

Loi d'échelle des modes globaux dans les écoulements cisailés ouverts : le jet plan chauffé

S.Benazzouz, V.G.Chapin & P.Chassaing

February 16, 1999

1 RESUME:

Ce travail présente une analyse de la structure du mode global présent dans un jet chaud bidimensionnel à l'aide de simulations numériques. Les résultats mettent en évidence l'existence d'un comportement universel commun à ceux décrits dans deux types d'écoulements ouverts, les jets légers et les sillages de corps épais. Différents travaux ont en effet montré que l'on obtient un mode global si une instabilité absolue est présente dans une région suffisamment large de l'écoulement. Nos résultats confirment ce type de comportement dans les jets plan chauffés. A l'instar de récents travaux sur les sillages, nos simulations numériques montrent la présence d'une loi d'échelle dans le comportement de l'amplitude maximale du mode global ainsi que dans sa position. Aussi, l'existence d'une courbe universelle indépendante du paramètre de contrôle (sous condition qu'il soit supercritique) reliant l'amplitude du mode global à son abscisse renormalisée est montrée pour le jet plan chauffé.

2 INTRODUCTION:

Actuellement, il subsiste certaines contradictions apparentes concernant la dépendance de l'amplitude du mode global en fonction du paramètre de contrôle. [Yu et Monkewitz (1993)] ont montré que lorsque le rapport de densité décroît, l'amplitude du mode global est gouvernée par une bifurcation de Hopf ($A_{u,v,p} \sim (S_c - S)^n$ avec $n \approx 1/2$). A l'opposé de ces résultats [L.Raynal et al. (1995)] ont trouvé des exposants critiques $n > 1$. Les deux précédents travaux ont utilisé un seul point de mesure. Depuis [S.Goujon Durand et J.E.Wesfreid (1994)] ont établi théoriquement qu'il faut utiliser des mesures en plusieurs points. Dans ce travail, nous avons montré l'effet de l'analyse basée sur plusieurs points de mesure par comparaison à une approche en un seul point.

Dans la partie 3, nous décrivons le modèle mathématique sur lequel est basé notre code de simulation numérique (S.I.M). La partie 4 sera consacrée au modèle numérique utilisé ainsi qu'à l'influence des paramètres numériques sur les résultats. Enfin dans la partie 5 du travail, nous détaillerons les résultats obtenus.

3 MODELE MATHEMATIQUE:

La résolution des équations de Navier-Stokes coûte cher en temps de calcul. Notre travail s'intéresse ici à l'interaction des structures de plus grandes échelles, nous avons donc choisi un modèle hypervisqueux intermédiaire entre les équations d'Euler et les équations de Navier-Stokes, ([McWilliams (1984)]). Dans ce modèle les termes visqueux sont remplacés par des termes d'ordre 4 (voir équation (1)). D'autre part, l'instabilité primaire (mode 2D de Kelvin-Helmoltz) étant largement prépondérante dans la région étudiée des jets, nous avons choisi de faire des simulations bidimensionnelles afin de réduire encore les temps de calcul.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = -\nu_4 \nabla^4 (\rho) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{u} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + \rho \mathbf{I}) = -\nu_4 \nabla^4 (\rho \mathbf{u}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \nabla \cdot ((\rho E + p)\mathbf{u}) = -\nu_4 \nabla^4 (\rho E) \quad (3)$$

Ces équations sont complétées par l'équation d'état du gaz, qu'on supposera parfait.

4 MODELE NUMERIQUE:

Le code S.I.M à l'aide duquel nous avons effectué nos simulations numériques utilise le schéma développé par [Jameson, Schmidt et Turkel (1981)]. La discrétisation spatiale est centrale, tandis que la résolution numérique repose sur un schéma de Runge-Kutta à 5 pas. Le nombre CFL est égal à 3 et le pas temporel est relié aux pas spatiaux par :

$$\Delta t = CFL.Min, \left(\frac{\Delta x}{u+a}, \frac{\Delta y}{v+a} \right) \quad (4)$$

Où a représente la célérité du son.

4.1 Maillage

Toujours pour réduire les temps de calcul, nous avons opté pour un maillage de compromis (voir figure(1)), dans lequel la zone proche qu'on appellera zone A, est uniforme et avec des mailles suffisamment petites pour capturer les échelles de longueur caractéristiques des phénomènes étudiés. Au-delà, dans la zone B, le maillage est en progression géométrique de raison 1.013 pour Δx et 1.1 pour Δy .

4.2 Conditions initiales et aux limites

Les conditions aux limites sont au nombre de trois: Condition réservoir sur la frontière amont, conditions de non-reflexion ([Hedstrom (1979)] sur la frontière aval et conditions de glissement pariétal sur les frontières latérales.

L'écoulement est initialisé suivant le profil proposé par [Yu et Monkewitz (1990)] :

$$\begin{cases} u(y) = u_\infty + (u_j - u_\infty) \cdot f(y) \\ T(y) = T_\infty + (T_j - T_\infty) \cdot f(y) \\ \rho(y) = \rho_\infty (T_\infty / T(y)) \\ f(y) = [1 + \sinh^{2N}(2A \cdot y / D)] \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} u(D/2) = (u_j + u_\infty)/2, A = \operatorname{arcsinh}(1) \\ R = \frac{u_j - u_\infty}{u_j + u_\infty}, S = \frac{\rho_j}{\rho_\infty} \end{cases} \quad (6)$$

Les paramètres physiques d'initialisation sont résumés dans le tableau 1

D/ θ	S	R	$M_j = u_j/a_j$	p_j/p_∞
17.4	0.25-0.50	1.00	0.15	1

Table 1: Parametres physiques

4.3 Influence des paramètres numériques

Afin de séparer les phénomènes physiques des artefacts numériques, nous avons comparé les résultats obtenus à partir de trois maillages différents. M1 est notre maillage de référence, M2 comporte le double de nombre de maille et une taille de maille égale à la moitié de celle de M1; la zone uniforme demeure la même. M3 a les

mêmes dimensions que M2, mais la maille est la même que M1. Ceci nous permettra de quantifier l'influence de la taille de maille et des conditions aux limites latérales qui influencent le confinement du jet. La figure(2) représente la fréquence et l'amplitude du mode global d'instabilité qui se développe dans l'écoulement pour les trois simulations. En tenant compte de la précision en fréquence des simulations, l'influence des deux paramètres précités demeure minime. ci-après sont résumées les principales caractéristiques des trois maillages dans le tableau 2:

Maillage	$N_x * N_y$	$L_a * l_a$	$L_b * l_b$	$\Delta y * \Delta x$
M1	285*213	15.7*06.2	5*2	$5.10^{-4} * 2 * 10^{-4}$
M2	569*425	37.8*31.1	5*2	$2.5 * 10^{-4} * 10^{-4}$
M3	361*255	37.8*31.1	5*2	$5.10^{-4} * 2 * 10^{-4}$

Table 2: Propriétés des Maillages

5 RESULTATS:

Nous avons choisi 42 points où nous analysons l'évolution temporelle des deux composantes de la vitesse ainsi que celle de pression. Ces 42 points sont distribués exclusivement sur l'axe du jet ($y/D=0$) ainsi que sur sa frontière ($y/D=0.5$). Les points de mesure sont uniformément répartis à partir de la position ($x/D=0$) jusqu'à ($x/D=10$), avec un pas constant de $x/D=0.5$. Les mêmes mesures sont effectuées pour six rapports de densités, (depuis $S=0.25$ jusqu'à $S=0.50$), en tenant compte que Sc (passage d'une instabilité du type absolu vers une instabilité du type convectif) est de l'ordre de 0.60 calculé suivant [Sers (1995)].

Sur la figure (3) nous présentons un échantillon de signal temporel, ainsi que le spectre correspondant obtenu par une transformée de Fourier rapide .

On peut remarquer sur la même figure la dépendance quasi linéaire (en tenant compte de la résolution en fréquence qui est de l'ordre de 40 Hz) de la fréquence du mode global en fonction du rapport de densité.

5.1 Structure du mode global

Sur la figure (5) nous avons représenté les évolutions longitudinales de l'amplitude du mode global basée sur la composante longitudinale du vecteur vitesse. On vérifie en figure (2) la constance de la fréquence du mode. On remarquera la forte ressemblance des différentes courbes. En accord avec les études théoriques, on observe tout d'abord une croissance exponentielle du mode, apparait ensuite une saturation due aux effets non-linéaires, on remarque enfin une décroissance provenant du transfert d'énergie vers les différents sous-harmoniques de la fréquence du mode global - phénomène non prévu par la théorie linéaire. Ce comportement est tout à fait similaire à celui observé par [S.Goujon Durand et J.E.Wesfreid (1994)] dans leurs expérimentations .

5.2 Loi d'échelle

Un des objectifs de ce travail était d'expliquer la contradiction apparente de comportement observée entre les travaux de [Yu et Monkewitz (1993)] sur un jet chaud et ceux de [L.Raynal et al. (1995)] sur un jet d'Hélium dans de l'air. Leurs résultats divergent au niveau de la valeur de l'exposant critique n qui définit la loi d'évolution de l'amplitude A du mode selon $A \sim (S_c - S)^n$. [Yu et Monkewitz (1993)] trouvent une valeur de 0.5 qui suggère une bifurcation de Hopf alors que [L.Raynal et al. (1995)] trouve une valeur supérieure à l'unité. Pour donner une explication à ces divergences, nous avons utilisée la proposition de [S.Goujon Durand et J.E.Wesfreid (1994)] qui montrent l'importance de la position du maximum d'amplitude du mode global qui varie avec le rapport de densité. Pour prendre en compte ce phénomène, il est nécessaire de faire des mesures en plusieurs points, ce qui n'était pas le cas des travaux précédemment cités. La figure(4) illustre ceci en montrant la dépendance de l'amplitude maximale au rapport de densité ainsi que celle de la position de ce maximum. Si l'on note N_1 et N_2 les exposants critiques respectivement du maximum de l'amplitude et de sa position, on peut écrire les relations suivantes :

$$A_{max} \sim \left(\frac{S_c - S}{S_c} \right)^{N_1} \quad (7)$$

$$X_{max} \sim \left(\frac{S_c - S}{S_c} \right)^{N_2} \quad (8)$$

Le tableau 3 résume les valeurs que nous avons obtenues par analyse en plusieurs points. Par comparaison une analyse en un seul point de nos simulations nous a donné un exposant critique N_1 supérieur à l'unité.

Variable	N_1	N_2
U	0.48	-0.39
V	0.47	-0.23
P	0.40	-0.28

Table 3: Valeurs des exposants critiques

Nous remarquons que les exposants critiques des amplitudes maximales sont de l'ordre de 0.5. Cela confirme donc d'une part que le mode global est présent dans notre simulation, qu'il est identifiable à travers les deux composantes de la vitesse et la pression. Par ailleurs, ces résultats montrent que le mode global est le même sur les trois variables, et que la valeur de l'exposant critique principal N_1 suggère que c'est bien à travers une bifurcation de Hopf que ce mode apparaît lorsque l'on diminue le rapport de densité de l'écoulement considéré.

5.3 Comportement universel du mode global

La figure (5) montre les changements de l'enveloppe du mode global en fonction du rapport de densité. Si nous normalisons chacune de ces courbes $A=f(X)$ par A_{max} et X_{max} les valeurs de l'amplitude maximale et la position de ce maximum, nous obtenons la forme normalisée du mode global (voir figure (6)). Malgré quelques différences dans la zone de décroissance, toutes les courbes se superposent de manière satisfaisante.

6 CONCLUSION:

Ce travail a montré qu'il était possible d'étendre aux jets légers les résultats précédemment obtenus sur les sillages de corps épais au niveau du comportement du mode global qui apparaît lorsque l'on réduit le rapport de densité dans les jets légers et lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds dans les sillages. Ceci conduit à affirmer que le mode global n'est pas spécifique des sillages ou des jets légers mais qu'il concerne toute une gamme d'écoulements cisailés ouverts. Il ressort aussi de ce travail un approfondissement de la compréhension du concept de "mode global" et la nécessité d'adopter un système de mesures en plusieurs points pour caractériser les modes globaux. De ce point de vue, il serait intéressant d'effectuer des mesures expérimentales dans un jet léger en tenant compte de ces remarques pour confirmer ces résultats obtenus par simulation numérique sur un modèle simplifié des équations de Navier-Stokes.

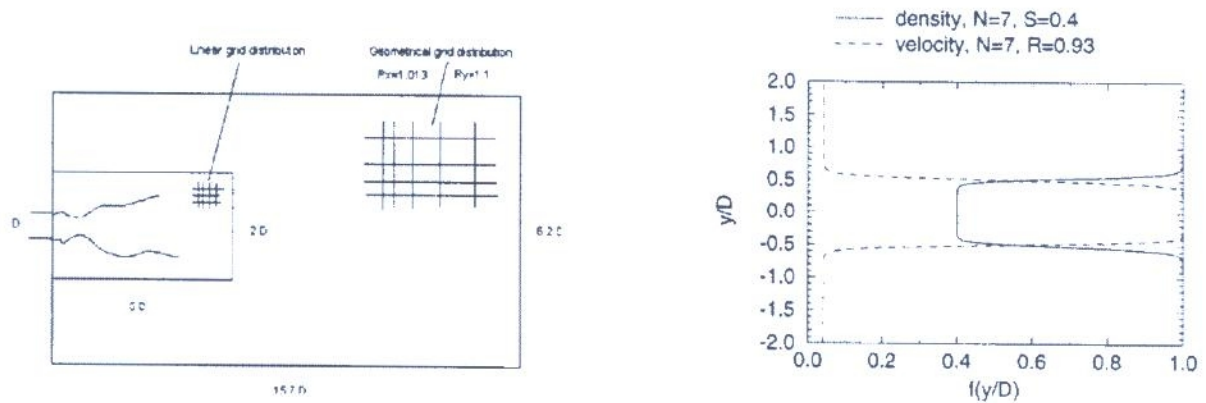


Figure 1: Détails du domaine de calcul, Profils d'initialisation de l'écoulement

References

- [Hedstrom (1979)] HEDSTROM, G. W. (1979) Nonreflecting boundary conditions for nonlinear hyperbolic systems, *J.C.P.* 30, p222-237.
- [Jameson, Schmidt et Turkel (1981)] JAMESON, A., SCHMIDT, W. ET TURKEL, E. (1981) Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time-stepping schemes, *A.I.A.A. paper 81-1259*.
- [L.Raynal et al. (1995)] L.RAYNAL, HARION, J.L., FAVRE-MARINET, M. ET BINDER, G. (1995) The oscillatory instability of plane variable-density jets, *Phys.Fluids 8(4)*, April 1996.
- [McWilliams (1984)] MCWILLIAMS, J.C. (1984) The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, 146(21).
- [Sers (1995)] SERS, F. (1995) Contribution à l'étude des instabilités dans les jets plans par simulation numérique, *Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Décembre 1995*.
- [S.Goujon Durand et J.E.Wesfreid (1994)] S.GOUJON-DURAND, P.JENNIFER ET J.E.WESFREID (1994) Downstream evolution of the Bénard-von Kármán instability, *Physica review*.
- [Yu et Monkewitz (1990)] YU, M.H. ET MONKEWITZ, P.A. (1990) The effect of nonuniform density on the absolute instability of two-dimensional inertial jets and wakes, *Phys. Fluids A 2(7)*, July 1990, p1175-1181.
- [Yu et Monkewitz (1993)] YU, M.H. ET MONKEWITZ, P.A. (1993) Oscillations in the near field of a heated two-dimensional jet, *J. Fluid Mech. vol. 255*, p323-347.

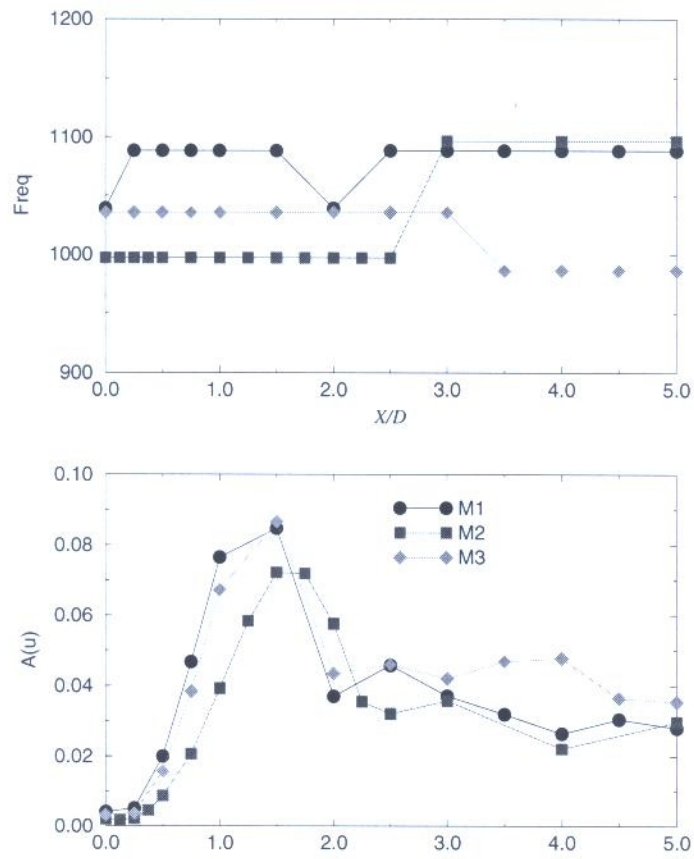


Figure 2: Artefacts numériques : Fréquence et amplitude du mode global, évolution longitudinale

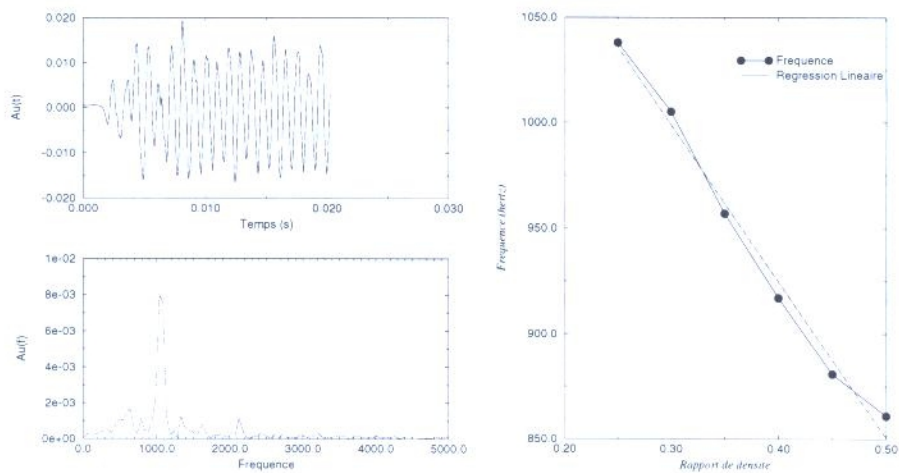


Figure 3: Echantillon d'un signal temporel et son équivalent fréquentiel, Fréquence du mode global en fonction du rapport de densité

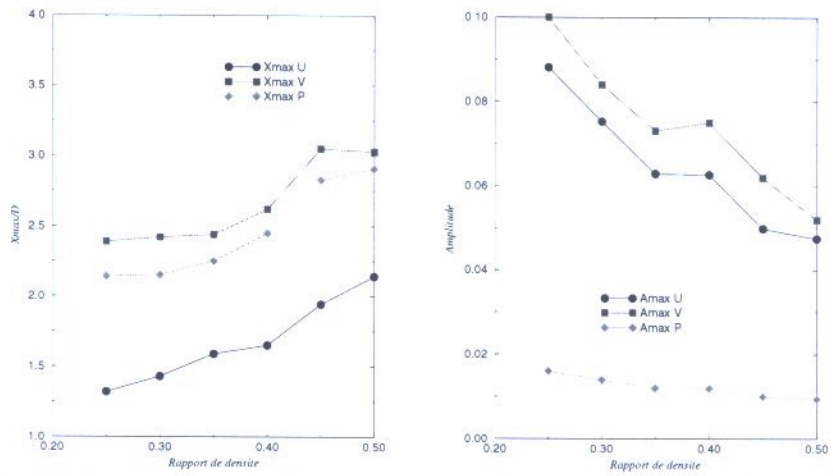


Figure 4: Variations de A_{max} et X_{max} en fonction du rapport de densité

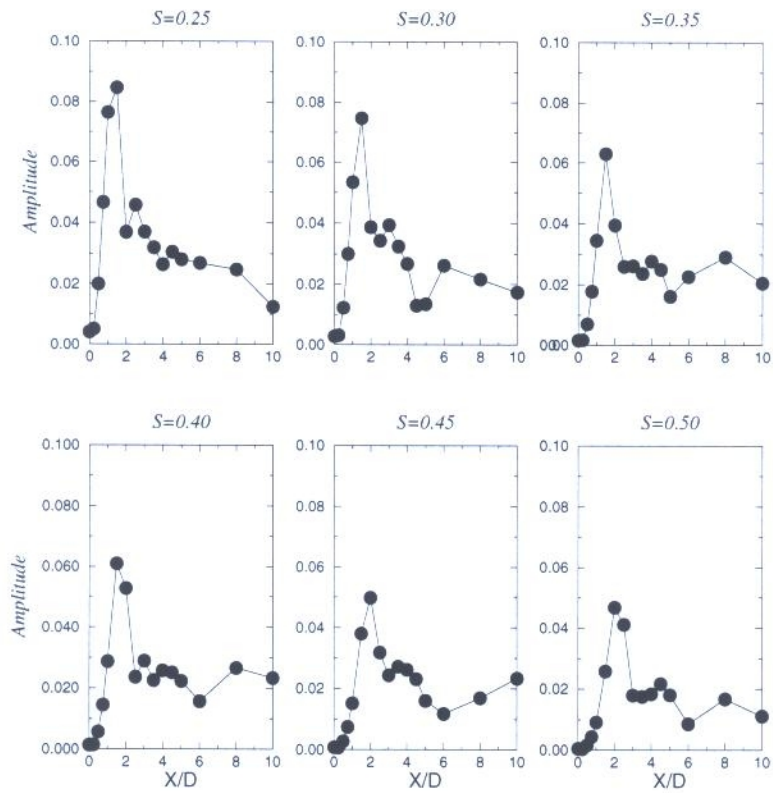


Figure 5: Evolution spatiale du mode global basée sur la composante longitudinale du vecteur vitesse

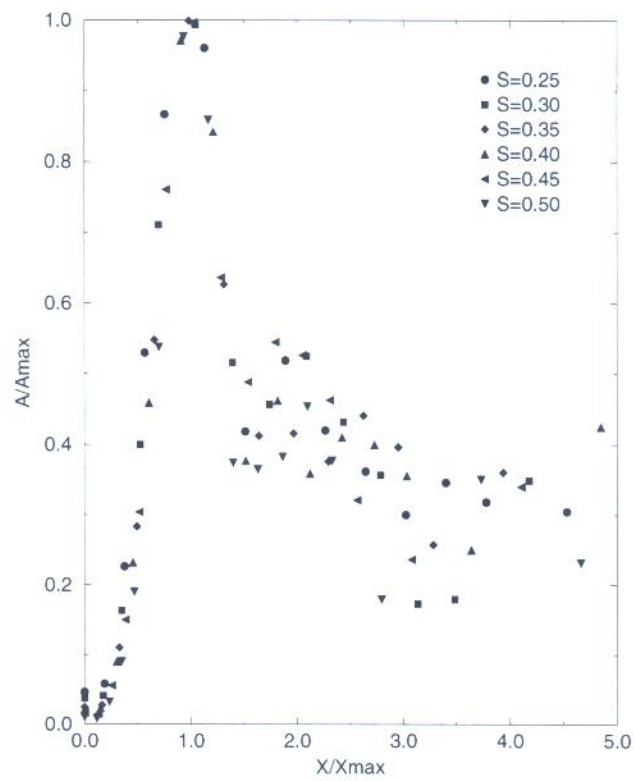


Figure 6: Evolution spatiale de l'amplitude du mode global basée sur la vitesse longitudinale après renormalisation