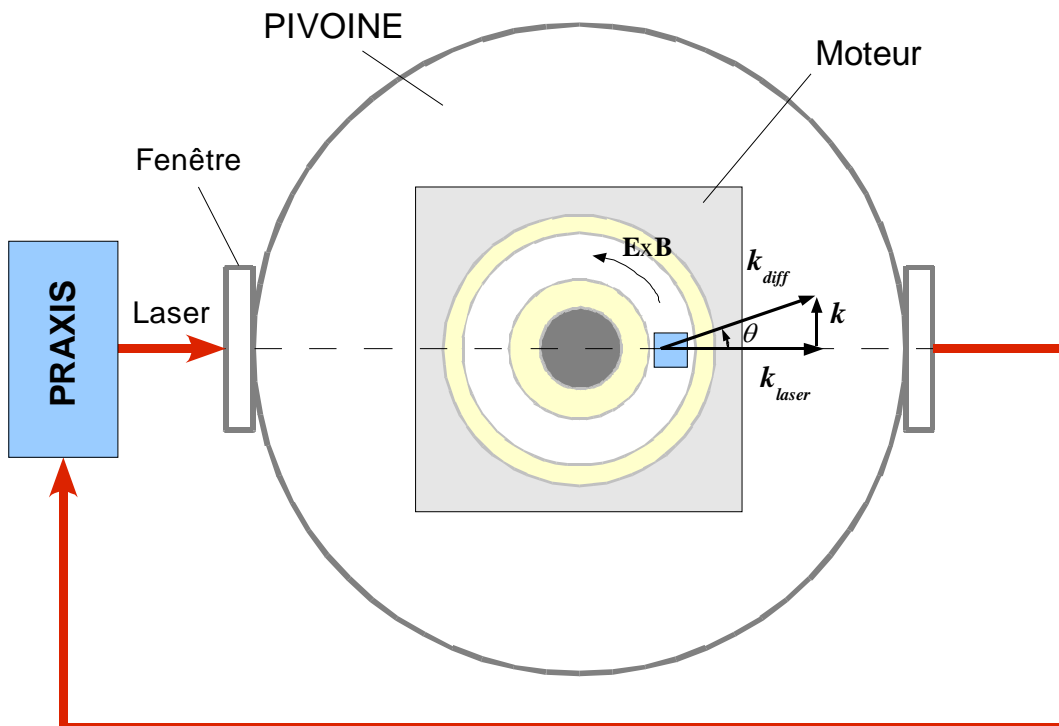


Figure III-4 : Principe schématique de l'expérience de diffusion collective sur PIVOINE.

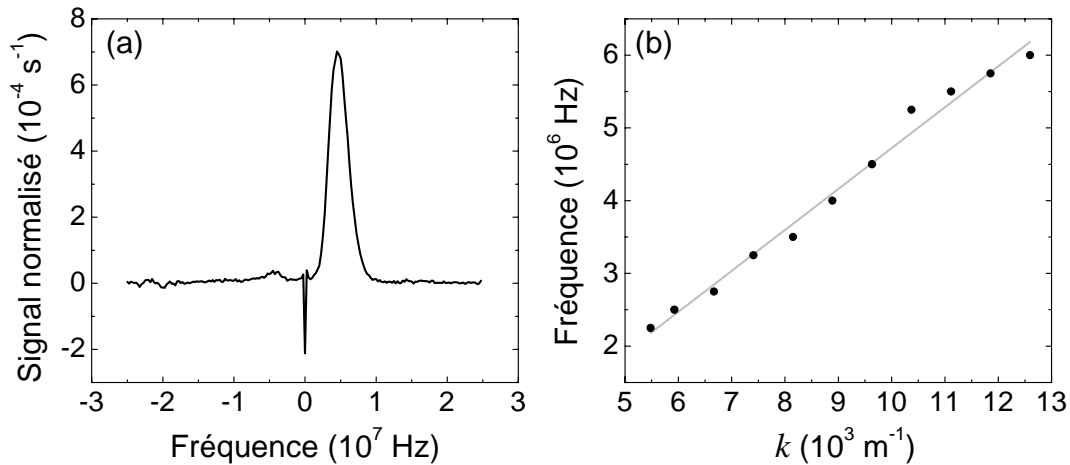


Figure III-5 : a) Exemple de signal mesuré par diffusion collective pour un nombre d'onde de 9630 rad/m ; le pic du signal est à 4.5 MHz. b) Fréquence du maximum de signal en fonction du nombre d'onde observé. La droite grise correspond à une interpolation linéaire.

et 10 cm). Le signal diffusé par le plasma est récupéré par un détecteur hétérodyne. Le volume observé est un cylindre de 2.5 mm de diamètre et 250 mm de longueur. L'angle de détection varie entre 8 et 21 mrad. Pour chaque angle de détection, le signal est analysé en fréquence.

Le signal recueilli est proportionnel à la transformée de Fourier des fluctuations de densité. Le vecteur d'onde de ces fluctuations est égal à la différence entre le vecteur d'onde diffusé et incident. Chaque nombre d'onde correspond donc à une direction de diffusion: $k \approx k_{laser} \theta = 2\pi\theta / \lambda_{laser}$. Les nombres d'onde observés sont perpendiculaires, dans la direction de la dérive azimutale en $E \times B$. Le résultat de chaque mesure est le spectre en fréquence de l'onde perpendiculaire pour chaque nombre d'onde perpendiculaire observé.

Un exemple de spectre est donné sur la Figure III-5a. Pour obtenir ce genre de spectre, il faut soustraire à la mesure le spectre de fond, sans plasma. Le nombre d'onde observé est de 9630 rad/m. Les fréquences positives correspondent à une propagation dans le sens de $E \times B$. Le spectre donné sur cette figure présente un pic à 4.5 MHz et un léger pic symétrique à -4.5 MHz. Une série de mesures à différents nombres d'onde a été effectuée. Sur la Figure III-5b est tracée la fréquence en fonction du nombre d'onde. La fréquence varie linéairement avec le nombre d'onde ; la vitesse de phase de l'onde est de 3.5×10^3 m/s. Dans le volume de détection, la vitesse de dérive azimutale E/B est d'environ 2×10^6 m/s. La vitesse de phase est largement inférieure à la vitesse de dérive. Des mesures ont aussi été effectuées à différentes positions axiales. L'amplitude des fluctuations atteint un maximum à 1.35 cm du plan de sortie puis avoisine zéro à 5 cm du plan de sortie. Les fluctuations sont donc présentes au moins jusqu'à la ligne magnétique interceptant la cathode.

Comparaison avec les résultats du modèle PIC

Les mesures expérimentales présentées ici mettent en évidence la présence d'instabilités azimutales dans les moteurs à effet Hall. De plus, les caractéristiques de l'onde observée

sont très proches de celles mises en évidence par le modèle PIC du CPHT. Les longueurs d'onde observées sont de l'ordre, voir inférieures, au rayon de Larmor. La gamme de fréquence observée, de l'ordre de la dizaine de MHz, est la même dans les deux cas. Finalement, la présence de ce type de fluctuations à l'extérieur du canal de décharge et assez loin du plan de sortie (jusqu'à 3 cm du plan) nous conforte dans l'idée d'associer un transport électronique à la turbulence azimutale.

III.B Trajectoires d'électrons dans un propulseur

Nous venons de voir dans la section précédente différentes manifestations d'une onde de champ électrique dans les propulseurs à effet Hall. Le modèle PIC développé par le CPHT montre sans ambiguïté le lien de cause à effet entre la présence d'un champ électrique azimuthal fluctuant et un transport électronique accru. Cependant, la complexité physique et numérique du code PIC ne nous permet pas toujours d'avoir une image du lien entre le champ fluctuant et le transport électronique aussi parlante que ce que l'on voudrait.

Dans le but de se familiariser avec le comportement, perturbé ou non, des électrons dans un propulseur, on propose dans un premier temps d'étudier des trajectoires d'électrons en 3D. Ces trajectoires sont d'abord étudiées dans un champ croisé $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ simple puis dans une configuration inspirée des résultats du modèle PIC mais dans une géométrie 3D. Les électrons sont injectés à la cathode et sont suivis jusqu'à l'anode.

III.B.1 Modèle particulaire des électrons

On présente dans cette section le modèle particulaire utilisé pour simuler les trajectoires des électrons dans le propulseur. Les électrons sont soumis à un champ électrique \mathbf{E} et un champ magnétique \mathbf{B} . Le modèle prend en compte les collisions élastiques et les réflexions aux parois (dans le canal et sur les plaques avant du moteur).

Algorithme de résolution

Soit $\mathbf{p}(x,y,z)$ le vecteur position et $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$ le vecteur vitesse de l'électron. La trajectoire de l'électron est déterminée par son équation du mouvement :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E} - \frac{e}{m_e} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{III-4})$$

Cette équation est résolue numériquement en utilisant le schéma « leap-frog ». On rappelle que dans ce schéma, la position et la vitesse de la particule sont connues à un demi pas de temps d'écart (voir chapitre II). L'équation du mouvement discrétisée devient :

$$\frac{1}{\Delta t} \left(\mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} - \mathbf{v}_{t-\frac{\Delta t}{2}} \right) = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E} - \frac{e}{m} \frac{1}{2} \left(\mathbf{v}_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} \right) \times \mathbf{B} \quad (\text{III-5})$$

$$\mathbf{p}_{t+\Delta t} = \mathbf{p}_t + \mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} \Delta t \quad (\text{III-6})$$

La résolution directe de cette équation est lourde et nécessite un grand nombre d'opérations. Une méthode plus performante et souvent employée pour résoudre ce type d'équation, dite de Boris, est utilisée⁵⁹. Soit \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 les vitesses intermédiaires suivantes:

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{t-\frac{\Delta t}{2}} - \frac{e\Delta t}{2m_e} \mathbf{E} \quad (\text{III-7})$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} + \frac{e\Delta t}{2m_e} \mathbf{E} \quad (\text{III-8})$$

En injectant ces vitesses dans l'équation du mouvement, on obtient :

$$\frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} = -\frac{e}{m_e} (\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_1) \times \mathbf{B} \quad (\text{III-9})$$

qui décrit une rotation. Soit \mathbf{b} un vecteur unitaire tel que $\mathbf{B} = B\mathbf{b}$. On introduit une nouvelle vitesse intermédiaire \mathbf{v}_f :

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{t}, \text{ où } \mathbf{t} = \frac{\omega\Delta t}{2} \mathbf{b} \quad (\text{III-10})$$

Puisque $(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \times (\mathbf{v}_f \times \mathbf{B}) = \mathbf{0}$, $(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)$ est parallèle à $(\mathbf{v}_f \times \mathbf{B})$. Il existe donc un vecteur \mathbf{s} tel que :

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_f \times \mathbf{s} \quad (\text{III-11})$$

De plus, puisque \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 ont la même norme : $\mathbf{s} = 2t / (1 + t^2) \mathbf{b}$. On obtient ainsi \mathbf{v}_2 , puis $\mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}}$ en ajoutant une demi accélération. L'algorithme utilisé peut être résumé ainsi:

- Première demi accélération: $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{t-\frac{\Delta t}{2}} - \frac{e\Delta t}{2m} \mathbf{E} \quad (\text{III-12})$

- Rotation : $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{t}) \times \mathbf{s} \quad (\text{III-13})$

- Deuxième demi accélération: $\mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} = \mathbf{v}_2 - \frac{e\Delta t}{2m} \mathbf{E} \quad (\text{III-14})$

- Nouvelle position : $\mathbf{p}_{t+\Delta t} = \mathbf{p}_t + \mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} \Delta t \quad (\text{III-15})$

Réflexions aux parois

Les réflexions aux parois sont considérées comme spéculaires. Sur chaque pas de temps, on détecte si l'électron a franchi une paroi ou pas. Si c'est le cas, on suit la particule jusqu'à la paroi pendant Δt_{paroi} puis on calcule la trajectoire réfléchie pendant le temps restant $\Delta t - \Delta t_{\text{paroi}}$ jusqu'à la position $\mathbf{p}_{t+\Delta t}$. La trajectoire lors d'une réflexion peut être séparée en deux parties, avant et après la réflexion :

$$\mathbf{p}_{t+\Delta t} = \mathbf{p}_t + \Delta t_{\text{paroi}} \mathbf{v}_{t+\frac{\Delta t}{2}} + (\Delta t - \Delta t_{\text{paroi}}) \mathbf{v}' \quad (\text{III-16})$$

où \mathbf{v}' est la vitesse de la particule réfléchie (la composante perpendiculaire à la paroi est inversée). Le temps mis pour atteindre la paroi Δt_{paroi} est calculé à partir de la distance à la paroi d_{paroi} et de la composante de la vitesse perpendiculaire à la paroi v_{paroi} : $\Delta t_{\text{paroi}} = d_{\text{paroi}} / v_{\text{paroi}}$. Pour des réflexions non spéculaires, il suffit de tirer une direction aléatoire pour \mathbf{v}' .

Traitement des collisions

Nous présentons ici uniquement l'étude des collisions élastiques (entre les électrons et les atomes), qui sont les seules prises en compte dans les trajectoires en trois dimensions des électrons. On connaît la fréquence de collision élastique à chaque point et on utilise la méthode de la collision nulle. En cas de collision, celle-ci est traitée dans le repère du centre de masse, dont la vitesse est $\mathbf{v}_{\text{cm}} = m_e / (m_e + M) \mathbf{v}$, où m_e est la masse de l'électron, M la masse du xénon et \mathbf{v} est la vitesse incidente de l'électron dans le repère du laboratoire. La vitesse incidente de la particule dans le repère du centre de masse s'écrit $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{\text{cm}}$. La vitesse après collision $\tilde{\mathbf{v}}'$ a la même norme que $\tilde{\mathbf{v}}$ et sa direction est tirée aléatoirement. On revient finalement dans le repère du laboratoire pour obtenir la vitesse de la particule après collision $\mathbf{v}' = \tilde{\mathbf{v}}' + \mathbf{v}_{\text{cm}}$. Les pertes d'énergie sont de l'ordre de $2m_e/M$, ce qui pour des collisions entre des électrons et des neutres de xénon est négligeable.

III.B.2 Définition des champs de force

Pour calculer la trajectoire d'un électron, il faut connaître à chaque position la valeur du champ électrique et du champ magnétique. Nous décidons de prendre comme champs ceux prédits par le code hybride pour un PPS[®] 100 en régime nominal (débit de 5 mg/s et tension de 300 V). Les champs sont fixés et invariants dans la direction azimutale ; ils sont connus sur chaque plan axi-radial (x,r) . Les sorties du code hybride dont on dispose sont le potentiel électrique et la fonction λ à chaque nœud de la grille. Il faut interpoler ces grandeurs dans le plan (x,r) pour avoir les valeurs des champs électrique et magnétique à la position de l'électron. Le champ magnétique, issu de FEMM, est très proche du champ réellement présent dans le propulseur. En ce qui concerne le champ électrique, il y a une incertitude puisque dans le code hybride le transport des électrons n'est pas correctement modélisé. Cependant, un grand nombre de résultats du code hybride restent en accord avec les résultats expérimentaux ce qui suffit à justifier la validité d'un point de vue illustratif des trajectoires simulées avec ce champ.

Champ électrique

En ce qui concerne le champ électrique, on peut utiliser deux schémas d'interpolation : un schéma à conservation de quantité de mouvement ou un schéma à conservation d'énergie. Dans le premier, on calcule les composantes du champ électrique à chaque nœud par différences finies, puis on interpole directement le champ électrique à partir des valeurs aux quatre nœuds. Dans le deuxième, on interpole le potentiel dans la cellule active, puis on en déduit par dérivation le champ électrique. Voyons le détail pratique de ces deux schémas (une étude plus poussée est donnée dans l'Annexe C). Soit (x,r) la position exacte de la particule et (i,j) la cellule active. Le potentiel est connu à chaque nœud de la cellule.

Dans un schéma à conservation de quantité de mouvement, on commence par calculer le champ électrique par différences finies à chaque nœud comme on le voit sur la Figure III-6 :

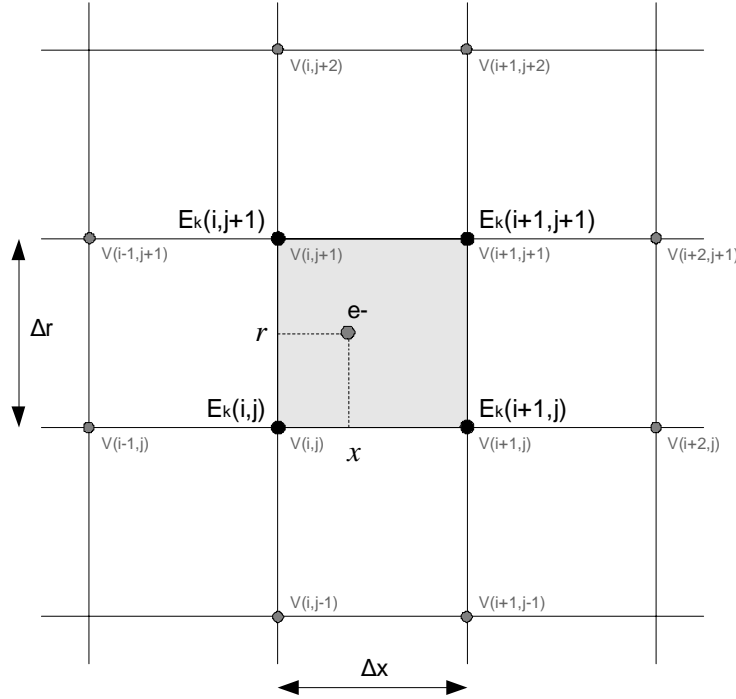


Figure III-6 : Schéma d'interpolation du champ électrique dans le plan (x,r) pour la méthode à conservation de quantité de mouvement.

$$\begin{aligned}
 E_x(i, j) &= -\frac{V(i+1, j) - V(i-1, j)}{2\Delta x} \\
 E_r(i, j) &= -\frac{V(i, j+1) - V(i, j-1)}{2\Delta r}
 \end{aligned}
 \tag{III-17}$$

On connaît ainsi le champ électrique à chaque nœud. Le champ électrique en (x, r) est ensuite calculé avec une fonction d'interpolation bilinéaire :

$$\begin{aligned}
 E_x(x, r) &= E_x(i, j) + a_{i,j}^x(x - x_i) + b_{i,j}^x(r - r_j) + c_{i,j}^x(x - x_i)(r - r_j) \\
 E_r(x, r) &= E_r(i, j) + a_{i,j}^r(x - x_i) + b_{i,j}^r(r - r_j) + c_{i,j}^r(x - x_i)(r - r_j)
 \end{aligned}
 \tag{III-18}$$

Le champ électrique est continu, mais $\partial E_x / \partial r \neq \partial E_r / \partial x$. Il n'existe donc pas de fonction V , telle que $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}(V)$. Ceci reste vrai même pour des interpolations d'ordre plus élevé. Ce schéma ne conserve donc pas l'énergie, même lorsque le pas de temps rend vers zéro.

Dans un schéma à conservation d'énergie, comme le montre la Figure III-7, la valeur du potentiel électrique en (x, r) est calculée en interpolant les quatre valeurs aux nœuds. On utilise une fonction d'interpolation bilinéaire du type:

$$V(x, r) = a_{i,j}(x - x_i) + b_{i,j}(r - r_j) + c_{i,j}(x - x_i)(r - r_j) + d_{i,j}
 \tag{III-19}$$

Les facteurs d'interpolation sont calculés à partir de la valeur de V aux quatre nœuds:

$$a_{i,j} = \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{x_{i+1} - x_i}
 \tag{III-20}$$

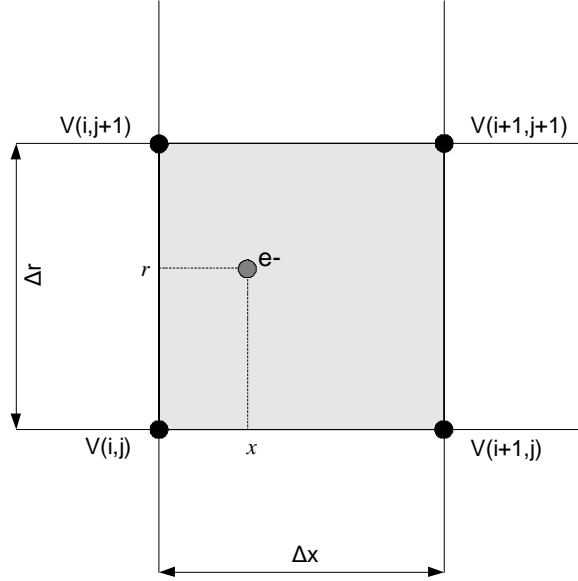


Figure III-7 : Schéma d'interpolation bidimensionnel du potentiel électrique dans le plan (x,r) pour la méthode à conservation d'énergie.

$$b_{i,j} = \frac{V(i, j+1) - V(i, j)}{r_{j+1} - r_j} \quad (\text{III-21})$$

$$c_{i,j} = \frac{(V(i+1, j+1) + V(i, j)) - (V(i+1, j) + V(i, j+1))}{(x_{i+1} - x_i)(r_{j+1} - r_j)} \quad (\text{III-22})$$

$$d_{i,j} = V(i, j) \quad (\text{III-23})$$

On en déduit alors le champ électrique en (x, r) :

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} = -a_{i,j} - c_{i,j}r \\ E_r &= -\frac{\partial V}{\partial r} = -b_{i,j} - c_{i,j}x \end{aligned} \quad (\text{III-24})$$

On a bien $\mathbf{E} = -\mathbf{grad}(V)$, ce qui garantit la conservation de l'énergie dans ce schéma. Le désavantage de cette méthode est que le champ électrique est discontinu aux points limitrophes de deux cellules : $E_x(x_i^+, r=0) = -a_{i,j}$ alors que $E_x(x_i^-, r=0) = -a_{i-1,j}$.

Les particules voient des sauts de champ au passage d'une cellule à une autre. Avec ce schéma, La quantité de mouvement totale n'est pas conservée.

Dans la plupart des modèles PIC on utilise des schémas à conservation de quantité de mouvement. La justification n'est pas claire. C'est peut-être parce que dans ce genre de modèle, la charge totale est recalculée aux nœuds à partir de la position de chaque particule. Ce choix est rarement discuté dans la littérature⁵⁹. Pour notre modèle particulière, nous préférons choisir un schéma à conservation d'énergie. D'abord parce qu'il est plus simple mais surtout parce que l'onde azimutale introduite dans la suite est définie à partir du potentiel électrique.

Champ magnétique

Le champ magnétique est calculé à partir de la fonction λ . On interpole la fonction λ sur la cellule active, puis on détermine les composantes du champ magnétique à partir de la valeur de λ en (x,r) :

$$B_x = -\frac{1}{r} \frac{\partial \lambda}{\partial r} = -\frac{1}{r} (a_{i,j}^r + b_{i,j}^{xr} (x - x_i))$$

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \lambda}{\partial x} = -\frac{1}{r} (a_{i,j}^x + b_{i,j}^{xr} (r - r_j))$$
(III-25)

III.B.3 Trajectoires électroniques dans le propulseur

Trajectoire sans perturbation ni collisions

On commence par étudier des trajectoires d'électrons en ne prenant que les champs

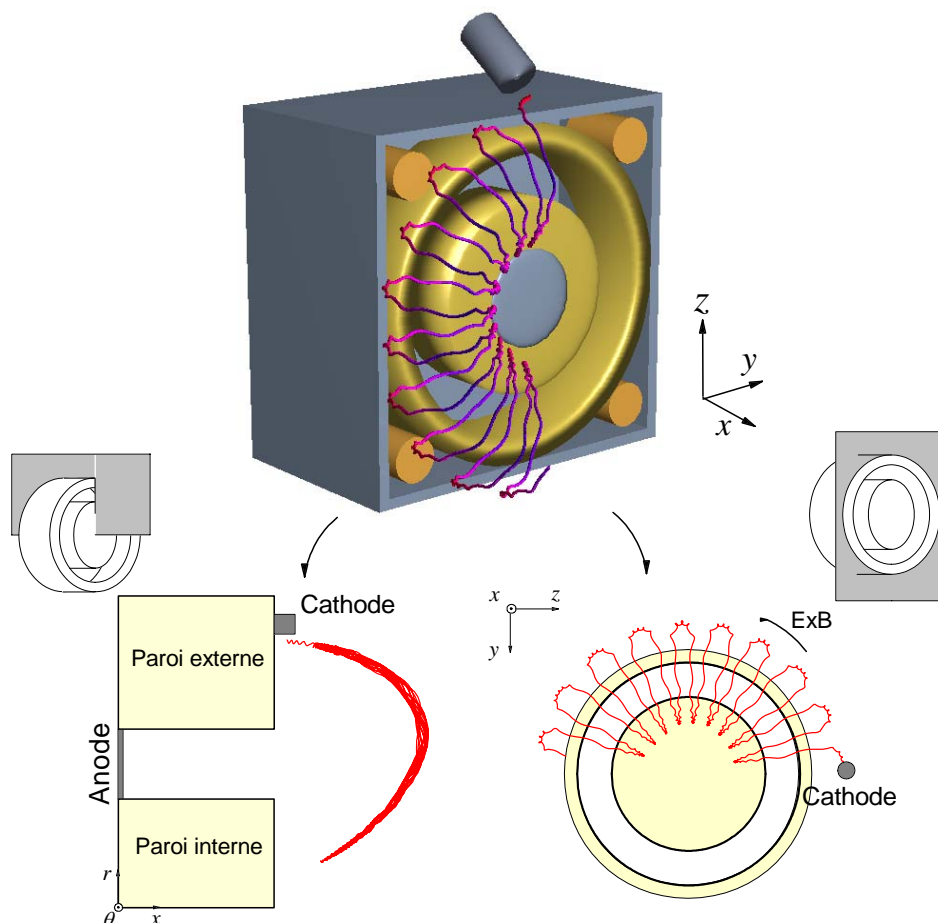


Figure III-8 : Trajectoire d'un électron lancé depuis la cathode dans la configuration $E \times B$ du propulseur, sans perturbations – en haut : vue 3D – gauche : vue dans plan axi-radial (x,r) - droite : vue de face.

issus du code hybride. Ces champs sont connus sur chaque plan axi-radial et sont nuls dans la direction azimutale. Même sans aucune perturbation de champ et sans collisions, les trajectoires des électrons dans un moteur à effet Hall sont complexes. Cette étude est un bon outil pour se familiariser avec le comportement des électrons dans le propulseur et les effets de dérive dans une configuration de champs croisés $E \times B$ ⁹³. L'électron est injecté à la position de la cathode avec une vitesse tirée aléatoirement à partir d'un flux Maxwellien dirigé (voir chapitre II). La Figure III-8 donne la trajectoire de l'électron sous plusieurs angles de vue. La première vue (en haut) est une vue en trois dimensions qui permet de situer la trajectoire par rapport aux éléments caractéristiques du moteur : la plaque avant, le canal de décharge et la cathode. Sur cette vue 3D, le code de couleur correspond à la position axiale de l'électron : proche du rouge lorsqu'on se rapproche du plan de sortie, proche du bleu lorsqu'on s'en éloigne. Les figures du bas correspondent à : une vue ramenée sur un plan axi-radial (x,r) et une vue de face (y,z). La dérive azimutale de l'électron apparaît clairement sur les vues 3D et de face. Elle correspond à une dérive en $E \times B$ et est responsable du fort courant de Hall dans le propulseur. Le piégeage magnétique de l'électron est particulièrement visible sur le plan axi-radial (x,r). La trajectoire de l'électron délimite une enveloppe entourant la ligne de champ magnétique autour de laquelle l'électron est piégé. L'électron suit cette ligne de champ en oscillant entre la partie externe et l'axe central du moteur, où le champ magnétique est le plus fort. Le gradient de champ magnétique le long de la ligne de champ provoque ces allers retours de l'électron. C'est « l'effet miroir », qui réfléchit l'électron dans les zones de fort champ vers les zones de champ plus faible.

Puisqu'il n'y a aucune perte d'énergie dans notre modèle, l'énergie totale doit être rigoureusement conservée. C'est à dire qu'à tout moment les variations d'énergie potentielle doivent être compensées par des variations d'énergie cinétique : $\Delta E_{\text{tot}} = \Delta(E_c + E_p) = \Delta(m_e v^2 / 2) - e\Delta V$. La Figure III-9a montre l'évolution de l'énergie potentielle, cinétique et totale (somme des deux dernières) au cours du temps pour la trajectoire présentée ici. On voit bien que cette dernière condition est satisfaite

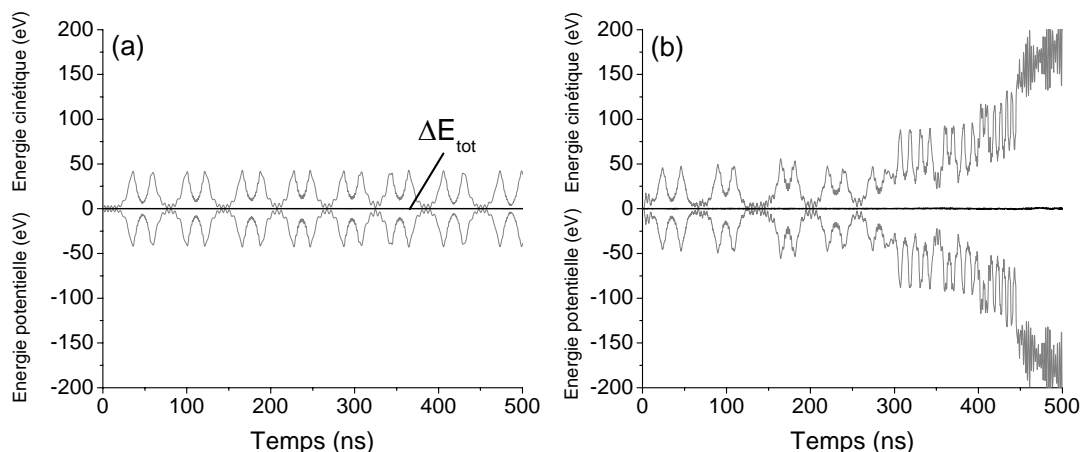


Figure III-9 : Evolution de l'énergie potentielle (gris - bas), cinétique (gris - haut) et totale (noir) pour : a) une trajectoire sans collisions ni perturbation b) une trajectoire perturbée par un champ azimutal fluctuant. Les références à $t=0$ sont toutes prises à zéro.

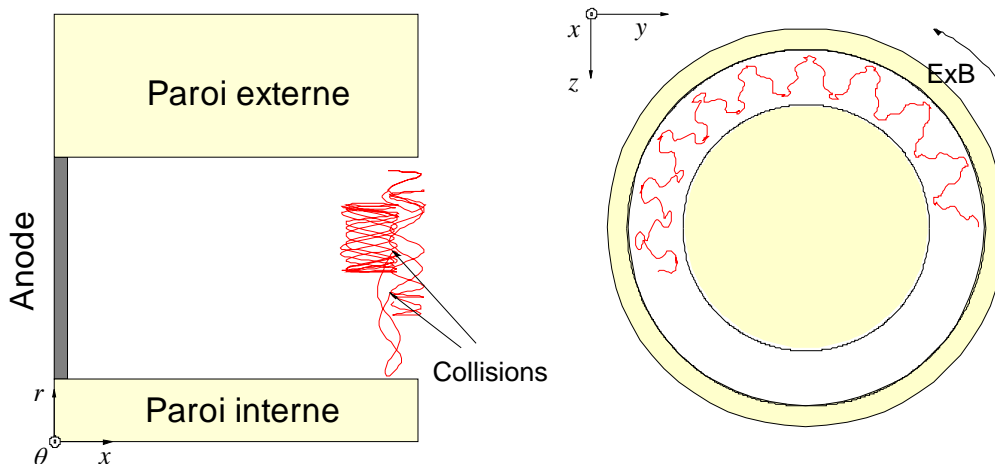


Figure III-10 : Trajectoire d'un électron lancé à l'entrée du canal de décharge en prenant compte des collisions élastiques – gauche vue axi-radiale (x,r) – droite : vue de face (y,z).

grâce à un pas de temps tel que $\omega\Delta t < 0.2$ (ici $\Delta t = 10^{-11}$ s). La conservation de l'énergie est extrêmement importante; on risque de faire apparaître un chauffage numérique des électrons ne reflétant aucune réalité physique.

Cette trajectoire montre bien que sans perturbation de champ et sans collisions, un électron émis par la cathode reste piégé indéfiniment le long d'une même ligne de champ et ne peut donc pas atteindre l'anode.

Trajectoire avec collisions

Nous avons déjà expliqué dans le chapitre précédent qu'à l'extérieur du canal et surtout près de la ligne de cathode la densité de neutres est trop faible pour expliquer les courants expérimentaux par des collisions classiques. Il serait maladroit de simuler une trajectoire à partir de la cathode en incluant une fréquence de collisions réaliste puisqu'il faudrait un temps de calcul extrêmement long pour observer une collision. Par contre, une fois dans le canal de décharge, près de la zone d'ionisation, la densité de neutres augmente et la fréquence de collisions est de l'ordre de 10^7 s^{-1} ; ces collisions assurent la plupart du transport. On propose donc ici à titre illustratif une trajectoire d'un électron lancé dans le canal et subissant deux collisions. La fréquence de collision est déterminée sur le plan (x,r) à partir des résultats du code hybride (voir chapitre II).

Les collisions redirigent aléatoirement la vitesse de l'électron. La présence d'un champ électrique (quasiment axial dans cette région) favorise le transport électronique en direction de l'anode. La Figure III-10 montre une vue dans le plan axi-radial et une vue de face de la trajectoire. L'électron est piégé autour des lignes de champ et à chaque collision « saute » d'une ligne de champ à une autre en se rapprochant de l'anode.

Trajectoires avec perturbation

Le modèle PIC du CPHT a mis en évidence un lien étroit entre la présence d'un champ électrique azimuthal fluctuant et un transport perpendiculaire aux lignes de champ. Le modèle PIC s'arrête à 3 cm de l'anode : il ne traite donc qu'une très petite partie de l'extérieur du moteur (le plan de sortie est à 2.5 cm de l'anode pour un PPS[®]100) et on ne connaît pas les caractéristiques d'un éventuel champ fluctuant à l'extérieur du canal.

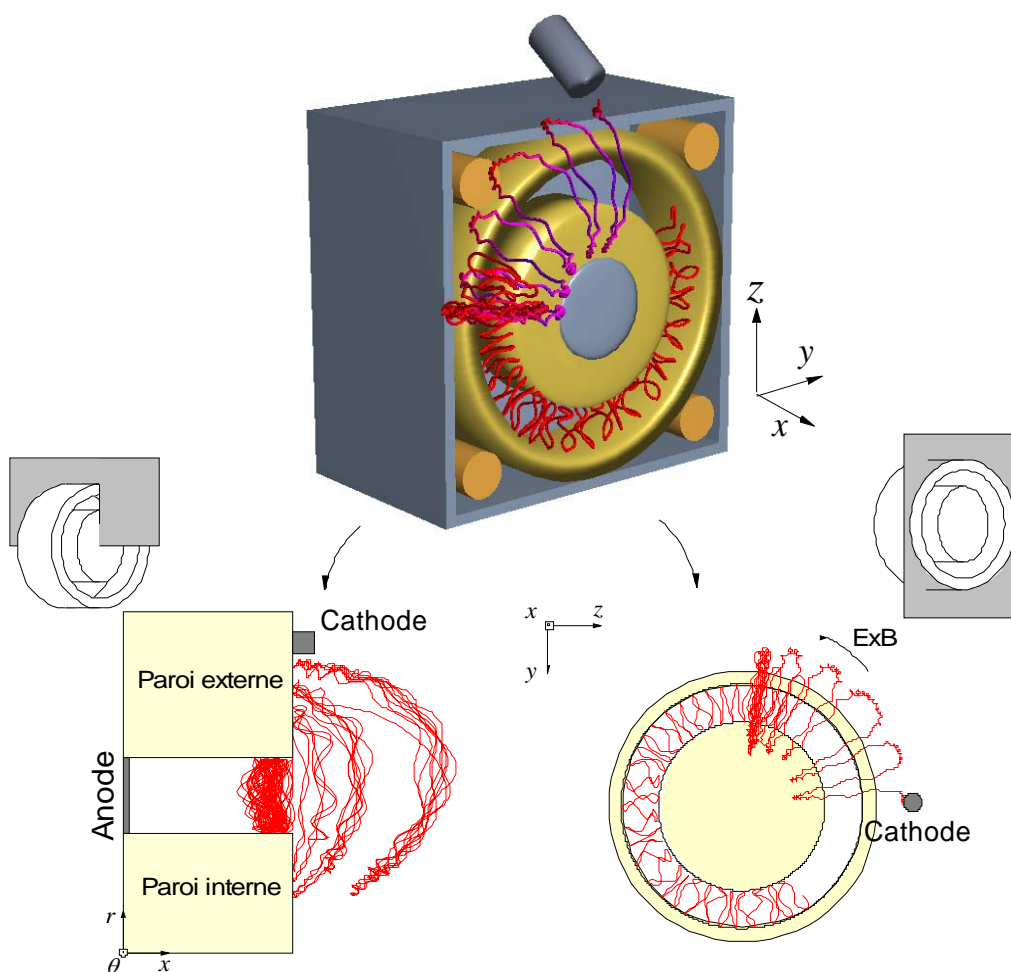


Figure III-11 : Trajectoire d'un électron lancé depuis la cathode dans la configuration E×B du propulseur, avec la perturbation azimuthale définie dans le texte – en haut : vue 3D – gauche vue dans plan axi-radial (x,r)- droite : vue de face.

D'autre part, à la vue des résultats du code hybride, la configuration de champs croisés E×B à l'extérieur du canal est similaire à celle étudiée par le modèle PIC entre $x=2$ cm et $x=3$ cm. Nous allons donc supposer qu'un champ fluctuant azimuthal existe au delà des 3 cm et que ses caractéristiques sont similaires à celui mis en évidence par le modèle PIC. Les résultats de la diffusion collective montrent d'ailleurs l'existence d'une instabilité azimuthale jusqu'à 6 cm de l'anode.

Dans le modèle PIC, l'onde azimuthale de champ contient plusieurs modes et est oblique. Nous allons simplifier le problème en réduisant l'onde à une sinusoïde azimuthale d'amplitude et nombre d'onde similaires à ceux du code PIC:

$$E_{\theta} = \alpha f(\lambda) E_0 \cos(k_{\theta} \theta) \quad (\text{III-26})$$

où k_{θ} est le nombre d'onde, E_0 l'amplitude maximale du champ électrique accélérateur et α le rapport maximal entre l'amplitude de l'onde et celle du champ accélérateur. f est une fonction de λ qui définit l'amplitude de l'onde dans le plan (x,r) . On rappelle que λ est une coordonnée des lignes de champ magnétique. La fonction f varie entre 0 et 1 et

est choisie de façon à ce que l'amplitude de l'onde à l'intérieur du canal soit cohérente avec les résultats du code PIC. L'onde imposée est stationnaire. En réalité, dans le modèle PIC, elle ne l'est pas, mais sa vitesse de phase est plusieurs ordres de grandeur inférieure à la vitesse de dérive E/B . Nous verrons dans l'étude du modèle de Karney pourquoi, dans ce cas, il est légitime de supposer que l'onde est stationnaire. Si on se contente d'ajouter une composante azimutale au champ électrique déduit du code hybride, on disposera d'un champ électrique total qui ne dérive plus d'un potentiel électrique, ce qui n'est pas cohérent. Il faut à la place définir une onde de potentiel. On ajoute donc un potentiel perturbateur au potentiel issu du code hybride :

$$V_{\text{tot}}(x, r, \theta) = V_{\text{hybride}}(x, r) + V'(x, r, \theta) \quad (\text{III-27})$$

Le potentiel perturbateur V' étant défini par :

$$V'(x, r, \theta) = -\frac{\alpha f(\lambda) r E_0}{k_\theta} \sin(k_\theta \theta) \quad (\text{III-28})$$

Le champ électrique total s'écrit alors :

$$E_x = -\frac{\partial V_{\text{tot}}}{\partial x} = -\frac{\partial V_{\text{hybride}}(x, r)}{\partial x} - \frac{\partial V'(x, r, \theta)}{\partial x} = E_{x, \text{hybride}} - \frac{\alpha r E_0}{k_\theta} \frac{\partial f(\lambda)}{\partial x} \sin(k_\theta \theta) \quad (\text{III-29})$$

$$E_r = E_{r, \text{hybride}} - \frac{\alpha r E_0}{k_\theta} \frac{\partial f(\lambda)}{\partial r} \sin(k_\theta \theta) - \frac{\alpha E_0}{k_\theta} f(\lambda) \sin(k_\theta \theta) \quad (\text{III-30})$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V_{\text{tot}}}{\partial \theta} = \alpha f(\lambda) E_0 \cos(k_\theta \theta) \quad (\text{III-31})$$

On obtient ainsi un champ électrique avec la forme voulue et qui dérive d'un potentiel. Les termes perturbateurs des composantes axiale et radiale du champ électrique sont très faibles devant les composantes issues du modèle hybride.

Le coefficient α détermine le rapport maximal entre l'amplitude de l'onde et celle du champ électrique dans le plan (x, r) ; d'après les résultats du modèle PIC $\alpha \approx 20\%$. La Figure III-11 présente les mêmes vues que la Figure III-8. Les conditions initiales sont exactement les mêmes dans les deux cas; la seule différence est l'ajout de l'onde azimutale dans ce dernier cas. Pour que l'effet de l'interaction entre la particule et l'onde soit visible sur un temps de calcul court, nous avons choisi une amplitude de l'onde égale à l'amplitude du champ électrique accélérateur ($\alpha=1$). Le nombre d'onde k_θ est de 10^3 rad^{-1} . La première partie de la trajectoire est similaire au cas précédent, jusqu'à ce que l'électron interagisse avec l'onde. Des interactions successives font avancer l'électron vers l'entrée du canal, à l'image de collisions. Les changements de trajectoire sont cependant moins brutaux que lors d'une collision. On voit bien dans le plan axi-radial (x, r) que l'amplitude des oscillations de l'électron autour de la ligne de champ est plus grande qu'en l'absence de champ fluctuant. Ces fortes oscillations donnent éventuellement lieu à un « saut » de ligne de champ. Ces oscillations plus marquées sont également visibles sur l'évolution temporelle de l'énergie Figure III-9. Les oscillations d'énergie (potentielle et cinétique) sont plus fortes dans ce cas que sans onde dès le début de la trajectoire. Au cours de la trajectoire, l'électron se rapproche de l'entrée du canal et remonte le potentiel. La baisse d'énergie potentielle est compensée par une augmentation de son énergie cinétique. On vérifie encore une fois que l'énergie totale reste constante pour éviter tout chauffage numérique.

L'étude de ces trajectoires donne une image représentative de la physique potentiellement responsable du transport « anormal ». Elle montre comment la présence d'une onde azimutale et stationnaire, semblable à celle mise en évidence par le code PIC et l'expérience de diffusion collective, peut modifier la trajectoire d'un électron et faire rentrer celui-ci dans le canal de décharge.

III.C Interaction onde-particule et approche fluide

III.C.1 Interaction onde-particule dans un champ $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ constant

Contexte de l'étude

Nous venons d'illustrer l'interaction entre un électron et une onde de champ électrique azimutale dans des conditions très proches de celles du propulseur. La trajectoire perturbée présentée a montré que l'onde était capable de transporter un électron depuis la cathode jusqu'à l'entrée du canal. Mais elle a aussi montré la complexité de ces interactions. Une étude détaillée de ces interactions dans la configuration tridimensionnelle utilisée jusqu'à maintenant semble trop complexe. A la place, nous étudions l'interaction onde-particule dans une configuration simplifiée de champs croisés $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, comme cela a été fait dans la thèse d'Alexandre Ducrocq⁹⁴.

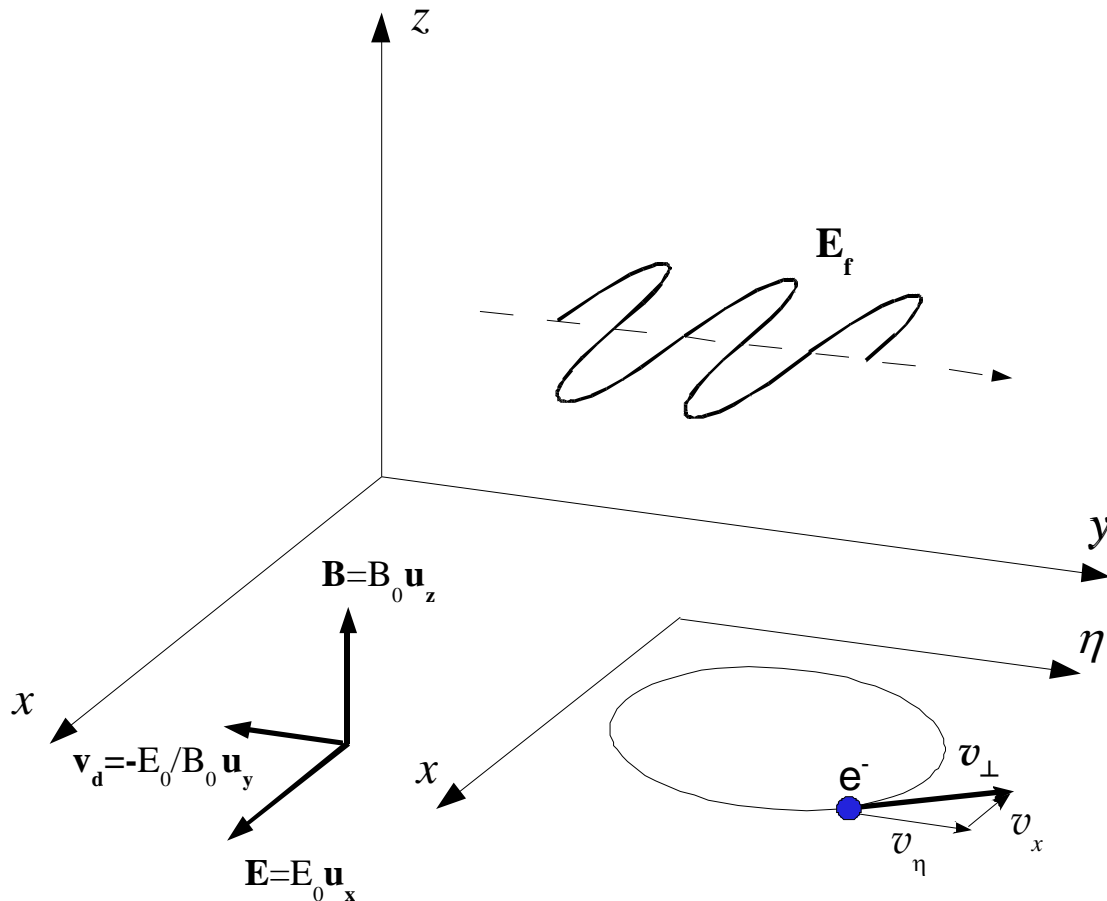


Figure III-12 : Contexte de l'étude de l'interaction onde-particule avec des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} constants – l'interaction est étudiée dans le repère dérivant avec $\mathbf{v}_d = -\mathbf{E}_0/B_0 \mathbf{u}_y$.

On impose un champ magnétique constant $\mathbf{B}=\mathbf{B}_0\mathbf{u}_z$ et un champ électrique axial constant lui aussi : $\mathbf{E}=\mathbf{E}_0\mathbf{u}_x$. A ces champs croisés, on ajoute un champ électrique fluctuant défini comme dans l'étude précédente de trajectoires : $\mathbf{E}_f=\alpha E_0\cos(k_y y)\mathbf{u}_y$. Dans ce cas, $\partial E_y/\partial x=\partial E_x/\partial y=0$, le champ total dérive bien d'un potentiel. Dans le cas des trajectoires que nous venons d'étudier, on peut considérer que le champ électrique est en tout point perpendiculaire au champ magnétique. La perturbation introduite sur les trajectoires était azimutale. On retrouve donc localement dans l'étude de ces trajectoires la même configuration que celle proposée ici avec des coordonnées cartésiennes. Celle-ci est illustrée par la Figure III-12.

La dynamique d'un électron est déterminée par son équation du mouvement :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_f + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{III-32})$$

Sans champ fluctuant, le comportement de l'électron est connu. Il s'agit d'une rotation de fréquence $\omega=eB/m_e$ dans le repère dérivant à la vitesse $\mathbf{v}_d = -E_0/B_0\mathbf{u}_y = -v_d\mathbf{u}_y$. Pour simplifier l'étude, nous allons travailler avec des variables adimensionnées. Le temps est normalisé par $1/\omega$, la vitesse par v_d et les longueurs par v_d/ω :

$$\tilde{v} = \frac{v}{v_d} \quad \tilde{t} = \omega t \quad \tilde{x} = \frac{\omega}{v_d} x \quad \tilde{y} = \frac{\omega}{v_d} y$$

L'équation du mouvement devient alors, en variables adimensionnées :

$$\frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{d\tilde{t}} = -(\mathbf{u}_x + \alpha \cos(\beta\tilde{y})\mathbf{u}_y + \tilde{\mathbf{v}} \times \mathbf{u}_z) \quad (\text{III-33})$$

où $\beta=k_y v_d/\omega$. On voit d'ores et déjà dans cette équation que les paramètres fondamentaux dans cette étude sont α et β . D'autre part, le passage du repère global au repère de l'électron, dérivant à la vitesse v_d , permet de se concentrer sur l'influence du champ fluctuant sur la giration cyclotronique de l'électron. On pose donc :

$$\tilde{\eta} = -(\tilde{y} + \tilde{t}) \text{ de telle sorte que : } \tilde{v}_\eta = -(\tilde{v}_y + 1)$$

On projette enfin l'équation du mouvement sur les axes du repère dérivant pour trouver :

$$\frac{d^2\tilde{x}}{d\tilde{t}^2} = \frac{d\tilde{\eta}}{d\tilde{t}} \quad (\text{III-34})$$

$$\frac{d^2\tilde{\eta}}{d\tilde{t}^2} + \tilde{\eta} = \alpha \cos(\beta\tilde{\eta} + \beta\tilde{t}) \quad (\text{III-35})$$

On trouve ainsi deux équations qui décrivent la rotation de l'électron perturbée par le champ fluctuant dans le repère dérivant. Le système peut être résolu analytiquement lorsque la deuxième équation ne comporte pas de second membre. Ce n'est plus le cas en présence d'un champ fluctuant. C.F.F. Karney a étudié un problème similaire dans le cadre de la fusion nucléaire par confinement magnétique.

Notation : Pour alléger l'écriture, à partir de maintenant, les variables adimensionnées \tilde{z} seront notées z .

Modèle de Karney

A la fin des années soixante-dix, C.F.F Karney a étudié le chauffage stochastique des ions par une onde hybride basse dans un plasma de tokamak^{95, 96}. Le cadre de son étude est le suivant. Les ions sont placés dans un champ magnétique constant. On impose alors une onde transverse dont la fréquence est proche de la fréquence hybride basse. Sous certaines conditions, le mouvement des ions devient stochastique à cause d'interactions non linéaires lors des résonances entre le mouvement cyclotronique des ions et l'onde. Le système ion-onde est modélisé par Karney par deux oscillateurs harmoniques couplés. Lorsque la fréquence de l'onde est très supérieure à la fréquence cyclotron, l'ion est insensible au champ magnétique sur la durée d'une résonance. L'ion échange la plupart de l'énergie pendant cette résonance et est chauffé. Karney montre aussi que l'apparition de la stochasticité est conditionnée par une valeur minimale d'amplitude de l'onde. Ce seuil critique est appelé seuil de stochasticité.

En ce qui nous concerne, les électrons sont soumis à un champ magnétique et à un champ électrique accélérateur. C'est justement ce champ électrique qui permet d'appliquer le modèle de Karney au cas du propulseur. Le mouvement non perturbé des électrons dans des champs croisés $E \times B$ est une rotation dérivant à la vitesse v_d . Si on étudie ce mouvement dans le repère dérivant comme nous l'avons fait pour obtenir les équations (III-34-35), on retrouve le cadre du modèle de Karney ; les électrons voient dans ce repère un champ magnétique constant et une onde transverse dont la pulsation normalisée est égale à β et l'amplitude à α . Depuis le début de l'étude de l'onde azimutale nous n'avons considéré que des ondes stationnaires. Pour une onde non stationnaire de pulsation propre ω_{onde} , la pulsation normalisée β' dans le repère dérivant s'écrit $\beta' = \beta + \omega_{onde}/\omega$. Typiquement, autant d'après les résultats du modèle PIC que d'après ceux de la diffusion collective, ω_{onde} est de l'ordre de quelques 10^6 s^{-1} , alors que la pulsation cyclotronique est de l'ordre de 10^9 s^{-1} . On peut donc négliger la pulsation propre de l'onde et considérer que l'onde est stationnaire.

Commençons par rappeler les principaux résultats de Karney, adaptés à notre cas. Comme indiqué à l'instant, la principale condition pour l'apparition de la stochasticité concerne la fréquence de l'onde transverse. Il faut que cette fréquence soit supérieure à la fréquence cyclotron pour pouvoir négliger le champ magnétique pendant une résonance entre l'électron et l'onde. Cette condition s'écrit dans notre cas :

$$\beta = \frac{k_y v_d}{\omega} > 1 \quad (\text{III-36})$$

Lorsque la condition sur la fréquence est vérifiée, l'électron subit un certain nombre d'oscillations pendant une giration cyclotronique ; il subit exactement un nombre égal à la partie entière de β . Les oscillations provoquées par l'onde restent des perturbations linéaires tant que l'électron et l'onde n'ont pas la même vitesse. Pour atteindre un échange d'énergie suffisant et un régime stochastique, il faut que l'électron entre en résonance avec l'onde ; la résonance est atteinte lorsque l'électron et l'onde ont la même vitesse. Soit v_{onde} la vitesse de propagation de l'onde transverse dans le repère dérivant :

$$v_{onde} = v_d \quad (\text{III-37})$$

La vitesse de l'électron dans la direction de propagation de l'onde (y) et dans le repère dérivant est v_η . Il y a donc résonance lorsque :

$$v_\eta = v_d \quad (\text{III-38})$$

Seuls les électrons pouvant atteindre la vitesse de propagation de l'onde v_d peuvent entrer en résonance avec l'onde et dans un régime stochastique. Sans tenir compte de l'onde transverse ($\alpha=0$), on peut résoudre le système d'équations du mouvement pour montrer que la vitesse dans le plan perpendiculaire au champ magnétique $v_{\perp} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ est constante et ne dépend que de l'énergie cinétique initiale de l'électron. La vitesse v_y est une sinusoïde de pulsation ω et d'amplitude v_{\perp} : elle varie entre $-v_{\perp}$ et v_{\perp} . On comprend bien que les électrons ne peuvent rentrer en résonance avec l'onde que si $v_{\perp} \geq v_d$. En réalité, la sinusoïde v_y d'amplitude v_{\perp} est perturbée par l'onde transverse. La variation d'amplitude de v_y peut être déterminée à partir de la variation d'énergie cinétique de l'électron sur une giration cyclotronique. L'amplitude ΔE_c de ces variations d'énergie est fonction du potentiel φ de l'onde appliquée :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (\Delta v_{\perp})^2 = 2e\varphi = 2e \frac{\alpha E_0}{k_y} \quad (\text{III-39})$$

La variation de vitesse perpendiculaire sous l'influence de l'onde s'écrit alors, en variables adimensionnées :

$$\Delta v_{\perp} = 2 \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \quad (\text{III-40})$$

Ainsi, un électron peut potentiellement rentrer en résonance avec l'onde si sa vitesse perpendiculaire initiale vérifie :

$$v_{\perp} \geq v_s = 1 - 2 \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \quad (\text{III-41})$$

L'apparition de résonances ne se traduit pas automatiquement par un régime stochastique. La deuxième condition établie par Karney fixe un seuil de stochasticité pour l'amplitude de l'onde au delà duquel la stochasticité apparaît :

$$\alpha > \frac{1}{4} \beta^{\frac{1}{3}} \quad (\text{III-42})$$

La théorie de Karney, appliquée à notre cas, peut être résumée de la façon suivante. Les électrons sont perturbés par une onde transverse dans leur mouvement cyclotronique. Ils peuvent rentrer en résonance à condition d'avoir suffisamment d'énergie pour satisfaire la condition (III-41). Tant que l'amplitude de l'onde est sous le seuil de (III-42), les perturbations sont linéaires. Au delà de ce seuil, les perturbations de la trajectoire deviennent non linéaires : c'est le régime stochastique. Les électrons sont chauffés.

Simulations numériques

On se propose maintenant de simuler le comportement des électrons dans la configuration simplifiée de la Figure III-12. On considère donc un champ magnétique constant dans la direction z , un champ électrique constant dans la direction x et un champ fluctuant dans la direction y , défini par les paramètres α et β . Le mouvement se fait dans le plan (x,y) , perpendiculairement au champ magnétique ; nous ne nous intéressons pas à la direction z . L'algorithme numérique est le même que celui présenté pour l'étude des trajectoires d'électrons dans le propulseur.

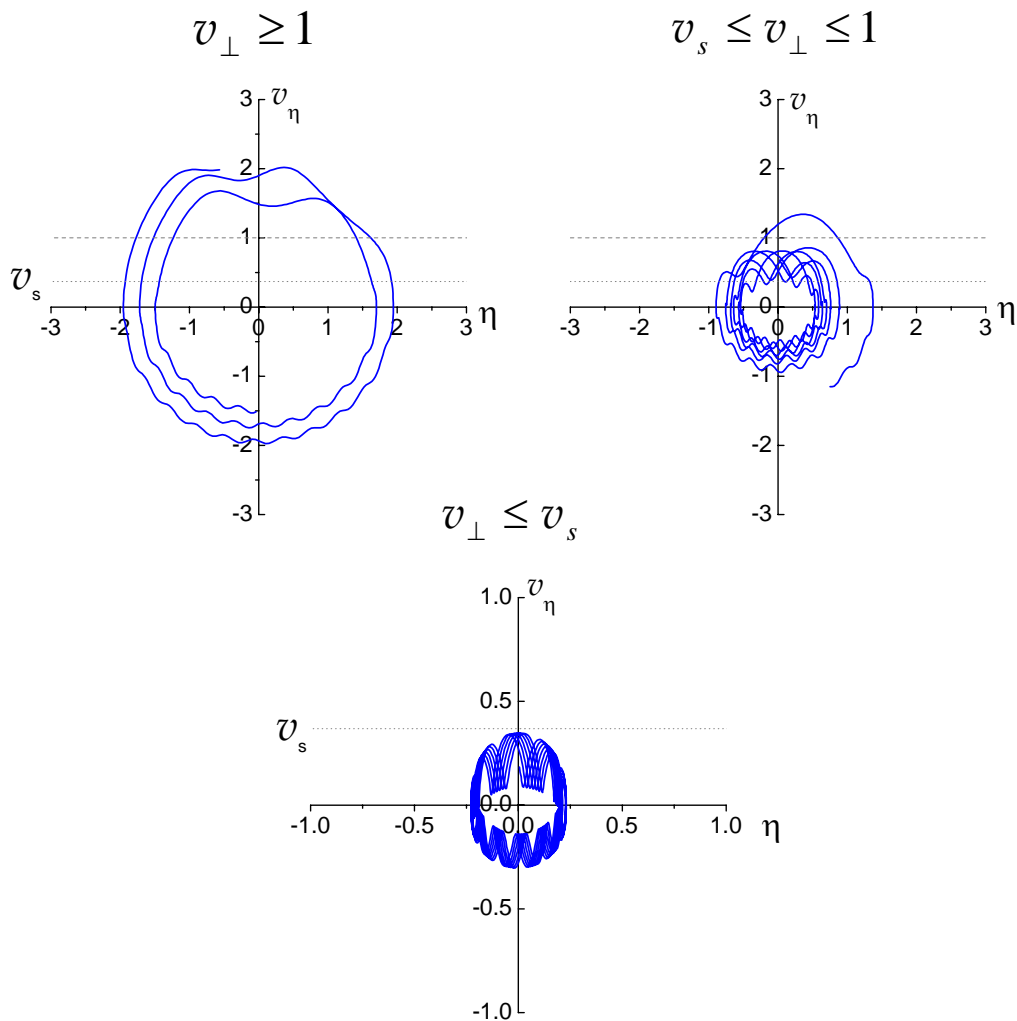


Figure III-13 : Diagrammes de phase d'un électron dans un champ croisé E×B soumis à une onde transverse d'amplitude $\alpha=1$ et de nombre d'onde $\beta=10$; la vitesse initiale vérifie successivement : $v_{\perp} \geq 1$, $1 \geq v_{\perp} \geq v_s$ puis $v_{\perp} \leq v_s$. Le trait en pointillés représente la vitesse seuil.

On commence par étudier des trajectoires d'électrons en fonction de α , β et de l'énergie cinétique initiale de l'électron pour illustrer les phénomènes décrits par Karney. Chaque électron est injecté à la même position (0,0). La Figure III-13 propose trois diagrammes de phase (η, v_{η}) dans le repère dérivant pour trois cas différents. On rappelle que sans perturbation, v_{η} oscille entre $-v_{\perp}$ et v_{\perp} . La vitesse initiale de l'électron varie pour chaque cas: a) $v_{\perp} \geq 1$, b) $1 \geq v_{\perp} \geq v_s$ puis c) $v_{\perp} \leq v_s$. Dans le premier cas, l'électron entre en résonance avec l'onde très rapidement. Ces résonances ont lieu aux alentours de $v_{\eta}=1$, indiqué en pointillés sur les diagrammes de phase. Loin de ce seuil, particulièrement lorsque v_{η} est négative, on peut voir des perturbations linéaires de la trajectoire. Dans le deuxième cas, la vitesse initiale n'est pas suffisante pour atteindre la vitesse de propagation de l'onde, mais les interactions avec l'onde hors résonance

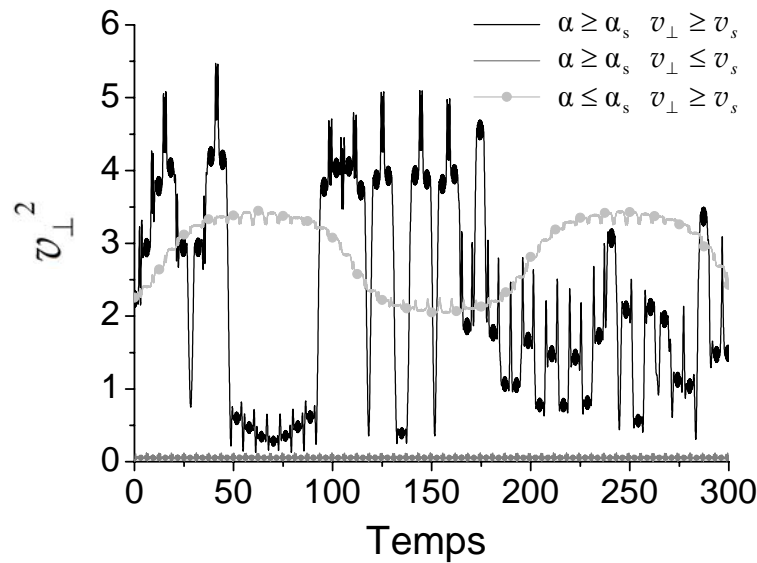


Figure III-14 : Evolution temporelle de l'énergie cinétique d'un électron dans plusieurs cas : a) amplitude et vitesse perpendiculaire au-dessus des seuils de stochasticité (noir) b) amplitude au dessus du seuil, vitesse perpendiculaire en dessous du seuil (gris) c) amplitude en dessous du seuil et vitesse au dessus du seuil (cercles gris clairs).

permettent à l'électron d'atteindre la vitesse nécessaire pour entrer en résonance avec l'onde. Dans le dernier cas $v_{\perp} \leq v_s$ et l'électron n'atteint jamais la résonance. Les perturbations dues à l'onde sont bien visibles, mais sans résonance l'électron ne peut pas atteindre le régime stochastique : il reste piégé et il n'y a pas de chauffage. Au final, il faut atteindre le régime stochastique pour chauffer l'électron et augmenter le transport axial.

La deuxième condition de passage au régime stochastique est clairement mise en évidence sur la Figure III-14. On y voit l'évolution temporelle de l'énergie cinétique d'un électron dans plusieurs cas :

- a) $\alpha = 1 \geq \alpha_s$ et $v_{\perp} \geq v_s$: amplitude et vitesse perpendiculaire au dessus des seuils.
- b) $\alpha = 1 \geq \alpha_s$ et $v_{\perp} \leq v_s$: amplitude au dessus du seuil, vitesse en dessous.
- c) $\alpha = 0.1 \leq \alpha_s$ et $v_{\perp} \geq v_s$: amplitude au dessous du seuil, vitesse au dessus.

Dans le cas (b), l'énergie cinétique de l'électron oscille légèrement autour de sa valeur initiale, mais sa valeur moyenne au cours du temps ne varie pas. Dans le cas (a), les variations brutales de l'énergie cinétique de l'électron mettent en évidence le passage au régime stochastique. Les échanges d'énergie sont brutaux et aléatoires. Sur une échelle de temps plus longue on verrait une augmentation de l'énergie moyenne : c'est le chauffage de l'électron. Dans le cas (c), la vitesse initiale est suffisante pour que l'électron et l'onde soient en résonance mais l'amplitude du champ fluctuant est insuffisante pour atteindre un régime stochastique. Les échanges d'énergie sont visibles à chaque résonance, mais ceux-ci sont périodiques et l'énergie moyenne reste constante : il n'y a pas de chauffage. Cette fois-ci le deuxième critère n'est pas validé.

En plus de l'aspect stochastique de ces trajectoires et du transport axial qui en découle, les trajectoires étudiées font apparaître une expansion locale. La Figure III-15 montre

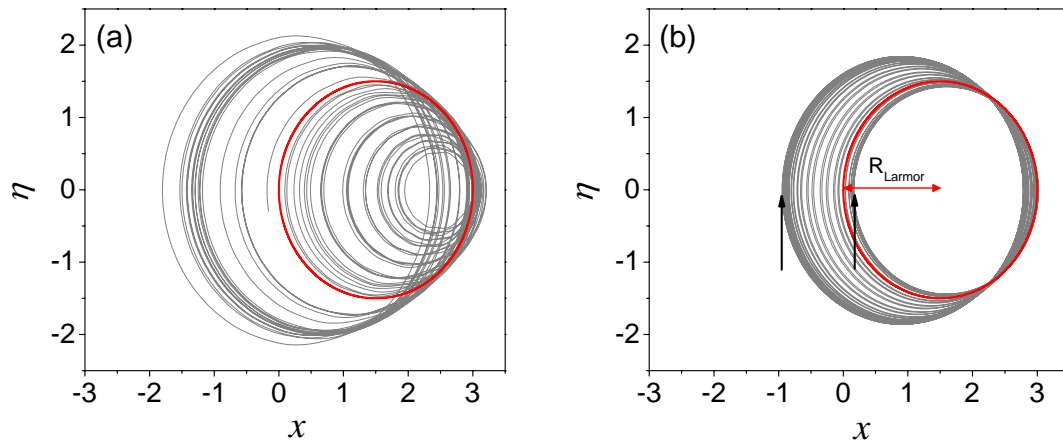


Figure III-15 : Trajectoires électroniques dans le plan (x,η) dans deux cas : a) $\alpha=1$ b) $\alpha=0.1$; la vitesse perpendiculaire initiale est la même ; le cercle rouge correspond à la rotation non perturbée.

deux trajectoires dans le plan (x,η) . La première correspond au cas a) : $\alpha = 1 \geq \alpha_s$ et $v_{\perp} \geq v_s$. La deuxième correspond aux mêmes conditions initiales mais avec une amplitude d'onde sous le seuil de stochasticité : cas c), $\alpha = 0.1 \leq \alpha_s$. Le cercle rouge correspond pour chaque cas à la trajectoire d'un électron sans champ fluctuant ; dans le repère dérivant l'électron décrit une rotation. On remarque sur cette figure que même lorsque l'amplitude du champ est sous le seuil de stochasticité comme dans le cas (b), la trajectoire de l'électron est fortement perturbée. L'électron reste toujours piégé puisqu'il n'y a pas de transport axial, mais l'étendue axiale de la trajectoire dépasse le rayon de Larmor. L'électron suit un mouvement de rotation dans le repère dérivant mais son centre guide (centre de rotation) n'est pas fixe ; il oscille axialement entre deux limites explicitées sur la Figure III-15. Lorsque l'amplitude du champ est suffisamment forte, les oscillations du centre de rotation ne sont plus bornées et il dérive axialement dans le sens opposé au champ électrique. C'est ce qui se passe dans le cas (a).

Les simulations numériques présentées ici valident l'étude analytique de Karney. Elles permettent de retrouver les conditions de stochasticité sur la vitesse perpendiculaire initiale et sur l'amplitude de l'onde ainsi que de comprendre les mécanismes de l'interaction entre l'électron et l'onde de champ. Dans les conditions de stochasticité, l'électron est chauffé par l'onde ce qui provoque un transport axial dans le sens opposé au champ électrique. D'autre part, l'électron couvre une région axiale plus étendue que son rayon de Larmor même sous le seuil de stochasticité. Cet aspect non-local peut ne pas être compatible avec une approche fluide dont l'une des principales hypothèses est la localité. Il faudra donc voir dans quelle mesure une approche fluide et une fréquence de collisions équivalente peuvent simuler les effets de l'interaction entre l'électron et le champ fluctuant.

III.C.2 Particules test dans un propulseur

Problématique

La présence d'une onde de champ transverse peut donc expliquer le transport dit anormal dans les zones de faible densité atomique. Nous venons de détailler la physique qui en est à l'origine. Il faut maintenant voir comment ce transport axial influence la physique du propulseur. Certes, le modèle PIC prend déjà en considération la plupart de la physique d'un propulseur ; mais, encore une fois, c'est justement la complexité de cette physique et du modèle PIC qui peut rendre difficile l'étude isolée du transport axial. On propose donc ici d'étudier des particules test dans une configuration aussi proche que possible de celle du modèle PIC. Il s'agit d'un outil simple pour comprendre des phénomènes physiques complexes. On peut d'ailleurs utiliser l'étude de particules test pour voir jusqu'à quel point l'interaction onde-particule peut être remplacée par une fréquence de collisions équivalente; le but à terme est bien de réussir à définir une mobilité électronique réaliste dans le modèle hybride.

Description du modèle

Le schéma de la Figure III-16 décrit la configuration étudiée. Il s'agit d'un modèle axial. Le domaine est limité à gauche par l'anode et à droite par la cathode. Le champ magnétique est purement radial et le champ électrique axial. Ceux-ci, ainsi que le profil axial de la densité de neutres, sont fixés. Leur profil axial est donné sur la Figure III-17. Les courbes en pointillés gris correspondent aux moyennes temporelles du modèle PIC. Afin d'éviter les interpolations, ces profils sont définis par des fonctions analytiques. Les fonctions utilisées sont représentées en trait noir. Comme dans l'étude précédente, on ajoute à cette configuration une onde de champ azimuthal définie comme suit :

$$E_y(x, y) = E_{y0}(x)\cos(k_y y) \quad (\text{III-43})$$

où k_y est le nombre d'onde et E_{y0} l'amplitude, fonction de x . Comme pour les autres grandeurs, cette amplitude est définie par une fonction analytique en se basant sur la

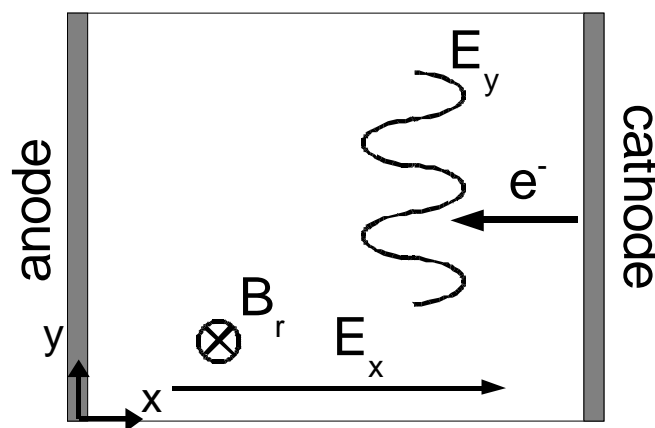


Figure III-16 : Domaine d'étude des particules test dans un propulseur : le domaine est limité par l'anode et la cathode ; la densité de neutres, le champ magnétique, radial, le champ électrique axial et l'onde de champ transverse sont imposés.

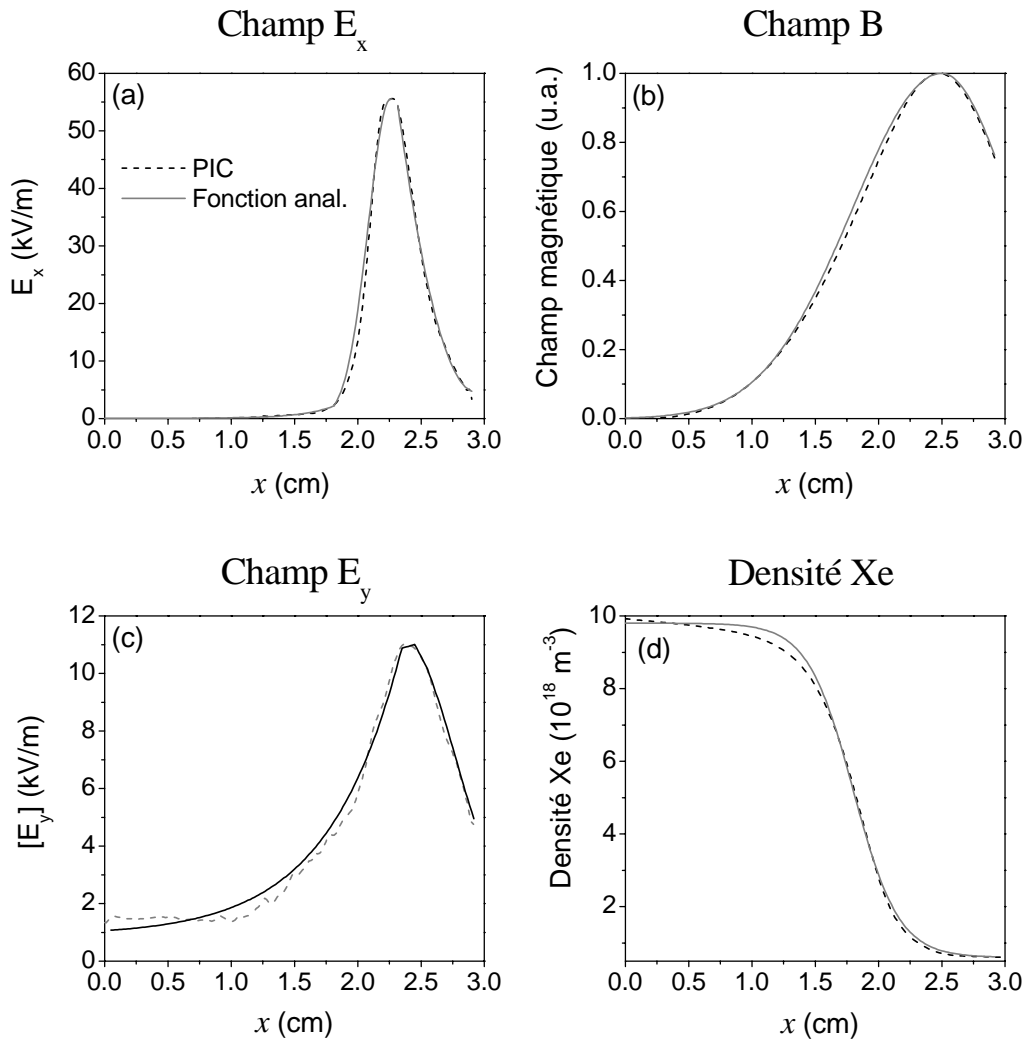


Figure III-17 : Grandeurs fixées dans le modèle de particules test. Les tirets noirs correspondent à la moyenne du modèle PIC, le trait noir plein à la fonction analytique choisie pour le nouveau modèle. Dans l'ordre : a) champ électrique axial E_x b) Champ magnétique normalisé c) Amplitude (en valeur absolue) de la composante azimutal E_y du champ électrique d) Densité de xénon.

moyenne temporelle du modèle PIC. Son profil est représenté sur la Figure III-17. La conservation de l'énergie impose :

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (\text{III-44})$$

Pour vérifier cette condition, on ajoute au champ électrique axial E_x un terme correctif E_{xc} de telle sorte que :

$$E_x'(x, y) = E_x(x) + E_{xc}(x, y) = E_x(x) + \frac{1}{k_y} \frac{\partial E_{yo}(x)}{\partial x} \sin(k_y y) \quad (\text{III-45})$$

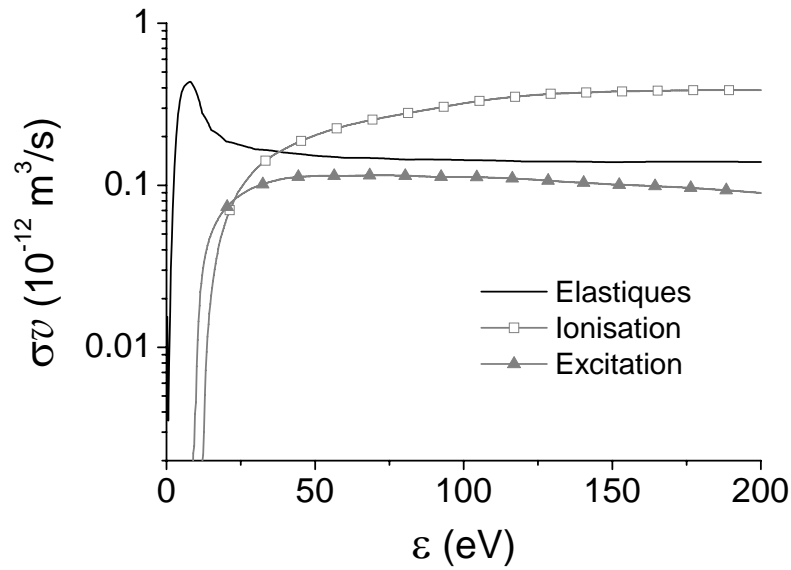


Figure III-18 : Taux de collisions élastiques (noir), d'ionisation (carrés blancs) et d'excitation (triangles gris) du xénon pour une fonction de distribution Maxwellienne.

Ainsi E_x' et E_y vérifient l'équation (III-44). Le terme correctif E_{xc} est négligeable devant E_x .

Chaque électron est injecté à $x=2.9$ cm. Sa vitesse est tirée à partir d'un flux Maxwellien de température 2 eV dirigé vers l'anode. Chaque électron est suivi jusqu'à ce qu'il atteigne l'anode. En cas d'ionisation, le nombre d'électrons secondaires à créer est stocké dans un tableau. L'électron primaire est suivi jusqu'à l'anode ; on traite ensuite les électrons secondaires issus de l'ionisation. L'algorithme de résolution numérique de l'équation du mouvement des électrons est le même que celui présenté jusqu'à maintenant : schéma temporel « leap-frog » et méthode dite de Boris pour l'implémentation de la rotation dans le champ $E \times B$. Les parois ne sont pas prises en compte. Sont prises en compte : les collisions élastiques, les excitations et les ionisations. Toutes les excitations du xénon sont réduites à une excitation totale correspondant à la somme de chacune d'entre elles et dont l'énergie seuil en est une moyenne. Les taux de collision sont calculés pour une fonction de distribution Maxwellienne. Ils sont donnés en fonction de l'énergie sur la Figure III-18. La fréquence de collision correspondant à chaque type d'événement s'écrit :

$$\nu(x) = \sigma(\varepsilon)vN_a(x) \quad (\text{III-46})$$

où σ est la section efficace, ε l'énergie de l'électron, v sa vitesse et N_a la densité de xénon. Les trois événements pris en compte sont étudiés en utilisant la méthode de la collision nulle. Cette méthode a été pensée par Skullerud⁹⁷ puis améliorée par Lin et Bardsley⁹⁸ pour l'utilisation dans les modèles Monte Carlo. On rappelle brièvement son principe. On prend en compte trois événements différents correspondant à chaque type de collision étudiée. On commence par déterminer la fréquence maximale de la somme de toutes les collisions :

$$\nu_{\max} = (\sigma_{el}(\varepsilon)v + \sigma_i(\varepsilon)v + \sigma_{ex}(\varepsilon)v)_{\max} (N_a(x))_{\max} \quad (\text{III-47})$$

A une position et une énergie données, la probabilité d'un événement est égale au rapport entre sa fréquence ν (de collision) et la fréquence maximale ν_{max} que nous venons de calculer. Pour qu'à chaque position et énergie la probabilité totale des événements soit égale à l'unité, on ajoute aux trois collisions un événement sans contenu dont la probabilité est égale à un moins la somme de la probabilité des autres événements : c'est la collision nulle.

En pratique, on tire à chaque position un nombre aléatoire R . On compare ce nombre à la probabilité associée à chaque événement. Les excitations et ionisations n'ont lieu que si les électrons dépassent un seuil d'énergie : 9.86 eV pour les excitations et 12.2 eV pour les ionisations. Les pertes d'énergie pour les collisions élastiques sont complètement négligées. Dans le cas d'une excitation, on retire l'énergie seuil à l'électron puis on tire une vitesse aléatoire. Dans le cas d'une ionisation, l'électron perd l'énergie seuil d'ionisation et l'énergie restante est distribuée aléatoirement entre l'électron primaire et l'électron secondaire. La redistribution de l'énergie entre l'électron primaire et secondaire peut être changée ; ce choix a peu d'influence sur les sorties macroscopiques auxquelles on s'intéresse. 1000 électrons primaires sont lancés depuis la cathode. Ce nombre de particules permet d'obtenir une statistique suffisamment représentative, avec une incertitude de l'ordre de 10 %.

Résultats de simulation sans onde azimutale

On commence par étudier trois cas simples. Pour l'instant on ne prend en compte que les phénomènes classiques de collision et pas d'onde azimutale de champ. Les énergies cinétiques sont données sur la Figure III-19 pour chaque cas (tirets). Dans le premier cas (tirets noirs) on ne prend en compte que les collisions élastiques : il n'y a donc aucune perte d'énergie. Puisque le champ électrique est fixé, le potentiel (trait noir plein) l'est aussi ; sans pertes, l'énergie moyenne des électrons doit donc suivre exactement le

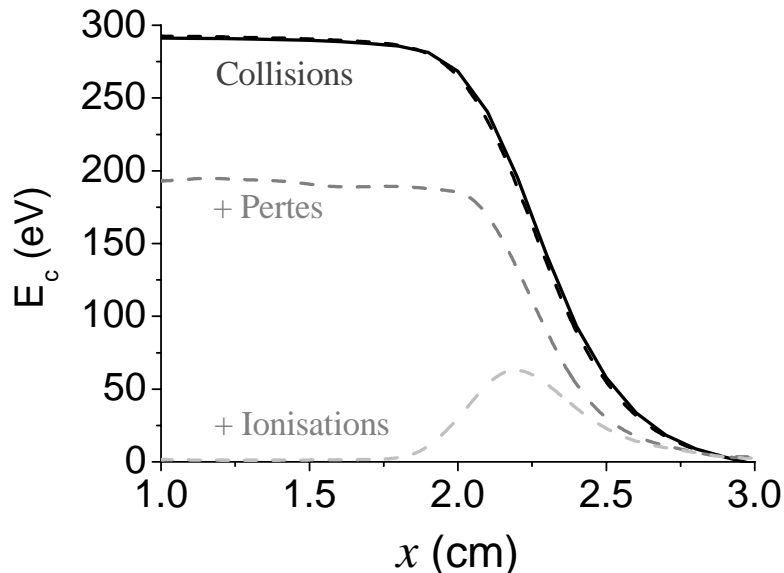


Figure III-19 : Energie cinétique moyenne des électrons en considérant : 1) uniquement les collisions élastiques (noir) 2) toutes les collisions, avec des pertes, mais sans création d'électrons (gris foncé) 3) toutes les collisions et la création d'électrons secondaires (gris clair). En trait plein est tracé le potentiel imposé.

potentiel. On vérifie que c'est bien le cas sur la Figure III-19. Un cas identique à celui-ci mais avec l'ajout d'une composante E_y et du terme correcteur correspondant E_{xc} a été traité. Il n'est pas représenté sur la Figure III-19, mais on retrouve une énergie moyenne égale en tout point au potentiel : l'énergie est bien conservée même avec l'ajout de l'onde azimutale. Dans le deuxième cas (tirets gris), les pertes d'énergie d'ionisation et d'excitation sont ajoutées mais on ne traite pas les électrons secondaires créés par ionisation. Ces pertes d'énergie ne font chuter l'énergie cinétique que d'une centaine de Volts. Dans le troisième et dernier cas (tirets gris clairs), on suit aussi les électrons secondaires. La création d'électrons froids fait chuter considérablement l'énergie moyenne. Le maximum d'énergie n'est plus que d'environ 80 eV alors qu'à la même position le potentiel est de plus de 200 eV. Il y a toujours des électrons à presque 200 eV à cette position (électrons primaires ayant fait peu de collisions), mais les électrons secondaires, plus nombreux, comptent plus dans l'énergie électronique moyenne.

Ajout de l'onde azimutale

Ce dernier cas ne peut pas reproduire vraiment la physique du propulseur : on sait que le transport collisionnel est insuffisant pour reproduire les caractéristiques de la décharge. La mobilité, tracée sur la Figure III-20 en bleu, est trop faible près du plan de sortie et l'ionisation est surestimée. On ajoute donc l'onde azimutale de champ définie par (III-43). Son nombre d'onde est fixé à 10^3 rad/m. La norme de son amplitude est celle donnée sur la Figure III-17. La mobilité électronique axiale obtenue avec cette onde est tracée en rouge sur la Figure III-20. Près de l'anode, jusqu'à $x=1.5$ cm, les courbes rouge (avec onde) et bleue (transport collisionnel) sont semblables : le transport est assuré essentiellement par les collisions avec le xénon. Au delà de cette limite, la densité de neutres (Figure III-17) chute et l'effet de l'onde azimutale sur le transport électronique est flagrant. Entre 1.5 et 3 cm, la mobilité augmente et devient presque deux ordres de grandeur plus élevée que la mobilité collisionnelle. En particulier, on

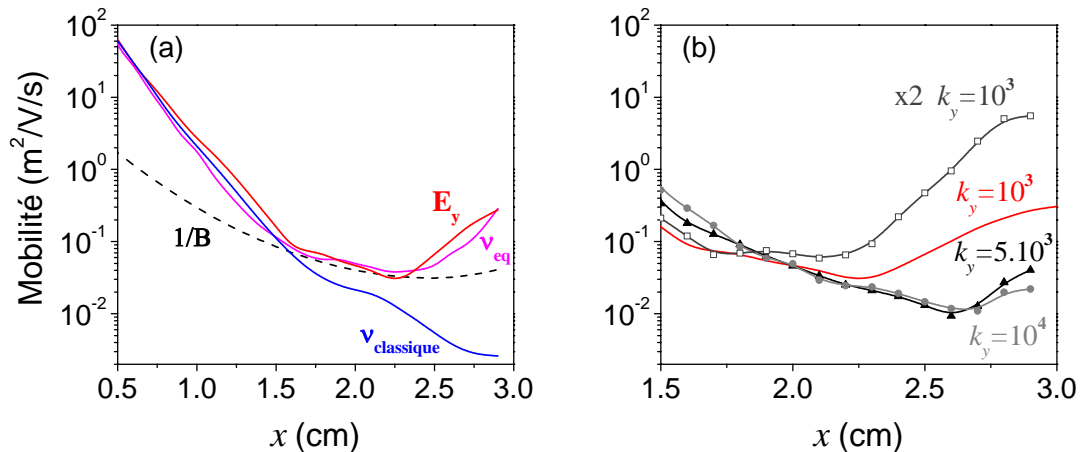


Figure III-20 : a) Mobilité axiale moyenne des électrons : uniquement avec de collisions (mobilité collisionnelle classique, en bleu), avec l'ajout d'une onde azimutale (rouge) puis avec une fréquence de collision équivalente (magenta). Les tirets noirs représentent un profil proportionnel à $1/B$. b) Mobilités obtenues avec des ondes azimutales de nombre d'onde 10^3 (rouge), $5 \cdot 10^3$ (triangles noirs) et 10^4 (cercles gris) et la même amplitude, et une onde de nombre d'onde 10^3 mais dont l'amplitude a été multipliée par deux (carrés blancs).

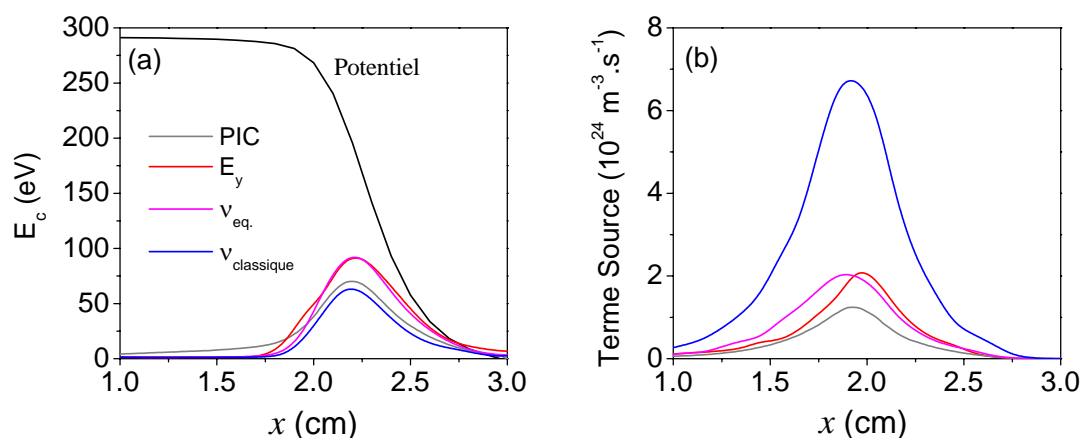


Figure III-21 : a)Énergie cinétique moyenne des électrons : du modèle PIC (gris), et obtenue avec le modèle de particules test pour : uniquement des collisions (bleu), l'ajout d'une onde azimutale (rouge) et l'ajout d'une fréquence de collision équivalente. Le potentiel est toujours tracé en noir. B) Termes source d'ionisation dans les mêmes cas.

peut noter la forte augmentation de la mobilité après le plan de sortie, à $x=2.5$ cm. Sur la Figure III-20 est également représenté un profil de mobilité de type Bohm, proportionnel à $1/B$. Si ce type de mobilité peut être un outil pour augmenter le transport axial, il ne représente pas du tout l'effet de l'onde azimutale sur le transport.

L'énergie cinétique moyenne et le terme source d'ionisation pour différents cas sont tracés sur la Figure III-21. Les profils correspondant à l'ajout d'une onde azimutale sont toujours représentés en rouge et ceux correspondant au cas collisionnel classique en bleu. Sont également tracés en gris, à titre indicatif, les profils moyens issus du modèle PIC. L'énergie cinétique moyenne obtenue avec l'ajout de l'onde n'est que légèrement au dessus de celle du PIC. Elle atteint un maximum d'environ 80 eV, puis décroît lorsqu'on se rapproche de la zone d'ionisation.

Le terme source d'ionisation dans le cas de l'onde azimutale est similaire à celui du modèle PIC. Il est tout de même supérieur d'un facteur un et demi, mais la simplicité du modèle présenté ici ne peut pas prétendre retrouver exactement les résultats du modèle complet PIC. Puisque le transport ionique n'est pas décrit, la comparaison du terme source nous permet tout de même de vérifier que le champ électrique axial est cohérent avec les résultats obtenus. Ce n'est manifestement pas vrai pour le cas collisionnel classique (bleu) où le terme source d'ionisation est sept fois plus élevé que celui du modèle PIC.

D'autres simulations ont été effectuées en faisant varier le nombre d'onde et l'amplitude de l'onde azimutale. Sur la Figure III-20b sont tracées les mobilités obtenues dans quelques uns de ces cas : amplitude correspondant à celle du modèle PIC et nombre d'onde de 10^3 rad/m (rouge), $5 \cdot 10^3$ rad/m (triangles noirs) et 10^4 rad/m (cercles gris). Puis un cas où l'amplitude de l'onde a été multipliée par deux (le nombre d'onde reste à 10^3 rad/m). La mobilité diminue lorsque le nombre d'onde augmente, mais la forme du profil reste la même. Cet aspect avait déjà été mis en évidence dans l'étude en configuration simplifiée ainsi que par Alexandre Ducrocq dans sa thèse. Notons qu'un nombre d'onde de 10^3 rad/m correspond aux longueurs d'onde les plus grandes visibles sur les résultats du code PIC. Comme on pouvait s'y attendre, le transport axial des

électrons augmente avec l'amplitude de l'onde azimutale. En multipliant l'amplitude de l'onde azimutale par deux, on obtient une mobilité plus d'un ordre de grandeur supérieure dans les zones les plus éloignées de l'anode. Cet effet est amplifié par le fait que près de la fin du domaine, E_y soit plus grand que E_x . Dans cette région où la densité de neutres ne joue plus sur le transport, la mobilité électronique est particulièrement sensible à l'amplitude de E_y .

Fréquence équivalente de collisions

L'ajout d'une onde azimutale simple permet à lui seul d'expliquer un grand nombre de phénomènes. Puisque notre but est toujours d'améliorer la description fluide de la décharge, on peut se demander s'il est possible de retrouver ces résultats avec une fréquence de collision équivalente. On décide donc de calculer une fréquence de collision à partir de la mobilité axiale obtenue avec l'ajout de l'onde azimutale (Figure III-20, en rouge) :

$$v_{eq} \approx \omega B \mu \quad (\text{III-48})$$

La fréquence équivalente n'est calculée qu'entre $x=1.5$ et 2.9 cm, où cette relation est valable. Plus près de l'anode, c'est de toutes façons le transport collisionnel qui assure la majeure partie du transport axial d'électrons. Encore une fois, on utilise une fonction analytique pour définir v_{eq} :

$$\forall x \geq 1.5 \text{ cm} \quad v_{eq} = 550 \cdot \exp\left(\frac{x}{0.0026}\right) + 10^5 \quad [\text{s}^{-1}] \quad (\text{III-49})$$

L'utilisation d'une exponentielle montre à quel point il faut augmenter la fréquence de collision près de la fin du domaine. Encore une fois, cette forte augmentation du transport est due au fait que E_y dépasse E_x dans cette région.

La mobilité obtenue avec cette fréquence équivalente est représentée sur la Figure III-20 (magenta). Elle est similaire à celle obtenue avec l'ajout de l'onde azimutale : la fréquence équivalente est donc correctement définie. Encore une fois, on voit bien sur la Figure III-20 que la mobilité équivalente utilisée n'est pas proportionnelle à $1/B$ (ni à $1/B^2$).

L'énergie cinétique moyenne et le terme source d'ionisation sont représentés sur la Figure III-21 (magenta). On retrouve le profil d'énergie cinétique obtenu avec l'ajout de l'onde azimutale. Ceci veut dire que le chauffage des électrons par l'onde peut être décrit par des collisions, dont la modélisation fluide est possible. Il n'y a pas de pertes anormales dues à la turbulence.

La mobilité utilisée dans le passé (thèses de Jérôme Bareilles⁶² et Claude Boniface⁷⁸) était trop grande au niveau du plan de sortie, là où le champ électrique est le plus fort, et n'avait pas le bon profil axial. En conséquence, les énergies moyennes étaient trop élevées. Il fallait alors utiliser des coefficients de pertes anormales d'énergie, même à l'extérieur du canal, pour faire chuter l'énergie.

Les énergies moyennes mesurées expérimentalement restent encore plus faibles que celles du modèle PIC et que nous avons retrouvées. Le maximum expérimental est de l'ordre de 30 eV. Il est fort possible que les interactions avec les parois soient responsables de pertes d'énergie dans le canal de décharge. Puisque les parois ne sont pas traitées dans le modèle PIC, ceci pourrait expliquer pourquoi les énergies sont plus élevées. On pourrait y remédier en ajoutant des pertes d'énergie pariétales, mais uniquement à l'intérieur du canal.

Même si au niveau microscopique les phénomènes ne sont pas les mêmes, les grandeurs macroscopiques auxquelles on s'intéresse sont très proches. On peut donc espérer améliorer la modélisation fluide des électrons en utilisant une mobilité adaptée à définir.

Conclusion

Il est désormais clair que la turbulence azimuthale a un rôle primordial dans la physique des propulseurs à effet Hall. Son existence est connue depuis le début du développement de ces moteurs, mais ce n'est que depuis quelques années que le lien avec le transport axial des électrons a été démontré. Jean Claude Adam et Anne Héron ont été parmi les premiers à mettre en évidence ce lien numériquement, grâce à leur modèle Particle-In-Cell dans les directions axiale et azimuthale. Les premiers résultats de l'expérience de diffusion collective, réalisée par Dominique Grésillon et Sédina Tsikata sur PIVOINE, ont confirmé une grande partie des prédictions du modèle en ce qui concerne la présence d'une onde azimuthale dans les régions de forte dérive azimuthale. Afin d'espérer prendre en compte ces phénomènes dans une approche fluide des électrons, il était surtout important de comprendre en détail quels sont les mécanismes turbulents à l'origine du transport électronique axial. Les trajectoires tridimensionnelles des électrons en présence d'une onde azimuthale nous ont permis d'illustrer clairement comment la turbulence peut agir sur le comportement des électrons. L'interaction entre l'électron et l'onde est bien décrite par le modèle de Karney, validé numériquement dans le cas le plus simple possible. L'étude de particules test dans une configuration aussi proche que possible de celle du modèle PIC a confirmé qu'une onde azimuthale était capable d'augmenter de façon nette la mobilité électronique axiale. Cette étude nous a aussi permis de voir qu'une mobilité de type Bohm ne reflétait pas l'impact de l'onde azimuthale sur le transport. Mais elle a également montré qu'une définition adaptée d'une fréquence équivalente était capable de refléter à l'échelle macroscopique les interactions microscopiques des électrons avec l'onde. La prochaine étape est d'utiliser le modèle hybride complet avec une mobilité électronique définie à partir de ces résultats. Il reste alors à comparer les résultats avec les résultats expérimentaux. C'est ce que nous allons faire dans le prochain chapitre.

Chapitre IV

Validation de la modélisation : Diagnostics d'un HET

Nous nous sommes intéressé jusqu'à maintenant à la modélisation des propulseurs à effet Hall. Notre inquiétude principale a été la compréhension et prise en compte d'un transport turbulent dans ce type de propulseur. Cependant, un modèle numérique doit forcément être confronté à des résultats expérimentaux. Et c'est ce que nous allons faire dans ce chapitre.

Notre priorité reste la détermination de la mobilité électronique. On pourrait essayer d'estimer à partir des résultats expérimentaux cette mobilité électronique. Pour cela il faudrait mesurer le champ électrique et le courant d'électrons. Malheureusement, une mesure expérimentale du courant d'électrons est extrêmement difficile. Une mesure de courant par sonde mesure en général un courant total, sans différencier le courant d'ions de celui d'électrons. On ne peut donc pas obtenir une mobilité « expérimentale » fiable de cette façon. On sait qu'au niveau du plan de sortie, le courant d'électrons représente entre 10 et 20 % du courant total. Il faut donc trouver des méthodes expérimentales pour obtenir indirectement des informations sur la mobilité électronique. Si le courant d'électrons est difficilement mesurable, le champ électrique peut être calculé à partir des fonctions de distribution en vitesse des ions. La Fluorescence Induite par Laser (LIF) permet de mesurer ces fonctions.

Dans ce chapitre nous allons commencer par présenter les ressources expérimentales du GDR et la méthode de Fluorescence Induite par Laser (LIF). Nous verrons ensuite une nouvelle méthode capable de fournir le champ électrique et la fréquence d'ionisation le long de l'axe du propulseur à partir d'une série de mesures LIF. Cette méthode nous permettra d'étudier le fonctionnement paramétrique du moteur PPS[®]X000. Pour finir nous confronterons ces résultats aux résultats du modèle hybride, en mettant l'accent sur la définition de la mobilité électronique dans le modèle hybride.

IV.A Cadre expérimental

IV.A.1 Moyen d'essais PIVOINE-2G

Au sein du GDR « Propulsion Spatiale à Plasma », l'étude expérimentale des propulseurs à Effet Hall s'articule autour du moyen d'essais PIVOINE-2G inauguré à l'institut ICARE le 11 novembre 2006 au CNRS d'Orléans. PIVOINE-2G a remplacé alors le moyen d'essais PIVOINE installé dans le même laboratoire depuis 1996¹⁹. L'ensemble est composé d'un caisson à vide, d'un centre d'opérations pour suivre le propulseur et d'une batterie de diagnostics permanents ou temporaires. Une photo de l'installation est donnée sur la Figure IV-1.

Le caisson à vide a un diamètre de 2.2 m et une longueur de 4 m. Le système de pompage est composé de huit cryopompes à l'arrière du caisson. Leur capacité de pompage est de 150 000 l/s. C'est ce point qui a été amélioré lors du passage de PIVOINE à PIVOINE-2G. A titre d'exemple, la chambre peut désormais maintenir une pression de 3.10^{-5} mbar pendant le fonctionnement d'un propulseur à une puissance de 6 kW et un débit de 20.6 mg/s. C'est justement dans le but de pouvoir étudier des propulseurs à forte puissance que PIVOINE-2G a été développé. Le propulseur est monté sur un bras de translation équipé d'une pompe turbo moléculaire permettant de sortir ou rentrer le propulseur dans le caisson sans rompre le vide.

Le moyen d'essais dispose d'un grand nombre de diagnostics. Il est équipé d'une



Figure IV-1 : Moyen d'essais PIVOINE-2G à l'institut ICARE, CNRS Orléans.

balance de poussée de type pendulaire à plan constant capable de fonctionner sur une gamme de 10-400 mN avec une précision de 2 %. Un bras de translation orthogonal à l'axe du caisson est équipé en permanence de sondes électrostatiques et d'un Analyseur à Potentiel Retardant (RPA). Une caméra CCD et une caméra thermique peuvent aussi être installées sur l'un des hublots de diagnostics. De plus, pendant chaque tir, la tension, le courant de décharge, les courants des bobines, les débits de gaz et la pression résiduelle sont enregistrés en permanence.

IV.A.2 Fluorescence Induite par Laser (LIF)

Depuis quelques années, Stéphane Mazouffre, Damien Gawron et Nader Sadegui ont mené une série d'expériences par LIF visant à caractériser le comportement des ions dans un propulseur^{99, 100}. J'ai participé à certaines d'entre elles. La LIF permet d'obtenir à chaque point de mesure une fonction de distribution en vitesses des ions Xe^+ ; elle est fréquemment utilisée pour caractériser les moteurs^{101, 102, 103, 104}. Plusieurs campagnes ont déjà été effectuées sur les moteurs PPS[®]100 et PPS[®]X000. Nous donnons ici les éléments fondamentaux de la méthode LIF ainsi que du montage expérimental. Une description plus détaillée est donnée dans la thèse de Damien Gawron¹⁰⁵.

Principe physique

Measures¹⁰⁶ a été le premier à proposer une étude conceptuelle de spectroscopie par excitation sélective. Stern et Johnson¹⁰⁷ ont eux été les premiers à mesurer localement des densités et des vitesses d'ions en utilisant la fluorescence induite par laser. Cette technique a l'avantage d'être non intrusive et de fournir une grande résolution en espace et en vitesse. La LIF consiste à exciter à l'aide d'un laser l'espèce étudiée dans un plasma. L'espèce en question absorbe l'énergie du laser et la restitue à une longueur d'onde donnée sous forme de photons dits de fluorescence. La vitesse des particules réémettant cette énergie est déterminée à partir du décalage Doppler par rapport à la longueur d'onde d'émission des mêmes particules au repos.

Dans le cas du propulseur, l'espèce en question est celle des ions Xe^+ . La transition étudiée est la transition $5d \ ^2F_{7/2} \rightarrow 6p \ ^2D^o_{5/2}$ de l'ion Xe^+ à 834.723 nm. Nous faisons l'hypothèse que le comportement d'un ion Xe^+ à l'état fondamental est similaire à celui du même ion à l'état métastable. La composante de la vitesse de l'ion parallèle au faisceau laser peut être déduite de la mesure de la longueur d'onde d'absorption par effet Doppler :

$$v = v_0 + \frac{1}{2\pi} \vec{k}_{laser} \cdot \vec{v}_{ion} \quad \Rightarrow \quad v_{ion,k} = \frac{c\Delta v}{v} \quad (IV-1)$$

où v est la fréquence d'absorption, v_0 la fréquence au repos, $\Delta v = v - v_0$ le décalage Doppler, \vec{k}_{laser} le vecteur d'onde, \vec{v}_{ion} le vecteur vitesse et $v_{ion,k}$ la composante parallèle au laser. La fréquence au repos est déterminée dans une décharge RF stationnaire de xénon. Des hypothèses concernant la structure hyperfine des transitions nous permettent de considérer les spectres mesurés dans le propulseur comme des fonctions de distribution en vitesse de l'ion Xe^+ .

Montage expérimental

Le banc optique utilisé est représenté sur la Figure IV-2. Il correspond au banc utilisé pour la campagne 2007 à laquelle j'ai participé. Il a fait l'objet de quelques

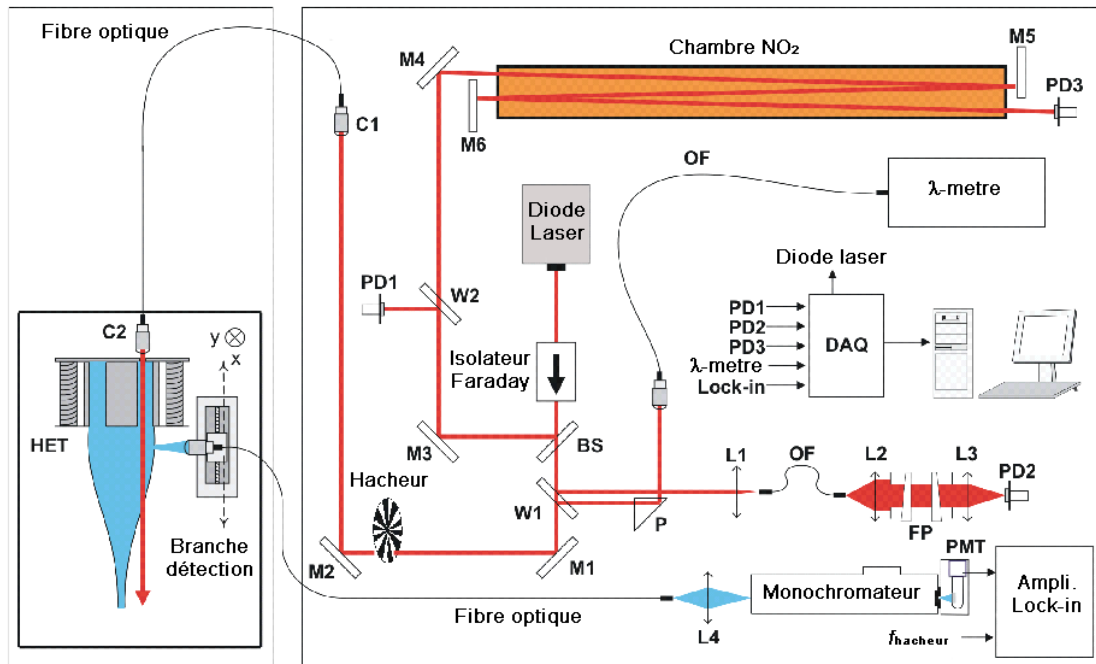


Figure IV-2 : Montage expérimental pour la LIF dans PIVOINE-2G

modifications pour la campagne 2008¹⁰⁰. Le faisceau laser est produit par une diode laser monomode TEC 500 (Sacher Lasertechnik) dans le cas du PPS[®]100 et par une diode laser MEGATRONIK 2000 dans le cas du PPS[®]X000. Dans les deux cas, la largeur spectrale de la raie laser est d'environ 10 MHz. La longueur d'onde du laser peut être changée par l'application d'une tension à un élément piézo-électrique qui modifie la longueur de la cavité optique du laser. Un balayage sans saut de mode sur ~10 GHz est possible en asservissant le courant de la diode à la modification de la longueur de la cavité. Le domaine spectral de fonctionnement de la diode laser étant défini par sa température, celle-ci est contrôlée d'une façon précise par un élément Peltier.

Les mesures effectuées par LIF nécessitent d'analyser en temps réel le faisceau laser ainsi que la réponse du système. Pour cette raison, le faisceau est divisé en un faisceau principal qui part vers le propulseur et en plusieurs faisceaux secondaires qui sont analysés. Le faisceau principal envoyé dans le propulseur contient la majeure partie de la puissance délivrée par la diode. Après avoir été modulé par un hacheur mécanique à une fréquence f_c (~ 200 Hz), ce faisceau principal est injecté dans le collimateur C1. Celui-ci est relié à une fibre optique multi mode qui permet d'injecter le faisceau laser par l'arrière du propulseur à travers la céramique près de l'anode. On considère que la divergence du faisceau est nulle sur le domaine de mesure. A titre indicatif, on obtient une puissance de l'ordre de 3 mW dans le volume de mesure lorsque la diode laser est à sa puissance maximale. Le rendement est donc de l'ordre de 10 %. Les pertes sont dues aux optiques présentes sur le trajet du faisceau ainsi qu'aux pertes au niveau de l'injection dans la fibre optique. De plus, le passage sous vide permettant de faire la jonction entre l'extérieur et l'intérieur du caisson a un taux de perte d'environ 50 %.

Le signal de fluorescence est recueilli par un collimateur situé sur le côté du moteur le long d'une fente taillée dans la céramique. Afin de pouvoir obtenir des profils de vitesse,

la branche de détection peut être déplacée parallèlement à l'axe du moteur grâce à une platine de déplacement sous-vide. Une seconde platine permet d'ajuster la position verticale de la branche de détection. Le signal de fluorescence est acheminé vers un monochromateur via la fibre optique afin de filtrer les longueurs d'onde indésirables. Un tube photomultiplicateur est placé en sortie du monochromateur pour recueillir le signal qui est ensuite traité par un amplificateur à détection synchrone.

Parallèlement au faisceau principal, on peut voir sur la Figure IV-2 que le banc LIF contient quatre faisceaux laser secondaires. Ces faisceaux permettent de collecter des données sur la manière dont fonctionne la diode laser pendant une mesure. Afin de pouvoir analyser les résultats des mesures de vitesse par LIF, il est nécessaire de connaître précisément la longueur d'onde, la variation de puissance dans le temps, ainsi que la plage de fréquence sans saut de mode de la diode laser. La variation de la puissance laser est mesurée de manière relative par la photodiode PD1. Les trois autres faisceaux secondaires ont tous pour fonction de fournir des informations sur le balayage de la longueur d'onde par la diode laser. On dispose ainsi : d'un lambda-mètre pour mesurer de manière absolue la longueur d'onde du laser avec une précision absolue de 100 MHz, d'un interféromètre de Fabry Péroth pour détecter les sauts de modes et d'une cellule à NO₂ qui permet de se recalibrer en fréquence lors du traitement des données. Ces informations sont respectivement recueillies par les photodiodes PD2 et PD3.

L'ensemble des données est centralisé sur un ordinateur relié aux différents appareils de mesure. Un seul et unique programme est chargé de l'enregistrement des signaux, ce qui permet de contrôler leur évolution en temps réel et d'obtenir des ensembles de données cohérents. Le programme est en outre chargé de faire varier la longueur d'onde de la diode laser en délivrant la consigne de tension appliquée à l'élément piézo-électrique de la cavité.

IV.B Grandeurs déduites des mesures par LIF

IV.B.1 Sorties directes par LIF

Qu'est-ce que l'on mesure réellement ?

Revenons sur le fonctionnement d'une mesure par LIF. La Figure IV-3 en propose une vue schématique. Dans notre cas, l'axe du faisceau laser correspond à l'axe du propulseur. Prenons le cas général d'une mesure par LIF où le laser est dans la direction du champ électrique. Soit x cette direction. Une série de mesures est effectuée à différentes positions le long de cet axe. A chaque position de mesure, les particules A^+ contenues dans le volume élémentaire dV sont excitées par le laser. Le spectre d'absorption de cette espèce est enregistré à chaque position. La fréquence de la transition étudiée est connue. On peut donc déterminer la vitesse de la population à chaque fréquence dans la direction du faisceau laser par effet Doppler. Le résultat de cette mesure est alors une série de fonctions de distribution en vitesse à chaque position de mesure. La normalisation de chaque FDV est arbitraire et dépend de la puissance du laser. Cette normalisation peut être différente à chaque mesure. Chaque FDV mesurée est reliée à la fonction de distribution des ions f par la relation :

$$g_x(v_x) = \alpha_x \iint f(x, v_y, v_z) dv_y dv_z \quad (\text{IV-2})$$

où α_x est une constante de normalisation qui dépend de chaque mesure.

Un exemple de résultats est donné sur la Figure IV-4. Il s'agit d'une série de mesures effectuées sur le propulseur PPS[®]X000 avec un débit de 6 mg/s et une tension de décharge de 500 V. On voit bien sur cette figure l'accélération des ions dans le canal. Cette accélération est plus marquée juste avant le plan de sortie du canal ($x=0$) ; cette zone correspond à la zone d'accélération. On remarque aussi à l'œil nu sur ces FDV l'élargissement de celles-ci, principalement dû à l'ionisation.

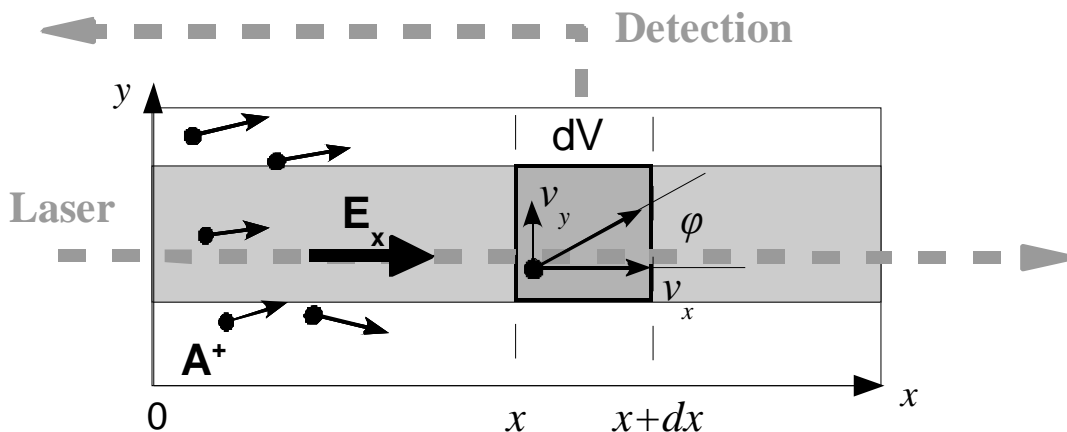


Figure IV-3 : Vue schématique d'une mesure par LIF ; les ions Xe^+ présents dans le volume dV sont excités par le laser ; plusieurs mesures sont effectuées le long du faisceau.

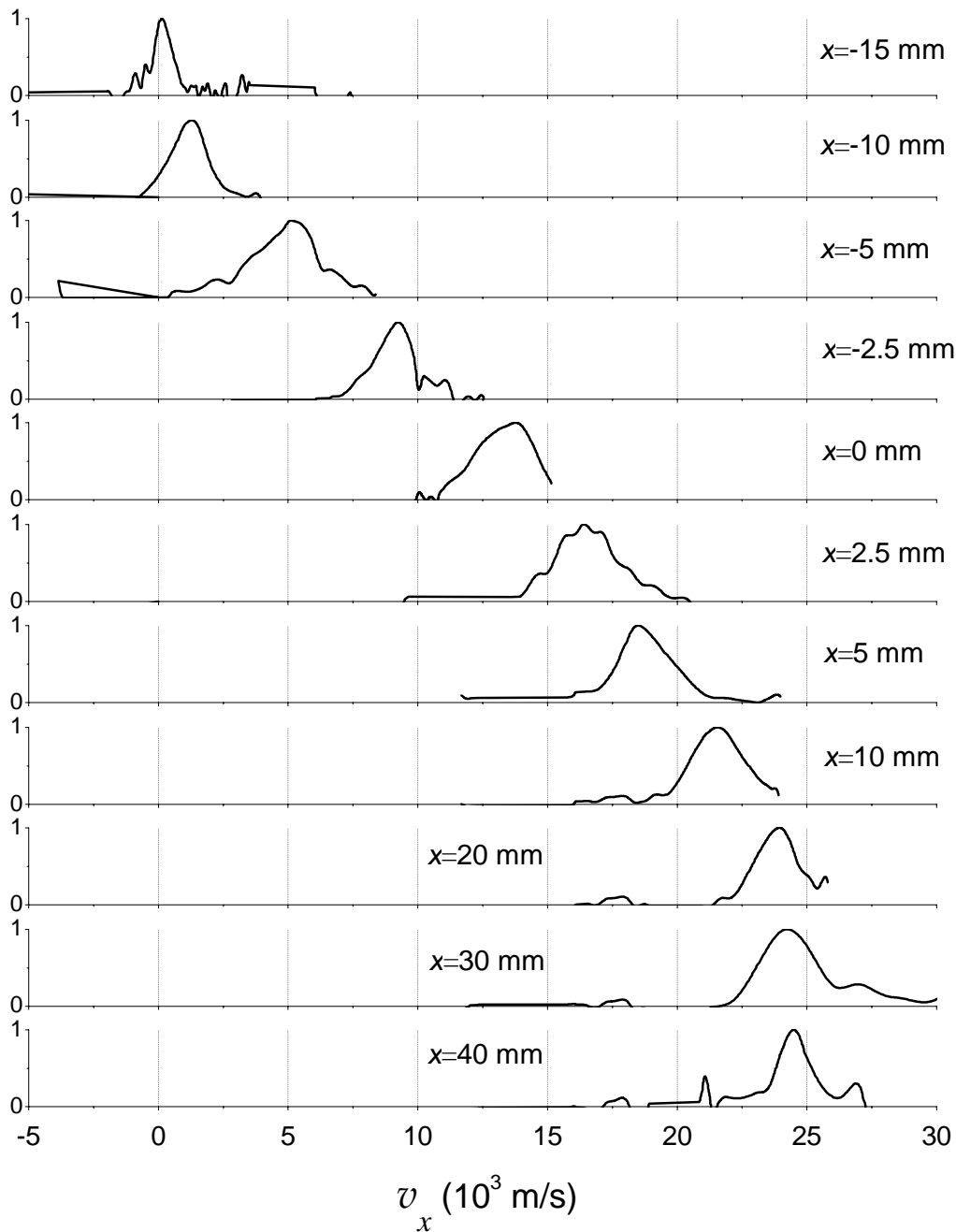


Figure IV-4 : Fonctions (lissées) de distribution en vitesse des ions mesurées¹⁰⁰ par LIF pour un moteur PPSX000 avec un débit de 6 mg/s et une tension de décharge de 500V ; toutes les fonctions sont normalisés de la même façon. Le plan de sortie est pris comme référence ($x=0$ mm).

Interprétations directes des mesures par LIF

A partir de ces FDV, on peut obtenir facilement :

- une vitesse moyenne \bar{v}_x :

$$\bar{v}_x(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v_x g_x(v_x) dv_x}{\int_{-\infty}^{\infty} g_x(v_x) dv_x} \quad (\text{IV-3})$$

Elle correspond au premier moment de la fonction de distribution de vitesses obtenue par LIF et ne dépend pas de la constante de normalisation α_x :

- Une dispersion moyenne en vitesse :

$$\sigma = \sqrt{\overline{v_x^2} - \bar{v}_x^2} \quad (\text{IV-4})$$

C'est la déviation standard et traduit l'étalement de la FDV autour de cette vitesse moyenne.

- Une vitesse maximale v_{\max} , correspondant, pour une FDV donnée, à la vitesse à laquelle l'amplitude de la FDV est égale à 10% de son maximum. Cette vitesse permet de suivre les ions les plus rapides.

Ces grandeurs moyennes permettent une première analyse des FDV et peuvent nous renseigner sur les caractéristiques des ions. La plupart des auteurs s'arrêtent là^{108, 109, 110, 111, 112} ou, comme l'ont fait Mazouffre *et al.*⁹⁹, calculent à partir de la vitesse moyenne des ions un champ électrique E_{acc} correspondant au potentiel d'accélération moyen :

$$E_{acc} = \frac{dU_{acc}}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2e} M \bar{v}_x^2 \right) \quad (\text{IV-5})$$

Malheureusement, ce champ n'est égal au champ électrique réel que si tous les ions sont créés au même potentiel ; et ceci n'est pas le cas dans le propulseur puisqu'on sait qu'il y a un recouvrement entre les zones d'ionisation et d'accélération. On peut alors calculer E_{acc} à partir des ions les plus rapides, en utilisant v_{\max} . Mais comme le montre Mazouffre *et al.*, les ions les plus rapides dans le propulseur sont créés par des oscillations de la zone d'accélération et en utilisant v_{\max} , on surestime le champ électrique.

IV.B.2 Grandeurs déduites de l'équation de Boltzmann

On propose ici un moyen de déduire non seulement le profil du champ électrique mais aussi celui de la fréquence d'ionisation directement à partir des mesures de FDV effectuées par LIF¹¹³.

Le point de départ de notre méthode est l'équation de Boltzmann écrite pour la fonction de distribution des ions f :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + a_x \frac{\partial f}{\partial v_x} = \nu_i f_0 + \nu_c (f_0 - f) \quad (\text{IV-6})$$

où v_x est la composante parallèle au faisceau laser de la vitesse et a_x l'accélération due au champ électrique dans la même direction : $a_x = qE_x/M$. Le premier terme du membre de droite représente la création d'ions par ionisation, avec une fréquence d'ionisation ν_i et une fonction de distribution initiale Maxwellienne f_0 à la température du gaz. Le

deuxième terme représente les échanges de charge entre des ions rapides et des neutres lents, avec une fréquence de collisions de ν_c .

Quelques hypothèses, valables dans de nombreux plasmas à faible pression dont le cas du propulseur fait partie, permettent de simplifier cette équation :

- Les collisions sont négligeables : dans le propulseur, le libre parcours moyen d'un ion est de l'ordre du mètre, ce qui est bien supérieur aux distances sur lesquels on effectue les mesures LIF.
- f_0 est définie par une fonction Dirac : la température du gaz dans le propulseur (500 K) est très inférieure à l'énergie que peuvent gagner les électrons le long du canal de décharge (typiquement quelques centaines d'eV).
- Les variations temporelles de la fonction de distribution sont petites devant les variations spatiales.

Avec ces hypothèses, l'équation de Boltzmann s'écrit :

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + a_x \frac{\partial f}{\partial v_x} = \nu_i f_0 \quad (\text{IV-7})$$

On cherche à récupérer à partir de cette équation les profils de a_x et ν_i . Pour cela, on multiplie l'équation de Boltzmann par des puissances successives de v_x puis on les intègre sur l'espace des vitesses. On obtient ainsi des équations intégrales sous la forme :

$$\begin{aligned} m = 1, \quad \frac{\partial n u_1}{\partial x} &= n \nu_i \\ \forall m \geq 2, \quad \frac{\partial n u_m}{\partial x} &= n(m-1) a_x u_m \end{aligned} \quad (\text{IV-8})$$

On pose alors $z = (\partial n / \partial x) / n$ pour simplifier le système d'équations et on obtient :

$$\begin{aligned} m = 1, \quad z u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x} &= \nu_i \\ \forall m \geq 2, \quad z u_m + \frac{\partial u_m}{\partial x} &= (m-1) a_x u_m \end{aligned} \quad (\text{IV-9})$$

Les grandeurs u_m sont les moyennes de v_x^m sur la fonction de distribution f en x . Cependant, compte tenu de l'expression (IV-2) des FDV mesurées par LIF, ces grandeurs peuvent aussi être directement déterminées à partir des g_x mesurées par LIF :

$$u_m(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v_x^m f(v_x) dv_x}{\int_{-\infty}^{\infty} f(v_x) dv_x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v_x^m g_x(v_x) dv_x}{\int_{-\infty}^{\infty} g_x(v_x) dv_x} \quad (\text{IV-10})$$

Toutes les moyennes u_m sont connues grâce aux mesures LIF. Les inconnues dans le système sont z , a_x et ν_i . Pour des raisons expliquées plus loin dans cette section, z n'est pas exploité.

Soit :

$$w_k = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v_x^k g_x(v_x) dv_x}{\int_{-\infty}^{\infty} v_x^{k-1} g_x(v_x) dv_x} = \frac{u_k}{u_{k-1}} \text{ et } w_1 = u_1 \quad (\text{IV-11})$$

Ces grandeurs définissent des vitesses moyennes de v_x pondérées par v_x^{k-1} ; pour $k=1$, $w_1 = \overline{v_x}$ et pour $k \rightarrow \infty$, $w_k \rightarrow \max(v_x)$. Elles permettent de simplifier les expressions du champ électrique et de la fréquence d'ionisation.

On obtient E_x à partir du système (IV-9) pour $m=2$ et $m=3$:

$$E_x = \frac{M}{q} a_x = \frac{M}{q} \frac{w_2 w_1}{2w_1 - w_3} \frac{\partial w_3}{\partial x} \quad (\text{IV-12})$$

Puis la fréquence d'ionisation ν_i pour $m=1$ et $m=2$:

$$\nu_i = \frac{a_x}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} \frac{\partial w_2}{\partial x} \quad (\text{IV-13})$$

Compléments sur la méthode

Nous venons de présenter le développement de la méthode dans le cas le plus simple. Voici quelques éléments qui complètent cette méthode.

Pour commencer, on peut considérer un angle de divergence de la vitesse le long du faisceau laser. Dans le cas du propulseur, la courbure des lignes de potentiel crée une telle divergence. Cette divergence provoque une diminution de la densité d'ions le long de l'axe, mais nous allons montrer que le champ électrique et la fréquence d'ionisation déduits avec notre méthode ne sont pas sensibles à de faibles angles de divergence. Soit φ l'angle entre v_x et v_y , qui sont les composantes parallèle et perpendiculaire à E_x : $v_y = v_x \tan \varphi \approx v_x \varphi$.

Dans ces conditions, l'équation de Boltzmann devient:

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_x \varphi \frac{\partial f}{\partial y} + a_x \frac{\partial f}{\partial v_x} = \nu_i f_0 \quad (\text{IV-14})$$

En posant $z = (\partial n / \partial x) / n + \partial \varphi / \partial y$, on retrouve le système d'équations (IV-8) avec comme inconnues z , a_x et ν_i . Il suffit alors de suivre les mêmes étapes pour déterminer le champ électrique et la fréquence d'ionisation. Le résultat est donc indépendant de l'angle de divergence inclus dans z . Notons que dans un cas purement 1D $z = (\partial n / \partial x) / n$; on pourrait calculer le profil de densité à partir de z . Mais dans le cas présent, puisque $z = (\partial n / \partial x) / n + \partial \varphi / \partial y$ et que φ n'est pas connu, on n'a pas accès à la densité. C'est pour cette raison que nous n'avons pas cherché à expliciter z dès le départ.

En ce qui concerne l'expression du champ électrique, on peut remarquer que le dénominateur dans l'expression (IV-12) peut s'annuler. Ce dénominateur peut s'annuler si le champ électrique est nul (les moments impairs sont nuls), ce qui nous indique que la méthode ne peut pas être utilisée dans les régions où le champ électrique est proche de zéro. Le dénominateur peut aussi s'annuler de façon générale lorsque $2w_1 = w_3$. Ceci n'arrive que dans des cas très particuliers et ne risque pas d'arriver dans le cas du

propulseur. Néanmoins, dans ce genre de cas, on peut toujours utiliser l'expression générale du champ électrique déduite du système (IV-9) pour deux m successifs :

$$\forall m \geq 2, \quad E_x = \frac{Ma_x}{q} = \frac{M}{q} \frac{w_m w_{m-1}}{m w_{m-1} - (m-1) w_{m+1}} \frac{\partial w_{m+1}}{\partial x} \quad (\text{IV-15})$$

On pourra alors toujours trouver un m tel que $m w_{m-1} - (m-1) w_{m+1}$ ne soit pas nul. Toutefois, il faut éviter d'utiliser cette expression avec des m trop grands. Puisque lorsque $m \rightarrow \infty$, $w_m \rightarrow \max(v_x)$, plus m est grand plus on utilise l'information dans la queue de la fonction de distribution. Cette région est en pratique la plus bruitée et peut donc être à l'origine d'erreurs.

Finalement, en se plaçant dans un contexte plus général on peut prendre en compte la fréquence de collisions v_c et la température du gaz T_i dans notre méthode. On considère que v_c est connue et que les ions sont créés suivant une distribution Maxwellienne f_0 à la température T_i :

$$f_0 = c_1 e^{-\frac{v^2}{v_{th}^2}} \text{ telle que } \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(v) dv = n(x) \text{ et avec } v_{th} = \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad (\text{IV-16})$$

Les équations intégrales s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} zu_1^x + \frac{\partial u_1^x}{\partial x} &= v_i \\ zu_2^x + \frac{\partial u_2^x}{\partial x} &= a_x - v_c u_1^x \\ \forall m \geq 3, \quad zu_m^x + \frac{\partial u_m^x}{\partial x} &= (m-1)a_x u_{m-2}^x + C_m (v_i + v_c) - v_c u_{m-1} \end{aligned} \quad (\text{IV-17})$$

où :

$$C_m = \begin{cases} \text{si } m \text{ est pair} & = 0 \\ \text{si } m \text{ est impair} & = \left(\frac{1}{2} v_{th}^2\right)^{\frac{m-1}{2}} \prod_{k=0}^{\left(\frac{m-1}{2}\right)} (2k+1) n \end{cases} \quad (\text{IV-18})$$

On obtient alors une expression de a_x en fonction des moments déduits des mesures LIF et de la fréquence de collision et de la température du gaz :

$$a_x = \frac{w_2 w_1 \frac{\partial w_3}{\partial x} + C_3 \frac{w_1}{w_2} \frac{\partial w_2}{\partial x}}{2w_1 - w_3 + \frac{C_3}{w_2}} + v_c u_2 \frac{C_3 + u_2}{u_3 - C_3 u_1 - 2u_1 u_2} \quad (\text{IV-19})$$

On vérifie bien qu'on retrouve la même expression que précédemment lorsque v_c et v_{th} sont nuls.

IV.B.3 Validation Numérique de la méthode

La méthode présentée permet d'obtenir facilement à partir des résultats LIF le champ électrique E_x et la fréquence d'ionisation ν_i . Les profils de ces grandeurs ne sont pas connus *a priori*. Avant d'appliquer la méthode à des cas expérimentaux, il faut la valider. Nous utilisons pour cela un modèle particulière du type Monte Carlo pour les ions. On fixe analytiquement le champ électrique. Les ions sont créés à partir d'un terme source d'ionisation $S_i(x) = n(x)\nu_i(x)$ lui aussi fixé. Le comportement des ions dans la configuration ainsi définie est simulé avec le modèle particulière. A différentes positions, on enregistre la fonction de distribution en vitesses des ions comme pour une mesure LIF. On obtient une série de FDV à laquelle on applique la méthode présentée et qui nous permet de re-calculer le profil du champ électrique et de la fréquence d'ionisation. Il faut ensuite vérifier que ce résultat est en accord avec les données initiales. La densité des ions est ici connue (ce qui n'est pas le cas dans un cas expérimental), on peut donc comparer le produit de la densité par la fréquence d'ionisation déduite des FDV au terme source initialement fixé.

Validation numérique dans un cas 1D

On commence par une validation dans un cas 1D simple. Le champ électrique et le terme source d'ionisation de départ, fixés entre $x=0$ et $x=8$ cm, sont donnés sur la Figure IV-5a en trait plein. L'échelle de gauche correspond au terme source d'ionisation (en unités arbitraires) et celle de droite au champ électrique (en kV/m). Les deux profils sont définis par une fonction Gaussienne à un pic. La zone d'ionisation et d'accélération se recoupent : les ions sont créés à des potentiels différents. On suit la procédure décrite dans le paragraphe précédent pour deux cas (Eq. IV-12). Dans le premier cas (pointillés) on utilise 100 FDV enregistrées à autant de points de mesure dans le modèle particulière. Puisqu'en pratique on est limité par la résolution spatiale des mesures, dans le deuxième cas (carrés) on n'utilise que 10 points de mesure pour retrouver les données initiales. Ces points sont équidistants. On applique notre méthode aux deux séries de mesures. Les résultats sont aussi présentés sur la Figure IV-5a. On retrouve exactement les

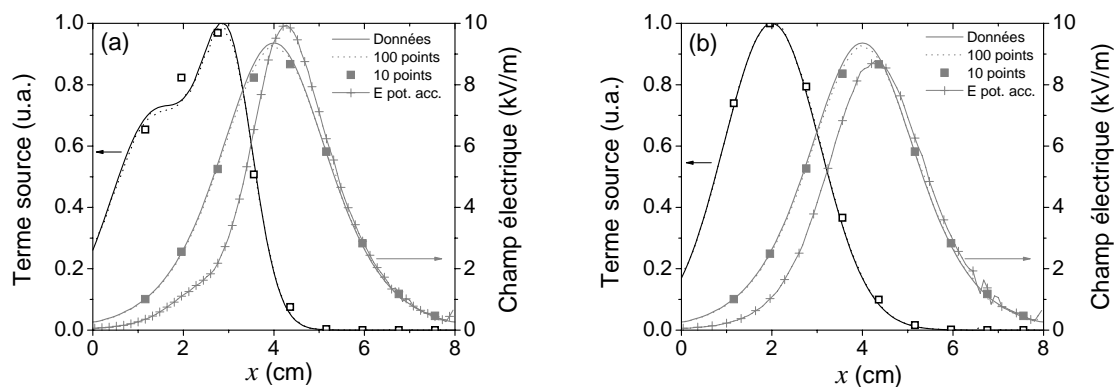


Figure IV-5 : Données initiales et résultats de la méthode à partir de mesures numériques effectuées sur 100 (pointillé) et 10 points (carrés) dans deux cas 1D (a et b). Le champ électrique initial est le même dans chaque cas mais le terme source est différent. Le champ électrique E_{acc} déduit du potentiel accélérateur moyen (équation IV-5) est représenté en gris par des croix.

données initiales que ce soit à partir des 100 ou uniquement des 10 points de mesure. Sur cette figure est aussi représenté le champ électrique E_{acc} (trait plein et croix) déduit du potentiel accélérateur moyen (équation IV-5). Compte tenu du recouvrement des zones d'ionisation et d'accélération, il n'est pas étonnant de voir une différence entre ce champ et le champ électrique réel.

Un deuxième cas 1D a été étudié. Les profils choisis sont représentés sur la Figure IV-5b avec les mêmes conventions que dans le cas précédent. Le champ électrique n'a pas changé. Le terme source d'ionisation est lui défini maintenant par une somme de Gaussiennes avec deux pics. Toujours avec les mêmes notations, les résultats sont représentés sur la Figure IV-5b. On retrouve le champ électrique sans problèmes à partir des 100 ou des 10 points de mesure. Il y a encore une différence entre E_{acc} et le vrai champ électrique. On retrouve le profil de départ du terme source d'ionisation à partir des 100 points de mesure mais pas à partir des 10 points de mesure. Avec seulement 10 points, on ne retrouve pas les deux bosses du profil choisi. La résolution spatiale des mesures étant trop grande par rapport aux variations spatiales du profil, on ne peut pas espérer faire mieux. La méthode donne tout de même un profil très proche du profil initial. Il faudra cependant garder à l'esprit qu'on est forcément limité par la résolution spatiale des mesures expérimentales et qu'on ne peut espérer avoir des informations sur des variations des grandeurs étudiées entre deux points de mesure.

Sensibilité au bruit

En plus d'une limitation dans le nombre de points de mesures, les résultats expérimentaux sont toujours obtenus avec un certain bruit. Il est donc aussi important de connaître la sensibilité de la méthode au bruit. Pour cela, nous suivons la procédure décrite mais en ajoutant un bruit numérique aux FDV des ions enregistrés à partir du modèle particulaire. Un exemple de FDV propre et bruitée est donné sur la Figure IV-6. Les résultats correspondants sont montrés sur la même figure. Les profils choisis sont ceux du premier cas 1D étudié. Le bruit ajouté aux FDV est visible sur les résultats à 100 points de mesure mais la valeur moyenne est correcte. Les résultats à 10 points de

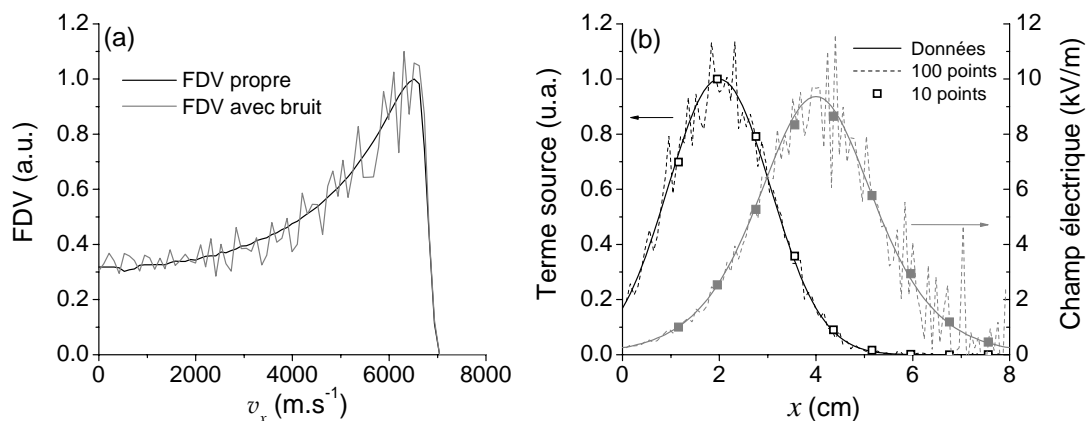


Figure IV-6 : a) FDV issue du modèle particulaire des ions et FDV avec bruit numérique ajouté b) Données initiales du champ électrique (droite) et du terme source (gauche) et résultats obtenus avec la méthode sur des FDV bruitées en utilisant 100 et 10 points de mesure.

mesure coïncident avec les profils de départ autant pour le champ électrique que pour le terme source d'ionisation. Même avec du bruit on retrouve donc bien les données de départ.

Validation numérique 2D

On passe maintenant à un cas 2D. Le terme source d'ionisation et les lignes de potentiel sont tracés sur la Figure IV-7. La configuration choisie est similaire à celle du canal de décharge dans un propulseur à effet Hall. Le terme source d'ionisation est complètement 2D. Les équipotentielles sont telles que le champ électrique transverse est nul le long de l'axe de mesure (faisceau laser). Un angle de divergence des vitesses le long de cet axe est possible. On choisit encore un cas avec recouvrement entre les zones d'ionisation et d'accélération. Les FDV sont enregistrées le long de l'axe milieu à $y=1.2$ cm, à 100 ou 10 positions différentes en x . La méthode est utilisée pour ces deux enregistrements. Les résultats sont présentés sur la courbe du bas de la Figure IV-7. Sont tracés les profils le long de l'axe de mesure du champ électrique et du terme source ainsi que les résultats de notre méthode pour 100 et 10 points. Il y a un léger décalage entre les résultats et le profil initial du terme source (de l'ordre du mm) et peu de différences entre les valeurs à 10 et 100 points de mesure. On a aussi une légère

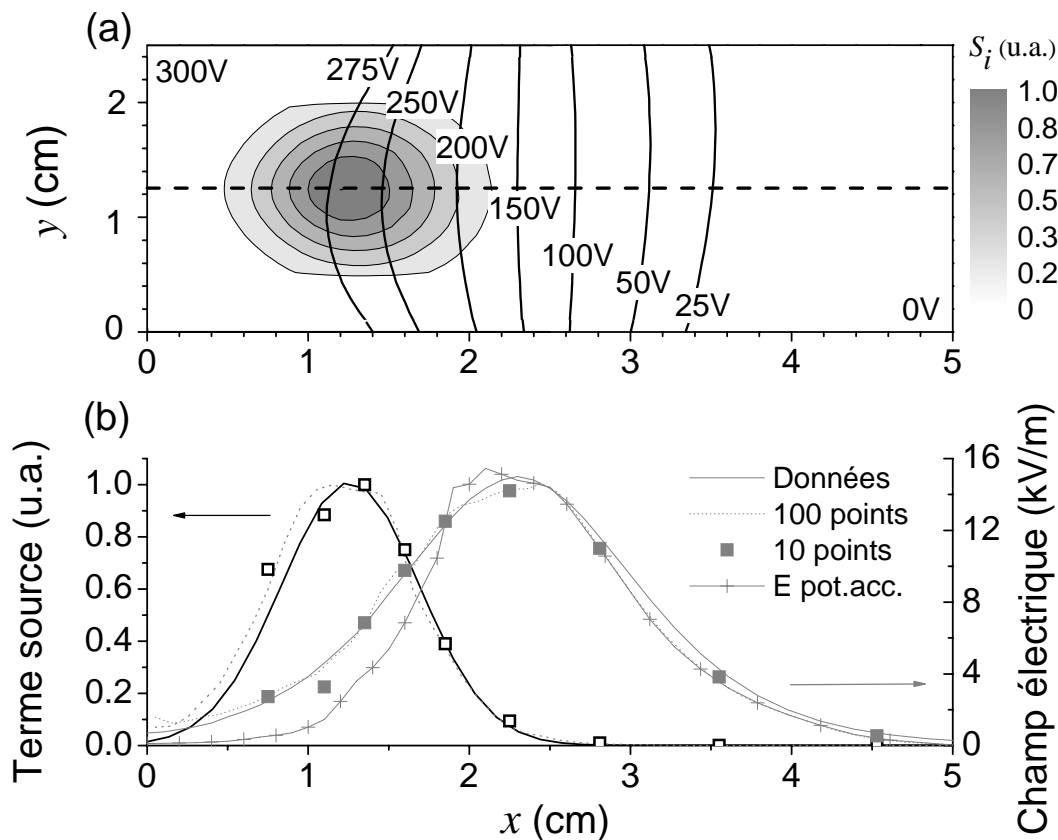


Figure IV-7 : a) Configuration du cas 2D pour la validation de la méthode ; en niveaux de gris le terme source d'ionisation ; les lignes représentent des équipotentielles. b) Résultats de la méthode : en noir, les données initiales, en pointillés les résultats avec 100 points de mesure et avec des symboles ceux avec 10 points de mesure. E_{acc} (IV-5) est toujours représenté par des croix grises.

différence pour le champ électrique (quelques pourcents). Ces écarts sont cependant très faibles, et la méthode se montre efficace même dans ce cas 2D. Encore une fois le champ électrique déduit du potentiel accélérateur ne correspond pas au champ électrique réel, particulièrement dans la zone de recouvrement.

Validation numérique avec le modèle hybride

Finally, to get into conditions as close as possible to those of a thruster, we decided to test our method with the data of the hybrid model. The hybrid model describes precisely the physics of ions in 2D. It takes into account the curvature of the potential lines, the temporal evolution of the plasma properties or even the recombinations at the walls. We simulate with the hybrid model a PPS[®]100 at nominal, with a flow rate of 5 mg/s and a discharge voltage of 300 V. The axial electric field and ionization source term are averaged over 1 ms, which corresponds to several low frequency oscillations (~10 kHz). The FDV of Xe⁺ ions averaged in time are recorded thanks to the particular part of the code along the axis in the middle of the channel ($x=4.25$ cm) at each point of the grid. We apply our method. The 2D maps of the potential and the ionization source term are represented on Figure IV-8. One can see once again the 2D aspect of the problem and the overlap of the ionization and acceleration zones. The electric field and the ionization source term deduced from the recorded FDV and treated with our method are represented on Figure IV-8b (dotted). The results are only plotted for values of x greater than the value beyond which the electric field is sufficiently large. We have already explained that the proposed method is not applicable in regions of very low electric field. The profiles deduced from the FDV are very close to the real profiles. Even with the taking into account of a complex physics, we managed to find the real profiles of the electric field and the ionization source term.

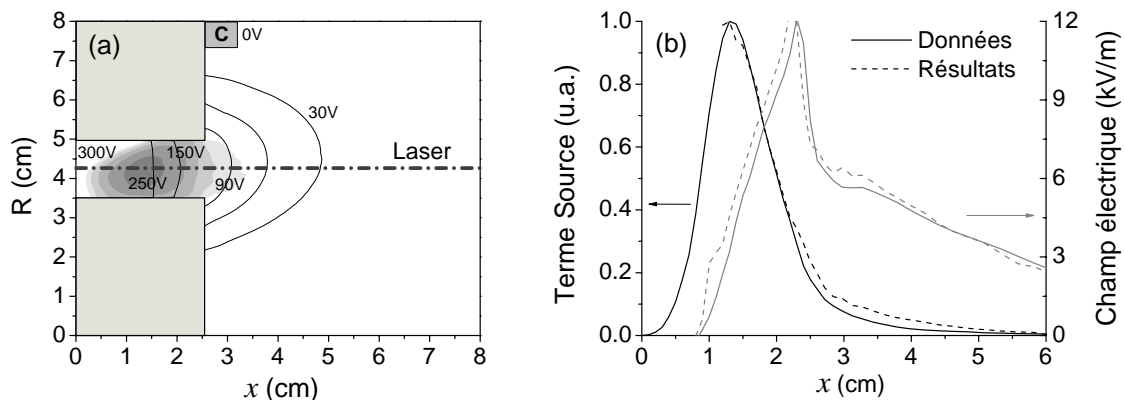


Figure IV-8 : (a) Carte du terme source d'ionisation et des équipotentielles moyennées sur 1 ms pour un PPS[®]100 avec un débit à l'anode de 5 mg/s et une tension de décharge de 300 V ; (b) Profils axiaux du champ électrique axial (gris) et du terme source d'ionisation (noir) issus du modèle hybride (trait plein) et déduits des FDV enregistrées (tirets).

IV.C Caractérisation du propulseur PPS[®]X000

Le propulseur PPS[®]X000 a été décrit en introduction. Il fait partie des nouveaux types de propulseurs à haute puissance (5 kW). Deux campagnes de mesure LIF ont été réalisées sur ce moteur en avril 2007 et en février 2008. On propose ici l'interprétation de ces résultats. On commencera par décrire les profils de vitesse et de dispersion, puis on utilisera ensuite notre méthode pour étudier le champ électrique et la fréquence d'ionisation en fonction de la tension de décharge (300 V-700 V), du débit (6 mg/s-15 mg/s) ou encore du champ magnétique (courant dans les bobines).

IV.C.1 Profils de vitesse moyenne et dispersion

Fonctions de distribution

Un exemple de FDV des ions mesurées par LIF pour un PPS[®]X000 est donné sur la Figure IV-4. On dispose de 11 mesures. L'origine en x est prise au plan de sortie du canal de décharge. L'anode est située à 3 cm de ce plan. La première fonction de distribution correspond quasiment à des ions Xe⁺ au repos. La FDV est translatée vers des vitesses de plus en plus grandes sous l'effet du champ électrique accélérateur axial. L'accélération semble maximale dans le canal à proximité du plan de sortie. Cette accélération est accompagnée d'un étalement de la FDV plus marqué entre $x=-5$ mm et $x=0$ mm. Par rapport à la FDV initiale, les FDV accélérées font apparaître des ailes correspondant à des ions lents et rapides, témoignant de l'existence d'ions très lents et d'ions ultra rapides. Comme nous allons le voir, ces ions ultra rapides atteignent une vitesse supérieure à celle qu'un ion pourrait atteindre dans une chute de potentiel égale à la tension de décharge appliquée entre l'anode et la cathode.

Profils de vitesse

Sur la Figure IV-9 sont tracés les profils de vitesse moyenne (Eq. IV-3) et de dispersion en vitesse (Eq. IV-4) pour un PPS[®]X000 avec plusieurs tensions de décharge : 300 V, 400 V, 500 V, 600 V, 700 V. Le débit est fixé à 6 mg/s et le courant des bobines à 17 A. La vitesse moyenne maximale atteinte à 40 mm du plan de sortie est systématiquement inférieure à la vitesse correspondant au potentiel maximum d'accélération (fixé par la tension de décharge). Ceci peut être dû principalement : à des pertes de potentiel au niveau de la cathode qui font que la chute de potentiel vue par les ions n'est pas la différence de potentiel appliquée entre l'anode et la cathode ; au recouvrement entre les zones d'ionisation et d'accélération qui crée des ions à un potentiel inférieur au potentiel de l'anode. Avec les profils de vitesse moyenne sont aussi tracés les profils de vitesse maximale définie en début de chapitre. Ces profils sont naturellement au dessus des vitesses moyennes. Dans plusieurs cas, la vitesse maximale atteinte dépasse la vitesse correspondant au potentiel maximum d'accélération. Ceci veut dire que des ions « voient » une chute de potentiel plus grande que celle appliquée entre l'anode et la cathode. On retrouve les ions rapides détectés sur les ailes des FDV d'ions. Ces ions rapides sont dus aux oscillations haute fréquence (~100 kHz) de la zone d'accélération⁶⁰. Ce phénomène a été mis en évidence par le modèle hybride et est décrit dans le chapitre II. La corrélation entre ces oscillations et les ions ultrarapides a aussi été mise en

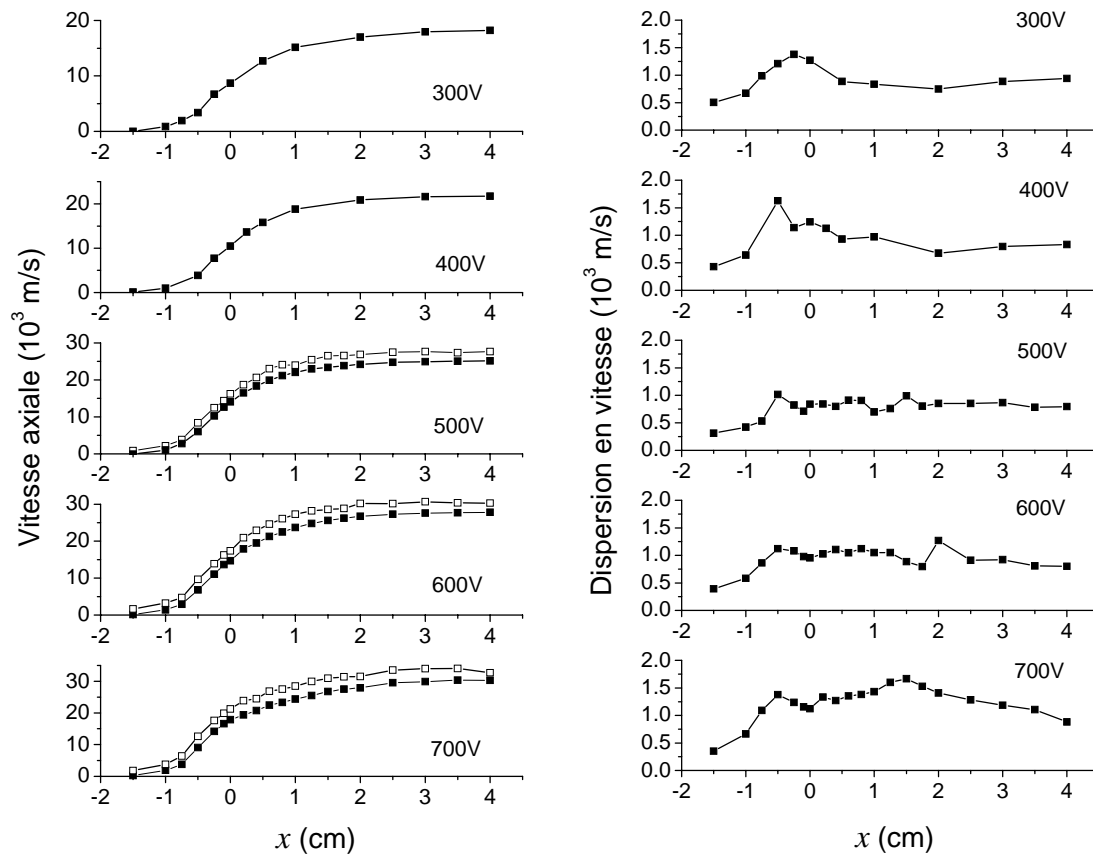


Figure IV-9 : Profils déduits des FDV mesurées sur un PPS®X000 avec un débit de 6mg/s à différentes tensions ; a) gauche : vitesse moyenne (carrés pleins) et vitesse maximale (carrés vides) b) droite : dispersion en vitesse.

évidence expérimentalement¹⁰⁰. En augmentant la tension, le profil de vitesse se raidit et se décale légèrement vers l’anode.

Dispersion en vitesse

La dispersion est tracée sur les courbes de droite de la Figure IV-9 pour les même cas. De façon générale, la dispersion augmente dans le canal, puis atteint un maximum à quelques millimètres du plan de sortie et enfin redescend pour atteindre probablement un palier à l’extérieur du canal.

Des calculs numériques ont permis de comprendre la forme de cette dispersion. Nous avons utilisé la partie particulière du code hybride pour cela. Elle nous fournit un code particulière de type Monte Carlo pour les atomes et les ions créés par ionisation. Le potentiel électrique le long de l’axe est fixé à partir des résultats obtenus par LIF. On considère qu’il est constant le long des lignes de champ magnétique pour obtenir une carte 2D du potentiel. La fréquence d’ionisation des atomes est fixée et définie ainsi :

$$v_{ion,a}(x, r) = v_0 \frac{e}{2\Delta x^2} (x - x_0)^2 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-x_0}{\Delta x} \right)^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r-r_0}{\Delta r} \right)^2} \quad (IV-19)$$

Les paramètres r_0 et Δr sont fixés. On fait varier x_0 et Δx . v_0 correspond à la fréquence d’ionisation maximale vue par les atomes. Elle est choisie à partir de précédents

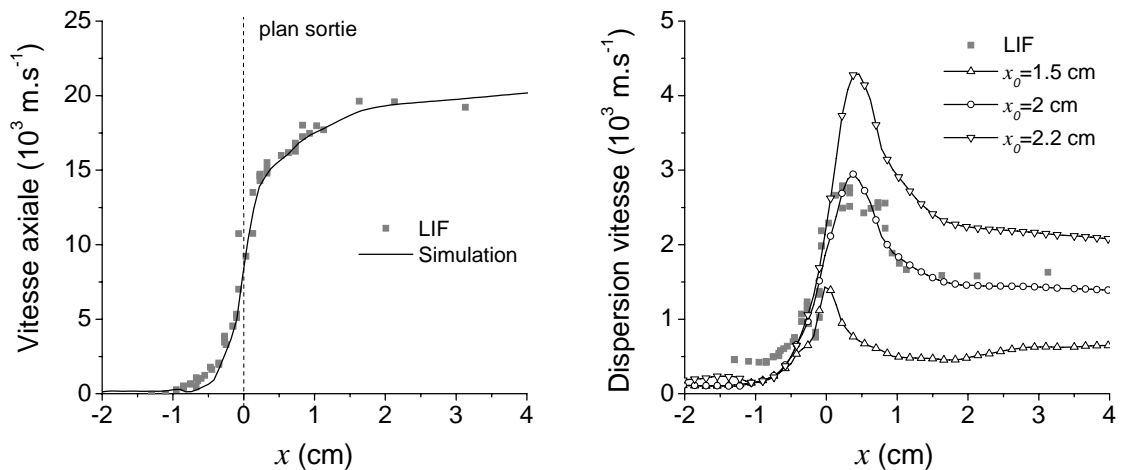


Figure IV-10 : Résultats de simulation particulaire dans un PPS100; le potentiel et la fréquence d'ionisation des atomes sont fixés ; a) profil de vitesse ionique moyenne expérimental et simulé b) profils de dispersion expérimental et pour différentes positions du maximum de la fréquence d'ionisation.

résultats du modèle hybride, mais la dispersion en vitesse est indépendante de sa valeur. Le potentiel et la fréquence d'ionisation sont donc fixés. Les atomes sont injectés à l'anode et produisent des ions. Ce sont ces ions que l'on suit. On peut faire varier les paramètres x_0 et Δx . Dans un but illustratif, on décide de fixer Δx à 0.3 cm et de faire varier x_0 . Le profil de vitesse et plusieurs profils de dispersion sont donnés sur la Figure IV-10b. La position du pic d'ionisation dans la gamme étudiée a peu d'influence sur le profil de vitesse moyenne (gauche); nous n'avons donc tracé que le profil déduit des mesures LIF et un profil issu des simulations. La dispersion elle dépend fortement de la position du terme source ; à droite sont représentés le profil déduit des mesures LIF et trois profils correspondant à des simulations avec x_0 égal à 1.5 cm, 2 cm et 2.2 cm. La forme des profils calculés est similaire à celle du profil LIF. Celle-ci dépend en fait de la quantité d'ions créés dans la zone d'accélération, donc à des potentiels différents : c'est ce qu'on appelle le recouvrement des zones d'ionisation et d'accélération. Sans recouvrement des zones, la dispersion serait constante. Plus le recouvrement est grand plus la dispersion est grande. Le maximum de dispersion correspond à la fin de la zone d'ionisation (environ là où la fréquence d'ionisation n'est plus que de 5 % de la fréquence maximale). La chute postérieure de la dispersion est inhérente à sa définition. Revenons aux résultats de la Figure IV-9. On sait désormais que le pic de dispersion, même si dans certains cas cela est moins évident, indique la fin de la zone d'ionisation. Lors qu'on augmente la tension, celui-ci se décale légèrement vers l'extérieur et la dispersion augmente ; la zone d'ionisation s'étale et le recouvrement des zones augmente avec la tension. En augmentant la tension, on augmente aussi l'énergie des électrons favorisant ainsi l'ionisation. Ceci explique pourquoi la zone d'ionisation s'étale vers l'extérieur du canal. Nous y reviendrons dans l'étude de la fréquence d'ionisation.

IV.C.2 Champ électrique

Influence de la tension

Le champ électrique est calculé à partir des FDV mesurées en utilisant notre nouvelle méthode. On dispose en général pour le PPS® X000 d'une dizaine de points de mesure allant de $x=-1.5$ cm à $x=4$ cm, ce qui couvre une grande partie de la zone d'ionisation et la zone d'accélération. Des mesures ont été effectuées sur ce propulseur à des tensions, débits et champs magnétiques différents.

La Figure IV-11 montre cinq profils de champ électrique le long de l'axe du propulseur. Le plan de sortie est à $x=0$ cm. Le débit est fixé à 6 mg/s et le courant des bobines à 17 A, ce qui correspond à un pic de champ magnétique au niveau du plan de sortie de 160 G. On fait varier la tension de 300 V à 700 V. Le régime nominal correspond à 500 V. Le champ électrique déduit de chaque série de FDV mesurées est tracé sur la courbe. Les profils sont lissés en utilisant des courbes splines. Dans tous les cas, une grande partie de la zone d'accélération se situe à l'extérieur du canal de décharge. La pente dans le canal est plus forte mais la chute de potentiel à l'extérieur est plus importante. Ce critère est souvent utilisé pour recalibrer les résultats du modèle hybride. Nous y reviendrons. Comme on pouvait s'y attendre, le maximum du champ électrique augmente avec la tension de décharge. Il est de 10 kV/m pour 300 V et atteint jusqu'à 34 kV/m pour 700 V. La position du maximum se rapproche de l'anode si l'on augmente la tension, même si ce n'est que de quelques millimètres.

Influence du débit

La différence de potentiel entre l'anode et la cathode est maintenant fixée à 300 V. Le courant des bobines est toujours de 17 A et on fait varier le débit de xénon à l'anode entre 6 mg/s, 10 mg/s et 15 mg/s. Les résultats sont donnés sur la Figure IV-12a. L'amplitude du champ électrique augmente avec le débit et le pic se rapproche de

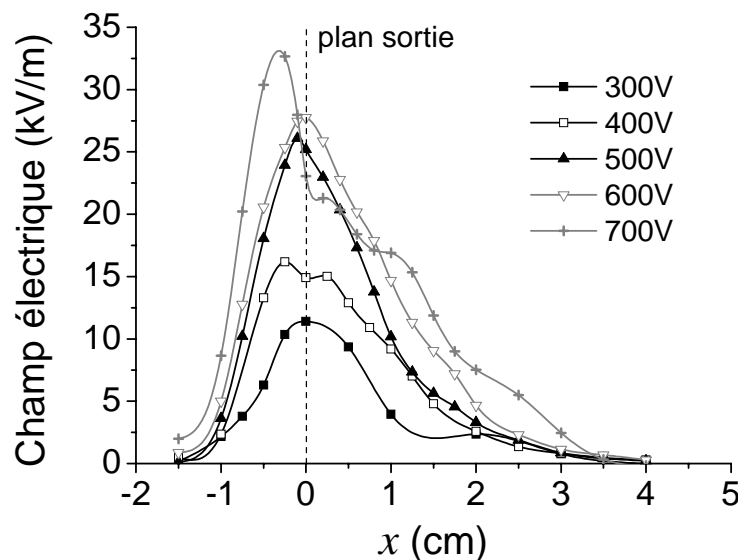


Figure IV-11 : Profils de champ électrique pour un PPS® X000 à 6 mg/s pour différentes tensions de décharge : 300, 400, 500, 600 et 700 V.

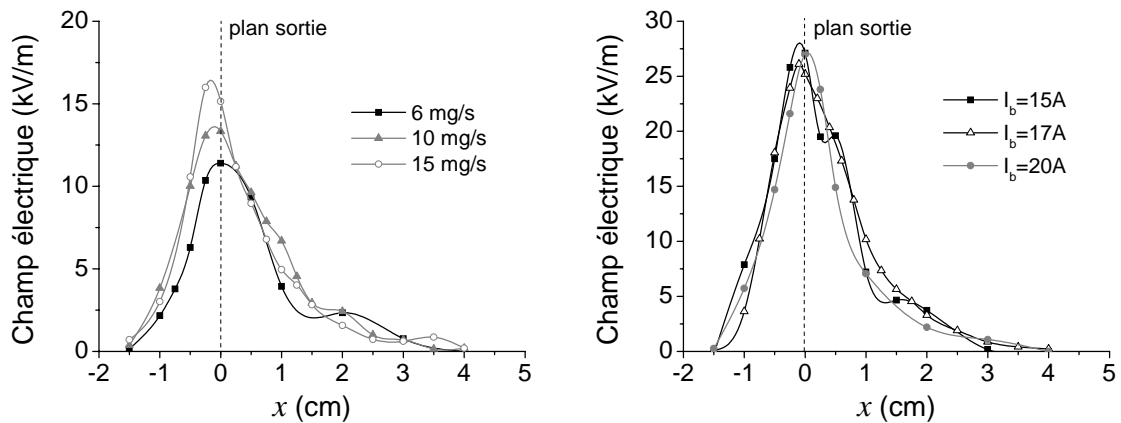


Figure IV-12 : Profils de champ électrique pour un PPS[®]X000 ; a) gauche : la tension de décharge est fixée à 300 V et le courant dans les bobines à 17 A, on fait varier le débit entre 6, 10 et 15 mg/s b) droite : la tension est à 500 V et le débit à 6 mg/s, on fait varier le courant dans les bobines entre 15, 17 et 20 A.

l'anode. Nous n'avons pas d'interprétation physique de ce phénomène, d'autant plus qu'un autre cas à 500 V montre un décalage du pic de champ vers l'extérieur lorsqu'on augmente le débit.

Influence du champ magnétique

Le dernier paramètre étudié est le courant des bobines. Ce courant contrôle la valeur du champ magnétique. On donne ici le maximum du champ magnétique correspondant à chaque courant de bobine :

- $I_b = 15 \text{ A}$, $B_{\max} = 150 \text{ G}$
- $I_b = 17 \text{ A}$, $B_{\max} = 160 \text{ G}$
- $I_b = 20 \text{ A}$, $B_{\max} = 175 \text{ G}$

Des mesures de FDV ont été effectuées avec une tension de décharge de 500V et un débit de 6 mg/s. Le champ électrique pour chaque cas est représenté sur la Figure IV-12b. Il n'y a pas de différence appréciable entre les cas. On pourrait croire pourtant que le champ électrique devrait varier en fonction du champ magnétique appliqué.

IV.C.3 Fréquence d'ionisation et recouvrement des zones

Cas à 500 V et 6 mg/s

On commence par étudier les résultats obtenus avec notre nouvelle méthode dans le cas nominal de fonctionnement du PPS[®]X000. La fréquence d'ionisation (gauche) et le champ électrique (droite) sont représentés sur la Figure IV-13a. Le recouvrement a déjà été mis en évidence dans l'étude de la dispersion en vitesse des ions, mais il est ici directement visible puisque les deux grandeurs tracées définissent les zones d'ionisation et d'accélération. On voit clairement sur cette courbe qu'une certaine partie des ions sont créés dans la zone d'ionisation. La fin de la zone d'ionisation correspond effectivement au maximum de dispersion en vitesse.

Influence de la tension

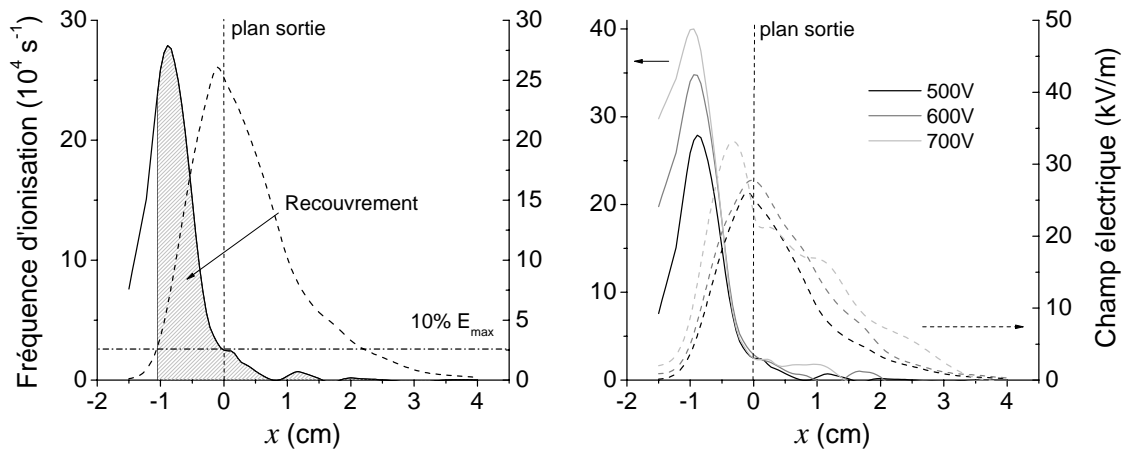


Figure IV-13 : Profils de fréquence d'ionisation (trait plein, axe gauche) et de champ électrique (pointillés, axe droite) pour un PPS[®]X000 ; a) cas à 500 V, le recouvrement est défini par l'aire incluse dans la zone d'accélération où $E > 0.01 E_{\max}$; b) Comparaison des cas à 500, 600 et 700 V.

Sur la Figure IV-13b sont représentées les fréquences d'ionisation et champs électriques pour différentes tensions. Comme déjà indiqué, le champ électrique rentre dans le canal lorsqu'on augmente la tension. La fréquence d'ionisation maximale augmente. Le pic d'ionisation se décale vers l'intérieur du canal, mais la zone d'ionisation s'étend globalement vers l'extérieur. Ces résultats confirment encore une fois l'analyse de la dispersion. Les évolutions couplées du champ et de la fréquence d'ionisation augmentent le recouvrement des zones. Sur le Tableau IV-1 sont indiquées pour chaque tension le pourcentage d'ionisations par seconde ayant lieu dans la zone d'accélération. Concrètement, on calcule l'aire de la courbe d'ionisation sur le domaine étudié puis on calcule le pourcentage de l'aire inclus dans la zone d'accélération. Cette zone est définie ici comme la région où le champ électrique est plus grand que 10 % du maximum de champ. Le pourcentage de recouvrement passe de 62 % pour 500 V à 77 % à 700 V. Cette augmentation est due à la rentrée du champ électrique dans le canal et à l'étalement de la fréquence d'ionisation. Ce recouvrement fait chuter le rendement du moteur puisqu'il augmente la dispersion du faisceau d'ions. C'est dans le but de réduire, voire d'éliminer ce recouvrement que sont proposés les prototypes de moteurs à double étage, comme le moteur double étage de Snecma ou celui présenté dans le chapitre II.

Tension	Recouvrement
500V	62%
600V	66%
700V	77%

Tableau IV-1 : Recouvrement des zones d'ionisation et d'accélération dans le PPS[®]X000 pour différentes tensions.

IV.D Confrontation entre les résultats expérimentaux et le modèle hybride

IV.D.1 PPS[®]100 au nominal

Ancienne définition de la mobilité

Lorsque le modèle hybride 2D a été développé, nous avons expliqué qu'il a fallu introduire une mobilité « anormale » dans la description fluide des électrons⁶⁰. De façon empirique, on a alors choisi d'inclure dans le canal de décharge une mobilité attribuable aux collisions avec les parois en $1/B^2$ (fréquence de collisions constante) et une mobilité turbulente de type Bohm en $1/B$ à l'extérieur (fréquence proportionnelle à B). Il a fallu effectuer une étude paramétrique⁶⁰ pour calibrer les coefficients empiriques de ces mobilités. Cette étude visait à se rapprocher autant que possible des résultats expérimentaux disponibles à l'époque. Les performances du moteur étant insuffisantes pour déterminer les coefficients de mobilité, ce choix s'est fait en se basant sur la fonction de distribution d'ions en sortie du moteur, la part de potentiel à l'extérieur du canal et les variations temporelles de courant. On rappelle que pour le PPS[®]100 les coefficients de mobilité ont été fixés à : $\alpha=1$ et $k=0.2$ (définition de ces paramètres dans la section II.A.7). Cette étude avait déjà montré que la mobilité a une grande influence sur le fonctionnement du moteur. Si une telle mobilité permet de retrouver plusieurs caractéristiques du moteur, les résultats de la LIF montrent les limites de l'approche. Sur la Figure IV-14 sont comparés les profils expérimentaux de vitesse moyenne (gauche) et de champ électrique (droite) avec ceux calculés avec cette mobilité (cas hybride 1). La différence entre ces résultats et les expériences est très grande. Sur le profil de vitesse moyenne, on voit que la part de potentiel à l'extérieur du canal est proche de la valeur expérimentale. Cependant, dans ce cas hybride 1, la pente du profil

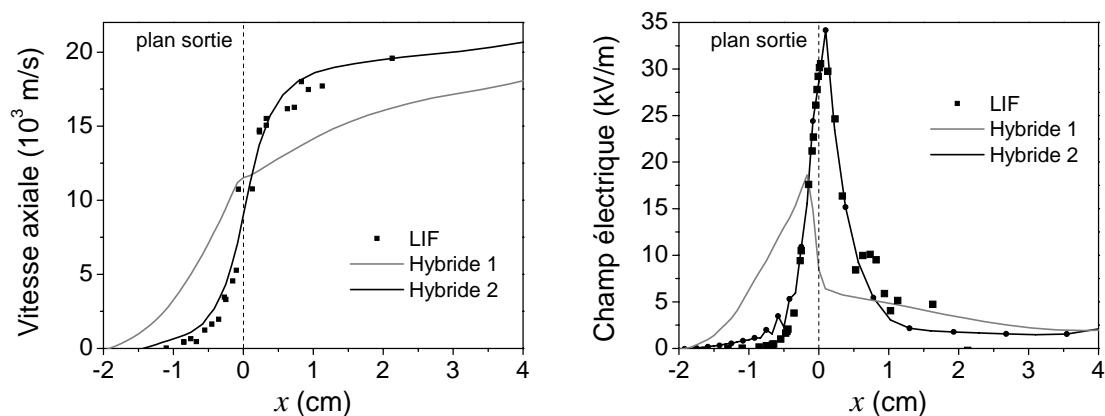


Figure IV-14 : A gauche, vitesse moyenne déduite des mesures LIF (carré blanc) et provenant du modèle hybride ; dans le cas (hybride 1) la mobilité est en $1/B$ à l'intérieur du canal et en $1/B$ à l'extérieur, dans le cas (hybride 2), la mobilité est définie arbitrairement à partir d'une fonction en x ; à droite, le champ électrique pour les mêmes cas.

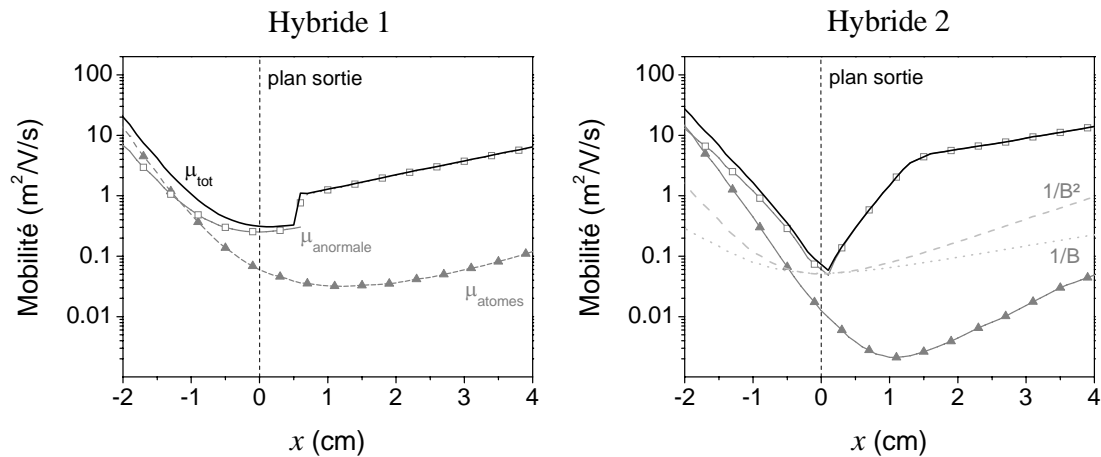


Figure IV-15 : Mobilités totale (trait noir) et partielles utilisées dans le modèle hybride pour un PPS®100 : collisions avec les atomes (triangles gris) ou anormales (carrés blancs) pour les simulations « hybride 1 » (à gauche) ou « hybride 2 » (à droite). Les traits en pointillés correspondent à des mobilités proportionnelles à 1/B ou 1/B².

de vitesses est trop petite. Le champ électrique est largement sous-estimé (20 kV/m dans le modèle au lieu de 33 kV/m en réalité). La position de son maximum est aussi trop à l'intérieur. Quels que soient les coefficients empiriques choisis pour les mobilités en 1/B et en 1/B², on ne pourra pas retrouver ces profils expérimentaux. C'est la variation axiale de la mobilité qui n'est pas bien décrite.

Nouvelle définition de la mobilité

Dans le chapitre III nous avons mis en évidence le lien entre la turbulence azimuthale et le transport axial des électrons. Nous avons ensuite calculé un profil de mobilité en présence d'une onde azimuthale qui n'était justement ni en 1/B ni en 1/B², mais qu'on a pu retrouver avec une fréquence équivalente de collisions (Figure III-20). On décide donc de définir dans le modèle hybride une mobilité anormale équivalente, fixée analytiquement, en s'inspirant de cette fréquence (III-49). On cherche une valeur de mobilité près du plan de sortie plus petite que ce qu'on prenait jusqu'à maintenant et une pente plus marquée à l'extérieur. On rappelle que la mobilité totale peut être décomposée en mobilités partielles sous la forme :

$$\mu_{tot} = \mu_{coulomb} + \mu_{atomes} + \mu_{anormale} = \frac{e}{m_e} \frac{1}{v^2 + \omega^2} (v_{coulomb} + v_{atomes} + v_{anormale}) \quad (IV-20)$$

La mobilité anormale définie analytiquement est ajoutée aux mobilités classiques. Cette mobilité est choisie de façon à ce que le champ électrique du modèle hybride soit en accord avec le profil expérimental. Les différentes mobilités sont tracées sur la Figure IV-15. A gauche sont tracées les mobilités correspondant au cas hybride 1 : la mobilité anormale est fonction de 1/B ou de 1/B². A droite, celle correspondant au cas hybride (2) : la mobilité anormale est fixée analytiquement. Sont tracées pour chaque cas la mobilité totale (trait noir) et les mobilités partielles (symboles) explicitées dans l'équation (IV-20). Pour le cas hybride 2 (figure de droite), sont aussi tracés les profils en 1/B et en 1/B² correspondant à la mobilité minimale. La mobilité anormale choisie est similaire à celle obtenue dans le chapitre III (Figure III-20), malgré quelques

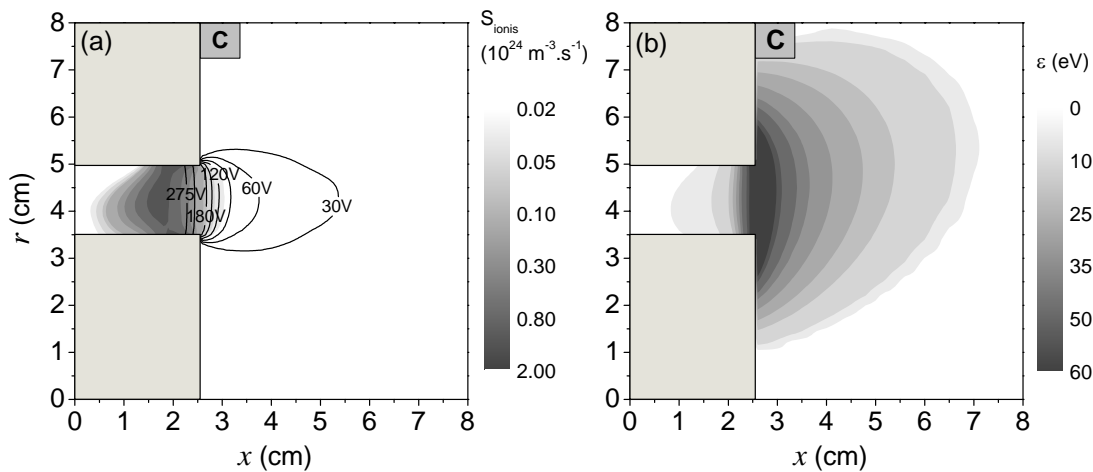


Figure IV-16 : Résultats 2D du modèle hybride avec une mobilité anormale analytique ; a) Potentiel électrique (lignes noires) et terme source d'ionisation ($10^{23} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) en niveaux de gris. b) Energie moyenne des électrons (eV). Aucun coefficient de perte d'énergie n'a été utilisé.

différences : notre mobilité analytique est plus grande dans la partie finale du canal dans la décharge et le minimum de mobilité est légèrement décalé vers la droite. Comme nous l'avons déjà remarqué, plusieurs auteurs^{74, 75} attribuent aux parois un rôle dans le transport des électrons. Il est possible que ces différences de mobilité dans le canal soient dues à ce transport pariétal, non pris en compte dans le chapitre III. Notons aussi que la mobilité choisie est en accord avec les résultats de Koo et Boyd⁶⁸.

Les résultats obtenus avec cette mobilité anormale analytique sont montrés sur la Figure IV-14. On retrouve bien les profils de vitesse moyenne et de champ électrique expérimentaux. On donne aussi les résultats caractéristiques du modèle hybride dans ce cas (Figure IV-16). Les lignes de potentiel sont beaucoup plus resserrées qu'auparavant (Chapitre II) puisque le champ électrique est plus fort. Le terme source d'ionisation est plus proche du plan de sortie. L'énergie est désormais beaucoup plus proche des mesures expérimentales, même si elle reste plus élevée (60 eV au lieu de 30 eV). Précisons que contrairement à ce qui était fait avant, nous n'avons ajouté ici aucun coefficient de perte anormale d'énergie. On pourrait faire baisser l'énergie en ajoutant un tel coefficient uniquement à l'intérieur du canal, où les parois pourraient justifier de telles pertes d'énergie. Ceci permettrait de retrouver les valeurs expérimentales.

IV.D.2 PPS[®]X000

On présente maintenant les résultats obtenus pour le PPS[®]X000, pour lequel on dispose de plus de résultats expérimentaux. Sur la Figure IV-17, sont présentés les résultats pour le cas nominal, à savoir : une tension de 500 V, un débit de 6 mg/s et un courant dans les bobines de 17 A. A gauche est tracé le profil de vitesse moyenne et à droite le champ électrique axial moyen. Pour chaque profil, on trace les résultats expérimentaux (carrés blancs), et deux résultats obtenus avec le modèle hybride (trait gris et trait noir). Comme pour le PPS[®]100, le cas hybride 1 correspond à l'ancienne définition de la

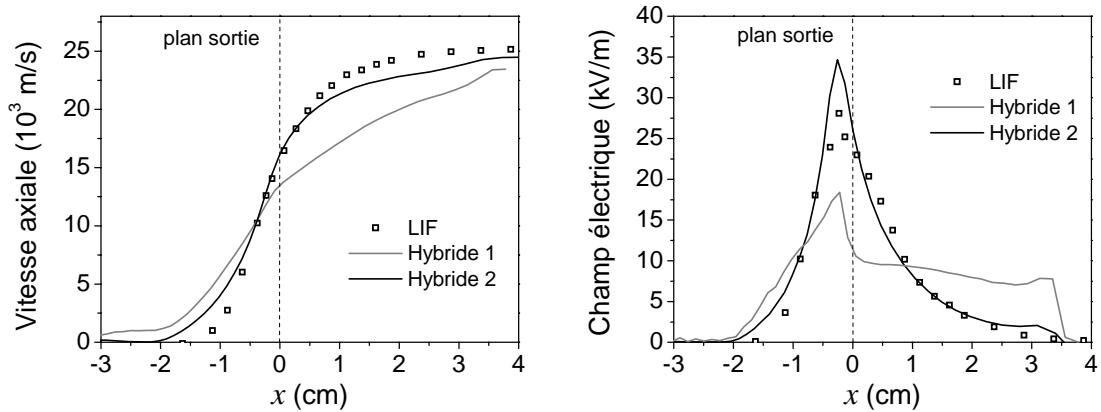


Figure IV-17 : a) Vitesse moyenne déduite des mesures LIF (carré blanc) et provenant du modèle hybride pour le PPS[®]X000 au nominal; dans le cas (1) la mobilité est en $1/B^2$ à l'intérieur du canal et en $1/B$ à l'extérieur, dans le cas (2), la mobilité est définie arbitrairement à partir d'une fonction en x b) Champ électrique pour les mêmes cas.

mobilité et le cas hybride 2 à une définition basée sur les résultats de cette thèse. Comme dans le cas du PPS[®]100, on voit qu'une mobilité en $1/B$ ou en $1/B^2$ n'est pas compatible avec les profils expérimentaux : le profil de vitesse est trop aplati et le champ électrique est trop faible et étalé. Le profil axial de mobilité utilisé avec le modèle hybride est donné sur la Figure IV-18. Ce n'est pas celui utilisé pour le PPS[®]100 (Figure IV-15) : la mobilité minimale est plus petite et la pente à l'extérieur est plus régulière et moins forte. Cette correction est nécessaire pour obtenir les résultats de la Figure IV-17, très proches des mesures expérimentales. Les différences entre la mobilité définie pour le PPS[®]100 et pour le PPS[®]X000 viennent très probablement des différences entre les champ magnétiques dans chaque cas. En particulier, le gradient de champ magnétique à l'extérieur du PPS[®]X000 est plus faible que dans le PPS[®]100.

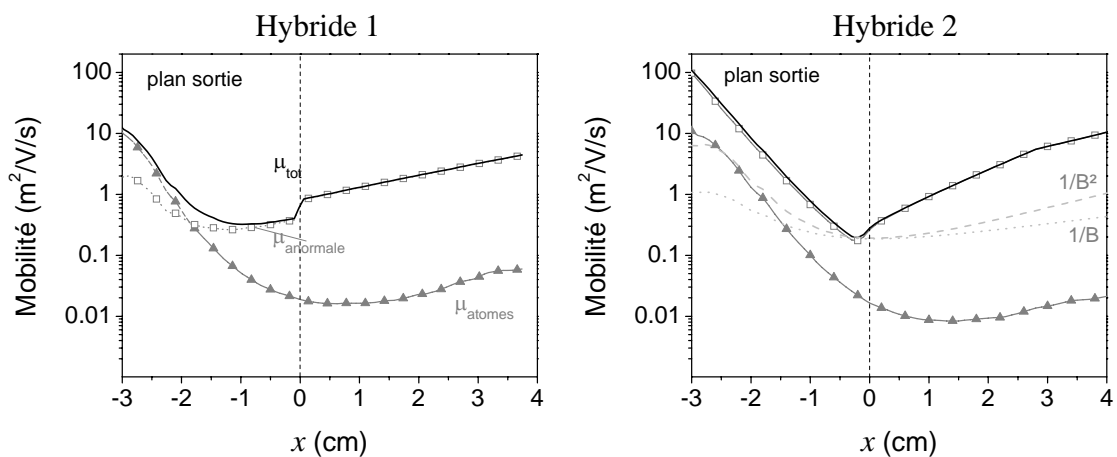


Figure IV-18 : Mobilités totale (trait noir) et partielles utilisées dans le modèle hybride pour un PPS[®]X000 : collisions avec les atomes (triangles gris) ou anormales (carrés blancs) pour les simulations « hybride 1 » (à gauche) et « hybride 2 » (à droite). Les traits en pointillés correspondent à des mobilités proportionnelles à $1/B$ ou $1/B^2$.

Comme pour le PPS[®]100, on retrouve avec la mobilité anormale ainsi définie aussi des courants et un comportement dynamique en accord avec ce qu'on connaît du PPS[®]X000.

Changement de tension

Sur la Figure IV-19 et Figure IV-20 sont représentés la vitesse moyenne et le champ électrique pour le PPS[®]X000 avec une tension de 600 et 700 V respectivement. Dans chaque figure sont représentés les profils déduits de la LIF (carrés blancs) et ceux du modèle hybride (trait noir) en utilisant la mobilité du cas hybride 2, définie sur la Figure IV-19. On garde la même mobilité pour chaque tension. Dans l'ensemble les résultats du modèle sont très proches des mesures. Les vitesses moyennes sont très proches dans les deux cas. Les variations du champ électrique sont également bien décrites, même si son maximum est maintenant surestimé. On obtient donc des résultats très encourageants avec une même mobilité pour plusieurs tensions.

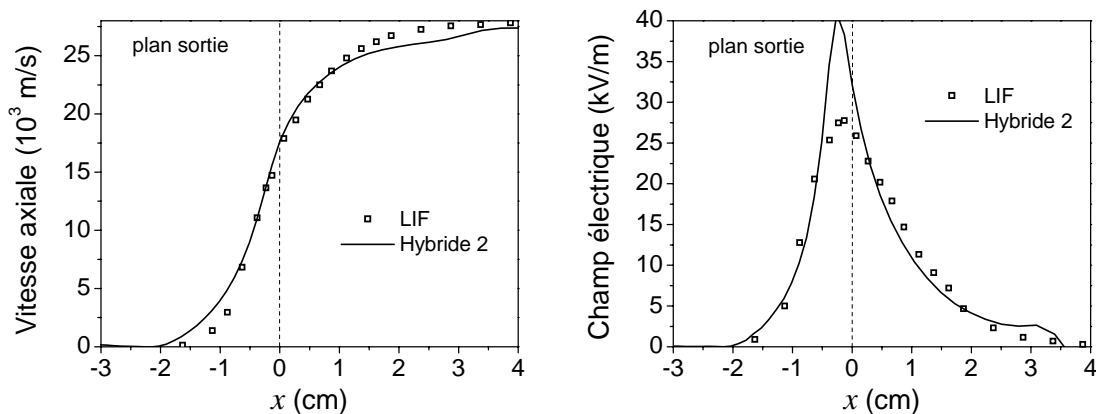


Figure IV-19 : Profils de vitesse moyenne (gauche) et champ électrique (droite) expérimentaux (carrés) et issus du modèle hybride (trait noir) pour le PPS[®]X000 à 600 V.

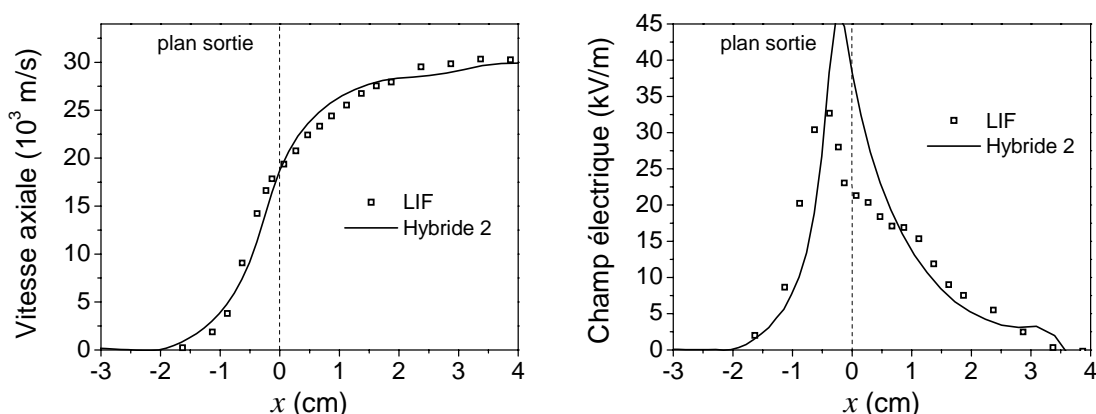


Figure IV-20 : Profils de vitesse moyenne (gauche) et champ électrique (droite) expérimentaux (carrés) et issus du modèle hybride (trait noir) pour le PPS[®]X000 à 700 V.

Fréquence d'ionisation et recouvrement

Le dernier point abordé ici est l'ionisation dans le propulseur et le recouvrement des zones d'accélération et d'ionisation. Ce recouvrement a déjà été mis en évidence pour le PPS[®]X000. C'est un point important de comparaison entre expérience et modèle compte tenu de son influence sur le fonctionnement du moteur : divergence du faisceau d'ions, comportement dynamique...etc. Sur la Figure IV-21 sont tracées les fréquences d'ionisation et champs électriques obtenus à partir de la LIF (pointillés) et du modèle hybride (trait plein). La mobilité utilisée est toujours celle du cas hybride 2 de la Figure IV-19. La fréquence d'ionisation dans le modèle hybride est très différente de la fréquence expérimentale déduite de la LIF. Il ne s'agit pas seulement d'une différence de valeurs mais aussi de gradient. Dans le modèle hybride, la zone d'ionisation s'étend à l'extérieur du canal de décharge. Le recouvrement est beaucoup plus grand que ce qu'on mesure. D'ailleurs, la dispersion en vitesse dans le modèle est effectivement beaucoup plus grande que la dispersion expérimentale. Ceci n'est pas seulement dû à des oscillations HF plus fortes mais aussi à un recouvrement plus important. La fréquence d'ionisation est aussi surestimée dans les cas à 600 et 700 V (elle n'est pas tracée ici).

Malgré le fait que la mobilité analytique fixée fasse correspondre les résultats du modèle aux résultats expérimentaux, cela ne suffit pas à retrouver toutes les caractéristiques du plasma. La mobilité est fixée dans le temps, alors qu'on sait que le propulseur a un comportement non stationnaire intense. C'est probablement une des raisons pour laquelle on ne retrouve pas la bonne fréquence d'ionisation. Cette mobilité nous donne cependant une piste pour la définition future d'une mobilité auto cohérente.

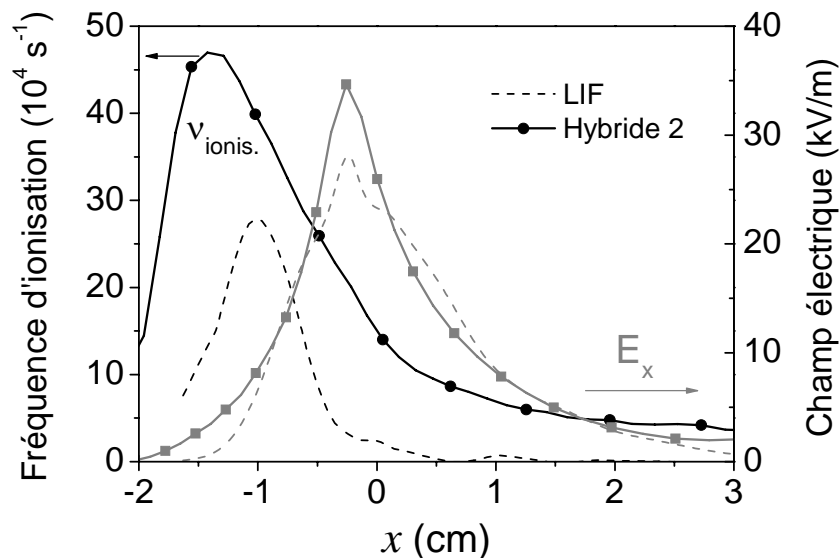


Figure IV-21 : Fréquence d'ionisation (gauche) et champ électrique (droite) déduits des mesures LIF (pointillés) et du modèle hybride (trait plein) pour un PPS[®]X000 à 500 V et 6 mg/s.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre les capacités de diagnostics du GDR « Propulsion Spatiale à Plasma », articulées autour du moyen d'essais PIVOINE-2G, récemment rénové. Aux mesures classiques de courants, poussée et fonctions de distribution des ions en sortie s'est ajouté récemment un dispositif de mesures par LIF. Nous avons décrit le principe physique de ce type de spectroscopie et l'intérêt qu'on peut avoir à l'utiliser dans le cas du propulseur. Nous avons également vu qu'on peut avoir accès directement aux profils de vitesse moyenne et de dispersion en vitesse à partir des fonctions de distribution en vitesse des ions mesurées par LIF. La nouvelle méthode présentée ici permet également de remonter jusqu'au profil de champ électrique et de fréquence d'ionisation. Cette méthode consiste à exprimer le champ électrique et la fréquence d'ionisation en fonction de grandeurs intégrées sur l'espace des vitesses grâce à l'équation de Boltzmann.

Ces mesures nous ont permis d'étudier le comportement du PPS[®]100 et du PPS[®]X000. D'autre part, ces données expérimentales, dont on ne disposait pas avant, nous ont permis de redéfinir les profils de mobilité. Ceux utilisés jusqu'à maintenant n'étaient pas en accord avec les mesures par LIF. Nous avons ainsi pu définir un profil « expérimental » de mobilité pour retrouver les résultats LIF. Cette mobilité se trouve être en bon accord les résultats du modèle PIC et celle calculée dans le chapitre III. Pour autant, l'utilisation d'une telle mobilité fixée et stationnaire dans le modèle hybride ne permet pas de retrouver toutes les caractéristiques du plasma. La fréquence d'ionisation est notamment surestimée par rapport aux mesures expérimentales. La stationnarité de la mobilité en est probablement responsable.

Conclusion générale

Bilan

Le chemin parcouru depuis Tsiolkovski a été long. La propulsion électrique a su profiter du développement de la physique des plasmas et, faute de s'imposer, être présente dans l'industrie spatiale. Les propulseurs à grilles et à effet Hall sont aujourd'hui ses grands représentants. De nombreux satellites ont déjà bénéficié des grandes vitesses d'éjection associées à ce type de propulsion. Il est vrai que la plupart des missions ont consisté à maintenir les satellites en orbite, mais on peut tout de même citer les succès des sondes interplanétaires SMART-1 ou Deep Space 1, équipées respectivement d'un moteur à effet Hall et d'un moteur à grilles. Ces deux moteurs sont directement en concurrence sur un grand nombre de missions. En France, la Snecma et le Cnes se sont tournés vers les moteurs à effet Hall. C'est justement un moteur Snecma, le PPS[®]1350, qui a permis à SMART-1 d'atteindre la Lune. Dans les trente premières années d'existence des moteurs à effet Hall, le développement, en Union Soviétique, a avant tout été empirique. Pourtant, l'amélioration des moteurs et le développement de nouveaux concepts passent obligatoirement par une meilleure compréhension de la physique du propulseur. Preuve en est le nombre de centres de recherche dédiés à cette activité dans le monde.

Les progrès accomplis dans ce domaine par le Groupe de Recherche français depuis 1996 sont nombreux. Le développement d'un modèle hybride au laboratoire LAPLACE, particulière pour les ions et les neutres, fluide pour les électrons, y a fortement contribué. Le but de ma thèse était d'améliorer la modélisation de ces propulseurs.

Pour commencer, jusqu'à maintenant, la partie fluide du modèle était résolue en supposant que les électrons étaient en équilibre de Boltzmann le long des lignes de champ magnétique. C'est la méthode dite de Morozov. Cette hypothèse, bien que souvent justifiée pour le propulseur, nous obligeait à résoudre les équations sur une grille fluide s'appuyant sur les lignes de champ magnétique. Pour des champs magnétiques complexes, cette méthode était fastidieuse. Grâce à une réécriture plus générale des équations fluides, le nouvel algorithme permet de résoudre les équations fluides sur la grille rectangulaire utilisée pour les ions et les atomes. J'ai comparé les résultats des deux méthodes dans le cas du PPS[®]100, dont on connaît bien le fonctionnement. Les deux méthodes ont donné des résultats très proches. J'ai ensuite appliqué cette nouvelle méthode à la modélisation d'un propulseur à double étage. Le champ magnétique de ce moteur est complexe, il se prête donc spécialement à l'utilisation de la nouvelle méthode. J'ai pu l'utiliser pour mettre en doute la nécessité d'une électrode émissive dans ce moteur.

Mes travaux de thèse ont bénéficié de ces progrès, mais ils se sont surtout confrontés à un des grands axes de recherche du GDR : le transport électronique dans le propulseur. Ce sujet a d'ailleurs fait l'objet du projet TELIOPEH (Transport ELectronique et IOnique dans un Propulseur à Effet Hall), financé par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR). La description du transport électronique dans le propulseur reste une des faiblesses de la modélisation fluide. Le transport des électrons perpendiculairement aux lignes magnétiques est toujours mal compris. Jusqu'à maintenant, cette difficulté a été surmontée de façon empirique en augmentant artificiellement la mobilité. Cela a été finalement une façon de contourner le problème, puisque les mobilités imposées n'ont pas eu de véritable justification physique. On a bien fait appel à des effets turbulents ou de paroi, mais toujours d'une façon assez vague. Les mesures expérimentales par LIF, effectuées à Orléans, ont montré les limites de ces mobilités empiriques.

On sait maintenant que la turbulence azimuthale est responsable d'un transport électronique perpendiculaire aux lignes de champ magnétique. Les mesures par diffusion collective effectuées sur PIVOINE ont confirmé l'existence des ondes azimuthales de champ électrique prédites par le modèle Particle-In-Cell de Jean Claude Adam et Anne Héron. Ces ondes sont présentes dans la zone d'accélération du canal de décharge mais aussi à l'extérieur du canal. Leur longueur d'onde est de l'ordre du millimètre et leur amplitude maximale peut atteindre 20 % du champ axial maximal. Ce modèle PIC a aussi mis en évidence le lien entre la présence de cette onde et une augmentation du transport électronique. Le modèle de Karney donne une interprétation théorique de cette interaction.

En m'inspirant de ces résultats, j'ai simulé les trajectoires tridimensionnelles d'électrons en présence d'une telle onde dans le propulseur. Celles-ci ont prouvé sans ambiguïté que la turbulence permet à des électrons provenant de la cathode de pénétrer dans le canal de décharge. J'ai également développé un modèle de particules test pour les électrons, dans une configuration simplifiée, proche de celle du modèle PIC. J'ai fixé les profils axiaux de la densité de neutres, du champ électrique et de l'amplitude de l'onde azimuthale à partir de moyennes du modèle PIC. J'ai étudié les électrons avec et sans une onde stationnaire et azimuthale, de longueur d'onde et amplitude égales à celles du PIC. Nous avons ainsi pu voir que la simple présence de cette onde permet d'obtenir des profils de mobilité et d'énergie moyenne très proches de ceux du modèle PIC. Finalement, lorsque j'ai remplacé l'onde azimuthale par une fréquence équivalente de collisions, j'ai obtenu les mêmes profils de mobilité et d'énergie moyenne électronique. Ceci prouve que, dans ce cas stationnaire simplifié, l'interaction onde-particule peut être modélisée par une fréquence équivalente de collisions. La mobilité électronique, locale par définition, a ici un sens. Par contre, elle ne correspond ni à une simple variation en $1/B$ ni en $1/B^2$, jusque-là utilisée dans le modèle hybride. Ce nouveau profil de mobilité, plus faible près du plan de sortie, montre aussi qu'il n'y a pas besoin d'ajouter de pertes anormales d'énergie à l'extérieur du canal de décharge.

Les mesures par Fluorescence Induite par Laser (LIF), auxquelles j'ai participé, ont confirmé les conclusions de cette étude. Ce diagnostic a été mis en place au centre d'essais PIVOINE à Orléans. Il permet de mesurer à une position donnée la fonction de distribution en vitesse des ions. L'étude de la vitesse moyenne ou la dispersion en vitesse des ions permet de comprendre un grand nombre de phénomènes physiques. Pourtant, les fonctions de distribution en vitesse des ions contiennent beaucoup plus d'information. Nous avons donc mis au point une méthode capable de fournir le champ

électrique et la fréquence d'ionisation le long de l'axe du propulseur à partir d'une série de mesures LIF. Cette méthode consiste à exprimer le champ électrique et la fréquence d'ionisation en fonction de grandeurs intégrées sur l'espace des vitesses grâce à l'équation de Boltzmann. J'ai validé cette méthode numériquement dans un grand nombre de cas à une et deux dimensions. Elle est applicable à n'importe quelle mesure longitudinale par LIF dans un plasma à basse pression.

Avec l'équipe expérimentale d'Orléans, nous avons pu à l'aide de cette méthode caractériser le fonctionnement des propulseurs PPS[®]100 et PPS[®]X000. Nous avons ainsi eu au LAPLACE à disposition des données expérimentales auxquelles on n'avait pas eu accès jusque là. Ces mesures ont confirmé que l'ancienne définition de la mobilité dans le modèle hybride n'était pas correcte. En m'inspirant des résultats du modèle PIC et de ceux obtenus avec mon modèle particulière simplifié, j'ai défini un nouveau profil axial de mobilité électronique. Les résultats obtenus avec cette nouvelle mobilité ont permis de retrouver les profils de champ électrique expérimentaux. Il a tout de même fallu pour cela modifier le profil pour chaque propulseur étudié (PPS[®]100 et PPS[®]X000). En définitive, on peut retrouver les mesures expérimentales avec le modèle hybride à condition de définir judicieusement le profil de la mobilité électronique (ni une variation en $1/B$ ni en $1/B^2$).

Limites et perspectives

Une des questions fondamentales du projet ANR TELIOPEH, et de ma thèse, est la validité d'une description fluide du transport d'électrons dans le propulseur. A partir du moment où les effets turbulents peuvent être simulés par des collisions équivalentes, la définition d'une mobilité a un sens. Les résultats du modèle des particules test de ma thèse tendent donc à prouver qu'une approche fluide basée sur une mobilité est justifiée dans le cas du propulseur. D'un autre côté, certains résultats du modèle PIC, observés sur quelques microsecondes et concernant le chauffage électronique, tendent plutôt à démontrer le contraire : qu'une approche fluide basée sur la mobilité ne peut pas reproduire les effets de la turbulence. Du moins, sur cette échelle de temps. Il est vrai que, dans ma thèse, je n'ai étudié que des particules test dans un cas simple et surtout stationnaire.

Le problème de la description fluide du transport électronique n'est pas entièrement résolu. Une solution serait de comparer les résultats du modèle PIC avec ceux d'un modèle fluide dont la mobilité permettrait de retrouver, par exemple, le champ électrique moyen du PIC. Est-ce que ce modèle fluide permettrait de retrouver les grandeurs macroscopiques du modèle PIC: les courants, l'énergie moyenne, le terme source d'ionisation et la densité ? Si oui, l'approche fluide serait justifiée.

En supposant qu'elle le soit dans le cas du propulseur, il faudrait connaître la mobilité à fixer dans le modèle hybride pour chaque propulseur, voir chaque point de fonctionnement. On ne peut pas se permettre de fixer, pour chaque propulseur à étudier, le profil de mobilité de façon analytique, comme je l'ai fait dans le dernier chapitre. Cela peut aider à comprendre la physique en jeu, mais ce n'est ni pratique ni prédictif. Une solution serait d'établir des lois d'échelle utilisables par le modèle fluide. Ces lois pourraient être obtenues à partir d'études paramétriques du modèle PIC. C'est une idée qui est envisagée depuis un moment mais qui n'a pas encore été réalisée. On pourrait aussi s'inspirer de l'étude de particules test, dans différentes configurations.

D'autre part, durant ma thèse, l'accent a été mis sur la turbulence azimutale. A l'heure qu'il est, les études sur l'influence de la paroi n'ont pas fourni de théorie satisfaisante. Les effets de la paroi sur le transport et sur les pertes d'énergie des électrons restent encore assez vagues. Pourtant une chose est sûre : le comportement du propulseur dépend du matériau des parois du canal. Si la turbulence azimutale peut expliquer le transport anormal à l'extérieur du canal, à l'intérieur les parois jouent sans doute un rôle dans le transport axial et le bilan énergétique des électrons. La mobilité fixée analytiquement dans le dernier chapitre a montré qu'il n'y a pas besoin d'ajouter de pertes d'énergie anormales à l'extérieur du canal. La valeur de cette énergie moyenne est encore trop élevée dans le modèle hybride, mais la prise en compte de pertes pariétales d'énergie (uniquement à l'intérieur du canal) pourrait remédier à cela.

Pour finir, il faut rappeler que seulement 20 % du courant d'électrons émis par la cathode rentre dans le canal de décharge. Si on a mis en évidence un phénomène capable de faire rentrer les électrons dans le canal, comment est-ce que le reste du courant émis peut neutraliser le jet ? Est-ce que le même phénomène peut expliquer ces deux courants d'électrons, en prenant en compte, par exemple, les oscillations spatiales du champ électrique et de la turbulence à l'extérieur du canal ? Il reste manifestement un grand nombre de questions sans réponse.

Le modèle hybride reste un outil puissant et efficace. Même avec une description limitée du transport électronique, il permet de reproduire un grand nombre de caractéristiques du moteur. Le plus important est de connaître les limites du modèle pour connaître les conclusions qu'on peut en tirer. Espérons que l'amélioration de ces outils pourra contribuer à réaliser le rêve des pionniers : voir la propulsion électrique permettre à l'Homme d'explorer son environnement spatial.

Annexe A

Mobilité d'un fluide magnétisé

Nous avons vu dans la description fluide des électrons que l'équation de transport pour un fluide magnétisé s'écrit, après quelques simplifications :

$$\Gamma_e + \Omega \times \Gamma_e = -\mu_0 n \mathbf{E} - \mu_0 \nabla(nT) = \mathbf{G} \quad (\text{A-1})$$

où $\mu_0 = e/m_e v$ est la mobilité pour un fluide non magnétisé. Soit \mathbf{G} le flux non magnétisé. On multiplie vectoriellement cette équation par Ω :

$$\Omega \times \Gamma_e + \Omega \times (\Omega \times \Gamma_e) = \Omega \times \mathbf{G} \quad (\text{A-2})$$

Le double produit vectoriel se développe ainsi :

$$\Omega \times \Gamma_e + (\Omega \cdot \Gamma_e) \Omega - \Omega^2 \Gamma_e = \Omega \times \mathbf{G} \quad (\text{A-3})$$

Si on soustrait alors (A-3) à (A-1), on obtient :

$$\Gamma_e = \frac{\mathbf{G} - \Omega \times \mathbf{G} + (\Omega \cdot \Gamma_e) \Omega}{1 + \Omega^2} \quad (\text{A-4})$$

D'autre part, si on multiplie scalairement (A-1) par Ω , on a :

$$\Omega \cdot \Gamma_e = \Omega \cdot \mathbf{G} \quad (\text{A-5})$$

Finalement, le flux d'électrons s'écrit :

$$\Gamma_e = \frac{\mathbf{G} - \Omega \times \mathbf{G} + (\Omega \cdot \mathbf{G}) \Omega}{1 + \Omega^2} \quad (\text{A-6})$$

On cherche maintenant à projeter cette équation sur un repère dont une des directions est parallèle au champ magnétique \mathbf{B} . Soit $(\mathbf{u}_{//}, \mathbf{u}_{\perp}, \mathbf{u}_{\times})$ ce repère. L'équation (A-6) se projette ainsi :

$$\begin{aligned} \Gamma_{//} &= G_{//} \\ \Gamma_{\perp} &= \frac{1}{1 + \Omega^2} (G_{\perp} + \Omega G_{\times}) \\ \Gamma_{\times} &= \frac{1}{1 + \Omega^2} (G_{\times} - \Omega G_{\perp}) \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

Ce système s'écrit de façon matricielle :

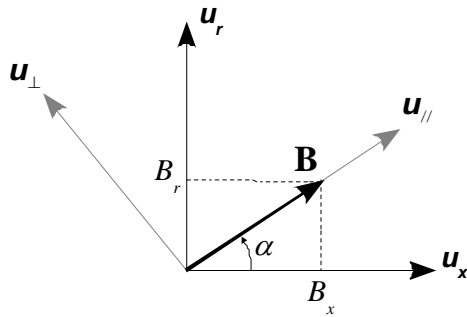
$$\Gamma_e = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+\Omega^2} & \frac{\Omega}{1+\Omega^2} \\ 0 & -\frac{\Omega}{1+\Omega^2} & \frac{1}{1+\Omega^2} \end{matrix}} \\ \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mu_{//} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\perp} & \mu_x \\ 0 & -\mu_x & \mu_{\perp} \end{pmatrix} \cdot (-n\mathbf{E} - \nabla(nT)) \end{pmatrix} \quad (\text{A-8})$$

Et permet donc d'expliciter un tenseur de mobilité $\hat{\boldsymbol{\mu}}$:

$$\Gamma_e = -n\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{E} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \nabla(nT) \quad (\text{A-9})$$

Dans le modèle hybride, on se limite à deux dimensions. Seules la direction parallèle au champ magnétique et la première direction perpendiculaire au champ sont prises en compte. Puisque les équations fluides sont résolues dans un repère cartésien $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_r)$, il nous faut l'expression de la mobilité dans ce repère.

La matrice de rotation \mathbf{R} pour le passage du repère $(\mathbf{u}_{//}, \mathbf{u}_{\perp})$ au repère $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_r)$ s'écrit :



$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

$$\cos \alpha = \Omega_x / \Omega \text{ et } \sin \alpha = \Omega_r / \Omega.$$

Le tenseur de mobilité dans le repère cartésien devient :

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{(x,r)} = \mathbf{R} \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_{(//,\perp)} \cdot {}^t \mathbf{R} = \mu_0 \begin{pmatrix} \frac{1+\Omega_x^2}{1+\Omega^2} & \frac{\Omega_x \Omega_r}{1+\Omega^2} \\ \frac{\Omega_x \Omega_r}{1+\Omega^2} & \frac{1+\Omega_r^2}{1+\Omega^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A-10})$$

On rappelle que $\Omega_i = \omega_i / v$. On retrouve ainsi l'équation de transport sous la forme donnée dans le chapitre II :

$$\Gamma_{e,x} = \mu_0 \frac{v^2 + \omega_x^2}{v^2 + \omega^2} \left(n \nabla_x \mathbf{V} - \frac{2}{3} \nabla_x (n\mathcal{E}) \right) + \mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega^2} \left(n \nabla_r \mathbf{V} - \frac{2}{3} \nabla_r (n\mathcal{E}) \right) \quad (\text{A-11})$$

$$\Gamma_{e,r} = \mu_0 \frac{v^2 + \omega_r^2}{v^2 + \omega^2} \left(n \nabla_r \mathbf{V} - \frac{2}{3} \nabla_r (n\mathcal{E}) \right) + \mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega^2} \left(n \nabla_x \mathbf{V} - \frac{2}{3} \nabla_x (n\mathcal{E}) \right) \quad (\text{A-12})$$

Annexe B

Discrétisation spatiale des équations fluides

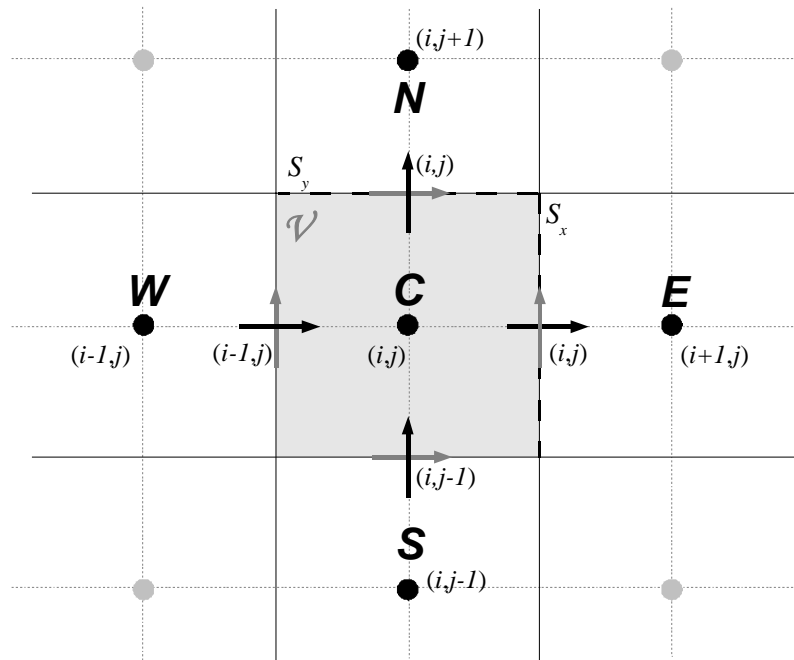


Figure B-1 : Grille de discrétisation spatiale des équations de transport. L'équation de continuité est intégrée sur le volume de contrôle \mathcal{V} . Les grandeurs scalaires sont connues aux nœuds et les grandeurs vectorielles entre les nœuds, à l'emplacement des flèches.

La partie fluide du modèle hybride permet d'obtenir le potentiel électrique à partir de la densité du plasma. La résolution des équations fluides se fait en intégrant l'équation de continuité sur le volume \mathcal{V} :

$$\iiint_{\mathcal{V}} (\nabla \cdot \Gamma) dV = \iint_{S_i} \Gamma \cdot \mathbf{n}_S dS = \iiint_{\mathcal{V}} \left(N_a n k_i(\varepsilon) - \frac{\partial n}{\partial t} \right) dV \quad (\text{B-1})$$

Cette équation est discrétisée sur la grille de la Figure B-1 :

$$(\Gamma_x S_x)_{i,j} - (\Gamma_x S_x)_{i-1,j} + (\Gamma_r S_r)_{i,j} - (\Gamma_r S_r)_{i,j-1} = \left(N_a n^{k+1} k_i(\varepsilon) - \frac{n^{k+1} - n^k}{\Delta t} \right)_{i,j} \cdot \psi \quad (\text{B-2})$$

Les flux sont obtenus à partir des équations de transport :

$$\begin{aligned} \Gamma_x &= \left[\frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \left(\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial x} \right) \right]^{k+1} + \left[\frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} \overline{\Gamma_r} \right]^k \\ \Gamma_r &= \left[\frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \left(\mu_0 n \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{2}{3} \mu_0 \frac{\partial(n\varepsilon)}{\partial r} \right) \right]^{k+1} + \left[\frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_x^2} \overline{\Gamma_x} \right]^k \end{aligned} \quad (\text{B-3})$$

On rappelle que les flux transverses d'indice temporel k correspondent aux flux calculés à l'itération temporelle précédente. En injectant les équations discrétisées de (B-3) dans celles de (B-2), on obtient une équation linéaire pour le potentiel électrique du type :

$$a_{i,j}^C V(i, j) + a_{i,j}^W V(i-1, j) + a_{i,j}^E V(i+1, j) + a_{i,j}^N V(i+1, j) + a_{i,j}^S V(i, j-1) = b_{i,j} \quad (\text{B-4})$$

C'est la résolution de cette équation à chaque cellule qui permet d'obtenir le potentiel. Voici le détail de la discrétisation spatiale des équations (B-3) :

$$\begin{aligned} S_x n v_x(i, j) &= S_x \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{n(i+1, j) + n(i, j)}{2} \cdot \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{\Delta x_{i,j}} \right) \\ &\quad - S_x \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{2 n\varepsilon(i+1, j) - n\varepsilon(i, j)}{3 \Delta x_{i,j}} \right) \\ &\quad + S_x \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i,j}^k \end{aligned} \quad (\text{B-5})$$

$$\begin{aligned} S_x n v_x(i-1, j) &= S_x \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \right)_{(i-1,j)} \left(\frac{n(i, j) + n(i-1, j)}{2} \cdot \frac{V(i, j) - V(i-1, j)}{\Delta x_{i,j}} \right) \\ &\quad - S_x \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \right)_{(i-1,j)} \left(\frac{2 n\varepsilon(i, j) - n\varepsilon(i-1, j)}{3 \Delta x_{i,j}} \right) \\ &\quad + S_x \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i-1,j}^k \end{aligned} \quad (\text{B-6})$$

$$\begin{aligned} S_r n v_r(i, j) &= S_r \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{n(i, j+1) + n(i, j)}{2} \cdot \frac{V(i, j+1) - V(i, j)}{\Delta r_{i,j}} \right) \\ &\quad - S_r \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{2 n\varepsilon(i, j+1) - n\varepsilon(i, j)}{3 \Delta r_{i,j}} \right) \\ &\quad + S_r \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_x^2} n v_r \right)_{(i,j)}^k \end{aligned} \quad (\text{B-7})$$

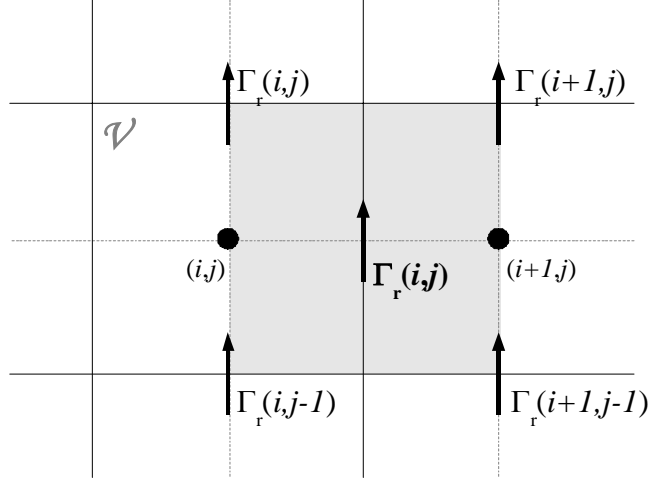


Figure B-2 : Interpolation du flux transverse en (i,j) entre les nœuds (i,j) et $(i,j+1)$.

$$\begin{aligned}
S_r n v_r(i, j-1) = & S_r \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{n(i, j) + n(i, j-1)}{2} \cdot \frac{V(i, j) - V(i, j-1)}{\Delta r_{i,j}} \right) \\
& - S_r \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{2 n \varepsilon(i, j) - n \varepsilon(i, j-1)}{3 \Delta r_{i,j}} \right) \\
& + S_r \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_x^2} n v_r \right)_{(i,j-1)}^k
\end{aligned} \tag{B-8}$$

Les derniers termes de chaque flux, calculés à l'itération précédente, ne sont pas connus aux positions voulues. Comme le montre la Figure B-2, ils sont calculés en interpolant les quatre valeurs environnantes. Par exemple, pour l'équation (B-5), on écrit :

$$\left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i,j}^k = \frac{1}{4} \left(\begin{aligned} & \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i,j}^k + \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i+1,j}^k \\ & + \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i,j-1}^k + \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{i+1,j-1}^k \end{aligned} \right) \tag{B-9}$$

Les autres flux sont calculés de façon analogue.

Les équations discrétisées (B-5) à (B-8) sont injectées dans (B-2) pour obtenir les coefficients du système linéaire dont le potentiel est solution (équation (B-4)). Ces coefficients s'écrivent :

$$\begin{aligned}
a^c = & - \frac{S_x}{\Delta x_{i,j}} \left(\left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_y^2} \right)_{(i,j)} \frac{n(i+1, j) + n(i, j)}{2} + \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_y^2} \right)_{(i-1,j)} \frac{n(i, j) + n(i-1, j)}{2} \right) \\
& - \frac{S_r}{\Delta r_{i,j}} \left(\left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \frac{n(i, j+1) + n(i, j)}{2} + \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j-1)} \frac{n(i, j) + n(i, j-1)}{2} \right)
\end{aligned} \tag{B-10}$$

$$a^E = \frac{S_x}{\Delta x_{i,j}} \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_y^2} \right)_{(i,j)} \frac{n(i+1, j) + n(i, j)}{2} \quad (\text{B-11})$$

$$a^W = \frac{S_x}{\Delta x_{i,j}} \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_y^2} \right)_{(i-1,j)} \frac{n(i, j) + n(i-1, j)}{2} \quad (\text{B-12})$$

$$a^N = \frac{S_r}{\Delta r_{i,j}} \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \frac{n(i, j+1) + n(i, j)}{2} \quad (\text{B-13})$$

$$a^S = \frac{S_r}{\Delta r_{i,j}} \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j-1)} \frac{n(i, j) + n(i, j-1)}{2} \quad (\text{B-14})$$

Le second membre de l'équation (B-4) peut être décomposé en trois termes : termes de pression cinétique, flux transverses et terme de création :

$$b_{i,j} = p_{i,j} + j_{i,j} + src_{i,j} \quad (\text{B-15})$$

Voici le détail de chaque terme :

$$src_{i,j} = \left(N_a n^{k+1} k_i(\varepsilon) - \frac{n^{k+1} - n^k}{\Delta t} \right)_{(i,j)} \cdot \mathcal{V} \quad (\text{B-16})$$

$$j_{i,j} = -S_x \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{(i,j)}^k + S_x \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_r^2} n v_r \right)_{(i-1,j)}^k \\ - S_r \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_x^2} n v_x \right)_{(i,j)}^k + S_r \left(\mu_0 \frac{\omega_x \omega_r}{v^2 + \omega_x^2} n v_x \right)_{(i,j-1)}^k \quad (\text{B-17})$$

$$p_{i,j} = S_x \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{2 n \varepsilon(i+1, j) - n \varepsilon(i, j)}{3 \Delta x_{i,j}} \right) \\ - S_x \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_r^2} \right)_{(i-1,j)} \left(\frac{2 n \varepsilon(i, j) - n \varepsilon(i-1, j)}{3 \Delta x_{i,j}} \right) \\ S_r \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{2 n \varepsilon(i, j+1) - n \varepsilon(i, j)}{3 \Delta r_{i,j}} \right) \\ - S_r \left(\mu_0 \frac{v^2}{v^2 + \omega_x^2} \right)_{(i,j)} \left(\frac{2 n \varepsilon(i, j) - n \varepsilon(i, j-1)}{3 \Delta r_{i,j}} \right) \quad (\text{B-18})$$

L'équation (B-4) est résolue à l'aide du solveur MSI à cinq points¹¹⁴. L'équation de l'énergie est discrétisée de la même façon.

Annexe C

Méthodes d'interpolation pour le modèle particulière

Dans le chapitre III, pour étudier les trajectoires des électrons dans le moteur, il a fallu choisir entre deux schémas d'interpolation : un schéma à conservation de quantité de mouvement et un schéma à conservation d'énergie. Rappelons brièvement leur principe. Dans le premier, on commence par calculer le champ électrique par différences finies aux nœuds à partir du potentiel. Le champ est ensuite interpolé dans la cellule active. Quelle que soit la méthode d'interpolation, ce champ ne peut pas dériver d'un potentiel. Dans le deuxième type de schéma, le potentiel est interpolé à partir des ses valeurs aux

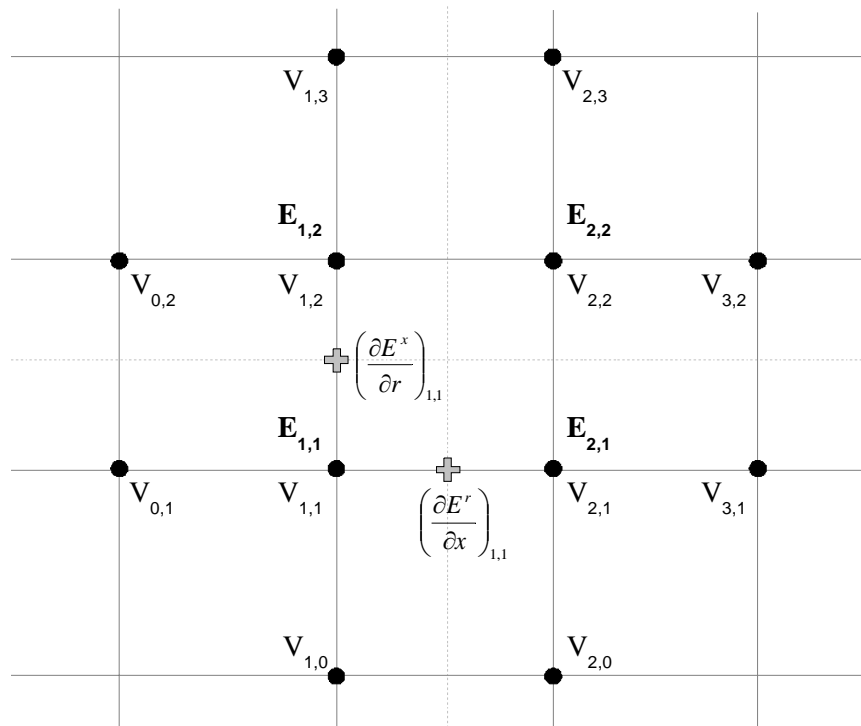


Figure C-1 : Calcul du champ électrique et des dérivées par différence finies sur un maillage bidimensionnel rectangulaire.

nœuds. Le champ électrique est obtenu en dérivant cette expression : il dérive bien du potentiel, mais il est discontinu aux nœuds. Voyons comme ces propriétés se traduisent dans un cas simple.

Un maillage bidimensionnel rectangulaire est défini sur la Figure C-1. Le potentiel électrique est connu à chaque nœud. La physique impose que le champ électrique dérive du potentiel :

$$\mathbf{E} = -\mathbf{grad}(V) \quad (\text{C-1})$$

Ceci est possible si et seulement si le champ électrique est à rotationnel nul. Dans un cas à deux coordonnées cartésiennes comme le notre, cela se traduit par :

$$\frac{\partial E^r}{\partial x} = \frac{\partial E^x}{\partial r} \quad (\text{C-2})$$

On choisit un schéma d'interpolation à conservation de quantité de mouvement. Les composantes du champ électrique se calculent par différences finies à partir du potentiel :

$$E_{1,1}^x = -\frac{V_{2,1} - V_{0,1}}{2\Delta x} \quad (\text{C-3})$$

$$E_{1,1}^r = -\frac{V_{1,2} - V_{1,0}}{2\Delta x} \quad (\text{C-4})$$

$$E_{1,2}^x = -\frac{V_{2,2} - V_{0,2}}{2\Delta x} \quad (\text{C-5})$$

$$E_{2,1}^r = -\frac{V_{2,2} - V_{2,0}}{2\Delta x} \quad (\text{C-6})$$

Les dérivées du champ électrique sont calculées entre deux nœuds, comme indiqué sur la Figure C-1. Elles s'écrivent :

$$\left(\frac{\partial E^x}{\partial r} \right)_{1,1} = \frac{1}{2\Delta x^2} (-V_{2,2} + V_{2,0} + V_{1,2} - V_{1,0}) \quad (\text{C-7})$$

$$\left(\frac{\partial E^r}{\partial x} \right)_{1,1} = \frac{1}{2\Delta x^2} (-V_{2,2} + V_{0,2} + V_{2,1} - V_{0,1}) \quad (\text{C-8})$$

La condition (C-2) impose donc :

$$V_{2,0} + V_{1,2} - V_{1,0} = V_{0,2} + V_{2,1} - V_{0,1} \quad (\text{C-9})$$

Les valeurs du potentiel sont indépendantes, cette égalité n'est donc vraie que si le potentiel est nul dans tout le domaine (ce qui n'est pas très intéressant). Le champ électrique ne peut pas dériver d'un gradient.

Par contre, si on choisit un schéma à conservation d'énergie, le champ électrique est directement défini comme le gradient du potentiel. L'énergie est donc conservée.

Voyons ce qui se passe concrètement dans un cas réel. Un commence par un cas unidimensionnel pour lequel le potentiel est défini ainsi:

$$V(x) = -32.10^4 x^2 + 300 \quad (\text{C-10})$$

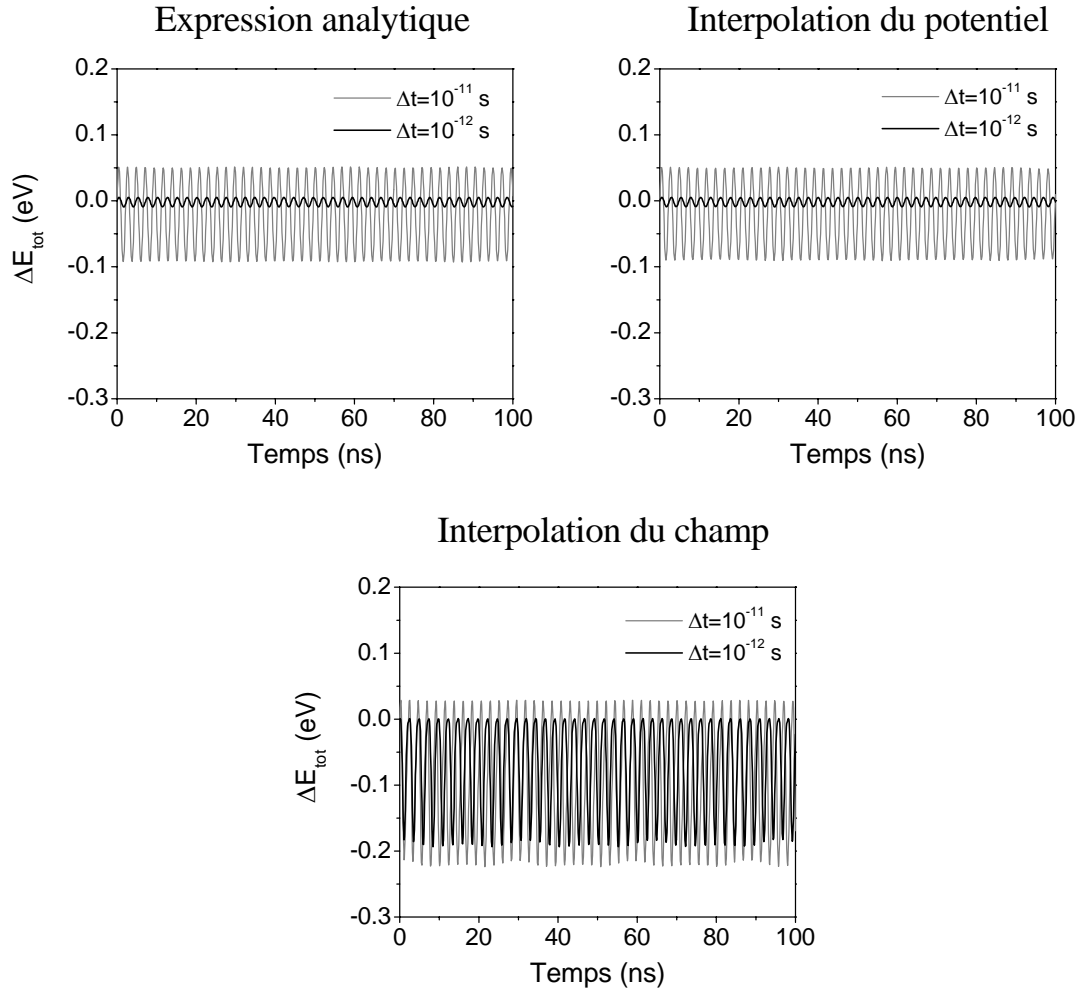


Figure C-2 : Variations de l'énergie totale d'un électron en fonction du temps avec trois méthodes de calcul du champ électrique : calcul analytique, interpolation du potentiel ou du champ électrique. Pour chaque méthode deux simulations ont été réalisées pour $\Delta t=10^{-11}$ et 10^{-12} s.

On applique un champ magnétique constant pour piéger l'électron. Sa trajectoire est calculée numériquement en discrétisant temporellement l'équation du mouvement :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E} - \frac{e}{m_e} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{C-11})$$

Le schéma temporel est toujours le Leap-Frog. La valeur du champ électrique est calculée à la position de l'électron : directement à partir de l'expression (C-10), avec un schéma d'interpolation du potentiel (conservation de l'énergie) puis avec un schéma d'interpolation du champ (conservation de la quantité de mouvement). On calcule la variation d'énergie totale de l'électron, c'est à dire la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :

$$\Delta E_{\text{tot}} = \Delta(E_c + E_p) = \Delta(m_e v^2 / 2) - e\Delta V \quad (\text{C-12})$$

Les variations temporelles d'énergie sont représentées sur la Figure C-2. Pour chaque méthode de calcul du champ électrique sont tracés deux courbes correspondant à des

pas de temps différents (10^{-11} puis 10^{-12} s). Pour les deux premières méthodes, les courbes sont identiques, et lorsqu'on divise par dix le pas en temps les oscillations de l'énergie sont divisées par cent. Les erreurs ici correspondent au schéma de discrétisation temporelle. Pour la dernière méthode, les oscillations de l'énergie sont plus grandes et le pas de temps a peu d'influence sur leur amplitude.

On définit maintenant un potentiel en deux dimensions :

$$V(x, r) = 150 + 4.10^3 x + 8.10^3 r - 38.10^4 x^2 - 11.10^4 r^2 \quad [\text{V}] \quad (\text{C-13})$$

Le champ électrique est calculé aux nœuds par différences finies, puis il est interpolé sur la cellule active avec une fonction bilinéaire. On fait varier la largeur de la maille en x : $\Delta x=1$ puis 0.5 mm. Les variations de l'énergie de l'électron sont données pour les deux cas sur la Figure C-3. Elles sont modulées. Lorsque la largeur de la maille diminue, cette modulation est moins forte. Cette modulation correspond en fait au passage de l'électron d'une cellule à une autre. On dit que l'électron « voit » la grille. Si pour cette méthode les variations d'énergie dépendent peu du pas de temps (Figure C-2), elles dépendent fortement de la largeur de la maille.

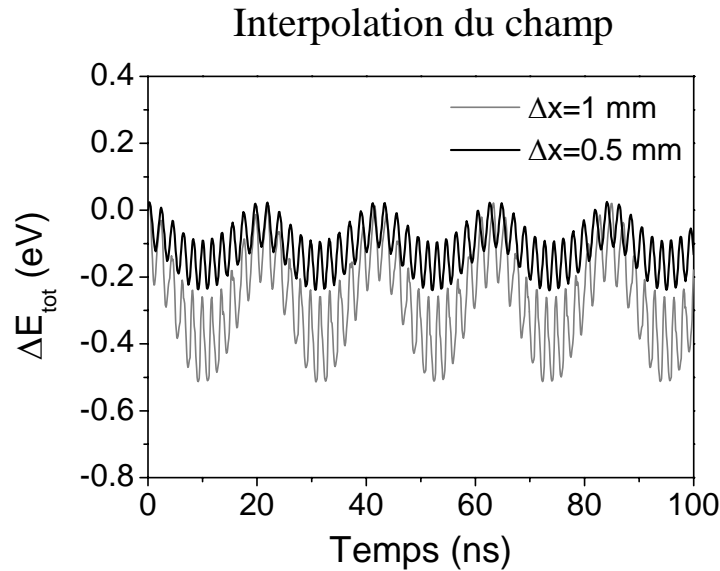


Figure C-3 : Variations de l'énergie totale d'un électron pour différentes largeurs de la maille.

Références

- ¹ E. Y. Choueiri, « A critical History of Electric Propulsion : The Frist 50 Years (1906-1956) », *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 20, 193 (2004).
- ² Marc D. Rayman, Philip Varghese, David H. Lehman et Leslie L. Livesay, « Results from the Deep Space 1 technology validation mission », *Acta Astronautica*, Vol. 47, 475 (2000).
- ³ D. Milligan, D. Gestal et O. Camino, « SMART-1 Electric Propulsion : An Operational Perspective », AIAA-2006-5767, 42nd AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, Sacramento, California (2006).
- ⁴ F. Marchandise, N. Cornu, F. Darnon et D. Estublier, « PPS1350-G Qualification status 10500 h », IEPC-2007-164, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ⁵ O. Duchemin, N. Cornu, F. Darnon et D. Estublier, « Endurance Test at High Voltage of the PPSX000 Hall-Effect Thruster », AIAA-2005-4050, 41st Joint Propulsion Conference and Exhibit, Tucson, Arizona (2005).
- ⁶ Welander *et al.*, « Life and Operating Range Extension of the BPT-4000 Qualification Model Hall Thruster », AIAA-2006-5263, 42nd Joint Propulsion Conference and Exhibit, Sacramento, California (2006).
- ⁷ Lazurenko *et al.*, « Dual-Mode Operation of Stationary Plasma Thrusters », *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 22, 38 (2006).
- ⁸ Union of Concerted Scientists (UCS) Satellite Database, (2008).
- ⁹ R. G. Jahn and E.Y. Choueiri, « Electric Propulsion », *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, Third Edition, Volume 5 (2002).
- ¹⁰ J. R. Chang-Diaz, « The VASMR Rocket », *Scientific American*, Vol. 283 (2000).
- ¹¹ E. W. Messerschmid, D. M. Zube, K. Meinzer et H. L. Kurtz, « Arcjet Development for Amateur Radio Satellite », *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 33, p. 86 (1996).

¹² J. E. Polk *et al.*, « Demonstration of the NSTAR ion propulsion system on the Deep Space One mission », IEPC-01-075, 27th International Electric Propulsion Conference, Pasadena, California (2001).

¹³ W. R. Kerslake et L. R. Ignaczak, « Development and Flight History of SERT II Spacecraft », AIAA-92-3516, 28th AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, Nashville, Tennessee (1992).

¹⁴ J. R. Brophy, « The Dawn ion Propulsion System – Getting to Launch », IEPC-2007-083, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).

¹⁵ R. Killinger, R. Kukies, M. Surauer, A. Tomasetto et L. van Holtz, « ARTEMIS orbit raising inflight experience with ion propulsion », *Acta Astronautica*, Vol. 53, 607 (2003).

¹⁶ R. Killinger *et al.*, « Final Report on the ARTEMIS Salvage Mission using Electric Propulsion », AIAA-2003-4546, 39th AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, Huntsville, Alabama (2003).

¹⁷ L. D. Cassady et E. Y. Choueiri, « Experimental and Theoretical Studies of the Lithium-fed Multichannel and Single-channel Hollow Cathode », IEPC-2005-094, 29th International Electric Propulsion Conference, Princeton University (2007).

¹⁸ A. Morozov, « Stationary Plasma Thruster (SPT) Development Steps and Future Perspectives », IEPC-93-101, 23rd International Electric Propulsion Conference, Seattle, Washington (1993).

¹⁹ P. Lasgorceix, C. Perot, M. Dudeck, T. Beltan, A. Cadiou, « P. I. V. O. I. N. E. Ground Test Facility for Ion Thruster Testing », Second European Spacecraft Propulsion Conference, 687, Noordwijk, The Netherlands (1997).

²⁰ A. Bouchoule, A. Cadiou, A. Héron, M. Dudeck et M. Lyszyk, « An Overview of the French Research Program on Plasma Thrusters for Space Applications », *Contrib. Plasma Physics*, Vol. 41, 573 (2001).

²¹ <http://www.engr.colostate.edu/ionstand/index.php>

²² <http://www.ae.gatech.edu/people/mwalker/HPEPL.html>

²³ <http://www.mae.ucla.edu/>

²⁴ <http://web.mit.edu/aeroastro/labs/spl/>

²⁵ <http://aerospace.engin.umich.edu/spacelab/>

²⁶ <http://mnemosyne.engin.umich.edu/>

²⁷ <http://www.me.mtu.edu/researchAreas/isp/>

²⁸ <http://alfven.princeton.edu/>

²⁹ <http://htx.pppl.gov/>

³⁰ <http://www.stanford.edu/group/pdl/index.html>

- ³¹ S.O. Tverdokhlebov *et al.*, « Overview of Electric Propulsion Activities in Russia », AIAA-2004-3330, 40th AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, Florida (2004).
- ³² F. F. Gabdullin, A. G. Korsun, E. G. Lavrenko et E. M. Tverdokhlebova, « Modeling of the parameters of own outer ionosphere formed around a geostationary SC at plasma and gas engine operation », 43, 5th International Spacecraft Propulsion Conference, Heraklion, Crete (2008).
- ³³ Kim *et al.*, « Investigation of the SPT operation and discharge chamber wall erosion rate under increased discharge voltages », IEPC-2007-151, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ³⁴ Belikov *et al.*, « Development of Low-Power Hall Thruster with Lifetime up to 3000 Hours », IEPC-2007-129, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ³⁵ Bugrova *et al.*, « Two-Modes Operation of SPT of Second Generation », IEPC-2007-221, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ³⁶ J. Gonzalez del Amo, P. Frigot, G. Saccoccia, « The ESA Propulsion Laboratory (EPL) », 247, 5th International Spacecraft Propulsion Conference, Heraklion, Crete (2008).
- ³⁷ <http://www.cnrs-orleans.fr/~webicare/>
- ³⁸ <http://www.univ-orleans.fr/gremi/>
- ³⁹ <http://www.lpgp.u-psud.fr/>
- ⁴⁰ <http://cpht.polytechnique.fr/>
- ⁴¹ <http://www.lptp.polytechnique.fr/>
- ⁴² <http://www.laplace.univ-tlse.fr/>
- ⁴³ F. Taccogna, S. Longo, M. Capitelli et R. Schenider, « Seven years of Hall thruster modeling: An European collaboration between Bari and Greifswald », IEPC-2007-12, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ⁴⁴ <http://centrospazio.cpr.it/>
- ⁴⁵ E. Ahedo et V. De Pablo, « Combined effects of electron partial thermalization and secondary emission in Hall thruster discharges », Physics of Plasmas, Vol. 14, 083501 (2007).
- ⁴⁶ <http://fluid.ippt.gov.pl/dpz/>
- ⁴⁷ Bassner *et al.*, « Ion Propulsion Systems », Vacuum Electronics, 265, Ed. J.A. Eichmeier et M. Tumm, Ed. Springer (2008).
- ⁴⁸ http://asri.technion.ac.il/new_site_php/research_projects/plasma/index.php
- ⁴⁹ <http://art.aees.kyushu-u.ac.jp/>

- ⁵⁰ A. Shirasaki et H. Tahara, « Operational characteristics and plasma measurements in cylindrical Hall thrusters », *Journal of Applied Physics*, Vol. 101, 073307 (2007).
- ⁵¹ N. Yamamoto, K. Komurasaki et Y. Arakawa, « Discharge Current Oscillation in Hall Thrusters », *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 21, No. 5, 870 (2005).
- ⁵² Y. Guojun, L. Hui, W. Chunsheng et Y. Daren, « Monte Carlo Simulation of Neutral Xenon Flows in SPT-ATON », IEPC-2007-91, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ⁵³ J. Lee, Y. Lim, M. Seo, W. Choe et J. Seon, « Dependence of low power cylindrical Hall thruster performance on magnetic field configuration », IEPC-2007-259, 30th International Electric Propulsion Conference, Florence, Italy (2007).
- ⁵⁴ G. J. M. Hagelaar, J. Bareilles, L. Garrigues et J.P. Boeuf, « Two-dimensional Model of a Stationary Plasma Thruster », *Journal of Applied Physics*, Vol. 91, 5592 (2002).
- ⁵⁵ <http://femm.foster-miller.net/>
- ⁵⁶ G. J. M. Hagelaar, « Modelling methods for low-temperature plasmas », document de synthèse pour l'obtention de l'Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Paul Sabatier, Toulouse (2008).
- ⁵⁷ V. Vial, Thèse de Doctorat, Université d'Orléans (2004).
- ⁵⁸ L. Garrigues, G. J. M. Hagelaar, J. Bareilles, C. Boniface et J. P. Boeuf « Model study of the influence of the magnetic field configuration on the performance and lifetime of a Hall thruster », *Physics of Plasmas*, Vol. 10, 4886 (2003).
- ⁵⁹ C.K. Birdsall et A.B. Langdon, "Plasma physics via computer simulation", édité par Adam Hilger, IOP Publishing, Philadelphia, USA (1991).
- ⁶⁰ G. J. M. Hagelaar, J. Bareilles, L. Garrigues et J.P. Boeuf, « Role of anomalous electron transport in a stationary plasma thruster simulation », *Journal of Applied Physics*, Vol. 93, No. 1, 67 (2003).
- ⁶¹ J.M. Fife, « Two-dimensional hybrid particle-in-cell modeling of Hall thrusters », Thèse du Massachusetts Institute of Technology (1995).
- ⁶² J. Bareilles, « Modélisation 2D Hybride d'un Propulseur à Effet Hall pour Satellites », Thèse de L'Université Paul Sabatier, Toulouse (2002).
- ⁶³ G.J.M. Hagelaar, « Modelling electron transport in magnetized low-temperature discharge plasmas », *Plasma Sources Science Technologies*, Vol. 16, S57 (2007).
- ⁶⁴ J.P. Verboncoeur, « Particle simulation of plasmas : review and advances », *Plasma Physics Controlled Fusion*, Vol. 47, A231 (2005).
- ⁶⁵ A.I. Morozov *et al.*, « Plasma Accelerator with Closed Electron Drift and Extended Acceleration Zone », *Soviet Journal of Plasma Physics*, Vol. 17, 38 (1972).
- ⁶⁶ N. B. Meezan, W. A. Hargus Jr. et M.A. Cappelli, « Anomalous electron mobility in a coaxial Hall discharge plasma », *Physical Review E*, Vol. 63, 026410 (2001).

- ⁶⁷ J.M. Haas et A. D. Gallimore, « Internal plasma potential profiles in a laboratory-model Hall thruster », *Physics of Plasmas*, Vol.8, 652 (2001).
- ⁶⁸ J. W. Koo et I. D. Boyd, « Modeling of anomalous electron mobility in Hall thrusters » *Physics of Plasmas*, Vol.13, 033501 (2006).
- ⁶⁹ M. K. Scharfe, N. Gascon et M. A. Cappelli, « Comparisons of hybrid Hall thrusters model to experimental measurements », *Physics of Plasmas*, Vol.13, 083505 (2006).
- ⁷⁰ A. I. Morozov, V. V. Savelev, « Theory of the near-wall conductivity », *Plasma Physics Reports*, Vol. 27, No. 7, 607 (2001).
- ⁷¹ A. I. Bugrova, A.V. Desyatkov, A. I. Morozov et V. K. Kharchenikov, *Plasma Physics Reports*, Vol. 4, 302 (1996).
- ⁷² S. Barral, K. Makowski, Z. Peradynski, N. Gascon et M. Dudeck, « Wall material effects in stationary plasma thrusters. II. Near-wall and in-wall conductivity », *Physics of Plasmas*, Vol. 10, 4137 (2003).
- ⁷³ E. Ahedo et M. Gallardo, « Effects of the radial plasma-wall interaction on the Hall thruster discharge », *Physics of Plasmas*, Vol. 10, 3397 (2003).
- ⁷⁴ Y. Raitses, A. Smirnov, D. Staack et N. J. Fisch, « Measurements of secondary electron emission effects in the Hall thruster discharge », *Physics of Plasmas*, Vol. 13, 014502 (2006).
- ⁷⁵ D. Sydorenko, A. Smolyakov, I. Kaganovich et Y. Raitses, « Kinetic simulation of secondary electron emission effects in Hall thrusters », *Physics of Plasmas*, Vol.13, 014501 (2006).
- ⁷⁶ F.I. Parra, E. Ahedo, J. M. Fife, M. Martinez-Sanchez, « A two-dimensional hybrid model of the Hall thruster discharge », *Journal of Applied Physics*, Vol. 100, 023304 (2006).
- ⁷⁷ J. B. Taylor et B. McNamara, « Plasma Diffusion in Two Dimensions », *The Physics of Fluids*, Vol. 14, 1492 (1971).
- ⁷⁸ C. Boniface, « Modélisation et diagnostics d'un Propulseur à Effet Hall pour Satellites – Configuration magnétique et nouveaux concepts », Thèse de l'Université Paul Sabatier, Toulouse (2006).
- ⁷⁹ J.P. Boeuf et L. Garrigues, « Low frequency oscillations in a stationary plasma thruster », *Journal of Applied Physics*, Vol. 84, 3541 (1998).
- ⁸⁰ E. Y. Choueiri, « Plasma oscillations in Hall thrusters », *Physics of Plasmas*, Vol. 8, No. 4, 1411 (2000).
- ⁸¹ L. Albarède, S. Mazouffre, A. Bouchoule et M. Dudeck, « Low-frequency electron dynamics in the near field of a Hall effect thruster », *Physics of Plasmas*, Vol. 13, 063505 (2006).

- ⁸² M. Cappaci *et al.*, « Development of a Double Stage Hall Thruster for advanced Telecom, Remote Sensing and Scientific Space Missions », AIAA-2004-3771, 40th AIAA Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, Florida (2004).
- ⁸³ V. Kim, « Main physical features and processes determining the performance of stationary plasma thrusters », *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 14, 736 (1998).
- ⁸⁴ G. S. Janes et R. S. Lowder, « Anomalous electron diffusion and ion acceleration in a low-density plasma », *Physics of Fluids*, Vol. 9, 1115 (1966).
- ⁸⁵ Y. Esipchuck, A. Morozov, G. Tilinin et A. Trofimov, « Plasma oscillations in closed-drift accelerators with an extended acceleration zone », *Soviet Technological Physics*, Vol. 18, 928 (1974).
- ⁸⁶ E. Chesta, C. M. Lam, N. B. Meezan, D. P. Schmidt et M. A. Cappelli, « A characterization of plasma fluctuations within a Hall discharge », *IEEE Transactions on Plasma Science*, Vol. 29, No. 4, 582 (2002).
- ⁸⁷ A. Lazurenko, V. Vial, M. Prioul et A. Bouchoule, « Experimental investigation of high-frequency drifting perturbations in Hall thrusters », *Physics of Plasmas*, Vol. 12, 013501 (2005).
- ⁸⁸ A. Lazurenko, G. Coduti, S. Mazouffre et G. Bonhomme, « Dispersion relation of high-frequency plasma oscillations in Hall thrusters », *Physics of Plasmas*, Vol. 15, 034502 (2008).
- ⁸⁹ A. Ducrocq, J. C. Adam, A. Héron et G. Laval, « High-frequency electron drift instability in the cross-field configuration of Hall thrusters », *Physics of Plasmas*, Vol. 13, 102111 (2006).
- ⁹⁰ E. Fernandez, M. K. Scharfe, C. A. Thomas, N. Gascon et M. A. Cappelli, « Growth of resistive instabilities in ExB plasma discharge simulations », *Physics of Plasmas*, Vol. 15, 012102 (2008).
- ⁹¹ J. C. Adam, A. Heron et G. Laval, « Study of Stationary plasma thrusters using two-dimensional fully kinetic simulations », *Physics of Plasmas*, Vol. 11, 295 (2004).
- ⁹² D. M. Grésillon et C. Honoré, « Collective light scattering: an introduction », dans « Optical diagnostics for flow processes », Ed. L. Lading, G. Wigley et E. Buchhave, Plenum Press, 229 (1994).
- ⁹³ F. F. Chen, « Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion », Plenum Press (1984).
- ⁹⁴ A. Ducrocq, « Rôle des instabilités électroniques de dérive dans le transport électronique du propulseur à effet Hall », Thèse de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau (2006).
- ⁹⁵ C. F. F. Karney, « Stochastic ion heating by a lower hybrid wave », *Physics of Fluids*, vol. 21, No. 9, 1584 (1978).

- ⁹⁶ C. F. F. Karney, « Stochastic ion heating by a lower hybrid wave : II », *Physics of Fluids*, vol. 22, No. 11, 2188 (1979).
- ⁹⁷ H. R. Skullerud, « The stochastic computer simulation of ion motion in a gas subjected to a constant electric field », *Journal of Physics D*, Vol. 1, 1567 (1968).
- ⁹⁸ S. L. Lin et J. N. Bardsley, « Monte Carlo simulation of ion motion in drift tubes », *Journal of Chemical Physics*, Vol. 66, 435 (1977).
- ⁹⁹ D. Gawron, S. Mazouffre, N. Sadeghi et A. Héron, « Influence of magnetic field and discharge voltage on the acceleration layer features in a Hall effect thruster », *Plasma Sources Science and Technology*, Vol. 17, 025001 (2008).
- ¹⁰⁰ S. Mazouffre, V. Kulaev et J. Pérez Luna, « Ion diagnostics of a discharge in crossed electric and magnetic fields for electric propulsion », *Plasma Sources Science and Technology* (2008). (soumis).
- ¹⁰¹ W. A. Hargus, M. A. Cappelli, « Laser-Induced fluorescence measurements of velocity within a Hall discharge », *Applied Physics B*, Vol. 72, 961 (2001).
- ¹⁰² N. Dorval, J. Bonnet, J. P. Marque, E. Rosencher, S. Chable, F. Rogier, P. Lasgorceix, « Determination of the ionization and acceleration zones in a stationary plasma thruster by optical spectroscopy study: Experiments and model », *Journal of Applied Physics*, Vol. 91, 4811 (2002).
- ¹⁰³ L. B. King et A. D. Gallimore, « Ion-energy diagnostics in an SPT-100 plume from thrust axis to backflow », *Journal of Propulsion Power*, Vol. 20, 228 (2004).
- ¹⁰⁴ W. A. Hargus et C. S. Charles, « Near exit plane velocity field of a 200-Watt Hall thruster », *Journal of Propulsion Power*, Vol. 24, 127 (2008).
- ¹⁰⁵ D. Gawron, « Phénomènes de transport ionique dans le plasma d'un propulseur à effet Hall à forte puissance : Etude par spectroscopie laser », Thèse de l'Université d'Orléans (2007).
- ¹⁰⁶ R.M. Measures, *Journal of Applied Physics*, Vol. 39, 5232 (1968).
- ¹⁰⁷ R.A. Stern et J.A. Johnson, « Plasma Ion Diagnostics Using Resonant Fluorescence », *Physics Review Letters*, Vol. 34, 1548 (1975).
- ¹⁰⁸ W. Gräfen, M.v. Hoesslin, H. Kempkens et J. Uhlenbusch, « Potential and velocity measurements in a magnetized hollow cathode discharge by means of electric probes and laser induced fluorescence », *Physics of Fluids*, Vol. 31, 3044 (1988).
- ¹⁰⁹ M.J. Goeckner, J. Goree et T.E. Sheridan, « Measurements of ion velocity and density in the plasma sheath », *Physics of Fluids B*, Vol. 4, 1663 (1992).
- ¹¹⁰ G. Bachet, L. Chérigier and F. Doveil, « Ion velocity distribution function observations in a multipolar argon discharge », *Physics of Plasmas*, Vol. 2, 1782 (1995).
- ¹¹¹ N. Sadegui, M. van de Grift, D. Vender, M. W. Kroesen et F. J. de Hoog, « Transport of argon ions in an inductively coupled high-density plasma reactor », *Applied Physics Letter*, Vol. 70, 835 (1996).

¹¹² C. Charles, « A review of recent laboratory double layer experiments », *Plasma Sources Science and Technology*, Vol. 16, R1 (2007).

¹¹³ J. Pérez-Luna, G. J. M. Hagelaar, L. Garrigues et J. P. Boeuf, « Means of investigation of Laser-Induced Fluorescence measurements in low-pressure plasmas », *Plasma Sources Science and Technology* (2008). (soumis).

¹¹⁴ G. J. M. Hagelaar, « Modeling of Microdischarges for Display Technology », Thèse de l'Université d'Eindhoven (2000).

Résumé

Un des grands défis de l'exploration spatiale est de développer des engins spatiaux capables de parcourir de grandes distances avec le moins de carburant possible. Les propulseurs électriques, comme par exemple le propulseur à effet Hall, permet cela grâce à des vitesses d'éjection très élevées. J'ai cherché à comprendre pendant ma thèse la physique du fonctionnement de ces moteurs, en utilisant des modèles numériques et des diagnostics adaptés.

Mon groupe d'accueil travaille depuis une dizaine d'années sur la modélisation hybride de ces moteurs. Pourtant la description fluide des électrons dans ce type de modèle pose encore un certain nombre de problèmes. Le premier, lié à la résolution des équations fluides en 2D, a été résolu grâce à un nouvel algorithme de résolution. Celui-ci nous permet désormais de modéliser plus facilement des moteurs à champ magnétique complexe. Le deuxième concerne la description du transport électronique, mal connu dans la configuration de ces moteurs. Une étude approfondie des résultats d'un modèle particulière dans les directions axiale et azimutale m'a permis de montrer clairement l'influence d'une onde azimutale de champ électrique, présente dans le moteur, sur le transport électronique. L'étude de mesures expérimentales par spectroscopie laser m'a aussi permis de développer une nouvelle méthode capable d'extraire de ces mesures le profil du champ électrique et du terme source d'ionisation dans le moteur. La comparaison de ces mesures aux résultats du modèle hybride a mis en évidence les limites de la description du transport électronique utilisée jusque-là. Elle a aussi permis de définir une voie possible vers l'amélioration de notre modèle.

Mots clés: propulsion, plasma de décharge, effet Hall, transport anormal.

Abstract

One of the greatest challenges in space exploration is to develop spacecrafts capable of covering great distances with little fuel. Electric thrusters, among which is the Hall effect thruster, are capable of this thanks to their high exhaust velocity. During my PhD, I have tried to understand the physics involved in these thrusters, by means of numerical models and accurate diagnostics.

My hosting group has been working on hybrid modeling of these thrusters for about ten years. However, the electron fluid description in such models is still a challenge. One of the problems of the fluid model is the difficulty of solving the fluid equations in 2D. This first problem has been overcome by using a new algorithm. This algorithm makes it now easier to study thrusters with complex magnetic fields. The second problem concerns electron transport which is not well understood. A deep study of a fully particle model in the axial and azimuthal directions has shown that an azimuthal electric field wave, present in the thruster, enhances the electron transport. Also, I have developed a new method to extract the electric field and ionization term profiles from laser spectroscopy measurements. The comparison between these results and those obtained with our hybrid model shows the limit of the electron transport description used until now. This comparison has also shown a possible path to follow in order to correctly describe the electron transport in hybrid models for Hall effect thrusters.

Key words: propulsion, discharge plasma, Hall effect, anomalous transport.