

## Kurzzusammenfassung

Wir reduzieren das Einbettungsproblem für  $SU(2)$  und  $SU(3)$ -Strukturen auf das Einbettungsproblem für  $G_2$ -Strukturen. Der  $G_2$ -Fall wird mittels Automorphismen des Tangentialbündels untersucht und wir zeigen dass keine nicht-trivialen Langzeitlösungen des Einbettungsproblems existieren. Hitchins Flussgleichung für den  $G_2$ -Fall lässt sich zu einer Gleichung für die entsprechenden Automorphismen des Tangentialbündels verallgemeinern. Diese verallgemeinerte Flussgleichung beschreibt eine Deformation der Ausgangsstruktur mittels ihrer intrinsischen Torsion. Für reell-analytische Strukturen besitzt diese Flussgleichung stets eine eindeutige reell-analytische Lösung.

Wir erweitern den Kähler-Ricci Fluss auf  $SU(n)$ -Strukturen und untersuchen wann dieser gegen eine parallele  $SU(n)$ -Struktur konvergiert. Unser Ansatz ermöglicht zudem eine Erweiterung des Ricci Flusses auf  $G_2$  und  $Spin_7$ -Strukturen. Für  $SU(3)$ -Strukturen auf sieben-dimensionalen Mannigfaltigkeiten beschreiben wir eine Gray-Hervella Klassifikation und definieren damit das  $G_2$ -Analogon zu Kähler  $SU(3)$ -Strukturen. Diese  $G_2$ -Strukturen besitzen eine Faserung, deren Fasern mittels des Ricci-Flusses deformiert werden können. Der faserweise Ricci-Fluss deformiert die ambiente  $G_2$ -Struktur zu einer Ricci-flachen  $G_2$ -Struktur.

## Abstract

We reduce the embedding problem for hypo  $SU(2)$  and  $SU(3)$ -structures to the embedding problem for hypo  $G_2$ -structures into parallel  $Spin(7)$ -manifolds. The latter will be described in terms of gauge deformations. This description involves the intrinsic torsion of the initial  $G_2$ -structure and allows us to prove that the evolution equations, for all of the above embedding problems, do not admit non-trivial longtime solutions. For  $G_2$ -structures we introduce a new flow, which generalizes Hitchin's flow equations. This intrinsic torsion flow admits unique solutions in the real analytic category.

We extend the Kähler-Ricci flow to  $SU(n)$ -structures and characterize under which conditions this flow converges to a parallel  $SU(n)$ -structure. This approach also yields an extension of the Ricci flow to  $G_2$  and  $Spin_7$ -structures. For  $SU(3)$ -structures in dimension seven we derive the analogue of the Gray-Hervella classification. Based on this classification, we define a type of  $G_2$ -structure which can be regarded as the seven dimensional analogue of Kähler  $SU(3)$ -structures. This type of  $G_2$ -structures allow a fibrewise Ricci flow that converges to a Ricci flat  $G_2$ -structure.