

Résolution performante des problèmes instationnaires d'interaction thermique fluide – solide.

Emmanuel RADENAC^{1*}, Jérémie GRESSIER¹, Pierre MILLAN¹

¹Office National d'Etudes et Recherches Aérospatiales

2 avenue Edouard Belin – 31055 Toulouse

* (auteur correspondant : emmanuel.radenac@onera.fr)

Résumé - Une méthode efficace de couplage thermique instationnaire de solveurs fluide et solide est présentée. D'intrusivité très limitée dans les codes, le couplage adapte régulièrement les conditions limites d'interface fluide – solide en assurant l'équilibre instantané des flux et températures et la conservativité. Sa formulation, non itérative, facilitant la parallélisation et avec éventuel gel de la dynamique du fluide, est une réponse à la question cruciale du coût de calcul.

Nomenclature

a	célérité du son, $m.s^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
A	surface de face, m^2	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
CFL	nombre de Courant	δ	discrétisation d'intégration
C	capacité calorifique, $J.K^{-1}.kg^{-1}$	Δ	différence
d	distance, taille de maille, m	κ	raison de suite géométrique
E	énergie, J	λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
F	centre de cellule limitrophe fluide	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
h	coefficient de convection, $W.m^{-2}.K^{-1}$	τ	temps caractéristique, s
I	centre de face d'interface	Φ	flux de chaleur, $W.m^{-2}$
k	coefficient de correction	χ	rapport de temps caractéristiques diffusifs
\vec{n}	vecteur normal	<i>Indices et exposants</i>	
S	centre de cellule limitrophe solide	c	correction
t	temps, s	f	fluide
T	température, K	i	interface
u	vitesse, $m.s^{-1}$	n	itération temporelle
V	volume de cellule, m^3	s	solide

1. Introduction

L'industrie aéronautique est demandeuse de moyens de simulations des interactions aérothermiques fluide – solide en instationnaire. Airbus et Snecma Moteurs ont notamment ce besoin afin d'optimiser la conception des moteurs d'avions grâce à une meilleure connaissance des transitoires ayant lieu durant les changements de régime. Ces périodes transitoires pouvant avoir une durée assez importante, notamment due à l'inertie de la diffusion de la chaleur dans les parties solides, il est essentiel de développer des méthodes de simulation efficaces.

Une méthode réaliste de simulations instationnaires est le couplage de solveurs de dynamique des fluides et de diffusion de la chaleur dans les solides selon une méthode parallèle, sans convergence locale sur chacun des pas de temps. La mise en œuvre de ce couplage demande la prise en compte des paramètres classiques de robustesse et de précision (question traitée dans [1],[2]). Mais l'« intrusivité » dans les solveurs à coupler ne doit pas être

négligée non plus. En effet, les données d'entrée du couplage doivent être préexistantes et il est préférable, voire essentiel pour des logiciels commerciaux, de limiter les développements nécessaires.

2. Structure du couplage

Le couplage prend la forme décrite sur la figure 1 : l'intégration d'un système couplé fluide – solide est effectuée par deux codes de dynamique des fluides et de thermique indépendants. Le couplage est opéré par calcul de conditions aux limites de couplage (à l'interface solide – fluide) permettant instantanément la conservation du flux de chaleur et l'équilibre des températures à l'interface. Un solveur indépendant, le « coupleur », calcule les conditions aux limites de couplage à partir de données issues des modules fluide et solide. Les conditions aux limites sont ensuite données à ces deux modules de façon à ce qu'ils exécutent l'intégration du cycle suivant (période d'intégration indépendante des domaines par leurs solveurs, jusqu'au couplage suivant). Une étude présentée dans [1],[2] montre l'importance, notamment en termes de précision, de la conservativité¹ de l'intégration couplée. Afin de garantir celle-ci, il est nécessaire de connaître l'énergie passant au cours d'un cycle à travers l'interface fluide – solide, des deux côtés de celle-ci [1],[2]. Ce cumul des flux d'interface (« $\Sigma\Phi$ ») par les modules fluide et solide fait aussi partie du couplage, bien que ne pouvant être réalisé par le « coupleur ».

2.1. Données d'entrée du coupleur

Afin de calculer les conditions aux limites de couplage, les données d'entrée du coupleur sont au minimum : les températures des cellules limitrophes (cellules directement voisines de l'interface) des deux domaines fluide et solide, leur conductivité et des données géométriques (distances cellule limitrophe - interface, vecteurs normaux aux interfaces).

Si les données géométriques aussi bien que les températures peuvent toujours être fournies sans problème, ce n'est pas le cas pour la conductivité, notamment pour le solveur fluide, où le modèle est plus complexe et peut dépendre de paramètres spécifiques tels le choix de modélisation de la turbulence. Il est donc décidé de prendre comme données d'entrée :

- les températures des cellules limitrophes des deux domaines fluide et solide (T_f et T_s)
- les flux à l'interface pour les deux domaines (Φ_{if} et Φ_{is})
- les gradients de température à l'interface pour les deux domaines ($\vec{\nabla}T_{if}$ et $\vec{\nabla}T_{is}$)
- des données géométriques : les distances cellule limitrophe – interface (\vec{FI} et \vec{SI}), les vecteurs normaux aux interfaces (\vec{n}_f et \vec{n}_s)

Le « coupleur » calcule alors, pour chaque face à l'interface, une température et un flux d'interface :

$$T_i = \frac{\frac{\lambda_f}{d_f} T_f + \frac{\lambda_s}{d_s} T_s}{\frac{\lambda_f}{d_f} + \frac{\lambda_s}{d_s}} \quad \text{et} \quad \Phi_i = -\lambda_i \vec{\nabla}T_i \cdot \vec{n} = -\frac{\frac{\lambda_f \lambda_s}{d_f d_s}}{\frac{\lambda_f}{d_f} + \frac{\lambda_s}{d_s}} (T_s - T_f) \quad (1)$$

¹ Il s'agit d'assurer la précision machine sur la conservation globale de l'énergie dans le système

où les conductivités auront été recalculées par : $\lambda_f = \left| \frac{\Phi_{if}}{\vec{\nabla} T_{if} \cdot \vec{n}_f} \right|$ et $\lambda_s = \left| \frac{\Phi_{is}}{\vec{\nabla} T_{is} \cdot \vec{n}_s} \right|$, et avec les distances : $d_f = \left| \frac{\vec{FI} \cdot \vec{FI}}{\vec{FI} \cdot \vec{n}_f} \right|$ et $d_s = \left| \frac{\vec{SI} \cdot \vec{SI}}{\vec{SI} \cdot \vec{n}_s} \right|$.

2.2. Données de sortie du coupleur

En sortie du coupleur, des données servant de conditions aux limites pour le cycle suivant sont envoyées aux solveurs fluide et solide. Le type de conditions aux limites imposé à chacun résulte des analyses de stabilité présentées dans [1],[2], où le rapport des temps caractéristiques de diffusion thermique des domaines couplés, χ , apparaît d'une importance cruciale.

Un choix du coefficient de correction et du type de raccord en fonction de ce rapport χ est donc fait : le domaine de plus petit rapport α/d^2 reçoit la correction et une condition de Fourier, l'autre une condition de Dirichlet [1],[2]. Concrètement, l'évaluation du rapport χ est problématique à plusieurs titres. Il peut tout d'abord être considéré comme le rapport des nombres de Fourier de cycle, comme celui des α/V (où V est le volume de cellule), ou encore celui des α . Ce dernier cas ne prend pas en compte les volumes de cellules qui influent pourtant sur la valeur de la correction de température $\Delta T = \frac{\Delta E}{\rho CV}$ (où ΔE est le déficit d'énergie passée à l'interface fluide - solide). Par ailleurs, χ peut être local et dépendre alors uniquement des quantités des cellules limitrophes conjuguées, ou bien être global avec utilisation de quantités de domaine évaluées par moyenne ou valeur maximale.

Le cas de la valeur locale permet de mieux prendre en compte le rôle de ρCV sur la diminution de la correction de température, tandis que la valeur globale restitue mieux les valeurs de la diffusivité dans tout le domaine. Cependant, alors que le maillage peut s'affiner fortement à l'approche des interfaces et donc influencer grandement sur les volumes, l'évolution de la diffusivité dans le domaine est rarement suffisamment importante pour que la tendance s'inverse. L'évaluation de χ repose finalement sur le rapport des grandeurs $\frac{\alpha}{V}$ dans les cellules limitrophes.

Le choix du type de raccord est quant à lui global pour une interface : on détermine une valeur moyenne de χ (sur les cellules limitrophes). La correction s'effectuera alors en général du côté de la condition de convection.

La figure 2 représente un cas type de couplage fluide - solide, le couplage d'une aube en acier de diffusivité $\alpha = 0,39.10^{-5} m^2/s$ avec de l'air (diffusivité $\alpha = 2,22.10^{-5} m^2/s$). Le maillage du fluide est par exemple raffiné à $d = 10^{-5} m$ dans la couche limite et la taille des mailles est de l'ordre de $d = 10^{-3} m$ dans le solide.

Ainsi, $(\alpha/d^2)_{air} = 222000$ et $(\alpha/d^2)_{acier} = 3,9$. Le fluide a donc généralement la condition de Dirichlet tandis que le solide reçoit à la fois la condition de Fourier et la correction.

C'est la raison pour laquelle le schéma de la figure 1 indique les données de sortie suivantes pour le coupleur :

- des températures d'interface pour une condition de Dirichlet pour le fluide

- des coefficients et températures de convection pour une condition de Fourier

$$(h = \frac{\Phi_i}{T_i - T_f} \text{ et } T = T_f), \text{ et un flux correctif } \Phi_c, \text{ pour le solide}$$

Ce type de raccord est le même que pour le couplage stationnaire MSD / ABAQUS [3]. Il permet d'ailleurs d'utiliser des conditions aux limites implémentées pour la plupart des codes : l'utilisation d'une condition de convection pour un fluide pourrait en effet s'avérer problématique.

3. Traitement des corrections conservatives

3.1. Correction sous forme de condition aux limites

Afin de limiter l'intrusivité du couplage au sein des solveurs, il est intéressant d'appliquer la correction sous forme de condition aux limites.

Les corrections dans les cellules limitrophes (présentées dans [1],[2]) ont le désavantage de changer la température des cellules limitrophes, donc internes aux domaines. Dans le cas de corrections réparties, ces changements ont même lieu tout au long du cycle !

Mais il est possible d'appliquer ces corrections sous forme d'une condition de flux venant s'ajouter à la condition de couplage. Ainsi, pour des solveurs disposant de conditions aux limites du type « température + flux » ou « condition de convection + flux » (de façon plus probable), l'intrusivité de la correction conservative de bilan de flux peut être très limitée.

La correction AVANT² [1],[2] ne peut pas être réalisée de cette manière : la condition de flux correctif devrait être appliquée uniquement le temps du couplage, avant même le calcul des quantités d'interface. Pour les autres types de correction, la condition de flux peut être exprimée comme suit :

$$\Phi_c = \frac{\Delta E}{A \tau} \quad (2)$$

où ΔE est la quantité d'énergie corrective à appliquer au domaine ($\Delta E_f = k_f (E_f + E_s)$ pour le fluide et $\Delta E_s = k_s (E_f + E_s)$ pour le solide avec E_f et E_s les énergies, algébriques, cumulées aux interfaces fluide et solide pendant le cycle et avec les coefficients k_f et k_s vérifiant $k_f + k_s = -1$).

La solution la plus simple, $\tau = \Delta t$ (durée du cycle), implique une répartition régulière de la correction sur tout le cycle (à chaque itération de durée δt est appliquée la fraction $\delta t / \Delta t$ de l'énergie corrective).

Une répartition géométrique de raison κ de la correction peut être obtenue avec

$$\tau = \frac{\delta t}{\kappa(1-\kappa)^{n-1}}. \text{ En effet, à chaque itération } n, \text{ est appliquée la quantité } \kappa \Delta E_n, \text{ sachant } \Delta E_n =$$

$$(1-\kappa)\Delta E_{n-1}. \text{ D'où un flux appliqué } \Phi_c^n = \frac{\kappa(1-\kappa)^{n-1} \Delta E}{A \delta t}.$$

Cette formulation permet alors d'effectuer la correction APRÈS³ avec $\kappa = 1$. Cependant elle nécessite d'appliquer une condition aux limites de flux variable au cours du cycle.

Dans sa forme la moins intrusive et la plus simple, la correction peut donc être une correction de cellule limitrophe répartie régulièrement, écrite sous la forme d'une condition « convection

² la correction est effectuée entièrement avant le calcul des conditions aux limites de couplage

³ la correction est effectuée entièrement immédiatement après le calcul des conditions aux limites de couplage

+ flux » dans le domaine solide, domaine préférentiel de correction pour des raisons de stabilité (figure 1). Le flux est alors donné par :

$$\Phi_c = \frac{\Delta E}{A\Delta t} \quad (3)$$

L'expression de la correction sous forme de condition de Neumann mène à plusieurs remarques. L'aspect déstabilisant des corrections est dû à l'amplification des quantités correctrices d'un cycle à l'autre. Ce problème ne peut être qu'empiré par la nature « condition de flux » (dont le rôle déstabilisant est connu) de la correction. Par ailleurs, il est intéressant de noter que c'est encore généralement le domaine solide qui reçoit cette condition de flux, tout comme celle de convection, ce qui est en accord avec les études de stabilité réalisées pour les couplages stationnaires.

3.2. Cumul des flux d'interface

Il s'agit de la part la plus intrusive du couplage dans les solveurs. Ceux-ci doivent pouvoir intégrer, pour chaque face constituant l'interface, le flux de chaleur sortant. Chaque solveur doit donc pouvoir fournir au « coupleur » la donnée d'entrée « $\sum \Phi$ » = $\int_{\text{cycle } A} \vec{\Phi} \cdot d\vec{A} dt$.

4. Coût de calcul

La méthode présentée dans cet article présente les avantages d'une intrusivité limitée dans les solveurs concernés et d'un aspect non itératif. Le premier attribut permet d'utiliser aisément des codes déjà validés et efficaces. Le second permet d'éviter des itérations coûteuses afin d'obtenir la condition d'équilibre des températures et flux d'interface à chaque instant. Par ailleurs, la structure parallèle du couplage facilite la parallélisation de l'intégration.

Les périodes transitoires calculées pouvant être très longues du fait de l'inertie thermique des solides, tout gain supplémentaire en termes de coût de calcul est appréciable. C'est pourquoi la possibilité du gel de la dynamique du fluide quand celle-ci a convergé est envisagée.

Il s'agit de mettre en place un capteur sur les résidus de la dynamique (équations de continuité et de quantité de mouvement). Quand ceux-ci indiquent la convergence (les champs de vitesses et de pressions n'évoluent plus dans le domaine), la seule équation de l'énergie est conservée dans le fluide : une équation de convection – diffusion. Il n'y a alors plus qu'une équation au lieu de cinq à intégrer. Pour un solveur fluide prévu pour ce genre de manipulation, un facteur 5 est donc attendu en termes de coût de calcul. De plus, le *CFL* ne dépendant alors plus des ondes acoustiques mais seulement de la vitesse locale ($CFL = u\delta t / d$ et non plus $CFL = (u + a)\delta t / d$), le pas de temps d'intégration peut alors être multiplié par $\frac{u+a}{u}$. Enfin, l'équation à résoudre étant linéaire, il est possible d'utiliser des

CFL plus importants, plus proches des critères théoriques de stabilité.

Cette variante propose ainsi une intégration rigoureuse sur la durée du transitoire dynamique, souvent courte, puis simplifiée et avantageuse en temps de calcul (gain minimum de $5 \frac{u+a}{u}$)

sur le reste du temps. Elle est donc très attrayante. Cependant, théoriquement, le découplage des équations de continuité et quantité de mouvement de celle de l'énergie, sur lequel repose cette méthode, n'est valable qu'en régime incompressible et pour des viscosité indépendantes de la température. Pour des calculs de cavités nacelles de moteur, où les vitesses sont faibles, ces conditions peuvent être raisonnablement approchées. Par ailleurs, en termes de thermique,

ce découplage ne peut être admis que dans des cas de convection forcée : dans le cadre de la convection naturelle, c'est le champ de températures qui influence celui des vitesses.

La validité de cette méthode et ses effets sur la précision du calcul restent donc à vérifier.

5. Conclusion

Une méthodologie efficace de couplage thermique fluide – solide instationnaire a été présentée. Celle-ci permet d'obtenir à la fois la conservativité et une bonne précision tout en étant utilisable de façon relativement indépendante des contraintes des solveurs. La démarche choisie réduit également les temps de calcul de façon importante.

Références

- [1] E. Radenac, J. Gressier, P. Millan, A. Giovannini, "A conservative coupling numerical method for transient conjugate heat transfer", *Int. Conf. on computational methods for coupled problems in science and engineering* (Santorini Island. 25-28 mai 2005).
- [2] E. Radenac, J. Gressier, P. Millan, A. Giovannini, "Une méthode conservative de couplage instationnaire de codes en aérothermique", Congrès Français de Thermique SFT 2005 (Reims. 30 mai – 2 juin 2005), 337-341.
- [3] M.-P. Errera, S. Chemin, "Couplage des codes de calcul MSD et ABAQUS via mpCCI", rapport technique ONERA, 2002.

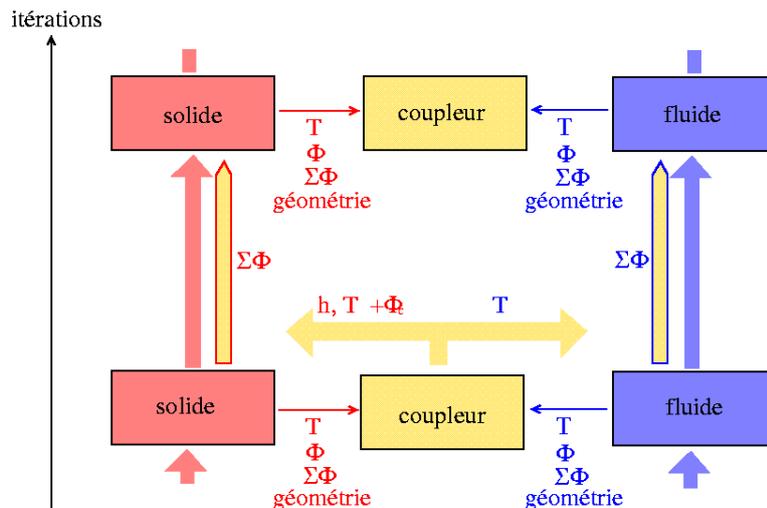


Figure 1 : Représentation schématique du couplage

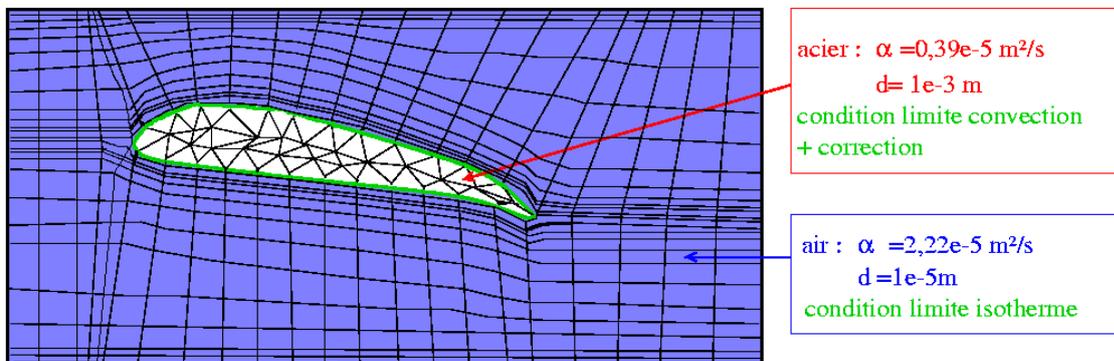


Figure 2 : Exemple type de couplage fluide - solide : raccord et répartition de correction