



Munich Personal RePEc Archive

Lignite price as a determinant of the split of profit in systems of mines and power plants. Part II – Lignite price formulas.

Leszek Jurdziak

Institute of Mining Engineering at Wroclaw University of Technology

1. November 2006

Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/2385/>
MPRA Paper No. 2385, posted 26. April 2007

*Bilateralny monopol, optymalizacja kopalń,
teoria targowania się, negocjacje ceny, sprawiedliwy podział,
schemat arbitrażowy Nasha, rozwiązanie Kalai'a-Smorodinsky'ego*

Leszek JURDZIAK*

CENA WĘGLA BRUNATNEGO JAKO WYZNACZNIK PODZIAŁU ZYSKU W UKŁADACH KOPALŃ I ELEKTROWNI¹ Część II – Formuły cen węgla brunatnego

Dla zaproponowanych w I części artykułu metod podziału zysku w bilateralnym monopolu kopalni i elektrowni wyznaczono formuły cenowe dla węgla brunatnego oraz udziały w łącznym zysku kopalni i elektrowni. Propozycje podziału obejmowały: podział egalitarny, zwykły i niesymetryczny schemat arbitrażowy Nasha, podział proporcjonalny, zapewniający równe i proporcjonalne stopy zysku (w tym jedynie na bazie kosztów własnych) oraz schemat arbitrażowy Nasha i Kalai'a-Smorodinsky'ego z indywidualnymi funkcjami użyteczności.

1. WYZNACZENIE CEN WĘGLA DLA PROPONOWANYCH PODZIAŁÓW ZYSKU

Dla każdej propozycji podziału zysku w bilateralnym monopolu kopalni węgla brunatnego i elektrowni podanej w [1] można podać formułę pozwalającą wyznaczyć cenę węgla doprowadzającą do niego. Formuły cenowe oraz sposób ich wyprowadzenia powinny ułatwić zrozumienie proponowanego mechanizmu podziału. Nie rozstrzygną jednak, który podział należy uznać za sprawiedliwy. Negocjując cenę węgla strony muszą zdecydować o tym, który z tych podziałów może być przez nie zaakceptowany.

* Instytut Górnictwa Politechniki Wrocławskiej, pl.Teatralny 2, 50-051 Wrocław
leszek.jurdziak@pwr.wroc.pl

¹ **Górnictwo i geologia IX. Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej Nr 118, Seria: Studia i Materiały Nr 33, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.**

1.1. ROZWIĄZANIE EGALITARNE 50%-50%

Do wyznaczenia ceny węgla zapewniającej równy podział zysku można wykorzystać wzory 13 i 14 z poprzedniej części [1]. Uzyskamy wtedy:

$$P_{E50\%} = P_{K50\%} = (50P_E + 50P_K)/100 = 0.5(P_E + P_K) \quad (1)$$

gdzie $P_E = TC_K / (Q \cdot IQ)$, $P_K = (e(Q, IQ)P_e - TC_E) / (Q \cdot IQ)$ to ceny węgla wyznaczające progi rentowności kopalni i elektrowni (wzory 10 i 12, [1]).

TC_K , TC_E - koszty całkowite kopalni i elektrowni w okresie ich życia, zł.

Q - ilość węgla w wyrobisku wybranym do eksploatacji, Mg.

IQ - uśredniony wskaźnik jakości węgla w wybranym wyrobisku, (0,1]

$e(Q, IQ)$ - ilość energii wytworzona z Q Mg węgla o uśrednionej jakości IQ , MWh.

P_e - oczekiwana uśredniona cena energii elektrycznej w okresie eksploatacji złoża, zł/MWh

Udziały obu stron w łącznym zysku przy tym podziale byłyby równe i wyniosłyby:

$$\Pi_K(P) = \Pi_E(P) = 0.5 \Pi_V = 0.5 (TR_E - TC_K - TC_E) \quad (2)$$

gdzie $\Pi_K(P)$ i $\Pi_E(P)$ są zyskami kopalni i elektrowni odpowiednio, a TR_E jest całkowitym przychodem elektrowni $TR_E = e(Q, IQ)P_e$.

1.2. SCHEMAT ARBITRAŻOWY NASHA BEZ I Z UWZGLĘDNIENIEM PUNKTU *STATUS QUO*

Podział ten zapewni cenę węgla maksymalizującą przyrost użyteczności kopalni i elektrowni względem udziałów w zysku przypadających obu stronom w przypadku braku dojścia do porozumienia.

Technicznie procedura znalezienia rozwiązania jest prosta. Polega na znalezieniu takiego podziału (ceny węgla), który maksymalizuje iloczyn przyrostów użyteczności (zysków $\Pi_K(P)$ i $\Pi_E(P)$) względem zysków zapewnianych kopalni i elektrowni przez *status quo*: SQ_K i SQ_E .

$$\max \{([\Pi_K(P) - SQ_K][\Pi_E(P) - SQ_E])\} \quad (3)$$

Po obliczeniu iloczynu wyznacza się pierwszą pochodną i przyrównuje do zera, co pozwala znaleźć rozwiązanie. Analizując zmiany znaku pierwszej pochodnej (z + na -) lub wartość drugiej pochodnej (ujemna) można upewnić się, czy mamy do czynienia z maksimum. Uwzględniając, że

$$\Pi_K'(P) = \frac{d(PQIQ - TC_K)}{dP} = QIQ \quad (4)$$

$$\Pi_E'(P) = \frac{d(TR_E - PQIQ - TC_E)}{dP} = -QIQ \quad (5)$$

Można wyznaczyć cenę węgla:

$$P = \frac{0.5(\Pi_V - SQ_E + SQ_K) + TC_K}{QIQ} \quad (6)$$

Udział kopalni i elektrowni wyniosą wtedy:

$$\Pi_K(P) = 0.5(\Pi_V - SQ_E + SQ_K) \quad (7)$$

$$\Pi_E(P) = 0.5(\Pi_V + SQ_E - SQ_K) \quad (8)$$

Właściwy wybór punktu *status quo* może sprawić kłopot. Jeśli w przypadku braku porozumienia ma obowiązywać poprzednia cena węgla P_{sq} , to wtedy $SQ_K = \Pi_K(P_{sq})$ i $SQ_E = \Pi_E(P_{sq})$. Z uwagi na to, że $\Pi_V = \Pi_E(P_{sq}) + \Pi_K(P_{sq}) = \text{const}$. $P = [\Pi_K(P_{sq}) + TC_K]/(QIQ) = TR_K(P_{sq})/(QIQ)$, a więc $P = P_{sq}$

Oznacza to, że nie istnieje inny podział zysku, który spełniałby kryteria Nasha² i byłby lepszy od podziału zapewnianego przez *status quo*. Z uwagi na stałość ilości węgla (wybór konkretnego wyrobiska) wszystkie podziały są optymalne w sensie Pareto³ - zapewniają ten sam poziom łącznych zysków $\Pi_V = \Pi_E(P) + \Pi_K(P) = \text{const}$.

Jeśli *status quo* byłyby brak jakiegokolwiek zysku (np. przy braku zgody cały zysk zabiera właściciel w holdingu – Skarb Państwa) to schemat arbitrażowy prowadziłby do równego podziału zysku pomiędzy obie strony, czyli do podziału egalitarnego.

Jeśli $SQ_E = SQ_K = 0$, to $P = [0.5\Pi_V + TC_K]/(QIQ)$ i zysk kopalni wyniesie:

$$\Pi_K(P) = P QIQ - TC_K = [0.5\Pi_V + TC_K] - TC_K = 0.5\Pi_V = \Pi_E(P) \quad (9)$$

Możliwość wycofania się bez żadnej straty (wyплаты (0, 0) w momencie zerwania negocjacji) prowadzi do podziału egalitarnego.

² Schemat arbitrażowy Nasha jest jedynym schematem zgodnym, efektywnym, bezstronnym i niezmienniczym ze względu na skalę [4, 6].

³ Nie ma podziału, który byłby lepszy dla obu graczy lub nie gorszy dla jednego a lepszy dla drugiego [5].

1.3. SCHEMAT ARBITRAŻOWY NASHA Z UWZGLĘDNIENIEM ZRÓŻNICOWANIA SIŁY PRZETARGOWEJ OBU STRON – NIESYMETRYCZNE ROZWIĄZANIE NASHA

Jednym ze sposobów odzwierciedlenia zróżnicowania siły przetargowej w schemacie arbitrażowym jest podniesienie przyrostów użyteczności w maksymalizowanym iloczynie do potęg α i β spełniających warunek $\alpha + \beta = 1$. Należy znaleźć wtedy taką cenę węgla P , która zmaksymalizuje iloczyn:

$$\max \{([\Pi_K(P) - SQ_K]^\alpha [\Pi_E(P) - SQ_E]^\beta)\} \quad (10)$$

Znaleziona w ten sposób cena będzie stanowić niesymetryczne rozwiązanie Nasha.

$$P = \{\alpha [\Pi_V - SQ_E + SQ_K] + TC_K + (1 - 2\alpha) SQ_K\} / (Q - IQ) \quad (12)$$

Przy równej sile przetargowej $\alpha = \beta = 0.5$ cena węgla wyniesie:

$$P = [0.5(\Pi_V - SQ_E + SQ_K) + TC_K] / (Q - IQ) \quad (13)$$

A więc będzie taka sama jak w zwykłym, symetrycznym schemacie arbitrażowym Nasha. Jeśli $SQ_K = \Pi_K(P_{sq})$ i $SQ_E = \Pi_E(P_{sq})$ to niezależnie od siły przetargowej obu stron podziałem najlepszym będzie podział zapewniony przez cenę wyznaczoną punktem *status quo*.

1.4. PODZIAŁ PROPORCJONALNY

Do wyznaczenia ceny węgla zapewniającej podział udziałów w łącznym zysku kopalni i elektrowni w stosunku $p:q$ wykorzystane zostaną wzory 13 i 14 z poprzedniej części artykułu. Wystarczy we wzorze:

$$P_{Kn\%} = [nP_K + (100-n) P_E] / 100 \quad (14)$$

za n przyjąć $100 p / (p+q)$

$$P_{p:q} = p P_K / (p+q) + q P_E / (p+q) \quad (15)$$

Cena $P_{p:q}$ sprawi, że udziały kopalni i elektrowni będą się miały do siebie jak p do q .

Oczywiście można się zastanowić, jakie proporcje podziału należy uznać za sprawiedliwe i które mogłyby zostać zaakceptowane przez obie strony, czyli jakie p i q mogą być zaakceptowane przez obie strony i dlaczego właśnie takie.

$$\Pi_K(P_{p:q}) = \Pi_V p / (p+q) \quad (16)$$

$$\Pi_V(P_{p:q}) = \Pi_V q / (p+q) \quad (17)$$

Do wyniku tego można było dojść bezpośrednio dzieląc łączny zysk w zadanych proporcjach.

1.5. PODZIAŁ ZAPEWNIAJĄCY RÓWNE STOPY ZYSKU

Stopa zysku to iloraz zysku i kosztów firmy. Łączny zysk całego układu wynosi Π_V i jest niezależny od ceny węgla P . W wyniku negocjacji zysk ten ma być podzielony. Graniczne udziały w zysku wyznacza 0 i Π_V , co determinuje graniczne stopy zysku.

Maksymalna stopa zysku kopalni s_{Kmax} wynosi $s_{Kmax} = \Pi_V / TC_K$

$$s_{Kmax} = [e(Q, IQ) P_e - (TC_K + TC_E)] / TC_K \quad (18)$$

Maksymalna stopa zysku elektrowni s_{Emax} wynosi $s_E = \Pi_V / (TR_K + TC_E)$.

Elektrownia osiągnie maksymalny akceptowalny zysk, gdy kopalnia będzie na granicy opłacalności (osiągnie próg rentowności) tzn. jej przychód będzie pokrywał koszty całkowite, czyli $TR_K = TC_K$.

$$s_{Emax} = [e(Q, IQ) P_e - (TC_K + TC_E)] / (TC_K + TC_E) \quad (19)$$

Chcąc zapewnić równe stopy zysku należy dobrać taką cenę węgla P by zapewnić równość: $s_K(P) = s_E(P)$. Prowadzi to do równania kwadratowego z ceną węgla P jako zmienną niezależną: $P^2(Q - IQ)^2 + P(Q - IQ)TC_E - TC_K TR_E = 0$ i dodatnią deltą, którego rozwiązaniem może być tylko jeden dodatni pierwiastek P_1 .

$$P_1 = \frac{-TC_E + \sqrt{TC_E^2 + 4TC_K TR_E}}{2QIQ} \quad (20)$$

Drugi pierwiastek P_2 ma wartość ujemną i nie może pełnić roli ceny węgla. Jedy-
nym rozwiązaniem jest więc P_1 .

1.6. PODZIAŁ ZAPEWNIAJĄCE PROPORCJONALNE STOPY ZYSKU

Chcąc zapewnić proporcje zysku kopalni do zysku elektrowni w stosunku p do q należy znaleźć taką cenę P by spełnione było równanie: $\Pi_K(P) / TC_K : \Pi_E(P) / (TR_K(P) + TC_E) = p : q$.

Jego przekształcenie prowadzi do trójmianu kwadratowego z niezależną zmienną: $P^2 q(Q - IQ)^2 + PQIQ[q(TC_E - TC_K) + pTC_K] - TC_K[qTC_E + p(TR_E - TC_E)] = 0$ z $\Delta > 0$.

$$\Delta = (QIQ)^2 \{ [q(TC_E - TC_K) + pTC_K]^2 + 4qTC_K[(q-p)TC_E + pTC_KTR_E] \} \quad (21)$$

$$P_1 = \frac{-QIQ[q(TC_E - TC_K) + pTC_K] + \sqrt{\Delta}}{2q(QIQ)^2} \quad (22)$$

Z uwagi na to, że z dwóch pierwiastków trójmianu, jedynie $P_1 > 0$, więc tylko ta cena wyznacza podział łącznego zysku.

1.7. PODZIAŁ ZAPEWNIAJĄCY RÓWNE STOPY ZYSKU NA KOSZTACH WŁASNYCH BEZ KOSZTÓW PALIWA

Koszty elektrowni obejmują koszty zakupu paliwa i koszty jego przetworzenia na energię. Dlatego stopa zysku elektrowni bez uwzględnienia kosztów paliwa s_{Ekw} będzie się różnić od zwykłej stopy zysku s_E i będzie się mieścić w granicach 0, a s_{Ekwmax} .

Maksymalna dopuszczalna stopa zysku na kosztach własnych elektrowni s_{Ekwmax} wynosi: $s_{Ekwmax} = \Pi_V / TC_E$

$$s_{Ekwmax} = [e(Q, IQ) P_e - TC_K] / TC_E - 1 \quad (23)$$

Porównując obie stopy zysku ze sobą można wyznaczyć cenę zapewniającą taką równość $s_K(P) = s_{Ekw}(P)$, czyli $\Pi_K(P)/TC_K = \Pi_E(P)/TC_E$

$$P = \frac{TR_E TC_K}{QIQ(TC_K + TC_E)} \quad (24)$$

Udziały kopalni i elektrowni w łącznym zysku wyniosą:

$$\Pi_K(P) = \Pi_V \frac{TC_K}{TC_K + TC_E} \quad (25)$$

$$\Pi_E(P) = \Pi_V \frac{TC_E}{TC_K + TC_E} \quad (26)$$

Widać więc, że część zysku przypadająca kopalni (elektrowni) jest proporcjonalna do udziału kosztów własnych kopalni (elektrowni) w łącznych kosztach produkcji energii elektrycznej (bez uwzględnienia kosztów paliwa).

1.8. PODZIAŁ ZAPEWNIAJĄCY PROPORCJONALNE STOPY ZYSKU NA KOSZTACH WŁASNYCH

Rozwiązanie podobne do 1.6, przy czym przy obliczeniach stopy zysku elektrowni pomija się koszty zakupu paliwa, a cenę węgla wybiera się tak by stopy nie były równe, lecz zachowały uzgodnione proporcje: $s_K(P) : s_{Ekw}(P) = p : q$, czyli:

$$\Pi_K(P)/TC_K : \Pi_E(P)/TC_E = p : q$$

$$P = \frac{TC_K [(q - p)TC_E + pTR_E]}{QIQ(pTC_K + qTC_E)} \quad (27)$$

Udziały kopalni i elektrowni w łącznym zysku przy tej cenie wyniosą:

$$\Pi_K(P) = \Pi_V \frac{pTC_K}{pTC_K + qTC_E} \quad (28)$$

$$\Pi_E(P) = \Pi_V \frac{qTC_E}{pTC_K + qTC_E} \quad (29)$$

1.9. ROZWIĄZANIA PRZETARGOWE

1.9.1. SCHEMAT ARBITRAŻOWY NASHA Z INDYWIDUALNIE DOBRANYMI FUNKCJAMI UŻYTECZNOŚCI

W schemacie tym chodzi o maksymalizację przyrostów użyteczności obu stron względem wypłat zapewnionych przez *status quo*. W przeciwieństwie do podziału 1.2 nie zakłada się w nim liniowości funkcji użyteczności, co pozwala zróżnicować stosunek obu stron do np. do ryzyka. Celem jest znalezienie takiej ceny węgla P, która zmaksymalizowałaby iloczyn:

$$\max \{([U_K(\Pi_K(P)) - U_K(SQ_K)] [U_E(\Pi_E(P)) - U_E(SQ_E)])\} \quad (30)$$

Przypuśćmy, że elektrownię (negocjatora z tej firmy) charakteryzują awersja wobec ryzyka, a kopalnię nie. Użyteczność kopalni jest tożsama z uzyskaną w wyniku podziału kwotą ($U_K(\Pi_K(P)) = \Pi_K(P) = PQIQ - TC_K$), a użyteczność elektrowni wyrażona jest funkcją o malejącej krańcowej użyteczności pieniędzy np. pierwiastkiem kwadratowym z otrzymanej kwoty ($U_E(\Pi_E(P)) = (\Pi_E(P))^{0.5} = (TR_E - PQIQ - TC_E)^{0.5}$). Jeśli zerwa-

nie negocjacji oznaczałoby brak zysku ($SQ_K = SQ_E = 0$), to cena węgla P maksymalizująca iloczyn ($\max\{U_K(\Pi_K(P))U_E(\Pi_E(P))\}$) wyniosłaby:

$$P = \frac{2(TR_E - TC_E + 0.5TC_K)}{3QIQ} \quad (31)$$

Udział w zysku kopalni i elektrowni przy tej cenie wyniósłby:

$$\Pi_K(P) = 2\Pi_V/3 \quad (32)$$

$$\Pi_E(P) = \Pi_V - 2\Pi_V/3 = \Pi_V/3 \quad (33)$$

Widać, więc jak awersja wobec ryzyka jednej ze stron (tu elektrowni) wyraźnie wpływa na zmniejszenie udziałów w zysku. W schemacie arbitrażowym Nasha z liniowymi funkcjami użyteczności (przy obojętnym stosunku do ryzyka) i przy założeniu braku wypłat w *status quo* podział zysków byłby bowiem egalitarny. Tymczasem tutaj udział elektrowni w zysku jest dwukrotnie mniejszy niż udział kopalni.

1.9.2. INNE SCHEMATY ARBITRAŻOWE NP. KALAI-SMORODINSKIEGO Z INDYWIDUALNIE DOBRANYMI FUNKCJAMI UŻYTECZNOŚCI

Podobnie zastosowanie innego schematu arbitrażowego dla tych samych funkcji użyteczności może dać inny wynik. W schemacie Kalai'a-Smorodinsky'ego nie maksymalizuje się iloczynu przyrostów użyteczności jak w schemacie Nasha, lecz dąży się do tego by stosunek użyteczności uzyskanej części dobra do maksymalnej możliwej do uzyskania użyteczności był taki sam dla wszystkich uczestników. Ponieważ maksymalny udział wynosi Π_V , więc należy tak dobrać cenę węgla by spełniona była równość: $U_K(\Pi_K)/U_K(\Pi_V) = U_E(\Pi_E)/U_E(\Pi_V)$. Prowadzi to do odpowiedniej ceny węgla.

$$P = \frac{0.5\Pi_V(\sqrt{5}-1) + TC_K}{QIQ} \quad (34)$$

Przy tej cenie udziały kopalni i elektrowni wyniosą:

$$\Pi_K(P) = \Pi_V \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (35)$$

$$\Pi_E(P) = \Pi_V \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \quad (36)$$

W schemacie tym przy zachowaniu tych samych funkcji użyteczności zróżnicowanie udziałów kopalni i elektrowni nie jest już tak duże jak w schemacie Nasha. Poprzednio na skutek awersji elektrowni wobec ryzyka jej udziały w łącznym zysku były dwukrotnie mniejsze niż udziału kopalni. W schemacie Klai'a-Smorodinsky'ego różnica zmniejszyła się do ok. 1.618.

Schemat Kalai'a-Smorodinsky'ego dla funkcji użyteczności transferowalnych liniowo np. $U(x)=x$ daje ten sam wynik, co rozwiązanie Nasha. Warto więc sięgać po niego tylko wtedy, gdy rozważa się użyteczności bardziej złożone.

1.10. ROZWIĄZANIE ARBITRAŻOWE

Podział zysku zaproponowany przez niezależnego eksperta może opierać się na rozwiązaniach już zaproponowanych lub stanowić ich twórczą kompilację. Przykładowo kopalnia może optować za równymi stopami zysku bez uwzględnienia kosztów paliwa, a elektrownia za rozwiązaniem uwzględniającym te koszty. Ekspert może zaproponować rozwiązanie pośrednie określając cenę węgla jako średnią (arytmetyczną lub ważoną) cen wyznaczających podziały preferowane przez każdą ze stron.

Arbiter może też zaproponować indywidualne rozwiązanie nie odwołując się do żadnej z metod, lecz starając się uwzględnić pełny kontekst negocjacji m.in. uwzględniając dotychczas poniesione wydatki (albo ich zaktualizowaną wartość netto) lub wydatki inwestycyjne, które muszą być poniesione by firmy mogły nadal funkcjonować (np. budowa instalacji do odsiarczania spalin lub wykup pozwoleń na emisję, niezbędne remonty, udostępnienie nowego wyrobiska itp.). Nie zawsze kontekst negocjacji może być uwzględniony w innych podziałach, choć nie jest to niemożliwe. Proporcje podziału zysku, czy stóp zysku mogą odpowiadać proporcjom dotychczas poniesionych wydatków lub przyszłych inwestycji, a wybór punktu *status quo* może być właśnie od nich uzależniony. Interwencja niezależnego arbitra może być pomocna w wyborze wypłat w tym punkcie, zwłaszcza, gdy ekspert cieszy się zaufaniem obu stron i stara się bezstronnie rozsądzić spór o cenę węgla uwzględniając wszystkie okoliczności.

Akceptacja decyzji niezależnego arbitra będzie łatwiejsza, gdy obie strony są powiązane ze sobą lub należą do jednego holdingu. Wspólnota celów obu stron w połączeniu z zaufaniem do eksperta mogą doprowadzić do porozumienia.

W przypadku dwóch różnych właścicieli sytuacja jest znacznie trudniejsza, gdyż cele biznesowe kopalni i elektrowni są wtedy przeciwstawne (gra o sumie dodatniej/zerowej [2]). Większe znaczenie od zaufania w takim wypadku będzie miała rzeczowa argumentacja i jednoznaczne wykazanie, że obie strony mogą zyskać na kooperacji – przejściu od rozwiązania suboptymalnego do optymalnego w sensie Pareto [2,

3]. Wybór ceny węgla niwelującej lub zmniejszającej zachęty do oportunistyki może przekonać elektrownię do ustępstw w kwestii poziomu ceny węgla. Jej podniesienie może ustrzec elektrownię przed oportunistyką kopalni – potraktowaniem ceny transferowej węgla jako ceny ekonomicznej i optymalnym dopasowaniem się do niej, czyli realizacji strategii dominującej [2].

Podstawową przeszkodą w osiągnięciu porozumienia będzie jednak wzajemne udostępnienie danych o swoich kosztach i ich uwiarygodnienie. Wszelkie rachunki i analizy, w tym optymalizacja rozwoju całego układu muszą być na nich oparte. W przypadku dwóch różnych właścicieli kopalni i elektrowni, zwłaszcza, gdy mamy do czynienia z prywatnymi firmami, a nie spółkami giełdowymi może to być niezmiernie trudne. Optymalizację działań może zagwarantować jedynie pełna pionowa integracja obu firm.

LITERATURA

- [1] JURDZIAK L., *Cena węgla brunatnego jako wyznacznik podziału zysku w układzie kopalni i elektrowni. Część I – Propozycje podziału*. Górnictwo i Geologia IX. Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej Nr 118, Seria: Studia i Materiały: Nr 33, Wrocław 2006.
- [2] JURDZIAK L., *Negocjacje pomiędzy kopalnią węgla brunatnego a elektrownią jako kooperacyjna, dwuetapowa gra dwuosobowa o sumie niezerowej*. Energetyka, nr 2/2006.
- [3] JURDZIAK L., *Schemat arbitrażowy Nasha, a podział zysków w bilateralnym monopolu kopalni węgla brunatnego i elektrowni. Część pierwsza – podstawy teoretyczne i Część druga – zastosowania w negocjacjach strategicznych i taktycznych* (złożone w Górnictwie Odkrywkowym w 2006).
- [4] OWEN G., *Teoria gier*. PWN Warszawa 1975.
- [5] STRAFFIN, P.D., *Teoria gier*. Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa 2004.
- [6] YOUNG H.PEYTON, *Sprawiedliwy podział*. Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa 2003.

LIGNITE PRICE AS A DETERMINANT OF THE SPLIT OF PROFIT IN SYSTEMS OF MINES AND POWER PLANTS Part II – Lignite price formulae

For methods of the profit division in the bilateral monopoly of the mine and the power station suggested in the first part of this paper the formulae for lignite price and shares in the joint profit of the mine and the power station are calculated. The proposed profit division contain: the egalitarian, normal and asymmetrical Nash solution, the proportional division, assuring equal and proportional profit margins division (in it calculated only on the basis of prime costs) and Nash and Kalai-Smorodinsky solution with individual utility functions.