

Etude des Couplages Câbles-Tabliers sous Excitations Paramétriques

Couplings in parametrically excited inclined cables systems

G. Michon¹, A. Berlioz², C.-H. Lamarque³

¹ Université de Toulouse, ISAE, DMSM,
10 avenue Edouard Belin, 31 055 Toulouse, France
+33 (0)5 61 33 81 58
guilhem.michon@isae.fr

² Université de Toulouse, INSA, LGMT, EA814,
118, route de Narbonne, Toulouse, 31077, France
+33 (0)5 61 55 63 75
berlioz@cict.fr

³Département Génie Civil Bâtiment URA CNRS 1652,
Laboratoire Géo-Matériaux
Université de Lyon, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat.
3 rue Maurice Audin, 69518 Vaulx-en-Velin, France
+33 (0)4 72 04 70 75
lamarque@entpe.fr

Résumé : Cet article concerne l'étude expérimentale et la compréhension par modèle à petit nombre de degré de liberté, des vibrations d'un câble incliné relié à une poutre - modèle simplifié d'un ouvrage d'art. L'excitation extérieure est effectuée sur la poutre. Le câble attaché à l'extrémité de celle-ci est soumis à une sollicitation verticale sinusoïdale multi-fréquentielle due à la réponse de la poutre de raideur finie. L'excitation du câble bien que plus riche est comparable à celle utilisée lors de travaux antérieurs. Un système de guidage de l'extrémité de la poutre assure cette excitation au prix d'une possible variation de la tension horizontale dans le câble introduisant une excitation paramétrique supplémentaire. L'analyse de premiers résultats expérimentaux en résonance principale et secondaire permet d'envisager des modèles explicatifs à un degré de liberté obtenus par projection du modèle continu tridimensionnel du câble sur un mode convenable d'Irvine. Le traitement de ces systèmes simples nourri des données du dispositif expérimental montre un agrément qualitatif satisfaisant des premières expérimentations et des modèles.

Mots clés : vibration de câble, résonance paramétrique, système non linéaire à petit nombre de degrés de liberté, expérience, méthodes analytiques.

Abstract : This paper deals with experimental study and with understanding via a finite number of degrees of freedom model of the vibrations of an inclined cable linked to a continuous beam. This is a simplified version of deck and cable of a bridge. External excitation is exerted on the beam. The cable attached to the end of the beam is submitted to a vertical sinusoidal multi-frequency solicitation due to the response of the finite stiffness beam. The excitation of the cable though it is more complex looks similar to the excitation used in previous works. A guided device located at the end of the beam ensures the excitation with -potentially- a variation of the horizontal component of the cable tension that introduces a new parametric excitation. Analysis of preliminary experimental results for main and secondary resonances permits us to consider simple modeling with one degree of freedom systems obtained by projection of the continuous three-dimensional model of the cable on adapted Irvine mode. Analytical treatment of these models involving data from the experimental devices shows a correct qualitative agreement between preliminary experiments and theoretical and numerical results.

Keywords : cable vibration, parametric resonance, nonlinear system with a small number of degrees of freedom, experiments, analytical methods.

1 Introduction

L'étude des oscillations de câbles a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. Certains concernent les aspects statiques [1], d'autres des aspects dynamiques [2-5], avec une approche linéaire dans un premier temps. D'autres travaux se sont attelés à la description nécessaire des termes non linéaires pour comprendre le comportement réel des câbles en vibration.

Meirovitch [6] montre que la réponse plane d'un câble tendu non amorti peut être décrite par une équation de type Duffing. Takahashi et Konishi [7-8] s'intéressent aux vibrations non linéaires libres ou forcées tridimensionnelles. Benedettini et al. [9-14] considèrent des oscillations d'un câble élastique suspendu entre deux supports horizontaux sous différents cas de résonances.

Ces études sont également importantes du point de vue des applications (amortisseurs [15-16], câbles de téléphériques [17], contrôle de tendons [18], ponts à haubans, etc.).

L'inclusion des effets non linéaires est clairement nécessaire pour étudier d'autres phénomènes (interactions modales non linéaires [19], effets sur-harmoniques, résonances internes [20], bifurcation [21], effet de non linéarités

paramétriques [22]. L'ouvrage de Nayfeh et al. [23] fournit de nombreuses références un peu anciennes mais intéressantes.

L'introduction de modèles à peu de degrés de liberté (par exemple trois [24]) est très fructueuse et suffisante pour la description de résultats expérimentaux.

Les résultats proposés dans ces multiples références utilisent toutes les approches possibles pour décrire, expliquer mais en condensant la phénoménologie des observations. Habituellement, après la mise en équations sous forme d'un système tridimensionnel d'équations aux dérivées partielles d'évolution non linéaires régissant les déplacements du câble, les auteurs utilisent une discrétisation en introduisant une base tronquée de modes de la partie linéaire (modes d'Irvine) sélectionnés en fonction de la gamme de sollicitation. En projetant sur cette base tronquée, un système régulier masses - ressort non linéaire est obtenu et étudié via des méthodes analytiques ou par des approches purement numériques selon le type d'oscillations attendues. Souvent les auteurs n'ont considéré qu'un câble horizontal. Cette méthodologie a néanmoins été utilisée par Khadraoui [25] dans sa thèse par exemple sur un câble incliné.

Ce travail fait suite à des travaux précédents [26-31] dans lesquels elle a été également utilisée. Dans ces travaux, les vibrations d'un câble incliné ont été

étudiée du point de vue de deux résonances particulières : la résonance principale où la fréquence de la sollicitation extérieure sinusoïdale est supposée proche de la fréquence propre du premier mode plan d'Irvine, puis lorsque cette même fréquence de la sollicitation extérieure était proche du double de cette même fréquence proche. Les résultats obtenus montraient un bon accord entre l'expérience et la description analytique de solutions d'oscillateurs à un degré de liberté obtenus par projection sur le mode d'Irvine convenable. La méthode analytique retenue était la méthode familière des échelles multiples.

Par contre dans ces travaux une excitation était produite en imposant un déplacement directement à l'extrémité inférieure du câble tendu, avec un dispositif de reprise de la tension pour maintenir la composante horizontale de la tension du câble (aussi) constante (que possible). Nous avons considéré que ce modèle sensé représenter un modèle réduit de sollicitation d'un câble d'ouvrage d'art par le tablier du pont ne prenait pas véritablement en compte le rôle de celui-ci en particulier par l'introduction d'une raideur finie.

C'est pourquoi ici, nous étudions expérimentalement un câble incliné lié à une poutre horizontale. L'excitation de la poutre est transmise au câble via un système de guidage constituant une masse ajoutée. La mesure des sollicitations au niveau de ce système permet de mettre en évidence les composantes dynamiques de la réaction horizontales et les composantes de la sollicitation extérieure transmise au câble. La mesure de la sollicitation exercée au niveau du câble et la mesure de la réponse du câble permettent de mettre en évidence les résonances concernées et d'envisager un modèle simplifié. Une limite dans l'analogie est apportée par la valeur de la masse représentée par la poutre ajoutée : contrairement au cas d'un tablier de pont où la masse du tablier est beaucoup plus grande que celle du câble, nous avons ici des masses dans un ratio plus faible (de l'ordre de 10) à l'avantage du pseudo-tablier.

L'objectif de l'étude est de comprendre par la mesure le rôle de cette raideur, et d'essayer de réutiliser un modèle analogue aussi simple que possible (un degré de liberté non linéaire idéalement), la poutre ajoutée agissant simplement comme « filtre » de la sollicitation extérieure, et le système de guidage

« filtrant » lui la réaction horizontale à prendre en compte dans le modèle simplifié.

Le document est organisé de la façon suivante : après cette introduction, nous effectuons une présentation plus détaillée du dispositif expérimental en section 2. Dans la section 3, nous présentons des résultats expérimentaux concernant la réaction, et la sollicitation ainsi que les réponses du câble en résonance particulière.

La section 4 concerne la description de la modélisation et la réduction du modèle. Enfin, quelques résultats analytiques sont proposés en section 5, pour établir une première comparaison qualitative entre observations expérimentales et capacité du modèle à reproduire l'observation.

Une conclusion termine ce travail qui constitue une première étape de l'investigation du système.

2 Présentation du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental global est constitué d'un câble – une corde à piano, enroulement d'un fil de cuivre autour d'une corde acier - relié à un bâti fixe en partie supérieure et relié à une poutre – figurant le tablier d'un pont – en partie inférieure via un système de guidage qui permet en fait d'exercer une sollicitation verticale sur le câble au prix de la variation de la composante horizontale de la tension du câble. Le dispositif est décrit par la figure 1. La figure 2 montre la poutre horizontale figurant le tablier de pont et le système d'excitation de la poutre poursuivant l'analogie avec un ouvrage d'art. On comprend dès lors que le système continu constitué par cette poutre est susceptible de renvoyer une réponse potentiellement multi-fréquentielle comme excitation de l'extrémité du câble.

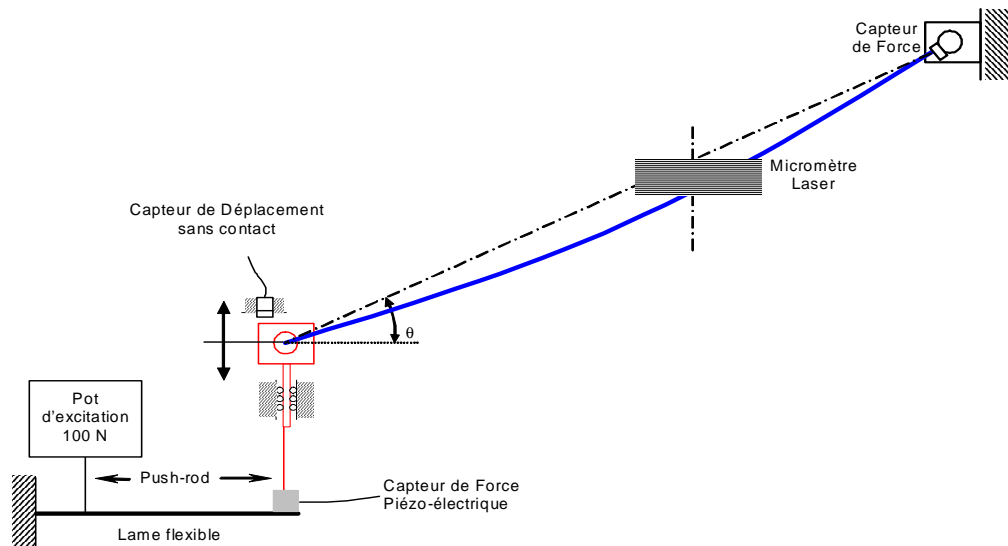


Figure 1: Schéma général du dispositif expérimental

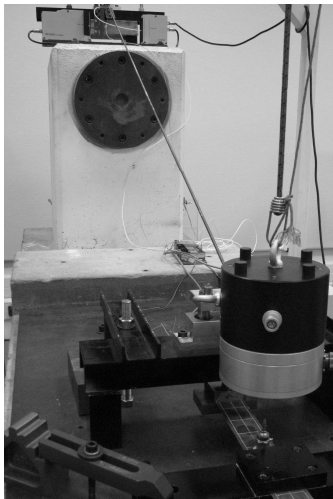


Figure 2: Câble incliné constitué d'une corde à piano relié à une poutre horizontale. La poutre est excitée verticalement par un pot vibrant.

L'excitation est réalisée par un pot électrodynamique, de force nominale 100N, à proximité de l'encastrement de lame. La force transmise par le pot à la structure est mesurée par un capteur piézo-électrique. La tension instantanée du câble est mesurée par un capteur de force à jauges. Un micromètre laser à caméra CCD grande résolution permet de mesurer sans contact les déplacements du câble dans son mouvement plan. Enfin, un capteur laser permet de mesurer sans contact le déplacement de la masse. Les acquisitions sont réalisées et traitées à travers une chaîne LMS-Pimento.

La figure 3 présente le détail du dispositif de guidage de l'extrémité de la poutre assurant une sollicitation verticale du câble et générateur d'une composante oscillante de la tension horizontale du câble.

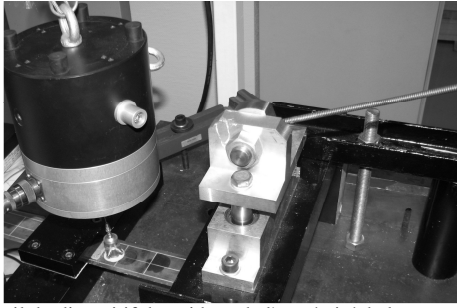


Figure 3: Détail du dispositif de guidage de l'extrémité de la poutre assurant une sollicitation verticale du câble et créant une composante oscillante de la tension horizontale du câble.

3 Présentation des résultats expérimentaux

3.1 Mesure de la tension du câble

La tension dans le câble a été mesurée. Les résultats permettent de mettre en évidence une variation de cette tension de sorte que la tension horizontale dans le câble n'est plus constante, mais comporte une perturbation correspondant à quelques harmoniques de Fourier de l'excitation.

La figure 4 vient étayer cette hypothèse et permet d'envisager un développement sous la forme :

$$H = H_0 (1 - r_1 \cos(\Omega t) - r_2 \cos(2\Omega t) - r_3 \cos(3\Omega t)) \cos(\theta)$$

La tension horizontale introduite dans un modèle réduit produira une excitation paramétrique supplémentaire.

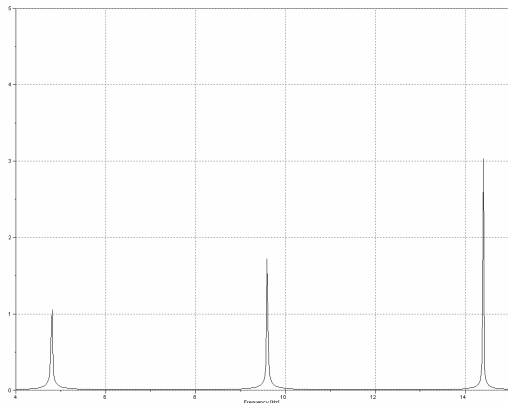


Figure 4: Résultats expérimentaux montrant l'apport d'un effet paramétrique par la variation de tension horizontale du câble

3.2 Mesure de la sollicitation en déplacement du câble

Le déplacement de l'extrémité du système guidé (extrémité de la poutre) a également été mesuré. Comme nous l'attendions, la poutre - système continu - répond à l'excitation et renvoie plusieurs harmoniques sur le câble. La figure 5 présente les mesures effectuées et corrobore cela.

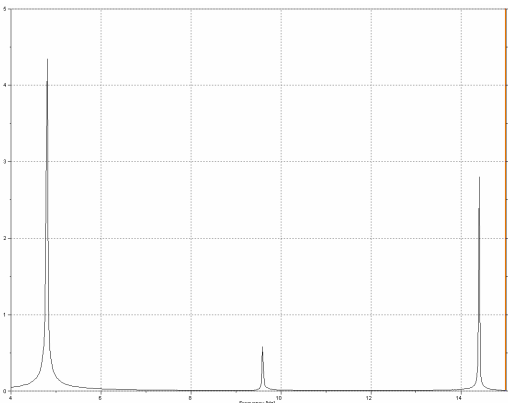


Figure 5: Résultats expérimentaux montrant les composantes de la sollicitation en déplacement de l'extrémité inférieure du câble

Ces mesures nous permettent de retenir une forme simplifiée d'excitation que nous pouvons directement introduire dans le modèle à un degré de liberté envisagé. Les mesures permettent par ailleurs de disposer des valeurs des coefficients de Fourier de l'excitation développée selon l'harmonique de forçage exercée sur la poutre.

On note aussi expérimentalement que la réponse du câble et l'excitation de l'extrémité du câble vibrent selon un déphasage proche de $\pi/2$.

4 Description du modèle

Considérons un câble de longueur L encastré à ces deux extrémités et incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale, Figure 6. Le mouvement de l'extrémité inférieure $Z(t)$ imposé.

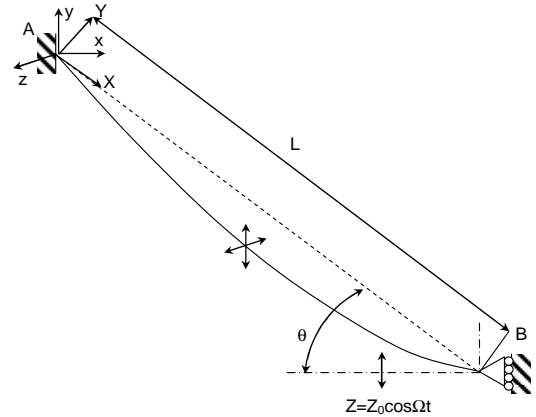


Figure 6: Modèle de câble incliné retenu.

La méthodologie classique consiste à considérer le modèle non linéaire élastique de câbles représenté par trois équations aux dérivées partielles décrivant l'évolution tridimensionnelle des vibrations du câble. La démarche est rappelée dans [25] ou [26-27].

Compte tenu du caractère plan et vertical des vibrations observées à expliquer, en ne prenant en compte que les termes non linéaires principaux, on peut ne conserver que le problème lié à $V(s,t)$ la composante verticale du déplacement du câble, où t désigne le temps et s une abscisse curviligne qui est identique en première approximation à la coordonnée spatiale x du câble. On projette alors le problème continu en utilisant l'allure suivante de V :

$$V(x,t) = f(x) \cdot y(t) + x \cdot Z(t) \cos \theta$$

où θ l'inclinaison du câble, y la coordonnée modale inconnue, $Z(t)$ la sollicitation en déplacement de l'extrémité du câble et $f(x)$ désigne la fonction de premier mode d'Irvine définie par :

$$f(x) = \frac{1 - \cos\left(\omega_0 \frac{x}{L}\right) - \tan\left(\frac{\omega_0}{2}\right) \sin\left(\omega_0 \frac{x}{L}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\omega_0}{2}\right) - \tan\left(\frac{\omega_0}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega_0}{2}\right)}$$

Cette sollicitation prend la forme

$$Z(t) = Z_{01} \cos(\Omega t) + Z_{02} \cos(2\Omega t) + Z_{03} \cos(3\Omega t)$$

La déformée statique ainsi que l'allure de la déformée dynamique sont représentés sur la Figure 7.

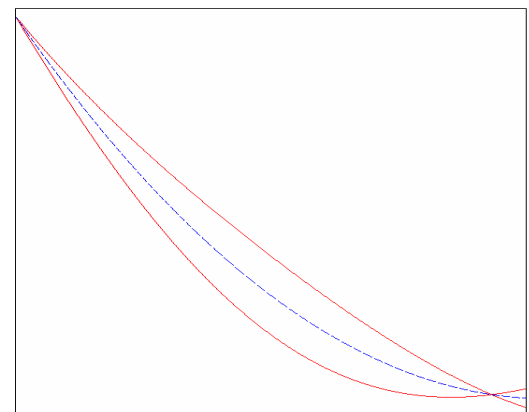


Figure 7 : Allure des déformées statique (trait pointillé) et dynamique (trait plein) d'un câble incliné

Dans les paramètres régissant l'équation du déplacement du système à un degré de liberté obtenu figure la tension horizontale H (notée H0 dans les travaux antérieurs [25-26]). Compte tenu des résultats expérimentaux, il est raisonnable de lui donner l'allure suivante :

$$H = H_0 (1 - r_1 \cos(\Omega t) - r_2 \cos(2\Omega t) - r_3 \cos(3\Omega t)) \cos(\theta)$$

Au final, le système à un degré de liberté condensant l'oscillation de y s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi\omega \frac{dy}{dt} \\ & + y (\beta_0 + \beta_1 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3)) (Z_{01} \cos(\Omega t + \phi_4) + Z_{02} \cos(2\Omega t + \phi_5) + Z_{03} \cos(3\Omega t + \phi_6))) \\ & + \beta_2 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3)) (Z_{01} \cos(\Omega t + \phi_4) + Z_{02} \cos(2\Omega t + \phi_5) + Z_{03} \cos(3\Omega t + \phi_6))^2 \\ & + \beta_3 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3))^3 \\ & + \alpha_2 y^2 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3))^2 \\ & + \alpha_3 y^3 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3)) \\ & = \gamma_1 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3))^2 (Z_{01} \cos(\Omega t + \phi_4) + Z_{02} \cos(2\Omega t + \phi_5) + Z_{03} \cos(3\Omega t + \phi_6)) \\ & + \gamma_2 (1 - r_1 \cos(\Omega t + \phi_1) - r_2 \cos(2\Omega t + \phi_2) - r_3 \cos(3\Omega t + \phi_3))^2 (Z_{01} \cos(\Omega t + \phi_4) + Z_{02} \cos(2\Omega t + \phi_5) + Z_{03} \cos(3\Omega t + \phi_6))^2 \end{aligned}$$

Où les ϕ_i rendent compte du déphasage observé entre la sollicitation et la réponse. Ici nous fixerons :

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{\pi}{2}, \phi_2 = \pi, \phi_3 = \frac{3\pi}{2} \\ \phi_4 &= \frac{\pi}{2}, \phi_5 = \pi, \phi_6 = \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

Les autres paramètres sont déterminés expérimentalement et choisis égaux à :

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.007, r_2 = 0.008, r_3 = 0.008 \\ Z_{01} &= 0.003, Z_{02} = 0.003, Z_{03} = 0.002 \\ \xi_1 &= 0.01 \\ \omega_1 &= 3.15 \\ \alpha_2 &= 3.736385995, \alpha_3 = 3.417940772 \\ \beta_0 &= 10.42128256, \beta_1 = 137.4734826, \\ \beta_2 &= 0.5856136502, \beta_3 = 0.04004019560 \\ \gamma_1 &= -148.7937756, \gamma_2 = -0.6338361720 \end{aligned}$$

Le modèle simplifié obtenu peut maintenant être étudié par des méthodes analytiques classiques.

Il faut bien sûr noter que les approximations apportées par l'introduction de données expérimentales indirectes (le filtrage de la sollicitation par la poutre – système continue – et le système de guidage), et le parti pris de ne considérer que le câble, en concentrant le rôle de la poutre et du guidage dans l'allure des sollicitations, de la réaction horizontale et du déphasage sont assez brutales. Aussi n'espérons-nous dans un premier temps que l'obtention d'un scénario qualitatif.

5 Vibrations non linéaires approchées

En utilisant la méthode des échelles multiples (au premier ordre), on obtient les équations suivantes :

$$\frac{\partial^2 y_0}{\partial T_0^2} + y_0 \omega_1^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y_1}{\partial T_0^2} + y_1 \omega_1^2 &= -\alpha_{30} y_0^3 (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1)) - 2 \left(\frac{\partial^2 y_0}{\partial T_1 \partial T_0} \right) \\ & - \alpha_{20} y_0^2 (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1))^2 \\ & - 2 \zeta_1 \omega_1 \left(1 + a_1 \cos(\Omega T_0 + \phi) + a_2 \cos(\Omega T_0 + \phi)^2 \right) \left(\frac{\partial y_0}{\partial T_0} \right) \\ & + \gamma_{20} (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1))^2 Z_{010} \cos(\Omega T_0 + \phi_4)^2 \\ & + \gamma_{10} Z_{010} (\cos(\Omega T_0 + \phi_4)) (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1))^2 \\ & - y_0 (\beta_{01} (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1)) Z_{010} \cos(\Omega T_0 + \phi_4) \\ & + \beta_{02} (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1)) Z_{010}^2 \cos(\Omega T_0 + \phi_4)^2 \\ & + \beta_{03} (1 - r_{10} \cos(\Omega T_0 + \phi_1))^3) \end{aligned}$$

Pour cette résolution par les échelles multiples, on pose:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \varepsilon \zeta_1, \alpha_i = \varepsilon \alpha_{i0}, i = 2..3, \beta_i = \varepsilon \beta_{i0}, i = 0..3, \gamma_i = \varepsilon \gamma_{i0}, i = 1..2 \\ r_1 &= \varepsilon r_{10}, r_i = 0, i = 2..3, Z_{10} = \varepsilon Z_{010}, Z_{i0} = 0, i = 2..3 \end{aligned}$$

Le modèle à un degré de liberté est étudié dans le cas de résonance primaire et secondaire.

5.1 Cas de la résonance paramétrique principale $\Omega = 2\omega_1 + \varepsilon\sigma$

L'équation aux amplitudes obtenue par la méthode analytique retenue s'écrit en fonction des paramètres du problème (en particulier des amplitudes des composantes variables de la tension et du déplacement imposé de l'extrémité inférieure du câble) et de la fréquence d'excitation.

La figure 8 présente la réponse amplitude-fréquence du premier mode du câble : il s'agit de l'amplitude de la première harmonique en fonction de la fréquence de base de la sollicitation extérieure.

Qualitativement, les branches obtenues évoluent de façon similaire aux résultats expérimentaux, Figure 9. L'orientation des branches est principalement liée aux composantes des tensions et sollicitations.

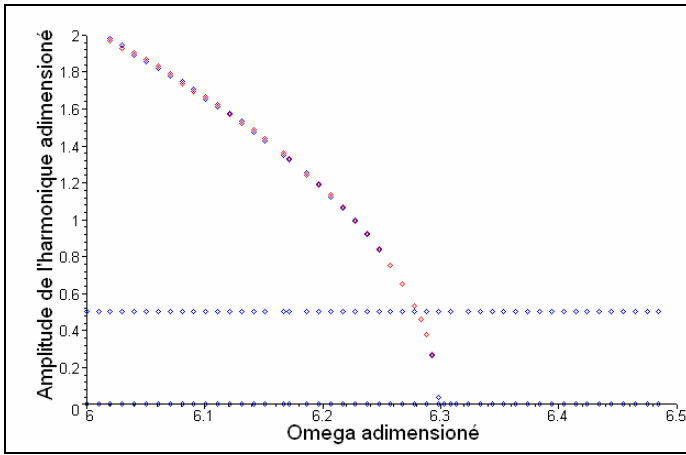


Figure 8 : Résultats numériques correspondant à l'équation aux amplitudes et montrant l'amplitude de première harmonique du premier mode du câble.

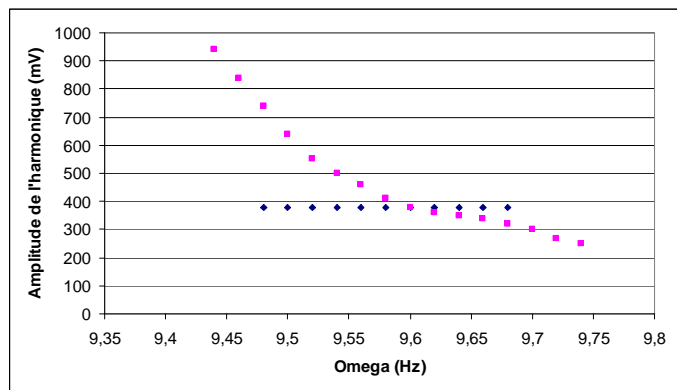


Figure 9 : Résultats expérimentaux Amplitude-Fréquence dans le cas où $\Omega = 2\omega_1 + \varepsilon\sigma$

5.2 Cas de la résonance primaire $\Omega = \omega_1 + \varepsilon\sigma$

L'équation aux amplitudes obtenue par la méthode analytique retenue s'écrit en fonction des paramètres du problème (en particulier des amplitudes des composantes variables de la tension et du déplacement imposé de l'extrémité inférieure du câble) et de la fréquence d'excitation.

La figure 10 présente la réponse amplitude fréquence du premier mode du câble : il s'agit de l'amplitude de la première harmonique en fonction de la fréquence de base de la sollicitation extérieure dans le cas de la résonance secondaire.

Qualitativement, les branches obtenues évoluent de façon similaire aux résultats expérimentaux, Figure 11.

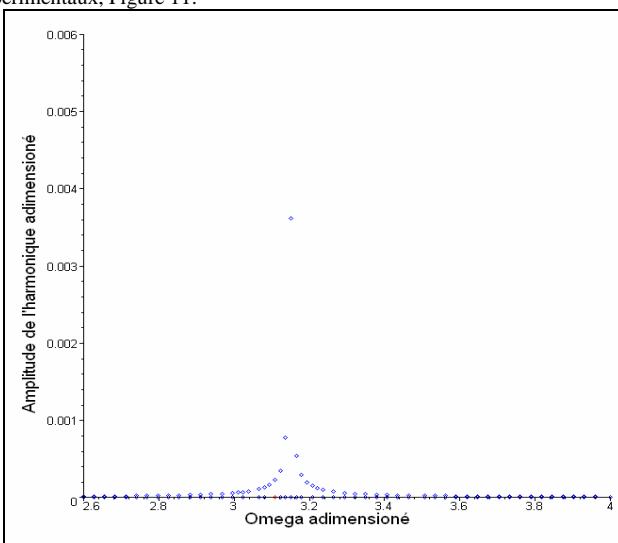


Figure 10: Résultats numériques correspondant à l'équation aux amplitudes de résonance secondaire et montrant l'amplitude de première harmonique du premier mode du câble.

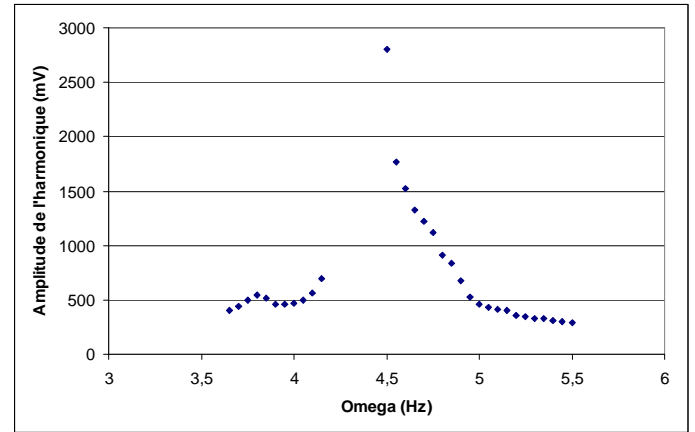


Figure 11 : Résultats expérimentaux Amplitude-Fréquence dans le cas où $\Omega = \omega_1 + \varepsilon\sigma$

6 Conclusion

Le modèle développé dans ce travail est prometteur. La simplification du modèle et l'introduction de paramètres relativement délicats à mesurer conduisent à l'obtention d'un accord pour l'instant seulement qualitatif entre comportement observés expérimentalement et résultats numériques. Une étude plus complète doit permettre de définir avec précision les différentes variables complémentaire (r_2 , r_3 , Z_{20} , Z_{30} et les phases). A terme, il est possible d'inclure dans le modèle une raideur au niveau du point d'encrage supérieur, ce qui correspond physiquement à la souplesse d'une pile de pont observée sur certains ouvrages.

7 Bibliographie

- [1] Krenk, S., Mechanics and Analysis of Beams, Columns and Cables, 2nd Edition, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2001.
- [2] Irvine, H.M. and Caughey, T.K., 1974, "The linear theory of free vibrations of a suspended cable", Proceedings of the Royal Society of London, Volume A 341, 299-315
- [3] Irvine, H.M., 1981, "Cable Structures", The M.I.T. Press, Cambridge Massachussets.
- [4] West, H.H., Geschwindner, L.F., and Suhoski, J.E., 1975, "Natural vibrations of suspension cables", J. of the Structural Division, Volume ST11, 2277-2291.
- [5] Henghold, W.M. and Russell, J.J., 1976, "Equilibrium and natural frequencies of cable structures (A nonlinear finite element approach)", Computers & Structures, Volume 6, 267-271.
- [6] Meirovitch, L., Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill, New-York, 1975.
- [7] Takahashi, K. and Konishi, Y., 1987, "Non-linear vibrations of cables in three dimensions", Part I: Non-linear free vibrations, J. of Sound and Vibration, Volume 118 (1), 69-84.
- [8] Takahashi, K. and Konishi, Y., 1987, "Non-linear vibrations of cables in three dimensions", Part II: Out of plane vibrations under in-plane sinusoidally time-varying load, J. of Sound and Vibration, Volume 118 (1), 85-97.
- [9] Benedettini, F., Rega, G., Planar non-linear oscillations of elastic cables under superharmonic resonance conditions, Journal of Sound and Vibration 132 (3) (1989) 353-366.
- [10] Rega, G., Benedettini, F., Planar non-linear oscillations of elastic cables under subharmonic resonance conditions, Journal of Sound and Vibration 132 (3) (1989) 367-381.
- [11] Benedettini, F., Rega, G., Non-linear dynamics of an elastic cable under planar excitation, International Journal of Nonlinear Mechanics 22 (1987) 497-509.
- [12] Benedettini, F., Vestroni, F., Rega, G., Parametric analysis of large amplitude free vibrations of a suspended cable, International Journal of Solids and Structures 20 (2) (1984) 95-105.
- [13] Benedettini, F., Rega, G., Alaggio, R., Non-linear oscillations of a four-degree-of-freedom model of a suspended cable under multiple internal resonance conditions, Journal of Sound and Vibration 182 (5) (1995) 775-798.
- [14] Rega, G., Lacarbonara, W., Nayfeh, A.H., Char-Ming Chin, Multimodal resonances in suspended cables via a direct perturbation approach, Proceedings of ASME DETC97, Vol. DETC97/VIB-4101, Sacramento (CA), 1997 September 14-17, ISBN 0-7918-1243-X.
- [15] Xu, Y.L., Yu, Z., Non-linear vibration of cable-damper systems Part I: formulation, Journal of Sound and Vibration, 225 (3) (1999) 447-463.
- [16] Xu, Y.L., Yu, Z., Non-linear vibration of cable-damper systems Part II: application and verification, Journal of Sound and Vibration, 225 (3) (1999) 465-481.

- [17] Portier, B., Dynamic phenomena in ropeways after a haul rope rupture, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 12 (1984) 433–449.
- [18] Achkire, Y., Active tendon control of cable-stayed bridges, Ph.D., Université Libre de Bruxelles, Faculty of Sciences, 1997, 121p.
- [19] Pilipchuk, V.N., Ibrahim, R.A., Non-linear modal interactions in shallow suspended cables, *Journal of Sound and Vibration* 227 (1) (1999) 1–28.
- [20] Zheng, G., Ko, J.M., Ni, Y.Q., Super-Harmonic and Internal resonances of a Suspended Cable with Nearly Commensurable Natural frequencies. *Nonlinear Dynamics* 30 (2002) 55–70.
- [21] O.M. Reilly, Global bifurcations in the forced vibration of a damped string, *International Journal of Non-Linear Mechanics* 28 (3) (1993) 337–351.
- [22] J.L. Lilien, A. Pinto da Costa, Vibration amplitudes caused by parametric excitation of cable stayed structure, *Journal of Sound and Vibration* 174 (1) (1994) 69–90.
- [23] A.H. Nayfeh, D.T. Mook, *Nonlinear Oscillations*, Wiley, New-York, 1979.
- [24] Y. Fujino, P. Warnitchai, B.M. Pacheco, An experimental and analytical study of autoparametric resonance in a 3 DOF model of cable-stayed-beam, *Nonlinear Dynamics* 4 (1992) 111–138.
- [25] Khadraoui, L., “Contribution à la modélisation et à l’analyse dynamique des structures à câbles”, 1999, Thèse de Doctorat, Université d’Evry, 262p, (in french).
- [26] Berlioz, A., Lamarque, C.H. and Malasoma, J.M., 2001, “Non linear behavior of an inclined cable: experimental and analytical investigations”, *Proceedings of ASME DETC2001, VIB-21557, Pittsburgh (PA), September 9-12, ISBN 0-7918-3531-6.*
- [27] Berlioz, A. and Lamarque, C.H., A Nonlinear Model for the Dynamics of an Inclined Cable, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 279, 619-639, 2005.
- [28] Berlioz, A. and Lamarque, C.H., Nonlinear vibrations of an inclined cable *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 127(4), pp 315-323, 2005.
- [29] Boujard O., Pernot S., Berlioz A. and Lamarque C. H., Nonlinear parametric resonances in a stay of the Iroise cable-stayed bridge : analytical model and experiments, Paper DETC2007/MSNDC-35079. *Proceedings of the 5th International Conference of Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, MSNDC-14, IDETC/CIE Las Vegas, Nevada, USA, pp 2007*
- [30] Boujard O., Pernot S., Berlioz A. and Lamarque C. H., A peculiar case of nonlinear cable resonance combination of a cable-stayed bridge submitted to wind and traffic. *Proceedings of Experimental vibration analysis for civil engineering structures - EVACES’07- FEUP, Porto, Portugal, 2007.*
- [31] Boujard O., Pernot S., Berlioz A. and Lamarque C. H., Nonlinear parametric resonances in the ‘Iroise’ cable-stayed bridge : Experiments and reduced order modelling. *Actes de l’EUROMECH Colloquium 483, Geometrically Non-linear Vibrations of Structures- FEUP, Porto, Portugal, 2007.*