

## KECEKAPAN BERMATEMATIK DALAM REKA BENTUK UNTUK KEPERLUAN INDUSTRI

Jamaludin Md.Ali & Abd Fatah Wahab

Pusat Pengajian Sains Matematik  
Universiti Sains Malaysia, 11800, Minden  
Penang, Malaysia

Jabatan Matematik  
Kolej Universiti Sains dan Teknologi Malaysia  
Kuala Terengganu

Mel-c : [jamaluma@cs.usm.my](mailto:jamaluma@cs.usm.my), [fatah@kustem.edu.my](mailto:fatah@kustem.edu.my)

### ABSTRAK

---

*Dengan tahap kecekapan komputer yang tinggi serta perisiannya yang canggih telah banyak membantu pereka bagi mereka bentuk produk barangan buatan dalam industri masa kini. Di sebalik kemudahan itu, kecekapan bermatematik amatlah perlu terutamanya dalam proses menghasilkan model yang sesuai untuk perisian komputer dan bagi memaksimumkan tahap penggunaan teknologi tersebut. Kertas ini membincangkan suasana masalah dan konsep matematik yang digunakan dalam reka bentuk seperti geometri pengkomputeran dan pembuatan. Hasil penyelidikan yang berterusan dalam bidang matematik telah diaplikasikan dalam penghasilan perisian komputer yang lebih canggih dan kemahiran bermatematik juga perlu dalam pengendalian pakej perisian tersebut.*

**Katakunci:** CAD/CAM, rekabentuk.

### 1. Pengenalan

Dengan kemajuan dan kelajuan komputer serta kecanggihan perisian CAD/CAM (Computer Aided Design dan Computer Aided Manufacturing) telah membolehkan reka bentuk produk yang kompleks seperti telefon bimbit, barangan pengguna keperluan harian; juga daripada reka bentuk kapal terbang kepada reka bentuk barang perhiasan yang berseni rupa. Namun demikian penggunaan CAD/CAM menjadi lebih mencabar dan kadang kala sukar. Kewujudan perisian CAD/CAM seperti Pro Engineer, AutoCAD, CATIA dan IDEAS telah dapat meringankan beban pereka bentuk, namun begitu mereka tidak boleh mengelak daripada keperluan kecekapan bermatematik. Contohnya, AutoCAD perisian yang popular di pasaran tempatan walaupun tidak sukar dikendalikan, masih menuntut kecekapan bermatematik pada tahap yang agak tinggi. Sebenarnya keperluan pengetahuan matematik untuk reka bentuk adalah bertahap. Umpamanya, dalam reka bentuk acuan ringkas (simple mould), tahap keperluan bermatematik lebih rendah berbanding dengan keperluan

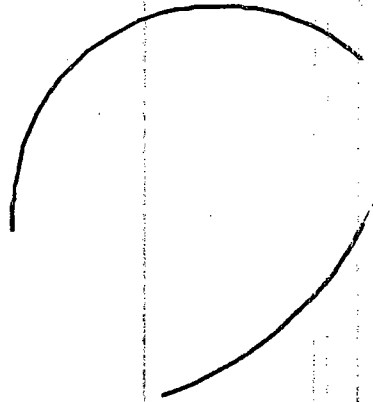
## Matematik & Masyarakat

bermatematik untuk reka bentuk kanopi kapal terbang pejuang. Malah dalam reka bentuk saluran paip gas yang nampaknya mudah juga memerlukan kecekapan bermatematik. Untuk menepati tujuan ini, Universiti Sains Malaysia menerusi Pusat Pengajian Sains Matematik telah memperkenalkan kursus yang berkaitan dengan peranan matematik dalam reka bentuk.

Lazimnya pereka bentuk mempunyai keupayaan estetik yang tinggi berbanding dengan keupayaan bermatematik. Keadaan ini menyebabkan mereka kurang memahami bagaimana sesuatu perisian CAD/CAM dapat berfungsi. Justeru itu, pereka bentuk akan menjadi kurang cekap menggunakan perisian CAD/CAM untuk membantunya seperti yang diharapkan [Ball 1996]. Pengetahuan matematik untuk menghasilkan perisian CAD/CAM yang canggih adalah hasil penyelidikan yang berterusan sejak perang dunia ke-II lagi. Pada asalnya pembangunan CAD/CAM dan penyelidikan dalam reka bentuk adalah untuk memenuhi keperluan industri pembuatan seperti pembuatan kereta, kapal terbang dan kapal [Farin 1993]. Kini penyelidikan dalam reka bentuk dan pembangunan perisian CAD/CAM bukan sahaja terhad kepada keperluan industri pembuatan sahaja malah ianya telah merebak ke bidang lain, seperti bidang perubatan, industri barangan hiasan, dan juga ke industri perfileman. Justeru itu dengan perkembangan yang pesat ini pereka bentuk bukan sahaja mesti berfikiran kreatif tetapi juga mampu mengendalikan perisian yang memerlukan kecekapan bermatematik.

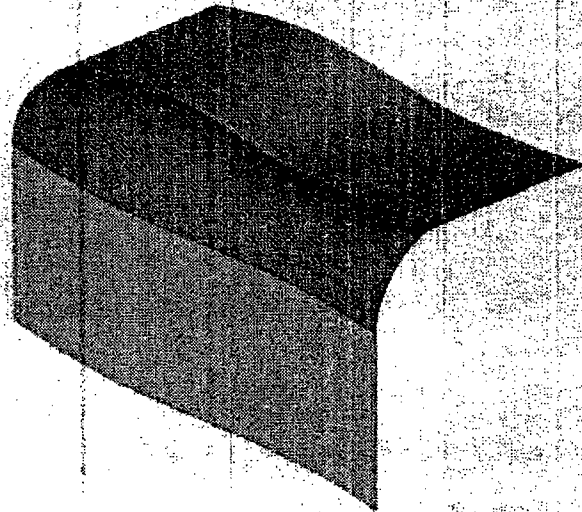
### 2. Suasana masalah dalam reka bentuk

Beberapa masalah diutarakan untuk menunjukkan keperluan bermatematik dalam reka bentuk menggunakan komputer. Masalah pertama yang agak mudah, misalnya pereka bentuk telah melukis dua lengkung yang berasingan dan dia ingin melukis suatu lengkung transisi yang menghubungkan dua lengkung tersebut. Dalam gambarajah 1, lengkung tebal adalah lengkung asal, manakala yang nipis adalah lengkung transisi. Untuk perisian CAD/CAM yang "High End", seperti CATIA dan Pro E, lengkung transisi dibina dengan hanya beberapa arahan sahaja, tetapi penggunaan CAD/CAM yang "High End" ini hanya tertumpu ke industri besar. Untuk industri jenis SMI, kebanyakannya hanya memiliki perisian jenis "Low End" yang mana banyak arahan diberi untuk reka bentuk. Arahan yang di beri selalu melibatkan pengetahuan tentang reka bentuk yang memerlukan kecekapan bermatematik untuk mempercepatkan proses penyuntingan lengkung.



Gambarajah 1: Masalah membina lengkung transisi

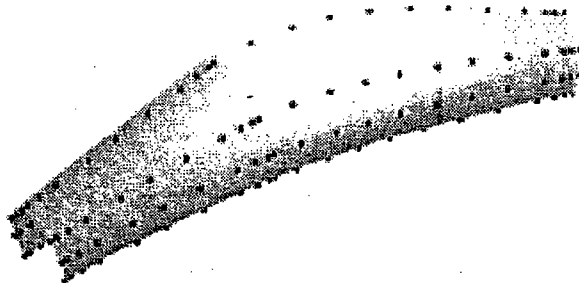
Gambarajah 1, menunjukkan dua penyelesaian yang berbeza, satu mempunyai gelung dan satu lagi tidak. Gelung dapat dinyahkan jika pereka bentuk memahami konsep magnitud tangen sesuatu lengkung. Masalah seperti ini boleh diperluaskan kepada masalah penggabungan dua permukaan yang berasingan seperti Gambarajah 2. Ini adalah masalah yang kerap dialami oleh pereka bentuk dalam industri pembuatan terutamanya dalam industri pembuatan kereta.



Gambarajah 2: Penggabungan dua permukaan

Masalah berikutnya mungkin lebih sukar, iaitu reka bentuk kanopi kapal terbang yang dapat mengurangkan geseran dan mampu bertahan pada daya tekanan yang tinggi. Andaian boleh dibuat bahawa perisian CAD/CAM jenis "Low end" sukar untuk mengendalikan masalah ini. Walaupun jenis "High end" mungkin dapat membantu untuk menyelesaikannya, lazimnya perisian yang diguna adalah jenis yang dibangun khas. Reka bentuk dengan menggunakan jenis yang dibangun khas ini bukan sahaja memerlukan kepakaran bermatematik tetapi juga kemahiran dalam bidang fizik dan kejuruteraan. Algoritma untuk perisian CAD/CAM jenis yang dibangun khas ini adalah dari bahan-bahan penyelidikan terkini, dan kadang-kala pula bukan yang berbentuk

“konvensional. Sebagai contohnya, kanopi dalam Gambarajah 3 adalah hasil dari penyelidikan berasaskan lengkung lingkaran GCS (*generalised Cornu spiral*) yang ditakrifkan oleh Ali [1994].



Gambarajah 3 :Rekabentuk kanopi kapal terbang berasaskan lengkung GCS

### 3. Konsep matematik dalam reka bentuk

Geometri pengkomputeran dalam reka bentuk dan pembuatan untuk permukaan yang kompleks sebenarnya merupakan suatu bidang matematik yang penuh dengan masalah dan cabaran geometri yang perlu diselesaikan. Banyak pengetahuan matematik diperlukan untuk menjadi pereka bentuk yang berkesan. Kemahiran bermatematik paling asas yang diperlukan untuk mengendalikan perisian CAD/CAM secara berkesan ialah kebolehan memahami konsep geometri klasik, terutamanya geometri perspektif. Kebanyakan perisian CAD/CAM terutamanya jenis “Low End” masih memerlukan pereka bentuk cekap tentang konsep perspektif ini [Ali, 1988] kerana reka bentuk di buat dalam dua dimensi pada pandangan yang berbeza dan digabung semula supaya menjadi bentuk tiga dimensi. Keadaan ini mungkin akan berubah kerana dengan kemajuan dan perkembangan komputer membolehkan reka bentuk dibuat dalam tiga dimensi walaupun hanya menggunakan perisian jenis “Low End” ini.

Dalam kebanyakan perisian CAD/CAM jenis lengkung yang diguna adalah lengkung keratan kon. Lengkung ini merangkumi garis lurus, bulatan, elips, hiperbola dan parabola. Walaupun persamaan lengkung keratan kon dalam bentuk tersirat mungkin mudah kepada pakar matematik, tetapi untuk diterjemahkan ke bentuk yang boleh diaplikasi dalam reka bentuk kadang-kadang membingungkan. Bentuk tersirat diperlukan untuk proses introgasi dalam reka bentuk, seperti menentukan sama ada suatu titik terletak atau tidak di atas suatu lengkung atau permukaan. Bidang matematik jenis ini digolongkan dalam *geometri analisis* suatu sub-bidang *geometri algebra*.

Dalam dua dimensi persamaan lengkung tersirat berbentuk  $F(x,y) = C$ , contohnya garis lurus diberi sebagai  $ax + by = C$ , bulatan yang berpusat di  $(a,b)$

dan jejari  $j$  di beri sebagai :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = j^2$$

Manakala elips dengan pusat  $(x_0, y_0)$  dan jejari paksi sebagai  $a$  dan  $b$ , pula diberi sebagai:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

Secara amnya persamaan lengkung keratan kon diberi sebagai

$$px^2 + qy^2 + rx + sy = u$$

Perwakilan dalam bentuk tersirat tidak berapa sesuai untuk proses penjanaan lengkung dan permukaan bentuk bebas, maka perwakilan dalam bentuk berparameter diperkenalkan. Dalam bentuk berparameter lengkung atau permukaan cepat dikira, diuji, dipugar dan dijana. Yang penting sekali lengkung dan permukaan dalam bentuk berparameter boleh dikawal dan mudah diubah suai. Sebagai contoh, jika  $P$  adalah suatu lengkung untuk dijana oleh komputer maka  $P$  mestilah berbentuk  $(x(t), y(t), z(t))$ , dengan  $x(t)$ ,  $y(t)$  dan  $z(t)$  sebagai fungsi selanjur,  $t$  disebut sebagai parameter lengkung. Lazimnya fungsi-fungsi yang dipakai dalam perisian CAD/CAM adalah berbentuk polinomial supaya  $P$  dapat dinilai dengan cepat.

Perwakilan lengkung/permukaan secara rambang tidak dapat membantu dalam reka bentuk, justeru itu perwakilan yang sesuai dan mudah difahami dan diimplimentasi sahaja lazimnya dipakai. Sebab itu lengkung/permukaan dalam reka bentuk yang seiring dengan konsep geometri (*titik kawalan, tangen kawalan*) begitu popular dikalangan pembina perisian CAD/CAM. Persamaan lengkung yang dikawal oleh titik kawalan diberi sebagai

$$P(t) = \sum_{i=0}^n f_i(t) P_i, \text{ fungsi } f_i(t) \text{ ini diperolchi dengan kekangan geometri tertentu,}$$

seperti memenuhi syarat interpolasi titik atau syarat tangen lengkung. Dalam bentuk geometri ini perwakilan Bezier lah yang paling terkenal dalam reka bentuk. Walaupun begitu dalam bentuk Bezier kadang kala tidak memenuhi kehendak pengguna, maka penyelidikan demi penyelidikan dilaksanakan dengan memperkenalkan perwakilan alternatif kepada perwakilan Bezier, contohnya Ball [1974] di British Aerospace dan Timmer [1980] di MacDonaldd Douglas. Bahkan di Universiti Sains Malaysia juga wujud usaha ini [Said 1991], [Ali 1994, 1995]. Kita lihat contohnya; Suatu lengkung kubik Bezier diberi sebagai:

$$r(t) = (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + 3(1-t) t^2 P_2 + t^3 P_3$$

manakala dalam bentuk yang diperkenalkan Said, diberi sebagai:

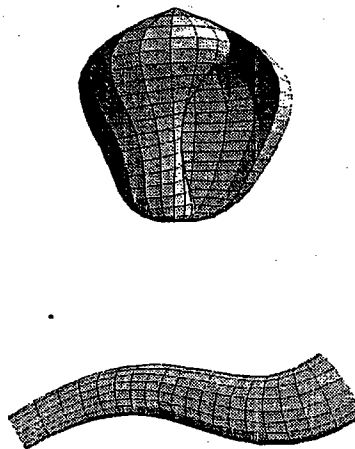
$$r(t) = (1-t)^2 (1 + (2-\alpha)t) P_0 + \alpha(1-t)^2 t P_1 + \beta(1-t) t^2 P_2 + t^2 (1 + (2-\beta)(1-t)) P_3$$

Dalam bentuk Bezier, lengkung disunting dengan mengubah titik kawalan, tetapi dalam bentuk alternatif ini lengkung disunting hanya dengan mengubah nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  tanpa mengubah titik kawalan. Kesannya ialah apabila arah sesuatu lengkung telah ditetapkan, mengubah suai lengkung dapat dibuat dengan cepat. Bentuk alternatif ini juga lebih umum kerana ia boleh digubah ke bentuk Bezier, Ball dan Timmer apabila nilai  $\alpha$  dan  $\beta$  bersamaan dengan 3, 2 dan 4.

Pada awal tahun 80an lengkung Splin-B pula diperkenalkan kedalam perisian CAD/CAM selepas penyelidikan tentangnya dimantapkan. Lengkung Splin-B yang berdarjah  $k$ , juga bersifat geometri dengan fungsi  $f_i(t)$  berbentuk  $f_i(t) = N_i^k(t)$  yang ditakrifkan secara rekursi [Farin 1993]. Penyelidikan tentang lengkung dan permukaan NURBS, *non-uniform rational B-Splines*, dengan  $f_i(t) = \frac{N_i^k(t)w_i}{\sum_{j=0}^n N_j^k(t)w_j}$  bermula dengan aktif pada tahun 80an. [Farin

1993]. Lengkung NURBS yang juga boleh mewakili keratan kon telah menjadi lengkung piawai dalam perisian CAD/CAM sekarang.

Walaupun perkembangan matematik untuk membina perisian CAD/CAM agak mantap, tetapi masih wujud secara aktif penyelidikan bagaimana konsep-konsep atau perwakilan matematik ini dapat dimanfaatkan. Contohnya, bentuk lengkung kubik yang di perkenalkan oleh Said telah diubah suai oleh Yeap [2002] dan Haini [2003] untuk menjana permukaan sapuan. Manakala Walton [2003] dan Yeoh [2003] mengkaji sifat-sifat lengkung Bezier supaya terturun kebentuk lingkaran.



Gambarajah 4: Permukaan sapuan

Seperti yang telah dibincangkan, lengkung/permukaan yang dijana kadang-kadang perlu dipugar. Pengetahuan matematik yang perlu untuk proses menguji dan memugar ini ialah *geometri pembezaan* (differential geometry). Penggunaan geometri pembezaan amat perlu untuk menentukan samada objek yang direka bentuk telah memenuhi syarat-syarat geometri yang telah ditetapkan. Syarat-syarat geometri adalah perlu untuk menghasilkan objek yang berkualiti dan boleh dimesinkan. Lazimnya, perisian untuk menguji kualiti lengkung/permukaan hanya terdapat pada perisian CAD/CAM jenis "High End" seperti CATIA dan Pro-E. Konsep dari geometri pembezaan telah dimanfaatkan oleh Ali [1994 & 1999] dalam penyelidikannya tentang lingkaran GCS, dan lingkaran GCS ini pula telah berjaya diimplimentasikan oleh penyelidik dari University Birmingham untuk menjana permukaan yang berkualiti [Smith 2000, Cripps 2003, Zhu 2003]. Kaedah ini bukanlah kaedah konvensional, dan perisian yang dibina adalah berbentuk khas.

Akhir sekali pengetahuan matematik masa hadapan amat diperlukan dalam reka bentuk terutamanya pembinaan semula objek ialah matematik kabur dan wavelets. Dengan matematik kabur proses pemilihan dapat dipercepatkan, dan konsep wavelets dapat membantu untuk membina semula lengkung/permukaan dengan cepat dari data yang sedikit.

Gambarajah 5 menunjukkan dua objek yang di reka bentuk dengan bantuan komputer. Di sebelah kanan adalah pasu yang berhias dengan kaedah *wrapping design onto the surface*.



Gambarajah 5: Objek rekaan berbantu komputer.

#### 4. Kesimpulan dan cadangan.

Matematik merupakan satu bahasa sejagat yang digunakan dengan meluas dalam hampir semua bidang. Begitu juga dalam bidang reka bentuk, dimana kemahiran bermatematik amat diperlukan, lebih-lebih lagi dalam era teknologi terkini, dengan komputer merupakan alat dalam penghasilan produk. Perisian CAD/CAM yang mana asasnya adalah matematik, seharusnya mempunyai fungsi-fungsi yang dapat mengkaji, menguji, dan memugar rekaan produk yang hendak dihasilkan secara maya, tanpa perlu lagi membina prototaip. Tanpa membina prototaip, masa yang diambil untuk menghasilkan produk untuk pengguna akan menjadi singkat. Hasrat pembentuk perisian seperti ini menggabungkan pakar-pakar matematik, sains komputer, ahli fizik, dan para

## Matematik & Masyarakat

jurutera disamping perekabentuk sendiri. Dengan bertambahnya fungsi dalam perisian nanti memerlukan pereka bentuk yang cekap dalam matematik.

Ini merupakan cabaran kepada institusi pengajian untuk menghasilkan pereka bentuk dan pembina perisian CAD/CAM yang dapat menjalankan tugasnya dengan berkesan. Wujudnya galakan dari pihak kerajaan untuk memajukan industri pembuatan, terutamanya industri berbentuk IKS (*Industri Kecil dan Sederhana*), haruslah menjadi pemangkin kepada institusi pengajian untuk mengambil bahagian dalam memajukan bidang reka bentuk. Institusi pengajian tinggi haruslah menggubal serta mencari kaedah untuk memajukan pengajaran/pembelajaran dan latihan dalam bidang reka bentuk. Institusi pengajian tinggi bukan sahaja mengeluarkan graduan untuk menjadi pereka bentuk, bahkan mampu juga menjadi pembangun perisian CAD/CAM untuk keperluan industri tempatan terutamanya IKS. Harapan kita ialah dengan kewujudan berbagai kemudahan, galakan dari kerajaan dan kerjasama industri tempatan untuk memajukan bidang reka bentuk, Malaysia sudah boleh maju kehadapan dalam pembinaan perisian CAD/CAM.

## Rujukan

- [1] Ali, J.M & Majid, A.A. (1988) Unjuran ortografik dan unjuran perspektif. *Journal Matematika*, UTM.
- [2] Ali, J.M, (1994). *Geometric Control of Planar Curves*, PhD Thesis, Univerty of Birmingham.
- [3] Ali, J.M., Said, H.B. & Majid A.A, (1995). *Shape control of parameteric cubic curves*. Proceeding International conference on CAD/CG Wuhan China 1995.
- [4] Ali, J.M. (1994). *An alternative derivation of Said's basis functions*. Sains Malaysiana UKM.
- [5] Ali, J.M., Tookey, R.M., Ball, J.V. & Ball, A.A. (1999). *The Generalised Cornu Spiral and its application to span generation*. The Journal of Computational and Applied Mathematics, vol 102; p. 37 – 47
- [6] Ball, A.A. (1974) *Consurf, Part One; Introduction to the Conic Lofting Tile*, Computer Aided Design, Vol. 6, p 243 – 249
- [7] Ball, A.A. (1997). *CAD; master or servant of engineering?* Proceeding The Mathematics of Surfaces VII, Goodman T and Martin R, (Ed.). Information Geometers: p. 17 – 23
- [8] Cripps, R. J. (2003), *Algorithms to support point based CAD/CAM*, International Journal of Machine Tools and Manufature, 43, p. 425-432
- [9] Farin, G. (1993). *Curves and Surfaces for CAGD*, 3<sup>rd</sup>. ed. Boston Academic Press.
- [10] Haini, H. (2003). *Pencagaan Permukaan Sapuan*. Disertasi Sarjana Sains USM.
- [11] Said, H.B. (1991). *Ball – Bezier cubic curves*. Sains Malaysiana UKM.



- [12] Smith, F. (2000). *Simplified procedures for modelling free-form surfaces*, Proceeding WSCG 2000, West Bohemia.
- [13] Timmer, H.G. & Stern, J.M. (1980). *Computational of Global Geometric Properties of Solid Objects*, CAD Vol.12(6).
- [14] Walton, D.J., Meek, D.S. & Ali, J.M. (2003). *Planar G2 curves composed of cubic Bezier spiral segments*, Journal of Computational and Applied Mathematics.
- [15] Yeap T.H. (2002). *Permukaan dan Pepejal Sapuan*, Tesis Sarjana Sains USM.
- [16] Yeof, W.K. & Ali, J.M. (2003). *Rumus Am Lingkaran Bezier Kubik Satahan*. Journal Teknologi, UTM, p 7 - 15.
- [17] Zhu, S. & Cripps, R. J. (2003). *G<sup>2</sup>-approximation of generalised Cornu spirals (GCS) by quintic Bézier curves*, Proceedings of the Ninth Annual Postgraduate Research Symposium, Ward M C, (Ed.), University of Birmingham: p. 6-10