

Response-surface dan Taguchi : Sebuah alternatif atau kompetisi dalam optimasi secara praktis

M. Arbi Hadiyat

Jurusan Teknik Industri, Universitas Surabaya (Ubaya)

Email : arbi@ubaya.ac.id, moch.arbi@gmail.com

Abstrak

Response-surface telah lebih dahulu muncul sebagai alat analisis optimasi pada skala industri. Berbagai asumsi statistika maupun matematika yang melekat pada metode ini, menjadi sebuah keunggulan sekaligus kekurangan dalam aplikasi praktisnya. Keunggulan Response-surface sangat terlihat ketika model matematis memenuhi seluruh asumsi statistik yang melekat sehingga optimasinya menjadi tidak bias. Hasil sebaliknya terjadi ketika salah satu saja asumsi tersebut tidak terpenuhi. Taguchi, hadir beberapa dekade kemudian, dan memberikan tahapan optimasi yang sangat praktis. Dasar pembentukan desain Taguchi tetap mengacu pada desain eksperimen klasik. Namun, tidak adanya asumsi statistik yang mengikuti tahapan analisisnya membuat metode ini banyak dipilih oleh para praktisi. Taguchi tidak mampu memberikan arah optimasi sebagaimana Response-surface mengakomodasi adanya “*steepest ascent/descent*”. Bagaimanapun, kedua metode ini dapat saling melengkapi ataupun justru menjadi dua metode yang saling berkompetisi dalam proses optimasi mesin produksi. Paper ini akan memberikan gambaran tentang kedua metode, mulai dari dasar tahapan metodologi eksperimennya, proses analisis, hingga bentuk hasil akhir yang didapatkan dari keduanya. Response-surface dan Taguchi, akan menjadi sebuah alternatif bahkan saling melengkapi, ketika tahapan keduanya dikombinasikan dalam tataran praktis.

Kata kunci: Response-surface, Taguchi, statistik, desain eksperimen

Abstract

Response-surface has been firstly appeared as optimization method for industrial scale process. Several statistical and mathematical assumptions that are following and building this method become both its strength and weakness. The Response-surface strength can be shown when the mathematical response model fulfills all classic statistical assumption so there can be unbiased optimization process. Otherwise, even only one assumption that cannot be fulfilled then the optimization will be failed. Taguchi, presents in later decades and gives more practical optimization steps. The basic for Taguchi design still refers to classical Design of Experiment (DoE). However, the absence of statistical assumptions following this method brings it to be chosen by practitioners. Taguchi doesn't have any idea to track the direction of optimization as Response-surface accommodates “*steepest ascent/descent*”. However, both methods can be complement or even be competed each other in production optimization field. This paper will gives description about the both methods starts from their basic steps, the methodologies, analysis up to final form of result. Response-surface and Taguchi will be an alternative and even complement each other when facing the practical optimization process.

Keywords: Response-surface, Taguchi, statistics, experimental design

PENDAHULUAN

Off line quality control menjadi bagian yang sulit dipisahkan ketika proses quality improvement di dalam skala industri secara terus-menerus diterapkan. Taguchi (January 1924 – June 2012) memperkenalkan konsep ini ketika permasalahan kualitas produk tidak hanya dapat diatasi secara *online quality control*. Tahapan *parameter design* sebuah produk menjadi titik awal penyebab terjadinya cacat selama proses manufaktur berlangsung. Desain eksperimen menjadi metode yang melengkapi *off line quality control* ini untuk mendapatkan setting mesin optimal dan menghasilkan desain parameter produk yang *robust*.

Fisher (Februari 1890 – Juli 1962, di dalam Stanley, 1966, dan Box, 1980) pertama kali memperkenalkan metode DoE (*Design of Experiment*) atau biasa disebut sebagai desain eksperimen melalui bukunya “*The Arrangement of Field Experiments*” tahun 1926, sebagai alat untuk menganalisis hasil eksperimen pada bidang pertanian. Desain eksperimen klasik seperti *Completely Randomized Design*, *Randomized Block Design* hingga *Factorial Design* banyak diterapkan untuk membantu peneliti dalam menyelidiki pengaruh single maupun multi-factor. Sampai beberapa tahun kemudian, pengembangan dari DoE dikemukakan oleh Plackett-Burman (1946) yang memberikan alternatif desain eksperimen multifaktor yang dapat mengurangi banyaknya *run* eksperimen.

Beberapa dekade kemudian G.E.P. Box dan Wilson (1951) memperkenalkan modifikasi dari DoE yang tidak hanya melihat pengaruh faktor eksperimen, namun juga dapat digunakan untuk menentukan titik optimal dari eksperimen multifaktor, yakni yang dikenal sebagai *Response Surface Methodology* (RSM). Saat itu, RSM banyak mendominasi proses optimasi mesin industri yang berbasis eksperimen. Ditinjau dari sisi pemodelan DoE dan RSM, keduanya menggunakan basis persamaan matematis, yang kemudian dikembangkan dalam tataran eksperimen sehingga kaitannya dengan data-data hasil eksperimen hanya dapat dianalisis melalui model statistik.

Montgomery (1997) kemudian banyak memberikan penjabaran analisis DoE dan RSM secara statistik beserta penerapannya dalam bidang industri, sebagai alat untuk mempelajari dan mengoptimalkan proses industri, mulai dari pemilihan material, setting mesin, hingga parameter proses industri. Begitu melekatnya asumsi-asumsi statistik pada DoE dan RSM, memberikan satu sisi kesulitan tersendiri untuk memenuhinya.

Taguchi (di dalam Belavendram, 2001) di dalam kemudian hadir untuk melengkapi keberagaman metode desain eksperimen ini dengan ide yang cukup kontroversial. Berbekal kemampuannya sebagai praktisi industri, engineer dan ahli statistik, Taguchi memperkenalkan konsep *Robust Design* yang cukup fenomenal dan banyak mematahkan asumsi-asumsi di dalam DoE dan RSM. Taguchi mengadopsi *loss function* pada data-data hasil eksperimen yang kemudian digunakan untuk proses optimasi. *Orthogonal Array*, *Signal-to-noise ratio*, prosedur analisis yang singkat dan praktis serta tidak adanya asumsi statistik yang ketat, membuat metode Taguchi banyak dipilih oleh para engineer saat itu.

Saat ini, para engineer lebih memilih metode optimasi yang praktis dan tidak banyak prosedur analisisnya. Alasan utama adalah kecepatan dan juga ketepatan hasil optimasi. Bagaimanapun, RSM dan Taguchi adalah dua metode yang meskipun mempunyai basis DoE yang sama, namun penerapannya banyak saling melengkapi atau bahkan melemahkan. Kedua metode ini seharusnya dapat dipertimbangkan untuk dapat diintegrasikan, dan bukan sebagai dua metode yang saling berkompetisi.

METODE

Paper ini berisi sebuah kajian desain eksperimen secara teoritis non matematis, yang didasarkan pada implementasi metode *Response Surface Methodology* maupun

Taguchi pada tataran praktis. Dengan demikian, pembahasan dan perbandingan antara kedua metode dilakukan secara kualitatif, dengan mempertimbangkan kekuatan dan kelemahan masing-masing metode. Sehingga, kedua metode ini seharusnya dapat saling melengkapi.

Response Surface Methodology (RSM)

Secara matematis, RSM menampilkan pemodelan antara beberapa *explanatory variable* dengan satu atau lebih *response variable*. Metode yang dikemukakan oleh Box dan Wilson (1951) ini didasarkan pada DoE yang sudah terlebih dahulu dikembangkan oleh Fisher. Ide utamanya adalah menentukan titik optimal pada response variable yang bersesuaian dengan setting level pada variabel-variabel *explanatory*-nya. Ketika model RSM ini diterapkan dalam tataran eksperimen, maka error pada data-data hasil eksperimen tidak akan dapat dihindari sehingga interpretasi secara statistik untuk RSM sangat melekat pada penerapannya. RSM tidak lain sebuah model regresi linier yang memodelkan hubungan antara variabel *explanatory* dan variabel *response*. RSM mempunyai dua tahapan utama dalam analisisnya. Pertama, pemodelan regresi *first order*, yang biasa dinyatakan dengan persamaan linier polinomial dengan order satu. Berikut adalah contoh persamaan RSM *first order* dengan dua faktor:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (1)$$

dimana x_i adalah faktor yang diteliti dalam eksperimen atau disebut juga sebagai variabel *explanatory*, dan y adalah variabel respon. Desain eksperimen yang bersesuaian dengan persamaan (1) adalah faktorial sebagaimana DoE, namun dengan menyertakan *center point* diantara level-level faktornya. Berikut adalah contoh desain yang digunakan untuk eksperimen yang digunakan oleh persamaan (1), yang diambil dari Montgomery (1997) :

Tabel 1. Contoh desain *first order*. (Sumber: Montgomery, 1997)

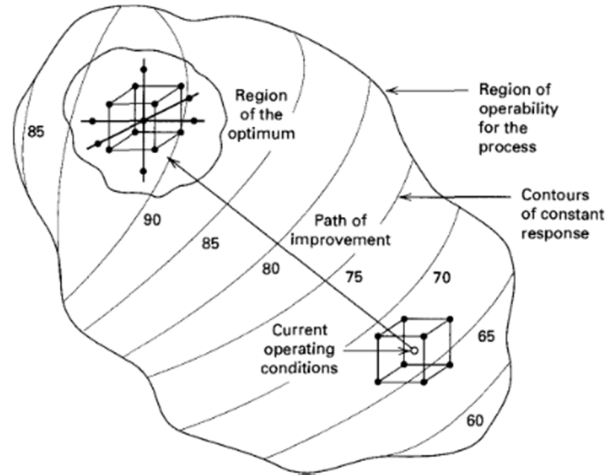
Natural Variables		Coded Variables		Response y
ξ_1	ξ_2	x_1	x_2	
30	150	-1	-1	39.3
30	160	-1	1	40.0
40	150	1	-1	40.9
40	160	1	1	41.5
35	155	0	0	40.3
35	155	0	0	40.5
35	155	0	0	40.7
35	155	0	0	40.2
35	155	0	0	40.6

Ketika desain eksperimen pada tabel 1 memuat titik respon optimal diantara level-level faktor yang diselidiki, maka persamaan (1) akan mengandung *lack-of-fit* (Myers dan Montgomery, 1995). Berikutnya, langkah kedua dapat langsung diterapkan, yakni menaikkan derajat polinomial persamaan (1) menjadi *second order* atau derajat dua, dengan contoh persamaan dua faktor sebagai berikut :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon \quad (2)$$

Titik optimal response secara sederhana akan didapat dengan differensial pada persamaan (2) untuk setiap variabel *explanatory*, (Box dan Draper, 1987). Dengan demikian, akan didapatkan setting level faktor-faktor yang akan mengoptimalkan variabel *response*. Hal inilah yang kemudian dikatakan sebagai proses optimasi matematis.

Keunggulan RSM, secara praktis tidak terlihat secara langsung model *first order* maupun *second order* tersebut. Ketika persamaan (1) tidak memberikan *lack-of-fit*, maka Montgomery (1997) menyatakan bahwa titik optimal tidak terdapat pada desain *first order* tersebut. Untuk itu, level faktor yang diteliti harus “digeser” sedemikian rupa ke arah optimalisasi response. Proses inilah yang disebut sebagai *steepest ascent/descent*, yang dicontohkan pada gambar 1 untuk eksperimen dengan dua faktor :



Gambar 1. Penggeseran level faktor ke arah area optimum (Sumber : Montgomery, 1997)

Pergeseran level-level faktor menuju ke arah kondisi response optimum inilah yang menjadi keunggulan di dalam RSM. Tidak hanya berhenti pada level-level faktor yang sudah ditentukan pada saat eksperimen *first order*, namun juga dapat melacak titik optimum response di luar area level eksperimen *first order*. Persamaan (2) akan diterapkan pada area yang telah mengandung titik optimal tersebut melalui eksperimen lanjutan dengan desain khusus seperti *central composite design* atau *box-behnken design* (Box and Behnken, 1960 di dalam Myers dan Montgomery, 1995)

Tabel 2. contoh *orthogonal array* untuk 2 level (L_4 dan L_8)

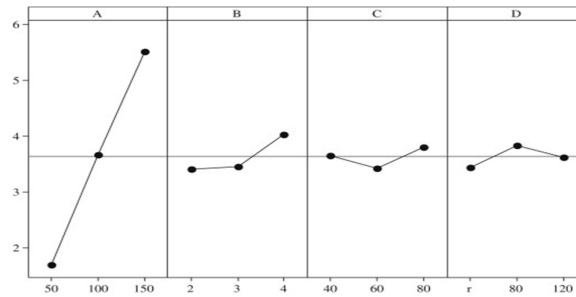
Experiment Number	Column 1	Column 2	Column 3	Experiment Number	Column 1	Column 2	Column 3	Column 4	Column 5	Column 6	Column 7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2
3	2	1	2	3	1	2	2	1	1	2	2
4	2	2	1	4	1	2	2	2	2	1	1
				5	2	1	2	1	2	1	2
				6	2	1	2	2	1	2	1
				7	2	2	1	1	2	2	1
				8	2	2	1	2	1	1	2

Taguchi Methodology

Metode Taguchi hadir sebagai alternatif RSM beberapa tahun kemudian. Taguchi mengadopsi DoE dalam mendesain eksperimennya, yakni desain *fractional factorial* yang kemudian dimodifikasi menjadi susunan *orthogonal array*. Taguchi menjanjikan *run* eksperimen yang tidak sebanyak DoE, namun dapat memberikan hasil pemilihan level-level faktor yang dapat mengoptimalkan variabel response. Tabel 2 menampilkan beberapa contoh desain *orthogonal array* (Belavendram, 2001, Roy, 1990)

Langkah optimasi menggunakan Taguchi menjadi lebih sederhana jika dibandingkan dengan RSM. Ketika eksperimen Taguchi telah dilakukan dan data hasil eksperimen yang mengacu ke salah satu *orthogonal array* telah didapatkan, maka prosedur untuk menentukan kombinasi level-level faktor yang mengoptimalkan variabel respon

secara sederhana dapat dianalisis melalui tabel dan grafik response. Berikut adalah contoh sederhana penentuan kombinasi level optimal dengan melihat hasil grafik respon



Gambar 2 . Grafik respon analisis Taguchi

Secara sederhana berdasarkan gambar 2, misalkan terdapat 4 faktor yang diteliti, maka kombinasi level yang memaksimalkan response adalah A3 dan B3. Kalaupun ada interaksi antar faktor, Taguchi dapat mengakomodasi hingga dua faktor yang saling interaksi. Hal ini sekaligus menjadi kelemahan Taguchi ketika peneliti akan menyelidiki interaksi antara lebih dari dua faktor, di sisi lain RSM mampu mengakomodasi interaksi sampai derajat tertinggi.

Keunggulan lain metode Taguchi yang cukup fenomenal adalah transformasi data eksperimen dalam bentuk *Signal-to-noise ratio* (SNR). SNR bahkan diklaim mampu memilih kombinasi level yang mengoptimalkan response baik dari sisi rata-rata maupun variasi data percobaan bahkan dari sisi biaya kualitas (Belavendram,2001), karena SNR mengakomodasi *quality loss function* serta dapat disesuaikan dengan jenis optimasi yang diinginkan (*nominal the best, smaller the better, larger the better*). Hal inilah yang menjadi ide dasar istilah *robust design*, yakni desain parameter produk yang handal dan meminimalkan adanya variasi antar produk serta kerugian biaya kualitasnya ketika akan dilakukan produksi secara massal. Namun, keunggulan ini juga mengandung titik kelemahan Taguchi, yakni tidak adanya prosedur untuk menemukan level-level baru untuk setiap faktor selain level-level yang telah ditentukan sebelumnya. Artinya, Taguchi hanya mencari kombinasi level-level faktor untuk mengoptimalkan response, tanpa mempertimbangkan adanya kemungkinan menggeser level faktor ke arah optimal yang lebih baik.

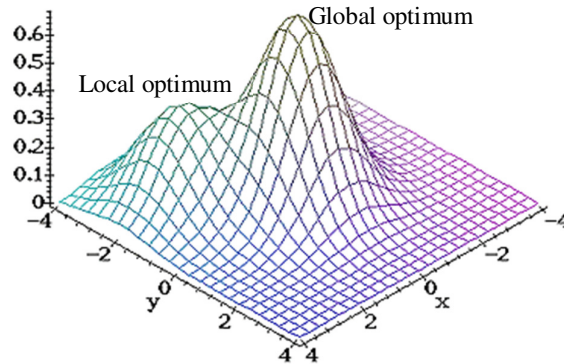
PEMBAHASAN

Ketika sebuah titik optimal akan dicari melalui eksperimen yang melibatkan beberapa faktor, maka seharusnya eksperimen tersebut didesain sedemikian rupa agar level-level faktornya mencakup area response yang mengandung titik optimal. Dengan demikian, titik optimal yang didapatkan bukan “local optimum” namun dapat mencapai atau paling tidak mendekati posisi “global optimum” dari variabel response.

Steepest ascent/descent pada RSM adalah prosedur yang mampu menggeser level faktor eksperimen menuju area global optimum. Di lain pihak, Taguchi cukup puas dengan mendapatkan *local optimum* saja dengan mencari kombinasi level-level faktor yang telah ditentukan sebelumnya. Taguchi tetap menjadi pilihan dalam mencari titik optimum karena kemudahan prosedurnya serta desainnya yang *robust*.

Ide untuk mengintegrasikan prosedur *steepest ascent/descent* sebelum menampilkan eksperimen Taguchi menjadi hal yang sangat mungkin untuk dilakukan. Artinya, sebelum menerapkan *orthogonal array* sebagai desain eksperimen, penentuan level-level faktor terlebih dahulu dilacak melalui desain eksperimen sederhana melalui analisis first order RSM. Pertimbangan utama tetap pada tujuan untuk menemukan titik

global optimum, sehingga desain Taguchi yang terlebih dahulu sudah mempertimbangkan first order RSM, akan memberikan titik optimum.



Gambar 3. Global dan *local* optimum permukaan respon

Asumsi statistik akan tetap melekat pada *first order* RSM. Namun dengan pertimbangan bahwa desain eksperimen yang digunakan tidak akan serumit *second order* RSM, Taguchi dapat lebih baik diterapkan untuk menggantikan *second order* RSM untuk menemukan titik optimal variabel response. Usulan prosedur secara praktis adalah sebagai berikut :

1. Penentuan tujuan optimasi eksperimen, yakni minimum (*smaller the better*), maksimum (*larger the better*) atau target response tertentu (*nominal the best*)
2. Penentuan variabel response yang diukur dalam bentuk besaran yang akan dioptimalkan
3. Penentuan faktor-faktor beserta levelnya. Penentuan level masing-masing faktor dapat mengacu pada data-data masa lalu, atau pengalaman operator mesin
4. Menggunakan level-level yang sudah ditentukan pada langkah 3, lalu merancang *first order* RSM, sebagaimana contoh tabel 1. *First order* RSM adalah model matematis sehingga pemeriksaan asumsi-asumsi statistik tetap diperlukan
5. Ketika *first order* RSM mengandung *lack-of-fit*, maka prosedur Taguchi dapat langsung diterapkan, dengan menyusun grafik respon untuk mencari kombinasi level faktor yang mengoptimalkan variabel response
6. Namun jika *first order* RSM tidak mengandung *lack-of-fit*, maka prosedur steepest ascen/descent dapat diterapkan, dengan mencari arah penggeseran laval faktor. Prosedur secara rinci dapat dilihat pada Montgomery (1997)
7. Ketika penggeseran level faktor telah sampai pada area dimana variabel response mengandung titik optimum, maka eksperimen Taguchi mulai diterapkan dengan menggunakan nilai-nilai level faktor yang baru.
8. Proses optimasi menggunakan prosedur Taguchi, baik menggunakan grafik response, tabel response maupun analisis varians (Park, 1996)
9. Titik optimasi yang didapatkan, mungkin bukan global optimum, namun cukup mendekati, dan tidak memerlukan pemeriksaan asumsi-asumsi statistik dalam penentuannya

KESIMPULAN

Secara empiris, sembilan langkah tersebut masih belum diterapkan. Paper ini masih berupa ide awal untuk mendapatkan cara optimalisasi variabel response secara praktis yang lebih cepat namun tetap mendapatkan titik optimum yang mendekati global. RSM dan Taguchi, dalam tataran praktis seharusnya dapat menjadi sebuah alternatif, dan bahkan

dapat saling melengkapi kekurangan masing-masing. Integrasi antara keduanya sangat mungkin dilakukan, terutama dalam proses penentuan level-level faktor eksperimen yang secara praktis terkadang sulit untuk ditentukan dan hanya berbekal pengalaman praktis operator mesin. Ketika dua metode ini diintegrasikan, maka konsep optimasi di dalam RSM akan berdampingan dengan konsep Robust di dalam Taguchi.

DAFTAR PUSTAKA

Box, JF ,1980. "R. A. Fisher and the Design of Experiments, 1922-1926". *The American Statistician* **34** (1): 1–7.

Box, G. E. P. and Wilson, K.B. ,1951. "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions" (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society Series B* **13**(1):1–45

Box, G.E.P, Behnken. D, 1960, "Some new three level designs for the study of quantitative variables", *Technometrics*, Volume 2, pages 455–475.

Box, G. E. P. and Draper, N. R. ,1987., *Empirical Model Building and Response Surfaces*, New York: John Wiley & Sons.

Montgomery, D. C. ,1997. *Design and Analysis of Experiments*, 4th edition, John Wiley & Sons, New York. (1st edition, 1976, 2nd edition, 1984, 3rd edition, 1991)

Nicolo Belavendram, ,2001. *Quality by Design : Taguchi Technique for Industrial Experimentation*, Prentice Hall, Great Britain

Myers, R. H. and Montgomery, D. C. ,1995. *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, New York: John Wiley & Sons.

Park, S.H, 1996. *Robust design and analysis for quality engineering*. Chapman & Hall

Plackett R.L., and Burman, J.P, 1946, "The Design of Optimum Multifactorial Experiments", *Biometrika* 33 (4), pp. 305-25.

R. Roy, 1990. *"A primer on the Taguchi Method"*, Van Nostrand Reinhold, N.Y.

Stanley, J. C. ,1966. "The Influence of Fisher's "The Design of Experiments" on Educational Research Thirty Years Later". *American Educational Research Journal* **3** (3): 223