



Munich Personal RePEc Archive

Forecasting Economic Development of Ukraine based on BVAR models with different priors

Roman Matkovskyy

North-West University, School of Economics, Chair of Economic
Cybernetics and Innovation, DSPU

January 2012

Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/44725/>

MPRA Paper No. 44725, posted 5. March 2013 15:43 UTC

Роман Матковський, к.е.н., доцент

Науковий співробітник Школи економіки Північно-Західного університету, ПАР
доцент кафедри економічної кібернетик та інноватики Дрогобицького державного
педагогічного університету імені Івана Франка, Україна

УДК 330.44:519.2

ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ НА ОСНОВІ БАЄСІВСЬКИХ АВТОРЕГРЕСІЙНИХ (BVAR) МОДЕЛЕЙ З РІЗНИМИ *PRIORS*

Анотація

У статті здійснено теоретичний аналіз та практичне втілення Баєсівського підходу до оцінки параметрів векторної авторегресійної моделі із використанням різних *priors*. Часові ряди охоплювали період 2001Q1 – 2010Q4 і включали у себе наступні змінні: ВВП, індекс споживчих цін країни, обмінний курс грн./дол.США, рівень безробіття населення, номінальна довготермінова відсоткова ставка, ціни на газ і нафту.

Здійснений порівняльний аналіз дев'ятнадцяти отриманих моделей показав, що кращі результати отримано у рамках BVAR(2) моделі із Мінесота *prior*. На її основі реалізований прогноз майбутніх значень, а також здійснено прогноз функцій відгуку на імпульс щодо усіх змінних на 24 кварталному часовому горизонті.

Ключові слова: Баєсівські векторні авторегресійні моделі (BVAR), модель Гіббса, ланцюг Маркова Монте-Карло, натуральні спряжені *prior*, інформативні *prior*, неінформативні *prior*.

Аннотация

В статье проведен теоретический анализ и практическая реализация Баевского подхода к оценке параметров векторной авторегрессионной модели с использованием разных *priors*. Временные ряды охватывают период 2001Q1 – 2010Q4 и включают следующие переменные: ВВП, индекс потребительских цен, обменный курс грн./дол. США, уровень безработицы населения, номинальная процентная ставка, цены на газ и нефть.

Осуществленный сравнительный анализ девятнадцати полученных моделей показал, что лучшие результаты получены в рамках BVAR(2) модели с Миннесота *prior*. На ее основе реализован прогноз будущих значений, а также осуществлен прогноз функций отклика на импульс относительно всех переменных на 24 квартальном временном горизонте.

Ключевые слова: Баесовские векторные авторегрессионные модели, (BVAR), модель Гиббса, цепь Маркова Монте-Карло, натуральные сопряженные *priors*, информативные *priors*, неинформативные *priors*.

Annotation

In this article the theoretical analysis and practical application of Bayesian approach for vector autoregressive model parameters estimation with different priors have been done. The time series was from 2001Q1 to 2010Q4 and included the following variables: GDP, CPI, exchange rate, unemployment level, nominal long-term interest rate, and gas and oil prices.

Comparative analysis of nineteen received models showed, that the better results were received in the frames of BVAR(2) model with Minnesota *priors*. Based on this model, the forecast and impulse responses on 24 quarter ahead time horizon were also done.

Keywords: Bayesian Vector Autoregressive model (BVAR), Gibbs sampler, MCMC, Natural Conjunction priors, informative *priors*, non-informative *priors*.

Постановка проблеми. Проблеми прогнозування економіки України не втрачають своєї актуальності і є логічною основою коригування економічної політики та розробки стратегій розвитку на різних часових горизонтах.

Економетричний аналіз, де прогнозування є одним із його етапів, умовно складається із двох частин. Перша з них – побудова та використання моделей, на основі яких робиться припущення про стан об'єкта, що досліджується (традиційно - через параметри моделі). Інша частина економетрії включає критику отриманої моделі і передбачає виявлення потенційних несумісностей між отриманою моделлю та реальними фактами, які підтверджені даними.

Слід зауважити про поширеність другої складової, оскільки теорії і методи у своїй більшості досліджують тільки одну чи декілька сторін явища, але аж ніяк не усе явище в цілому із врахуванням усіх об'єктивних факторів і наслідків, та суб'єктивного переконання чи невизначеності щодо отриманих параметрів.

Проблема загострюється у випадку дослідження та моделювання мультизмінних часових рядів. Це спричинило, що на противагу «традиційній» економетрії, в останні роки всі більшої популярності набирає Баєсівська економетрія, яка трактує параметри моделі як імовірні змінні.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Після запропонованої Сімсом у 1980 р. векторної авторегресійної моделі (VAR), остання набула широкого поширення і активно використовується у макроекономічному моделюванні. Однак, проблемою залишається якість прогнозу за наявності більшої кількості залежних змінних. У свою чергу, Баєсівські методи позитивно зарекомендували себе, оскільки використовують *prior* інформацію, яка дозволяє отримати точніші прогнози. Крім цього, отримані на основі BVAR відгуки на імпульс є простіші в оцінках та інтерпретаціях [3], а самі BVAR моделі є альтернативою до використання факторних моделей чи панельних векторних авторегресій у аналізі великих динамічних систем.

Грунтовний теоретичний і прикладний огляд Баєсівських методів можна знайти у багатьох науковців, зокрема у Банбури та ін. [3], Гарратта та ін. [5], Джорджа та ін. [6], Кенні та ін. [12], Купп та Коробіліс [13], Коробіліс [16]; Літтерман [20-21], Уест і Харрісон [24], Зелнер [26] та ін. До прикладу, у [3] реалізовується прогноз макроекономічних показників на великих основі BVAR моделях та показано належну якість отриманих прогнозів та відгуків на імпульс, у [4] Баєсівські VAR моделі використовуються у дослідженнях проблеми прогнозування рівня зайнятості у виробництві для ресурснозалежних економіки, у [12] досліджуються та прогнозується рівень інфляції у Ірландії, доводячи, що якість прогнозу істотно зросла у результаті використання Баєсівського підходу; у [13] комплексно розкрито

Байєсівський підхід у макроекономічних мультизмінних часових рядах та проблеми параметризації, у [16] системно розкрито Байєсівський підхід, зокрема семплування за Гіббсом, до вибору змінних VAR моделі на реалізація прогнозу чотирьох часових рядів для Британії із належною якістю.

Байєсівський підхід активно використовується до оцінки параметрів моделей вітчизняними вченими. Так, до прикладу, у [1] розкрито основні аспекти байєсівського оцінювання математичних і статистичних моделей процесів довільної природи із використанням чисельних методів Монте-Карло, у аналізі стохастичної волативності [2].

Однак існує брак вітчизняних робіт щодо використання Байєсівських оцінок у векторних авторегресійних моделях України, зокрема для VAR моделей із значною кількістю змінних, для вирішення проблеми параметризації та підвищення точності прогнозу.

Метою дослідження є дослідження Байєсівських векторних авторегресій з різною *prior*-інформацією та реалізації на основі отриманих моделей функції відгуку на імпульс для здійснення максимально точного прогнозування макроекономічних показників розвитку України та їх ймовірної реакції на імпульси на 24 кварталному часовому горизонті, що дозволить формувати економічну політику країни у відповідності до динаміки та реакції основних макроекономічних показників.

Матеріали і результати досліджень.

1. Загальні засади Байєсівського аналізу.

Байєсівські методи є достатньо універсальними. До прикладу, розглянемо дві випадкові змінні – A і B . Правила теорії ймовірності передбачають наступне:

$$p(A, B) = p(A|B)p(B), (1)$$

де $p(A, B)$ – спільна (об'єднана) ймовірність появи A і B , $p(A|B)$ – ймовірність появи A за умови появи B , $p(B)$ – маргінальна ймовірність B . Ми можемо поміняти місцями ролі змінних A і B :

$$p(A, B) = p(B|A)p(A), (2)$$

Прирівнявши ці два вирази для $p(A, B)$ отримаємо правило Баєса [17], що формує основу Баєсівської економетрії:

$$p(B, A) = \frac{p(A|B)p(B)}{p(A)}. \quad (3)$$

В економетрії моделі залежать від параметрів. Тому, нехай y – вектор даних, θ – вектор значень параметрів моделі, які пояснюють y . Отже, базуючись на значеннях вектора y досліджуємо θ . Замінюючи A на y , B - на θ отримаємо:

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)}. \quad (4)$$

У Баєсівській економетрії припускається ймовірний характер параметрів моделі, що виходить із нашої невпевненості (суб'єктивної ймовірності) у значенні параметрів. Оскільки наші інтереси включають вивчення θ , ми можемо ігнорувати $p(y)$, оскільки останнє не включає θ :

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta), \quad (5)$$

де $p(\theta|y)$ – *posterior* щільність, функція правдоподібності, $p(\theta)$ – *prior* щільність. Таким чином можна сказати, що *posterior* є пропорційним до правдоподібності помноженої на *prior*. У свою чергу $p(\theta)$ не залежить від даних, а містить інформацію щодо «не-даних». Іншими словами, $p(\theta)$ сумує все, що ми знаємо про θ не «дивлячись» на дані. Однак слід зазначити, що *prior* інформація є контрверсійним пунктом у Баєсовському аналізі.

Оцінка параметрів моделі для прогнозування основних показників розвитку України шляхом використання Баєсівських методів включає наступне:

- оцінку параметрів та тестування моделі;
- прогноз (із врахуванням непевності);
- прийняття рішення (із функціями правдоподібності та втрат).

Статистичною основою дослідження є вихідні дані, використані для побудови глобальної векторної авторегресійної моделі «Україна-сусіди»: ВВП (y), інфляція (Dp), індекс цін на акції (spt), обмінний курс гривні (по відношенню до долара, ep), рівень

безробіття ($unempl$), номінальна довготермінова процентна ставка (lr), ціна на природний газ ($pgas$) та ціна на нафту ($poil$), що використовувалися при побудові глобальної векторної авторегресійної моделі «Україна-сусіди». Часові ряди охоплюють період 2001Q1 – 2010Q4. До вихідних даних було здійснено перетворення, для представлення їх у формі дійсних чисел:

$$y_{it} = \ln\left(\frac{GDP_{it}}{CPI_{it}}\right), (6)$$

$$Dp_{it} = \ln(CPI_{it}), (7)$$

$$ep_{it} = \ln\left(\frac{E_{it}}{CPI_{it}}\right), (8)$$

$$spi_{it} = \ln\left(\frac{EQ_{it}}{CPI_{it}}\right), (9)$$

$$unempl_{it} = \ln(unemployment_{it}), (10)$$

$$lr_{it} = 0.25\ln\left(1 + \frac{R_{it}^L}{100}\right)^1, (11)$$

$$pgas_t = \ln(PGAS_t), (12)$$

$$poil_t = \ln(POIL_t), (13)$$

джерело: [8], *IFS 99BVRZF series (GDP VOL)*, 2005=100, середнє значення); CPI_{it} – індекс споживчих цін країни i в період t (джерело: [8], *IFS CPI 64zf (level) series*; 2005=100; середнє значення); E_{it} – обмінний курс в країні i в період t (в доларах США); EQ_{it} – індекс цін на акції в країні i в період t (джерело: [8], *IFS SHARE PRICES (INDEX NUMBER, AQM, DEC, AVERAGE)*); $unempl_{it}$ – рівень безробіття населення (джерело: [24], *IFS*); R_{it}^L - номінальна довготермінова відсоткова ставка (джерело: [24], *IFS Government Bond Yield (61zf series)*), $PGAS_t$ -Bloomberg (Series: Current pipeline export quality Brent blend. Ticker: CO1 Comdty ma *Індекс Мунді* [27]; квартальні значення отримано на основі усереднення за три місяці); $POIL_t$ - ціна на нафту, джерело: [28].

¹ Трансформація номінальної довготермінової відсоткової ставки здійснюється з метою представлення її в одиницях, аналогічних квартальним показникам інфляції.

Окрім простих *priors* використовуватиметься техніка семплінгу Гіббса (модель Гіббса), яка дозволяє випадково генерувати змінні із розподілу не прямо, без обчислення щільності. Проходить генерування ланцюга випадкових величин Маркова, який сходиться до розподілу, який досліджується $f(x)$. Емпірично, Баєсівські оцінки дозволяють забезпечити високу точність [3; 13; 18; 19; 20]. Детальний аналіз цієї методології, а також її генезис можна знайти у [22].

2. Структура *BVAR* моделі прогнозування для України

В основу покладено наступну $\text{VAR}(p)$ модель:

$$y_t = \delta + \Phi_1 y_{t-1} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (14)$$

У своїй простій формі отримуємо наступне:

$$Y_t = X_t B + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma), \quad (15)$$

або

$$y_t = Z_t \beta + \varepsilon_t, \quad (16)$$

де

$$Z_t = I_M \otimes X_t. \quad (17)$$

$Y \in T \times n$ матриця з рядками, сформованих y_t' ком, де $y_t \in$ вектор n залежних змінних; $X \in T \times K$ матриця; $K=(1+pn)$ оскільки кожний ряд включає в себе p лагів кожної залежної змінної та константи: $(1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$; B – матриця коефіцієнтів; $\varepsilon_t \in T \times n$ матрицею незалежних помилок із t рядком даним ε_t' ; $\beta = \text{vec}(B)$ вектор I елементів. Таким чином, кількість коефіцієнтів перевищує кількість спостережень.

Число лагів визначатиметься стандартними критеріями [15; 21]:

$$AIC(p) = \ln |\hat{\Sigma}_u(p)| + \frac{2}{T} kn^2; \quad (18)$$

$$SC(p) = \ln |\hat{\Sigma}_u(p)| + \frac{\ln(T)}{T} kn^2; \quad (19)$$

$$HQ(p) = \ln |\hat{\Sigma}_u(p)| + 2 \frac{\ln(\ln(T))}{T} kn^2, \quad (20)$$

де $\hat{\Sigma}_u(p)$ є MLE матриці Σ_u .

Наступні МНК оцінки необхідні для прогнозу на базі BVAR моделі:

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}(X'Y), \quad (21)$$

$$\hat{S} = (Y - X\hat{B})'(Y - X\hat{B}), \quad (22)$$

і

$$\hat{\Sigma} = \hat{S} / (T - K). \quad (23)$$

Бассівський підхід у нашому випадку поєднуватиме функцію правдоподібності із *prior*. Це спричинено тим фактом, що кількість параметрів значно перевищує кількість спостережень, по яких здійснюється моделювання.

3. Прогноз для України на базі BVAR моделі

Ітеративний прогноз h -кроків вперед визначається наступним чином:

$$Y_{(t)} = A_0 + Y_{(t-1)} A_1 + \dots + Y_{(t-p)} A_p + e_{(t)}. \quad (24)$$

Прямий прогноз, у свою чергу, матиме наступну форму:

$$Y_{(t+h)} = A_0 + Y_{(t)} A_1 + \dots + Y_{(t-p+1)} A_p + e_{(t+h)}. \quad (25)$$

Усі моделі порівнюються шляхом використання середньоквадратичної помилки прогнозу (Mean Square Forecast Error, MSFE) [13; 16]:

$$MSFE_{i,t}^h = \sqrt{(\hat{y}_{i,t+h|t} - y_{i,t+h}^0)^2}, \quad (26)$$

де $\hat{y}_{i,t+h|t}$ є прогнозом в час $t+h$ змінних, що досліджуються і є доступними у час t , $y_{i,t+h}^0$ спостережене значення змінних, що моделюються, у час $t+h$.

Цей підхід використовує тільки точковий прогноз та ігнорує усі решта отримані розподіли. Тому, в перспективі можна рекомендувати використання прогнозованої

правдоподібності (предикативної правдоподібності), щоб оцінити отриманий прогноз щодо цілої отриманої щільності [7]:

$$\sum_{\tau=\tau_0}^{T-h} \log[p(y_{\tau+h} = y_{\tau+h}^0 | Data_{\tau})], \quad (27)$$

Предиктивна правдоподібність є предистивною щільністю для $y_{\tau+h}$, яку отримано у $y_{\tau+h}^0$; $p(y_{\tau+h}^0 | Data_{\tau})$ на основі інформації, що є у час τ .

У процесі створення моделі для реалізації прогнозу будуть використані наступні prior [13; 16]²:

- Монте Карло інтеграція: неінформативні *prior*, натурально-спряжені *prior*, Мінесота *prior*;
- модель Гіббса (семпсування за Гіббсом): на основі незалежного нормального Вішарт розподілу, та стохастичного пошуку вибору змінних (SSVS) у середніх значеннях Вішарт розподілу.

3.1. Неінформативні prior

Неінформативні *prior*, запропоновані Лапласом [17] у 1812 р. є універсальними, хоча можуть мати неточні розподіли у просторі параметрів. Вони презентують posterior розподіл для всіх можливих prior. Їхньою безумовною перевагою є те, що хоча вони можуть бути неточними, однак завжди ведуть до правильних posterior. Ці *prior* є функцією, яка використовується у місці розподілу суб'єктивних *prior*, якщо є дуже мало, або взагалі немає жодної *prior* інформації [11].

Джефрейс [9] запропонував метод генерування неінформативних prior, які є інваріантними до трансформації вектора параметрів. У нашому випадку, *prior* щодо α будуть наступними:

$$p(\alpha, \Sigma) \propto |\Sigma|^{-(M+1)/2}, \quad (28)$$

² Тестування порядків лагів показало доцільність перевірки якості прогнозу з лагами ≤ 6 (у деяких *prior* ≤ 4)

і умовні *posterior* отримують наступну форму:

$$\alpha | \Sigma, y \sim N(\hat{\alpha}, \Sigma), (29)$$

$$\alpha | \Sigma \sim IW(\hat{S}, T - K). (30)$$

Результати симулювання BVAR моделі з неінформативними *prior* у формі MSFE є наступними (відповідно до залежних змінних):

Таблиця 1

**Значення MSFE для кожного із часових рядів
(модель BVAR Україна, неінформативні *prior*)**

Змінні	Ляг		
	1	2	3
ВВП	<u>0,809046</u>	6,041961	3,365024
Інфляція	<u>0,491954</u>	0,597836	0,907493
Індекс цін на акції	<u>0,022366</u>	0,125006	0,109353
Обмінний курс	<u>0,000317</u>	0,004916	0,000615
Процентна ставка	0,008193	0,025229	<u>0,000206</u>
Безробіття	0,00713	<u>0,0021</u>	0,023265
Ціни на газ	0,001163	0,000182	<u>9,23E-05</u>
Ціни на нафту	0,004289	0,004194	<u>0,000866</u>

— - найкраще (найменше) значення MSFE

Джерело: обчислено автором

Так, згідно Табл. 1, спостерігається варіації лагів для різних часових рядів, у яких є найменші значення MSFE. Така ситуація є незадовільною в емпіричному аналізі, тим більше, що помилка для ВВП, до прикладу, вимірюється в десятих.

3.2. *Натурально-спряжені prior*

Натурально-спряжені *prior* це ті *prior*, в яких *prior*-інформація, правдоподібність та *posterior* оцінюються із одного і того самого типу розподілу. Вони мають наступну форму:

$$\alpha | \Sigma \sim N(\underline{\alpha}, \Sigma \otimes \underline{V}), (31)$$

$$i \Sigma^{-1} \sim W(\underline{v}, \underline{S}^{-1}). (32)$$

Відповідно, *posterior* належать до одного і того самого типу розподілу, що і *prior*. *Posterior* для α є наступним:

$$\alpha | \Sigma, y \sim N(\bar{\alpha}, \Sigma \otimes \bar{V}), (33)$$

де

$$\bar{V} = (\underline{V}^{-1} + X'X)^{-1}, (34)$$

$$\bar{\alpha} = \text{vec}(\bar{A}), (35)$$

$$\bar{A} = \bar{V}(\underline{V}^{-1} \underline{A} + X'X\hat{A}). (35)$$

posterior для Σ є наступними:

$$\Sigma^{-1} | y \sim W(\bar{v}, \bar{S}^{-1}), (36)$$

де

$$\bar{v} = T + \underline{v}, (37)$$

$$\bar{S} = \underline{S} + \underline{S} + \hat{A}'X'X\hat{A} + \underline{A}'\underline{V}^{-1}\underline{A} - \bar{A}'(\underline{V}^{-1} + X'X)\bar{A}. (38)$$

\underline{V} , \underline{v} , \underline{S} , \underline{A} , і $\underline{\alpha}$ є обраними *prior* гіпер-параметрами.

Таблиця 2

**Значення MSFE для кожного із часових рядів
(модель BVAR Україна, натурально-спряжені prior)**

Змінна	Лар		
	1	2	3
ВВП	0,368584264	0,23184333	1,1964812
Інфляція	0,508432305	0,016690702	0,071827173

Індекс цін на акції	<u>0,010322808</u>	0,085352052	0,063625023
Обмінний курс	0,000605347	0,000129009	<u>3,27E-05</u>
Процентна ставка	0,004942869	0,011532015	<u>0,001428356</u>
Безробіття	0,015264568	0,004688678	<u>0,00132262</u>
Ціни на газ	8,11E-04	<u>2,76E-05</u>	1,49E-03
Ціни на нафту	<u>0,003224836</u>	0,010524393	0,008456033

— - найкраще (найменше) значення *MSFE*

Джерело: обчислено автором

Як видно із табл. 2, результати оцінок параметрів аналогічні до результатів, отриманих на основі неінформативних *prior*, а саме відбувається варіація лагів, у яких оцінка тої чи іншої змінної має найменше значення *MSFE*. Таким чином, використання натурально-спряжених *prior* не є обґрунтованим у нашому випадку.

3.3. *Minnesota prior*

Міннесота *prior* (див. [10; 12; 16; 18; 19] та ін.) в основному виражає обмеження гіпер-параметрів β (*prior* для β є нормальними, *posterior* є подібними до отриманих, внаслідок використання нормально-спряжених *prior*, а Σ , припускається, є відомою). Цей тип *prior* має велику перевагу – він веде до простих *posterior*, використовуючи тільки нормальний розподіл. Разом з цим, недоліком можна вважати, що Міннесота *prior* не забезпечує повне Баєсівське трактування матриці Σ , як невідомих параметрів і ігнорує всяку непевність у цих параметрах.

Результати оцінок параметрів BVAR для України на основі Міннесота *prior* наведені у табл. 3.

Таблиця 3

Значення *MSFE* для кожного із часових рядів (модель BVAR Україна, Міннесота *prior*)

Змінна	Ляг					
	1	2	3	4	5	6
ВВП	0,66599393	<u>0,15110744</u>	0,64351648	4,9289	18,44989	13,87881

Інфляція	0,57574685	<u>0,21623079</u>	0,3946702	0,750896	0,647346	0,886417
Індекс цін на акції	0,0146085	0,057033	0,0393457	0,011301	<u>0,0111428</u>	0,015865
Обмінний курс	3,13E-04	9,20E-05	<u>2,16E-05</u>	1,52E-04	1,23E-03	2,78E-03
Процентна ставка	0,0074583	0,014861	<u>0,00603748</u>	0,013644	0,009979	0,0118299
Безробіття	0,0158199	<u>0,00070192</u>	0,0007629	0,000878	0,0009195	0,001065
Ціни на газ	9,58E-04	<u>4,62E-04</u>	2,28E-03	1,75E-03	2,71E-03	1,91E-03
Ціни на нафту	0,003647	0,002278	0,0003404	<u>0,000111</u>	0,003083	0,011889

— - найкраще (найменше) значення *MSFE*

Джерело: обчислено автором

Як можна бачити із наведеної вище таблиці, також має місце певна варіація у лагах моделі, за яких забезпечується найкраща якість прогнозу, однак модель з лагом 2 результується з найбільшою кількістю мінімальних значень *MSFE*, а інші значення, є меншими у порівнянні із *BVAR (2)* на базі інших *prior*.

3.4. Модель Гіббса

У дуже простій формі, модель Гіббса для $P(Y)$ має наступний вигляд [16; 21; 22]:

$$P = \prod_{j=1}^m P(j), \quad (39)$$

де

$$P_{y',y}^{(j)} = \begin{cases} 0 & \text{if } y'_{-j} \neq y_{-j} \\ P(Y_j = y'_j | Y_{-j} = y_{-j}) & \text{if } y'_{-j} = y_{-j} \end{cases}. \quad (40)$$

Крім цього, незалежний *Normal-Wishart Prior-Posterior* алгоритм чи *Мінесота Prior* може бути використаним до наведеної моделі. Перший з них є дуже загальним *prior*:

$$p(\beta, \Sigma^{-1}) = p(\beta)p(Z^{-1}), \quad (41)$$

де

$$\beta \sim N(\underline{\beta}, \underline{V}_\beta), \quad (42)$$

$$\Sigma^{-1} \sim W(\underline{v}, \underline{S}^{-1}). \quad (43)$$

У цьому випадку, *prior* коваріаційна матриця \underline{V}_β може бути не тільки у формі натурально-спряжених *prior* $\Sigma \otimes \underline{V}$, але також у інших формах. Умовні *posteriors* у цьому випадку є наступними:

- *posterior* для $\beta = \text{vec}(\mathbf{B})$:

$$\beta | y, \Sigma^{-1} \sim N(\bar{\beta}, \bar{V}_\beta), \quad (44)$$

де

$$\bar{\beta} = \bar{V}_\beta (\underline{V}_\beta^{-1} \underline{\beta} + \sum_{i=1}^T Z_i' \Sigma^{-1} y_i), \quad (45)$$

$$\bar{V}_\beta = (\underline{V}_\beta^{-1} \underline{\beta} + \sum_{i=1}^T Z_i' \Sigma^{-1} Z_i)^{-1}; \quad (46)$$

- *posterior* для Σ :

$$\Sigma^{-1} | y, \beta \sim W(\bar{v}, \bar{S}^{-1}), \quad (47)$$

де

$$\bar{v} = T + \underline{v}, \quad (48)$$

$$\bar{S} = \underline{S} + \sum_{i=1}^T (y_i - Z_i \beta)(y_i - Z_i \beta)'. \quad (49)$$

Для нашої мети буде використано *prior* моделі Гіббса на основі незалежного нормального (Гаусовського) Вішарт розподілу із суб'єктивно вибраними *prior* для гіпер-параметрів, а також SSVS у сереніх з Вішарт розподілу. SSVS використовує модель Гіббса для симуляції зразка із *posterior* розподілу (Див.: [6; 16]). Головною перевагою SSVS є швидке та ефективне симулювання семпсування за Гіббса.

**Значення *MSFE* для кожного із часових рядів
(модель BVAR Україна, SSVS у mean-Wishart prior)**

Змінна	Ляг			
	1	2	3	4
ВВП	<u>0,02249804</u>	0,039044894	0,177214607	9,730510039
Інфляція	0,313100953	<u>0,14677942</u>	0,5358796	0,386852178
Індекс цін на акції	<u>0,00239387</u>	0,103996335	0,079966965	0,048257468
Обмінний курс	1,99E-02	2,82E-04	<u>3,18E-06</u>	2,98E-04
Процентна ставка	<u>0,0013725</u>	0,007390706	0,001840982	0,025296612
Безробіття	<u>8,11E-06</u>	6,55E-04	2,08E-03	2,35E-03
Ціни на газ	4,32E-04	<u>5,00E-05</u>	1,50E-03	2,97E-04
Ціни на нафту	0,00207626	0,010411295	0,005382796	<u>0,001864652</u>

_____ - найкраще (найменше) значення *MSFE*

Джерело: обчислено автором

Як видно із табл. 4, із наведених варіантів одним із найбільш оптимальних є *prior* SSVS у сереньо-Вішарт розподілі з лагом 1. Однак, значення *MSFE* у BVAR (1) на основі *prior* SSVS у сереньо-Вішарт розподілі є гіршими за кращі результати у рамках Мінесота *prior*.

Результати оцінок параметрів моделі на основі SSVS у середніх-SSVS у коваріації *prior* наведені у таблиці нижче (див. Табл. 5):

Таблиця 5

**Значення *MSFE* для кожного із часових рядів
(модель BVAR Україна, SSVS у середніх-SSVS у коваріації *prior*)**

Змінна	Ляг	
	1	3
ВВП	<u>0,006284455</u>	0,917165085835014
Інфляція	<u>0,301080842</u>	0,917165085835014
Індекс цін на акції	<u>0,001523302</u>	0,917165085835014
Обмінний курс	<u>1,58E-02</u>	0,917165085835014
Процентна ставка	<u>0,002606125</u>	0,917165085835014

Безробіття	<u>5,71E-04</u>	0,917165085835014
Ціни на газ	<u>7,73E-07</u>	0,917165085835014
Ціни на нафту	<u>0,009897266</u>	0,917165085835014

— - найкраще (найменше) значення *MSFE*

Джерело: обчислено автором

Як видно з табл. 5, одним із найкращих варіантів є SSVS у mean-SSVS у коваріації *prior* також з лагом 1, однак вони є також гірші за кращі результати симулювання на основі інших *prior*, зокрема Мінесота.

Таким чином, на підставі порівняльного аналізу *MSFE* різних моделей із різною кількістю лагів та із різними *prior*, прогноз здійснюватиметься на основі BVAR (2) моделі із Мінесота *prior*. Результати прогнозу обраних макроекономічних змінних у рамках BVAR (2) моделі наведені у Додатку 1.

3.5. Відгуки на імпульс

Функція відгуків на імпульс показує динамічні ефекти залишків (помилки, інновацій) у досліджуваних часових рядах. У загальному, ця функція є нелінійною функцією VAR коефіцієнтів і Σ . Тому *posterior* симуляція вимагається для всіх *prior*. Найбільш типовий підхід використання відгуків на імпульс на ортогоналізаційні шоки базується на розчленуванні Холескі Σ , що залежить від порядку змінних. Куп та ін. [14] та Гаррат та ін. [5] запропонували узагальнені відгуки на імпульси, що також є нелінійними функціями Σ та B , однак незалежними від порядку змінних.

Відгуки на імпульс y_t на шоки, що виникли j періодів раніше мають наступний вигляд:

$$H_j = \sum_{i=1}^j B_i H_{j-i}, \quad (50)$$

де B матриця коефіцієнтів; $B_i = 0$ для i більших ніж $\text{lag}L$, $B_0 = I$ (I є $p \times p$ матриця тотожності). Ортогоналізація помилок здійснюється через використання декомпозиції Холескі матриці Σ та визначається як:

$$\Sigma = \Psi' \Psi, \quad (51)$$

де Ψ є верхня трикутна позитивно визначена матриця. Вектор помилок VAR моделі включений у вектор структурних шоків u_t , який визначається наступним чином:

$$u'_t = \varepsilon_t \Psi^{-1}. \quad (52)$$

Відгук u'_t на шок i -того елемента u'_{t-j} є i -тий рядок наступної матриці:

$$Z_j = \Psi H_j. \quad (53)$$

Відгук на імпульс є нелінійною функцією від $(B; \Psi)$, що може викликати труднощі в оцінці іншими, аніж Баєсівськими методами оцінок, оскільки при реалізації Баєсівської методики до оцінки параметрів моделі *posteriors* для $(B; \Psi)$ є відомими.

Результати симуляції функцій відгуку на імпульс для моделі, яка показала найкращі результати в оцінках її параметрів (BVAR(2), Міннесота *prior*) представлено у Додатку 2. Вони характеризуються тим, що відгук відбувається одразу ж на наступний квартал після імовірного імпульсу. Однак реакція є незначною і швидко затухає. Це підтверджує стійкість вітчизняної економічної системи до шоків ймовірно внаслідок «ручного керування».

Висновки. На основі методів Баєсівської економетрії здійснено прогноз основних макроекономічних показників стану розвитку економіки України до 2016Q4. Аналіз показав, що кращі результати отримані внаслідок використання Міннесоти *prior* інформації, а також на основі вибору змінних та коваріації на основі стохастичного пошуку (SSVS у середньо-SSVS у коваріації *prior*). Отриманий прогноз характеризується достатньо малими оцінками помилок. Прогнозована динаміка змінних індексу цін на акції, обмінного курсу грн./Дол.США, ціни на газ та ціни на нафту є стабільною, без видимої істотної

волатильності. Безробіття прогнозується зростати із піком у 2013 році (значення дорівнюватимуть показникові кінця 2000 року - початку 2001 р.), і у наступних кварталах середнє значення приблизно наблизатиметься до середнього показника 2003 року. Крім цього, слід відмітити прогнозовану циклічність піків безробіття, що припадатимуть на 3-4 квартали. Щодо динаміки індексу споживчих цін, то слід зазначити його зростання до середини 2013 року, з наступним падінням до свого мінімуму наприкінці 2014 р. – на початок 2015 р. Динаміка змінної довгострокової номінальної процентної ставки матиме висхідний характер до кінця 2014 р., із своїм мінімумом у першому кварталі 2015 р. та подальшим зростанням із максимумом у другому кварталі 2016р.

Перспектива подальших досліджень. Подальші дослідження можуть стосуватися розширення статистичної бази моделі, експериментів із *prior* інформацією та збільшенням чутливості функції відгуку на імпульс. Крім цього, вектор наступного аналізу може включати поєднання Мінесота *prior* із *SSVS prior*, виходячи із позитивних характеристик обох *prior*, для підвищення точності прогнозу.

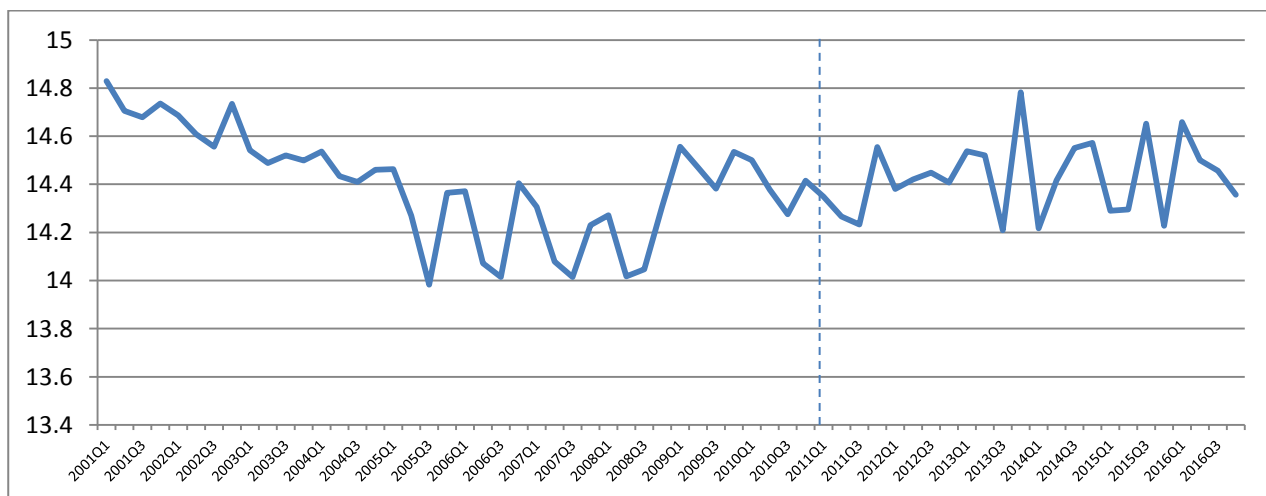
Література

1. Бідюк П.І. Оцінювання параметрів моделей із застосуванням методу Монте-Карло для Марковських ланцюгів/ Бідюк П.І., Борисевич А.С. // Наукові праці. Комп'ютерні технології. – 2008. -В. 77. - Т. 90, С.21-37.
2. Коновалюк М.М. Байєсівський аналіз моделі стохастичної волатильності в середовищі OPENBUGS // Коновалюк. Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2011. - №2, С.77-84.
3. Banbura T. Large Bayesian vector auto regressions / Banbura T., Giannone R., Reichlin C. // Journal of Applied Econometrics.- 2010. - 25(1). –P. 71-92.

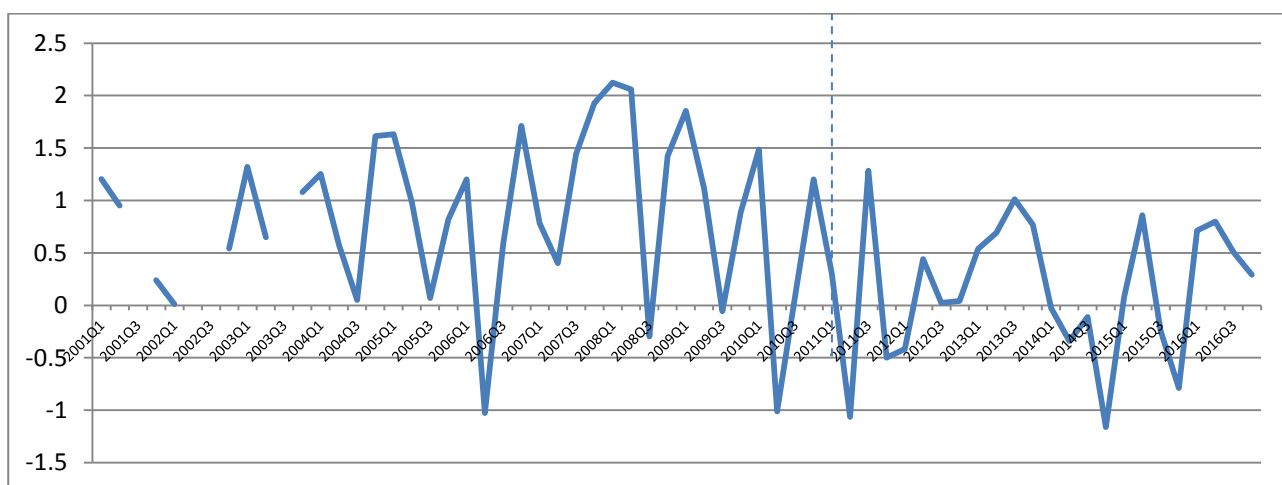
4. Chang K. Seung. Forecasting Industry Employment for a Resource-based Economy Using Bayesian Vector Autoregressive Models / Chang K. Seung and Sung K. Ahn. // The Review of Regional Studies. -2010. -V. 40. -N.2. -P. 181–196.
5. Garratt A. A Long-run Structural Macro-econometric Model of the UK/ Garratt A., Lee K., Pesaran, M. H., Shin Y. // Cambridge Working Papers in Economics. -1998. -9812.
6. George E. Bayesian stochastic search for VAR model restrictions/ George E., Sun D., Ni S. // Journal of Econometrics. – 2008. -142.–P.553-580.
7. Geweke J. Hierarchical Markov normal mixture models with applications to financial asset returns/ Geweke J., Amisano, J. // Journal of Applied Econometrics. -2009. -26. -P. 1-29.
8. International Financial Statistics, Mode of access: URL: <http://www.quantec.co.za>
9. Jeffreys H. An Invariant Form for the Prior Probability in Estimation Problems / Jeffreys H./ Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. -1946. -186 (1007). C. 453–461.
10. Kadiyala K. Numerical Methods for Estimation and Inference in Bayesian VAR-Models/ Kadiyala K Rao, Karlsson S. // Journal of Applied Econometrics. -1997. -12(2). -P. 99-132.
11. Kass R. E. The selection of prior distributions by formal rules/ Kass R. E. and Wasserman L. // Journal of the American Statistical Association. -1996. - 91. C. 1343-1370.
12. Kenny G. Bayesian VAR Models for Forecasting Irish Inflation/ Kenny G. i Meyler A. & Quinn T. // Research Technical Papers, Central Bank of Ireland. -1998. -4/RT/98.
13. Koop G. Bayesian multivariate time-series methods in empirical macroeconomics / Koop G., Korobilis D. Mode of access: URL: <http://mpa.ub.uni-muenchen.de/20125/>. -2010.
14. Koop G. Impulse response analysis in nonlinear multivariate models / Koop G., Pesaran H., and Potter S. // Journal of Econometrics. -1996. -74. -P. 119-147.
15. Koreisha S.G. Determining the Order of a Vector Autoregression when the Number of Component Series is Large / Koreisha S.G. and Pukkila T.// Journal of Time Series Analysis. -1993. -14(1). -P. 47-69.

16. Korobilis D. VAR forecasting using Bayesian variable selection / Korobilis D. // MPRA Paper No. 21124, posted 04. March 2010, Available at: <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/21124/> [Accessed 20 November 2011].
17. Laplace P. Theorie Analytique des Probabilities / Laplace P. / Courcier, Paris.-1812.
18. Litterman D. T. Forecasting and conditional projections using a realistic prior distribution / Litterman D. T., Sims R. C. // *Econometric Reviews*. -1984. -3. -P. 1-100.
19. Litterman R. Specifying VAR's for macroeconomic forecasting / Litterman R. / Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff report no. 92. -1984.
20. Litterman R. Techniques of forecasting using vector autoregressions / Litterman R. // Federal Reserve Bank of Minneapolis Working Paper no. 115. -1979.
21. Lutkepohl H. Introduction to Multiple Time Series Analysis / Lutkepohl H. / New York: Springer-Verlag, 1991.
22. Robert C. A Short History of Markov Chain Monte Carlo: Subjective Recollections from Incomplete Data / Robert C. and Casella G. // *Statistical Science*. -2011, Vol. 26, No. 1. -P. 102-115.
23. Sims C. A nine variable probabilistic macroeconomic forecasting model / Sims C. / Federal Reserve Bank of Minneapolis Discussion paper no. 14. - 1989.
24. West M. Bayesian Forecasting and Dynamic Models / West M., Harrison J. / Second Edition, Series: Springer Series in Statistics. New-York: Springer-Verlag, 1997.
25. Zellner A. Bayesian Analysis in Econometrics and Statistics: Essays in Honor of Harold Jereys / Zellner A. (ed.). / Amsterdam: North-Holland, 1980.
26. Zellner A. An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics/ Zellner A. / Series: Wiley Classics Library. New York: Wiley, 1971.
27. <http://www.indexmundi.com/commodities/?commodity=russian-natural-gas&months=240>
28. <http://www.worldoils.com/oilprice.php>.

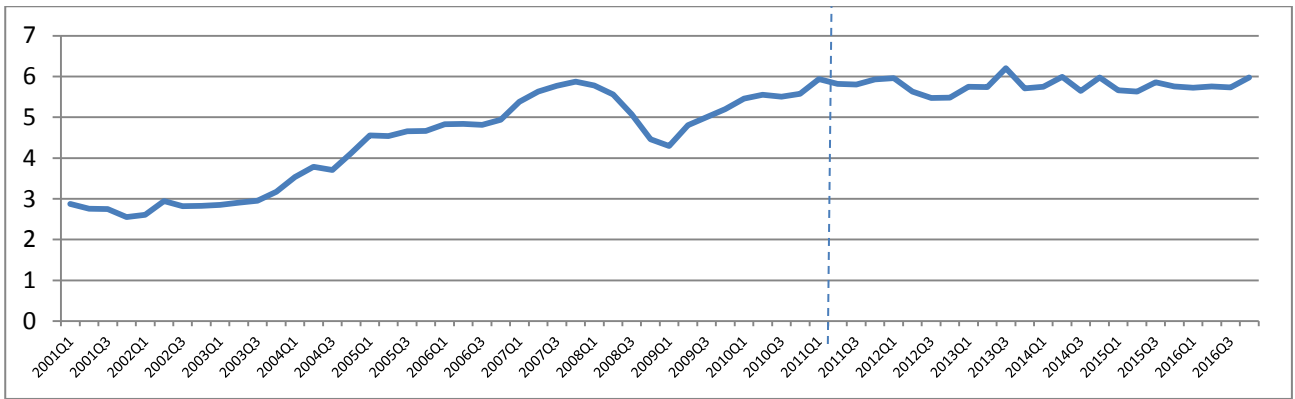
Додаток 1. Прогноз значень змінних



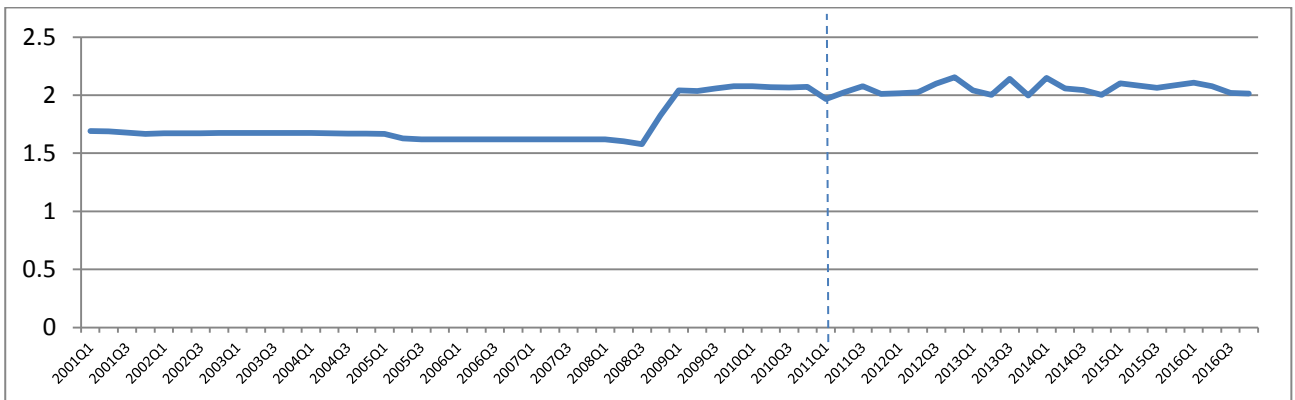
Додаток 1.А. Динаміка змінної безробіття $unempl_{it} = \ln(unemployment_{it})$ в Україні (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота *prior*



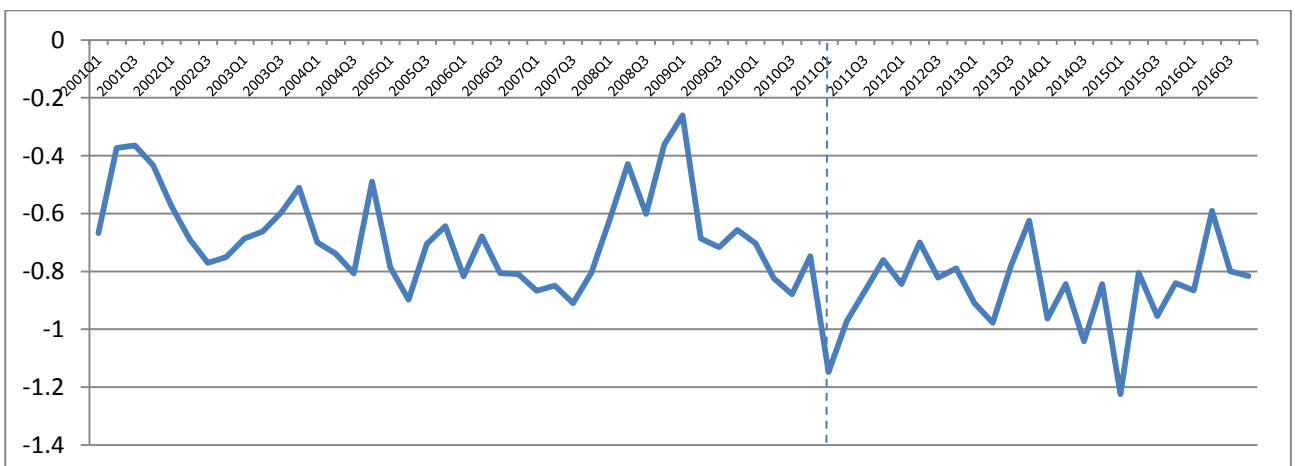
Додаток 1.Б. Динаміка змінної $Dp_{it} = \ln(CPI_{it})$ в Україні (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота *prior*



Додаток 1.В. Динаміка змінної індексу цін на акції $spi_{it} = \ln\left(\frac{EQ_{it}}{CPI_{it}}\right)$ в Україні (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота *prior*

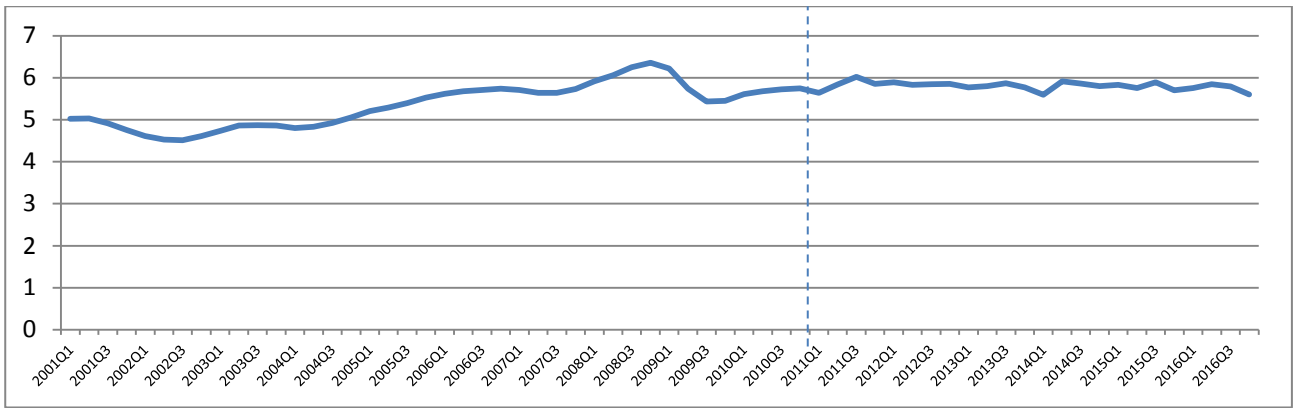


Додаток 1.Г. Динаміка змінної обмінного курсу грн./Дол.США $ep_{it} = \ln\left(\frac{E_{it}}{CPI_{it}}\right)$ (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота *prior*

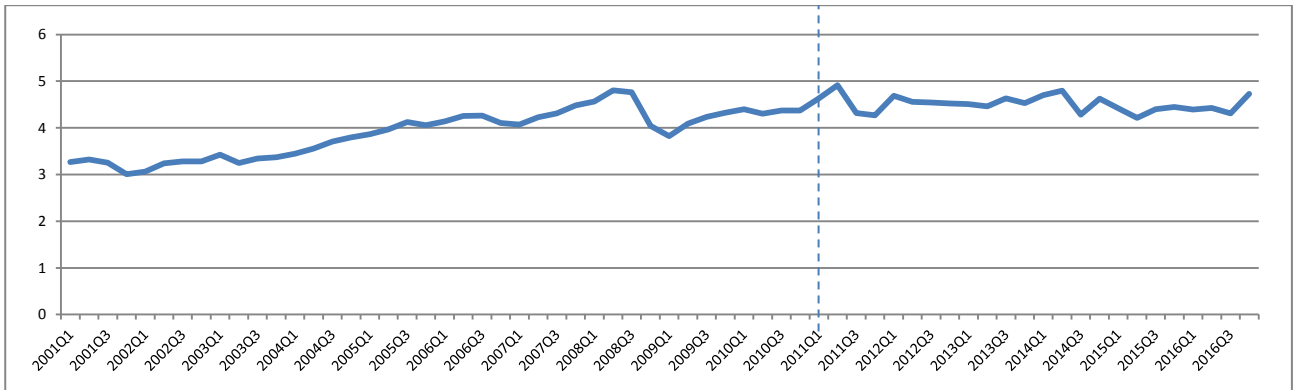


Додаток 1.Д. Динаміка змінної довгострокової номінальної процентної ставки $lr_{it} =$

$0.25\ln\left(1 + \frac{R_{it}^L}{100}\right)$ (фактичні дані і прогноз), модель BVAR(2) Мінесота *prior*

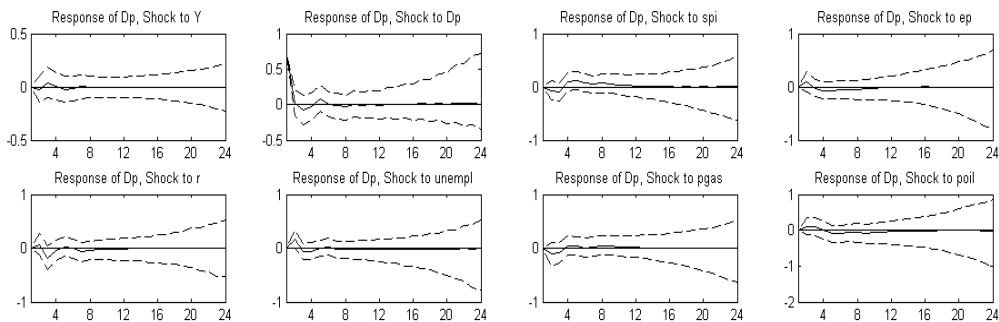


Додаток 1.Е. Динаміка змінної ціни на газ $pgas_t = \ln(PGAS_t)$ (фактичні дані і прогноз),
 модель $BVAR(2)$ Мінесота *prior*

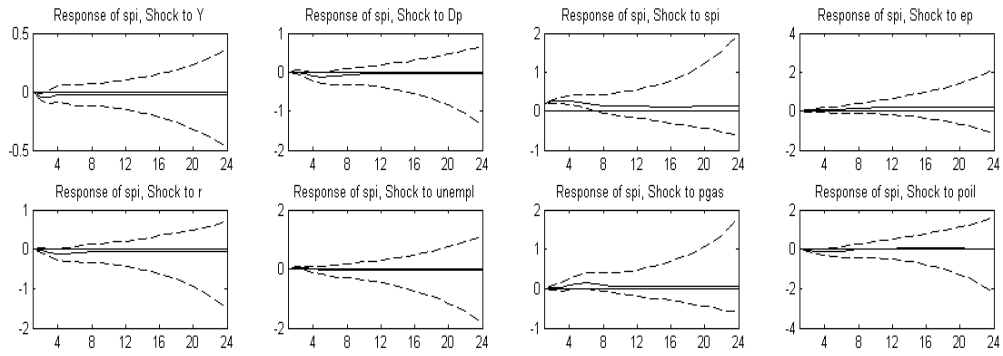


Додаток 1.Є. Динаміка змінної ціни на нафту $poil_t = \ln(POIL_t)$ (фактичні дані і прогноз),
 модель $BVAR(2)$ Мінесота *prior*

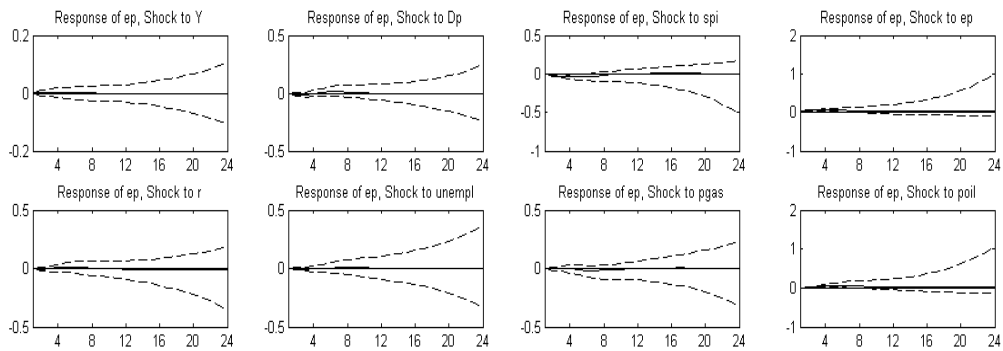
Додаток 2. Функції відгуку на імпульс, $BVAR(2)$, Мінесота *prior*



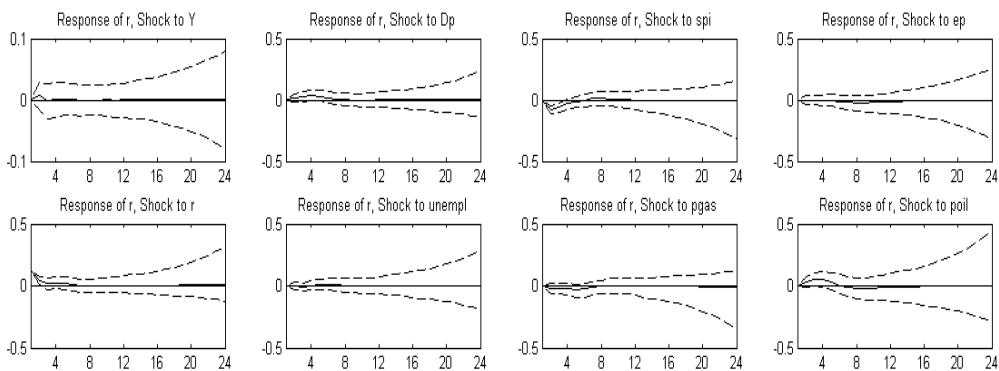
Додаток 2А – Відгук інфляції на шоки у змінних системи



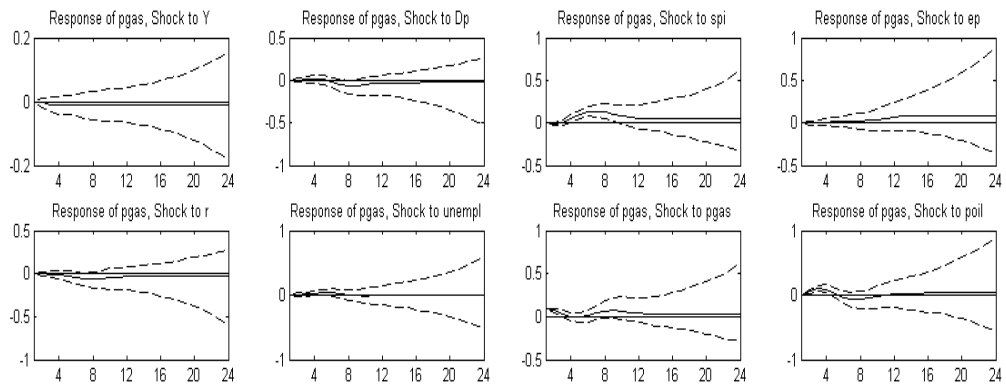
Додаток 2Б – Відгук індексу цін на акції на шоки у змінних системи



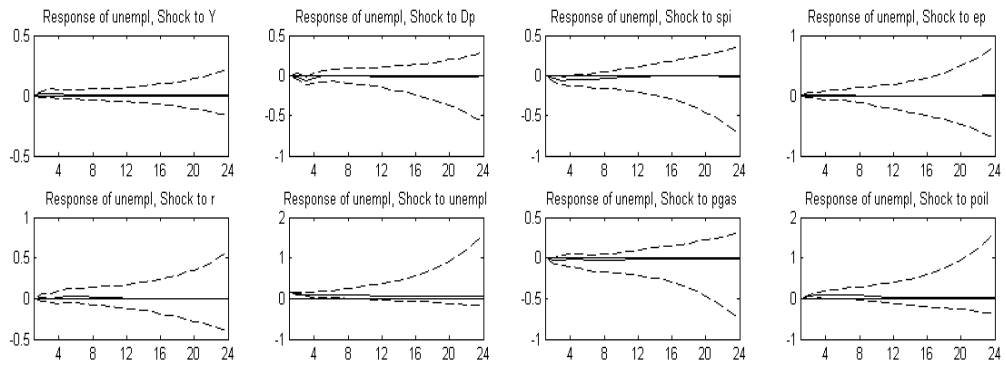
Додаток 2В – Відгук обмінного курсу на шоки у змінних системи



Додаток 2Г – Відгук номінальної процентної ставки на шоки у змінних системи



Додаток 2Д – Відгук ціни на газ на шоки у змінних системи



Додаток 2Е – Відгук безробіття на шоки у змінних системи