

Simulation von Tunnelstrukturen
Experimentelle und theoretische Untersuchungen
an Systemen mit anomaler Dispersion

I n a u g u r a l - D i s s e r t a t i o n
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität zu Köln

vorgelegt von
Ralf-Michael Vetter
aus Hürth, Rheinland

Köln 2002

Berichterstatter: Prof. Dr. G. Nimtz
Prof. Dr. D. Stauffer

Tag der letzten mündlichen Prüfung: 4. Juli 2002

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Signale und Frequenzbandbegrenzung	6
2.1	Signale	6
2.2	Gruppen-, Phasen- und Frontverzögerung	8
3	Simulation im Frequenzbereich	9
3.1	Hohlleiter	9
3.1.1	Allgemeine Eigenschaften	9
3.1.2	Ersatzschaltbild	10
3.1.3	Tunnelstrecke	11
3.1.4	Test der Simulationsroutinen: Unterlichtgeschwindigkeit im Hohlleiter	11
3.2	Strukturen mit diskreten Reflexionsstellen	12
3.2.1	Grundelement	12
3.2.2	Streumatrix	13
3.2.3	Test der Simulationsroutinen: Resonanzen einer Leitung	14
3.3	Strukturen mit kontinuierlichen Reflexionsstellen	14
3.3.1	Anpassung durch „exponentielle“ Leitung	14
3.3.2	Simulation und Vergleich mit analytischer Lösung	15
3.4	Transmission und Reflexion eines periodischen Gitters	16
3.4.1	Theoretische Grundlagen	16
3.4.2	Anwendung: Ideale und nichtideale $\lambda/4$ -Struktur	19
3.5	Reflexions- und Transmissionsdauer	20
3.5.1	Theoretische Grundlagen	20
3.5.2	Symmetrische und unsymmetrische Strukturen	20
4	Simulation im Zeitbereich	24
4.1	Impulsantwort-Funktionen	24
4.1.1	Einzelne Platte	24
4.1.2	$\lambda/4$ -Struktur	25

4.1.3	Resonante Struktur	26
4.2	Simulation: Einzelne Platte als Tunnelstruktur	27
4.2.1	Transmission, Phase und Gruppengeschwindigkeit	28
4.2.2	Signalübertragung	29
4.3	Übertragung einer Signalfolge	31
4.3.1	Theoretische Grundlagen	31
4.3.2	Tunnelübertragung einer frequenzbandbegrenzten Signalfolge	32
5	Anwendung: Tunneln am Gitter	35
5.1	Experimenteller Aufbau	35
5.2	Eigenschaften der Tunnelstrukturen	36
5.3	Verwendete Signale	37
5.3.1	Amplitudenmodulation (AM)	38
5.3.2	Frequenzmodulation (FM)	40
5.4	Abschließende Bemerkungen	41
6	Kombinierte Zeit- und Frequenzbereichssimulation	43
6.1	Theoretische Grundlagen	43
6.2	Anwendungen	44
6.2.1	Periodische resonante Struktur im Hohlleiter	44
6.2.2	Verjüngter Hohlleiter	46
7	Anomale Dispersion	47
7.1	Theoretische Grundlagen	47
7.2	Experimente am Quantentopf	48
7.2.1	Streuung am Quantentopf	49
7.2.2	Streuung im Hohlleiter	51
7.2.3	Messungen an Teflon	52
7.2.4	Messungen an Plexiglas	54
7.3	Negative Geschwindigkeiten	55
8	X-Wellen und Besselstrahlen	58
8.1	Lokalisiertes Objekt: Teilchen bzw. Wellenpaket	58
8.2	Unendlich ausgedehntes Signal: Ebene Welle	59
8.3	Besselwellen	60
9	Das Doppelprisma	62
9.1	Simulationsmethode	62
9.2	Änderung des Einfallwinkels	64

10 Universelle Tunnelzeit	67
10.1 Imaginäre Wellenzahl	67
10.2 Tunnelzeit–Hypothese	70
10.2.1 Übergang zu opaker Struktur	71
10.2.2 Test der $1/f$ –Hypothese in anderen Frequenzbereichen	72
10.2.3 Korrekturterme zur Tunnelzeit–Hypothese	73
10.3 Gruppengeschwindigkeit beim resonanten Tunneln	74
10.3.1 Analytische Lösung für einfache und resonante Tunnel	75
11 Zusammenfassung	78
A Anhang	81
A.1 Digitaler Tiefpaßfilter	81
A.2 Kettenmatrix	82
A.3 Analytische Bestimmung der Phasenzeit	83
A.4 Relativistische Aspekte überlichtschneller Signale	84
A.4.1 Punktförmige Signale	84
A.4.2 Zeitlich ausgedehnte Signale	85
A.5 Resonanzen im Hohlraum	86
Literatur	88

Kapitel 1

Einleitung

Es existieren eine Reihe unterschiedlicher physikalischer Strukturen, die aufgrund ihres anomalen Dispersionsverhaltens bei Anregung mit speziellen Wellenpaketen ein ungewöhnliches Transmissions- bzw. Reflexionsverhalten aufweisen. Diese Wellenpakete durchqueren die Strukturen mit Gruppengeschwindigkeiten, die größer als die Lichtgeschwindigkeit sind und auch negativ schnell werden können. Auch die Reflexion kann instantan bzw. mit negativer Reflexionszeit erfolgen.

Die physikalischen Mechanismen, die dieses Verhalten verursachen können, sind sehr unterschiedlich. Im folgenden werden die Eigenschaften von periodischen Viertel-Wellenlängen-Strukturen, resonanten Strukturen, Hohlleitertunneln, Doppelpisma-Aufbauten, invertierten Medien bzw. Medien mit Absorptionslinien und Quantentopf-Analogien untersucht.

Zunächst werden die verschiedenen Simulationsmethoden, die zur Untersuchung der Strukturen angewandt wurden, vorgestellt. Für eine detaillierte Beschreibung sowie für Anwendungen der Methoden wird auf die entsprechenden Kapitel verwiesen.

Simulation im Zeitbereich

Eine Struktur, die aus Bereichen besteht, innerhalb derer *normale Wellenausbreitung* stattfindet, kann in einer Netzwerksimulation durch Laufzeitelemente wie elektrische Leitungen oder Filterelemente mit Verzögerungszeiten nachgebildet werden. Die Reflexionsstellen innerhalb der Struktur werden dabei durch unterschiedliche Wellenwiderstände der Teilleitungen erzeugt. Erst die destruktive Interferenz der Einzelwellen erzeugt eine exponentielle Reflexionsdämpfung der Gesamtstruktur. Mit dieser Methode lassen sich Strukturen mit reiner Reflexionsdämpfung ohne zusätzliche frequenzabhängige Absorptionsverluste des Medium gut nachbilden. Sie wurde vom Autor bereits in [108] detailliert beschrieben.

Strukturen wie unterdimensionierte Hohlleiter, in denen unmittelbar *evaneszente Ausbreitung* stattfindet, lassen sich im Zeitbereich durch Hochpassfilter darstellen, die unterhalb ihrer Abschneidefrequenz betrieben werden. Hierfür können auch elektrische Leitungen verwendet werden, deren Übertragungscharakteristik durch zusätzliche Elemente zu einem Hochpassfilter verändert wurden.

Alternativ kann die Impulsantwortfunktion der Struktur bestimmt werden und die Reaktion der Struktur auf beliebige Eingangssignale durch Faltung mit der Impulsantwort des Systems simuliert werden, siehe Kapitel 4.

Simulation im Frequenzbereich

Im Frequenzbereich werden die oben beschriebenen Strukturen in einer Netzwerksimulation durch Vierpol-Ersatzschaltbilder nachgebildet. Kompliziertere Strukturen erzeugt man durch Verkettung mehrerer Vierpole, vgl. Kapitel 3. Die Impedanzen der Ersatzschaltbilder sind i.a. frequenzabhängig, d.h. für jede simulierte Anregungsfrequenz wird eine andere Ersatzschaltung des Bauteils eingesetzt. Durch unterschiedliche harmonische Anregungen erhält man die Übertragungsfunktion der Gesamtstruktur.

Alternativ können die Transfermatrizen der einzelnen Bauelemente verkettet werden. Die Gesamttransfermatrix wird in die Streumatrix umgerechnet, siehe Kapitel 3. Diese enthält die Streuparameter für Transmission und Reflexion, welche experimentell auch mit Hilfe eines Networkanalysers gemessen werden können.

Kombinierte Zeit- und Frequenzbereichssimulation

Auch die Zeitbereichssimulation können zur Bestimmung der frequenzabhängigen Streuparameter verwendet werden. Dazu wird das System jeweils nur mit einer harmonischen Schwingung angeregt und solange gewartet, bis es sich im eingeschwungenen Zustand befindet. In der Simulation werden spezielle künstliche Leitungstypen verwendet, mit denen vor- und zurücklaufende Wellen ausgekoppelt¹ werden können, bzw. Leitungen, die Wellenausbreitung in nur eine Richtung zulassen, und in der anderen Richtung als Absorber wirken. Dadurch lassen sich unendlich lange Leitungen simulieren, die für asymptotische Messungen im Zeitbereich verwendet werden können.

Alternativ kann das System im Zeitbereich mit einem Impuls mit bekanntem Frequenzspektrum angeregt werden. Dies kann z.B. durch einen Delta- oder Rechteckimpuls geschehen, der im Frequenzbereich ein breites Spektrum aufweist, vgl. Kapitel 2. Aus dem Spektrum des Antwortsignals, bezogen auf das Anregungssignal, erhält man die Übertragungsfunktion für Transmission oder Reflexion.

Desweiteren kann ein Zeitbereichssignal durch eine Fouriertransformation zunächst in den Frequenzbereich transformiert werden. Das Spektrum wird mit der Übertragungsfunktion multipliziert und das Ergebnisspektrum wird anschließend wieder in ein Zeitbereichssignal zurücktransformiert, siehe dazu Kapitel 6. Bei diesem Verfahren lassen sich sowohl simulierte Transmissionsfunktionen als auch gemessene Daten eines Networkanalysers zur Beschreibung der Struktur verwenden.

Anomale Dispersion und Frequenzbandbegrenzung

Eine anomale Dispersion oder ein konstanter Phasenverlauf treten nur in bestimmten Frequenzintervallen auf. Um sie für eine Signalübertragung nutzen zu können, muß das verwendete Signal frequenzbandbegrenzt sein. In Kapitel 2 werden zunächst die Eigenschaften frequenzbandbegrenzter Signale vorgestellt.

In Abschnitt 4.3 wird demonstriert, wie eine frequenzbandunbegrenzte Signalfolge durch Filterung auf ein geeignetes Frequenzintervall begrenzt wird, ohne das Information verloren geht. Für physikalische Signale ist diese Filterung unter Umständen nicht notwendig, da sie aufgrund ihrer Entstehung automatisch frequenzbandbegrenzt sind.

¹dies entspricht dem S-Parameterset eines Networkanalysers

Kapitel 2

Signale und Frequenzbandbegrenzung

Tunnelstrukturen besitzen in bestimmten Frequenzintervallen eine nicht normale Dispersion. In diesen Bereichen anomaler Dispersion ändert sich die Phase eines transmittierten Signals entweder nur schwach oder die Phase fällt sogar mit zunehmender Frequenz. Um diese Eigenschaft für eine Signalübertragung nutzbar zu machen, muß das Frequenzspektrum des Signals auf ein solches Frequenzintervall beschränkt sein. Im folgenden werden die Charakteristika einiger frequenzbandbegrenzter Signale im Zeit- und Frequenzbereich beschrieben [19]. Die Signale stehen dadurch sowohl für eine Zeitbereichs- als auch einer Frequenzbereichsimulation zur Verfügung.

2.1 Signale

Die folgenden Ergebnisse gelten für die Zentral- bzw. Trägerfrequenz 0 Hz, d.h. es wird zunächst nur das eigentliche Signal ohne die Trägerfrequenz betrachtet. Die Frequenzbereichsfunktionen sind dadurch achsensymmetrisch, die transformierten Zeitbereichsfunktionen sind rein reell. Die Ergebnisse können mittels $F(\omega - \omega_0) \longleftrightarrow f(t) \cdot e^{i\omega_0 t}$ für beliebige Trägerfrequenzen ω_0 umgeschrieben werden.

Delta-Impuls $\delta(t)$

Das Spektrum eines Delta-Impulses enthält alle Frequenzen zwischen $\omega = 0$ und $\omega = \infty$ gleichermaßen:

$$f(t) = \delta(t) \quad \longleftrightarrow \quad F(\omega) = 1 \quad (2.1)$$

Im Zeitbereich kann jedes beliebige Signal durch eine Folge von gewichteten δ -Impulsen dargestellt werden.

Rechteckimpuls

Ein rechteckförmiger Impuls $u(t)$ mit zeitlicher Breite ΔT besitzt das Spektrum:

$$f(t) = u \left[-\frac{\Delta T}{2}; \frac{\Delta T}{2} \right] \quad \longleftrightarrow \quad F(\omega) = 2 \frac{\sin \frac{\Delta T}{2} \omega}{\omega} \quad (2.2)$$

Aufgrund der Unstetigkeit der Zeitbereichsfunktion entstehen im Spektrum des Signals starke Seitenbänder. Das höchste Seitenband ist nur -13 dB kleiner als das Hauptsignal, die weiteren Seitenbänder fallen nur mit $1/\omega$ bzw. mit 6 dB pro Oktave ab [58].

Cosinusband

Das Spektrum des Signals $F(\omega)$ sei nun auf ein Frequenzband $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ beschränkt. Zu den Seiten des Frequenzbandes hin falle die Intensität cosinusförmig ab. Dies führt im Zeitbereich zu einem zeitlich unbegrenzten Signal $f(t)$, vgl. Abb. 2.1.

$$F(\omega) = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{\Delta\omega} \omega, & \omega \in \left[-\frac{\Delta\omega}{2}; \frac{\Delta\omega}{2}\right] \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \leftrightarrow f(t) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)}{t + \frac{\pi}{\Delta\omega}} + \frac{\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)}{t - \frac{\pi}{\Delta\omega}} \right] \quad (2.3)$$

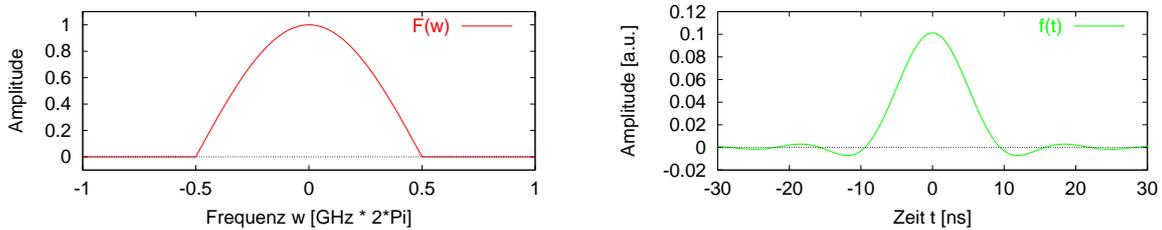


Abbildung 2.1: Frequenzband der Breite $\Delta f = 1/2\pi$ GHz = 160 MHz, das an den Seiten durch eine Cosinus-Funktion begrenzt wird (links), sowie zugehörige Zeitbereichsfunktion (rechts).

Damit kann gleichzeitig das Spektrum eines cosinusförmigen Zeitbereichsimpuls angegeben werden. Aus dem Funktionenpaar $F(\omega) \leftrightarrow f(t)$ erhält man das vertauschte Paar über $F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$. Ein cosinusförmiger Zeitbereichsimpuls beginnt und endet stetig. Die Höhe des stärksten Seitenbandes wird dadurch auf -23 dB verringert und die weiteren Seitenbänder fallen mit $1/\omega^2$ bzw. mit 12 dB pro Oktave ab.

Relaxation

Ein Beispiel für ein einseitig unstetiges Signal ist die plötzliche Anregung eines Resonators oder Schwingkreises durch eine Sprungfunktion. Nach der Anregung schwingt der Resonator mit seiner Eigenfrequenz ω_0 . Ein Dämpfungsterm γ sorgt für ein exponentielles Abklingen der Anregung:

$$f(t) \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A e^{-\gamma t} e^{i\omega_0 t} & t \geq 0 \end{cases} \leftrightarrow F(\omega) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i(\omega - \omega_0) + \gamma} \quad (2.4)$$

Diese Funktion wird später noch zur Erklärung eines negativen Brechungsindex und anomaler Dispersion benötigt.

Blackman-Impuls

Bei einem Blackman-Impuls ist nicht nur die Impulsfunktion, sondern auch die 1. Ableitung der Funktion an den Impulsenden stetig und differenzierbar. Der Impuls besitzt dadurch ein sehr schmalbandiges Spektrum, dessen höchstes Seitenband -58 dB schwächer als das Hauptsignal ist, und dessen Seitenbänder mit $1/\omega^3$ bzw. 18 dB pro Oktave abfallen.

2.2 Gruppen-, Phasen- und Frontverzögerung

Die Verzögerungen bzw. Laufzeiten der unterschiedlichen Anteile eines Signals bei Durchquerung eines linearen Systems kann aus dessen Übertragungsfunktion $H(\omega) = A(\omega) e^{-i\varphi(\omega)}$ bestimmt werden. Für frequenzbandbegrenzte Signale $f(t)$ ist es ausreichend, nur den Teil des Spektrums von $H(\omega)$ zu untersuchen, in dem $f(t)$ signifikante Anteile besitzt. Ein einfaches System mit konstanter Phasenlaufzeit und frequenzunabhängiger Dämpfung ist in Abbildung 2.2 (links) dargestellt. Frequenzkomponenten außerhalb des dunkel markierten Bereichs müssen bei einer Signalübertragung durch das System nicht berücksichtigt werden.

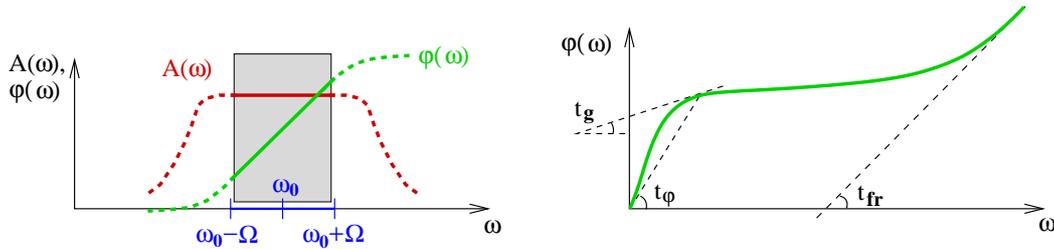


Abbildung 2.2: Links: Übertragungsfunktion eines linearen Systems und Ausschnitt, der von einem frequenzbandbegrenzten Signal benutzt werden könnte (dunkel schraffiert). Rechts: Anhand des Phasenverlaufs kann die Gruppenlaufzeit t_{gr} , die Phasenlaufzeit t_{ph} und evtl. die Frontlaufzeit t_{fr} bestimmt werden. In beiden Diagrammen ist normale Dispersion dargestellt, d.h. die Phase φ wächst mit zunehmender Frequenz.

Aus der Phase der Übertragungsfunktion $H(\omega)$ erhält man die Gruppenlaufzeit t_{gr} , die Phasenlaufzeit t_{ph} und die Frontlaufzeit t_{fr} , die das Signal zum Durchqueren der Struktur benötigt [19]

$$t_{gr} = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad t_{ph} = \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \quad t_{fr} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \quad (2.5)$$

Die Gruppenlaufzeit wird oft auch als *Phasenzeit* bezeichnet [29, 30]. Abbildung 2.2 (rechts) zeigt, wie sich die Gruppenlaufzeit t_{gr} aus dem lokalen Anstieg der Phasenkurve ergibt, während die Phasenlaufzeit t_{ph} der Anstieg der Verbindungslinie von Ursprung zum betrachteten Punkt der Phasenkurve ist. Eine definierte Frontlaufzeit t_{fr} existiert nur, wenn die Phasenkurve $\varphi(\omega)$ eine Asymptote im Hochfrequenzlimit besitzt. Dieser Grenzwert existiert insbesondere nicht im Spektrum eines frequenzbandbegrenzten Signals. Für das frequenzbandbegrenzte Signal ist nur der dunkel dargestellte Bereich der Übertragungsfunktion wichtig, über den Grenzwert für hohe Frequenzen kann keine Aussage gemacht werden.

Kapitel 3

Simulation im Frequenzbereich

Tunnelstrukturen können aus unterschiedlichsten Bauteilen, wie z.B. Hohlleitern, Dielektrika, Verzögerungsleitungen oder halbverspiegelten Platten realisiert werden. Im folgenden werden die Eigenschaften der einzelnen Bauteile genauer untersucht und es wird erläutert, wie die Übertragungsfunktion für zusammengesetzte Systeme numerisch bestimmt werden kann. Die Systeme können durch Ersatzschaltungen in eine Netzwerksimulation integriert werden, in der ihr Verhalten genauer untersucht werden kann.

3.1 Hohlleiter

Ein klassischer Aufbau einer Tunnelstrecke besteht aus einem verjüngten Hohlleitersegment, in dem eine einfallende Welle nicht mehr ausbreitungsfähig ist. Dieser Aufbau lässt sich am einfachsten in einer Frequenzbereichssimulation¹ erfassen, aufgrund der Dispersion der Hohlleiterstrecke ist eine Analyse im Zeitbereich dagegen relativ aufwendig.

3.1.1 Allgemeine Eigenschaften

Im Hohlleiter findet oberhalb der Grenz- oder Cutoff-Frequenz ω_c Wellenausbreitung mit reeller Wellenzahl k statt. Die Cutoff-Frequenz ergibt sich aus der Höhe a und Breite b des Hohlleiters. Ein Medium innerhalb des Hohlleiters wird durch den Brechungsindex n beschrieben, m_1 und m_2 geben die angeregte Hohlleiter-Mode H_{m_1, m_2} an, die im folgenden die H_{10} -Mode ist.

$$k(\omega) = \frac{n}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_c^2} \quad \text{mit} \quad \omega_c = \pi \frac{c}{n} \sqrt{\left(\frac{m_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_2}{b}\right)^2} \stackrel{H_{10}\text{-Mode}}{=} \frac{\pi c}{a n} \quad (3.1)$$

Aus der Freiraum-Wellenlänge λ ergibt sich die Wellenlänge im Hohlleiter λ_l sowie die Grenzwellenlänge λ_c

$$\lambda_l = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \quad \text{mit} \quad \lambda_c = \frac{2\pi c}{\omega_c n} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_2}{b}\right)^2}} \stackrel{H_{10}\text{-Mode}}{=} 2a . \quad (3.2)$$

Sie hängen nicht vom Medium $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ ab. Daraus ergibt sich der Wellenwiderstand Z

$$Z = \eta \frac{\lambda_l}{\lambda_c} \quad \text{mit} \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \stackrel{\epsilon_r, \mu_r = 1}{=} 377 \, \Omega \quad (3.3)$$

¹Die Frequenzbereichssimulation entspricht einer Messung im eingeschwungenem Zustand, wie sie auch von einem Networkanalyser durchgeführt wird.

$$\text{oder } Z = \frac{\eta/n}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}. \quad (3.4)$$

Der effektive Brechungsindex $n_{\text{eff}}(\omega)$ eines mit Medium n gefüllten Hohlleiterabschnittes ist

$$n_{\text{eff}} = \frac{c}{v_{\text{ph}}} = \frac{ck}{\omega} = n \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \stackrel{H_{10}\text{-Mode}}{=} \sqrt{n^2 - \left(\frac{\pi c}{a\omega}\right)^2}. \quad (3.5)$$

Der effektive Brechungsindex n_{eff} wird bei der Cutoff-Frequenz ω_c gleich Null, oberhalb von ω_c ist er stets kleiner als Eins. Dies korrespondiert mit einer überlichtschnellen Phasengeschwindigkeit $v_{\text{ph}} = c/n_{\text{eff}}$. Den Reflexionsfaktor r an der Übergangsstelle zwischen zwei Abschnitten mit unterschiedlichem effektivem Brechungsindex n_{eff} und n'_{eff} erhält man aus:

$$R = \frac{n'_{\text{eff}} - n_{\text{eff}}}{n'_{\text{eff}} + n_{\text{eff}}} = \frac{k' - k}{k' + k} = \frac{Z' - Z}{Z' + Z} \quad (3.6)$$

Für die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit im Hohlleiter erhält man schließlich:

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c/n}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad v_{\text{gr}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{ph}} v_{\text{gr}} = \left(\frac{c}{n}\right)^2. \quad (3.7)$$

3.1.2 Ersatzschaltbild

Die beschriebenen Eigenschaften eines Hohlleiters können in einer Netzwerksimulation von einem Vierpol-Ersatzschaltbild aus drei komplexen Impedanzen nachgebildet werden, Abb. 3.1. Da Real- und Imaginäranteil der Impedanzen frequenzabhängig sind, müssen für jede betrachtete Frequenz drei andere Impedanzen verwendet werden.



Abbildung 3.1: Gleichförmiges Hohlleitersegment der Länge l (links) und elektrisches Π -Ersatzschaltbild aus drei komplexen frequenzabhängigen Impedanzen (rechts).

Ein Hohlleiter verhält sich analog einer Übertragungsleitung, d.h. die Kettenmatrix der Leitung

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cosh ikl & -\sinh ikl \\ -\sinh ikl & \cosh ikl \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

kann zur Hohlleitersimulation verwendet werden, indem man anstelle der Leitungsparameter den frequenzabhängigen Wellenwiderstand $Z(\omega)$ und die Wellenzahl $k(\omega)$ des Hohlleiters

$$Z = \frac{\eta/n}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad \text{mit } \eta = 377 \, \Omega \quad k = \sqrt{\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - \frac{m_1 \pi}{a} - \frac{m_2 \pi}{b}} \quad (3.9)$$

verwendet, die sich aus den Abmessungen a und b und der Länge des Hohlleiters l ergeben; m_1 und m_2 beschreiben die angeregte Hohlleitermode. Die Widerstände des Ersatzschaltbildes sind

$$Z_1 = Z_2 = Z \tanh(ikl/2), \quad Z_3 = Z \sinh(ikl), \quad (3.10)$$

siehe auch Anhang A.2. Mit Hilfe dieses Ersatzschaltbildes kann das Verhalten des Hohlleiters in einer Netzwerksimulation nachgebildet werden. Man beobachtet einen Cutoff-Effekt unterhalb der Grenzfrequenz ω_c und eine Feldausbreitung mit überlichtschneller Phasengeschwindigkeit [109].

3.1.3 Tunnelstrecke

Die zu Beginn des Kapitels erwähnte Tunnelstruktur kann nachgebildet werden, indem drei geeignete Hohlleiterabschnitte verkettet werden. Dabei wird entweder jeweils der erste und letzte Abschnitt mit einem Medium n gefüllt [35] oder die Abmessung² a des mittleren Abschnitts wird gegenüber den anderen Abschnitten verkleinert [33, 34], siehe Abb. 3.2. Die beiden diskreten Reflexionsstellen am Tunnelein- und -ausgang werden dadurch automatisch berücksichtigt.

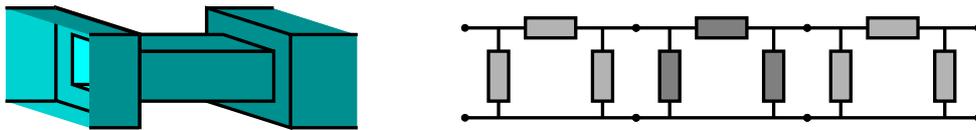


Abbildung 3.2: Hohlleiteraufbau mit verjüngter Tunnelstrecke im mittleren Bereich (links) und Ersatzschaltbild der gesamten Struktur (rechts). Das Widerstandsnetzwerk aus neun Impedanzen kann wiederum in einem einzigen Π -Ersatzschaltbild analog zu Abb. 3.1 zusammengefaßt werden [2].

3.1.4 Test der Simulationsroutinen: Unterlichtgeschwindigkeit im Hohlleiter

Als Test wird der Amplituden- und Phasenverlauf eines 20 cm langen Hohlleiters simuliert und mit gemessenen Werten verglichen.³ Als Frequenzintervall wurde dafür speziell der Bereich unmittelbar oberhalb der Cutoff-Frequenz 6.56 GHz gewählt. In diesem Bereich ist eine besonders starke Phasenänderung zu erwarten, Abbildung 3.3 (links) zeigt zum Vergleich auch die Phasenänderung im Freiraum. Für die Messung wurde der Networkanalyser direkt auf die Enden des Hohlleiters kalibriert. Die hohe Transmissionsdämpfung des relativ langen Hohlleiters führt zu Ungenauigkeiten in der Phasenmessung nahe des Cutoffs. Die gemessenen Phasenwerte wurden geglättet und aus der Änderung der Phase wurde die Gruppengeschwindigkeit im Hohlleiter bestimmt (rechts). Die gemessene Hohlleitergeschwindigkeit schwingt um die simulierten Werte. Im weniger verrauschten Bereich oberhalb von 6.566 GHz beträgt sie nur ca. 4%–8% der Lichtgeschwindigkeit im Freiraum.

²Die Breite b des Hohlleiters blieb unverändert, damit konnten beide Hohlleiterabschnitte in der H_{10} -Mode betrieben werden.

³Die Simulationsroutinen wurden auch an komplexeren Systemen und für größere Frequenzintervalle getestet. Die geringen Abweichungen zwischen Simulation und Experiment wurden meist durch frequenzabhängige Verluste bzw. Leitfähigkeiten verursacht, die als Simulationsparameter nicht unmittelbar zur Verfügung standen.

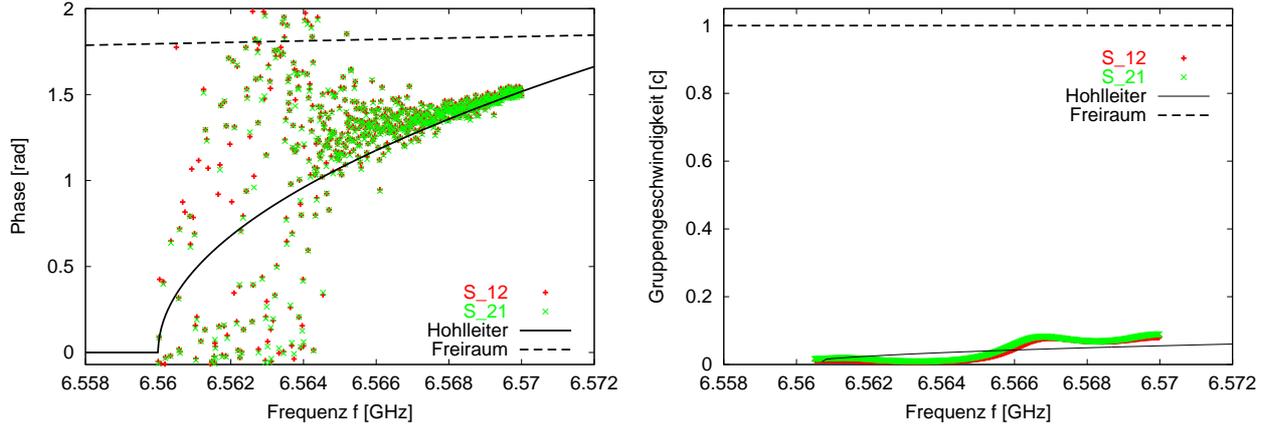


Abbildung 3.3: Phasenverlauf eines 20 cm langen Hohlleiters nahe der Cutoff-Frequenz (links). Aufgrund der geringen Transmission sind die gemessenen Phasen S_{12} und S_{21} unmittelbar oberhalb der Cutoff-Frequenz 6.56 GHz stark verrauscht. Erst ab ca. 6.566 GHz ist der Hohlleiter zur Signalübertragung geeignet. Die Gruppengeschwindigkeit beträgt hier nur 4%–8% der Lichtgeschwindigkeit (rechts). Zum Vergleich sind die simulierten Werte für Hohlleiter und Freiraum aufgetragen.

3.2 Strukturen mit diskreten Reflexionsstellen

Dielektrische Strukturen im Freiraum reflektieren eine einlaufende Welle nur an den Stellen, an denen das Medium sprunghaft wechselt. In den Bereichen dazwischen findet normale Wellenausbreitung statt. Die Überlagerung der Reflexionen kann dennoch zu dem Verhalten einer Tunnelstruktur führen.

3.2.1 Grundelement

Im letzten Abschnitt wurden die diskret auftretenden Reflexionen am Eingang und Ausgang der Tunnelstrecke durch drei unterschiedliche Ersatzschaltbilder in Abb. 3.2 nachgebildet. Die Reflexionen lassen sich aber auch direkt in die Beschreibung des Systems integrieren und man erhält eine Transmissionsmatrix für das Gesamtsystem.

Die Transmissionsmatrix \mathbf{T} beschreibt die Ausbreitung der Wellen durch das System. A und B sind die links in das System ein- bzw. austretenden Wellen, F und G treten am Ende des Systems aus bzw. ein, siehe Abb. 3.4 (links). Für die Transmissionsmatrix gilt

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Die Wellen an Eingang und Ausgang der Struktur stehen auf getrennten Seiten der Gleichung, d.h. die Wellen, die eine Struktur verlassen haben, können als Anregung für eine weitere Struktur verwendet werden.

Die Eigenschaften eines Systems mit diskreten Reflexionsstellen können durch Reflexions- und Transmissionsmatrizen beschrieben werden. Das Grundelement des Systems ist eine Strecke mit ungestörter Wellenausbreitung, an deren Ende sich eine Reflexionsstelle befindet. Die Reflexion kann z.B. durch eine Änderung des Wellenwiderstandes von Z in Z' hervorgerufen werden, für die Simulation wird nur der daraus berechnete Reflexionsfaktor r benötigt. Die Reflexionsmatrix \mathbf{T}_R beschreibt die Mischung der ein- und auslaufenden Wellen an dieser Sprungstelle, die Transmissionsmatrix \mathbf{T}_T gibt die Ausbreitung der Wellen auf dem sprunghaften Abschnitt

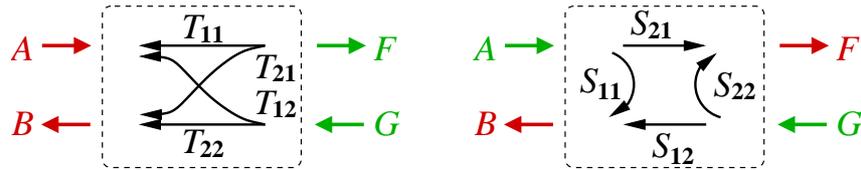


Abbildung 3.4: Wirkungsweise von Transmissionsmatrix \mathbf{T} (links) und Streumatrix \mathbf{S} (rechts). In der Transmissionsmatrix (3.11) stehen Eingangs- und Ausgangsgrößen auf getrennten Seiten, deshalb lassen sich mehrere Einzelmatriizen zu einer Gesamtmatrix verketteten. In der Streumatrix (3.13) stehen dagegen Anregungen und Reaktionen auf getrennten Seiten.

wieder. Aus der Verkettung⁴ der beiden Matrizen erhält man die Gesamtmatrix \mathbf{T} für einen Abschnitt:

$$\mathbf{T}_R = \begin{pmatrix} 1/T & R/T \\ R/T & 1/T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_T = \begin{pmatrix} e^{-ikx} & 0 \\ 0 & e^{ikx} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{T} = \mathbf{T}_T \mathbf{T}_R = \frac{1}{T} \begin{pmatrix} e^{-ikx} & R e^{-ikx} \\ R e^{ikx} & e^{ikx} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\text{mit } R = \frac{Z' - Z}{Z' + Z}, \quad T = \frac{2\sqrt{Z'Z}}{Z' + Z}, \quad k = \frac{\omega n}{c}, \quad \text{Energieerhaltung: } |R|^2 + |T|^2 = 1.$$

Die Transmissionsmatrix \mathbf{T} beschreibt die Ausbreitung der Wellen über ein Segment. Eine Struktur aus mehreren Segmenten 1, 2, 3 kann beschrieben werden, indem man die Matrizen der einzelnen Abschnitte verkettet, d.h. man erhält die Gesamtkettenmatrix aus $\mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{T}_3$.

3.2.2 Streumatrix

Aus der Transmissionsmatrix kann die Streumatrix \mathbf{S} gebildet werden, die in experimentellen Untersuchungen oft Anwendung findet. Die anregenden Größen A und G und die gemessenen Antworten B und F stehen hierbei auf getrennten Seiten der Gleichung, siehe auch Abb. 3.4:

$$\begin{pmatrix} B \\ F \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} A \\ G \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \begin{matrix} S_{11} = -\frac{T_{21}}{T_{22}}, & S_{12} = \frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}} = \frac{1}{T_{22}} \\ S_{21} = \frac{1}{T_{22}}, & S_{22} = \frac{T_{12}}{T_{22}} \end{matrix} . \quad (3.13)$$

Die Elemente der Streumatrix heißen Streuparameter, sie entsprechen unmittelbar den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten r_{\pm} bzw. t_{\pm} des Systems

$$r_+ = S_{11}, \quad r_- = -r_+ = S_{22}, \quad t_+ = t_- = t = S_{12} = S_{21}. \quad (3.14)$$

Aus den Matrixelementen der Transmissionsmatrix können die Ersatzwiderstände für ein Π -Ersatzschaltbild analog zu Abb. 3.1 bestimmt werden

$$Z_1 = \frac{T_{12}}{T_{22} - 1}, \quad Z_2 = \frac{T_{12}}{T_{11} - 1}, \quad Z_3 = T_{12}, \quad (3.15)$$

im hier betrachteten Fall einer verlustlosen Ausbreitung ist das Ersatzschaltbild symmetrisch, d.h. die Widerstände Z_1 und Z_2 sind gleich groß.

⁴Bei der Verkettung ist die Reihenfolge zu beachten, damit die Reflexionsstelle am Ende des Grundelementes liegt.

3.2.3 Test der Simulationsroutinen: Resonanzen einer Leitung

Abbildung 3.5 zeigt die Spannung auf einer $l = 30$ m langen verlustlosen Leitung. Zur Untersuchung der Spannungsverteilung wurde die Leitung in zehn je 3 m lange Teilleitungen unterteilt, an deren Übergängen keine Reflexionen stattfinden. Reflexionen entstehen nur an den Leitungsenden. Der Wellenwiderstand der Leitung beträgt $Z_w = 100 \Omega$, die Abschlußwiderstände dagegen nur $R_0 = R_l = 10 \Omega$, daraus resultiert ein Reflexionsfaktor von $R = 0.8$. Unterhalb von 100 kHz verhält sich die Leitung ideal, darüber tritt ein Spannungsabfall entlang der Leitung auf und bei 500 MHz ist die erste Resonanz zu beobachten.⁵

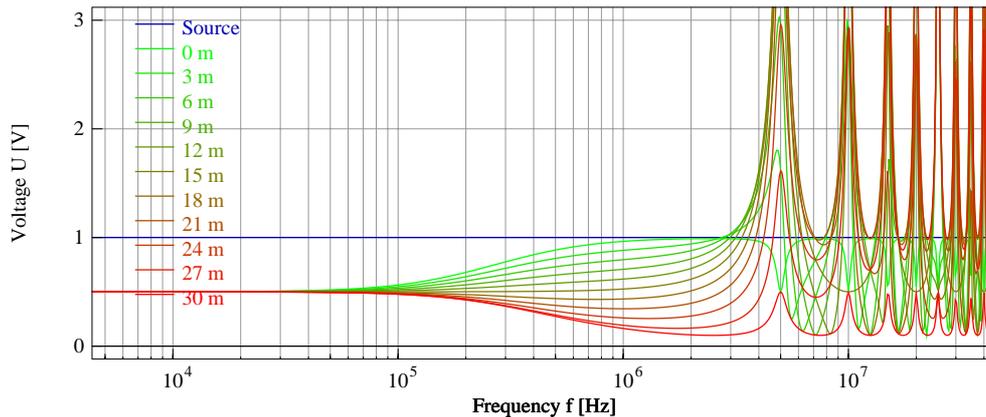


Abbildung 3.5: Spannungsverteilung auf einer 30 m langen Leitung, deren Ein- und Ausgang annähernd kurzgeschlossen wurde, bei Anregung durch eine Spannungsquelle mit 1 V. Bei tiefen Frequenzen ist die Spannung auf der Leitung 0.5 V, die Abschlußwiderstände wirken als Spannungsteiler. Oberhalb von ca. 100 kHz fällt auch entlang der Leitung Spannung ab, bei Vielfachen von 5 MHz treten Resonanzen auf.

3.3 Strukturen mit kontinuierlichen Reflexionsstellen

Strukturen, in denen sich das Medium langsam ändert, besitzen kontinuierliche Reflexionsstellen. Ein Prototyp einer solchen Struktur ist eine Anpassungs-Strecke, mit der zwei Leitungen oder Hohlleiter unterschiedlichen Wellenwiderstands möglichst reflexionsfrei angepasst werden können. Soll dies nur für eine spezielle Frequenz geschehen, kann ein $\lambda/4$ -Transformator verwendet werden. Um eine akzeptable Anpassung für einen größeren Frequenzbereich zu erzielen, benutzt man Strukturen, deren Wellenwiderstand sich langsam ändert. Diese Strukturen weisen kontinuierliche Reflexionsstellen auf.

3.3.1 Anpassung durch „exponentielle“ Leitung

Die einfachste Struktur mit kontinuierlichen Reflexionsstellen ist eine Leitung, deren Wellenwiderstand *exponentiell* zu- bzw. abnimmt [51]. Der Reflexionsfaktor entlang einer solchen Leitung ist konstant.⁶ Aufgrund dieser Tatsache kann die Streu- bzw. Transmissionsmatrix für eine exponentielle Leitung analytisch berechnet werden. Die zu lösende Differentialgleichung ist

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} A(x) \\ B(x) \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} -ik & 0 \\ 0 & ik \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R & -R \\ -R & R \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} A(x) \\ B(x) \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

⁵Die Ausbreitungsgeschwindigkeit auf der Leitung ist c , die Resonanzen liegen bei Vielfachen von $f = c/2l$.

⁶Genauer gesagt ist die *Reflexionsdichte* konstant, d.h. die Reflexionen pro infinitesimalem Leitungsabschnitt.

wobei A und B die nach rechts bzw. links laufenden Wellen darstellen, siehe Abb. 3.4, und der ortsabhängige Reflexionsfaktor $R(x) = B(x)/A(x)$ die kontinuierlichen Reflexionsstellen entlang der Leitung beschreibt:

$$R(x) := \frac{1}{2} \frac{1}{Z(x)} \left(\frac{d}{dx} Z(x) \right) \equiv \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \ln Z(x) \quad (3.17)$$

Der Wellenwiderstand einer exponentiellen Leitung ändert sich vom Wert Z_0 am Eingang der Leitung auf Z_l am Ausgang gemäß der Formel

$$Z(x) = Z_0 \exp \{c \cdot x\} \equiv Z_0 \left(\frac{Z_l}{Z_0} \right)^{\frac{x}{l}} \quad \text{mit} \quad c := \frac{1}{l} \ln \left(\frac{Z_l}{Z_0} \right). \quad (3.18)$$

3.3.2 Simulation und Vergleich mit analytischer Lösung

Eine exponentielle Leitung kann simuliert werden, indem sie in viele gleichförmige Abschnitte unterteilt wird. Man erhält so ein System mit quasi-kontinuierlichen Reflexionsstellen. Unterteilt man eine Leitung der Länge l in n gleichförmige Abschnitte, dann erhält man an jeder Stoßstelle den konstanten Reflexionsfaktor

$$R = \frac{\left(\frac{Z_l}{Z_0} \right)^{\frac{1}{n}} - 1}{\left(\frac{Z_l}{Z_0} \right)^{\frac{1}{n}} + 1}. \quad (3.19)$$

Abbildung 3.6 zeigt die simulierte Spannungsverteilung entlang einer solchen Anpassungsleitung, deren Wellenwiderstand exponentiell von 100Ω auf 400Ω ansteigt. Für die Simulation wurde die $l = 30 \text{ m}$ lange Leitung in $n = 100$ gleichförmige Abschnitte der Länge 30 cm unterteilt. Damit ergibt sich an jeder Übergangsstelle der Reflexionsfaktor⁷ $R = 0.007$. Zur Vermeidung zusätzlicher Reflexionen wurden Eingang und Ausgang der Leitung reflexionsfrei mit $R_0 = 100 \Omega$ bzw. $R_l = 400 \Omega$ abgeschlossen.

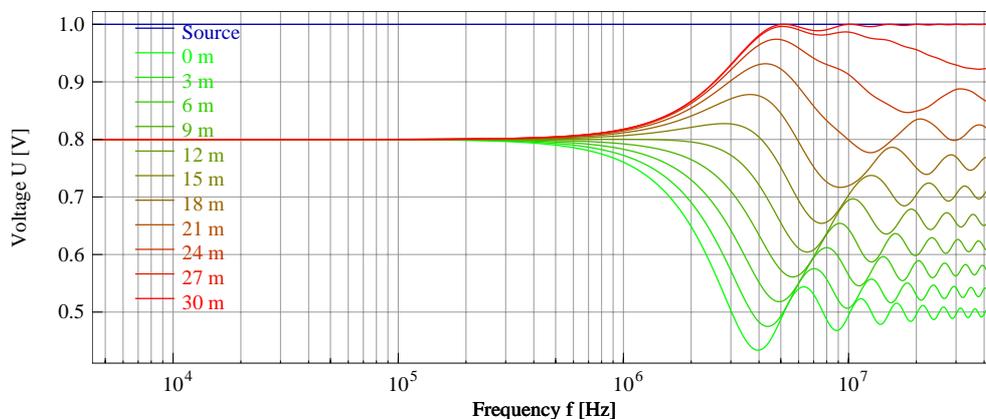


Abbildung 3.6: Spannungsverteilung auf einer 30 m langen Anpassungsleitung, deren Wellenwiderstand gemäß (3.18) von $Z_0 = 100 \Omega$ auf $Z_l = 400 \Omega$ ansteigt. Die Simulation unterteilt das System in 100 gleichförmige Abschnitte, zwischen denen Reflexionen quasi-kontinuierlich stattfinden. Aus der analytischen Lösung erhält man Spannungsverläufe für die Enden der Leitung bei 0 und 30 m , die mit den hier simulierten übereinstimmen.

⁷Ohne Anpassungsleitung würde der Reflexionsfaktor an der Übergangsstelle $R = 0.6$ betragen.

Die analytische Lösung für die exponentielle Leitung⁸ lautet in der Darstellung als Kettenmatrix [51]

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\sqrt{\cdot}} \begin{pmatrix} e^{-\frac{q}{2}l} \left[\sqrt{\cdot} \cosh \sqrt{\cdot} l + \frac{q}{2} \sinh \sqrt{\cdot} l \right] & e^{\frac{q}{2}l} ik Z_0 \sinh \sqrt{\cdot} l \\ e^{-\frac{q}{2}l} \frac{ik}{Z_0} \sinh \sqrt{\cdot} l & e^{\frac{q}{2}l} \left[\sqrt{\cdot} \cosh \sqrt{\cdot} l - \frac{q}{2} \sinh \sqrt{\cdot} l \right] \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$\text{mit } \sqrt{\cdot} := \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - k^2}. \quad (3.21)$$

Die Determinante $|\mathbf{M}|$ ist Eins, d.h. die elektromagnetische Energie bleibt während des Streuvorgangs am System erhalten. Für $q = 0$ erhält man die Lösung für eine gleichförmige Leitung.

Die Matrixelemente der analytischen Lösung können wieder in einem Π -Ersatzschaltbild wie in Abb. 3.1 dargestellt werden. Die frequenzabhängigen Impedanzen berechnen sich nach

$$Z_3 = M_{12} = \frac{Z}{\sqrt{\cdot}} \quad (3.22)$$

$$Z_2 = \frac{M_{12}}{M_{11} - 1} = \frac{Z}{e^{-\frac{q}{2}l} \left(\sqrt{\cdot} \cosh \sqrt{\cdot} l + \frac{q}{2} \sinh \sqrt{\cdot} l \right) - \sqrt{\cdot}} \quad (3.23)$$

$$Z_1 = \frac{M_{12}}{M_{22} - 1} = \frac{Z}{e^{\frac{q}{2}l} \left(\sqrt{\cdot} \cosh \sqrt{\cdot} l - \frac{q}{2} \sinh \sqrt{\cdot} l \right) - \sqrt{\cdot}} \quad (3.24)$$

$$\text{mit } Z := e^{\frac{q}{2}l} ik Z_0 \sinh \sqrt{\cdot} l. \quad (3.25)$$

Damit kann im Frequenzbereich die gesamte exponentielle Leitung durch nur ein Ersatzschaltbild simuliert werden. Allerdings kann dadurch nicht mehr der Spannungsverlauf entlang der gesamten Leitung untersucht werden. Strom und Spannung stehen nur noch an den Enden der Leitung zur Verfügung, sie stimmen dort aber mit den simulierten Werten aus Abb. 3.6 überein.

3.4 Transmission und Reflexion eines periodischen Gitters

In den folgenden Kapiteln werden periodische Gitter als Tunnelstrukturen verwendet. Die Eigenschaften dieser Strukturen, wie z.B. die Lage und Tiefe der Bandlücken, können im Frequenzbereich mit Hilfe der Beugungstheorie analytisch untersucht werden. Es werden hier die Ergebnisse für die Reflexion R besprochen, die Transmission kann daraus unmittelbar über $T = \sqrt{1 - R^2}$ erhalten werden.

3.4.1 Theoretische Grundlagen

Für die Reflexion sind in erster Näherung nur die einmal reflektierten Anteile von Bedeutung. In diesem Fall kann die allgemeine Beugungstheorie mit 1. Bornscher Näherung angewandt werden [18]. Mehrfach gestreute Wellen werden dabei nicht berücksichtigt.

Die Reflexionen können mit Hilfe des *reziproken Gitters* bestimmt werden. Das reziproke Gitter wird normalerweise in der Festkörperphysik verwendet, um aus den Reflexionen von Photonen,

⁸d.h. die Lösung der Differentialgleichung (3.16) für den exponentiellen Wellenwiderstandsverlauf (3.18)

Elektronen oder Neutronen an der zu untersuchenden Struktur Rückschlüsse auf den Aufbau des Streusystems zu erhalten. Dabei wird angenommen, daß in der Struktur mehr oder weniger punktförmige Streuzentren vorhanden sind, deren Ausdehnung kleiner als die Wellenlänge der einfallenden Strahlung ist, und die dazu führen, daß eine einfallende ebene Welle kugelförmig in alle Richtungen gestreut wird. Zwischen den einzelnen Streuzentren befindet sich normalerweise Vakuum⁹, die gestreuten Wellen breiten sich daher kugelförmig und mit Lichtgeschwindigkeit aus. Abhängig von der Wegdifferenz erfolgt die Überlagerung der gestreuten Wellen in bestimmten Richtungen konstruktiv und ergibt einen Reflex.

Bei einem dreidimensionalen Streusystem treten Reflexionen¹⁰ bei einer bestimmten Einstrahlungsfrequenz und festen Position des Kristalls nur in ganz bestimmten Raumrichtungen auf. Beim hier untersuchten eindimensionalen photonischen Gitter gibt es dagegen als einzige mögliche Reflexionsrichtung nur die Richtung entgegengesetzt zur Einfallsrichtung. Deshalb werden Reflexionen im allgemeinen nur dann beobachtbar sein, wenn die einfallende Wellenlänge variiert wird.

Eine einfallende Welle wird bei der zu untersuchenden Struktur nur an den Übergangsstellen Luft/Plexiglas bzw. Plexiglas/Luft gestreut. Die gestreute Welle läuft innerhalb der Plexiglas-Abschnitte mit der verminderten Geschwindigkeit c/n im Medium. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, werden bei den folgenden Überlegungen als Längen immer die *optischen Längen* verstanden. Dies gilt insbesondere auch für die Gesamtlänge der Elementarzelle, die sowohl aus Plexiglas als auch aus Luft besteht.

Als letzten Unterschied zur herkömmlichen Beugungstheorie an Kristallstrukturen sei darauf hingewiesen, daß bei der Streuung am Übergang Plexiglas/Luft *kein Phasensprung* von der Größe π auftritt. Dieser tritt nur bei einer Reflexion am optisch dichteren Medium auf. Er muß in der herkömmlichen Beugungstheorie nicht explizit berücksichtigt werden, da er dort bei jeder Streuung auftritt, weil zwischen den einzelnen Streuern kein Medium vorhanden ist.

Streubedingung

Betrachten wir eine periodische Struktur, deren Elementarzelle sich mit einer Periode d wiederholt, Abb. 3.7 (links). Alle Längen und Abstände sind effektive Längen, die sich aus der geometrischen Länge, multipliziert mit dem Brechungsindex n des Materials, ergeben. Die von der Struktur erzeugten Reflexionen können besonders einfach untersucht werden, indem man von den Elementarzellen der Ortsraumdarstellung zur Impulsraumdarstellung des reziproken Gitters übergeht [18]. Das zugehörige reziproke Gitter hat die Periode $g = 2\pi/d$, die Punkte des reziproken Gitters $G = h \cdot g$ liegen bei Vielfachen von g (mit $h = \pm 1, \pm 2, \dots$).

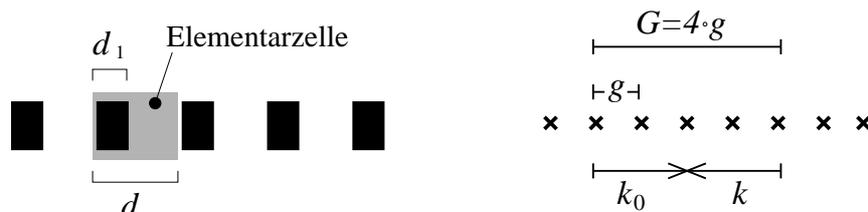


Abbildung 3.7: Links: Periodische Struktur mit Periode d . Die Elementarzelle besteht aus Plexiglas der optischen Dicke d_1 und einer Luftschicht. Innerhalb der Elementarzelle entstehen Reflexionen an den Stellen 0 und d_1 . Rechts: Reziprokes Gitter der Basis $g = 2\pi/d$. Reflexionen treten auf, wenn der Streuvektor $k - k_0$ gerade ein reziproker Gittervektor G ist.

⁹bzw. keine Substanz, die als effektives Medium wirken könnte

¹⁰Braggreflexe

Betrachtet man die Reflexion einer einfallenden Welle k_0 an einer periodischen Struktur, so treten Beugungsreflexe k dort auf, wo der Streuvektor $k - k_0$ ein Punkt des reziproken Gitters G ist, siehe Abb. 3.7 (rechts):¹¹

$$G \stackrel{!}{=} k - k_0 \quad (3.26)$$

Im hier betrachteten System Plexiglas/Luft erfolgt die Streuung elastisch, d.h. es tritt während des Reflexionsvorgangs kein Energieverlust durch Absorption auf. Dadurch bleibt die Wellenlänge von einfallender und reflektierter Welle gleich, es gilt $k = k_0 = 2\pi/\lambda$. Starke Beugungsreflexe sollten nach (3.26) daher für die Wellenlängen λ_h bzw. die Frequenzen f_h auftreten:

$$\lambda_h = \frac{2d}{h} \quad \text{bzw.} \quad f_h = h \cdot \frac{c}{2d} \quad \text{mit} \quad h = 1, 2, \dots \quad (3.27)$$

Struktur- und Atomformfaktor

Die Streubedingung (3.27) folgt aus der Gitterperiodizität d der einzelnen Elementarzellen. Sie besagt zunächst nur, welche Reflexionen prinzipiell auftreten können. Die Intensität ρ_h der einzelnen Reflexionen—und somit ihr tatsächliches Auftreten—hängt aber noch vom Aufbau der Elementarzelle ab, der durch den sogenannten Struktur- und den Atomformfaktor beschrieben wird:

$$S_h = \frac{1}{V_Z} \sum_{\alpha} e^{-iG \cdot r_{\alpha}} \int \rho_{\alpha}(r') e^{-iG \cdot r'} dr' \quad (3.28)$$

Das Integral entspricht dem *Atomfaktor*. Der Faktor $1/V_Z$ normiert die Streuung auf das Volumen bzw. die Länge der Elementarzelle. Das Integral erstreckt sich jeweils über den Bereich einer Streustelle und erfaßt das Reflexionsverhalten der einzelnen Stellen α . Im Fall der periodischen Struktur aus Plexiglasplatten und Luft geschieht die Streuung innerhalb der Elementarzelle nur an den beiden diskreten Stellen 0 und d_1 , vergleiche Abb. 3.7. Das Integral ist daher proportional zum Reflexionsfaktor R an der betrachteten Stelle r_{α} :

$$R = \frac{n-1}{n+1} = 0.231 \quad \text{für Plexiglas/Luft} \quad (3.29)$$

Hierbei ist zu beachten, daß die Stelle d_1 den Übergang vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium darstellt. Die reflektierten Wellen erhalten dadurch einen zusätzlichen Phasensprung von $+\pi$, der im folgenden durch einen negativen Reflexionsfaktor $-R$ berücksichtigt wird. Die Summe in (3.28) addiert die Streuungen aller Streuzentren α der Elementarzelle. Sie entspricht dem *Strukturfaktor*

$$S_h \sim \sum_{\alpha} R_{\alpha} e^{-iG \cdot r_{\alpha}} = -R e^{-iG \cdot 0} + R e^{-iG \cdot d_1} = R \left[e^{-iG d_1} - 1 \right] \quad (3.30)$$

Setzt man schließlich noch den reziproken Gittervektor $G = h \cdot 2\pi/d$ ein, ergibt sich für $h = 1, 2, \dots$

$$S_h \sim R \left[e^{-i2\pi \frac{d_1}{d} h} - 1 \right] \quad \text{bzw.} \quad |S_h|^2 \sim 2R^2 \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{d_1}{d} h \right) \right] \quad (3.31)$$

¹¹Die endliche Länge einer realen Struktur bewirkt, daß die Punkte des reziproken Gitters zu ausgedehnten Bereichen 'aufweichen', in denen die Bedingung (3.26) nicht nur von einer scharfen Frequenz bzw. Wellenlänge erfüllt wird.

Diese Funktion beschreibt die Intensität der Reflexionen, die nach (3.27) bei allen Vielfachen h der Grundfrequenz $f_1 = c/2d$ auftreten. Im nächsten Abschnitt wird mit dieser Beziehung das Reflexionsverhalten sowohl einer idealen $\lambda/4$ -Struktur als auch der in den Experimenten verwendeten Struktur untersucht.

3.4.2 Anwendung: Ideale und nichtideale $\lambda/4$ -Struktur

Bei einer $\lambda/4$ -Struktur entsprechen die Schichtdicken $d_1 = \lambda/4$ einem Viertel der Wellenlänge der Frequenz $f_1 = c/4nd_1$. Einfallende Wellen dieser Frequenz werden durch Interferenz fast vollständig reflektiert, der transmittierte Anteil nimmt exponentiell mit der Anzahl der Schichten ab.

Es wird zunächst eine ideale $\lambda/4$ -Struktur simuliert. Die Elementarzelle besteht aus zwei Schichten Plexiglas $d_{\text{Plexi}} = 5$ mm und Luft $d_{\text{Luft}} = 8$ mm, die die gleiche optische Dicke $d_1 = 8$ mm besitzen. Die optische Breite der Elementarzelle ist somit $d = 16$ mm, die Resonanzen sind nach (3.27) für Vielfache der Grundfrequenz $f_1 = c/2d = 9.38$ GHz zu erwarten. Allerdings wird wegen $d_1/d = 1/2$ der Strukturfaktor (3.31) für alle geradzahigen h Null. Es treten nur die *ungeradzahigen* Reflexionsmaxima auf, für die der Strukturfaktor 1 ist. In Abbildung 3.8 ist links der Strukturfaktor für Vielfache der Grundfrequenz dargestellt, er liegt abwechselnd bei 0 und 1. Zur besseren Darstellung wurden die diskret auftretenden Werte durch Hilfslinien verbunden (blaue Linien). Zusätzlich wurden die Reflexionen für alle dargestellten Frequenzen numerisch simuliert und im Diagramm dargestellt.¹² An den berechneten Stellen ergeben beide Verfahren die gleichen Werte für die Reflexion.

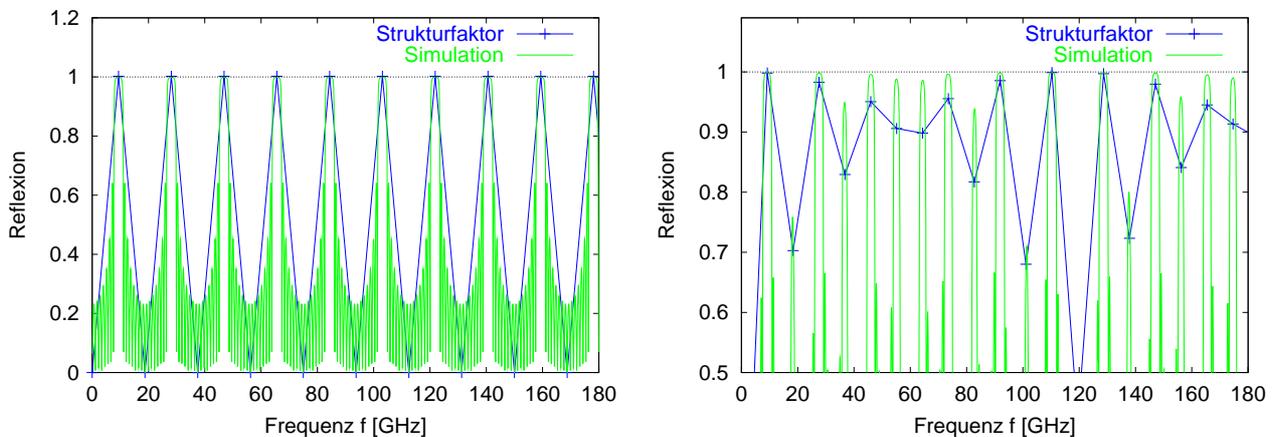


Abbildung 3.8: Vergleich der simulierten Reflexionen und den Vorhersagen der Streutheorie. Links: Ideale $\lambda/4$ -Struktur mit $d = 16$ mm, beide Schichten besitzen gleiche optische Länge $d_1 = d_{\text{Luft}} = 8$ mm, $d_{\text{Plexi}} = 5$ mm. Aufgrund der Streubedingung sind Reflexionen jeweils bei Vielfachen der Grundfrequenz 9.38 GHz zu erwarten, es treten jedoch nur ungeradzahige Vielfache auf, da der Strukturfaktor (3.31) wegen $d = 2d_1$ für alle geradzahigen h Null wird. Rechts: Reales Gitter mit $d_1 = 1.6 \cdot 4.7$ mm, $d = d_1 + 8.8$ mm. Hier treten auch geradzahige Reflexionen auf, ihre Intensität variiert gemäß (3.31). Die Vernachlässigung der Vielfachreflexionen in der Streutheorie führt zu den Abweichungen von der Simulation.

Anschließend wird das real verwendete photonische Gitter untersucht und simuliert. Die optische Länge einer Plexiglasschicht ist $d_1 = 1.6 \cdot 4.7$ mm, zusammen mit der Luftschicht ergibt das für die Elementarzelle die optische Länge $d = d_1 + 8.8$ mm = 16.32 mm. Damit erhält man eine leicht geänderte Grundfrequenz von $f_1 = c/2d = 9.19$ GHz. Weil d nun kein Vielfaches von d_1 mehr ist, treten nun auch die ungeradzahigen Reflexionsmaxima auf, Abb. 3.8 (rechts). Die

¹²Das Simulationsverfahren wird später erläutert.

Stärke der Reflexionsmaxima wird durch die Funktion (3.31) moduliert, die Modulation wiederholt sich nach 120 GHz. Der simulierte Reflexionsverlauf zeigt ein ähnliches Verhalten, die neu hinzugekommenen ungeradzahigen Reflexionsmaxima variieren in ihrer Stärke. Allerdings weicht ihre absolute Höhe von der theoretischen Vorhersage ab. Die tatsächlich auftretende Reflexion ist stets größer als der mit (3.31) berechnete Wert.

Ursache hierfür ist, daß die Streutheorie nur Einfachreflexionen an jeder Elementarzelle berücksichtigt. Die Vernachlässigung der Vielfachreflexionen führt zu den Abweichungen in der Reflexionshöhe, gemäß Streutheorie wäre jeweils nur eine geringere Reflexionsstärke zu erwarten. In der eindimensionalen Struktur müssen aber Reflexionen an weiter hinten liegenden Elementarzellen zunächst auch alle vorgelagerten Zellen durchqueren, werden dabei bereits teilweise reflektiert und verstärken somit die Gesamtreflexion.

Die Ergebnisse für die Größe der Reflexion R können unter Verwendung der Beziehung $|T|^2 = 1 - |R|^2$ auch zur Bestimmung der Transmission T der Struktur angewandt werden. Dabei werden die Maxima der Reflexion zu photonischen Bandlücken in der Transmission.

3.5 Reflexions- und Transmissionsdauer

3.5.1 Theoretische Grundlagen

Die Streuparameter entsprechen den Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizienten, aus ihnen erhält man die Phasenzeiten bzw. Gruppenlaufzeiten τ für Reflexion bzw. Transmission als Ableitungen der Phasen

$$\tau_{r_+} = \frac{d}{d\omega} \arg(r_+), \quad \tau_{r_-} = \frac{d}{d\omega} \arg(r_-), \quad \tau_t = \frac{d}{d\omega} \arg(t). \quad (3.32)$$

Zwischen den Verzögerungszeiten für die Reflexionen und die Transmission einer Struktur gilt folgender Zusammenhang [24]

$$\tau_t = \frac{\tau_{r_+} + \tau_{r_-}}{2}, \quad (3.33)$$

d.h. die Gruppenlaufzeit für die Transmission ergibt sich als Mittelwert der Gruppenverzögerungen der Reflexionen. Dies gilt sowohl innerhalb einer evaneszenten Tunnelregion als auch für einen Bereich mit normaler Wellenausbreitung.

Unsymmetrische Strukturen besitzen in beiden Richtungen unterschiedliche Reflexionszeiten τ_{r_+} und τ_{r_-} . Eine Reflexionszeit τ_{r_+} , die viel größer als die Transmissionszeit τ_t ist, kann dabei bewirken, daß die Reflexion an der anderen Seite der Struktur eine *negative* Zeit $\tau_{r_-} < 0$ dauert. Dies entspricht einer negativen Geschwindigkeit in der Signalausbreitung. Die Bedeutung von negativen Geschwindigkeiten und Gruppenverzögerungen wird in Kapitel 7 näher erläutert.

3.5.2 Symmetrische und unsymmetrische Strukturen

Die drei Tunnelstrukturen in Abbildung 3.9 bestehen jeweils aus acht Plexiglasplatten und weisen im Bereich der Bandlücke die gleiche Transmissionsdämpfung auf ca. 5% auf. Die beiden oberen Strukturen besitzen die gleiche geometrische Länge, die optische Länge der mittleren

Struktur ist aber durch den Einsatz eines Plexiglas-Resonators vergrößert. Bei der unteren Struktur wurden sowohl die geometrische als auch die optische Länge vergrößert.¹³

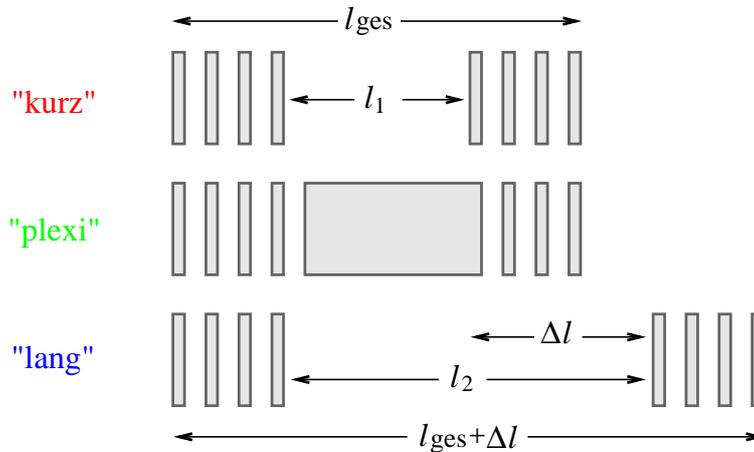


Abbildung 3.9: Tunnelstrukturen unterschiedlicher geometrischer und optischer Länge: Alle Strukturen bestehen aus acht Platten Plexiglas und weisen in der Bandlücke die gleiche Transmissionsdämpfung auf, vgl. Abb. 3.10 (oben links). Die beiden oberen Strukturen „kurz“ und „plexi“ haben (fast) die gleiche Gesamtlänge $l_{\text{ges}} \approx 27.5$ cm, aber unterschiedlich lange optische Wege. Bei der unteren Struktur „lang“ wurde sowohl der optische Weg als auch die Gesamtlänge um $\Delta l = 0.188$ cm vergrößert. Die mittlere Struktur ist unsymmetrisch, links und rechts des Plexiglas-Resonators befinden sich unterschiedlich viele Plexiglasplatten. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Reflexionszeiten an beiden Seiten der Struktur, die auch negativ werden können, vgl. Abb. 3.10.

Die Transmissionen der Strukturen sind in Abb. 3.10 (oben links) gezeigt, die Transmissions- und Reflexionszeiten in beide Richtungen in den weiteren Diagrammen. Alle Strukturen weisen gleiche Transmissionszeiten für beide Einstrahlrichtungen auf. Desweiteren sind bei den symmetrischen Strukturen „kurz“ und „plexi“ auch die Reflexionszeiten gleich, d.h. die Phasenzeiten für S_{11} , S_{12} , S_{21} und S_{22} liegen alle übereinander. Die unsymmetrische Struktur „lang“ besitzt außerhalb des Tunnelbereichs verschiedene Reflexionszeiten, deren Mittelwert gemäß (3.33) wieder die Transmissionszeit ergibt.

Im Tunnelbereich, z.B. um 10.5 GHz, besitzen alle drei Strukturen eine ähnliche Transmissions- bzw. Tunnelzeit von $\tau_t \approx 120$ ps. Da die beiden oberen Strukturen „kurz“ und „plexi“ die gleiche geometrische Länge $l = 27.5$ cm besitzen, durchquert ein Signal in diesem Frequenzbereich sie mit der Gruppengeschwindigkeit $l/\tau_t \approx 8 c$. Bei der unteren Struktur „lang“ wurde der Resonator und damit die Gesamtlänge auf $l = 45.9$ cm vergrößert. Die größere Gesamtlänge führt zu einer Gruppengeschwindigkeit von $11 c$, allerdings wird gleichzeitig das Frequenzband, in dem überlichtschnelle Übertragung möglich ist, schmaler, siehe Abb. 3.10 (oben links).

Außerhalb des Tunnelbereichs, z.B. oberhalb bei 13 GHz, besitzen alle Strukturen unterschiedliche Laufzeiten. Der hochfrequente Bereich oberhalb der Tunnelregion ist besonders für die Ausbreitung einer Signalfont von Bedeutung, gemäß (2.5) muß dazu der Grenzwert für hohe Frequenzen existieren. Dieser Grenzwert existiert nicht, wenn in den Simulationen ein konstanter, frequenzunabhängiger Brechungsindex der Plexiglasplatten von $n = 1.6$ angenommen wird, weil die Struktur dann auch für beliebig hohe Frequenzen immer neue Bandlücken aufweist, vgl. Abschnitt 3.4.¹⁴

¹³Geometrie der Anordnungen: Dicke der Plexiglasplatten 4.7 mm, Luftspalte 7.52 mm, Luft-Resonator $l_1 = 18.8$ cm, Plexiglas-Resonator 19.27 cm, breiter Luft-Resonator $l_2 = 37.6$ cm, Verlängerungsstrecke $\Delta l = 18.8$ cm. Gesamtlängen der Strukturen: „kurz“ 27.1 cm, „plexi“ 27.8 cm, „lang“ 45.9 cm

¹⁴Der Brechungsindex von Plexiglas $n(\omega)$ ist frequenzabhängig und geht für hohe Frequenzen gegen Eins. Die Struktur verliert dadurch ihre Tunneleigenschaft und es treten keine weiteren Bandlücken mehr auf.

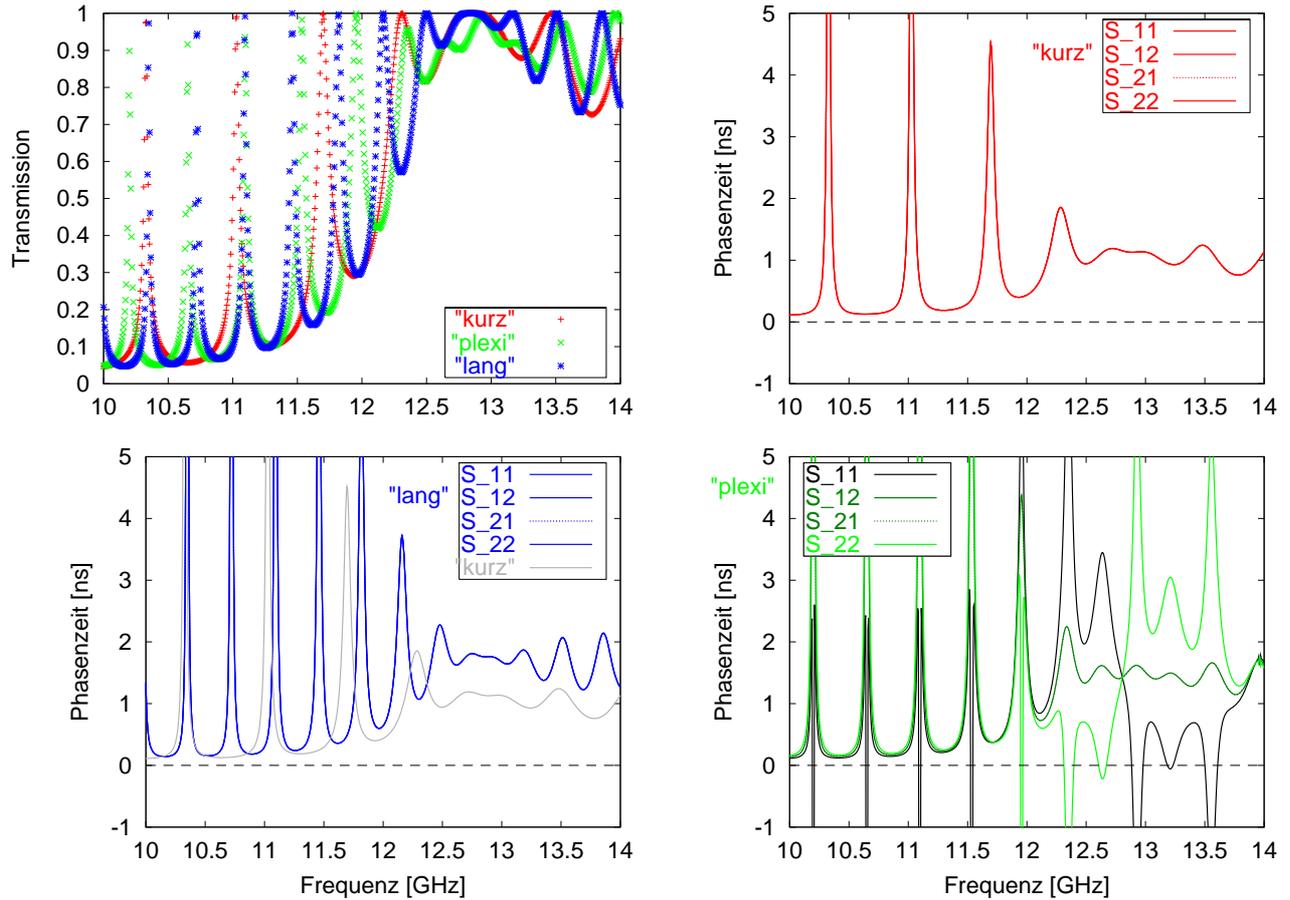


Abbildung 3.10: Oben links: Transmissionsdämpfung der Strukturen aus Abb. 3.9. Die weiteren Diagramme zeigen die Phasenzeiten der Strukturen. Bei den *symmetrischen Strukturen* „kurz“ und „lang“ liegen Transmissions- und Reflexionszeiten stets auf der gleichen Kurve. In der Bandlücke beträgt die Tunnelzeit beider Strukturen ca. 120 ps, außerhalb der Tunnelregion sind die Transmissions- und Reflexionszeiten der Struktur mit dem verlängerten Resonator „lang“ größer (unten links). Die Struktur „plexi“ zeigt das gleiche Verhalten für die Transmission (S_{12} bzw. S_{21}), d.h. in der Tunnelregion ist die Transmissionszeit 120 ps, außerhalb entspricht sie der Laufzeit durch Plexiglas und Luft (unten links). Die *Reflexionszeiten an der unsymmetrischen Struktur* „plexi“ entsprechen nur im Tunnelbereich den Transmissionszeiten, außerhalb des Tunnelbereichs und in den Resonanzen unterscheiden sich beide Reflexionszeiten und werden abwechselnd auch negativ.

Sind in einem frequenzbandbegrenzten Signal, dessen Spektrum im wesentlichen in einer Bandlücke liegt, zusätzlich scharfe Einschaltspünge enthalten, z.B. verursacht durch eine Signalfont, dann ist für die Signalausbreitung auch der Frequenzbereich unmittelbar oberhalb der Bandlücke von Bedeutung. In diesem Durchlaßbereich sind die Phasenzeiten der Strukturen ca. $\tau_{\text{kurz}} = 1.1$ ns, $\tau_{\text{plexi}} = 1.6$ ns und $\tau_{\text{lang}} = 1.7$ ns, daraus ergeben sich die Ausbreitungsgeschwindigkeiten $v_{\text{kurz}} = 0.8 c$, $v_{\text{plexi}} = 0.6 c$, und $v_{\text{lang}} = 0.9 c$. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.1 zusammengefaßt.

Bei der Simulation der unsymmetrischen Struktur „plexi“ fällt auf, daß sich die Reflexionszeiten S_{11} und S_{22} in beiden Richtungen unterscheiden, während die Transmissionszeiten weiter übereinander liegen. Die Reflexionszeiten verlaufen jeweils im gleichen Abstand zu den Transmissionszeiten, sodaß ihr Mittelwert immer die Transmissionszeit ergibt, siehe auch Gl. (3.33). In den Resonanzen innerhalb der Bandlücke wird immer die Reflexionszeit an der linken Seite der Struktur negativ, außerhalb der Bandlücke werden abwechselnd beide Reflexionszeiten kleiner als Null, siehe Abb. 3.10 (unten rechts).

Strukturen, die auch in *Transmission* negative Phasenzeiten aufweisen, werden später in Kapitel 7 vorgestellt. Zunächst wird besprochen, wie die hier vorgestellten Strukturen auch im

Zeitbereich simuliert werden können, um damit die Signalpropagation durch die Strukturen genauer zu analysieren.

Tabelle 3.1: Vergleich der Simulationsdaten der drei Strukturen aus Abb. 3.9: Geometrische Länge l , optische Gesamtlänge l_{eff} , Transmissionszeit im Bereich der Bandlücke $\tau_{10.5 \text{ GHz}}$ und oberhalb bei $\tau_{13.5 \text{ GHz}}$, sowie daraus resultierende Gruppengeschwindigkeiten $l/\tau = v_{10.5 \text{ GHz}}$ und $v_{13.0 \text{ GHz}}$.

Struktur	l	l_{eff}	$\tau_{10.5 \text{ GHz}}$	$\tau_{13.0 \text{ GHz}}$	$v_{10.5 \text{ GHz}}$	$v_{13.0 \text{ GHz}}$
„kurz“	27.1 cm	29.3 cm	111 ps	1130 ps	8.1 c	0.8 c
„plexi“	27.8 cm	48.1 cm	135 ps	1570 ps	6.9 c	0.6 c
„lang“	45.9 cm	48.1 cm	142 ps	1676 ps	10.8 c	0.9 c

Kapitel 4

Simulation im Zeitbereich

Im Zeitbereich kann das Verhalten eines linearen Systems durch seine Impulsantwortfunktion beschrieben werden. Die Impulsantwortfunktion enthält die Reaktion des Systems auf eine Anregung durch einen Delta-Impuls. Die Reaktion auf beliebige andere Eingangssignale $f(t)$ kann bestimmt werden, indem das Eingangssignal durch unterschiedlich gewichtete Delta-Impulse bzw. näherungsweise durch schmale Rechteckfunktionen der Höhe $f(t)$ dargestellt wird. Die zeitliche Überlagerung der einzelnen Impulsantworten auf jede Rechteck- bzw. Delta-Funktion ergibt die Gesamtreaktion des Systems [36].

4.1 Impulsantwort-Funktionen

Es werden zunächst die Impulsantwort-Funktionen $h(t)$ einer einzelnen Platte, der Elementarzelle einer $\lambda/4$ -Struktur und des resonanten Gitters bestimmt. Die Zeitskala wird dafür so eingerichtet, daß eine Zeiteinheit gerade der einfachen Laufzeit durch eine Platte bzw. durch einen Luftspalt entspricht.¹

4.1.1 Einzelne Platte

In Abbildung 4.1 (links) fällt zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Delta-Impuls der Höhe 1 von links auf eine Plexiglasplatte. An der Grenzfläche Luft/Plexiglas wird ein Teil R des Impulses reflektiert (hier nicht eingezeichnet), ein Teil T wird ins Medium durchgelassen. Nach der Laufzeit $\Delta t = 1$ erreicht der durchgelassene Teil die zweite Grenzfläche. Es wird erneut ein Teil R des einlaufenden Impulses zurück ins Medium reflektiert und ein Teil T hindurchgelassen. Nach $t = 1$ verläßt daher ein Impuls der Größe $T \cdot T$ die Struktur.

Der zurück ins Medium reflektierte Teil trifft nach der doppelten Laufzeit $\Delta t = 2$ und einer weiteren Reflexion an der ersten Grenzfläche erneut an der zweiten Grenzfläche ein. Hier wird zum Zeitpunkt $t = 3$ also ein Impuls der Größe $T \cdot R \cdot R \cdot T$ transmittiert.

Jeweils nach Vielfachen der doppelten Laufzeit $\Delta t = 2$, also zu den Zeiten $t = 5, 7, \dots$, treffen weitere Reflexionen an der zweiten Grenzfläche ein und verlassen die Struktur. Jeder Impuls ist durch die weiteren Reflexionen an hinterer und vorderer Grenzfläche um einen Faktor R^2 schwächer als sein Vorgänger. In Tabelle 4.1 sind alle Impulse $h_{\text{Platte}}(t)$, die die Plexiglasplatte zum Zeitpunkt t verlassen, noch einmal übersichtlich dargestellt.

¹Bei einer idealen $\lambda/4$ -Struktur besitzen Platte und Luftspalt gleiche *optische* Längen $n_1 d_1 = n_2 d_2$, d.h. gleiche Laufzeiten.

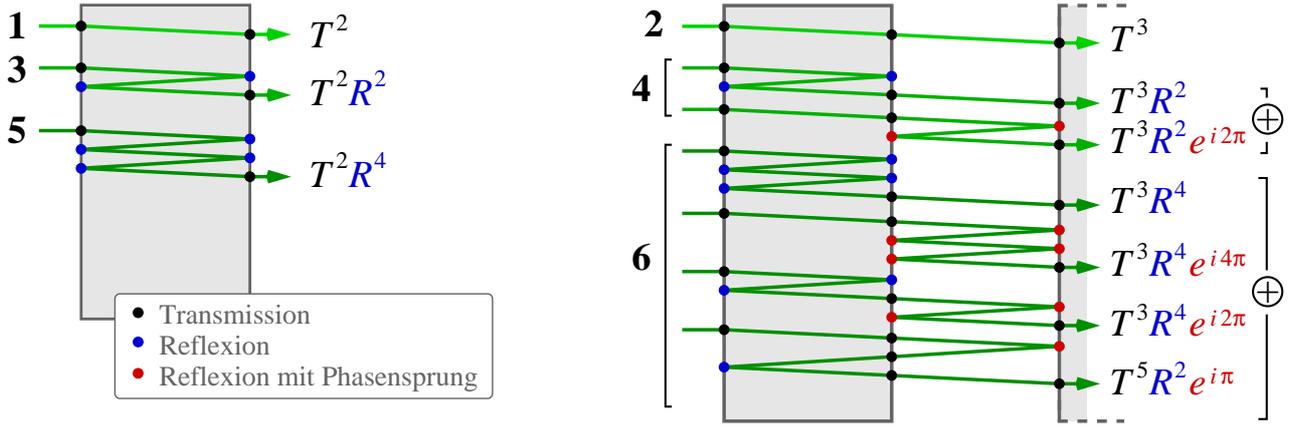


Abbildung 4.1: Vielfachreflexionen in einer halbdurchlässigen Platte (links) und innerhalb der Elementarzelle der $\lambda/4$ -Struktur (rechts). Die transmittierte Welle ergibt sich aus der Überlagerung aller gleichzeitig austretenden Vielfachreflexionen, in der Abbildung durch die \oplus -Zeichen angedeutet.

Tabelle 4.1: Impulsantwortfunktion $h_{\text{Platte}}(t)$ einer einzelnen Platte der Dicke d mit Brechungsindex n . Die Zeitskala wurde auf die einfache Laufzeit durch Platte normiert, als Reaktion auf die Anregung mit einem Delta-Impuls der Höhe Eins treten Vielfachreflexionen zu ungeradzahigen Zeiten aus der Platte aus, vgl. Abb. 4.1 (links).

Zeit t [nd/c]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_{\text{Platte}}(t)$		T^2		$T^2 R^2$		$T^2 R^4$		$T^2 R^6$...

(Plexiglas: $d = 4.7$ mm, $R = \frac{1.6 - 1}{1.6 + 1} = 0.231$, $T = \sqrt{1 - R^2} = 0.973$, Zeiteinheit $nd/c = 25$ ps)

Aus Tabelle 4.1 kann die Impulsantwortfunktion einer einzelnen Platte mit Brechungsindex n als analytische Funktion abgelesen werden:

$$h(t) = \begin{cases} T^2 R^{t-1} = R^{t-1} - R^{t+1}, & \text{für ungerade } t \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.1)$$

4.1.2 $\lambda/4$ -Struktur

Auf die gleiche Weise kann die Impulsantwortfunktion $h_{\lambda/4}(t)$ der Elementarzelle einer idealen $\lambda/4$ -Struktur bestimmt werden. In Abbildung 4.1 (rechts) fällt wieder zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Delta-Impuls der Höhe 1 von links auf die Struktur ein. Die Laufzeiten durch die Plexiglas- und Luftschicht sind aufgrund der gleichen optischen Länge identisch, an jedem Übergang wird der Impuls um den Faktor T geschwächt. Zur Zeit $t = 2$ verläßt daher ein Impuls der Höhe T^3 die Struktur.

Zum Zeitpunkt $t = 4$ verlassen gleichzeitig zwei Impulse die Struktur. Der erste Impuls wurde zweimal innerhalb der Plexiglasplatte reflektiert, der zweite dagegen im Luftspalt. Die beiden Reflexionen führen zusammen mit den drei Transmissionen bei beiden Impulsen zu einer Abschwächung auf $T^3 R^2$. Zusätzlich erfuhr der im Luftspalt reflektierte Impuls bei der Reflexion am dichteren Medium einen Phasensprung von π . Da dieser Phasensprung bei beiden Reflexionen auftritt, besitzt der im Luftspalt reflektierte Impuls schließlich wieder die gleiche Phase wie der im Plexiglas reflektierte Impuls. Der Gesamtimpuls, der die Struktur zum Zeitpunkt $t = 4$ verläßt, ist also die phasengleiche Überlagerung beider Impulse $2 T^3 R^2$.

Zum Zeitpunkt $t = 6$ treten vier Impulse aus der Struktur aus. In Abbildung 4.1 (rechts) wur-

den die obersten beiden Impulse entweder zweimal in Plexiglas oder zweimal in Luft hin- und herreflektiert. Der dritte wurde zunächst einmal im Plexiglas und anschließend ein weiteres mal im Luftspalt reflektiert. Für diese drei Impulse gilt das bereits im vorherigen Absatz besprochene, aufgrund der mehrfachen Hin- und Zurückreflexion besitzen sie jeweils die Stärke $T^3 R^4$. Der vierte Impuls durchquerte die gesamte Elementarzelle zweimal. Er wird dabei nur einmal am Übergang Luft/Plexiglas reflektiert, d.h. er erhält nur einen zusätzlichen Phasensprung π . Er hat die Stärke $T^5 R^2$ und aufgrund des Phasensprungs ist er gegenphasig zu den übrigen drei Impulsen. Die phasenrichtige Überlagerung aller Impulse, die zum Zeitpunkt $t = 6$ austreten, ergibt daher den Gesamtimpuls $(2+1) T^3 R^4 - T^5 R^2$. Die Tabelle 4.2 faßt die bis hierhin erhaltenen Ergebnisse für die $\lambda/4$ -Struktur zusammen.

Tabelle 4.2: Impulsantwort $h_{\lambda/4}(t)$ der Elementarzelle einer idealen $\lambda/4$ -Struktur, siehe Abb. 4.1 (rechts). Die Laufzeiten durch die Platte und den Luftspalt sind gleich groß, die Zeitskala wurde wieder auf diese Laufzeit normiert.

Zeit t [nd/c]	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$h_{\lambda/4}(t)$			T^3		$2T^3 R^2$		$3T^3 R^4 - T^5 R^2$...

Die Bestimmung der weiteren Impulse, die zu späteren Zeiten austreten, wird durch die ansteigende Anzahl der möglichen Reflexions- und Transmissionswege zunehmend aufwendiger. Die Impulsantwortfunktion kann aber durch eine Zeitbereichssimulation der Struktur gewonnen werden, in der die Struktur mit einer Delta-ähnlichen Funktion angeregt wird. Die Strukturen wurden dabei mit einem Rechteckimpuls angeregt, dessen Breite kleiner als die Laufzeit in einer Platte ist. Dadurch wird sichergestellt, daß sich reflektierte Anteile und Originalimpuls nicht überlagern können. Andererseits muß für die numerische Simulation die Impulslänge möglichst viele Zeitschritte betragen, damit der bei der Simulation auftretende Effekt der Kantenabrundung noch nicht zu groß wird und die Maximalwerte nicht beeinflußt. Abbildung 4.2 vergleicht die hier theoretisch bestimmten Impulsantwortfunktionen aus den Tabellen (schwarze Punkte) mit den Simulationen, die die Einzelreflexionen innerhalb der Platten nachbilden (grüne Linien).

4.1.3 Resonante Struktur

Mit Hilfe der Ergebnisse der $\lambda/4$ -Struktur können auch die ersten Terme der Impulsantwortfunktion $h_{\text{Struktur}}(t)$ der resonanten periodischen Plexiglas-Struktur in Abb. 4.3 (oben) bestimmt werden. Die Struktur besteht aus 8 Plexiglasplatten, 6 Luftspalten und einem zentralen Resonator, der die Länge von 25 Luftspalten besitzt. Die Laufzeit eines Impulses durch die gesamte Struktur ist daher $8 + 6 + 25 = 39$ Zeiteinheiten. Ein Impuls der Höhe 1 wird dabei an den $2 \cdot 8$ Übergängen Luft/Plexiglas bzw. Plexiglas/Luft auf T^{16} abgeschwächt.

Zwei Zeitschritte später, d.h. zu Zeitpunkt $t = 41$ verlassen Impulse die Struktur, die einmal innerhalb des Plexiglases bzw. eines Luftspaltes hin- und zurückreflektiert wurden. In der resonanten Struktur gibt es dafür $8 + 6$ mögliche Wege, die Einzelimpulse werden dabei auf $T^{16} R^2$ abgeschwächt. Der Gesamtimpuls ist daher $14 T^{16} R^2$.

Die Impulse, die zum Zeitpunkt $t = 43$ die Struktur verlassen, wurden zweifach hin- und zurückreflektiert. Dies entspricht den Impulsen, die die $\lambda/4$ -Struktur zum Zeitpunkt $t = 6$ verlassen, vgl. Abb. 4.1. Die obersten beiden Impulse wurden zweimal in Plexiglas bzw. zweimal in Luft hin- und herreflektiert. Bei der resonanten Struktur existieren dafür $8 + 6 = 14$ mögliche Pfade, die Transmission der einzelnen Impulse beträgt dabei $T^{16} R^4$. Der dritte Impuls wurde einmal im Plexiglas und einmal in Luft reflektiert. Die resonante Struktur bietet dazu

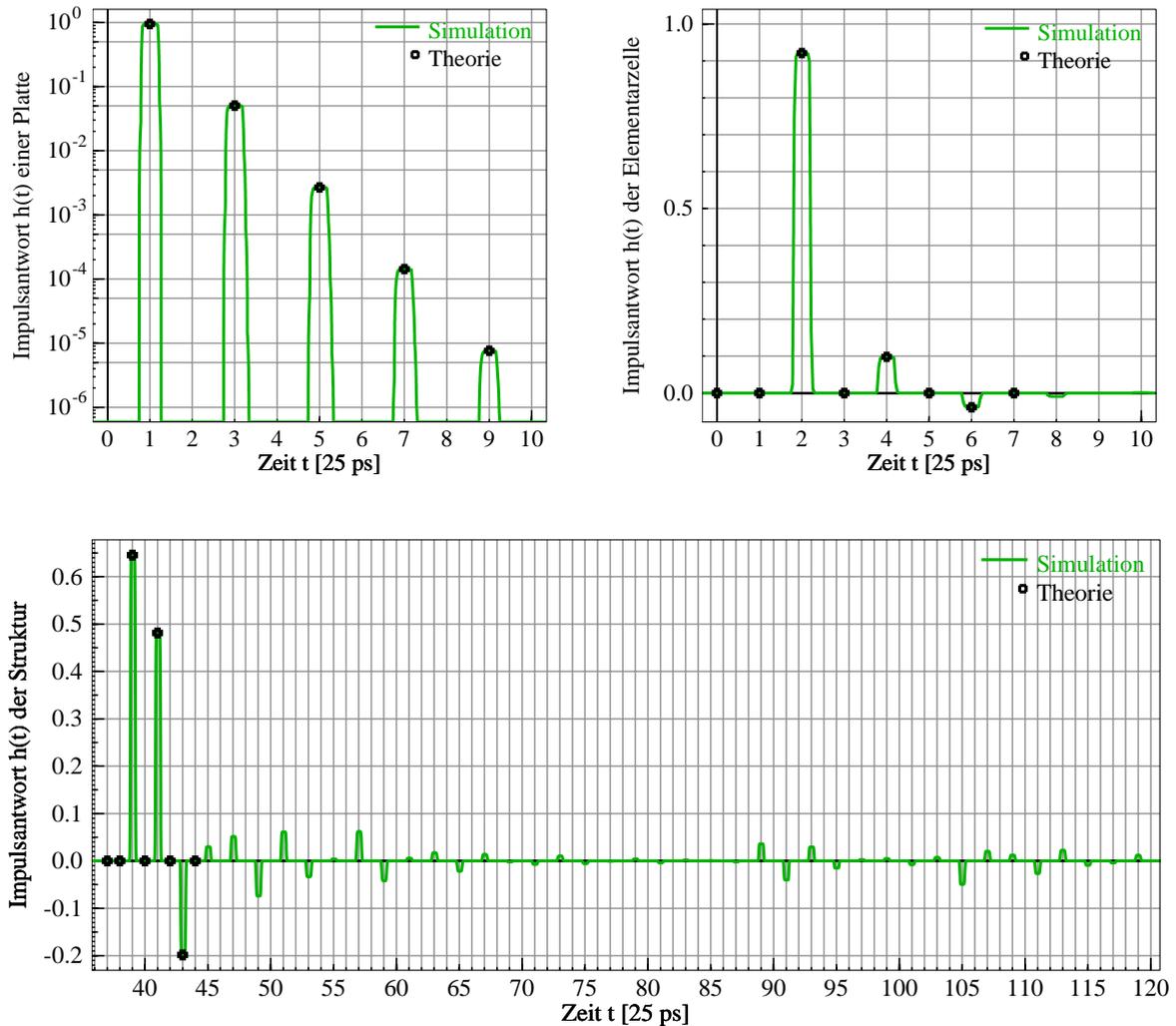


Abbildung 4.2: Vergleich von simulierten und theoretischen Werten: Impulsantworten einer Plexiglasplatte, der Elementarzelle und der resonanten periodischen Struktur. Für die Simulationen wurden die Delta-Funktionen durch Rechteckimpulse endlicher Breite und Höhe 1 ersetzt und mit den theoretischen Werten aus den Tabellen 4.1 - 4.3 verglichen.

$13 + 12 + 11 + \dots = 91$ Wege, die einen Impuls auf den gleichen Wert $T^{16}R^4$ abschwächen. Der vierte Impuls wird jeweils innerhalb der $\lambda/4$ -Elementarzelle reflektiert, die resonante Struktur bietet dazu 12 Möglichkeiten mit einer Abschwächung auf $T^{18}R^2$. Die letzteren 12 Impulse sind gegenüber den übrigen wieder um 180° phasenverschoben, d.h. sie müssen in der Gesamtsumme abgezogen werden. In der Tabelle 4.3 sind die Ergebnisse für die resonante Struktur zusammengefaßt.

4.2 Simulation: Einzelne Platte als Tunnelstruktur

Im folgenden wird eine einzelne Platte mit Brechungsindex n als Tunnelstruktur verwendet. Die Platte stellt für eine Trägerfrequenz f_0 eine Tunnelstruktur dar, wenn ihre Dicke $d = c/4nf_0$ ist. Die Eigenschaften der Platte können in einer Zeitbereichssimulation unter Verwendung der Impulsantwortfunktion (4.1) untersucht werden. Die Diagramme im Frequenzbereich wurden mit Hilfe später beschriebener Methoden erstellt, siehe Abschnitt 10.1, Gl. (10.5).

Tabelle 4.3: Impulsantwort $h_{\text{Struktur}}(t)$ der resonanten periodischen Plexiglas-Struktur aus Abb. 3.9 (oben). Die Breite des zentralen Resonators beträgt 25 Luftschichten, die einfache Laufzeit durch die Gesamtstruktur ist $8+6+25=39$ Zeiteinheiten.

Zeit t [nd/c]	37	38	39	40	41	42	43	44	45
$h_{\text{Struktur}}(t)$			T^{16}		$14 T^{16} R^2$		$(14+91) T^{16} R^4 - 12 T^{18} R^2$...

4.2.1 Transmission, Phase und Gruppengeschwindigkeit

Für ein Material mit Brechungsindex $n = 40$ erhält man eine Transmissionsdämpfung auf ungefähr 5%, siehe Abb. 4.3 (links). Zum Vergleich sind auch die Daten einer Plexiglasplatte mit $n = 1.6$ angegeben. Damit beide Strukturen für die gleiche Trägerfrequenz f_0 eine Tunnelstruktur darstellen, muß die Plexiglasplatte 25-fach breiter als die Platte mit $n = 40$ sein. Die Transmission der Plexiglasplatte beträgt im Minimum noch 90% des Eingangssignals, der Reflexionsfaktor an den Übergängen Plexiglas/Luft beträgt $R = 0.23$.

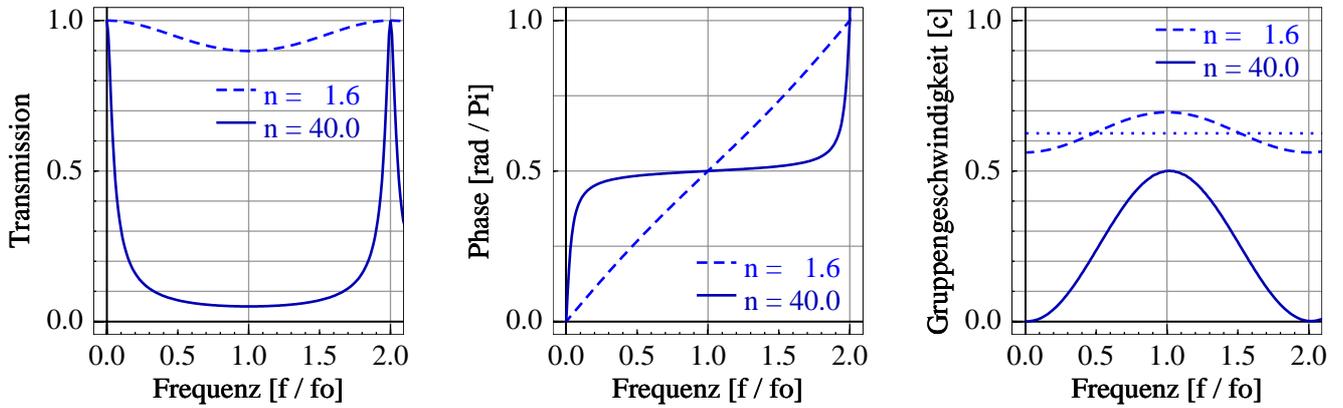


Abbildung 4.3: Transmission, Phasenverlauf und Gruppengeschwindigkeit einer Platte mit Brechungsindex $n = 1.6$ (Plexiglas) und $n = 40$. Die Plattendicke $d = c/4nf_0$ entspricht jeweils einem Viertel der Wellenlänge der Trägerfrequenz im Medium. Die Frequenzachse ist auf die Trägerfrequenz f_0 normiert. Links: Die Transmission der Platte $n = 40$ entspricht mit 5% ungefähr der Dämpfung einer periodischen Struktur aus acht Plexiglasplatten. Rechts: Die Gruppengeschwindigkeit der Plexiglasplatte (gestrichelte Linie) schwingt um den Wert $c/1.6$ (punktiert), die Platte $n = 40$ führt aufgrund ihrer 25-fach größeren optischen Länge nur zu $0.5 c$. Verwendet man anstelle der Platte ein Fabry-Perot-Interferometer aus zwei halbdurchlässigen Spiegeln mit gleichen Reflexionsfaktoren $R = (40-1)/(40+1)$, dann erhält man über die gleiche Distanz maximal 20-fache Lichtgeschwindigkeit.

Die mittlere Abbildung zeigt die Phasenverläufe beider Platten. Der Phasenverlauf der Plexiglasplatte unterscheidet sich nur geringfügig von einer Ausbreitung im Freiraum. Der flache Verlauf der Platte mit Brechungsindex $n = 40$ läßt dagegen zunächst eine deutlich höhere Gruppengeschwindigkeit als bei Freiraumausbreitung erwarten. Allerdings zeigt die rechte Abbildung, daß dies nicht zutrifft. Die maximale Gruppengeschwindigkeit in der Platte mit $n = 40$ beträgt nur $0.5 c$ und liegt damit unter der Gruppengeschwindigkeit innerhalb der Plexiglasplatte. Die Zeit τ , die ein Wellenpaket zur Durchquerung der Platten benötigt, ergibt sich als Ableitung der hier aufgetragenen Phasen nach der Kreisfrequenz ω . In die Berechnung der Gruppengeschwindigkeit $v_{\text{gr}} = l/\tau$ fließt außerdem auch die Länge der jeweiligen Struktur ein. Die 25-fache Länge der Plexiglasplatte bewirkt also, daß die Gruppengeschwindigkeit hier letztlich höher als im Medium $n = 40$ ist.

Eine einzelne Platte besitzt Reflexionsstellen jeweils nur an Eingang und Ausgang. Durch Ände-

rung des Brechungsindex kann die Tiefe der Transmissionslücke variiert werden. Die Breite der Bandlücke ist bei einer solchen einzelnen Platte maximal, d.h. Systeme mit mehr als zwei Reflexionsstellen, wie z.B. Strukturen aus mehreren Platten, besitzen—bei gleicher Dämpfung—schmalere Transmissionslücken. Die Bandlücke wird nur von den scharfen Resonanzen unterbrochen, die bei geradzahigen Vielfachen der Trägerfrequenz auftreten, vgl. Abb. 4.3 (links).

4.2.2 Signalübertragung

In Abbildung 4.3 wurde gezeigt, daß für die Signalübertragung durch eine Platte mit Brechungsindex $n = 40$ keine überlichtschnelle Gruppengeschwindigkeit zu erwarten ist. Im folgenden wird daher auf das Medium innerhalb der Platte verzichtet, es werden nur die Reflexionsstellen $R = (40 - 1)/(40 + 1) = 0.95$ an Eingang und Ausgang der Platte berücksichtigt. Dieser Aufbau entspricht einem *Fabry-Perot-Interferometer* aus zwei halbdurchlässigen Spiegeln im Abstand d mit Reflexionsfaktor R . Das Interferometer besitzt bei gleicher Anregungsfrequenz f_0 denselben flachen Phasenverlauf wie die Platte mit $n = 40$, erzeugt aber aufgrund seiner 40-fachen geometrischen Länge Gruppengeschwindigkeiten bis $20 c$.

Anregung durch Trägerfrequenz

Das Interferometer wird zunächst nur mit der Trägerfrequenz f_0 angeregt, Abb. 4.4 (links). Auf der rechten Seite sind die Reaktionen der Tunnelstruktur dargestellt. In der oberen Abbildung beginnt der Träger stetig beim Wert Null. Die Reaktion der Struktur zeigt einen Einschwingvorgang, in dem sich die Transmission auf 5% des Eingangswertes einpendelt.

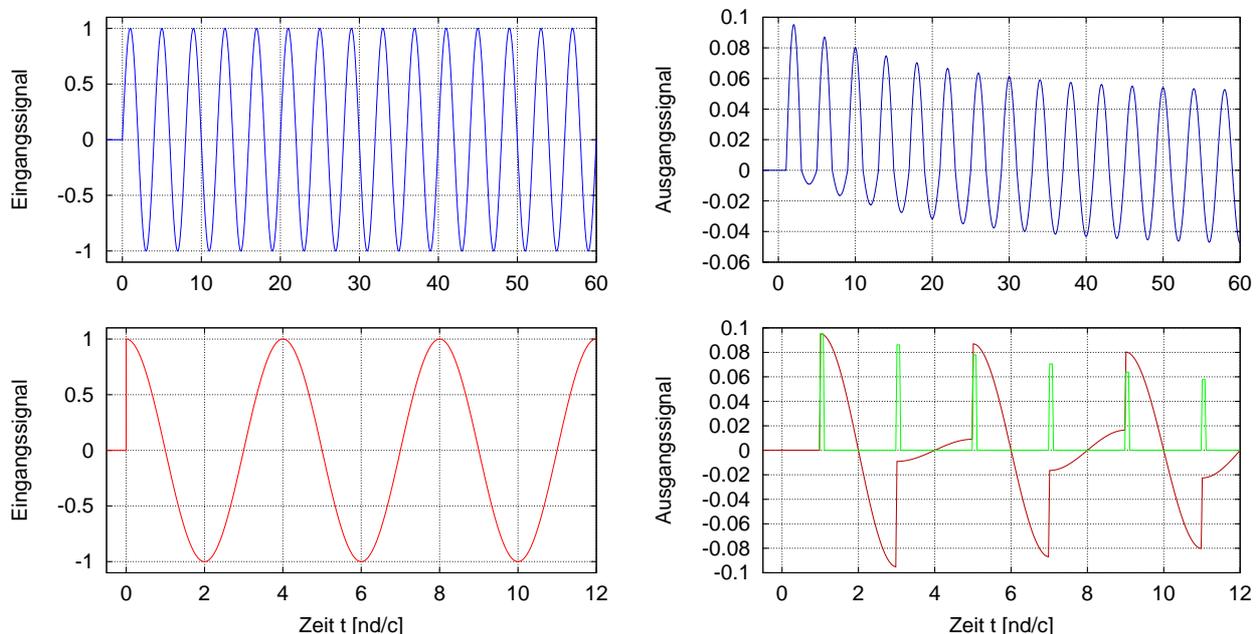


Abbildung 4.4: Reaktion eines Fabry-Perot-Interferometers mit Reflexionsfaktoren $R = 0.95$ auf eine Anregung durch ein sinusförmiges Signal im Zentrum der Bandlücke. Links: Das Eingangssignal beginnt stetig (oben) und mit einem Sprung (unten). Rechts: Das Ausgangssignal fällt nach einem Einschwingvorgang auf ca. 5% des Eingangswertes ab (oben). Der Einschaltssprung im unteren Signal wird im Interferometer reflektiert und tritt im Ausgangssignal mehrfach auf, die grüne Impuls-Folge entspricht der Delta-Funktion an der Sprungstelle.

In den unteren Simulationen der Abb. 4.4 beginnt der Träger mit einem Sprung auf den Wert Eins. Dieser Sprung wird innerhalb der Struktur vielfach reflektiert und tritt nach jeweils der

doppelten Laufzeit in der Reaktion der Struktur auf. Die Gesamtreaktion der Struktur besteht aus einer Überlagerung dieser Sprungfunktion mit dem anschließend folgenden Signal. Die grüne Kurve zeigt das Verhalten der Struktur bei Anregung durch einen Delta-Impuls gleicher Höhe. Der Delta-Impuls wird, ähnlich wie der Einschaltspung, mehrfach in der Struktur reflektiert und tritt an den gleichen Stellen des Ausgangssignals auf.

Anregung durch amplitudenmoduliertes Signal

Zur Signalübertragung wird die Trägerfrequenz nun mit einem gaußförmigen Signal amplitudenmoduliert. Wegen des sehr breiten Transmissionsdämpfungsbereichs einer einzelnen Platte kann dazu ein kurzer Impuls verwendet werden, der nur aus wenigen Schwingungen der Trägerfrequenz besteht. Der modulierte Impuls ist das Eingangssignal des Fabry-Perot-Interferometers. Abbildung 4.5 (links) zeigt den Eingangsimpuls sowie die Reaktion des Interferometers. Man erkennt, daß die Maxima der Impulse jeweils durch ein anderes Muster der Trägerschwingungen gebildet werden; für diese Änderung ist die Dispersion der Tunnelstrecke verantwortlich. Für eine Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit beträgt die Laufzeit durch das Interferometer genau eine Zeiteinheit. Trotzdem erreichen Eingangs- und der normierte Ausgangsimpuls fast zeitgleich ihr Maximum. Die geringe Zeitdifferenz τ entspricht unmittelbar der Tunnelzeit.

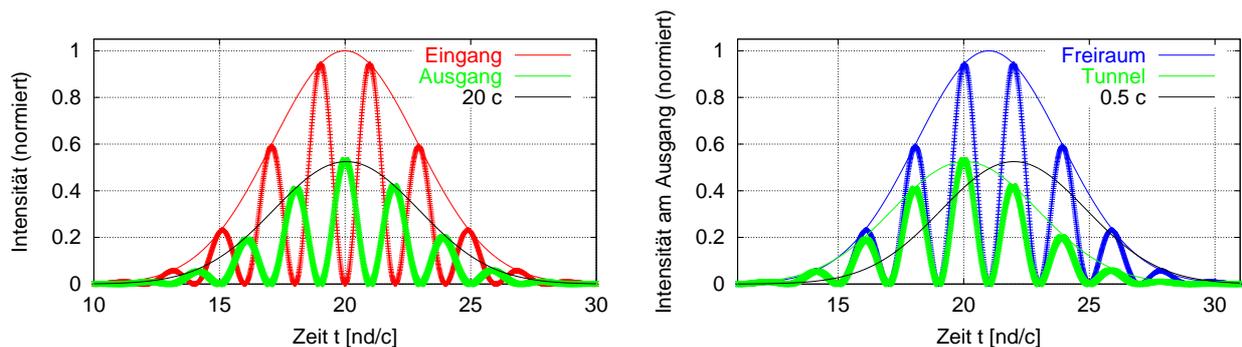


Abbildung 4.5: Links: Eingangs- und Ausgangssignal eines Fabry-Perot-Interferometers. Beide Impulse erreichen fast zeitgleich ihr Maximum, die geringe Zeitdifferenz $\tau = 0.05$ entspricht der Tunnelzeit. Die Einhüllende des Signals breitet sich mit der Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = 20c$ aus (schwarze Linie). Rechts: Vergleich der Impulse am Strukturausgang. Das Maximum des getunnelten Impulses ist gegenüber dem Freiraum-Impuls nach vorne verschoben. Würde das Fabry-Perot-Interferometers durch eine Platte mit Brechungsindex $n = 40$ realisiert, dann träte der getunnelte Impuls aufgrund der Verzögerung im Medium erst hinter dem Freiraum-Impuls ein (schwarze Linie).

Aus den theoretischen Betrachtungen folgte eine Gruppengeschwindigkeit von $20c$ innerhalb des Interferometers, d.h. das Ausgangssignal verläßt es bereits nach $\tau = 1/20 = 0.05$ Zeiteinheiten. Um dies zu überprüfen, wurde die Einhüllende des Eingangssignals um 0.05 Zeiteinheiten verzögert und so skaliert, daß sie auf dem getunnelten Signal zum Liegen kommt. Abbildung 4.5 (links) zeigt die Übereinstimmung des getunnelten Signals (grün) mit der Einhüllenden, die sich mit $20c$ bewegte (schwarz).

Auf der rechten Seite von Abb. 4.5 werden die unterschiedlichen Impulse am Plattenausgang verglichen. Der getunnelte Impuls trifft vor dem Freiraum-Impuls ein, dieser wiederum vor dem Impuls, der durch die Platte mit $n = 40$ gelaufen ist. Die Einhüllende des (nichtnormierten) getunnelten Impulses verläuft dabei unterhalb der Einhüllenden des Freiraumsignals. In der Abbildung liegen selbst die einzelnen Trägerschwingungen des getunnelten Impuls vollständig innerhalb des Freiraum-Impulses. Dieser Effekt tritt auf, wenn die Trägerfrequenz f_0 exakt die $\lambda/4$ -Bedingung erfüllt, d.h. wenn $f_0 = c/4nd$ gilt. Die Maxima der Reflexionen an Vorder- und Rückseite fallen dann zeitlich mit denen der Trägerschwingung zusammen. Für leicht ver-

stimmte Strukturen tritt dieser Effekt nicht auf, bei stärkerer Verstimmung gehen auch die Tunneleigenschaften verloren.

4.3 Übertragung einer Signalfolge

4.3.1 Theoretische Grundlagen

Die hier betrachteten Tunnelstrukturen² sind lineare zeitinvariante (LTI) Systeme, d.h. die Form der Reaktion hängt nur von der Form der Anregung ab, nicht von ihrer Stärke. Die Reaktion ist außerdem unabhängig von der Vorgeschichte der Struktur.

In den numerischen Simulationen wird mit zeitdiskreten Signalen gearbeitet, das kontinuierliche Signal wird dabei mit einer beliebigen Abtastfrequenz $f_a = 1/\Delta t$ gesamplet. Dazu muß das Spektrum des kontinuierlichen Signals auf das Frequenzband $0 \leq f \leq 0.5f_a$ beschränkt sein, wobei die obere Grenze die Nyquistfrequenz ist.

Ein LTI-System ist kausal, wenn seine Antwort auf jede Eingangsfolge $x(t)$, die bis zu einem gewissen Zeitpunkt identisch Null war, ebenfalls bis zum gleichen Zeitpunkt identisch Null ist.³ Dies ist erfüllt, wenn seine Impulsantwort-Funktion $h(t)$ zu negativen Zeiten $t < 0$ verschwindet. Die in Abschnitt 4.1 hergeleiteten Impulsantworten der einzelnen Platte, der Elementarzelle der periodischen Struktur, sowie der resonanten Struktur, erfüllen diese Bedingung.

Die Reaktion des Systems $y(t)$ auf beliebige Eingangsfolgen erhält man als diskrete Faltung mit der Impulsantwort

$$y(t) = \sum_{t'=0}^{\infty} x(t') h(t-t') . \quad (4.2)$$

Mit dieser Methode wurden bereits die Zeitbereichssimulationen des Fabry-Perot-Interferometers im letzten Abschnitt durchgeführt. Ein gravierender Nachteil dieser Methode ist, daß die Faltung mit zunehmender Simulationszeit t über immer längere Zeitintervalle ausgeführt werden muß. Dies ist notwendig, um alle Vielfachreflexionen zu berücksichtigen, die im Laufe der Zeit in der Struktur neu entstehen. Der numerische Aufwand wird besonders dann groß, wenn zur Realisierung eines asymptotischen Meßaufbaus Zuleitungsstücke mit langen Laufzeiten verwendet werden müssen.

In den folgenden Simulationen wurde die Impulsantwortfunktion deshalb in einer anderen Weise eingesetzt: Für die Zeitbereichssimulation werden die einzelnen Schichten einer periodischen Struktur durch Verzögerungsleitungen der effektiven Länge nd realisiert, die die Laufzeit $\tau = nd/c$ einer Welle im Medium n der Länge d nachbilden, siehe Abb. 4.6. Die Impulsantwort eines solchen dispersionsfreien Verzögerungsgliedes ist einfach nur $h(t) = \delta(t-\tau)$, d.h. ein einzelner Delta-Impuls zum Zeitpunkt τ . Dieses Signal wird als Eingangsgröße der folgenden Verzögerungsleitung verwendet. Dabei wird an der Grenzfläche zwischen beiden Verzögerungsleitungen ein Teil $R = S_{11}$ der einlaufenden Welle reflektiert, ein Teil T wird in die nächste Verzögerungsleitung durchgelassen. Die Ausbreitung der vor- und zurücklaufenden Wellen geschieht auf den Verzögerungsleitungen unabhängig voneinander, die Wellen mischen sich nur an den Übergangsstellen, wo der Reflexionsfaktor durch eine Änderung des Wellenwiderstandes der Leitungen erzeugt wird. Auf den Leitungen breiten sich die Wellen mit Lichtgeschwindigkeit aus.

²Bandpassfilter, Interferometer, Hohlleiter, periodische bzw. resonante Struktur, Doppelpisma und Quantentopf

³Dies entspricht der Definition von Kausalität im Sinne von WIGNER.

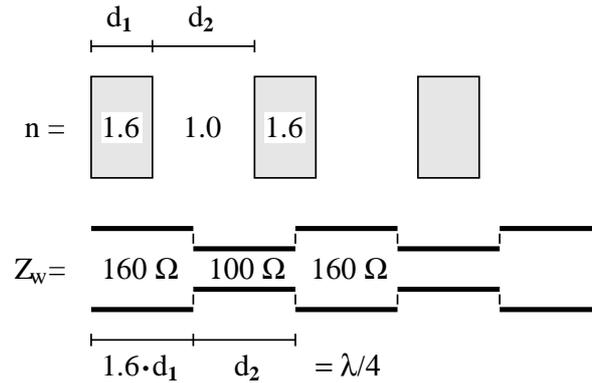


Abbildung 4.6: Periodische Struktur aus Plexiglas und Luft (oben) und analoger Aufbau aus verlustlosen Leitungen mit Wellenwiderstand Z_w und Ausbreitungsgeschwindigkeit c (unten).

Mit 30 dieser Verzögerungsglieder (für jede Ausbreitungsrichtung 8 mal Plexiglas sowie 6+1 mal Luft) wird im folgenden eine resonante Struktur nachgebildet. Hinzu kommt eine lange Zuleitung für die asymptotische Anregung der Struktur. Auf eine lange Ausgangsleitung kann verzichtet werden, wenn die Struktur reflexionsfrei mit dem Wellenwiderstand des letzten Segments abgeschlossen wird. Der gleiche Aufbau kann für die Freiraum-Vergleichsstruktur verwendet werden, wenn die Reflexionsfaktoren Null gesetzt werden.⁴

4.3.2 Tunnelübertragung einer frequenzbandbegrenzten Signalfolge

Die oben beschriebene Struktur aus Verzögerungsgliedern soll nun mit einer frequenzbandbegrenzten Signalfolge angeregt werden und die komplette Signalfolge soll die Struktur nach Möglichkeit überlichtschnell passieren.

Die zu übertragende digitale Signalfolge sei '101011010111001...', diese Information kann durch das idealisierte mathematische Signal in Abb. 4.7 (oben) dargestellt werden. Hierin werden die Werte '1' und '0' durch ein- bzw. ausgeschaltete Rechteckfunktionen realisiert, deren Höhe für jedes einzelne Bits eine festgelegte Zeitdauer—hier über 20 ns—konstant gehalten wird.

Nach Abschnitt 2.1 ist das Spektrum der Rechteckfolge frequenzbandunbegrenzt, die Seitenbänder fallen aufgrund der Unstetigkeiten nur mit $1/\omega$ ab. Zur überlichtschnellen Übertragung des Signals durch die Gitterstruktur müssen diese unerwünschten Frequenzkomponenten zuvor unterdrückt werden. Dazu wird die Rechteckfolge durch einen digitalen Tiefpaßfilter mit Grenzfrequenz $f_g = 50$ MHz geschickt. Der Aufbau des Filters ist in Anhang A.1 genauer erläutert.

Abbildung 2.1 (mitte) zeigt das gefilterte Signal. Die steilen Signalflanken der Rechteckfolge wurden abgeschwächt, die Signalhöhe bleibt unverändert. Das Signal verläßt den Filter mit einer Zeitverzögerung von ca. 12 ns. Die digitale Information '1010...' bleibt in der Halbwertsbreite des Signal erhalten, die Halbwertsbreite beträgt weiterhin 20 ns pro Bit.

Abbildung 2.1 (unten) zeigt einen doppellogarithmischen Vergleich der Frequenzspektren der Rechteckfolge und des frequenzbandbegrenzten gefilterten Signals. Die Spektren beider Signale haben ihren Hauptanteil im „Gleichstrombereich“, d.h. um 0 Hz. Im gefilterten Signal können alle Frequenzkomponenten oberhalb von ca. 100 MHz vernachlässigt werden.

⁴Die Freiraum-Struktur kann natürlich auch durch ein einziges Verzögerungsglied entsprechender Länge realisiert werden. Allerdings treten an den Übergangsstellen der Verzögerungsglieder durch numerische Effekte Verlustzeiten auf. Es ist daher sinnvoll, beide Strukturen mit gleicher Anzahl an Verzögerungsgliedern aufzubauen.

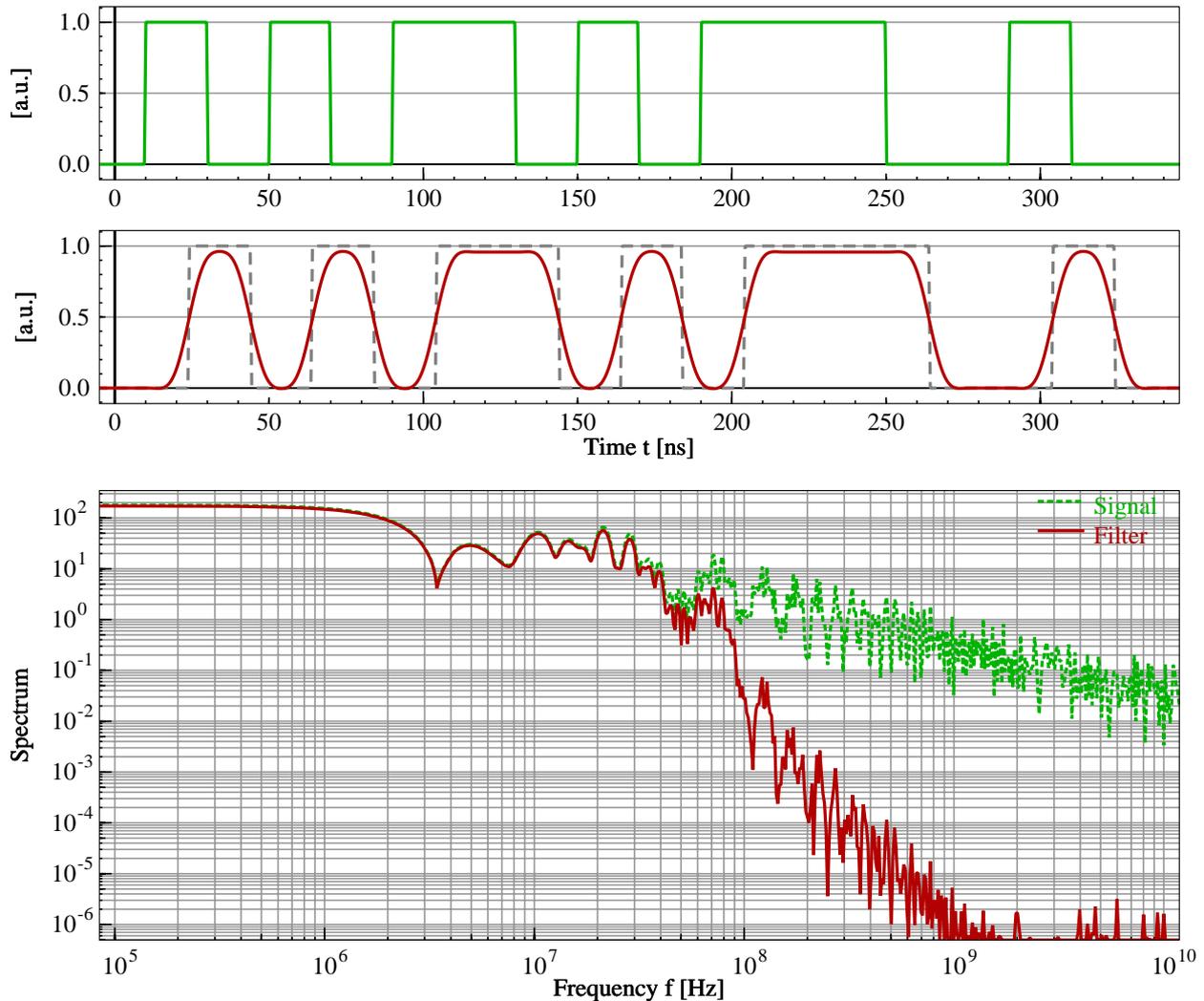


Abbildung 4.7: Oben: Idealisierte (mathematische) Signalfolge mit unendlich steilen Flanken. Die kleinste Informationseinheit 'ein Bit' wird durch die Zeitdauer 20 ns repräsentiert, die gesamte Folge stellt '101011010111001' dar. Mitte: Reale (physikalische) Signalfolge, entstanden durch Tiefpaßfilterung der oberen Sequenz. Die Information '1010...' kann aus den Halbwertsbreiten entnommen werden. Unten: Frequenzspektren beider Signalfolgen. Der Filter unterdrückt Frequenzanteile oberhalb der Abschneidefrequenz $f_g = 50$ MHz.

Zur überlichtschnellen Übertragung muß das Spektrum des frequenzbandbegrenzten Signals vollständig im Bereich der Bandlücke der Struktur liegen. Dazu wird das gefilterte Signal auf einem hochfrequenten Träger moduliert, dessen Frequenz f_0 im Zentrum der Bandlücke bei 9.15 GHz liegt. Abbildung 4.8 (oben) zeigt das frequenzbandbegrenzte Signal nach der Modulation auf den Träger. Im Frequenzspektrum des modulierten Signals (unten) erkennt man, daß das Spektrum des unmodulierten Signals aus Abb. 4.7 zwischen 0 und 100 MHz, nun symmetrisch auf beiden Seiten der Trägerfrequenz $f_0 = 9.15$ GHz liegt.

Das modulierte Signal weist keine relevanten Frequenzkomponenten außerhalb des dargestellten Intervalls $9.15 \text{ GHz} \pm 100 \text{ MHz}$ auf. Die gestrichelte Linie (blau) ist die Transmission der Tunnelstruktur in diesem Bereich. Das Signal erfährt bei der Transmission eine fast frequenzunabhängige Dämpfung um den Faktor $1/20$. Abbildung 4.9 zeigt das getunnelte Signal, das zur besseren Darstellung um den Faktor 10 verstärkt wurde. Es trifft vor einem Referenzsignal ein, das sich über die gleiche Strecke im Freiraum ausgebreitet hat.

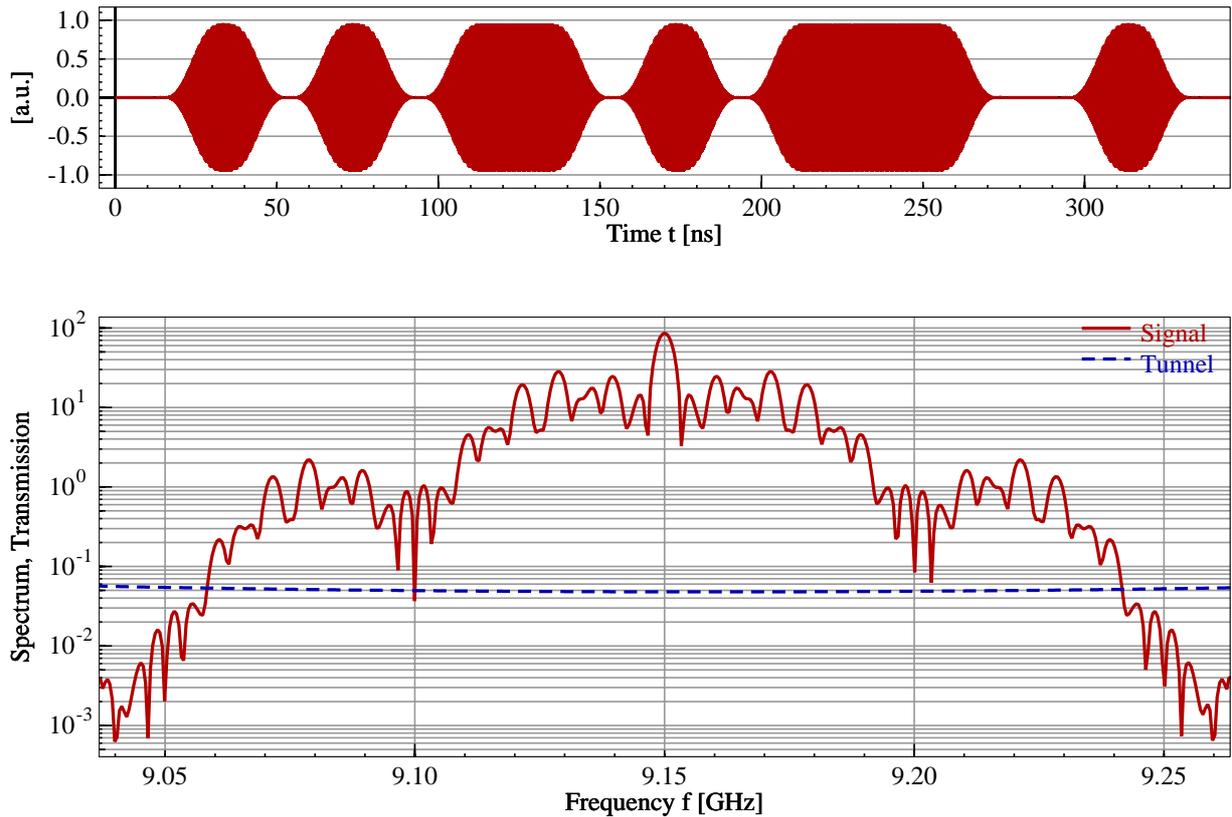


Abbildung 4.8: Oben: Die physikalische Signalfolge aus Abb. 4.7 wird auf einen hochfrequenten Träger $f_0 = 9.15$ GHz moduliert. Unten: Das Spektrum des modulierten Signals ist achsensymmetrisch um f_0 . Die rechte Seite von 9.15 bis 9.25 GHz entspricht dem Spektrum zwischen 0 und 100 MHz aus Abb. 4.7.

Dieser Zeitgewinn durch den Tunnelprozess wird im folgenden Kapitel 5 genauer untersucht. Dort werden auch die Transmissionseigenschaften der hier verwendeten Tunnelstruktur detailliert erläutert. Anschließend wird auf unterschiedliche Arten der Signalmodulation eingegangen und entsprechende Simulationsrechnungen vorgestellt.

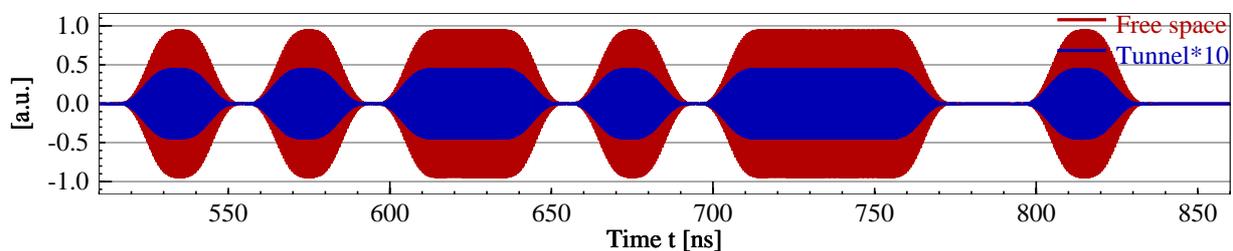


Abbildung 4.9: Vergleich des getunnelten Signals und eines Signals, das die gleiche Distanz im Freiraum zurückgelegt hat. Wegen der Dämpfung durch die Tunnelstrecke auf 5% des Eingangssignals, wurde das getunnelte Signal um den Faktor 10 verstärkt.

Kapitel 5

Anwendung: Tunneln am Gitter

Die zuvor besprochenen Frequenz- und Zeitbereichssimulationsmethoden werden im folgenden eingesetzt, um den Tunnelvorgang an einer resonanten Struktur im Freiraum nachzuvollziehen. Dabei werden die Eigenschaften der Tunnelstrukturen detailliert erklärt und verschiedene Arten der Signalmodulation vorgestellt [24, 50].

5.1 Experimenteller Aufbau

In den Zeitbereichsexperimenten wird die Ausbreitung eines Mikrowellenimpulses im Freiraum mit der Ausbreitung durch die periodische Struktur aus Plexiglasplatten verglichen, Abb. 5.1. Die Signale werden durch zwei Parabolantennen gesendet und empfangen, die Abstände zwischen Antennen und Struktur erlaubten eine asymptotische Messung des Reflexions- und Transmissionsvorgangs. Einweghohlleiter verhinderten eine Rückkopplung der reflektierten Signale auf die Sendeeinrichtungen. Eine Diode demoduliert anschließend die aufgefundenen Signale, die Signaleinhüllende lässt sich auf einen Oszilloskop darstellen und vermessen.

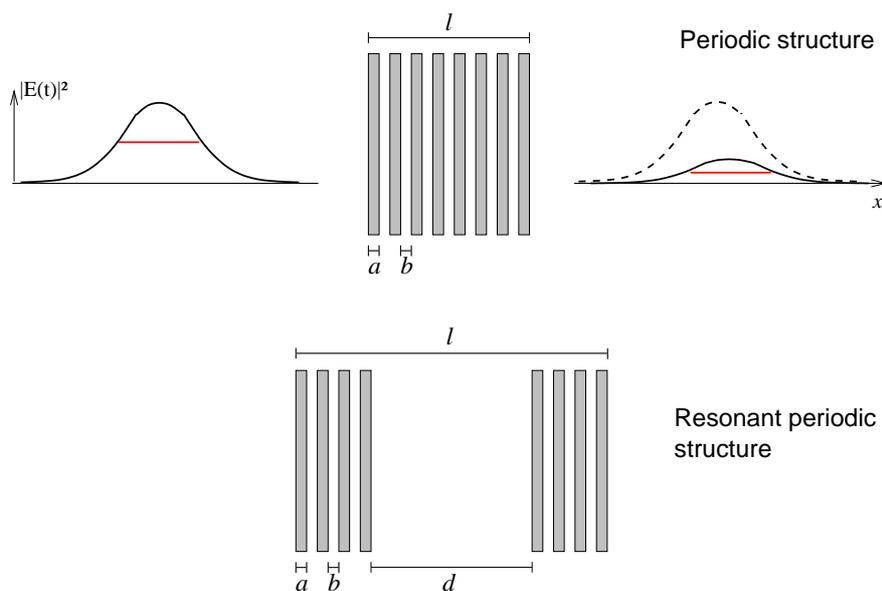


Abbildung 5.1: Schematischer Aufbau: Periodische (oben) und resonante Struktur (unten) aus 8 Plexiglasplatten ($a = 4.7$, $b = 8.8$ mm). Das Mikrowellensignal trifft von links kommend auf die Strukturen und verlässt sie als abgeschwächtes Signal von annähernd gleicher Form bzw. Halbwertsbreite (rote Linien). Die gestrichelte Linie entspricht einer Signalausbreitung im Freiraum.

Im Freiraum würde ein Referenzimpuls, der sich mit $v_{\text{gr}} = v_{\text{ph}} = c$ ausbreitet, zur Zeit t_0 detektiert (Abb. 5.2, gestrichelte Linie). Ein Impuls, der die gleiche Distanz inklusive periodischer Struktur zurückgelegt hat, wird zur früheren Zeit t_1 detektiert.

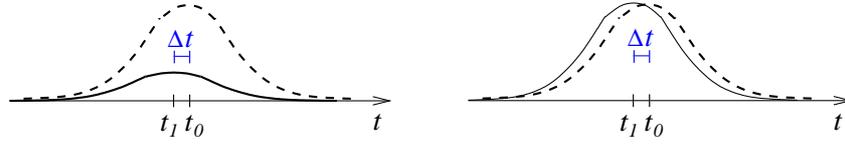


Abbildung 5.2: Messungen durch ein Oszilloskop: Der schnellere Impuls (durchgezogene Linie) wird vor dem Referenzimpuls (unterbrochene Linie) detektiert. Aus dem Unterschied der Laufzeiten Δt kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Struktur bestimmt werden, Gl. (5.1). In der rechten Abbildung wurden die Impulshöhen normiert.

Aus dem Laufzeitunterschied $\Delta t = t_1 - t_0$ und der Länge der Struktur l kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Struktur berechnet werden:

$$\Delta t = \frac{l}{v_{\text{gr}}} - \frac{l}{c} \quad \text{bzw.} \quad v_{\text{gr}} = \frac{l}{\Delta t + \frac{l}{c}} \quad (5.1)$$

Ein negativer Laufzeitunterschied entspricht Ausbreitungsgeschwindigkeiten größer als c .

5.2 Eigenschaften der Tunnelstrukturen

Die Simulation der Transmission zeigt für die periodische Struktur ein Frequenzintervall starker Dämpfung auf ca. 5% des Eingangswertes, verursacht durch Reflexionen, siehe Abb. 5.3 (oben links). Dieses Frequenzintervall um 9.15 GHz ist der sogenannte *evaneszente Bereich* bzw. die *Tunnelregion* oder *verbotene Bandlücke*. Erweitert man die periodische Struktur durch weitere Plexiglasplatten, dann wächst die Dämpfung innerhalb der evaneszenten Region exponentiell mit der Länge l der Struktur, während der Phasenunterschied zwischen Eingangs- und Ausgangssignal im wesentlichen konstant bleibt.

Der flachere Anstieg der Phase $\varphi(\omega)$ in der evaneszenten Region bewirkt hohe Gruppengeschwindigkeiten

$$v_{\text{gr}}(\omega) = \frac{d\omega}{dk} = \frac{l}{\frac{d}{d\omega}\varphi(\omega)}, \quad (5.2)$$

wobei der in diesem Bereich fast *lineare Anstieg* der Phase $\varphi \sim \omega$ eine dispersionsfreie Signalübertragung mit konstanter Gruppengeschwindigkeit $v_{\text{gr}}(\omega) = v_{\text{gr}}$ erlaubt. Die Halbwertsbreite und auch die übrige Signalform wird daher bei der Übertragung nicht verändert, auch wenn das Gesamtsignal durch Reflexionsdämpfung an den Plexiglasplatten stark gedämpft wird.

Trennt man die Hälfte der Plexiglasplatten durch einen größeren Luftspalt ($d = 189$ mm), dann erhöht sich die Gesamtlänge l der Struktur, ohne daß eine weitere Dämpfung im evaneszenten Bereich auftritt, Abb. 5.1 (unten). Die so erhaltene Struktur stellt eine resonante Tunnelstruktur dar. Der Bereich exponentieller Abschwächung ist nun durch scharfe Resonanzlinien unterbrochen, die durch Mehrfachreflexionen innerhalb des Luftspaltes verursacht werden und die bei Vielfachen von $c/2d \approx 800$ MHz liegen, Abb. 5.3 (unten). Bei diesen Frequenzen zeigt die Phase einen starken Anstieg, der einer langsamen Gruppengeschwindigkeit entspricht, während die scharfen Resonanzlinien mit einer langen Lebensdauer der damit angeregten Zustände verbunden sind.

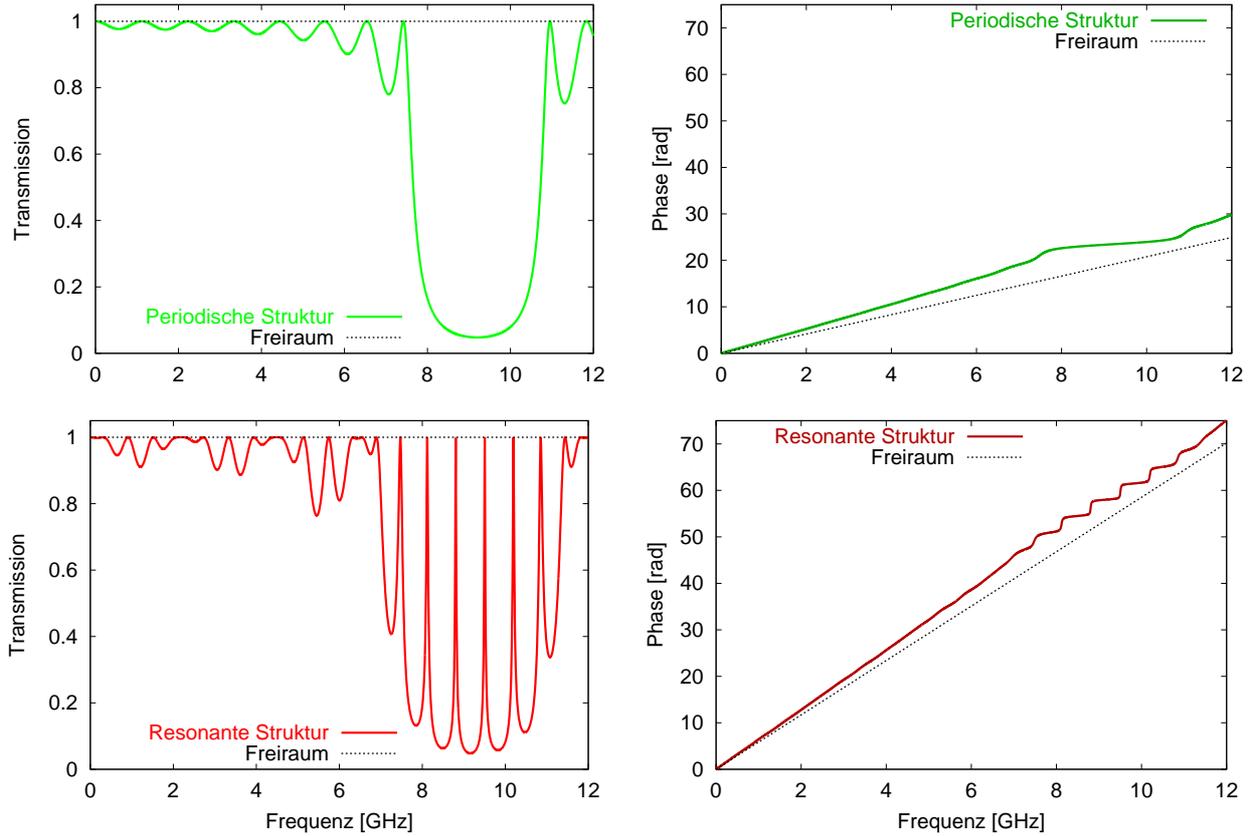


Abbildung 5.3: Simulation der periodischen und der resonanten Struktur: Transmission und Phase im Frequenzintervall von 0 bis 12 GHz. Bei $f = 9.15$ GHz liegt ein Transmissionsminimum von ca. 5% des Eingangssignals, gleichzeitig zeigt die Phase einen flachen Anstieg (oben). Die resonante Struktur (unten) weist eine gleichstarke Dämpfung auf, allerdings wird der evaneszente Bereich durch scharfe Transmissions-Resonanzen unterbrochen.

Die Ableitung der Phasenkurven führen auf die Phasenzeiten τ_φ

$$\tau_\varphi = \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \varphi(f) \quad (5.3)$$

für beide Strukturen, Abb. 5.4. Die Phasenzeit ist die Transmissionszeit für ein Wellenpaket, in der evaneszenten Region entspricht die Phasenzeit der Tunnelzeit. Kurze Phasenzeiten bedeuten hohe Gruppengeschwindigkeiten.

Die Gruppengeschwindigkeiten $v_{\text{gr}} = l/\tau_\varphi$ können daraus unter Berücksichtigung der Gesamtlängen der Strukturen berechnet werden, Abb. 5.5. Die maximale Gruppengeschwindigkeit ist $v_{\text{gr}} = 3.7 c$ für die periodische Struktur und $v_{\text{gr}} = 7.9 c$ für die resonante Struktur. Gemäß (5.1) erwartet man Laufzeitunterschiede gegenüber einer Ausbreitung im Freiraum von annähernd $\Delta t = -0.24$ ns für die periodische und -0.81 ns für die resonante Struktur.

5.3 Verwendete Signale

Es wird angenommen, daß das zu übertragende Signal keine relevanten Frequenzkomponenten oberhalb einer Maximalfrequenz ω_s besitzt. Im folgenden wird die zu übertragende Information $s(t)$ der Einfachheit halber durch eine Sinusfunktion dieser Maximalfrequenz dargestellt:

$$s(t) = A_s \cos \omega_s t \quad (5.4)$$

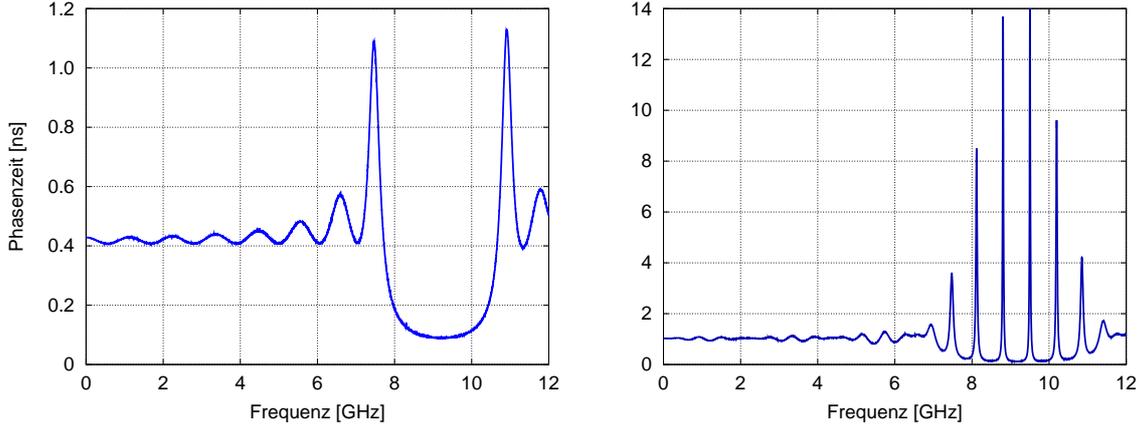


Abbildung 5.4: Phasenzeiten für die periodische (links) und die resonante periodische Struktur (rechts).

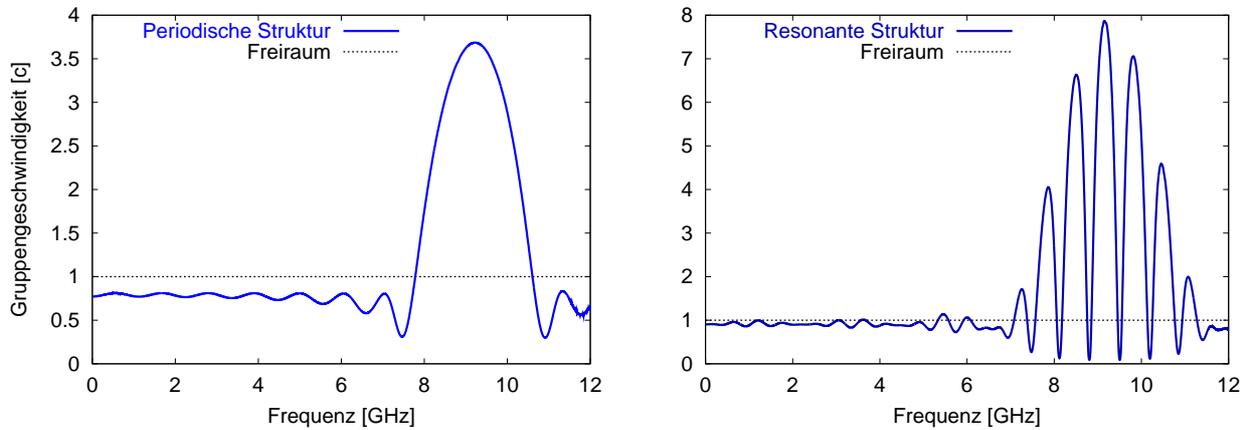


Abbildung 5.5: Gruppengeschwindigkeit für die periodische ($l = 99.2$ mm) und die resonante Struktur ($l = 279.4$ mm) in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit gemäß Gl. (5.2). Die maximale Gruppengeschwindigkeit tritt jeweils bei $f = 9.15$ GHz auf und beträgt 3.7 bzw. 7.9 c .

Zur Übertragung wird dieses Signal auf einen hochfrequenten Träger der Frequenz f_c moduliert. Für eine Übertragung mit Überlichtgeschwindigkeit ist die Frequenz $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 9.15$ GHz im Zentrum des evaneszenten Bereichs als Trägerfrequenz zu wählen. Auch das modulierte Signal ist, abhängig von der Art der Modulation, beschränkt auf ein bestimmtes Frequenzintervall.

5.3.1 Amplitudenmodulation (AM)

Im Zeitbereich kann eine Amplitudenmodulation von Signal und Träger beschrieben werden durch

$$f_{\text{AM}}(t) = A_c [1 + m \cos \omega_s t] \cos \omega_c t, \quad (5.5)$$

worin $m = A_s/A_c$ der Grad der Modulation ist. Das Spektrum der Amplitudenmodulation besitzt ausschließlich Frequenzkomponenten im Bereich zwischen $\omega_c \pm \omega_s$, Abb. 5.6 (links). Um eine Verformung des zu übertragenen Signals zu vermeiden, sollte dieses Frequenzintervall vollständig innerhalb der evaneszenten Region liegen.

In den Experimenten an der periodischen Struktur werden gaußartige Impulse mit einer zeitlichen Breite von ungefähr $\Delta T \approx 3$ ns als Signale verwendet.¹ Sie besitzen ein Frequenzspektrum

¹ $1/\sqrt{e}$ -Breite, d.h. Breite auf ca. 61% der Impulshöhe

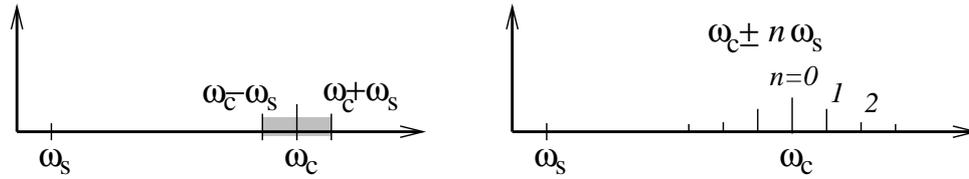


Abbildung 5.6: Frequenzspektrum eines amplitudenmodulierten (links) und eines frequenzmodulierten Signals (rechts).

von $\Delta f = \frac{2}{\pi\Delta T} \approx 200$ MHz.

Die Ergebnisse einer Zeitbereichsimulation² werden in Abb. 5.7 gezeigt. Dargestellt sind das getunnelte Signal sowie ein Referenzsignal, das eine gleich lange Freiraumstrecke durchlief. Beide Signale wurden auf gleiche Höhe normiert. Die Signale durchliefen bereits eine Gleichrichter-Diode, der hochfrequente Träger des Signals ist zum Teil mit eingezeichnet.

Um dem schmaleren evaneszenten Frequenzband der resonanten Struktur gerecht zu werden, wird in der Simulation ein zeitlich breiterer Impuls mit ca. $\Delta T \approx 7$ ns verwendet, der eine Frequenzbandbreite von nur noch $\Delta f \approx 90$ MHz aufweist. Abbildung 5.7 (rechts) zeigt die Ergebnisse für die resonante Struktur.³

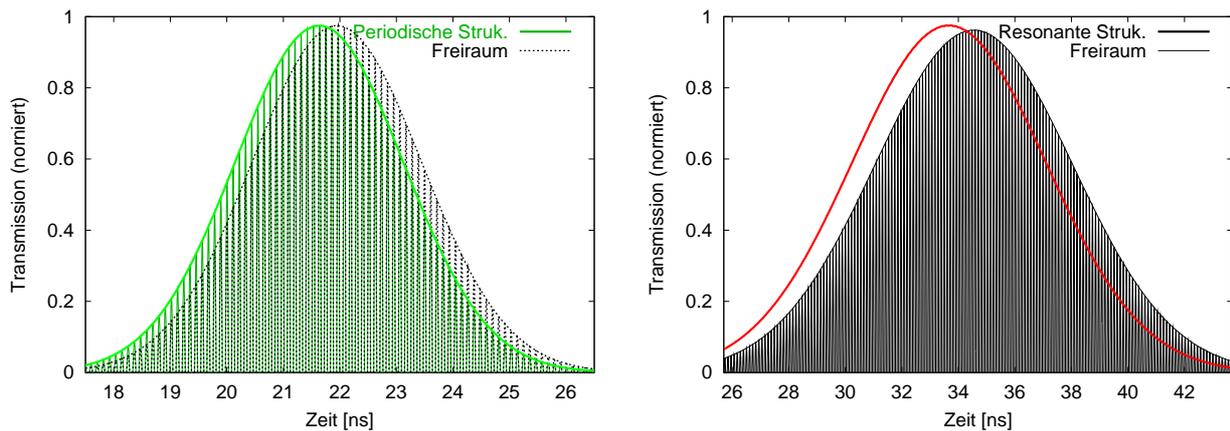


Abbildung 5.7: Übertragung amplitudenmodulierter gaußartiger Impulse durch die periodische (links) und resonante Struktur (rechts). Das Referenzsignal lief über die gleiche Entfernung im Freiraum. Um die Abschwächung auf 5% im evaneszenten Bereich rückgängig zu machen, wurden die getunnelten Impulse um den Faktor 20 verstärkt.

Die Zeitbereichssimulationen ergeben jeweils die theoretisch zu erwartenden Zeitgewinne von ca. $\Delta t = -0.24$ ns für die periodische und -0.81 ns für die resonante Struktur, die auch mit den gemessenen Werten übereinstimmen [107].

Abbildung 5.8 zeigt, was passiert, wenn die Bedingungen für überlichtschnelle Signalübertragung nicht erfüllt sind. In der linken Abbildung beginnt das Signal mit einer Stufenfunktion. Die hochfrequenten Anteile, die durch diese Diskontinuität hervorgerufen werden, werden beim Durchqueren der resonanten Struktur nur schwach gedämpft. Sie werden in der Struktur mehrfach hin- und herreflektiert und überlagern das eigentliche getunnelte Signal. Da diese hochfrequenten Anteile nur zu Beginn des Signals präsent sind, klingen die Störungen durch sie langsam ab und das getunnelte Signal kommt wieder zum Vorschein. Der Sprung zu Beginn des Signals verhindert nicht die überlichtschnelle Übertragung der Modulation.

²Die Zeitbereichssimulation beruht auf einem Netzwerksimulator mit Verzögerungsleitung. Sie arbeitet vollkommen unabhängig von den zuvor diskutierten Frequenzbereichssimulationen und benutzt nicht deren Ergeb-

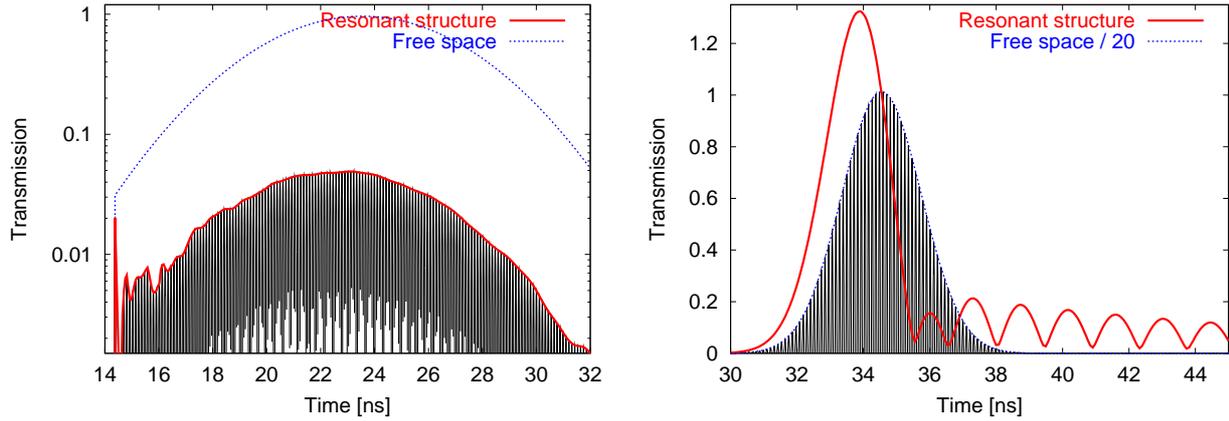


Abbildung 5.8: Links ist auf einer logarithmischen Skala der Effekt demonstriert, der durch eine scharfe Signalfront verursacht wird. Das Frequenzspektrum des Eingangssignals hat bedeutende Anteile außerhalb der evaneszenten Region. Diese Frequenzkomponenten breiten sich fast ungedämpft mit Lichtgeschwindigkeit aus. Vielfachreflexionen innerhalb der Struktur bewirken einen Einschwingvorgang, der das getunnelte Signal zu Beginn störend überlagert. Im rechten Beispiel besitzt das Spektrum des aufmodulierten Signals selbst nichtevaneszente Komponenten. Für dieses Signal ist der Dämpfungsbereich der verwendeten resonanten Struktur zu schmal, das Signal wird während der gesamten Übertragungsdauer durch Dispersion verformt. Die Dispersion der periodischen Struktur hätte dagegen eine überlichtschnelle Signalübertragung erlaubt.

Auf der rechten Seite der Abb. 5.8 ist zu sehen, was geschieht, wenn die Frequenzkomponenten des eigentlichen Signals teilweise nicht im evaneszenten Bereich liegen. Die überlichtschnelle Übertragung des zeitlich zu schmalen Impulses scheitert am zu breiten Frequenzspektrum, das zu starken Impulsverformungen und „Nachschwingern“ führt. Während der gesamten Signalübertragung sind nichtevaneszente Wellen vorhanden, die, wie im zuvor beschriebenen Fall, innerhalb der Struktur hin- und herreflektiert und dabei nur schwach gedämpft werden.

5.3.2 Frequenzmodulation (FM)

Im Falle einer Frequenzmodulation wird die Phase der Trägerfrequenz ω_c durch das zu übertragende Signal $s(t)$ gemäß

$$f_{\text{FM}}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \Delta\varphi_c \cos \omega_s t), \quad (5.6)$$

modifiziert, wobei $\Delta\varphi_c$ den Grad der Modulation beschreibt⁴, siehe Abb. 5.9 (links). Solange das Signal aus einer einzelnen harmonischen Schwingung ω_s besteht, treten im Spektrum des frequenzmodulierten Signals f_{FM} nur diskrete Frequenzen $\omega_c \pm n\omega_s$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$ auf, die mit zunehmendem Abstand zur Trägerfrequenz immer stärker abfallen. Diese Seitenbänder fallen um so schneller ab, je kleiner $\Delta\varphi_c$ ist. In der Simulation wurden $\Delta\varphi_c = 1$ und $\omega_s = 46$ MHz verwendet (dies entspricht 0.5% der Trägerfrequenz ω_c), um zu gewährleisten, daß alle signifikanten Frequenzkomponenten innerhalb des evaneszenten Bereichs liegen.

Das frequenzmodulierte Signal wurde durch die resonante Tunnelstruktur geschickt und mit einem Referenzsignal verglichen, das sich im Freiraum ausbreiten konnte. Die Demodulation des Signals geschah durch Bestimmung der Nullstellen-Abstände des modulierten Träger-signals. Das Beispiel des stark frequenzmodulierten Signals in Abb. 5.9 (links) zeigt, daß

nisse.

³Für eine klarere Darstellung wurde in der rechten Abbildung der Träger eines Impulses nicht mitgezeichnet.

⁴ $\Delta\omega_c = \Delta\varphi_c \omega_s$ entspricht der maximalen Abweichung von der Trägerfrequenz ω_c .

die Abstände der Nullstellen entsprechend der Modulation variieren. Es wurden daher die Nullstellen-Abstände des getunnelten Signals und des Freiraum-Signals bestimmt und in Abb.5.9 (rechts) aufgetragen. Die sinusförmige Variation der Nullstellen zeigt jeweils das aufmodulierte Signal $\omega_s = 46$ MHz. Im getunnelten Impuls tritt das Signal ca. 1 ns früher auf.⁵

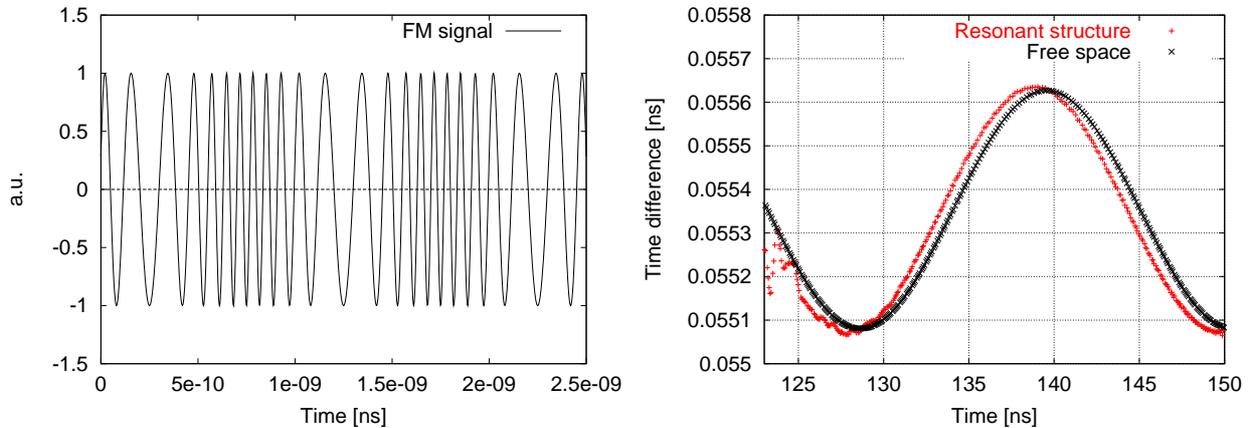


Abbildung 5.9: Links: Beispiel eines frequenzmodulierten Signals mit $f_c = 10$ GHz, $f_s = 1$ GHz und $\Delta\varphi_c = 5$. Die Modulation ändert u.a. die Nullstellen-Abstände. Rechts: Anhand der Nullstellen-Abstände kann das aufmodulierte Signal rekonstruiert werden. Ein Vergleich der Nullstellen-Abstände von getunneltem und Freiraum-Signal zeigt, daß die sinusförmige Modulation im getunnelten Signal ca. 1 ns vor dem Freiraum-Signal detektiert werden kann.

5.4 Abschließende Bemerkungen

Ein getunneltes Signal wird am Ausgang einer Tunnelstruktur früher detektiert, als ein entsprechendes Referenzsignal im Freiraum. Das getunnelte Signal ist zwar aufgrund der Dämpfung innerhalb der Struktur z.T. um Größenordnungen kleiner als das Referenzsignal. Geht man davon aus, daß die Information des Signals unabhängig von dessen absoluter Höhe erhalten bleibt, dann ist diese Dämpfung nur meßtechnisch von Bedeutung, denn sie verhindert eine Übertragung mit Überlichtgeschwindigkeit über weite Distanzen.

Darüber hinaus stellt man speziell für *amplitudenmodulierte* Signale fest, daß die Einhüllende eines getunnelten Impulses sich immer noch innerhalb der Einhüllenden eines entsprechenden ungedämpften Freiraum-Impulses befindet. Der getunnelte Impuls ist zwar nach vorne verschoben, überholt die Einhüllenden des Freiraum-Impulses aber nicht. Erst durch eine Umskalierung, z.B. durch Normierung der Impulshöhen, kann erreicht werden, daß der getunnelte Impuls die Einhüllende verläßt.

Dem gegenüber gibt es bei einer *Frequenzmodulation* zunächst keine signalbedingte Einhüllende, die ein getunnelter Impuls verlassen könnte. Die Modulation verändert nur die Nullstellen-Abstände des Trägers, nicht die Amplitude des Signals. Die Dämpfung der Amplitude durch die Tunnelstruktur kann daher nicht bewirken, daß das getunnelte Signal weiterhin innerhalb des Freiraum-Signals liegt. Die Signalinformation ist allein innerhalb der Nullstellen-Abstände enthalten und diese werden früher als beim Freiraum-Signal detektiert.

Allerdings darf auch das frequenzmodulierte Signal nicht sprunghaft eingeschaltet werden. Ansonsten überlagern nichtevaneszenten Frequenzkomponenten, die von der Sprungstelle erzeugt werden, störend zumindest den Beginn des getunnelten Signals. Zum langsamen Einschalten des frequenzmodulierten Signals wird daher zusätzlich eine Amplitudenmodulation benötigt,

⁵Der Beginn des Signal ist durch einen Einschalteffekt noch leicht verrauscht.

d.h. es wird wieder eine Einhüllende erzeugt, die vom Signal nicht verlassen werden kann. Diese Einhüllende enthält aber keine Information über den Inhalt des anschließend folgenden phasenmodulierten Signals.

Die hier vorgestellten Simulationen zur überlichtschnellen Übertragung von amplitudenmodulierten Signalen stehen in Übereinstimmung mit den experimentellen Untersuchungen in [107]. Zu frequenzmodulierten Signalen existieren bisher noch keine geeigneten experimentellen Überprüfungen.

Kapitel 6

Kombinierte Zeit- und Frequenzbereichssimulation

Bisher wurde bei einer Simulation eines Tunnelvorgangs das Signal im Zeitbereich in zeitlich schmale Rechteck-Impulse zerlegt und die Ausbreitung der einzelnen Impulse in der Struktur berechnet. Dagegen wird bei der kombinierten Zeit- und Frequenzbereichsanalyse das vollständige Eingangssignal zunächst durch eine Fouriertransformation in den Frequenzbereich transformiert. Die Berechnung der Signalausbreitung erfolgt danach ausschließlich im Frequenzbereich.

Diese Methode ist besonders dann geeignet, wenn die frequenzabhängige Übertragungsfunktion $H(\omega)$ des Systems bekannt ist, aber nicht auf einfachem Wege in eine Zeitbereichsfunktion $h(t) \longleftrightarrow H(\omega)$ transformiert werden kann.

Die Methode kann außerdem angewandt werden, wenn bei der Rücktransformation der Übertragungsfunktion eine Impulsantwortfunktion $h(t)$ mit ungünstigen numerischen Eigenschaften entsteht. Dies gilt z.B. für Systeme mit Dispersion: Die Impulsantwort solcher Systeme beginnt meist mit einem steilen Anstieg gefolgt von einem relativ langsamen Abklingen. Um den steilen Anstieg zu erfassen sind kurze Simulationszeitschritte notwendig. Zusammen mit dem langsamen Abklingen bewirkt dies, daß die diskrete Faltung (4.2) über sehr viele Zeitschritte auszuführen ist, um eine ausreichende Genauigkeit zu erhalten.

6.1 Theoretische Grundlagen

Im Frequenzbereich wird ein Eingangssignal $x(t)$ durch sein Amplituden- $|X(\omega)|$ und Phasenspektrum $\arg[X(\omega)]$ dargestellt. Die Eigenschaften des Systems bestimmen die Übertragungsfunktion $H(\omega)$, für die Transmission entspricht H gerade dem Streuparameter S_{21} . Die Antwort des Systems $Y(\omega)$ auf eine Anregung erhält man—anders als im Zeitbereich nicht über eine numerisch aufwendige Faltung—durch eine einfache Multiplikation mit der Übertragungsfunktion:

$$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega) \tag{6.1}$$

Die Übertragungsfunktion des Systems kann dabei z.B. als analytische Funktion gegeben sein. Für komplexere Strukturen kann aber auch eine zuvor durch Simulation erhaltene Übertragungsfunktion verwendet werden, bzw. können auch Meßdaten eines Networkanalysers genutzt werden.

Den zeitlichen Verlauf des Antwortsignals $y(t)$ erhält man schließlich durch eine Rücktransformation von $Y(\omega)$. Wenn die Simulation im Zeitbereich mit äquidistanten Zeitschritten arbeitet,

kann die Hin- und Rücktransformation der Signale mit Hilfe einer *schnellen Fouriertransformation*¹ geschehen. Die Spektren der Signale sind symmetrisch um $\omega = 0$: die Amplitudenspektren sind achsensymmetrisch, die Phase verläuft punktsymmetrisch. In den folgenden Abbildungen wird immer nur der positive Ausschnitt der Spektren gezeigt. Die Multiplikation mit der Übertragungsfunktion ändert diese Symmetrieeigenschaften nicht, daher ergibt die Rücktransformation schließlich wieder rein reelle Antwortsignale $y(t)$.

6.2 Anwendungen

6.2.1 Periodische resonante Struktur im Hohlleiter

Die Struktur ist ein resonanter Aufbau in einem Hohlleiter mit 6.56 GHz Cutoff-Frequenz, Abb. 6.1. Sie besteht aus 8 Plexiglasplättchen mit Brechungsindex $n = 1.6$, die jeweils 6 mm breit sind und die durch 12 mm breite Luftspalte getrennt werden. In der Mitte der Struktur befindet sich ein 13 cm breiter Resonator, die Gesamtlänge der Struktur beträgt 25 cm. Aufgrund des höheren effektiven Brechungsindex des Plexiglases im Hohlleiter (3.5) ist die Transmissionsdämpfung der Struktur größer als bei einem vergleichbaren Aufbau im Freiraum.

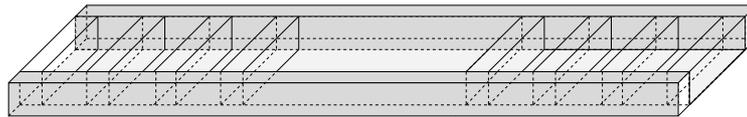


Abbildung 6.1: Resonante Struktur im Hohlleiter. Die Übertragungsfunktion S_{21} ist in Abb. 6.2 dargestellt (3. v. oben).

Im folgenden Beispiel wurde die Übertragungsfunktion der Struktur zunächst im Frequenzbereich für ein weites Frequenzintervall von 0 bis 350 GHz in Schrittweiten von 2 MHz bestimmt. Ausschnitte der Übertragungsfunktion H bzw. S_{21} sind in Abb. 6.2 (3. v. oben) dargestellt. Durch den Aufbau im Hohlleiter konnten die Übertragungsfunktion bzw. die Streuparameter auch experimentell mit Hilfe eines Networkanalysers bestimmt werden. In den untersuchten Frequenzintervallen stimmt sie mit der simulierten Funktion überein.

Die Übertragungsfunktion dieser Struktur kann genutzt werden, um die Ausbreitung verschiedener Signale zu untersuchen. Um den Tunneleffekt zu demonstrieren wird ein Impuls zusammengestellt, dessen Spektrum in einer der Bandlücken liegt. Abbildung 6.2 (oben links) zeigt den Impuls, darunter ist sein Amplituden- und Phasenspektrum dargestellt (grün). Dieses Spektrum wird mit der Übertragungsfunktion (blau) multipliziert, das Ergebnisspektrum ist zu unterst dargestellt (rot). Eine Rücktransformation des Ergebnisspektrums führt schließlich auf den getunnelten Impuls (oben rechts, rot).

¹Englisch: Fast Fourier Transform (FFT)

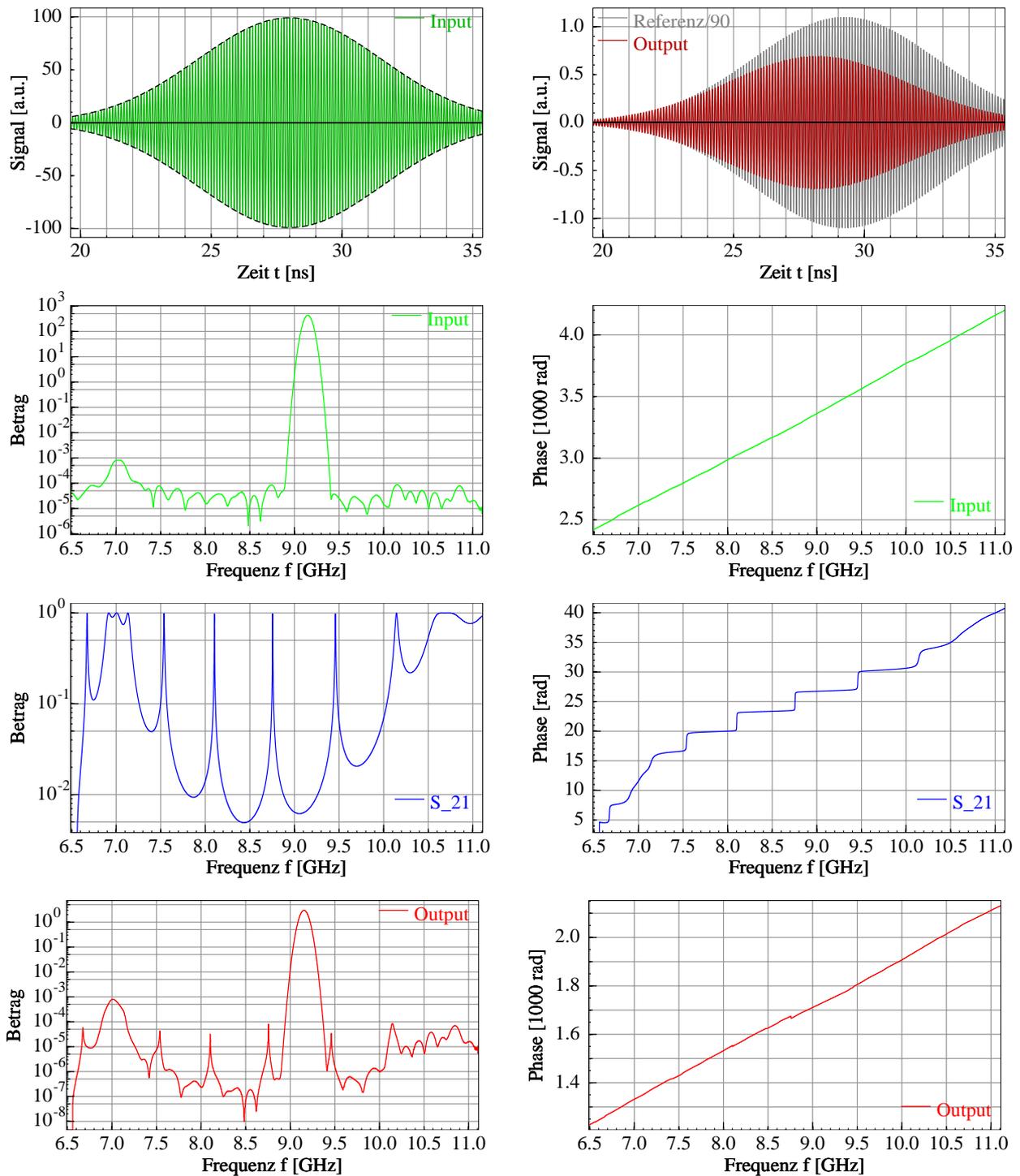


Abbildung 6.2: Kombinierte Zeit- und Frequenzbereichssimulation: Das transiente Signal 'Input' (oben links) wird in Betrag und Phase zerlegt (2. v. oben). Dieses Spektrum wird mit der Transmission der Tunnelstruktur S_{21} (blau, 3. v. oben) multipliziert, das Ergebnisspektrum 'Output' (unten) stellt das getunnelte bzw. übertragene Signal dar. Durch Rücktransformation erhält man den getunnelten Zeitbereichsimpuls 'Output' (oben rechts).

6.2.2 Verjüngter Hohlleiter

Im letzten Beispiel war der Hohlleiter nur meßtechnisch von Bedeutung, er ermöglichte die Bestimmung der Übertragungsfunktion mit Hilfe eines Networkanalysers. In folgenden wird ein unterdimensionierter Hohlleiter verwendet, um eine Tunnelstruktur wie in Abb. 3.2 aufzubauen. Die Cutoff-Frequenz der Zuleitungen² betrug 6.56 GHz, den verjüngten Abschnitt der Länge 10 cm konnten nur Wellen oberhalb von 9.49 GHz passieren.

Abbildung 6.3 (oben links) zeigt die Übertragungsfunktion des verjüngten Hohlleiters (blau), sowie das Frequenzspektrum des Eingangs- und des Ausgangssignals (grün und rot). Durch die Multiplikation mit der Übertragungsfunktion verschiebt sich das Maximum des Spektrums—d.h. die Trägerfrequenz—zu leicht höheren Werten.

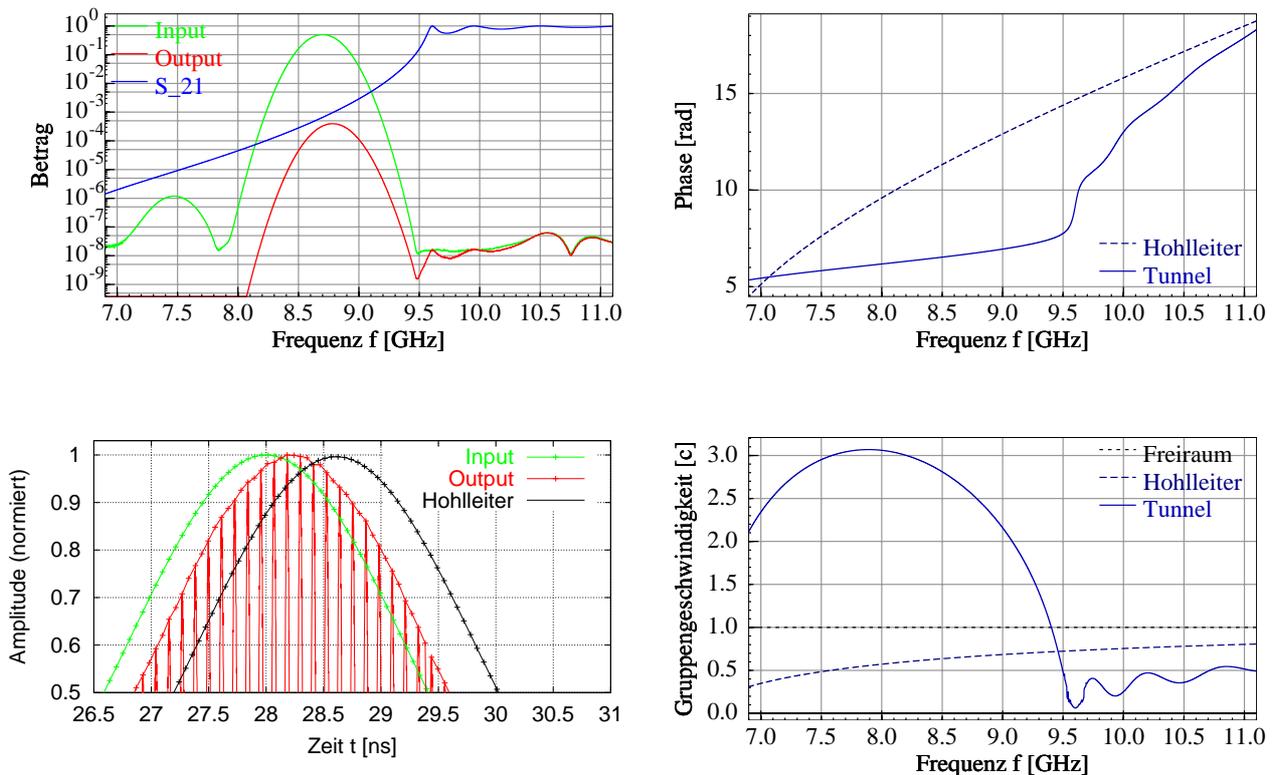


Abbildung 6.3: Kombinierte Zeit- und Frequenzbereichssimulation: Signalübertragung durch einen verjüngten Hohlleiter der Länge 10 cm. Links oben ist die Übertragungsfunktion (blau), sowie das Spektrum des Eingangs- und Ausgangsimpulses (grün bzw. rot) dargestellt. Die Maxima des roten und grünen Spektrums liegen bei leicht unterschiedlichen Frequenzen. Rechts ist oben der Phasenverlauf im verjüngten und nichtverjüngten Hohlleiter aufgetragen, darunter die daraus resultierenden Gruppengeschwindigkeiten. Unten links werden die rücktransformierten Impulse in ihrer Laufzeit verglichen. Der getunnelte Impuls trifft vor dem Impuls ein, der durch einen nichtverjüngten Hohlleiter lief.

Zum Vergleich wurde auch die Signalausbreitung über eine gleich lange nichtverjüngte Hohlleiterstrecke mit Cutoff-Frequenz 6.56 GHz simuliert. Der Impuls, der durch die nichtverjüngte Strecke lief, kommt aufgrund der geringen Gruppengeschwindigkeit im Hohlleiter später als ein vergleichbarer Freiraumimpuls an. Gemäß (3.7) beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit im betrachteten Frequenzbereich im Hohlleiter nur ca. $v_{\text{gr}} = 0.6 c$, dies entspricht einer Laufzeit von 0.56 ns. Dagegen weist der getunnelte Impuls eine Laufzeit von ca. $\tau = 170$ ps auf, dies entspricht einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. $v_{\text{gr}} = 2 c$.

²In der Simulation konnte die Länge der nichtverjüngten Zuleitungstücke Null gesetzt werden. Es bleiben nur noch die Sprünge im Wellenwiderstand, die oberhalb der Cutoff-Frequenz zu Resonanzen führen.

Kapitel 7

Anomale Dispersion

7.1 Theoretische Grundlagen

Ein einfaches System, in dem anomale Dispersion auftritt, ist ein Medium, das eine einzelne Absorptionslinie besitzt. Der Brechungsindex eines solchen Mediums mit Absorption bei der Frequenz ω_0 kann dargestellt werden durch einen Lorentz–Lorenz–Oszillator [21]:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{M}{(\omega - \omega_0) + i\gamma}}. \quad (7.1)$$

Hierin beschreibt M die Stärke der Absorption, γ gibt die Breite der Absorptionslinie an. Der Brechungsindex n beschreibt die Phasengeschwindigkeit $v_{\text{ph}} = c/n$ im Medium, man erhält daraus die frequenzabhängige Gruppengeschwindigkeit

$$v_{\text{gr}} = \frac{1}{c} \frac{d}{d\omega} \omega n(\omega) = \frac{c}{n(\omega) + \omega n'(\omega)}. \quad (7.2)$$

Die Gruppengeschwindigkeit wird überlichtschnell für $\omega < (1 - n)/n'$ und negativ für $\omega < -n/n'$. Abbildung 7.1 (links) zeigt den Verlauf von Transmission und Brechungsindex in der Umgebung der Absorptionslinie. Für sehr hohe bzw. sehr niedrige Frequenzen wird die Transmission Eins und auch der Brechungsindex nähert sich dem Freiraumwert. Der Brechungsindex verläuft in diesen Bereichen fernab der Absorption monoton wachsend. Anders ist dies im Bereich der Absorption: hier zeigt der Brechungsindex ein anomales Verhalten, d.h. er fällt mit steigender Frequenz (dunkelgrün markiert).

Das anomale Verhalten des Brechungsindex in der Resonanzabsorption läßt sich aufgrund der gleichzeitigen starken frequenzabhängigen Dämpfung nicht zu einer dispersionsfreien Signalübertragung nutzen. Ein möglicher Ansatz, diese Dämpfung zu umgehen, ist die Verwendung eines Materials, das zwei dicht benachbarte invertierte Resonanzlinien besitzt. Dieses Material kann durch

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 + \frac{M_1}{\omega - \omega_1 + i\gamma} + \frac{M_2}{\omega - \omega_2 + i\gamma}} \quad (7.3)$$

beschrieben werden, Abb. 7.1 (mitte) zeigt, daß der Brechungsindex nun im Bereich zwischen den beiden invertierten Resonanzlinien¹ anomal verläuft, während ein Signal gleichzeitig verstärkt wird [65, 67].

¹im Beispiel bei $\omega_1 = 6$ GHz und $\omega_2 = 9$ GHz

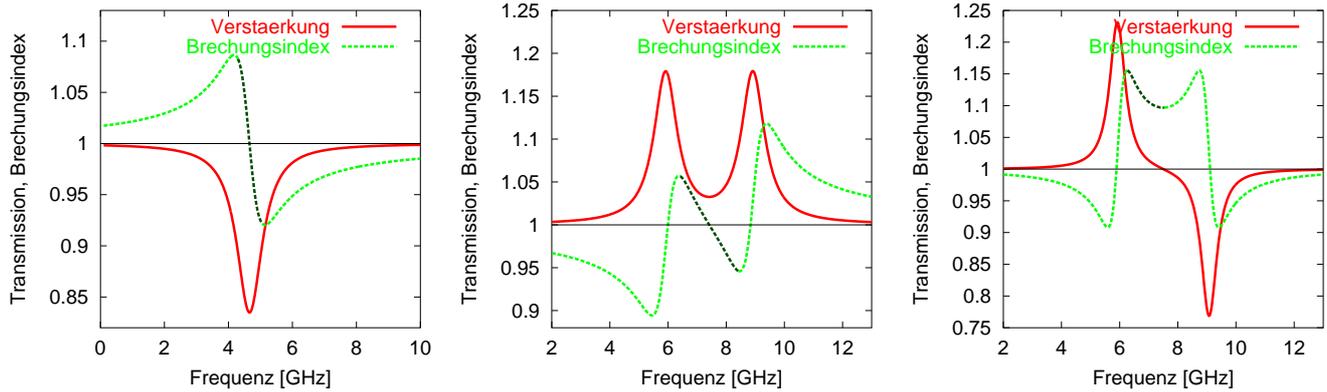


Abbildung 7.1: Links: Schematischer Verlauf von Absorption und Brechungsindex in der Nähe eines Absorptionsbandes. Im Bereich anomaler Dispersion (dunkel markiert) tritt starke Absorption auf. Mitte: Der Bereich zwischen zwei dicht benachbarten invertierten Resonanzlinien zeigt anomale Dispersion, ohne daß eine Dämpfung des Signals auftritt. Rechts: Beim Quantentopf liegt ein gebundener Zustand dicht unterhalb des Cutoffs und wirkt als invertierte Resonanzlinie. Oberhalb dieses Zustands tritt bis zur Mitte des nächsten Zustands anomale Dispersion ohne Dämpfung auf.

Eine weitere Realisierung eines verlustfreien anomalen Dispersionsverlaufs ist mit Hilfe eines sogenannten *Quantentopfs* möglich. Der Potentialverlauf des Quantentopfes entspricht einer umgedrehten Tunnelbarriere, siehe auch Abb. 7.2 (links). Anomale Dispersion kann unmittelbar oberhalb der Topfkante beobachtet werden, wenn ein gebundener Zustand knapp darunter liegt. Auf eine Welle, die oberhalb der Energie der Topfkante läuft, wirkt der gebundene Zustand wie eine invertierte Resonanzlinie. Absorption und Brechungsindex des Quantentopfes können daher durch eine invertierte Resonanzlinie knapp unterhalb der Topfkante und eine bzw. mehrere Absorptionslinien oberhalb dargestellt werden, Abb. 7.1 (rechts). Beginnend bei der invertierten Resonanzlinie verläuft der Brechungsindex anomal bis zur Hälfte des Abstandes zum nächsten Absorptionszustand (dunkelgrün markiert).

Um die anomale Dispersion experimentell beobachten zu können, muß sich dieser Bereich bis über die Topfkante hinaus erstrecken. Im folgenden werden die Eigenschaften des Quantentopfes näher analysiert und eine experimentelle Realisierung durch einen Hohlleiteraufbau beschrieben.

7.2 Experimente am Quantentopf

Unter den oben beschriebenen Umständen bereiten sich die transmittierte Wellenfunktion eines quantenmechanischen Teilchens, das an einem Potentialtopf gestreut wird, mit negativer Phasenzeit aus. Aufgrund der Analogie zwischen der Schrödinger- und der Helmholtzgleichung kann dieses Phänomen anhand der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen studiert werden. Im Experiment werden elektromagnetische Potentialtöpfe durch Hohlleiterabschnitte mit unterschiedlichen Dielektrika realisiert. Die Meßergebnisse werden mit den theoretischen Vorhersagen verglichen.

Die Ausbreitung eines Wellenpaketes wird durch die Dispersion im Medium bestimmt. Im Vakuum breitet sich z.B. eine ebene Welle mit konstanter Amplitude und mit einer Phasenänderung proportional zur Frequenz aus. Beim Durchtunneln einer Barriere führt dagegen die (fast) konstante Phase zu Ausbreitungsgeschwindigkeiten größer als die Lichtgeschwindigkeit, zuerst vorhergesagt in [30] und gemessen für Mikrowellen, einzelne Photonen und infrarotes Licht z.B. in [33, 31, 32]. Die exponentielle Dämpfung im Tunnelprozess begrenzt dabei die überlichtschnelle Ausbreitung auf kurze Distanzen.

Für die hier untersuchte Streuung am Potentialtopf sagten LI und WANG dagegen eine nicht-evaneszente Ausbreitung mit sogar *negativer* Phasenänderung voraus [66]. In diesem Fall wird das transmittierte Signal nur durch die Reflexionen an den beiden Topfwänden abgeschwächt. Eine Methode zur Simulation der Vielfachreflexionen innerhalb des Topfes mit Hilfe der Impulsantwortfunktion des Systems wird in [36] beschrieben. Diese Methode wurde bereits in Kapitel 4 zur Zeitbereichssimulation von Tunnelstrukturen verwendet.

Negative Phasenänderung führt zur Ausbreitung mit negativer Gruppengeschwindigkeit, d.h. es sieht so aus, als wenn Teile eines Impulses den Potentialtopf verlassen noch bevor sie ihn betreten haben. Ein analoger Effekt wurde kürzlich bei stimulierter Emission beobachtet [67]. Dabei wurde ausgenutzt, daß die Gruppengeschwindigkeit im Frequenzbereich zwischen zwei eng benachbarten Resonanzlinien $-c/310$ wird, während das Signal selbst um ca. 40% verstärkt wird.

Im Gegensatz dazu weist der Potentialtopf negative Gruppengeschwindigkeit im Frequenzbereich zwischen dem höchsten im Topf gebundenen Zustand und dem ersten Streuzustand (der ersten Resonanz) oberhalb des Potentialtopfes auf. Ähnlich wie bei einem Fabry–Perot–Interferometer liegt die Beschränkung einer Signalübertragung mit negativer Gruppengeschwindigkeit in der Frequenzbandbreite, für die der Effekt auftritt. Das Frequenzband wird um so schmaler, je breiter man die Interferometerstrecke bzw. die Potentialtopfbreite wählt. Allerdings führt die fast konstante Phase zwischen zwei Resonanzfrequenzen des Interferometers nur zu Überlichtgeschwindigkeit, nicht aber zu negativer Gruppengeschwindigkeit [25], vergleiche dazu auch die Simulation eines Fabry–Perot–Interferometers in Abschnitt 4.2.2.

Aufgrund der Frequenzbandbegrenzung können nur Impulse mit einer entsprechenden zeitlichen Ausdehnung den Potentialtopf mit negativer Gruppengeschwindigkeit durchqueren. Die Zeitspanne zwischen Ursache und Wirkung kann dadurch gegenüber einer Freiraumsausbreitung verkürzt werden, allerdings können Ursache und Wirkung aufgrund der endlichen Impulsdauer nicht vertauscht werden [105].

Im folgenden wird eine experimentelle Simulation eines Quantentopfes durch einen Mikrowellenaufbau realisiert, indem von der Analogie zwischen Schrödinger- und Helmholtzgleichung Gebrauch gemacht wird. Das Maximum eines quantenmechanischen Wellenpaketes mit mittlerem Impuls $p_0 = \hbar k_0$ breitet sich im Rahmen der Stationären–Phasen–Approximation mit der Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = d\omega/dk|_{k_0}$ aus. Dieser Zusammenhang kann auch durch Begriffe der Klassischen Mechanik beschrieben werden als $v_{gr} = \frac{x}{\frac{d}{d\omega} kx} = \frac{x}{\tau}$, wobei ein Teilchen die Strecke x in der Zeit τ durchquert. Der Term $kx = \varphi$ entspricht der Phasenänderung über die betrachtete Strecke, $\frac{d}{d\omega} \varphi = \tau_\varphi$ ist die für die Ausbreitung notwendige Zeit, die sogenannte Phasenzeit [30].

7.2.1 Streuung am Quantentopf

Um den Streuvorgang eines Teilchens an einem Potentialtopf zu untersuchen, muß die Schrödingergleichung für einen Potentialverlauf wie in Abb. 7.2 (links) gelöst werden. Andererseits kann durch die Analogie zwischen Schrödinger- und Helmholtzgleichung (7.4) der gleiche Vorgang im einem Experiment mit geführten elektromagnetischen Wellen studiert werden.

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \right] \psi(x) = 0, \quad \left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{v^2} (\omega^2 - \omega_c^2(x)) \right] \phi(x) = 0 \quad (7.4)$$

Im Gegensatz zur Quantenmechanik können Phase und Absolutwert der transmittierten elektromagnetischen Welle gemessen werden. Identische Randbedingungen für das elektromagne-

tische Feld ϕ (E oder H Feld) und die Wellenfunktion ψ führen zu analogen Lösungen des Streuproblems [35].

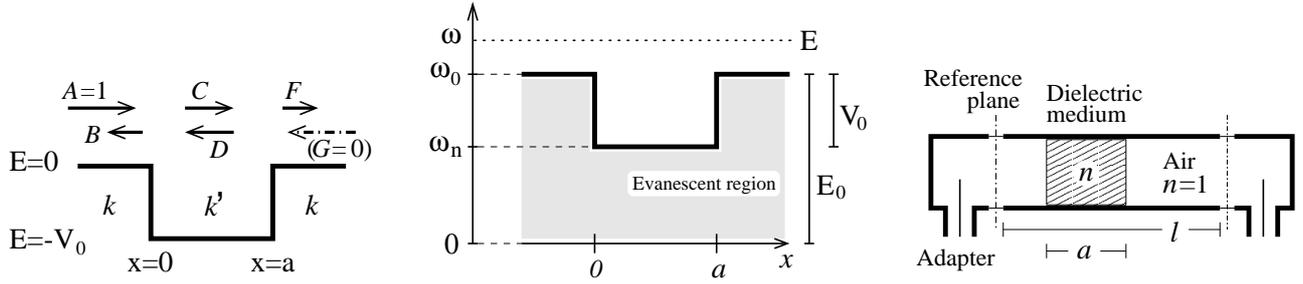


Abbildung 7.2: Energieschema des Quantentopfes, Koeffizienten und Wellenzahlen der Wellenfunktion (links); Mikrowellen-Analogon aus Hohlleiterstücken mit unterschiedlichen Cutoff-Frequenzen ω_0 und ω_n (mitte); und der experimentelle Aufbau (rechts): ein Hohlleiter der Länge l ist über zwei Koaxialadapter mit einem Netzwerkanalysator verbunden. Der Bereich des Hohlleiters, der mit einem Dielektrikum des Brechungsindex n gefüllt ist, entspricht dem Quantentopf.

Die Energiestufen $V(x)$ des Quantentopfes können im Mikrowellenexperiment durch Hohlleiterstücke mit unterschiedlichen Cutoff-Frequenzen $\omega_c(x)$ konstruiert werden, Abb. 7.2 (mitte). Entsprechend der Analogie verschiebt sich dabei die Energie-Nulllinie des Topfes um den konstanten Wert $E_0 = \hbar\omega_0$, der die Cutoff-Frequenz ω_0 des ersten Hohlleiter-Abschnittes darstellt:

$$V(x) = \begin{cases} E_0, & x \leq 0 \\ E_0 - V_0, & 0 < x < a \\ E_0, & a \leq x \end{cases}, \quad \omega_c(x) = \begin{cases} \omega_0, & x \leq 0 \\ \omega_n, & 0 < x < a \\ \omega_0, & a \leq x \end{cases} \quad (7.5)$$

Benutzt man folgenden Ansatz für die Wellenfunktion, siehe Abb. 7.2 (links),

$$\psi(x) = \begin{cases} A e^{ikx} + B e^{-ikx}, & x \leq 0 \\ C e^{ik'x} + D e^{-ik'x}, & 0 < x < a \\ F e^{ik(x-a)} + G e^{-ik(x-a)}, & a \leq x. \end{cases} \quad (7.6)$$

so führt dies für Energien $E > E_0$ zu einer Wellenausbreitung mit reellen Wellenzahlen:

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - E_0)} \quad \text{and} \quad k' = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E + V_0 - E_0)}. \quad (7.7)$$

Die Randbedingungen für die Wellenfunktion und ihre erste Ableitung an den Stellen $x = 0$ und $x = a$ legen die Koeffizienten A, B, \dots, G aus (7.6) fest, siehe z.B. [22]. Unsere spezielle Definition von ψ für $x \geq a$ bewirkt, daß sich die gesamte Phasenänderung, die im Topf auftritt, nur in den Koeffizienten F und G niederschlägt. Diese Eigenschaft kann auch für die Lösung in [22] erreicht werden, indem sie durch den Faktor e^{-ika} ergänzt wird:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = e^{-ika} \begin{pmatrix} \left(\cos k'a - \frac{i}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \sin k'a \right) e^{ika}, & -\frac{i}{2} \left(\frac{k'}{k} - \frac{k}{k'} \right) \sin k'a \\ \frac{i}{2} \left(\frac{k'}{k} - \frac{k}{k'} \right) \sin k'a, & \left(\cos k'a + \frac{i}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \sin k'a \right) e^{-ika} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}. \quad (7.8)$$

Betrachten wir eine von links einlaufende Welle an der Stelle $x = 0$ und setzen $A = 1$ und $G = 0$ und finden

$$F = \left[\cos k'a - \frac{i}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \sin k'a \right]^{-1}. \quad (7.9)$$

Die Transmission des Topfes ergibt sich daraus als

$$|F|^2 = \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k'}{k} - \frac{k}{k'} \right)^2 \sin^2 k' a \right]^{-1}, \quad (7.10)$$

die gesamte Phasenänderung der transmittierten Welle an der Stelle $x = a$ ist

$$\varphi = \arg(F) = \arctan \left(\frac{1}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \tan k' a \right). \quad (7.11)$$

Die letzte Gleichung gilt gleichermaßen für Quantentöpfe und für das elektromagnetische Analogon. Demgegenüber hängt die Phasenzeit $\tau_\varphi = \frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{d\varphi}{dk} \frac{dk}{d\omega}$ von der Dispersionsrelation des betrachteten Systems ab.

7.2.2 Streuung im Hohlleiter

Im Hohlleiter gelten für die Wellenzahlen die folgenden Dispersionsbeziehungen

$$k(\omega) = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad k'(\omega) = \frac{n}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_n^2}, \quad (7.12)$$

wobei $c/n = v$ die Phasengeschwindigkeit im Dielektrikum ist. Im Analogieexperiment wird ein rechteckiger Hohlleiter der Länge $l = 250$ mm verwendet, der teilweise mit einem Dielektrikum mit Brechungsindex n gefüllt ist, Abb. 7.2 (rechts). Die Cutoff-Frequenz der leeren und der gefüllten Hohlleiterabschnitte beträgt $\omega_0 = \pi c/b$ bzw. $\omega_n = \pi c/nb$, wobei b die Breite des Hohlleiters ist. Der hier verwendete X-Band Hohlleiter ($b = 22.86$ mm) besitzt die Cutoff-Frequenz $f_0 = \omega_0/2\pi = 6.56$ GHz, gefüllt mit Teflon ($n = 1.432$) vermindert sich die Cutoff-Frequenz auf $f_n = \omega_n/2\pi = 4.58$ GHz. Die Energieniveaus des Quantentopfes entsprechen daher im Analogieexperiment $E_0 = \hbar\omega_0 = 27.1 \mu\text{eV}$ und $V_0 = \hbar(\omega_0 - \omega_n) = 8.2 \mu\text{eV}$.

Die Ableitung der Phasenzeit für die speziellen Dispersionsrelationen des gefüllten Hohlleiters (7.12) ist im Anhang A.3 dargestellt, es ergibt sich schließlich

$$\tau_\varphi = \frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{a \omega 2n^2 k^2 (k'^2 + k^2) - (k'^2 - k^2) k_0'^2 \sin(2k' a) / k' a}{c^2 k [4k^2 k'^2 + (k'^2 - k^2)^2 \sin^2 k' a]} \quad (7.13)$$

mit konstantem $k_0'^2 = k'^2 - n^2 k^2$.

Als Grenzwert für hohe Frequenzen², also für $k, k' \rightarrow \infty$, ergibt sich daraus mit Hilfe der Phasengeschwindigkeit $v_{\text{ph}} = \omega/k$ und der Gruppengeschwindigkeit $v_{\text{gr}} = a/\tau_\varphi$

$$\tau_\varphi = \frac{a}{c^2} \frac{\omega}{k} \quad \text{bzw.} \quad v_{\text{gr}} v_{\text{ph}} = c^2, \quad (7.14)$$

d.h. Wellenpakete mit sehr hoher Energie spüren den Topf nicht und verhalten sich wie in einem ungefüllten Hohlleiter.

Unter gewissen Umständen wird die Phasenzeit (7.13) negativ: Abbildung 7.3 (links) zeigt Regionen in denen die Phasenzeit, abhängig von der Frequenz f und der Breite des Topfes a , negativ wird. Der gezeigte Frequenzbereich liegt dabei knapp oberhalb der Cutoff-Frequenz des leeren Hohlleiters zwischen 6.56 und 6.9 GHz. Rechts ist zusätzlich die Transmission (7.10) des Topfes in diesen Frequenzbereichen aufgetragen.

²Der Hochfrequenz-Limes des Brechungsindex $n(\omega)$ ist 1, unabhängig vom dielektrischem Material. Dadurch wird der Term $(k'^2 - k^2)^2$ im Nenner von (7.13) konstant und kann im Vergleich zu $4k^2 k'^2$ vernachlässigt werden.

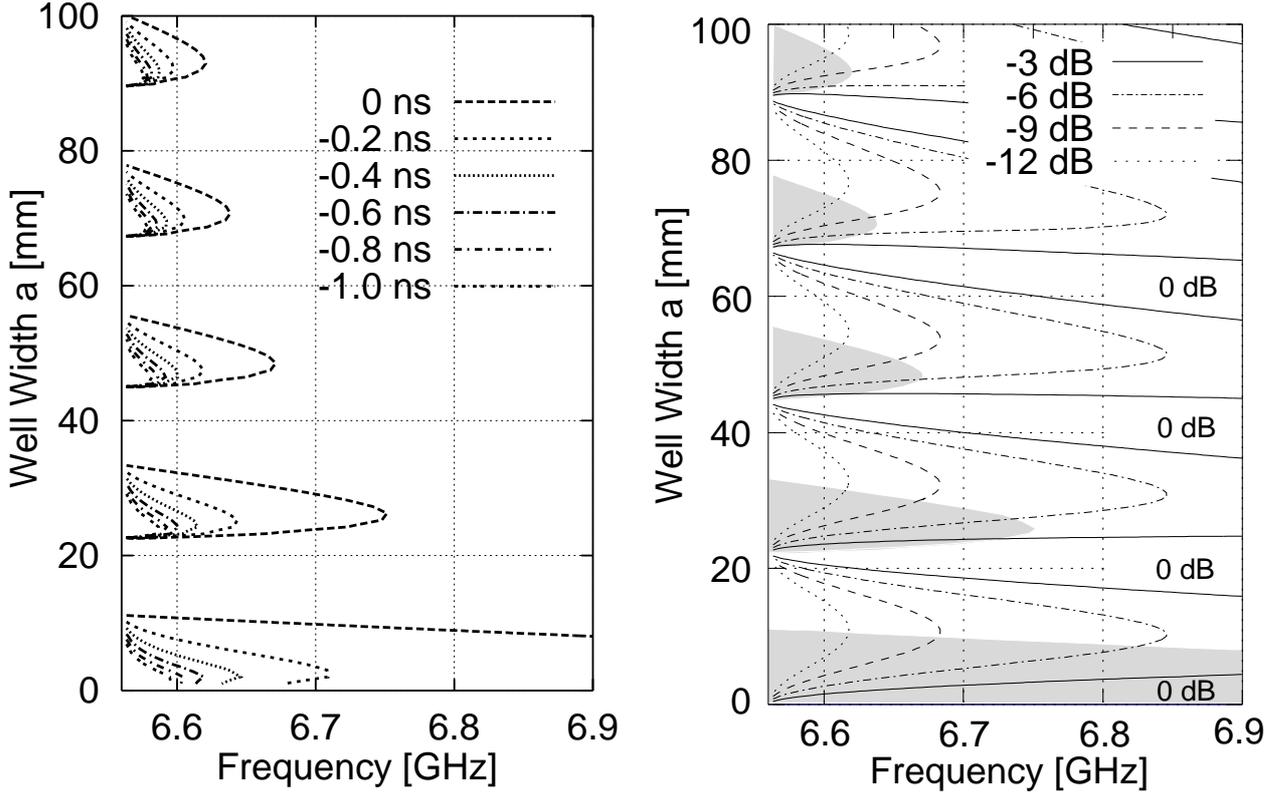


Abbildung 7.3: Links: Regionen negativer Phasenzeit τ_φ für einen mit **Teflon** gefüllten Hohlleiterabschnitt nach Gl. (7.13). Innerhalb der markierten Bereiche treten, abhängig von der Frequenz f und der Breite a des Abschnitts, Phasenzeiten zwischen 0 und -1 ns auf. Das Diagramm beginnt unmittelbar oberhalb der Cutoff-Frequenz 6.56 GHz des ungefüllten Hohlleiters; unterhalb dieser Frequenz existieren nur evaneszente Moden im Hohlleiter. Nur für gewisse Breiten a ergeben sich negative Phasenzeiten, je länger der Topf, um so schmäler wird das Frequenzband, in dem der Effekt auftritt. Die Region negativer Phasenzeit um $a = 0$ reicht bis ca. 7.6 GHz. Rechts: Transmission $|F|^2$ der Töpfe nach Gl. (7.10). An Resonanzstellen erreicht die Transmission ihren Maximalwert 1 bzw. 0 dB. Regionen negativer Phasenzeit (schattiert) liegen jeweils oberhalb einer solchen Resonanz. Innerhalb dieser Regionen ist die Abschwächung unabhängig von der Breite des Topfes.

Resonanzen treten bei $k'a = \nu\pi$ auf, dort erreicht die Transmission den maximalen Wert 1. Daraus ergeben sich unter Benutzung von (7.12) die Resonanzfrequenzen:

$$f_\nu = \sqrt{\left(\frac{c}{n} \frac{\nu}{2a}\right)^2 + f_n^2} \quad \text{mit } \nu = 1, 2, \dots \quad \text{und } f_\nu > f_0. \quad (7.15)$$

Vergrößert man die Breite des Topfes a , dann verschieben sich die Resonanzen zu kleineren Frequenzen. Eine Resonanz, die unterhalb die Cutoff-Frequenz f_0 verschoben wird, wandelt sich in einen gebundenen Zustand um und der Frequenzbereich unmittelbar oberhalb dieses neuen gebundenen Zustands weist einen negativen Phasenverlauf auf, der sich, je nach Lage des Zustands, auch oberhalb der Cutoff-Frequenz beobachten läßt, Abb. 7.4.

7.2.3 Messungen an Teflon

Zur Überprüfung dieser Vorhersagen wird ein aufschraubbarer Hohlleiter mit unterschiedlich breiten Teflonstücken gefüllt. Die Breiten einiger Stücke erfüllen die Bedingung für negative Phasenzeit indem sie innerhalb der markierten Regionen liegen, während andere Stücke keine negativen Phasenzeiten aufweisen sollten, da ihre Länge zwischen zwei Regionen lag.

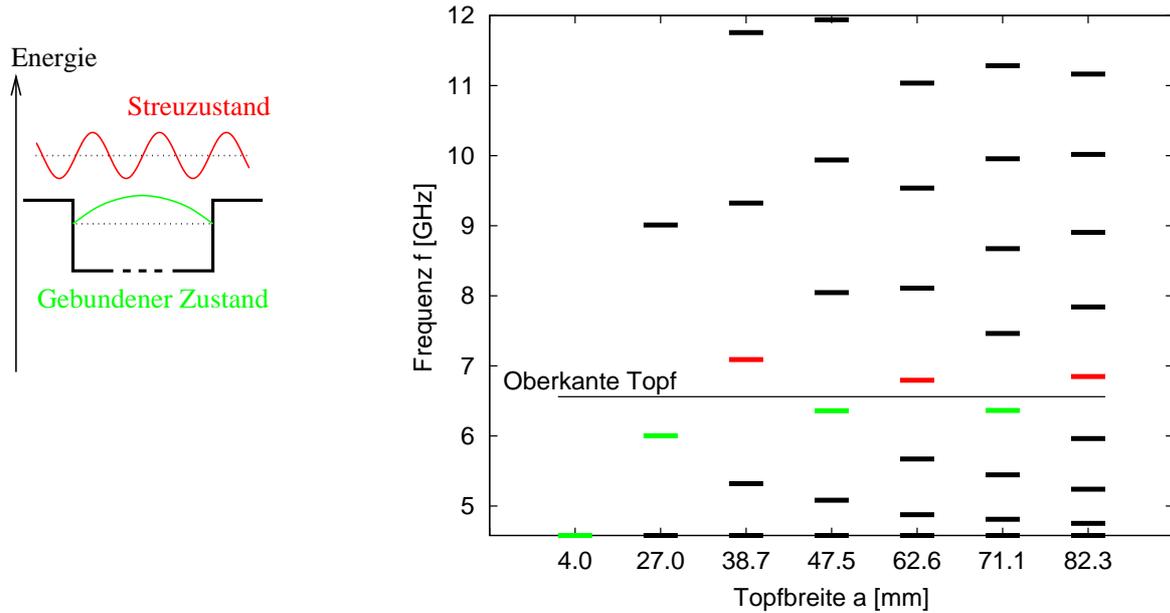


Abbildung 7.4: Gebundene und nicht gebundene Zustände der Teflon-Töpfe gemäß Gl. (7.15). Für bestimmte Topfbreiten ($a = 4.0, 27.0, 47.0$ und 71.1 mm) liegt ein gebundener Zustand unmittelbar unterhalb der Topf-Oberkante (grüne Zustände). Dieser Zustand verursacht einen negativen Phasenverlauf der Transmission, der auch noch oberhalb der Topf-Oberkante nachweisbar ist.

Für jedes Teflonstück wird der Streuparameter S_{21} , der das Verhältnis von transmittierter zu einfallender Welle angibt, im Frequenzbereich gemessen. Der verwendete Networkanalyser HP-8510 erlaubt dabei asymptotische Messungen, indem er die unerwünschten Einflüsse der elektrischen Anschlüsse durch eine Kalibrierung auf zwei Bezugsebenen an Anfang und Ende des Hohlleiters eliminiert, Abb. 7.2 (rechts) [57]. Die gemessenen Transmissionen S_{21} müssen noch um einen Faktor korrigiert werden, der die Änderung der Phase innerhalb der ungefüllten Hohlleiterstücke der Gesamtlänge $l - a$ beschreibt:

$$F = S_{21} \cdot e^{-ik(l-a)} \quad (7.16)$$

Durch diese Operation werden die Referenzebenen aus Abb. 7.2 (rechts) unmittelbar auf die Oberfläche des Teflonstücks verschoben. Für diese Korrektur benutzen wir die *gemessene* Transmission des ungefüllten Hohlleiters S_{21}^{ref} als Referenz. Aus den gemessenen Daten erhält man daraus die gesamte Phasenänderung innerhalb des Mediums, die mit (7.11) übereinstimmen sollte, durch

$$\varphi = \arg(S_{21}) - (l-a) \cdot \arg(S_{21}^{\text{ref}}). \quad (7.17)$$

Abbildung 7.5 zeigt $|F|^2$ und die Phase φ von F für Mikrowellentransmission als Funktion der Frequenz durch die Töpfe für die unterschiedlichen Topfbreiten a . Maxima der Transmission $|F|^2$ stellen Resonanzen dar, die theoretischen Werte (7.15) liegen für die Töpfe der Breiten $a = 62.6$ und 82.3 mm bei $f_3 = 6.80$ bzw. $f_4 = 6.85$ GHz. Für $a = 38.7, 62.6$ und 82.3 mm wächst die Phase mit zunehmender Frequenz, während für $a = 4.0, 27.0, 47.5$ und 71.1 mm die Phase in der Nähe der Cutoff-Frequenz fällt.

Aus den gemessenen Phasenverläufen wurden die Phasenzeiten $\tau_\varphi = (2\pi)^{-1} d\varphi/df$ durch numerische Ableitung bestimmt. Abbildung 7.5 (rechts) zeigt die Ergebnisse für die Transmission der verschiedenen Teflonstücke. Für die Breiten $a = 4.0, 27.0, 47.5$ und 71.1 mm treten negative Phasenzeiten auf, während die anderen Töpfe das normale Verhalten eines positiven Phasenanstiegs

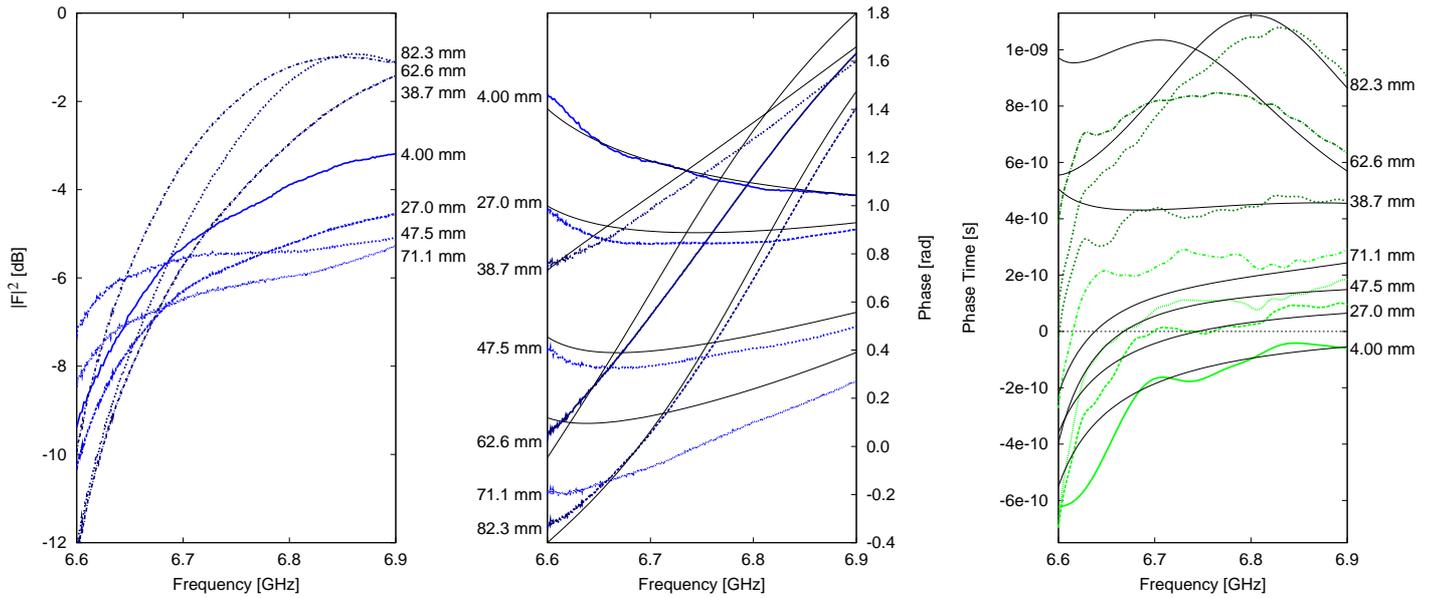


Abbildung 7.5: Links und Mitte: Absolutwert $|F|^2$ und Phase φ des Transmissionskoeffizienten F gegen die Frequenz für verschiedene Breiten der Teflonstücke bzw. Töpfe. Die Absolutwerte sind durch die Reflexionen an den Übergangsstellen $x = 0, a$ und durch Energieabsorption in der Nähe der Cutoff-Frequenz geschwächt, die Maxima der Transmission sind Resonanzen. Für einige Breiten ($a = 4.0, 27.0, 47.5$ and 71.1 mm) fällt die Phasenkurve mit zunehmender Frequenz, schwarze Linien stellen den theoretischen Phasenverlauf dar (7.11). Zur besseren Übersicht wurden die Phasenkurven nach zunehmender Topfbreite angeordnet. Rechts: Phasenzeit τ_φ numerisch abgeleitet aus den gemessenen Phasenverläufen von Abb. 7.5 und theoretische Phasenzeiten (schwarz) berechnet durch (7.13). Die Kurven für die Topfbreiten $a = 4.0, 27.0, 47.5,$ and 71.1 mm zeigen negative Phasenzeiten bei Frequenzen nahe der Cutoff-Frequenz des ungefüllten Hohlleiters. Verantwortlich für die Abweichungen zwischen experimenteller und theoretischer Ergebnisse ist wahrscheinlich die endliche Leitfähigkeit der realen Hohlleiterwände, insbesondere in der Nähe der Cutoff-Frequenz.

zeigen. Die Frequenzintervalle mit negativen Phasenzeiten liegen in guter Übereinstimmung mit den vorhergesagten Intervallen in Abb. 7.3.

7.2.4 Messungen an Plexiglas

Zur Überprüfung der Ergebnisse wurde die Tiefe V_0 der Töpfe verändert, indem Plexiglas als weiteres Dielektrikum mit $n = 1.6$, $f_n = 4.10$ GHz and $V_0 = 10.2 \mu\text{eV}$ verwendet wurde. Gemäß Gleichung (7.13) werden negative Phasenzeiten nun für schmalere Topfbreiten und für breitere Frequenzbänder erwartet, vergleiche Abb. 7.6. Für die Topfbreiten $a = 6, 18,$ and 24 mm wurden Messungen im Bereich von 6.6 bis 8.0 GHz ausgeführt, wobei die Töpfe $a = 6$ and 24 mm negative Phasenzeiten aufweisen sollten.

Die gemessenen Phasenverläufe in Abb. 7.7 (links) und die daraus berechneten Phasenzeiten (rechts) sind wieder in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen für die Plexiglastöpfe (dünne Linien). Obwohl die Topfbreite $a = 18$ mm in unmittelbarer Nähe einer Region mit negativer Phasenzeit liegt, ist der gemessene Phasenverlauf noch klar positiv. Dies zeigt wie exakt das Auftreten negativer Phasenzeiten von den Breiten des Potentialtopfes abhängt.

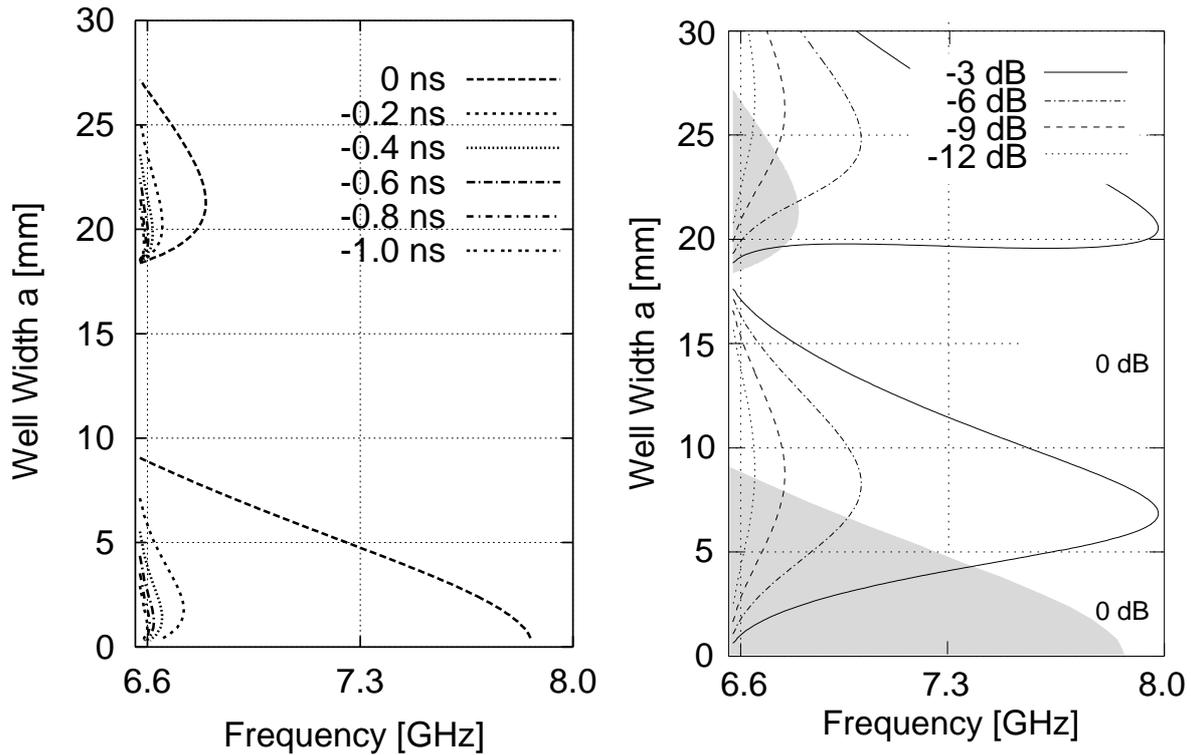


Abbildung 7.6: Links: Bereiche negativer Phasenzeit τ_φ für Potentialtöpfe aus Plexiglas entsprechend Gleichung (7.13). Die Messungen für die Breiten $a = 6, 18, \text{ und } 24$ mm wurden im Frequenzintervall zwischen 6.6 und 8.0 GHz durchgeführt. Die Potentialtöpfe der Breiten $a = 6$ und 24 mm erfüllten die Bedingung für negative Phasenzeiten. Rechts: Linien konstanter Transmission $|F|^2$ der Plexiglas-Potentialtöpfe.

7.3 Negative Geschwindigkeiten

Die im letzten Abschnitt bestimmte Phasenzeit $\tau = \frac{d\varphi}{d\omega}$ entspricht der Zeitspanne, die das Maximum eines Wellenpaketes benötigt, um eine Struktur mit Phasenverlauf $\varphi(\omega)$ zu durchlaufen. Mit Hilfe der Gesamtlänge der Struktur L läßt sich daraus die Gruppengeschwindigkeit des Wellenpaketes $v = L/\tau$ berechnen, negative Phasenzeiten führen dabei zu negativen Gruppengeschwindigkeiten. Im folgenden wird die Bedeutung von negativen Geschwindigkeiten erklärt und mit den überlichtschnellen Geschwindigkeiten, die im Tunnelprozeß auftreten, verglichen.

Beim Tunnelprozeß bestimmt man in einer asymptotischen Messung die Laufzeitdifferenz zweier Wellenpakete, die die Tunnelbarriere bzw. die gleiche Distanz im Freiraum durchliefen, vgl. auch Abb. 5.2. Die Laufzeitdifferenz Δt entspricht der Tunnelzeit τ abzüglich der Zeit, die notwendig für die Ausbreitung über die Freiraumstrecke L war:

$$\Delta t = \frac{L}{v} - \frac{L}{c} = \tau - \frac{L}{c} \quad \text{bzw.} \quad v = \frac{L}{\Delta t + \frac{L}{c}} \quad (7.18)$$

Ist die gemessene Laufzeitdifferenz $\Delta t = 0$, dann gibt es keinen Zeitgewinn und die Tunnelzeit $\tau = \frac{L}{c}$ entspricht der Ausbreitungszeit im Freiraum. Dagegen ist für eine *instantane* Ausbreitung die Tunnelzeit $\tau = 0$ und der Zeitgewinn erreicht den Wert $\Delta t = -\frac{L}{c}$, die daraus resultierende Geschwindigkeit v geht gegen $+\infty$, siehe Abb. 7.8 (rechts).

Die instantane Ausbreitung bewirkt, daß für ein Signal die Länge der Tunnelstrecke quasi aus dem Ausbreitungsweg herausgeschnitten erscheint, da alle Teile des Signals, die in die Struktur eindringen, sie auf der anderen Seite zeitgleich wieder verlassen, Abb. 7.8 (links mitte). Um

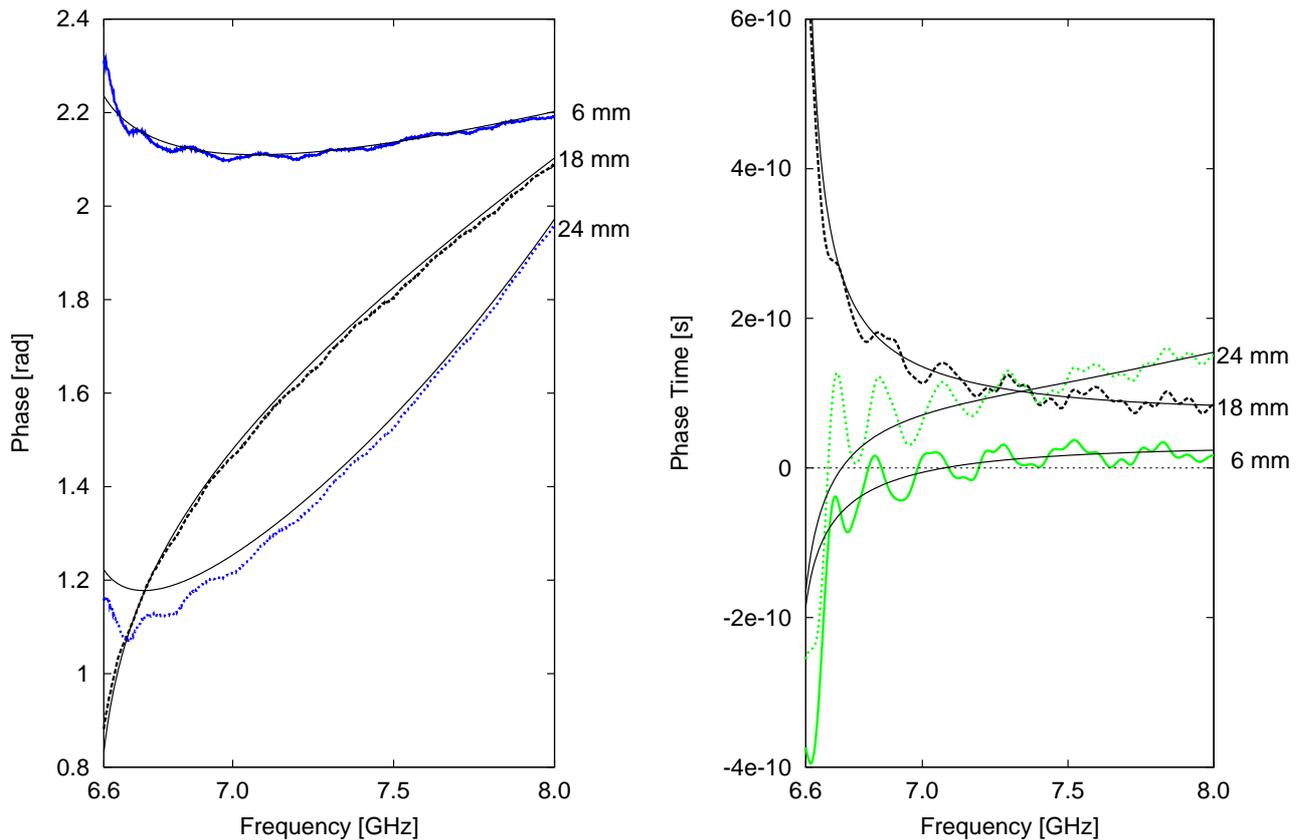


Abbildung 7.7: Gemessene Phase (links) und abgeleitete Phasenzeit (rechts) für die Plexiglas-Potentialtöpfe. Der Phasenverlauf ist negativ bis 7.1 GHz für die Potentialtopf $a = 6$ mm und bis 6.7 GHz für $a = 24$ mm. Die Schwingungen um die theoretischen Kurven (dünne Linien) werden durch eine leichte Fehlanpassung zwischen Hohlleiter und Anschlußstücken verursacht. Der Potentialtopf der Breite $a = 18$ mm liegt außerhalb der markierten Regionen von Abb. 7.6, die Phase zeigt in diesem Fall einen normalen positiven Anstieg.

einen noch größeren Zeitgewinn als $\Delta t = -\frac{L}{c}$ zu erzielen, müssen Teile des Signals die Struktur verlassen, noch bevor der zugehörige Teil in die Struktur eingedrungen ist, Abb. 7.8 (unten).³

Diese Eigenschaft haben Strukturen mit negativem Phasenverlauf, der größere Zeitgewinn führt dabei zu negativen Geschwindigkeiten. Beim Vergleich negativer Geschwindigkeiten ist zu beachten, daß eine im Absolutwert höhere negative Geschwindigkeit kleiner als eine Geschwindigkeit mit geringerem Absolutwert ist, d.h. eine Geschwindigkeit von $-2c$ ist langsamer als die Geschwindigkeit $-0.5c$, da der Zeitgewinn durch sie geringer ist, siehe auch Abb. 7.8 (rechts). In Tabelle 7.1 sind die besprochenen Zusammenhänge zwischen Zeitgewinn, Tunnelzeit und Ausbreitungsgeschwindigkeit noch einmal zusammengefaßt.

³Dies ist für ausgedehnte Signale wie Wellenpaket möglich, der transmittierte Teil verläßt dabei wiederum nicht die Einhüllende, die von einem Signal gebildet wird, das die gleiche Strecke im Freiraum läuft.

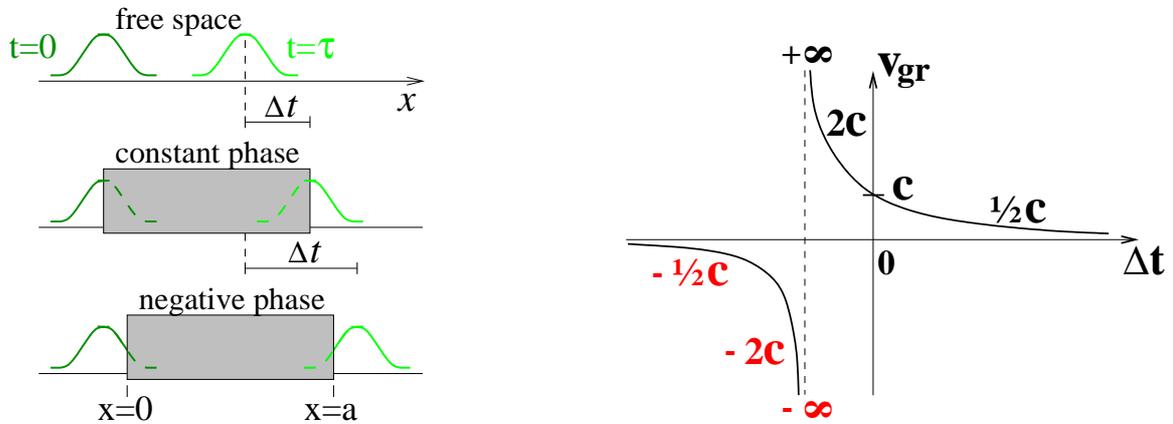


Abbildung 7.8: Links: Die Eingangs- und Ausgangssignale sind auf gleiche Höhe normiert. Im Vergleich zu einer Ausbreitung im Freiraum (oben) erreicht ein Signal aufgrund der konstanten Phase das Ende eines langen Tunnels instantan (mitte). In einem System mit negativem Phasenverlauf (unten) erscheinen dagegen Teile eines Signals, z.B. das Maximum, bereits am Ausgang bevor sie in das System eintreten. Rechts: Gruppengeschwindigkeiten, die sich nach (7.18) aus den Zeitgewinnen Δt ergeben. Wird der (negative) Zeitgewinn größer als die Zeit $-L/c$, die bei einer instantanen Ausbreitung gegenüber einer Freiraumausbreitung einspart werden kann, dann ergeben sich negative Geschwindigkeiten (rot). Hierbei ist $v = +\infty = -\infty$ gleich schnell, während z.B. $-0.5 c$ schneller als $-2 c$ ist. Die transmittierten Impulse verlassen dabei nicht die Einhüllende eines Impulses, der ungedämpft über die gleiche Distanz im Freiraum lief.

Tabelle 7.1: Zusammenhang zwischen den gemessenen Zeitdifferenzen Δt , den Ausbreitungsgeschwindigkeiten v und den Phasenzeiten τ der Signale nach Gl. (7.18). Eine graphische Darstellung dieser Zusammenhänge ist in Abb. 7.8 (rechts) gezeigt.

$\Delta t > 0$	\Rightarrow	$v < c$	$\tau > L/c$	langsamer als Licht
$\Delta t = 0$	\Rightarrow	$v = c$	$\tau = L/c$	Lichtgeschwindigkeit
$\Delta t < 0$	\Rightarrow	$v > c$	$\tau < L/c$	überlichtschnell
$\Delta t = -L/c$	\Rightarrow	$v = \infty$	$\tau = 0$	instantan
$\Delta t < -L/c$	\Rightarrow	$v < 0$	$\tau \equiv L/v < 0$	negative Geschwindigkeit

Kapitel 8

X-Wellen und Besselstrahlen

Die sogenannten *X-Wellen* und die *Besselstrahlen* beschreiben spezielle Strahlformen, die sich im Freiraum dispersionslos ausbreiten. Sie können für einen Beobachter, der nur Teile der Welle betrachtet, zu Überlichtgeschwindigkeitseffekten führen. Die scheinbare Überlichtgeschwindigkeit bei X-Wellen-Ausbreitung im Freiraum bezieht sich dabei immer nur auf die Spurgegeschwindigkeit entlang bestimmter Meßebenen oder Achsen. Speziell für X-Wellen ist dieser rein geometrische Effekt auch als „Schereneffekt“ bekannt. Er ist zu unterscheiden von den Dispersionseffekten die bei einer Übertragung in Tunnelstrukturen auftreten, bzw. von den Effekten der negativen Geschwindigkeiten, die in Strukturen mit anomaler Dispersion beobachtbar sind [70]–[88].

Der Schereneffekt tritt nur bei der Bewegung ausgedehnter Objekte und Signale, wie z.B. ebene Wellen, auf. Zur Verdeutlichung wird zunächst die Ausbreitung lokalisierter Teilchen bzw. Wellenpakete besprochen, wie sie auch in den hier vorgestellten Tunnelexperimenten benutzt wurden. Anschließend wird erläutert, welche Effekte zusätzlich auftreten können, wenn Signale räumlich weit ausgedehnt sind.

8.1 Lokalisiertes Objekt: Teilchen bzw. Wellenpaket

In Abbildung 8.1 (links) ist ein Teilchen dargestellt, das sich mit dem mittleren Impuls $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ ausbreitet. Im dispersionslosen Freiraum kann dies auch ein lokalisiertes Wellenpaket sein, das sich mit Gruppen- bzw. Phasengeschwindigkeit c bewegt. Die Koordinatenachsen wurden dabei

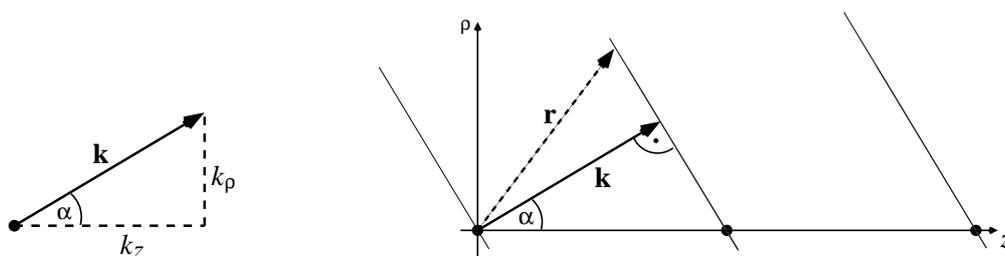


Abbildung 8.1: Ausbreitung eines lokalisierten Wellenpakets (links) und einer ebenen Welle (rechts) mit Wellenvektor \mathbf{k} .

in Analogie zu den Besselstrahlen mit z und ρ bezeichnet.¹ In diesen Richtungen gilt für die

¹Bei einer Besselwelle beschreibt ρ den Anteil radial zur Ausbreitungsrichtung.

Impulskomponenten $k(\omega)$ des Pakets:

$$k_\rho = k \sin \alpha = \frac{\omega}{c} \sin \alpha \quad (8.1)$$

$$k_z = k \cos \alpha = \frac{\omega}{c} \cos \alpha . \quad (8.2)$$

Um die Ausbreitung des Pakets in z - bzw. in ρ -Richtung zu untersuchen, wird die Dispersionsrelation des Freiraums umgeschrieben zu

$$\omega = c k = c \sqrt{k_\rho^2 + k_z^2} . \quad (8.3)$$

Daraus erhält man die Gruppengeschwindigkeit in z - bzw. ρ -Richtung formal über

$$\mathbf{v}_{\text{gr}} \equiv \begin{pmatrix} v_z \\ v_\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \\ \frac{\partial \omega}{\partial k_\rho} \end{pmatrix} \stackrel{(8.3)}{=} \frac{c}{\sqrt{k_\rho^2 + k_z^2}} \begin{pmatrix} k_z \\ k_\rho \end{pmatrix} \stackrel{(8.1-8.3)}{=} c \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \leq c \\ \leq c \end{matrix} , \quad (8.4)$$

d.h. die Ausbreitungsgeschwindigkeit des lokalisierten Objekts ist in jeder Richtung kleiner gleich der Lichtgeschwindigkeit.

Alternativ kann die Gruppengeschwindigkeit auch direkt aus dem mittleren Impuls \mathbf{p} des Teilchens bzw. dem Wellenvektor \mathbf{k} über

$$\mathbf{v} = \frac{\omega}{k^2} \mathbf{k} \quad \text{wobei} \quad |\mathbf{v}| \equiv c \quad (8.5)$$

bestimmt werden.² Wieder erhält man als Ausbreitungsgeschwindigkeit in z - bzw. ρ -Richtung Unterlichtgeschwindigkeit:

$$v_z = \frac{\omega}{k^2} k_z \stackrel{(8.2)}{=} \frac{\omega}{k^2} k \cos \alpha = \frac{\omega}{k} \cos \alpha = c \cos \alpha \leq c \quad (8.6)$$

$$v_\rho = c \sin \alpha \leq c . \quad (8.7)$$

8.2 Unendlich ausgedehntes Signal: Ebene Welle

Unendlich ausgedehnte Signale, wie ebene Wellen, breiten sich dagegen anders als lokalisierte Wellenpakete aus. So wird z.B. in [86] fälschlicherweise angenommen, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit auch für ebene Wellen aus (8.1) und (8.2) berechnet werden kann. Auf diese Weise erhält man aber immer nur Unterlichtgeschwindigkeit.

Betrachten wir eine ebene Welle, die sich mit Wellenvektor \mathbf{k} ausbreitet, siehe Abb. 8.1 (rechts).

$$f(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)} \equiv \exp \left\{ i \left[\begin{pmatrix} k \sin \alpha \\ k \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \rho \\ z \end{pmatrix} - \omega t \right] \right\} \quad (8.8)$$

Wie schnell muß man sich entlang der z -Achse bewegen, um der ebenen Welle zu folgen? Betrachten wir dazu nur die Ausbreitung in z -Richtung, d.h. setzen wir $\rho = 0$

$$f(z, t) = \exp \left\{ i \left[\begin{pmatrix} k \sin \alpha \\ k \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ z \end{pmatrix} - \omega t \right] \right\} = e^{i(kz \cos \alpha - \omega t)} = e^{i(kz \cos \alpha - kct)} = e^{ik \cos \alpha (z - \frac{c}{\cos \alpha} t)} . \quad (8.9)$$

²Bei der komponentenweisen Berechnung der Geschwindigkeit ist zu beachten, daß $v_z \neq \frac{\omega}{k_z}$ gilt; insbesondere ist $\frac{\omega}{k_z} = \frac{\omega}{k \cos \alpha} = \frac{c}{\cos \alpha}$ immer größer gleich c .

Wenn man sich entlang der z -Achse mit der Geschwindigkeit

$$v_z = \frac{c}{\cos \alpha} \geq c \quad (8.10)$$

bewegt, bleibt das Argument $z - \frac{c}{\cos \alpha} t$ in (8.9) und somit auch der Funktionswert bzw. die Phase von $f(z, t)$ konstant. Analog findet man als Spurgeschwindigkeit entlang der ρ -Achse

$$v_\rho = \frac{c}{\sin \alpha} \geq c. \quad (8.11)$$

Anhand dieser Spurgeschwindigkeiten kann mittels (8.5)

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{v^2} \mathbf{v} \quad (8.12)$$

formal ein Wellenvektor für die Ausbreitung der ebenen Welle angegeben werden:

$$\mathbf{k} \equiv \begin{pmatrix} k_z \\ k_\rho \end{pmatrix} = \frac{\omega}{v^2} \begin{pmatrix} v_z \\ v_\rho \end{pmatrix} = \frac{\omega}{c} \begin{pmatrix} \frac{1}{\cos \alpha} \\ \frac{1}{\sin \alpha} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad v^2 \equiv c^2. \quad (8.13)$$

Aus diesem effektiven Wellenvektor \mathbf{k} erhält man über die Dispersionsrelation (8.3)

$$\omega = c |\mathbf{k}| = c \sqrt{k_\rho^2 + k_z^2} \quad (8.14)$$

die Gruppengeschwindigkeit

$$\mathbf{v}_{\text{gr}} = \nabla_{\mathbf{k}} \omega = \begin{pmatrix} \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \\ \frac{\partial \omega}{\partial k_\rho} \end{pmatrix} \stackrel{(8.14)}{=} \frac{c}{\sqrt{k_\rho^2 + k_z^2}} \begin{pmatrix} k_z \\ k_\rho \end{pmatrix} \stackrel{(8.13)}{=} c \begin{pmatrix} \frac{1}{\cos \alpha} \\ \frac{1}{\sin \alpha} \end{pmatrix}. \quad (8.15)$$

Die Gruppengeschwindigkeiten entlang der Achsen sind gleich den Phasengeschwindigkeiten (8.10) bzw. (8.11), d.h. Signale laufen dispersionsfrei mit Überlichtgeschwindigkeit entlang der Achsen.

8.3 Besselwellen

Die rotationssymmetrische Überlagerung aller ebenen Wellen unter gleichem Winkel α führt zu Besselwellen [81]. Ein Besselwellen-Strahl kann erzeugt werden, indem eine ringförmige Blende in einen Strahl ebener Wellen gestellt wird. An den Stellen der ringförmigen Öffnung bilden sich Elementarwellen, die in ausreichender Entfernung von der Blende wieder als ebene Wellen angesehen werden können, siehe Abb. 8.2.

Die Überlagerung dieser Wellen führt in jeder Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung auf eine Intensitätsverteilung, die einer Besselfunktion entspricht: Die Ebenen gleicher Phase liegen senkrecht zur z -Achse, die Amplitude ist in ρ -Richtung nicht konstant, wie im Fall ebener Wellen, sondern folgt der Besselfunktion $J_0(k_\rho \rho)$:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = J_0(k_\rho \rho) e^{i(k_z z - \omega t)} \equiv J_0(k \sin \alpha \rho) e^{i(k \cos \alpha z - \omega t)}. \quad (8.16)$$

Dieses Intensitätsmuster breitet sich überlichtschnell entlang der z -Achse aus, so daß ein Beobachter den Eindruck einer überlichtschnellen *Signalübertragung* bekommen kann. Die Amplitude hängt nicht von z ab, das Besselwellen-Muster breitet sich daher unverändert entlang

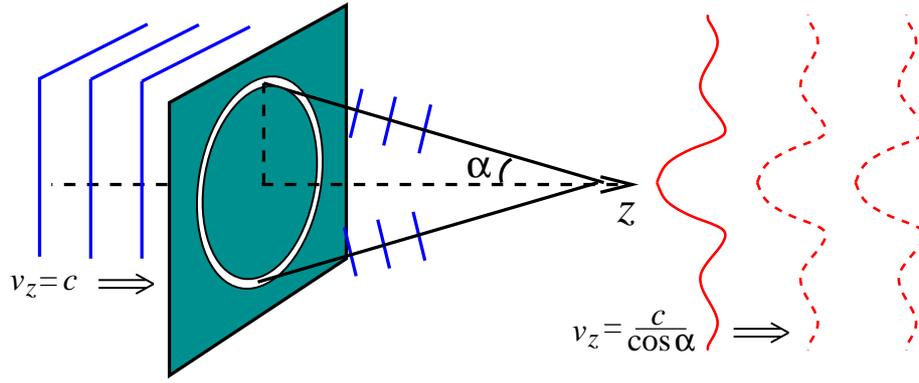


Abbildung 8.2: Eine kreisförmige Blende kann zur Erzeugung eines Besselwellen-Strahls verwendet werden. Die von links einfallenden ebenen Wellen (blau) erzeugen in der ringförmigen Öffnung kugelförmige Elementarwellen, deren Überlagerung die Intensitätsverteilung einer Besselfunktion ergibt (rot). Dieses Intensitätsmuster breitet sich mit Überlichtgeschwindigkeit entlang der z -Achse aus.

der z -Achse aus. Analog zu (8.9) erhält man als Phasen- und Gruppengeschwindigkeit einer Besselwelle $v_z = \frac{c}{\cos \alpha} \geq c$.

Die Funktion (8.16) ist eine mögliche Lösung der quellenfreien Maxwellgleichungen im Vakuum, d.h. sie erfüllt die Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{r}, t) = \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) \quad \left(\neq \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi(\mathbf{r}, t) \right). \quad (8.17)$$

PESHKIN [86] verwendet in (8.17) anstelle von ∇^2 lediglich die partielle Ableitung $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Man erhält dadurch den Widerspruch

$$\begin{aligned} \frac{(-i\omega)^2}{c^2} J_0(k_\rho \rho) e^{i(k \cos \alpha z - \omega t)} &= (ik \cos \alpha)^2 J_0(k_\rho \rho) e^{i(k \cos \alpha z - \omega t)} \\ \Leftrightarrow \frac{\omega}{c} &= k \cos \alpha \quad \stackrel{(8.3)}{\Leftrightarrow} \quad c = c \cos \alpha \end{aligned} \quad (8.18)$$

Dagegen wird in [86] aus $\frac{\omega}{c} = k \cos \alpha$ fälschlicherweise auf eine Phasengeschwindigkeit $v \equiv \frac{\omega}{k} = c \cos \alpha$ kleiner als c geschlossen.

Tatsächlich breitet sich das Besselwellen-Intensitätsmuster mit Überlichtgeschwindigkeit $v_z = \frac{c}{\cos \alpha}$ entlang der z -Achse aus. Dieser Effekt ist auf kurze Distanzen beschränkt, da sich der Winkel α mit zunehmendem Abstand zur Blende verkleinert. Für große Distanzen geht die Geschwindigkeit der Besselwellen asymptotisch gegen die Lichtgeschwindigkeit.

Bemerkenswert ist, daß sich im Falle der Besselwellen ein kompliziertes Muster scheinbar mit überlichtschneller Gruppengeschwindigkeit ausbreitet. Tatsächlich wird dieses Muster in jedem Abstand zur Blende neu aus der Überlagerung der Elementarwellen der Blendenöffnung erzeugt. Die Elementarwellen breiten sich dispersionslos mit Lichtgeschwindigkeit aus, ihre überlichtschnelle Spurgeschwindigkeit entlang der z -Achse führt zur scheinbar überlichtschnellen Bewegung des Besselmusters, siehe Abb. 8.2 (rechts).

Kapitel 9

Das Doppelprisma

Die Totalreflexion an der Grenzfläche eines Mediums und Luft kann durch Annäherung eines weiteren Mediums gestört werden. Wird ein zweites Medium gleicher Brechzahl unmittelbar auf die Grenzfläche gesetzt, dann findet keine Reflexion statt und ein einfallender Strahl tritt ungebrochen ins zweite Medium über. Dieser Effekt tritt auch noch auf, wenn beide Medien durch einen Luftspalt getrennt werden. Ein Teil des einfallenden Strahls tritt weiterhin ins zweite Medium über, man spricht von frustrierter Totalreflexion [107].

9.1 Simulationsmethode

Die Wellenausbreitung im Prisma kann durch die Überlagerung von Elementarwellen simuliert werden, die von vorbeilaufenden Wellenfronten angeregt werden. In einem *homogenen* Medium führt die Überlagerung der Elementarwellen zu einer neuen Front, die wieder senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des ursprünglichen Strahls verläuft. Es genügt daher, die Elementarwellenausbreitung nur an den *Übergängen* zwischen zwei Medien zu simulieren. An der Übergangsstelle ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit und damit die Ausbreitungsrichtung des Strahls. Unter bestimmten Bedingungen kann es zur Totalreflexion kommen, in diesem Fall bildet sich keine neue Wellenfront im optisch dünneren Medium, siehe Abb. 9.1. Eine seitliche Begrenzung des Strahls führt zu Beugungserscheinungen, da Elementarwellen am Strahlrand in alle Richtungen abstrahlen, ohne daß die seitliche Abstrahlung durch Interferenz mit Nachbarwellen ausgelöscht werden kann.

In den Simulationen kann der ins Prisma einfallende Strahl durch eine phasengleiche Anregung der Streuzentren unmittelbar am Übergang Plexiglas/Luft nachgebildet werden. In der Simulation werden auf beiden Seiten des Übergangs Meßgitter ausgelegt, die jeweils an den Gitterpunkten alle einlaufenden Elementarwellen überlagern, siehe rotes Gitter in Abb. 9.1. Dazu werden von jedem Gitterpunkt die Abstände zu allen Elementarwellenzentren am Übergang Plexiglas/Luft bestimmt. Die zeitliche Anregung der Elementarwellenzentren ist bekannt, mit Hilfe der Abstände werden die Laufzeiten der Elementarwellen zu den Gitterpunkten berechnet. Die Elementarwellen treffen dadurch mit unterschiedlicher Phasenverschiebung an den Gitterpunkten ein. Dabei ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium zu berücksichtigen, d.h. liegt das Meßgitter links vom Übergang Plexiglas/Luft, dann wird die größere optische Ausbreitungsstrecke¹ im Medium berücksichtigt.

Aus den Überlagerungen an den Gitterpunkten zu aufeinanderfolgenden Zeitschritten erhält man eine animierte Darstellung der Wellenausbreitung, in der die Entstehung neuer Wellenfron-

¹bzw. die längere Laufzeit durch die verminderte Geschwindigkeit

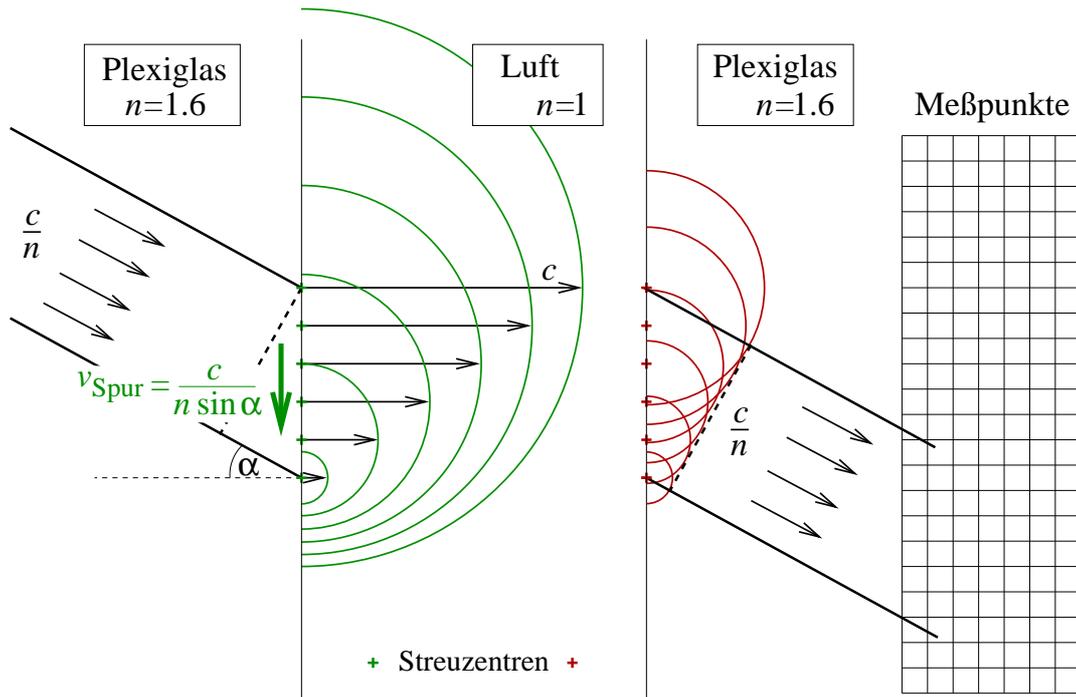


Abbildung 9.1: Transmittierter Anteil bei Totalreflexion: Der Winkel des einfallenden Strahls α ist größer als der Winkel der Totalreflexion $\sin \alpha_{\text{total}} = 1/n$. Die Streuzentren entlang der Oberfläche Plexiglas/Luft werden mit einer Spurgeschwindigkeit $v_{\text{Spur}} < c$ angeregt. Die im Luftspalt mit c auslaufenden Elementarwellen überlagern sich nicht und bilden keine gemeinsame Wellenfront. Erst beim Übergang Luft/Plexiglas entsteht durch die geringere Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium c/n eine neue Wellenfront (gestrichelte Linie). Die Goos-Hänchen-Verschiebung ist nicht eingezeichnet. In der numerischen Simulation werden an bestimmten Meßpunkten (schwarzes Gitter) alle einlaufenden Elementarwellen unter Berücksichtigung ihrer Phasen addiert. Die Amplitudenverteilung über dem Meßraster kann dreidimensional dargestellt werden, vgl. Abb. 9.2.

ten beobachtet werden kann. Außerdem können die örtlichen Auslenkungen der Gitterpunkte über einen bestimmten Zeitraum aufsummiert werden, man erhält daraus Intensitätsverteilungen wie bei einer Beobachtung von Lichtwellen mit einem Schirm. Im Gegensatz zur Lichtwellenbetrachtung auf einem Schirm, ist in den Simulationen unmittelbar die Intensitätsverteilung in der gesamten Ebene des Gitters sichtbar, siehe auch Abb. 9.2. Wegen der räumlichen Abschwächung der Elementarwellen sind die Intensitäten in den Diagrammen logarithmisch dargestellt.

Aus der Entfernung zwischen Streuzentren und Gitterpunkten wird neben der Phasendifferenz auch die Dämpfung der Elementarwellen berechnet. Die entfernungsbedingte Abschwächung der Elementarwellen mit $1/r^2$ kann in der Simulation wahlweise auch abgeschaltet werden. Die Wellen breiten sich dann ungedämpft aus, und eine grafische Darstellung ist ohne logarithmische Skala möglich.

Test der Simulationsroutinen: Beugung am Spalt

Als Test wird das Beugungsmuster von Mikrowellen an einem Spalt simuliert und mit den theoretischen Vorhersagen verglichen. Dazu werden in der Nähe des Ursprungs 100 Streuzentren über eine Breite $b = 0.2$ m mit $f = 9.15$ GHz phasengleich angeregt und die Überlagerung der Elementarwellen im Abstand $D = 0$ bis 10 m und seitlich von $d = -5$ bis 5 m vor dem

Spalt bestimmt, Abb. 9.2 (oben). Schnittbilder zeigen den normierten Amplitudenverlauf bei den festen Abständen $D = 1$ und 10 m (unten). Nullstellen bzw. Knoten bilden sich erst für Abstände $D \gg b$ aus. Die Knoten liegen an den theoretisch zu erwartenden Stellen $d/D = \tan(\arcsin(m \frac{c}{f b}))$ mit $m = 1, 2, 3 \dots$; in unserem Fall bei $d/D = 0.17, 0.35$ und 0.57 .

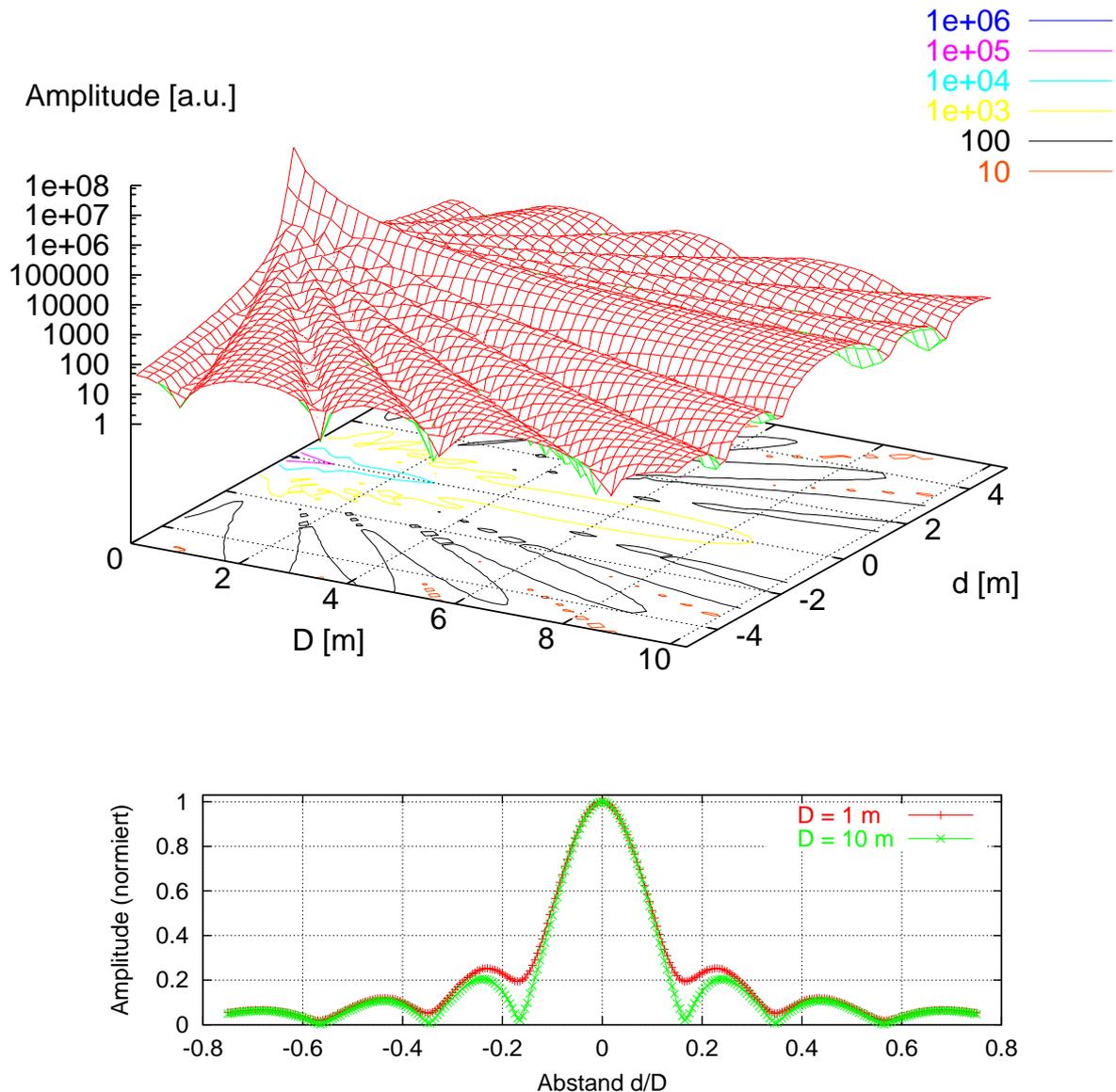


Abbildung 9.2: Beugung am Spalt: 100 Streuzentren verteilt über die Spaltbreite 20 cm ergeben bei einer Anregung mit 9.15 GHz obiges Beugungsbild. Die Spaltbreite entspricht ca. dem 6-fachen der Wellenlänge. Unten: Schnittbilder in $D = 1$ und 10 m Entfernung. Die Amplitude des letzteren beträgt nur noch $1/96$ des 1-m-Bildes.

9.2 Änderung des Einfallswinkels

Der simulierte einfallende Strahl stand bisher senkrecht auf den Streuzentren. Man kann nun den Einfallswinkel des Strahls ändern, indem man die Linie der Streuzentren dreht. Es ist allerdings einfacher, die Streuzentren an ihrem Platz entlang der x -Achse zu belassen und sie phasenverzögert anzuregen, so als ob der Strahl sie aus einer anderen Richtung α kommend

träfe. Ein Streuzentrum an der Stelle x wird dabei durch die Funktion

$$F_x(t) = \sin(\omega t + kx) \quad \text{mit} \quad k = \sin(\alpha) \omega n/c \quad (9.1)$$

sinusförmig angeregt. Für $\alpha = 0^\circ$ erhält man eine gleichphasige² Anregung, für $\alpha = 90^\circ$ erfolgt die Anregung gerade mit der Geschwindigkeit der Welle im Medium c/n .

Bei Anregung der Streuzentren unter einem Winkel α , der größer als der kritische Winkel $\alpha_{\text{total}} = \arcsin(1/n) \approx 39^\circ$ ist, tritt Totalreflexion auf. Das Beugungsbild in Abbildung 9.2 dreht sich dabei von 0° auf den Winkel α . Damit Totalreflexion auftritt, muß die breite Keule des Hauptmaximums vollständig unter dem Winkel der Totalreflexion auf die Grenzfläche treffen. Messungen der frustrierten Totalreflexion *unmittelbar oberhalb* des kritischen Winkels werden daher durch nicht totalreflektierte Anteile des Strahls erschwert.

Selbst wenn die Hauptkeule des Strahls vollständig unter einem Winkel größer als der Winkel der Totalreflexion auf die Grenzfläche trifft, gibt es immer Nebenmaxima, die diese Bedingung nicht erfüllen, siehe Abb. 9.3. Verglichen mit dem Hauptstrahl ist die Intensität der Nebenmaxima zwar relativ schwach. Allerdings nimmt die Intensität mit zunehmender Entfernung von der Grenzfläche nur mit $1/r^2$ ab, während die Abschwächung der evaneszenten Anteile des Hauptstrahls exponentiell erfolgt. Die Beugungserscheinungen überlagern daher den zu untersuchenden Effekt der frustrierten Totalreflexion, sie machen sich besonders bei kleinen Strahlbreiten und großen Abständen zur Grenzfläche bemerkbar.

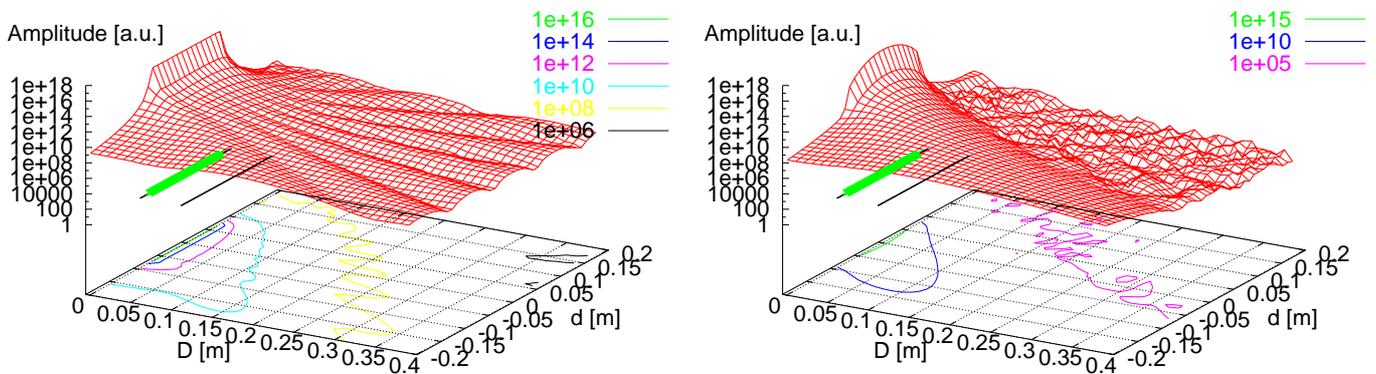


Abbildung 9.3: Die Streuzentren (grün) werden über (9.1) unter einem Winkel von $\alpha = 26^\circ$ angeregt, die Richtung des gebrochenen Strahl β ergibt sich nach dem Brechungsgesetz $\sin \alpha = n \sin \beta$ zu $\beta = 45^\circ$. Links erkennt man, daß der gebrochene Strahl von starken Beugungserscheinungen begleitet wird. Das Strahlprofil war rechteckig, d.h. die grün eingezeichneten Streuzentren wurden gleich stark angeregt. Rechts wurde als Strahlprofil eine Kaiser-Bessel-Funktion (9.2) verwendet. Durch die verminderten Abschneideeffekte an den Strahlkanten entstehen schwächere Beugungsmaxima und der gebrochene Strahl wird besser erkennbar. Einen Vergleich der beiden Strahlprofile zeigt Abb. 9.4.

In den experimentellen Untersuchungen am Doppelpisma wurde Mikrowellenstrahlung verwendet, deren Intensität über die Strahlbreite annähernd konstant war: Entweder wurde unmittelbar der breite Strahl der parabolischen Sendeantenne verwendet, oder die Strahlbreite wurde durch Lochblenden verringert. In beiden Fällen besitzt der Strahl einen rechteckigen Intensitätsverlauf, der nach (2.2) zu starken Beugungseffekten im Ortsraum führt.

²d.h. die Anregung erfolgt mit der Spurgeschwindigkeit ∞

In der Simulation besteht darüber hinaus die Möglichkeit, die Strahlintensität über das Strahlprofil zu variieren. Die Beugungserscheinungen werden verringert, wenn die Strahlintensität von der Mitte des Strahls zu den Rändern langsam abnimmt, z.B. kann als Intensitätsverlauf eine Kaiser–Bessel–Funktion 3. Ordnung angenommen werden [4]. Die Intensität mit der das n -te von N Streuzentren angeregt wird, ist

$$I(n) = a_0 + a_1 \cdot \cos\left(2\pi \frac{n}{N}\right) + a_2 \cdot \cos\left(4\pi \frac{n}{N}\right) + a_3 \cos\left(6\pi \frac{n}{N}\right) . \quad (9.2)$$

mit $a_0 = 0.4021$, $a_1 = -0.4986$, $a_2 = 0.0981$, $a_3 = -0.0012$.

Abbildung 9.4 zeigt den rechteckigen und den modulierten Intensitätsverlauf, der für die einfallenden Strahlen in den Simulationen in Abb. 9.3 angenommen wurde.

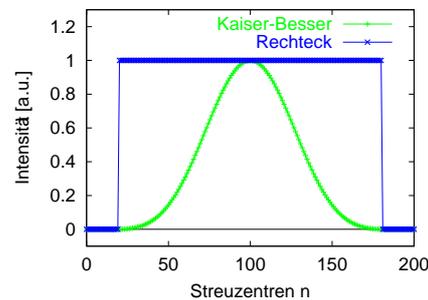


Abbildung 9.4: Intensitätsverteilung der einfallenden Strahlen in Abb 9.3: Entlang des 5 cm breiten Spaltes zwischen beiden Prismen sind auf jeder Seite $N = 200$ Streuzentren äquidistant verteilt (schwarze Geraden in Abb. 9.3). Davon wurden die Streuzentren $n = 20$ bis $n = 180$ angeregt (grün markiert), dies entspricht einer Strahlbreite von 19 cm. Als Anregung wurde die hier gezeigte Rechteckfunktion und die Kaiser–Besselfunktion verwendet.

Kapitel 10

Universelle Tunnelzeit

Innerhalb einer Hohlleiter–Tunnelbarriere ist die Wellenzahl $k(\omega)$ rein imaginär, d.h. ein mal in die Barriere eingedrungenes Signal erleidet innerhalb der Barriere der Länge x keine weitere Phasenänderung, d.h. $e^{ikx} \rightarrow e^{-\kappa x}$. Aufgetragen über die Frequenz ω ergibt dies einen konstanten Phasenverlauf für alle Frequenzen, die unterhalb der Grenzfrequenz liegen. Weil die Ableitung der Phase die für die Ausbreitung benötigte Phasenzeit ergibt, bewirkt dieses Verhalten eine instantane Ausbreitung über die jeweilige Tunnellänge [94, 104].

Sowohl experimentell als auch theoretisch wurde jedoch festgestellt, daß die Zeit, die zur Durchquerung einer photonischen Barriere benötigt wird, zunächst mit zunehmender Tunnellänge ansteigt und schließlich gegen einen festen Grenzwert geht, der sehr klein aber ungleich Null ist [30, 31, 32]. Dieses Verhalten kann erklärt werden, wenn nicht nur die Ausbreitung in der Tunnelregion betrachtet wird, sondern auch die Zeitverluste berücksichtigt werden, die durch die teilweise Reflexion am Barrierenanfang entstehen. Die Zeitverluste stehen im Zusammenhang mit der Frequenz der eingestrahlten Wellen [94].

Andererseits findet innerhalb einer Tunnelbarriere, die aus einer periodischen Anordnung, z.B. von Plexiglas und Luft besteht, in jedem Abschnitt *normale Wellenausbreitung* mit realer Wellenzahl $k = \frac{\omega}{v}$ statt. Erst die phasenrichtige Überlagerung der Einzelwellen innerhalb der Struktur führt zu einer exponentiellen Abschwächung des transmittierten Signals und damit zum Verhalten einer Tunnelstruktur mit imaginärer Wellenzahl. In Abschnitt 4.2 wurde gezeigt, daß dazu bereits eine einzelne dielektrische Platte mit Reflexionsstellen am Ein- und Ausgang ausreicht.

Im folgenden wird untersucht, wie beim Aufbau einer Tunnelstruktur aus dielektrischen Platten mit reeller Wellenzahl eine Gesamtstruktur entsteht, deren Wellenzahl imaginäre Anteile aufweist. Anschließend wird in Simulationen untersucht, wie sich die Tunnelzeit bei Verlängerung der Barriere verhält.

10.1 Imaginäre Wellenzahl

Abbildung 10.1 zeigt einen Ausschnitt einer periodischen Struktur, in deren Grundelementen normale Wellenausbreitung mit ortsabhängiger Wellenzahl $k(x)$ stattfindet. Die Elementarzelle der Struktur besteht aus einer Schicht mit Wellenzahl k_1 und einer Schicht mit k_2 . Die Transmissionsmatrix \mathbf{T} der Elementarzelle¹ kann nach der gleichen Methode, wie in Abschnitt 7.2 vorgestellt, bestimmt werden [22]. Die Ausbreitung über die einzelnen Grundelemente wird

¹Die Transmissionsmatrix wurde bereits in Abschnitt 3.2 eingeführt und genauer besprochen.

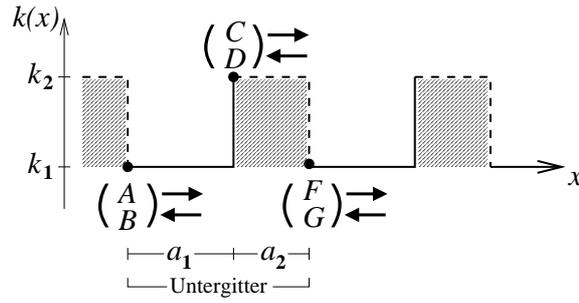


Abbildung 10.1: Periodische Anordnung von Abschnitten mit unterschiedlicher Wellenzahl $k(x)$. Innerhalb der Abschnitte der Länge a_1 bzw. a_2 ist die reelle Wellenzahl konstant k_1 bzw. k_2 . Die Ausbreitung der Wellen innerhalb der Abschnitte wird durch die Matrizen \mathbf{T}_{k_1} bzw. \mathbf{T}_{k_2} beschrieben. Die Ausbreitung über mehrere Abschnitte erhält man durch Verkettung dieser Matrizen, Gl. (10.3).

darin beschrieben durch

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right) e^{-ik_1 a_1} & \left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) e^{-ik_1 a_1} \\ \left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) e^{+ik_1 a_1} & \left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right) e^{+ik_1 a_1} \end{pmatrix}}_{\mathbf{T}_{k_1}} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \quad (10.1)$$

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) e^{-ik_2 a_2} & \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) e^{-ik_2 a_2} \\ \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) e^{+ik_2 a_2} & \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) e^{+ik_2 a_2} \end{pmatrix}}_{\mathbf{T}_{k_2}} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}. \quad (10.2)$$

Daraus erhält man die Transmissionsmatrix \mathbf{T} der Elementarzelle durch Verkettung:

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \underbrace{\mathbf{T}_{k_1} \mathbf{T}_{k_2}}_{\mathbf{T}} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}. \quad (10.3)$$

Speziell für das Matrixelement T_{11} von \mathbf{T} findet man:

$$T_{11} = e^{-ik_1 a_1} \left(\cos k_2 a_2 - \frac{i}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2 a_2 \right). \quad (10.4)$$

Für eine von links einfallende Welle A ergibt sich als transmittierter Anteil ($G=0$)

$$A = T_{11} \cdot F + T_{12} \cdot 0 \quad \text{bzw.} \quad F = T_{11}^{-1} A. \quad (10.5)$$

Andererseits kann für die Wellenausbreitung von A nach F eine Übertragungsfunktion e^{-ikx} mit einer zunächst unbekanntem komplexen Wellenzahl $k = \text{Re}(k) + i \text{Im}(k)$ angesetzt werden

$$A \stackrel{!}{=} e^{-ikx} F \quad \text{bzw.} \quad F = e^{ikx} A = e^{i \overbrace{\text{Re}(k)x}^{\Delta\varphi}} e^{-\overbrace{\text{Im}(k)x}^{\kappa}} A, \quad (10.6)$$

wobei die Strecke $x = a_1 + a_2$ ist. Im Vergleich von (10.6) mit (10.5) und (10.23) erkennt man, daß dazu

$$e^{-ik(a_1+a_2)} \stackrel{!}{=} e^{-ik_1 a_1} \left(\cos k_2 a_2 - \frac{i}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2 a_2 \right) \quad (10.7)$$

gelten muß. Daraus läßt sich k bestimmen als

$$k(\omega) = \frac{k_1 a_1 + i \ln \left(\cos k_2 a_2 - \frac{i}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2 a_2 \right)}{a_1 + a_2} \quad (10.8)$$

Durch Umschreiben des komplexen Logarithmus findet man²

$$k(\omega) = \frac{1}{a_1 + a_2} \left[k_1 a_1 + \operatorname{arccot} \left(\frac{2k_1 k_2}{k_1^2 + k_2^2} \cot k_2 a_2 \right) + \frac{i}{2} \ln \left(1 + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{4k_1^2 k_2^2} \sin^2 k_2 a_2 \right) \right] \quad (10.9)$$

Man erkennt, daß die Wellenzahl k der Elementarzelle einen imaginären Anteil aufweist, zusätzlich aber noch einen reellen Anteil hat, der mit normaler Wellenausbreitung—und daher mit Laufzeitverlusten—verbunden ist.

Einzelne Platte

Um eine einzelne Platte mit Brechungsindex n wie in Abschnitt 4.1 zu simulieren, kann die Länge der Luftstrecke a_1 Null gesetzt werden. Wichtig ist nur, daß der Sprung, der mit der Änderung der Wellenzahlen verbunden ist, erhalten bleibt. Für die Wellenausbreitung im Freiraum gilt $k_1 = \frac{\omega}{c}$ und $k_2 = \frac{\omega}{c} n$. Damit vereinfacht sich (10.9) in

$$\Delta\varphi = \operatorname{arccot} \left(\frac{2}{\frac{1}{n} + n} \cot \frac{\omega}{c} n a_2 \right) \quad (10.10)$$

$$\kappa a_2 = \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} - n \right)^2 \sin^2 \frac{\omega}{c} n a_2 \right) \quad (10.11)$$

woraus sich gemäß (10.6) die Wellenzahl der Platte zu $k = \frac{\Delta\varphi}{a_2} + i\kappa$ ergibt. Hierin ist $\Delta\varphi$ die Phasenänderung, die in der Wellenausbreitung zu Laufzeitverlusten führt.

Unendlich viele Platten

Die Wellenzahl der Elementarzelle k besitzt also neben dem bereits vorhandenen imaginären Anteil auch noch einen reellen Anteil. Dieser verschwindet vollständig erst für eine perfekte periodische Struktur, die aus unendlich vielen Elementarzellen besteht. Die Wellen, die innerhalb der perfekten periodischen Struktur auftreten, sind modifizierte ebenen Wellen, sogenannte *Bloch-Wellen* [17]. Die Wellenzahl k der Bloch-Wellen hängt mit den Wellenzahlen der Grundelemente zusammen über

$$\cos k(a_1 + a_2) = \cos(k_1 a_1) \cos(k_2 a_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \sin(k_1 a_1) \sin(k_2 a_2) \quad (10.12)$$

Evaneszente Blochwellen treten für Frequenzen ω auf, bei denen die Bloch-Wellenzahl k rein imaginär wird [17, 40]. In diesen Frequenzbereichen, den photonischen Bandlücken, findet kein Energietransport statt. Im allgemeinen gibt es eine unendliche Anzahl dieser Bandlücken.

Im Gegensatz zu den hier beschriebenen periodischen Gittern, in denen die Wellenzahl erst für unendlich viele Elementarzellen rein imaginär wird, besitzen Hohlleiter—unabhängig von ihrer Länge—unterhalb der Abschneidefrequenz rein imaginäre Wellenzahlen. Die Änderung der Wellenzahl am Ein- und Ausgang der Tunnelstruktur führt aber auch hier zu reellen Anteilen und damit zu endlichen Tunnelzeiten, wie man im folgenden Abschnitt sehen wird [37].

² $\ln(x+iy) = \frac{1}{2} \ln(x^2+y^2) + i \operatorname{sgn}(y) \operatorname{arccot} \left(\frac{x}{y} \right)$

10.2 Tunnelzeit–Hypothese

Abbildung 10.2 zeigt die Transmission und Phase eines Hohlleiter–Tunnelaufbaus, wie in Abb. 3.2 vorgestellt.³ Die Länge der Tunnelstrecke wurde von $l = 1$ cm bis zu einer Länge von 20 cm erhöht, die Tunnelstrecke ist ab einer Länge von $lk > 1$ opak. Die Cutoff–Frequenz der Tunnelstrecke liegt bei 9.49 GHz. Unterhalb dieser Frequenz zeigt die Phase φ nur einen schwachen linearen Anstieg, der sich ab ca. 2 cm Tunnelstrecke nicht weiter erhöht. Dies führt zu einer kurzen Phasenzeit $\tau = d\varphi/d\omega$ für die Transmission der Tunnelstrecke und ermöglicht überlichtschnelle Gruppengeschwindigkeiten $v_{\text{gr}} = l/\tau$ für genügend lange Strukturen.

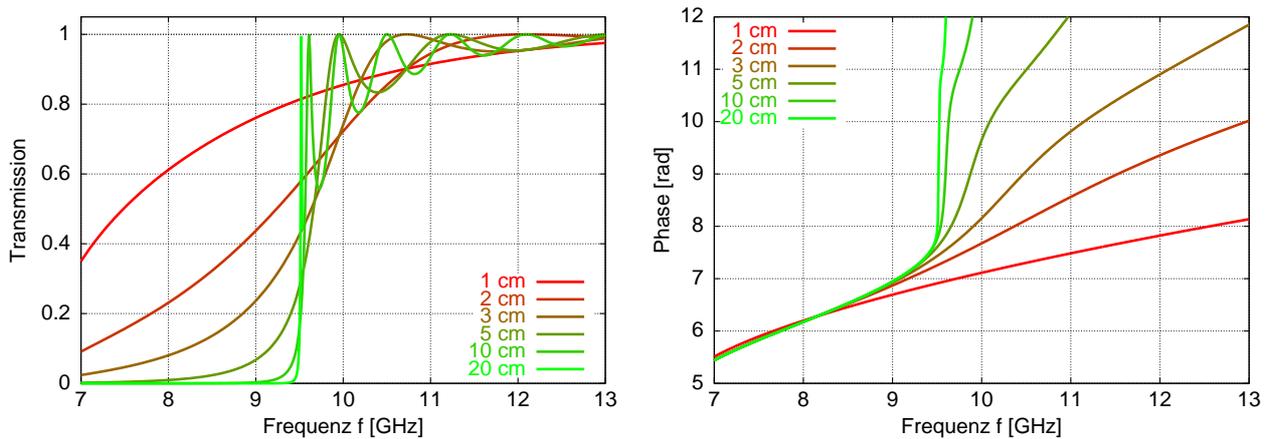


Abbildung 10.2: Transmission und Phasenverlauf von verjüngten Hohlleiter–Tunnelstrukturen verschiedener Länge, Aufbau wie in Abb. 3.2. Die Cutoff–Frequenz der Zuleitungen beträgt 6.56 GHz, in der Tunnelstrecke ist sie 9.49 GHz. Die Länge der Tunnelstrecke wurde von 1 cm bis auf 20 cm erhöht. Links erkennt man den Dämpfungsbereich unterhalb von 9.49 GHz. Oberhalb dieser Frequenz breiten sich Wellen in der Tunnelstrecke aus. Reflexionen an den Hohlleiterenden führen zu Resonanzen in der Transmission. Rechts zeigt die Phase unterhalb von 9.49 GHz einen flachen Anstieg, der auch für sehr lange Tunnelstrecken nicht zunimmt. Erst oberhalb der Cutoff–Frequenz unterscheiden sich die Phasen der unterschiedlich langen Tunnelstrecken stark voneinander.

Durch den fast linearen Anstieg der Phase unterhalb der Cutoff–Frequenz 9.49 GHz, Abb. 10.2 (rechts), ist die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} in diesem Bereich annähernd frequenzunabhängig. Dies ermöglicht eine dispersionsfreie Signalübertragung durch die Tunnelstrecke. Zur Vermeidung einer frequenzabhängigen Dämpfung muß außerdem ein genügend großer Abstand zum Cutoff–Bereich gehalten werden, in dem sich die Transmission schnell ändert, Abb. 10.2 (links).

Mit zunehmender Länge einer photonischen Tunnelstruktur verläuft die Phase des transmittierten Signals im Frequenzbereich der Tunnelregion zunächst immer flacher. Die Steigung der Phase geht gegen einen Grenzwert, von dem vermutet wurde, daß er näherungsweise mit dem Reziproken der Frequenz $1/f$ des Tunnelbereichs zusammenfällt [94]. Um dies zu überprüfen, wurde der Phasenverlauf der Transmission für die periodische und für die resonante Struktur, sowie für eine Hohlleiteranordnung simuliert und aus den Phasenverläufen die Phasenzeiten bestimmt. Die geringsten Phasenzeiten traten dabei wie erwartet in der Transmissionslücke bzw. bei der Hohlleiteranordnung zwischen der Cutoff–Frequenz des Tunnelstücks und der Zuleitung auf.

³Die Transmission des 20 cm langen Hohlleiters ist nur bis zur Cutoff–Frequenz eingezeichnet, oberhalb des Cutoffs liegen viele Resonanzen, die die Darstellung beeinträchtigen würden.

10.2.1 Übergang zu opaker Struktur

Zur Untersuchung der $1/f$ -Hypothese wurden Hohlleiterstücke steigender Länge simuliert, ab einer Länge von ca. 4 bis 5 cm war kein weiterer Anstieg der Phasenzeiten bzw. Tunnelzeiten zu beobachten, Abb. 10.3 (rechts). Zusätzlich ist die Tunnelzeit eingetragen, die aus der $1/f$ -Hypothese folgt. Die simulierten Tunnelzeiten nähern sich von unten kommend, erreichen diesen Wert von $\tau = 1/5.7 \text{ GHz} = 175 \text{ ps}$ allerdings nicht ganz. Die Abweichung kann in einem Korrekturterm zu $1/f$ -Hypothese erfaßt werden, siehe Abschnitt 10.2.3.

Bei der periodischen und der resonanten Struktur wurde die Anzahl der Plexiglasplatten erhöht und dadurch die Tiefe der Bandlücke vergrößert. Dazu wurde die Anzahl der Plexiglasplatten beginnend bei einer Platte auf maximal zwölf Platten erhöht, die maximale Transmissionsdämpfung betrug $T = 0.007$. Die zugehörigen Tunnelzeiten sind in Abb. 10.3 (links) aufgetragen.

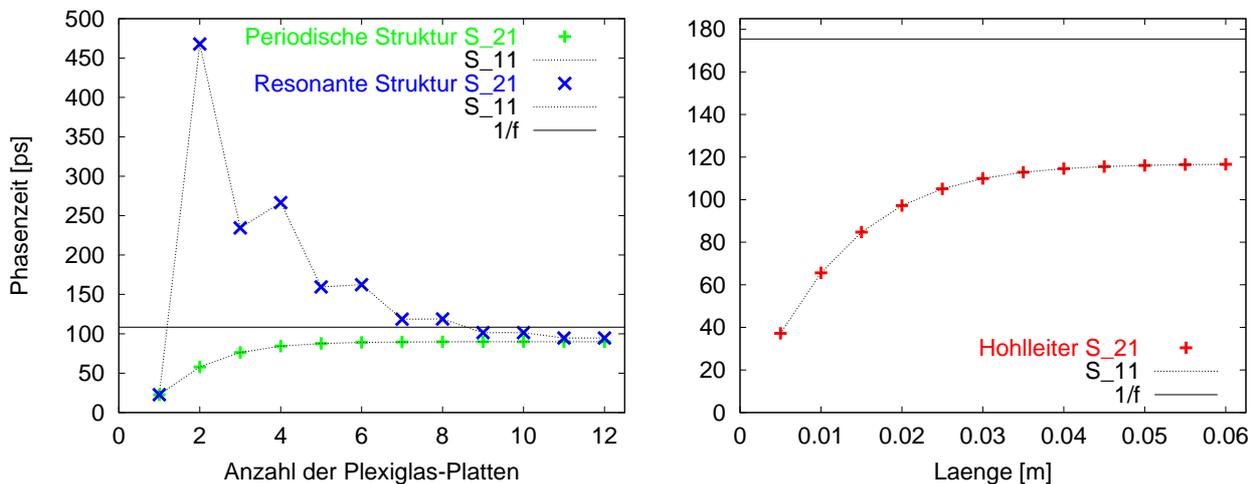


Abbildung 10.3: Links: Phasenzeiten für Transmission S_{21} und Reflexion S_{11} von periodischen und resonanten Strukturen unterschiedlicher Länge. Für lange, d.h. opake, Strukturen nähern sich die Zeiten dem gemeinsamen Wert $\tau \approx 95 \text{ ps}$. Die resonante Struktur nähert sich von oben kommend, da ab einer Länge von zwei Platten der eingeschlossene Resonator Laufzeitverluste bewirkt, die erst bei der opaken Struktur wieder wegfallen. Rechts: Phasenzeiten für Hohlleiter unterschiedlicher Länge. Die durchgezogene Linie entspricht der $\tau = 1/f$ -Hypothese. Bei allen Strukturen sind Reflexions- und Transmissionszeiten identisch.

Die Tunnelzeit der periodischen Struktur (grün) verhält sich ähnlich wie die Tunnelzeit des Hohlleiters, d.h. sie steigt mit zunehmender Länge und nähert sich von unten kommend einem Grenzwert, der hier gut mit der Vorhersage der $1/f$ -Hypothese übereinstimmt. Anders verhält sich dagegen die Tunnelzeit der resonanten Struktur (blau): im wesentlichen fällt hier die Zeit und nähert sich von oben kommend dem gleichen Grenzwert. Dieses Verhalten wird durch den Resonator verursacht, der ab der zweiten Platte für die zusätzliche Laufzeit verantwortlich ist. Die Laufzeit durch den Resonator verschwindet erst wieder, wenn auf beiden Seiten des Resonators ausreichend viele Plexiglasplatten stehen und die Struktur opak wird.

In allen Simulationen wurde zusätzlich zur Transmissionszeit auch die Reflexionszeit (S_{11}) bestimmt und in die Diagramme in Abb. 10.3 eingetragen. Man erkennt, daß beide Zeiten in allen hier vorgestellten Simulationen übereinstimmen.

10.2.2 Test der $1/f$ -Hypothese in anderen Frequenzbereichen

Zur Überprüfung, ob die $1/f$ -Hypothese auch in anderen Frequenzintervallen als den hier vorgestellten Bereich der Mikrowellen um 10 GHz gilt, wurden in den Simulationen die Abmessungen über viele Größenordnungen variiert. Dabei wurde nicht berücksichtigt, ob eine simulierte Struktur, wie z.B. ein Hohlleiter mit Abmessungen im Mikrometerbereich, technisch tatsächlich realisiert werden kann.

Zunächst sei darauf hingewiesen, daß speziell die periodische und die resonante Struktur nach den Untersuchungen im Abschnitt 3.4 nicht nur eine Bandlücke besitzen, sondern daß nach (3.27) bei allen Vielfachen der Grundfrequenz $f_1 = c/2d$ Bandlücken auftreten können, wobei d die optische Länge der Elementarzelle ist. In der Simulation wurden ideale⁴ $\lambda/4$ -Gitter verwendet, daher tritt jeweils nur bei einem geradzahligem Vielfachen der Grundfrequenz eine weitere Bandlücke auf. Abbildung 10.4 (oben) zeigt die Phasenzeiten (nicht die Transmission!) der beiden Strukturen. Man erkennt, daß die $1/f$ -Hypothese jeweils nur für die erste Bandlücke, d.h. nur für die Grundfrequenz gilt. Alle weiteren Bandlücken weisen zwar gleiche Transmissionsdämpfung und Phasenzeit auf, sind jedoch viel höherfrequent, deshalb entfernt sich die Vorhersage der $1/f$ -Hypothese immer weiter.

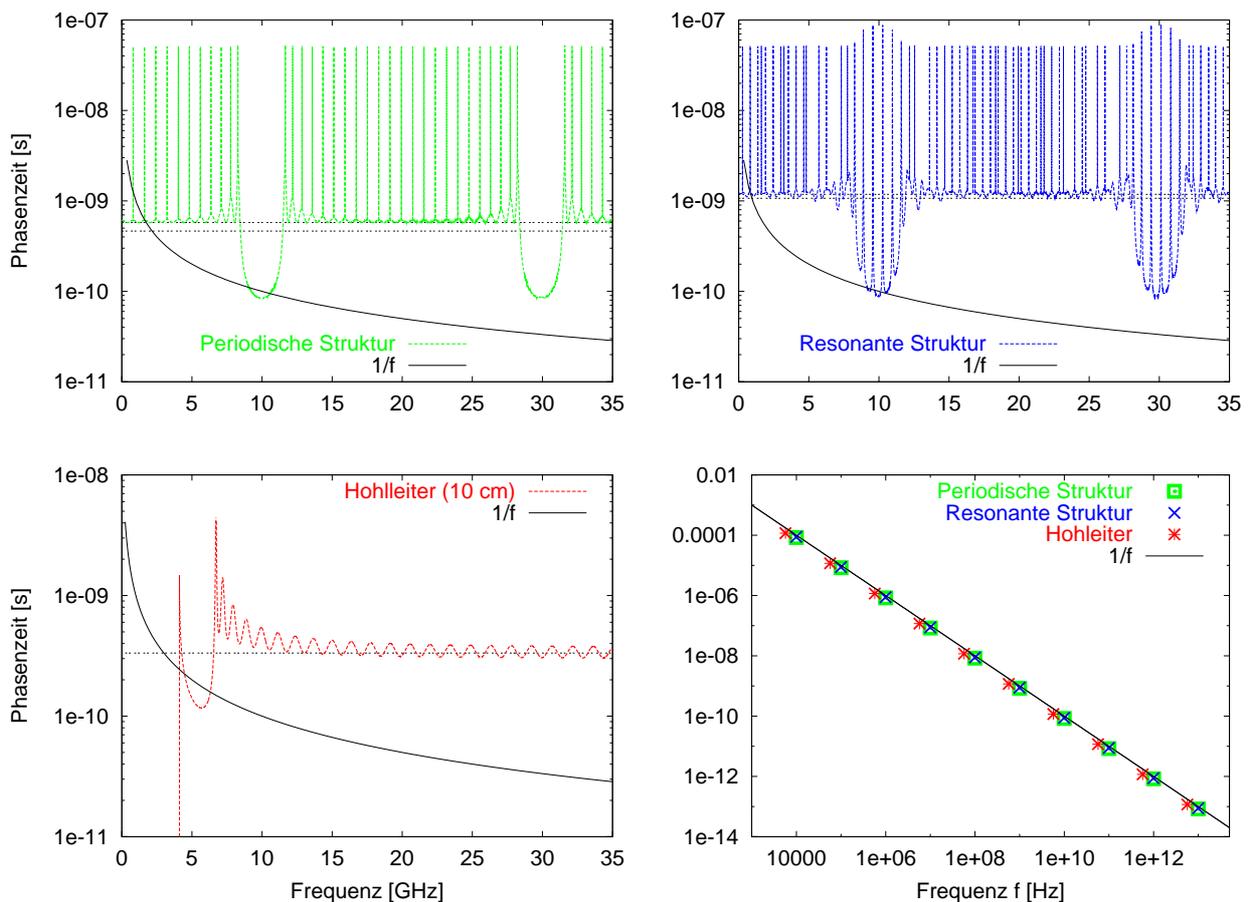


Abbildung 10.4: Vergleich der Phasenzeiten einer opaken periodischen Struktur aus 12 Platten Plexiglas sowie einer entsprechenden resonanten Struktur (Dämpfung auf 0.007) (Resonator 189 mm) und eines Hohlleiters (Dämpfung 0.002) ($n = 1.6-1.0-1.6$, 6.56 GHz, 10 cm) mit der $1/f$ -Hypothese. In der ersten Bandlücke stimmen die Zeiten gut überein. Die horizontalen Linien stellen Ausbreitungszeit im Freiraum mit und ohne Berücksichtigung der Laufzeit im Plexiglas dar.

Der Hohlleitertunnel besitzt die geringste Phasenzeit im Bereich zwischen den beiden Cutoff-

⁴d.h. die optischen Längen von Plexiglas und Luft waren gleich

Frequenzen von Tunnelstrecke und Zuleitungen, siehe Abb. 10.4 (unten links). Bei höheren Frequenzen wird die Tunnelstrecke transparent, allerdings steigt die Tunnelzeit auch an, wenn die Frequenz weiter verkleinert wird und man sich dem Cutoff der Zuleitungen nähert. Unterhalb der Cutoff–Frequenz der Zuleitungen verliert die Simulation ihre Gültigkeit.

In Abbildung 10.4 (unten rechts) sind schließlich die Simulationsergebnisse für Tunnelstrukturen in verschiedenen Frequenzbereichen dargestellt. In der doppellogarithmischen Darstellung ergibt die $1/f$ –Hypothese eine Gerade. Die Abmessungen und Cutoff–Frequenzen der Strukturen wurde über viele Zehnerpotenzen variiert, in allen Fällen ergab sich für die Tunnelzeit ein Wert in unmittelbarer Nähe zur $1/f$ –Vorhersage. Dies zeigt die Gültigkeit der $1/f$ –Hypothese auch außerhalb des Mikrowellenfrequenzbereichs.

10.2.3 Korrekturterme zur Tunnelzeit–Hypothese

Die Simulationen über einen großen Frequenzbereich ergaben eine gute Übereinstimmung mit der $1/f$ –Hypothese. Die Abweichungen, die in Abb. 10.4 erkennbar waren, können durch Korrekturterme vollständig eliminiert werden [95].

Betrachten wir im folgenden eine Tunnelstrecke mit rechteckigem Potentialverlauf. Links und rechts der Barriere können sich Wellen mit der Wellenzahl k ausbreiten, innerhalb der Barriere der Breite a wird die imaginäre Wellenzahl $k' = i\kappa$ durch das reelle κ dargestellt. Analog zu Abschnitt 7.2 findet man für die Transmission durch die Barriere:

$$T = \frac{(1 - r^2) e^{-\kappa a}}{1 - r^2 e^{-2\kappa a}} \quad \text{mit Reflexionsfaktor} \quad r = \frac{i\kappa - k}{i\kappa + k} \quad (10.13)$$

Aus der Transmission erhält man die Phasenänderung φ eines Signals beim Durchqueren der Barriere, die Ableitung der Phase ergibt die Transmissionszeit:

$$\varphi = \arg(T), \quad \tau = \frac{d\varphi}{d\omega}. \quad (10.14)$$

Die Tunnelzeit–Hypothese wurde für opake Barrieren aufgestellt. Eine Barriere ist opak, wenn die Transmission $e^{-\kappa a}$ viel kleiner als Eins ist, d.h. wenn für Barrierenlänge a und Potentialhöhe die Beziehung $\kappa a \gg 1$ erfüllt ist. Für opake Barrieren vereinfacht sich die Transmission (10.13) und man erhält schließlich die Phasenzeit einer opaken Barriere:

$$\tau = \frac{2}{1 + \left(\frac{k}{\kappa}\right)^2} \frac{d}{d\omega} \frac{k}{\kappa} \quad (10.15)$$

Die Tunnelzeit τ hängt für eine opake Barriere nur vom Verhältnis k/κ ab. Dieses Ergebnis läßt sich nun auf die unterschiedlichen Tunnelbarrieren anwenden.

Quantenmechanisches Tunneln

Um die Tunnelzeit eines quantenmechanischen Teilchens durch eine opake Barriere zu bestimmen, werden in (10.15) für $k(\omega)$ und $\kappa(\omega)$ die Dispersionsrelationen (7.7) verwendet:

$$\frac{k}{\kappa} = \sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}, \quad \tau = \frac{\hbar}{\sqrt{E(V_0 - E)}} = \frac{1}{\hbar} \frac{2m}{\kappa k} \quad (10.16)$$

Obige Formel kann angewandt werden, um aus einer gemessenen Tunnelzeit die Energie der Teilchen vor dem Tunnelprozeß zu bestimmen: Experimentelle Untersuchungen an einem Feld-emissions-Mikroskop [97] ergaben eine Tunnelzeit $\tau = 7 \pm 1$ fs. Die Energie der zu überwindenden Potentialbarriere ist beim Tunnelmikroskop die Austrittsenergie der Elektronen von $V_0 = 1.7$ eV. Unter Anwendung von Gl. (10.16) ergibt sich daraus die Energie der getunnelten Elektronen $E = 0.6$ eV.

Hohlleitertunnel

Eine Hohlleiter-Tunnelstrecke wie in Abb. 3.2 besteht aus zwei Zuleitungsstücken mit Cutoff-Frequenz $\omega_1 = 2\pi f_1$ und dem eigentlichen Tunnelabschnitt mit erhöhter Cutoff-Frequenz $\omega_2 = 2\pi f_2$. Unter Verwendung der Dispersionsrelationen einer Hohlleiter-Tunnelstruktur (7.12) findet man:

$$\frac{k}{\kappa} = \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega^2}}, \quad \tau = \frac{1}{f} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{f^4}{(f^2 - f_1^2)(f_2^2 - f^2)}}. \quad (10.17)$$

Totalreflexion am Prisma

Die Wellenausbreitung im Doppelprisma ist ein zweidimensionaler Prozess. Im Prisma breiten sich die Wellen mit $k_1 = \omega n/c$ in Richtung θ aus, im Luftspalt ändert sich der Wellenvektor aufgrund der höheren Ausbreitungsgeschwindigkeit auf $k_2 = \omega/c$. Bei Unterschreitung des Winkels der Totalreflexion wird der Wellenvektor in y -Richtung imaginär, während in x -Richtung weiterhin normale Wellenausbreitung stattfindet. Man zerlegt daher die Wellenvektoren in Komponenten

$$\mathbf{k}_1 = k_x \mathbf{e}_x + k \mathbf{e}_y \quad (10.18)$$

$$\mathbf{k}_2 = k_x \mathbf{e}_x + k' \mathbf{e}_y \equiv k_x \mathbf{e}_x + i\kappa \mathbf{e}_y, \quad (10.19)$$

wobei beide x -Komponenten gleich sind [23], während für die y -Komponenten gilt

$$k = \frac{\omega}{c} n \cos \theta, \quad \kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{n^2 \sin^2 \theta - 1}. \quad (10.20)$$

Das Verhältnis k/κ hängt hier nicht von der Frequenz ω ab und aus (10.15) ergibt sich ein konstanter Korrekturfaktor zur $\tau = 1/f$ -Hypothese:

$$\tau = \frac{1}{f} \frac{n \sin^2 \theta}{\pi \cos \theta \sqrt{n^2 \sin^2 \theta - 1}} \quad (10.21)$$

10.3 Gruppengeschwindigkeit beim resonanten Tunneln

Anhand der resonanten Tunnelstruktur in Abschnitt 5.2 wurde bereits gezeigt, daß die Tunnelgeschwindigkeit durch Einfügen eines Hohlraums zwischen zwei Tunnelstrukturen erhöht werden kann, ohne gleichzeitig die Reflexionsdämpfung zu vergrößern. Mit zunehmender Hohlraumlänge treten dabei Resonanzen auf, die das nutzbare Frequenzband einschränken. Das schmalere Frequenzband entspricht einem zeitlich ausgedehnteren Signal. Dessen räumliche Ausdehnung wiederum muß größer als die Tunnelstruktur—inklusive Resonator—sein, um den Tunneleffekt nutzen zu können.

Die Tunnelzeit bleibt dagegen zunächst konstant, d.h. durch Vergrößerung des Hohlraums lassen sich zunehmend größere Tunnelgeschwindigkeiten erzielen. Im folgenden wird gezeigt, daß für sehr große⁵ Hohlräume die Tunnelzeit schließlich wieder anwächst und die Tunnelgeschwindigkeit nicht weiter linear mit der Tunnellänge ansteigt. Dies steht im Gegensatz zu [47] und [96]. In diesen Arbeiten wird angenommen, daß die Tunnelgeschwindigkeit alleine auf Kosten der nutzbaren Frequenzbandbreite unbegrenzt erhöht werden kann.

10.3.1 Analytische Lösung für einfache und resonante Tunnel

Mit Hilfe des Kettenmatrix-Formalismus aus Abschnitt 10.1 kann die Transmission für die einfache und die resonante Tunnelstruktur in Abb. 10.5 bestimmt werden.

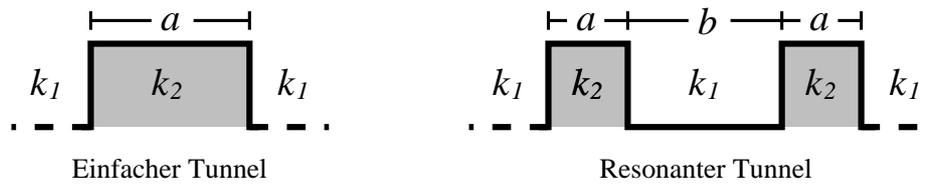


Abbildung 10.5: Einfache Tunnelstrecke und resonanter Aufbau. Im folgenden werden Hohlleiterstrecken mit Cutoff-Frequenzen 6.56 und 9.49 GHz verwendet, um für ein Wellenpaket der Trägerfrequenz $f = 8$ GHz Bereiche normaler (k_1 reell) und evaneszenter Wellenausbreitung (k_2 imaginär) zu erzeugen.

Man erhält als Gesamt-Transmission einer resonanten Tunnelstrecke:

$$T = \frac{-(4k_1k_2)^2 e^{i(bk_1+2ak_2)}}{e^{i2bk_1} (e^{i2ak_2} - 1)^2 (k_1^2 - k_2^2)^2 + 4e^{i2ak_2} [i2k_1k_2 \cos ak_2 + (k_1^2 + k_2^2) \sin ak_2]^2} \quad (10.22)$$

Daraus ergibt sich für die Resonatorlänge $b = 0$ die Transmission einer einfachen Tunnelstrecke:

$$T = \frac{1}{\cos k_2 a - \frac{i}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2 a} \quad (10.23)$$

Für die folgenden Abbildungen wurde aus der Phase φ von T zunächst die Phasenzeit $\tau = d\varphi/d\omega$ bestimmt, aus der man über die Gesamtlänge der Struktur die Gruppengeschwindigkeit erhält, vgl. dazu auch Abschnitt 7.2. Zur analytische Berechnung wurde das Computeralgebra-Programm MATHEMATICA genutzt, die resultierenden Funktionen konnten wegen ihres Umfangs nicht mehr abgedruckt werden.

Abbildung 10.6 zeigt die Gruppengeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Frequenz und der Länge der Struktur. Die Länge des einfachen Tunnels wurde zwischen $a = 0$ und 10 cm variiert. Bei der resonanten Struktur wurde in einen einfachen Tunnel der Länge $a = 5$ cm (rote Linie) ein $b = 0 \dots 15$ cm breiter Resonator eingefügt.

⁵ab mehreren zehn Wellenlängen

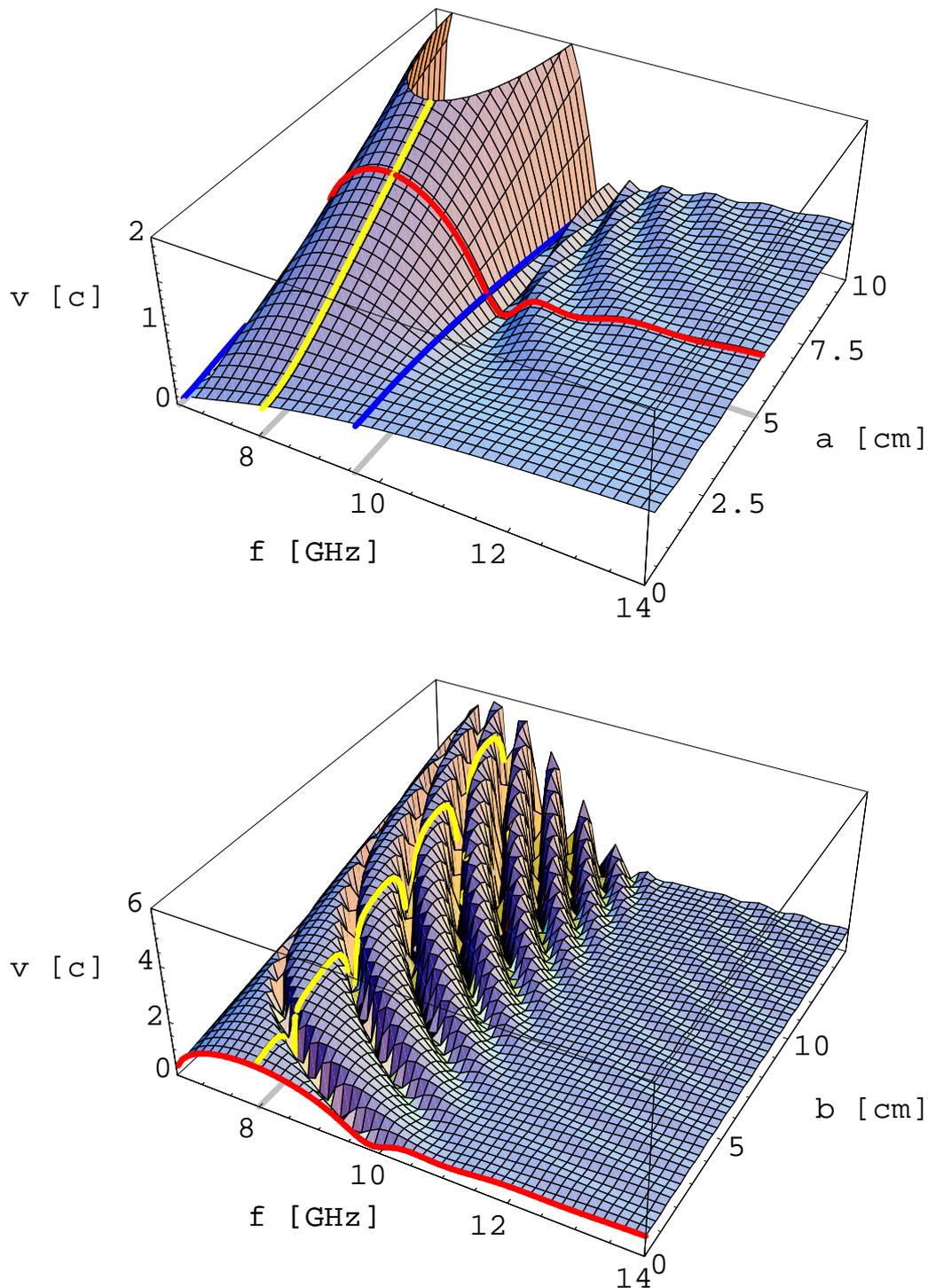


Abbildung 10.6: Oben: Gruppengeschwindigkeit für einen Hohlleitertunnel. Die blauen Linien markieren die Cutoff-Frequenzen des breiten und des verjüngten Hohlleiters ($f=6.56$ und 9.49 GHz). Oberhalb dieses Bereichs ist normale Wellenausbreitung möglich, die Gruppengeschwindigkeit geht für hohe Frequenzen gegen c . Reflexionen an den Übergangsstellen führen zu den leichten Oszillationen. Im Tunnelbereich tritt die höchste Gruppengeschwindigkeit zwischen beiden Cutoff-Frequenzen auf, gelbe Linie bei 8 GHz. Sie steigt mit zunehmender Tunnellänge und erreicht ab ca. $a = 3$ cm Überlichtgeschwindigkeit. Unten: Gruppengeschwindigkeit für einen resonanten Hohlleitertunnel, bestehend aus zwei verjüngten Hohlleiterabschnitten (jeweils $a = 2.5$ cm), die einen Resonator variabler Länge b einschließen. Für $b = 0$ entsteht ein normaler Hohlleitertunnel der Länge $a = 5$ cm (rote Linie unten und oben). Mit zunehmender Resonatorlänge treten Resonanzen auf, in denen die Gruppengeschwindigkeit stark abfällt, gelbe Linie.

Abbildung 10.7 zeigt, daß die Gruppengeschwindigkeit sowohl beim einfachen als auch beim resonanten Tunnel mit zunehmender Länge der Struktur ansteigt. Beim resonanten Tunnel wird der Anstieg allerdings durch periodisch auftretende Resonanzen unterbrochen, in denen die Gruppengeschwindigkeit stark abfällt, Abb. 10.7 (links). In der rechten Abbildung wurde nur die Gruppengeschwindigkeit zwischen den Resonanzen aufgetragen, d.h. für die Resonatorlängen $b = nv_{\text{ph}}(\omega)/2f$ mit $n = 1, 2, \dots$. Die Länge der Gesamtstruktur ist dabei in Wellenlängen der Trägerfrequenz $f = 8$ GHz angegeben. Für kurze Resonatoren, bis zur Breite von einigen zehn Wellenlängen, steigt die Gruppengeschwindigkeit zunächst linear an. Dies entspricht dem linearen Geschwindigkeitszuwachs bei Verlängerung eines normalen Tunnels, in letzterem Fall allerdings zu Lasten der Transmission. Für noch größere Resonatoren fällt der Geschwindigkeitszuwachs ab, er bleibt unter dem linearen Zuwachs eines normalen Tunnels. Gleichzeitig ist auch die Tunnelzeit nicht mehr konstant. Für die Ausbreitung durch den sehr langen Resonator wird zusätzliche Zeit benötigt. Dieser Effekt resultiert nicht aus der Frequenzbandbegrenzung, er tritt auch bei einem unendlich ausgedehnten Wellenpaket mit Trägerfrequenz $f = 8$ GHz auf.

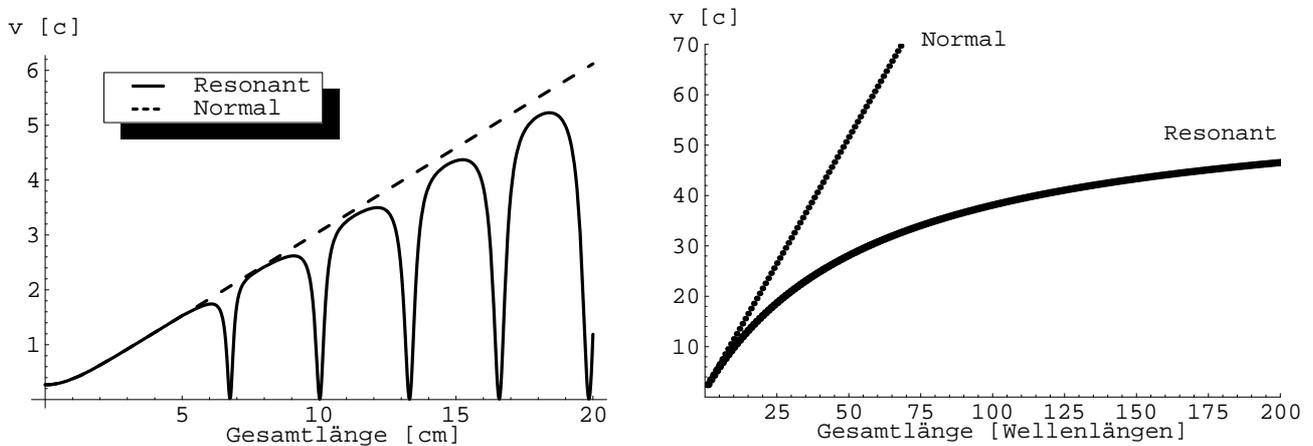


Abbildung 10.7: Links: Gruppengeschwindigkeit aus Abb. 10.6 (gelbe Linien) bei $f = 8$ GHz. Rechts: Maxima der Gruppengeschwindigkeit für die ersten 200 Resonanzen. Die Gruppengeschwindigkeit steigt zunächst fast linear an. Mit wachsender Resonatorlänge vermindert sich ihr Wachstum.

Kapitel 11

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in zwei aufeinander aufbauende Teilgebiete. Zunächst wurden die verschiedenen physikalischen Mechanismen, die zum Tunnelverhalten führen, analysiert und in numerischen Simulationen nachgebildet. Anschließend wurden die entwickelten Simulationsroutinen genutzt, um die Planung und die Optimierung von Messungen im Vorfeld zu unterstützen. Dabei wurden neue Eigenschaften des Tunnelprozesses aufgedeckt. Außerdem konnten die gemessenen Daten mit den simulierten Werten verglichen werden, wenn keine analytische Lösung bereitstand.

Entwicklung der Simulationsroutinen

Zur Untersuchung der Tunnelstrukturen mußten zunächst Simulationsmethoden entwickelt werden, mit denen die Vorgänge in Tunnelstrukturen numerisch nachvollzogen werden konnten. Die physikalischen Mechanismen, die zum Tunnelverhalten führen, sind dabei völlig verschieden: In einem Hohlleiter führt der Cutoff-Effekt zu einer Tunnelbarriere, die von Wellen unterhalb der Cutoff-Frequenz nicht durchdrungen werden kann. In periodischen oder resonanten Gittern bewirkt die Überlagerung vieler Einzelreflexionen eine destruktive Interferenz des Ausgangssignals. In der frustrierten Totalreflexion an einem Doppelprisma führt die unvollständige Überlagerung der angeregten Elementarwellen zu einer evaneszenten Ausbreitung der eingestrahnten Welle.

Für jede dieser einzelnen Tunnelbarrieren mußten die zugrunde liegenden physikalischen Mechanismen numerisch nachgebildet werden. Hier konnte teilweise auf bestehende Simulationssoftware, wie z.B. eine Netzwerksimulation für elektrische Netzwerke im Zeit- und Frequenzbereich zurückgegriffen werden. Dabei wurden die Tunnelstrukturen durch Ersatzschaltbilder in die Netzwerksimulation integriert. Zum Teil wurden neue Simulationsroutinen entwickelt, z.B. zur Simulation der Elementarwellenausbreitung bei der Totalreflexion am Doppelprisma. Die entwickelten numerischen Modelle wurden zunächst anhand von bekannten Effekten, z.B. der normalen Wellenausbreitung im Hohlleiter, der Berechnung der Bandlückenlage eines periodischen Gitters oder Brechung und Beugung an einem Prisma, getestet und mit analytischen Lösungen verglichen.

Die Simulation der Strukturen konnte im Zeit- oder im Frequenzbereich geschehen. Die Frequenzbereichssimulation hat den Vorteil, daß frequenzabhängige Größen, wie z.B. die Dispersion eines Hohlleiters, leicht berücksichtigt werden können. In den Zeitbereichssimulationen werden die Impulsantwortfunktionen¹ der Systeme verwendet. Diese Funktionen sind kausal und schließen unphysikalisches Verhalten bei einer Durchtunnelung der Barrieren aus. Schließlich konnten

¹entspricht der GREEN-Funktion des Systems

die Vorteile beider Methoden mit Hilfe der kombinierten Zeit- und Frequenzbereichssimulation verbunden werden.

Anwendung der Simulationsroutinen

Anschließend wurden die getesteten Modelle als Tunnelbarrieren eingesetzt. Dazu wurden sie mit speziellen frequenzbandbegrenzten Signalen angeregt.

- Mit entsprechenden Zeitbereichssimulationen konnten die Freiraummessungen an der periodischen und an der resonanten Struktur nachvollzogen werden.
- Es konnte gezeigt werden, daß eine Signalfrent den Tunnelprozess zwar störend überlagern kann, die überlichtschnelle Übertragung der Modulation aber nicht verhindert.
- Zusätzlich zu den bereits bekannten Anwendungen und Experimenten, die amplitudenmodulierte Signale verwenden, konnte ein frequenzmoduliertes Signal mit überlichtschneller Gruppengeschwindigkeit übertragen werden.
- Es wurde gezeigt, wie eine ideale mathematische Signalfolge durch Tiefpassfilterung und Modulation auf einen hochfrequenten Träger überlichtschnell übertragen werden kann. Diese Methode der Tiefpassfilterung findet in abgewandelter Form auch im aktuellen Demonstrationsexperiment zur Überlichtgeschwindigkeit Verwendung.
- Mit der kombinierten Zeit- und Frequenzbereichsanalyse konnten die Tunnelzeitergebnisse reproduziert werden, die bisher nur auf indirektem Wege mit Hilfe einer Streuparametermessung möglich waren. Dabei wurden die Dispersionseffekte unterhalb des Cutoff genauer betrachtet.
- Zusätzlich zu den Tunnelzeiten wurden auch die Reflexionszeiten untersucht. Dabei konnte gezeigt werden, daß bei unsymmetrischen Gitterstrukturen außerhalb der Bandlücke sogar negative Reflexionszeiten auftreten können.
- Es wurde gezeigt, daß die Überlichtgeschwindigkeitseffekte bei der Ausbreitung von Bessel-Wellen rein geometrischer Natur sind und nichts mit überlichtschneller Signalausbreitung zu tun haben.
- Die Tunnelzeit-Hypothese $\tau \approx 1/f$ wurde überprüft, ihre Gültigkeit konnte über viele Frequenzdekaden bestätigt werden, noch bevor eine analytische Lösung zu diesem Problem zur Verfügung stand.
- Die theoretische Vorhersage einer negativen Transmissionszeit durch einen Quantentopf konnte mit Hilfe der Simulationen auf ein Analogie-Experiment mit Mikrowellen übertragen und durch Messungen bestätigt werden. Eine Untersuchung der Resonanzen und Streuzustände des Quantentopfs ergab einen Mechanismus der zur Entstehung negativer Phasenzeiten führen kann.

Abstract

The present work is divided into two tasks: first, the different physical mechanism leading to a tunneling behavior were examined and rebuilt in numerical simulation routines. After that, the simulation routines were used to design and optimize experimental setups and to obtain numerical results for setups where analytical solutions were not available.

Many different physical processes can result in a tunneling phenomenon: Due to the cutoff effect a wave guide acts in the frequency regime below as a barrier for incoming waves. Inside a periodic or resonant structure the superposition of the multiple reflections lead to a destructive interference of the output signal. Finally, in the frustrated reflection of a double prism the imperfect superposition of the elementary waves causes an evanescent spreading of the incident wave.

These physical processes were simulated by numerical algorithms in the frequency and in the time domain. The frequency domain analysis is suitable if some parameters of the physical system, like the dispersion inside a waveguide, depend on frequency. In a time domain analysis the impulse response function of the physical system is used to guarantee a causal reaction for any input signal. Eventually both methods are concatenated in the combined time-and-frequency-simulation. The numerical routines were tested for non-tunneling setups. After that, they were used in tunneling experiments, in which the input signal has to be limited to a certain frequency band width.

It was shown, that non-evanescent effects caused by a signal front may disturb the signal propagation, but they could not impede a superluminal propagation of the modulation. The time domain simulations were used to verify the tunneling experiments with dielectric heterostructures in free space. In addition to the amplitude modulation, a frequency modulated signal was also transmitted. An ideal mathematical signal sequence can be transmitted through a tunnel barrier after converting it into a physical signal by the use of a low pass filter and a modulation on a high frequency carrier. Using the combined time-and-frequency-domain simulation, the results of tunneling time measurements by a networkanalyser were verified. In addition to the tunneling time computation, also the reflection time at both sides of barriers was examined. It was shown, that negative reflection times can occur for unsymmetric lattices, and the tunneling time hypothesis $\tau = 1/f$ was verified over a wide frequency range. A theoretical prediction about negative transmission times of quantum wells was applied in a microwave analogy and verified by measurements. The simulations lead to a mechanism which is in charge of the negative transmission times.

Anhang A

Anhang

A.1 Digitaler Tiefpaßfilter

Bei einem nichtrekursiven¹ Tiefpaßfilter hängt die Ausgangsfolge $y(n)$ ausschließlich von den gegenwärtigen und früheren Werten der Eingangsfolge $x(n)$ ab [4]

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k x(n-k), \quad (\text{A.1})$$

dabei ist N die Ordnung des Filters und h_k seine Einheitsimpulsantwort, die sich aus der Z -Transformierten der Systemfunktion $H(z)$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} \quad \text{mit} \quad z = e^{i\omega} = e^{i2\pi f} \quad (\text{A.2})$$

ergibt. Auf dem Einheitskreis entspricht sie der Übertragungsfunktion $H(f)$ des Systems.

Wenn die Einheitsimpulsantwort symmetrisch oder antisymmetrisch zum Mittelpunkt der Folge $[0, \dots, N[$ ist, besitzt der Filter einen linearen Phasengang, d.h. eine dispersionsfreie Signalausbreitung. Das Signal wird beim Durchgang durch den Filter verzögert, die Gruppenlaufzeit beträgt [16]

$$\tau = \frac{N-1}{2} T \quad \text{mit} \quad T = \frac{1}{f_a}, \quad (\text{A.3})$$

wobei T die Simulationsschrittweite und $f_a = \omega_a/2\pi$ die Abtastfrequenz ist. Gewünscht ist das Übertragungsverhalten eines *idealen* Tiefpaßfilters, der Frequenzanteile unterhalb einer Grenzfrequenz $f_g = \omega_g/2\pi$ ungestört durchläßt, und alle darüberliegenden Komponenten blockiert. Die Systemfunktion ist daher ein Rechteckfenster, die Impulsantwort ist gemäß (2.2)

$$h(n) = \frac{2 \sin[(n-\tau)\omega_g/\omega_a]}{(n-\tau)\omega_g/\omega_a} \quad \text{für} \quad n \in [0, \dots, N[. \quad (\text{A.4})$$

Die Impulsantwort muß aus Kausalitätsgründen bei $n = 0$ und, wegen die Symmetrie um τ , auch bei $n = N$ abgeschnitten werden. Diese Unstetigkeiten erzeugen nach Kapitel 2 Abweichungen

¹Ein nichtrekursiver Filter benötigt gegenüber einem rekursiven Filter, in den auch die Ausgangssequenz eingeht, eine größere Anzahl an Filterkoeffizienten N , verhält sich dafür aber absolut stabil gegenüber allen Eingangssignalen.

von einer idealen Tiefpass-Filterfunktion. Die Funktion eines *realen* Tiefpaßfilters kann an die Ideale angenähert werden, indem die Unstetigkeiten durch Verwendung einer Fensterfunktion gemildert werden.

In den Simulationen in Abschnitt 4.3 wurden mit $N = 1200$ sehr viele Filterkoeffizienten verwendet, die Signallaufzeit durch den Filter beträgt 600 Simulationsschritte T oder $\tau = 12$ ns, erkennbar in Abb. 4.3.2. Dieses breite Intervall bewirkt eine Abschwächung der Unstetigkeiten, zusätzlich wurde die Impulsantwortfunktion mit einer Gauß-Fensterfunktion gewichtet.

Mit dem Filter kann eine frequenzbandunbegrenzte Signalfolge von störenden hochfrequenten Anteilen befreit werden. Außerdem kann damit ein getunneltetes Signal von dem hochfrequenten Träger getrennt werden, der für eine Tunnelübertragung durch eine Bandlücke notwendig war.

A.2 Kettenmatrix

Jeder lineare Vierpol kann im Frequenzbereich durch eine Π -Ersatzschaltung wie in Abb. A.1 (rechts) dargestellt werden.

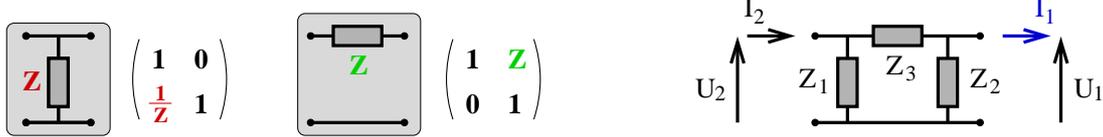


Abbildung A.1: Aus den beiden Elementarvierpolen (links) erhält man durch mehrfache Verkettung das Π -Ersatzschaltbild (rechts).

Die Kettenmatrix der Gesamtschaltung erhält man, indem drei der Elementarvierpole in Abb. A.1 (links) für parallel und sequentiell geschaltete Impedanzen verkettet werden:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_2+Z_3}{Z_1+Z_2+Z_3} & \frac{Z_3}{Z_1} \\ \frac{Z_2}{Z_1 Z_2} & \frac{Z_1+Z_3}{Z_1} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Bei bekannter Kettenmatrix \mathbf{A} können daraus die drei Ersatzwiderstände der Π -Schaltung bestimmt werden:

$$Z_1 = \frac{A_{12}}{A_{22} - 1} \quad Z_2 = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1} \quad Z_3 = A_{12} \quad (\text{A.6})$$

Sind Strom I_1 und Spannung U_1 an einem Eingang bekannt, dann können mit Hilfe der Kettenmatrix die Größen I_2 und U_2 des Ausgangs bestimmt werden:

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Die Kettenmatrix benutzt dabei eine unsymmetrische Strompfeilrichtung, siehe Strom I_1 in Abb. A.1. Für die Integration in eine Netzwerksimulation wird dagegen eine symmetrische Strompfeilrichtung benötigt, d.h. alle *in* die Schaltung fließenden Ströme werden positiv gezählt. Dazu sind die Matricelemente A_{12} und A_{22} durch $-A_{12}$ und $-A_{22}$ zu ersetzen. Aus dieser symmetrischen Kettenmatrix werden die Ersatzwiderstände berechnet.

In einer Netzwerksimulation, die mit Strömen und Spannungen rechnet, ersetzen die komplexen frequenzabhängigen Widerstände Z_1 , Z_2 und Z_3 die Vierpoleigenschaften. Andere Anwendungen arbeiten dagegen mit kombinierten Strom-/Spannungswellen. In diesen Fällen ist die Umrechnung der Kettenmatrix \mathbf{A} in die Transmissions- \mathbf{T} oder die Streumatrix \mathbf{S} notwendig.

A.3 Analytische Bestimmung der Phasenzeit

Phasenverlauf im Analogieexperiment:

$$\varphi = \arctan \left[\frac{1}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \tan k'a \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\text{mit } k(\omega) = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2} \quad \text{und} \quad k'(\omega) = \frac{n}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_n^2}. \quad (\text{A.9})$$

Mit Hilfe der Ableitungen

$$\frac{d}{d\omega} k(\omega) = \frac{\omega}{c^2 k}, \quad \frac{d}{d\omega} k'(\omega) = \frac{n^2 \omega}{c^2 k'}, \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{d}{d\omega} \frac{1}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c^2} \left(\frac{n^2 + 1}{k k'} - \frac{k'}{k^3} - n^2 \frac{k}{k'^3} \right), \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{d}{d\omega} \tan k'a = \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} \frac{a}{\cos^2 k'a} \quad (\text{A.12})$$

$$\text{und} \quad \frac{d}{dx} \arctan x = \frac{1}{1 + x^2} \quad (\text{A.13})$$

berechnet sich die Ableitung der Phase $\varphi(\omega)$ zu

$$\frac{d}{d\omega} \varphi = \frac{\frac{\omega}{2c^2} \left(\frac{n^2+1}{k k'} - \frac{k'}{k^3} - n^2 \frac{k}{k'^3} \right) \tan k'a + \frac{1}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} \frac{a}{\cos^2 k'a}}{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right)^2 \tan^2 k'a} \quad (\text{A.14})$$

$$= \frac{\frac{\omega}{2c^2} \left(\frac{n^2+1}{k k'} - \frac{k'}{k^3} - n^2 \frac{k}{k'^3} \right) \frac{1}{2} \sin 2k'a \frac{1}{\cos^2 k'a} + \frac{1}{2} \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right) \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} \frac{a}{\cos^2 k'a}}{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k'^2}{k^2} + \frac{k^2}{k'^2} + 2 \frac{k'k}{k k'} \right) \frac{\sin^2 k'a}{\cos^2 k'a}} \quad (\text{A.15})$$

$$= \frac{\frac{\omega}{2c^2} \left(\frac{(n^2+1)k'^3 k^3}{k k'} - \frac{k' k'^3 k^3}{k^3} - n^2 \frac{2k k'^3 k^3}{k'^3} \right) \frac{1}{2} \sin 2k'a + \frac{1}{2} \left(\frac{k' k'^3 k^3}{k} + \frac{k k'^3 k^3}{k'} \right) \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} a}{k'^3 k^3 \cos^2 k'a + \frac{1}{4} \left(\frac{k'^2 k'^3 k^3}{k^2} + \frac{k^2 k'^3 k^3}{k'^2} + 2k'^3 k^3 \right) \sin^2 k'a} \quad (\text{A.16})$$

$$= \frac{\frac{\omega}{2c^2} \left((n^2+1)k'^2 k^2 - k'^4 - n^2 k^4 \right) \frac{1}{2} \sin 2k'a + \frac{1}{2} (k'^4 k^2 + k'^2 k^4) \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} a}{k'^3 k^3 - k'^3 k^3 \sin^2 k'a + \frac{1}{4} (k'^5 k + k^5 k' + 2k'^3 k^3) \sin^2 k'a} \quad (\text{A.17})$$

$$= \frac{-\frac{\omega}{2c^2} (k'^2 - k^2) (k'^2 - n^2 k^2) \frac{1}{2} \sin 2k'a + \frac{1}{2} k'^2 k^2 (k'^2 + k^2) \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} a}{k'^3 k^3 + \frac{1}{4} k k' (k'^2 - k^2)^2 \sin^2 k'a} \quad (\text{A.18})$$

$$= \frac{2k k' (k'^2 + k^2) \frac{n^2 \omega}{c^2 k'} a - \frac{2\omega}{c^2} (k'^2 - k^2) (k'^2 - n^2 k^2) \frac{1}{2} \frac{\sin 2k'a}{k k'}}{4k'^2 k^2 + (k'^2 - k^2)^2 \sin^2 k'a} \quad (\text{A.19})$$

$$= \frac{a \omega}{c^2 k} \frac{2n^2 k^2 (k'^2 + k^2) - (k'^2 - k^2) k_0'^2 \frac{\sin 2k'a}{k'a}}{4k'^2 k^2 + (k'^2 - k^2)^2 \sin^2 k'a} \quad (\text{A.20})$$

$$\text{mit } k_0'^2 := k'^2 - n^2 k^2 = \frac{n^2}{c^2} (\omega_0^2 - \omega_n^2) = \text{const.} \quad (\text{A.21})$$

A.4 Relativistische Aspekte überlichtschneller Signale

Überlichtschnelle Signale könnten im Rahmen der Speziellen Relativitätstheorie genutzt werden, um Signale in die Vergangenheit eines Beobachters zu senden [106]. In [105] wurde darauf hingewiesen, daß dies nur für ideale punktförmige Signale gilt und nicht mit zeitlich ausgedehnten Signalen möglich ist. Daneben tritt bei zeitlich ausgedehnten Signalen zusätzlich eine Änderung der Halbwertsbreite auf, die bisher vernachlässigt wurde.

A.4.1 Punktförmige Signale

Ein Signal, daß sich in einem System (x, t) mit Überlichtgeschwindigkeit $v_s = Nc$ ausbreitet, bewegt sich weiterhin in Richtung positiver Zeiten. Im Falle einer instantanen Ausbreitung verläuft es im Minkowski-Diagramm entlang einer horizontalen Linie. Dieses Signal wird nun an einem Spiegel in einem dazu bewegten Inertialsystem (x', t') reflektiert und zum Sender zurückgeschickt.

Das Signal startet im ersten System (Ereignis E_0) im Punkt $(0, 0) = (0, 0)'$ und erreicht den Spiegel im zweiten, bewegten System im Punkt

$$\begin{aligned} \text{Ereignis } E_1 : \quad x = L \quad \text{bzw.} \quad x' &= \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ t &= \frac{L}{Nc} \quad t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

und wird dort reflektiert. Hierbei entspricht $t_1 = \frac{L}{Nc}$ der Zeit, die bis zur Reflexion im ersten System vergangen ist, vgl. Abb. A.2 (links).

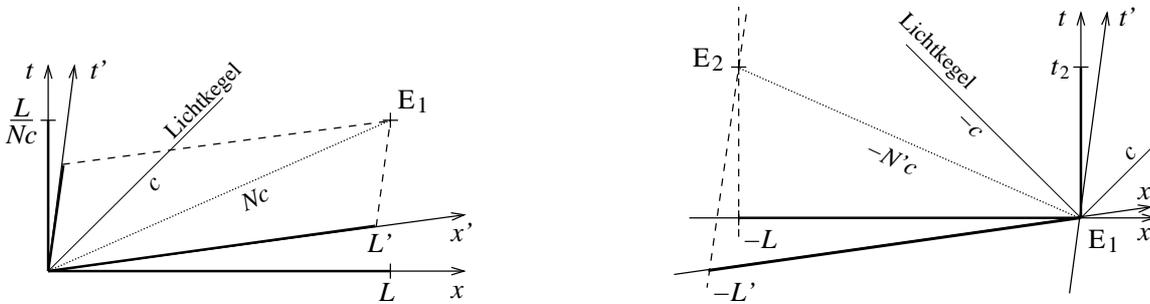


Abbildung A.2: Minkowski-Diagramme zur Reflexion eines überlichtschnellen Signals, Erläuterungen im Text.

Um die Zeit t_2 nach der Reflexion bis zum Eintreffen beim Sender zu bestimmen, werden beide Systeme zum Reflexionszeitpunkt wieder übereinander gelegt, d.h. $(0, 0) = (0, 0)'$. Ein Signal mit Geschwindigkeit $v'_s = N'c$ erreicht die Aussendestelle (Ereignis E_2) in beiden Systemen bei, siehe Abb. A.2 (rechts),

$$\begin{aligned} \text{Ereignis } E_2 : \quad x' = -L' \quad \text{bzw.} \quad x &= \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \stackrel{!}{=} -L \\ t' &= \frac{-L'}{-N'c} \quad t = \frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \stackrel{!}{=} t_2 \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Daraus erhält man zunächst

$$L' = L \frac{N'c\sqrt{1-\beta^2}}{N'c-v} \quad \text{und} \quad t_2 = L \frac{1-\frac{v}{c}N'}{N'c-v} \quad (\text{A.24})$$

und schließlich als Gesamtlaufzeit

$$\Delta t = t_1 + t_2 = -\frac{L}{c} \frac{\left(\frac{1}{NN'} + 1\right) v - \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'}\right) c}{c - \frac{v}{N'}}. \quad (\text{A.25})$$

Die Gesamtlaufzeit Δt wird negativ, wenn Zähler und Nenner positiv sind. Der Nenner ist positiv für $c(1 - \frac{v}{v'_s}) > 0$, das ist für

$$v'_s > v \quad (\text{A.26})$$

der Fall, also wenn die Signalgeschwindigkeit v'_s größer als die Relativgeschwindigkeit v der beiden Inertialsysteme ist. Der Zähler wird positiv für $\frac{v}{c} > \frac{N+N'}{NN'+1}$ oder für

$$v < \frac{v_s v'_s + c^2}{(v_s + v'_s) c^2} \quad \text{falls } \underline{v'_s = v_s} \quad \frac{\left(\frac{v_s}{c}\right)^2 + 1}{2 v_s}. \quad (\text{A.27})$$

Abbildung A.3 zeigt den Bereich, in dem negative Laufzeiten Δt auftreten. Dies ist für überlichtschnelle Signale der Fall, wenn gleichzeitig die Relativgeschwindigkeit der Systeme hoch ist. Für die linke Abbildung wurde angenommen, daß die Signalgeschwindigkeiten v'_s und v_s gleich sind, rechts ist die Abhängigkeit der Laufzeit von den Signalgeschwindigkeiten v_s und v'_s bei fester Relativgeschwindigkeit $v = 3/4 c$ gezeigt.

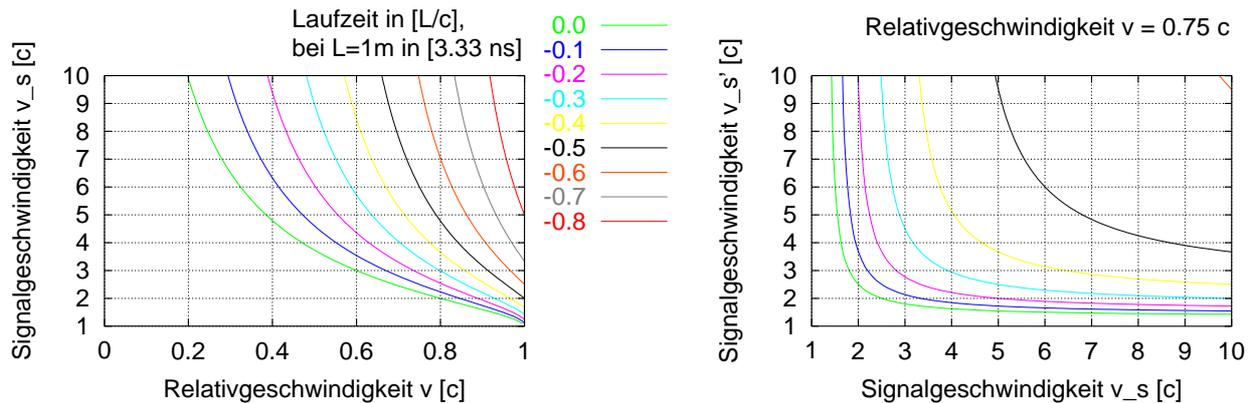


Abbildung A.3: Bereich, in dem negative Laufzeiten Δt bei einer überlichtschnellen Signalübertragung zwischen zwei bewegten Inertialsystemen nach Gl. (A.25) auftreten. Links: Die Relativgeschwindigkeit v der Systeme liegt zwischen 0 und 1 c, die Signalgeschwindigkeiten $v_s = v'_s$ sind überlichtschnell zwischen 1 c und 10 c. Innerhalb des markierten Bereichs wird Δt negativ, d.h. eine Signalübertragung in die Vergangenheit findet statt. Rechts: Einfluß unterschiedlicher Signalgeschwindigkeiten v_s und v'_s für Hin- und Rückweg bei fester Relativgeschwindigkeit $v = 0.75 c$ der beiden Systeme.

A.4.2 Zeitlich ausgedehnte Signale

Bei einem zeitlich ausgedehnten Signal kann der bisher berechnete Punkt z.B. der Punkt der Halbwertsbreite in der ansteigenden Flanke eines Impulses sein. Der hintere Punkt in der abfallenden Flanke folgt erst nach der Halbwertsbreite T in $(0, T)$. Bis zur Reflexion dieses hinteren Punktes hat sich aber der Spiegel um die zusätzliche Strecke vT vom ersten Inertialsystem entfernt, die Reflexion findet statt bei

$$\text{Ereignis } E_4 : \quad \begin{aligned} x &= L + vT \\ t &= \frac{L+vT}{Nc} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Mit (A.25) kann Rückkehrzeit im ersten System bestimmt werden, die Differenz der Rückkehrzeiten von vorderer und hinterer Flange ergibt die neue Halbwertsbreite T' des reflektierten Signals:

$$T' = T - \frac{vT}{c} \frac{\left(\frac{1}{NN'} + 1\right)v - \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N'}\right)c}{c - \frac{v}{N'}} = T \left[\frac{NN'(c^2 - v^2) - v^2 + N'vc}{Nc(N'c - v)} \right]. \quad (\text{A.29})$$

Wenn die Relativgeschwindigkeit v Null ist, ändert sich die Halbwertsbreite nicht, d.h. $T' = T$. Unberücksichtigt blieb hierbei die zusätzliche Dämpfung des hinteren Signalteils, die durch die zunehmende Länge $L + vT$ der Tunnelstrecke entsteht. Benutzt man stattdessen eine feste Tunnellänge L , dann darf für die zunehmende Strecke vT zwischen Tunnel und Spiegel keine überlichtschnelle Signalausbreitung angenommen werden.

A.5 Resonanzen im Hohlraum

Bei der Reflexion an den Hohlraumwänden wird nur ein Anteil $|R|^2 < 1$ der eingeschlossenen Energie U zurück in den Hohlraum reflektiert, der restliche Teil $|T|^2 = 1 - |R|^2$ geht durch Transmission verloren, Abb. A.4.

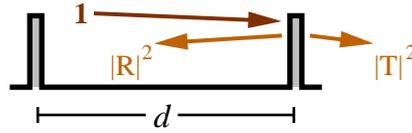


Abbildung A.4: Reflexionen an den Resonatorwänden: Bei jeder Reflexion geht ein Anteil $|T|^2$ der im Hohlraum eingeschlossenen Schwingung verloren.

Innerhalb eines infinitesimalen Zeitschritts dt geschehen $dt \cdot f_0$ Reflexionen, d.h. der Resonator verliert $dt \cdot f_0$ -mal die Energie $|T|^2 \cdot U$:

$$\frac{d}{dt} U = -\frac{\omega_0}{2\pi} |T|^2 U = -\frac{\omega_0}{Q} U, \quad (\text{A.30})$$

wobei die Größe

$$Q := 2\pi \frac{1}{|T|^2} = 2\pi \frac{\text{Energie im Hohlraum}}{\text{Energieverlust bei jeder Reflexion}} \quad (\text{A.31})$$

die Güte des Resonators beschreibt. Hohe Güten $Q \gg 1$ entsprechen einem Reflexionsfaktor $|R|^2$ nahe 1. Als Folge von (A.30) klingt die eingeschlossene Energie exponentiell ab:

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\omega_0 t / Q} \quad (\text{A.32})$$

Diese Energie ist in einer Schwingung $\sim e^{-i\omega_0 t}$ gespeichert, d.h. für die Feldstärke gilt

$$E(t) = E_0 \cdot e^{-\omega_0 t / 2Q} \cdot e^{-i\omega_0 t} \quad (\text{A.33})$$

Das Frequenzspektrum erhält man durch Fouriertransformation:

$$E(\omega) = \int_0^{\infty} E(t) \cdot e^{i\omega t} dt = \int_0^{\infty} E_0 \cdot e^{-\omega_0 t / 2Q} \cdot e^{i(\omega - \omega_0)t} dt = E_0 \cdot \frac{1}{\frac{\omega_0}{2Q} - i(\omega - \omega_0)} \quad (\text{A.34})$$

Die Resonanzlinie

$$|E(\omega)|^2 \sim \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2} \quad (\text{A.35})$$

besitzt die Halbwertsbreite ω_0/Q . Bei konstanter Resonator-Güte Q werden die Resonanzen bei Vielfachen von ω_0 immer breiter. Dies entspricht einer kürzeren Lebensdauer der resonanten Zustände höherer Ordnung.

Resonator-Güte

Aus der Transmission kann über (A.31) die Resonator-Güte bestimmt werden. Für eine scharfe Resonator-Kante mit sprunghafter Änderung der Wellenzahl erhält man als Transmission:

$$T = \frac{4|k_1||k_2|}{|k_1 + k_2|^2} \quad (\text{A.36})$$

Ein resonanter Hohlleiter-Aufbau wie in Abb. 10.5 unterscheidet sich von einem idealen Resonator durch die endliche Eindringtiefe in die Resonatorwände. Die Gesamttransmission durch jede Wand ist näherungsweise $T = \exp\{-\kappa a_2\}$, wobei κ der Imaginärteil der Wellenzahl im Tunnelbereich ist. Der exakte Wert ist gemäß Gl. (10.22):

$$T = \frac{1}{\cos k_2 a_2 - \frac{i}{2} \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2}{k_1} \right) \sin k_2 a_2} \quad (\text{A.37})$$

Literaturverzeichnis

- [1] U. Meier, W. Nerreter, **Analoge Schaltungen: Entwurf, Berechnung und Simulation**, Hanser Verlag (1997)
- [2] R. Paul, **Elektrotechnik**, Springer-Verlag (1985)
- [3] O. Mildenberger, **Übertragungstechnik**, Vieweg-Verlag (1997)
- [4] M. Meyer, **Signalverarbeitung**, Vieweg-Verlag (1998)
- [5] H. Spiro, **Simulation integrierter Schaltungen**, Oldenbourg-Verlag (1990)
- [6] H. Marko, **Systemtheorie: Methoden und Anwendungen für ein- und mehrdimensionale Systeme**, Springer-Verlag (1995)
- [7] H. Marko, **Netzwerksynthese in Beispielen**, Oldenbourg-Verlag (1977)
- [8] R. Mäusel, **Modulationsverfahren in der Nachrichtentechnik**, Hüthig-Verlag (1976)
- [9] E. Stadler, **Modulationsverfahren**, Vogel-Buchverlag (1986)
- [10] G. Nimtz, **Mikrowellen: Einführung in die Theorie und Anwendung**, BI-Wissenschafts-Verlag (1990)
- [11] M. Kummer, **Grundlagen der Mikrowellentechnik**, VEB Verlag Technik Berlin (1986)
- [12] O. Zinke, H. Brunswig, **Hochfrequenztechnik 1: Hochfrequenzfilter, Leitungen, Antennen**, Springer-Verlag (1995)
- [13] J. Jahns, **Photonik: Grundlagen, Komponenten und Systeme**, Oldenbourg (2001)
- [14] G. A. Reider, **Photonik**, Springer (1996)
- [15] W. Glaser, **Photonik für Ingenieure**, Verlag Technik Berlin (1997)
- [16] S. A. Azizi, **Entwurf und Realisierung digitaler Filter**, Oldenbourg-Verlag (1990)
- [17] Ch. Kittel, **Festkörperphysik**, Oldenbourg-Verlag (1991)
- [18] H. Ibach, H. Lüth, **Festkörperphysik**, Springer-Verlag (1990)
- [19] A. Papoulis, **The Fourier Integral and its Applications**, McGraw-Hill (1962)
- [20] L. Brillouin, **Wave propagation in periodic structures**, Dover Publications (1946)
- [21] L. Brillouin, **Wave propagation and group velocity**, Academic Press, New York (1960)
- [22] E. Merzbacher, **Quantum Mechanics**, 3rd ed., John Wiley & Sons, New York (1998)
- [23] Feynman, Leighton, Sands, **Lectures on Physics II**, Chap. 33.

- [24] S. Longhi, **Superluminal pulse reflection in asymmetric one-dimensional photonic bandgaps**, Phys. Rev. E **64** (2001) 037601
- [25] J. Y. Lee, H.-W. Lee, and J. W. Hahn, **Complex traversal time for optical pulse transmission in a Fabry–Perot cavity**, J. Opt. Soc. Am. B **17** (2000) 401
- [26] S. Longhi, M. Marano, P. Laporta, M. Belmonte, and P. Crespi, **Experimental observation of superluminal pulse reflection in a double-Lorentzian photonic band gap**, Phys. Rev. E **65** (2002) 045602
- [27] S. Longhi, M. Marano, P. Laporta, and M. Belmonte, **Superluminal optical pulse propagation at 1.5 μm in periodic fiber Bragg gratings**, Phys. Rev. E **64** (2001) 055602
- [28] S. Longhi, P. Laporta, M. Belmonte, and E. Recami, **Measurement of superluminal optical tunneling times in double-barrier photonic band gaps**, Phys. Rev. E **65** (2002) 046610
- [29] E. P. Wigner, **Lower Limit for the Energy Derivative of the Scattering Phase Shift**, Phys. Rev. **98** (1955) 145
- [30] Th. Hartman, **Tunneling of a Wave Packet**, J. Appl. Phys. **33** (1962) 3427
- [31] A. Steinberg, P. Kwiat, and R. Chiao, **Measurement of the single-photon tunneling time**, Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 708
- [32] Ch. Spielmann, R. Szipöcs, A. Stingl, and F. Krausz, **Tunneling of Optical Pulses through Photonic Band Gaps**, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 2308
- [33] A. Enders and G. Nimtz, **On superluminal barrier traversal**, J. Phys. I France **2** (1992) 1693
- [34] A. Enders and G. Nimtz, **Zero time tunneling of evanescent mode packets**, J. Phys. I France **3** (1993) 1083
- [35] H. M. Brodowsky, W. Heitmann, and G. Nimtz, **Comparison of Experimental Microwave Tunneling Data with Calculations based on Maxwell’s Equations**, Phys. Lett. A **222** (1996) 125
- [36] Y. Japha, G. Kurizki, **Superluminal delay of coherent pulses in nondissipative media: A universal mechanism**, Phys. Rev. A **53** (1996) 586
- [37] J. M. Bendickson and J. P. Dowling, **Analytic expression for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures**, Phys. Rev. E **53** (1996) 4107
- [38] D. Mugnai, A. Ranfagni, R. Ruggeri, and A. Agresti, **Path–Integral Solution of the Telegrapher Equations: An Application to the Tunneling Time Determination**, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 259
- [39] Y. Zohta, **Path–integral approach to resonant tunneling**, Phys. Rev. Lett. **41** (1990) 7879
- [40] V. Romero–Rochin, R. P. Duarte–Zamorano, S. Nilsen–Hotseth, and R. G. Barrera, **“Superluminal“ transmission of light pulses through optical opaque barriers**, Phys. Rev. E **63** (2001) 027601
- [41] Ch. Spielmann, R. Szipöcs, A. Stingl, and F. Krausz, **Tunneling of Optical Pulses through Photonic Band Gaps**, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 2308
- [42] E. Cuevas, V. Gasparian, M. Ortuno, and J. Ruiz, **Traversal time in periodically loaded waveguides**, Z. Phys. B **100** (1996) 595

- [43] R. Pelster, V. Garparian, and G. Nimtz, **Propagation of plane waves and of waveguide modes in quasilperiodic dielectric heterostructures**, Phys. Rev. E **55** (1997) 7645
- [44] S. Collins, D. Lowe, and J. R. Barker, **The quantum mechanical tunnelling time problem—revisited**, J. Phys. C: Solid State Phys. **20** (1987) 6213
- [45] F. Cardone, R. Mignani, and V. S. Olkhovsky, **Are particle and photon tunneling and filling in barriers local or non-local phenomena**, Physics Letters A **289** (2001) 279
- [46] J. Jakiel, V.S. Olkhovsky and E. Recami, **On superluminal motions in photon and particle tunnellings**, Physics Letters A **248** (1998) 156
- [47] V.S. Olkhovsky and E. Recami, **Superluminal effects for quantum tunneling through two successive barriers**, Europhysics Letters **57** (2002) 879-884
- [48] C. K. Carniglia and L. Mandel, **Quantization of Evanescent Electromagnetic Waves**, Phys. Rev. D **3** (1971) 280
- [49] A. M. Steinberg, P. G. Kwiat, and R. Y. Chiao, **Dispersion Cancellation in a Measurement of the Single-Photon Propagation Velocity in Glass**, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 2421
- [50] Th. Martin and R. Landauer, **Time delay of evanescent electromagnetic waves and the analogy to particle tunneling**, Phys. Rev. A **45** (1992) 2611
- [51] N. H. Younan, B. L. Cox, C. D. Taylor, and W. D. Prather, **An Exponentially Tapered Transmission Line Antenna**, IEEE Trans. Electromag. Comp. **36** (1994) 141
- [52] S. Lin and E. S. Kuh, **Transient Simulation of Lossy Interconnects Based on the Recursive Convolution Formulation**, IEEE Trans. Circ. Sys. **39** (1992) 879
- [53] E. Griese and J. Schrage, **Fast Simulation of Reflection and Crosstalk Effects using a Pade Approximation**, Siemens Nixdorf AG and Univ. of Paderborn (1996)
- [54] C. D. Broomfield and J. K. A. Everard, **Broadband negative group delay networks for compensation of microwave oscillators and filters**, Electronics Letters **36** (2000) 1931
- [55] S. Lucyszyn, I. D. Robertson, and A. H. Aghvami, **Negative Group Delay Synthesiser**, Electronics Letters **29** (1993) 798
- [56] U. Martin and H. W. Schüßler, **On Digital Systems with Negative Group Delay**, Frequenz (Berlin) **47** (1993) 106
- [57] H. J. Eul, and B. Schiek, **A Generalized Theory and New Calibration Procedures for Network Analyser Self-Calibration**, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **39** (1991) 724
- [58] F. J. Harris, **On the Unse of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform**, Proc. IEEE **66** (1978) 51
- [59] K. E. Oughstun, **Pulse Propagation in a Linear, Causally Dispersive Medium**, Proc. of the IEEE **79** (1991) 1379
- [60] S. Chu and S. Wong, **Linear Pulse Propagation in an Absorbing Medium**, Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 738
- [61] C. G. B. Garrett and D. E. McCumber, **Propagation of a Gaussian Light Pulse through an Anomalous Dispersion Medium**, Phys. Rev. A **1** (1970) 305
- [62] M. M. Kash et al., **Ultraslow Group Velocity and Enhanced Nonlinear Optical Effects in a Coherently Driven Hot Atomic Gas**, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 5229

- [63] D. Budker, D. F. Kimball, S. M. Rochester, **Nonlinear Magneto-optics and Reduced Group Velocity of Light in Atomic Vapor with Slow Ground State Relaxation**, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1767
- [64] S. Inouye et al., **Amplification of Light and Atoms in a Bose-Einstein Condensate**, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 4225
- [65] B. Macke and B. Segard, , Phys. Lett. A **109** (1985) 213
- [66] C.-F. Li, and Q. Wang, **Negative phase time for particles passing through a potential well**, Phys. Lett. A **275** (2000) 287
- [67] L. J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu, **Gain-assisted superluminal light propagation**, Nature **406** (2000) 277
- [68] A. Kuzmich et al., **Signal Velocity, Causality, and Quantum Noise in Superluminal Light Pulse Propagation**, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 18
- [69] D. R. Phillips et al., **Storage of Light in Atomic Vapor**, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 783
- [70] C. A. McQueen, J. Arit, K. Dholakia, **An experiment to study a “Nondiffracting“ Light Beam**, Am. J. Phys. **67** (1999) 912
- [71] J. Fagerholm et al., **Angular-spectrum representation of nondiffracting X-waves**, Phys. Rev. E **54** (1996) 4347
- [72] P. Moretti, D. Mugnai, and A. Ranfagni, and M. Cetica, **Traversal time in macroscopic quantum tunneling**, Phys. Rev. A **60** (1999) 5087
- [73] D. Mugnai, **Bessel beams and signal propagation**, Phys. Lett. A **278** (2000) 6
- [74] D. Mugnai, **Passage of a Bessel beam through a classically forbidden region**, arXiv:physics/0111185
- [75] D. Mugnai, A. Ranfagni, R. Ruggeri, **Observation of Superluminal Behaviors in Wave Propagation**, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4830
- [76] A. Ranfagni and D. Mugnai, **Possibility of superluminal behaviors for X-like and Zenneck waves**, Phys. Rev. E **58** (1998) 6742
- [77] Th. Sauter, F. Paschke, **Can Bessel beams carry superluminal signals?**, Phys. Lett. A **282** (2001) 145
- [78] Th. Sauter, **Superluminal signals: an engineer’s perspective**, Phys. Lett. A **282** (2001) 145
- [79] P. Saari, K. Reivelt, **Evidence of X-Shaped Propagation Invariant Localized Light Waves**, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 4135
- [80] J. Durnin, J. J. Miceli, Jr., and J. H. Eberly, **Diffraction-free beams**, Phys. Rev. Lett. **58**, (1987) 1499
- [81] J. Durnin, **Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory**, J. Opt. Soc. Am. A **4** (1987) 651
- [82] E. Recami, **On Localized X-shaped Superluminal Solutions to Maxwell Equations**, arXiv:physics/9712051
- [83] E. Recami, **Propagation speed of evanescent modes**, Phys. Rev. E **62** (2000) 8628

- [84] W. A. Rodrigues, D. S. Thober, and A. L. Xavier Jr., **Causal explanation for observed superluminal behavior of microwave propagation in free space**, Phys. Lett. A **284** (2000) 217
- [85] M. Zamboni-Rached, E. Recami, F. Fontana, **Superluminal localized solutions to Maxwell-Equations propagating along a normal-sized waveguide**, Phys. Rev. E **64** (2001) 066603
- [86] M. Peshkin, **Comment on 'Observation of Superluminal Behaviors in Wave Propagation'**, arXiv:physics/0006034
- [87] K. T. McDonald, **Bessel Beams**, arXiv:physics/0006046
- [88] J. Salo, J. Fagerholm, A. T. Friberg, and M. M. Salomaa, **Nondiffracting Bulk-Acoustic X waves in CRystals**, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1171
- [89] R. A. Shelby et al., **Experimental Verification of a Negative Index of Refraction**, Science **292** (2001)
- [90] D. R. Smith and N. Kroll **Negative Refractive Index in Left-Handed Materials**, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 2933
- [91] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, **Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity**, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4184
- [92] J. B. Pendry, **Negative Refraction Makes a Perfect Lens**, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 3966
- [93] J. M. Williams, **Some Problems with negative Refraction**, Comment on "Negative Refraction Makes a Perfect Lens", arXiv:physics/0105034
- [94] G. Nimtz and A. Haibel, **On a Universal Tunnelling Time**, Ann. Phys. (Leipzig) **10** (2001) 707
- [95] S. Esposito, **Universal photonic tunnelling time**, Phys. Rev. E **64** (2001) 026609
- [96] S. Esposito, **Multibarrier Tunneling**, Phys. Rev. E **67** (2003) 016609
- [97] S. K. Sekatskii and V. S. Letokhov, **Electron tunneling time measurement by field-emission microscopy**, Phys. Rev. B **64** (2001) 233311
- [98] P. Pereyra, **Closed Formulas for Tunneling Time in Superlattices**, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 1772
- [99] P. Pereyra, **Resonant Tunneling and Band Mixing in Multichannel Superlattices**, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2677
- [100] M. Büttiker and R. Landauer, **Traversal Time for Tunneling**, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1739
- [101] M. Büttiker, **Larmor precession and the traversal time for tunneling**, Phys. Rev. B **27** (1983) 6178
- [102] J. Ruseckas, **Possibility of the tunneling time determination**, arXiv:quant-ph/0101136
- [103] D. Sokolovski and L. M. Baskin, **Traversal time in quantum scattering**, Phys. Rev. A **36** (1987) 4604
- [104] M. Scalora, J. P. Dowling, A. S. Manka, Ch. M. Bowden, and J. W. Haus, **Pulse propagation near highly reflective surfaces: Applications to photonic band-gap structures and the question of superluminal tunneling times**, Phys. Rev. A **52** (1995) 726

- [105] G. Nimtz, A. A. Stahlhofen, A. Haibel, **From Superluminal Velocity To Time Machines?**, arXiv:physics/0009043
- [106] P. Mittelstaedt, **What if there are superluminal signals?**, Eur. Phys. J. B **13** (2000) 353
- [107] A. Haibel, **Signalausbreitung in photonischen Barrieren: Transmissions- und Reflexionszeitmessungen am Doppelprisma und an periodischen Strukturen**, Dissertation, Universität zu Köln (2002)
- [108] R.-M. Vetter, **Simulation elektrische Netzwerke und Leitungen im Zeitbereich**, Diplomarbeit, Universität zu Köln (1995)
- [109] Simulationen des Autors (1998 - 2002)

Ich versichere, daß ich die von mir vorgelegte Dissertation selbständig und ohne unzulässige Hilfe angefertigt, die benutzten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben und die Stellen der Arbeit—einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen—, die anderen Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, in jedem Einzelfall als Entlehnung kenntlich gemacht habe; daß diese Dissertation noch keiner anderen Fakultät zur Prüfung vorgelegen hat; daß sie abgesehen von unten angegebenen Teilpublikationen noch nicht veröffentlicht worden ist, sowie daß ich eine solche Veröffentlichung vor Abschluß des Promotionsverfahrens nicht vornehmen werde. Die Bestimmungen der geltenden Promotionsordnung sind mir bekannt. Die von mir eingereichte Dissertation ist von Prof. Dr. G. Nimtz betreut worden.

(R.-M. Vetter)

Teilpublikationen

A. Haibel, R.-M. Vetter, and G. Nimtz

Negative Reflection Time by Asymmetric Photonic Band Gaps
to be published (2002)

R.-M. Vetter, A. Haibel, and G. Nimtz

Nonlocal reflection by photonic barriers
accepted by Phys. Rev. E (2002)

G. Nimtz, A. Haibel, and R.-M. Vetter

The Superluminal Features of Tunnelling

Proc. of the International Conference 'Time's Arrows, Quantum Measurement and Superluminal Behavior', Napoli, Editors D. Mugnai, A Ranfagni, and L. S. Schulman, ISBN 88-8080-024-8 (2001)

R.-M. Vetter, A. Haibel and G. Nimtz

Negative phase time for scattering at quantum wells: A microwave analogy experiment
Phys. Rev. E 63, 046701 (2001)

G. Nimtz, A. Haibel, A.A. Stahlhofen, and R.-M. Vetter

On Universal Properties of Tunnelling

I. Cracow – Clausthal Workshop on 'Tunnelling Effect and Other Fundamental Problems of Quantum Physics', Cracow, APEIRON 7, Nr. 1-2 (2000)

J. Nitsch, T. Steinmetz, R.-M. Vetter

Modeling and Simulation in Multiconductor Line Theory

EMC Zurich '99, Switzerland, Conference Proceedings, ISBN 3-9521199-3-8
Tutorial Lectures: EMC Modeling and Simulation Codes

J. Nitsch, R.-M. Vetter

An Alternative Approach to Solve the Telegrapher Equations for Nonuniform Multiconductor Transmission Lines

EuroEM '98, Tel-Aviv, Israel

J. Nitsch, R.-M. Vetter

Analytische Lösung ungleichförmiger Leitungen für eine Netzwerksimulation

Fachtagung Informations- und Mikrosystemtechnik '98, IPE Magdeburg, Symposiumsband
Hrsg.: B. Michaelis und H. Holub, Druck: Logisch-GmbH Magdeburg, ISBN 3-930385-14-7

R.-M. Vetter, J. Nitsch

Numerische Simulation elektrischer Netzwerke und Leitungen

Fachtagung Informations- und Mikrosystemtechnik '98, IPE Magdeburg, Symposiumsband
Hrsg.: B. Michaelis und H. Holub, Druck: Logisch-GmbH Magdeburg, ISBN 3-930385-14-7

J. Nitsch, R.-M. Vetter

Der Einfluß ungleichförmig geführter Leitungen auf die Signalform

EMV '98, Düsseldorf

Hrsg.: A. Schwab, VDE-Verlag, ISBN 3-8007-2324-7

J. Nitsch, R.-M. Vetter

Analytische Lösung ungleichförmiger Leitungen für eine Netzwerksimulation

VDE-Tagung Günzburg '97

J. Nitsch, R.-M. Vetter

Die Einkopplung hochfrequenter modulierter Signale in nichtlineare Schaltungen

URSI-Tagung Kleinheubach '97

R.-M. Vetter, J. Nitsch

Time Domain Network Analysis including Field-Excited Lossy Multiconductor Transmission Lines with Nonlinear Terminations

AmerEM '96, Albuquerque, New Mexico

Lebenslauf

Ralf-Michael Vetter
 Sonnenwinkel 12
 D-50354 Hürth
 post@rmvetter.de

Persönliche Daten

geboren: 23. Juni 1969 in Hürth, Rheinland
 Nationalität: deutsch
 Familienstand: ledig

Schulausbildung

1975 - 79 Grundsule im Wiesengrund, Hürth
 1979 - 88 Albert-Schweitzer-Gymnasium, Hürth
 Mai 1988 Abitur

Juli 88 - Sep. 89 Grundwehrdienst in Wentorf bei Hamburg

Studium

Okt. 89 - Nov. 95 Studium der Physik an der Universität zu Köln mit dem Schwerpunkt Theoretische Festkörperphysik
 Sep. 94 - Okt. 95 Diplomarbeit zum Thema „Simulation nichtlinearer Netzwerke und Leitungen im Zeitbereich“
 Nov. 1995 Diplom
 seit 1998 Promotion in Physik über das Thema „Simulation von Tunnelstrukturen“

Tätigkeiten

Aug. 94 - Dez. 96 Studentische Hilfskraft am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln und Tätigkeiten als Praktikant am Wehrwissenschaftlichen Institut für Schutztechnologien, Munster
 Mai 96 - Aug. 96 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln
 Okt. 96 - Dez. 97 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Automatisierungstechnik der Universität der Bundeswehr Hamburg
 Apr. 98 - Apr. 00 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Pathologie der Medizinischen Einrichtungen der Universität zu Köln
 seit Mai 2000 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln