

LS

Z 802

Z. Ex.

B E R I C H T E

aus dem

INSTITUT FÜR MEERESKUNDE

an der

CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT KIEL



Pres. Ex.

Nr. 137

DOI 10.3289/IFM-BER-137

EINE UNTERSUCHUNG DER DYNAMIK DER WINDGETRIEBENEN OZEANISCHEN
ZIRKULATION MIT EINEM WIRBELAUFLÖSENDEN BAROTROPEN MODELL

von

Claus Böning

Kopien dieser Arbeit können bezogen werden von:
Institut für Meereskunde an der Universität Kiel
Abt. Theoretische Ozeanographie
Düsternbrooker Weg 20
23/Kiel 1 - FRG -

ISSN 0341 - 8561 -

Diese Arbeit wurde von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Kiel als Dissertation angenommen.

Zusammenfassung

Es wird eine prozeßorientierte Untersuchung der Horizontalstruktur der windgetriebenen ozeanischen Zirkulation durchgeführt. Die numerischen Rechnungen - basierend auf einer spektralen Integrationsmethode - enthüllen eine neue Klasse von Lösungen der nicht-linearen barotropen Vorticitygleichung, die eine Verbindung herstellt zu den wirbelauflösenden, baroklinen Zirkulationsmodellen (EGCM). Als entscheidend für das Verhalten der Lösung erweist sich die Parametrisierung der Vorticitysenke, d.h. der expliziten Reibung im Modell. Im Gegensatz zum Ansatz mit Bodenreibung ergibt sich mit lateralem Austausch, in Verbindung mit "free-slip"-Randbedingungen, eine intensive Rezirkulation des Randstroms auf der Westseite des Ozeanbeckens. Die Rezirkulationszelle, eine typische Erscheinung der mittleren Zirkulation in den EGCMs, erhöht den Massentransport des Modell-"Golfstroms" um ein Mehrfaches gegenüber dem linearen Sverdrup-Transport.

Rechnungen mit stark verkleinerten Austauschkoeffizienten führen wie in den baroklinen Modellen zu quasi-stationären Lösungen, in denen die Wechselwirkung zwischen mittlerer Bewegung und Wirbelfeld mehr und mehr die Rolle des expliziten Reibungsterms übernimmt. Ein dynamischer Einfluss des Wirbelfeldes auf die Zirkulation ist konzentriert auf das Gebiet ausserhalb der Golfstromrezirkulation. Durch einen Transfer von Energie aus dem Wirbelfeld zeigt das mittlere Strömungsfeld eine Tendenz zu einer Konzentration in zonalen Bändern mit ostwärtiger Strömung. Die Rezirkulationsstruktur auf der Westseite des Ozeans wird dagegen vom Wirbelfeld nicht beeinflusst.

Summary

The horizontal structure of the wind-driven ocean circulation is studied by numerical integration of the barotropic vorticity equation (BVE). Parameterizing the vorticity sink by lateral diffusion of vorticity in connection with free-slip conditions at the boundaries leads to a new kind of solution of the BVE in the geophysically meaningful range of parameters: In contrast to the bottom friction case a strong recirculating sub-gyre emerges in the northwestern corner of the basin. Its shape and dynamics resemble the vertically integrated transport fields in recent eddy resolving model (EGCM) studies. The maximum transport of the model "Gulf Stream" is increased to values which are a several times larger than the Sverdrup transport. A reducing of the diffusivity leads to quasi-steady solutions. Interaction with eddies becomes an integral part of the time mean energetics, but does not influence the recirculation character of the mean flow. A dynamical influence of the eddy field on the structure of the mean circulation is concentrated on the region outside the intense recirculation regime. Energy is transferred from the eddies to the mean field, causing a tendency of the mean flow to concentrate in narrow bands of eastward currents.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Zusammenfassung / Summary	
1. Einleitung	1
2. Modellbeschreibung	6
2.1. Die Modellgleichungen	6
2.2. Diskussion der Modellparameter	10
2.3. Numerische Lösungsmethode	13
2.3.1. Allgemeines zur spektralen Methode	13
2.3.2. Die räumliche Diskretisierung	16
2.3.3. Die zeitliche Diskretisierung	25
Anhang zu Abschnitt 2: Alternative Möglichkeiten zur Behandlung der Zeitabhängigkeit in Spektralmodellen	28
3. Stationäre Lösungen	31
3.1. Das Modell mit lateraler Reibung	33
3.2. Übergang zu Bodenreibung	42
4. Die Dynamik des stationären Gleichgewichts	48
4.1. Zum Einfluß der Reibungsparametrisierung	48
4.2. Regionale Vorticity-Balancen	56
4.3. Die Energetik der Zirkulation	56
4.3.1. Theoretische Betrachtungen	56
4.3.2. Energetik des Modells mit lateraler Reibung	62
5. Quasi-stationäre Lösungen	67
5.1. Momentaufnahmen der Zirkulation	68
5.2. Eigenschaften des Fluktuationfeldes	80
5.3. Die mittlere Zirkulation	84
5.4. Ergänzende Experimente	90
6. Die Dynamik des quasi-stationären Gleichgewichts	95
6.1. Einleitung	95
6.2. Energiebilanz	98
6.2.1. Theoretische Betrachtungen	98
6.2.2. Becken-integrierte Budgets	102

	Seite
6.2.3. Lokale Energiebilanz des Fluktua- tionsfeldes	106
6.2.4. Lokale Energiebilanz der mittleren Zirkulation	112
6.3. Vorticitydynamik	119
6.3.1. Theoretische Betrachtungen	119
6.3.2. Der turbulente Fluß von Vorticity	124
6.3.3. Erzeugung von Enstrophy des Fluktua- tionsfeldes	129
6.3.4. Die Vorticitybalance der mittleren Zirkulation	131
7. Schlußbetrachtung	137
8. Literaturverzeichnis	144

1. EINLEITUNG

Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung der Dynamik des windgetriebenen, vertikal-integrierten Massentransports im Ozean mit Hilfe eines numerischen Modells.

Seit den bahnbrechenden Werken von SVERDRUP (1947) und STOMMEL (1948) hat sich eine große Zahl von Arbeiten, sowohl analytischer wie numerischer Art, mit dem Problem der windgetriebenen ozeanischen Zirkulation beschäftigt. Sie zeigen, daß die modellmäßige Behandlung der ozeanischen Reaktion auf ein stationäres Windfeld in einfach geformten, geschlossenen Becken wesentliche Elemente der Horizontalstruktur des Strömungssystems erklären kann.

SVERDRUP (1947) erkannte, daß die Dynamik der großräumigen Zirkulation durch eine Balance zwischen der Rotation der Windschubspannung und der Breitenabhängigkeit des Corioliseffekts (des " β -Effekts") gekennzeichnet ist. Mit dem linearen Zirkulationsmodell von STOMMEL (1948) wurde deutlich, daß der β -Effekt zur westwärtigen Intensivierung der ozeanischen Zirkulation und somit zur Entstehung der starken westlichen Randströmungen führt. MUNK (1950) ergänzte die lineare Theorie durch Einbeziehung lateraler Diffusion als Reibungsmechanismus. Die Entstehung der ozeanischen Zirkulationszellen ("gyres") läßt sich als Reaktion auf das beobachtete, großräumige Windsystem beschreiben. In den linearen Modellen sind die antizyklonalen und zyklonalen "gyres" getrennt durch die Linien verschwindender Rotation der Windschubspannung, und die Randstrommaxima liegen in den Breiten maximaler Rotation.

Verschiedene approximative Ansätze wurden zum Verständnis der in der westlichen Grenzschicht wirksam werdenden advektiven Prozesse entwickelt (siehe z.B. STOMMEL, 1965); in vollem Umfang zugänglich wurde das nicht-lineare Problem aber erst durch den Einsatz numerischer Modellrechnungen, begonnen durch BRYAN (1963). Das Schwergewicht lag dabei zunächst auf der Untersuchung der stationären Lösungen des Problems und ihrer funktionalen Abhängigkeiten von den Modellparametern. Dargestellt in Form der "barotropen Vorticitygleichung" (BVG), ist das Problem charakterisiert durch zwei Parameter, die Becken-Ekman-Zahl E und die Becken-Rossby-Zahl Ro , die den Einfluß der dissi-

pativen und advektiven Prozesse beschreiben. Für $Ro = 0$ liegt das lineare Problem vor. Für kleine Ro zeigen die Modellergebnisse eine, zuvor auch analytisch gefundene, meridionale Verschiebung der Randstrommaxima, bzw. der Zentren der Zirkulationszellen (nach Norden für den antizyklonalen "gyre"), verbunden mit einer leichten Abnahme des maximalen Randstromtransports gegenüber dem linearen (Sverdrup-) Transport.

Für größere Ro zeigen die nicht-linearen Lösungen eine Abhängigkeit von der Art der Reibungsparametrisierung und der dynamischen Randbedingungen. Während ein Modell mit lateraler Diffusion in Verbindung mit "no-slip"-Bedingungen an den horizontalen Berandungen (BRYAN, 1963) durch Scherungsinstabilitäten am westlichen Rand zu instabilen Lösungen führt, erreicht ein Modell mit Bodenreibung (VERONIS, 1966 a,b) immer einen stationären Zustand. Hier bildet sich ein ostwärtiger Strahlstrom als Verlängerung des westlichen Randstroms. Für große Ro erreicht er den Ostrand des Beckens und ist verbunden mit einer nicht-linearen Rezirkulation, die den maximalen Transport gegenüber dem linearen Modell erhöht (Abb. 1).

Der Einfluß der dynamischen Randbedingungen auf die Lösungsstruktur wurde von STEWART (1964) diskutiert. Die numerischen Rechnungen von BLANDFORD (1971) illustrieren deren Bedeutung und zeigen, daß die Unterschiede im Modellverhalten im wesentlichen auf ihren Einfluß zurückzuführen sind. Seine Rechnungen beruhen auf einem Bodenreibungs-Modell mit einer zusätzlichen (kleinen) lateralen Diffusion. Allein eine Änderung der dynamischen Randbedingungen von "free-slip" auf "no-slip" bewirkt eine Änderung der Zirkulation von einer Veronis-Struktur mit nördlichem Randstrom zu einer Bryan-Struktur ohne nördlichen Randstrom. BRIGGS (1980) zeigte, daß sich mit "free-slip" Randbedingungen stationäre Lösungen der BVG mit lateraler Reibung auch für große Ro erhalten lassen.

Die Entwicklung der prozeßorientierten Zirkulationsmodelle wurde in den 70er Jahren stark beeinflusst von der wachsenden Erkenntnis, insbesondere durch langzeitige Strömungsmessungen (MODE-Experiment, 1973) und Trajektorien von Triftpörpern, daß Strömungsfluktuationen eine dominierende Erscheinung der ozeanischen Bewegung darstellen (z.B. SCHMITZ et al., 1983). Beginnend mit HOLLAND und

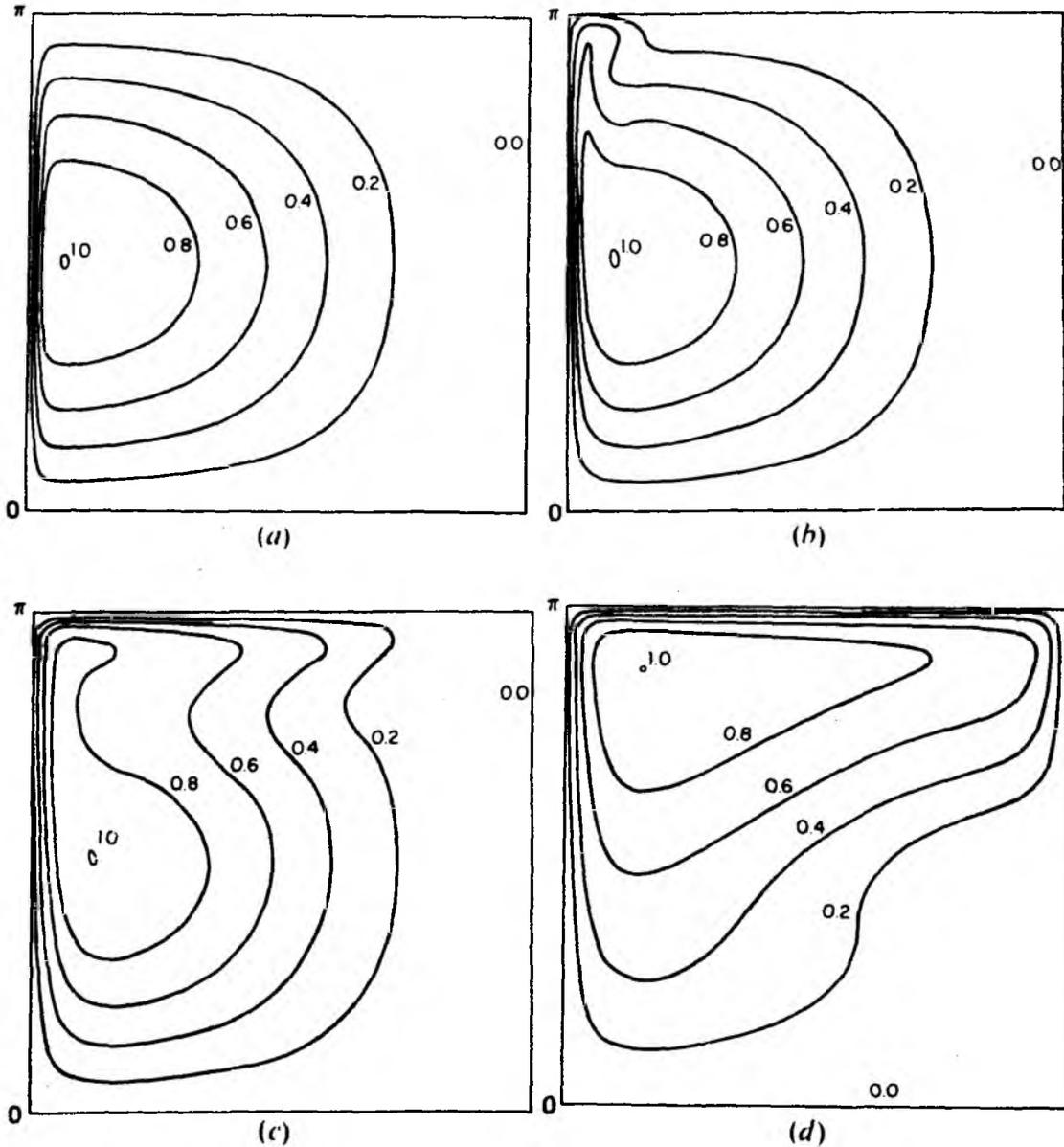


Abb. 1: Isolinien der Stromfunktion (ψ/ψ_{\max}) im stationären Zustand des barotropen Modells mit Bodenreibung (Veronis, 1966 b); a) für den Fall $\delta_I/\delta_B = 0.0$, b) 1.0, c) 2.0, d) 4.0 (δ_I = Trägheits-Grenzschicht, δ_B =(Boden-) Reibungsgrenzschicht; s. S. 11)

LIN (1975) war die Untersuchung der Entstehung der "synoptischen" oder "mesoskaligen" Wirbel im Ozean und ihrer Rolle in der "mittleren" Zirkulation Gegenstand einer Reihe von numerischen Modellrechnungen mit wirbelauflösenden Zirkulationsmodellen (den "eddy resolving general circulation models" oder "EGCMs"). Eine Übersicht geben ROBINSON et al. (1979) und HOLLAND et al. (1983). Der Einfluß der - bei verminderter Reibung in den Modellen spontan entstehenden - Fluktuationen auf die Vertikalstruktur der Zirkulation wird dabei näherungsweise beschrieben, z.B. durch mehrere Schichten (im einfachsten Fall zwei) jeweils konstanter Dichte. Trotz des prozeßorientierten Charakters dieser Modelle (rechteckiges Becken, ebener Boden, idealisiertes Windfeld kennzeichnen sie als Modelle vom "Stommel-Typ") wird die Modelldynamik sehr kompliziert durch das Ineinandergreifen vieler Prozesse. Die Interpretation der Ergebnisse wird dadurch schwierig und die Rolle der Fluktuationen in der Zirkulation ist noch nicht völlig verstanden (z.B. HOLLAND et al., 1983). Eine Grundlage für das Verständnis des EGCM-Verhaltens können die stationären Lösungen des vertikalintegrierten Modells bilden, da die Dynamik der oberen Schicht in adiabatischen, quasi-geostrophischen Modellen im wesentlichen bestimmt ist durch die Lösung der BVG (HARRISON, 1982). Eine erneute Diskussion der barotropen Modelle wurde durch HARRISON und STALOS (1982) mit einer Untersuchung der Dynamik der Veronis-Lösungen begonnen.

Die typische Horizontalstruktur der mittleren Zirkulation eines EGCM-Experiments, hier Experiment 1 von HOLLAND (1978), zeigt Abb. 2. Wie in den meisten dieser Experimente wurden free-slip Randbedingungen verwendet, um zusätzliche Komplikationen durch die Auflösung von Randzonen mit starker Stromscherung zu vermeiden. Dadurch wird, wie im Modell von VERONIS (1966 b) das Auftreten eines ostwärtigen Strahlstroms ermöglicht. Ein wesentlicher Unterschied in der Struktur des vertikalintegrierten Massentransports zu den stationären Veronis-Ergebnissen (Abb. 1) liegt im Auftreten der intensiven westwärtigen Rezirkulation, bevor der ostwärtige Strahlstrom den Ostrand erreicht. Es bildet sich ein "sub-gyre" aus, der den maximalen Randstromtransport stark erhöht.

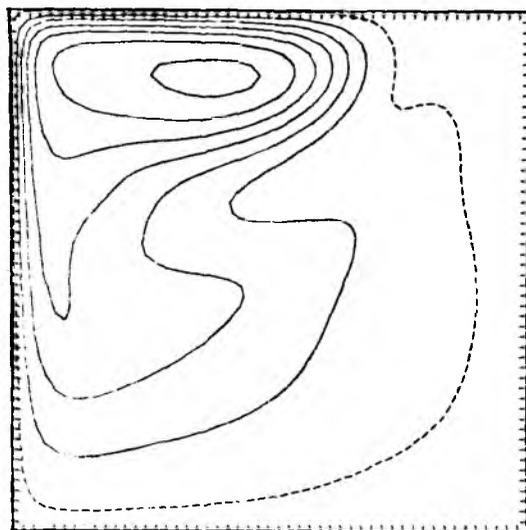


Abb. 2: Zeitlich gemittelte Stromfunktion in der oberen Schicht des Experiments 1 (H-1) von HOLLAND (1978); $\delta_I/\delta_L = 1.1$. (δ_L = (laterale) Reibungsgrenzschicht, s. S. 11)

Eine ähnliche Struktur wird heute für die antizyklonale Zirkulationszelle des Nordatlantiks angenommen. WORTHINGTON (1976) zeigte, daß die Salzgehalts- und Sauerstoff-Verteilung im westlichen Nordatlantik auf eine Rezirkulation unmittelbar südöstlich des Golfstroms hinweist. Direkte Strömungsmessungen ausreichenden Umfangs sind lediglich verfügbar für einen Schnitt auf 55° westlicher Länge (SCHMITZ, 1980). Die Intensität der westwärtigen Rezirkulation beträgt danach etwa $90 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ (90 Sv) und damit das Dreifache des windgetriebenen (Sverdrup-)Transports im Ozeaninnern. Der größte Teil des Golfstrom-Transports, südlich Kap Cod in der Größenordnung 100-150 Sv (z.B. FOFONOFF, 1981), rezirkuliert danach im westlichen Nordatlantik (STOMMEL et al., 1978). Da die mittlere Rezirkulation in einem Gebiet starker Gradienten des Wirbelfeldes liegt (SCHMITZ, 1976; 1978; 1980) wird das Wirbelfeld als eine mögliche Ursache angenommen. Das Beobachtungsmaterial reicht allerdings nicht aus, den Effekt des Wirbelfeldes auf die mittlere Strömung quantitativ zu bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, eine Verbindung zwischen den stationären Lösungen der BVG und den quasi-stationären der

EGCMs herzustellen. Die Grundlage bildet ein vertikal-integriertes Modell mit lateraler Diffusion und free-slip Randbedingungen, eine Konfiguration, die - in einem ozeanisch relevanten Parameterbereich - bisher nicht betrachtet worden ist. Die Fragestellung konzentriert sich auf zwei Bereiche: Zunächst soll der Einfluß der Reibungsparametrisierung auf die stationären Lösungen des Problems untersucht werden, um das Bild der "klassischen" windgetriebenen Zirkulationsmodelle zu ergänzen. Dann soll durch eine Reduzierung des Reibungskoeffizienten der Übergang zu quasi-stationären Lösungen und der Einfluß der entstehenden Fluktuationen auf die Horizontalstruktur der Zirkulation untersucht werden.

2. MODELLBESCHREIBUNG

2.1. DIE MODELLGLEICHUNGEN

Betrachtet wird der horizontale Massentransport (pro Masseneinheit) in einem geschlossenen Ozeanbecken auf der β -Ebene. Mit der Stromfunktion ψ für die vertikal gemittelten Geschwindigkeitskomponenten u (nach Osten) und v (nach Norden)

$$u = - \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.1)$$

wird das Problem beschrieben durch die "barotrope Vorticitygleichung" (BVG)

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta \psi_x = \frac{1}{H} \underline{k} \cdot \nabla \underline{x} \tau + A \nabla^4 \psi \quad (2.2)$$

Dabei ist J der Jakobi-Operator, β der Gradient der planetarischen Vorticity, $f = f_0 + \beta y$, H die konstante Modelltiefe, \underline{k} der Einheitsvektor in der Vertikalen (z nach oben), τ die Windschubspannung. A ist der Austauschkoefizient für die auf dem Austauschkonzept beruhende laterale Reibung (MUNK, 1950). Zum Vergleich werden Rechnungen mit dem Stommelschen Reibungsansatz $-k \nabla^2 \psi$ durchgeführt (STOMMEL, 1948).

Die Gleichung beschreibt die lokal-zeitliche Änderung der relativen Vorticity $\zeta = \nabla^2 \psi$ durch die Rotation der Windschubspannung, durch Dissipation aufgrund der lateralen Diffusion (bzw. der linearen

Bodenreibung), sowie durch den Transport von Vorticity aufgrund der advektiven Terme und der Breitenabhängigkeit der planetarischen Vorticity.

Zugrunde gelegt wird ein rechteckiges Becken der Länge πL und der Breite πB . Die kinematische Randbedingung

$$\psi = 0 \quad \text{für } x = 0, \pi L \text{ und } y = 0, \pi B \quad (2.3)$$

fordert, daß kein Massenfluß über die Berandungen auftritt, die dynamischen Randbedingungen ("free-slip" oder "no-stress")

$$\begin{aligned} \psi_{xx} &= 0 & \text{für } x &= 0, \pi L \\ \psi_{yy} &= 0 & \text{für } y &= 0, \pi L \end{aligned} \quad (2.4)$$

bedeuten ein freies Gleiten der Strömung ohne Impulsaustausch mit der Berandung; ein Vorticityfluß über die Berandung, d.h. Diffusion von Vorticity aus dem Becken, ist gleichwohl möglich ($\frac{\delta \zeta}{\delta n} \neq 0$, n Koordinate normal zum Rand).

Ausführliche Darstellungen der Gleichung aus den Erhaltungsprinzipien für die ozeanischen Feldgrößen werden in der Literatur gegeben (z.B. KRAUSS, 1973; VERONIS, 1981). Hier sollen deshalb nur einige Bemerkungen zum physikalischen Inhalt gemacht werden:

- (1) Die BVG läßt sich als Modell der windgetriebenen Bewegung in einem (quasi-) homogenen Ozean mit konstanter Dichte ρ auffassen. Mit der Vernachlässigung der lokal horizontalen Komponente des Coriolisparameters wird dabei implizit ein wesentlicher Effekt der vertikalen ozeanischen Dichteschichtung, die Auszeichnung der lokalen Vertikalen gegenüber der Richtung der Erdrotationsachse, vorausgesetzt (VERONIS, 1966 a). Durch $\rho = \text{konstant}$ sind die Geschwindigkeitskomponenten u und v unabhängig von z , die windgetriebene Strömung reicht bis zum Boden.

Die nicht-linearen Modellrechnungen werfen hier konzeptuelle Schwierigkeiten auf: Eine "vernünftige" Horizontalstruktur der Zirkulation wird nur erreicht, wenn die Modelltiefe H wesentlich kleiner als die reale Wassertiefe des Ozeans angesetzt wird (VERONIS, 1965) - in Widerspruch zur Voraussetzung $\rho = \text{konstant}$. In dieser Darstellung wird nicht klar, in welchem Sinne das

betrachten. Die Vertikalgeschwindigkeit w_E aufgrund der Divergenz des windgetriebenen Transports in der Schicht stellt die obere Randbedingung für das Ozeaninnere dar; sie ist durch

$$w_E = \frac{1}{f_0} k \cdot \nabla \times \tau$$

gegeben.

Unter der Voraussetzung, daß die Schichtung stark genug ist, die Auslenkung der Dichteflächen ab einer gewissen Tiefe $z = -H$ zu kompensieren (d.h. $w = 0$), ist der windgetriebene Transport bereits durch das vertikale Integral von (2.5) allein gegeben.

Mit $\int_{-H}^0 \cdot dz = \langle \cdot \rangle$ erhalten wir

$$\frac{d}{dt} \langle \zeta \rangle + \beta \langle v \rangle = k \cdot \nabla \times \tau + A \nabla^2 \langle \zeta \rangle \quad (2.7)$$

und damit die Modellgleichung (2.2). Die Bodentopographie ist in diesem Fall vernachlässigbar. Die Modelltiefe H stellt die Eindringstiefe des windgetriebenen Strömungsfeldes dar; H ist ein Parameter, der nicht als bekannt angenommen werden kann.

Erreicht die Strömung dagegen den Boden, muß $w|_{-H}$ bestimmt werden, was eine Kenntnis des von der Dichteschichtung abhängigen Vertikalprofils der Strömung (Berücksichtigung von (2.6)) und der Bodenneigung erfordert. Im Spezialfall $\rho = \text{konst.}$ und $H = \text{konst.}$ ergibt sich der Stommelsche Reibungsterm $-k\zeta$ als Effekt einer Ekman-Schicht am Boden (z.B. VERONIS, 1981).

- (3) Die Betrachtung zeigt, daß das Modell (2.2) in der quasi-geostrophischen Näherung den vertikalintegrierten, windgetriebenen Massentransport im geschichteten Ozean beschreibt, unter der Voraussetzung, daß die Strömung unterhalb einer konstanten Tiefe H verschwindet. Die Äquivalenz mit der Annahme eines homogenen Ozeans ist jedoch nützlich für theoretische Diskussionen der Modelldynamik. Häufig werden dazu statt der quasi-geostrophischen Vorticitygleichung (2.2) die approximierten Gleichungen für die Impuls- und Massenbilanz auf der β -Ebene betrachtet. In tensorieller Notation lauten diese (Ω Vektor der Erdrotation)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j u_k = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + A \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2 \partial x_j} + \frac{1}{H} \tau_i \quad (2.8)$$

und

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0.$$

Zu beachten ist dabei, daß dieses System formal nicht äquivalent zur quasi-geostrophischen Vorticitygleichung (2.2) ist (PEDLOVSKY, 1979) und daher nicht die Grundlage einer quantitativen Analyse der Modelldynamik bilden kann (siehe z.B. die Betrachtungen zur Energiebilanz, Abschnitte 4.3 und 6.2).

2.2. DISKUSSION DER MODELLPARAMETER

Es werden die Lösungen von (2.2) mit (2.3) und (2.4) für eine stationäre, zonale Windschubspannung, bzw.

$$k \cdot \nabla \times \tau = -T_0 \sin n \pi / B y \quad (n = 1, 2) \quad (2.9)$$

betrachtet. Durch die Anregung mit $n = 1$ ("single-gyre forcing") wird negative Vorticity auf das Becken übertragen und es entsteht eine antizyklonale Zirkulationszelle; die Anregung mit $n = 2$ ("double-gyre") ist antisymmetrisch zur Beckenmitte $y = B/2$ mit einer antizyklonalen Zirkulation in der Südhälfte und einer zyklonalen in der Nordhälfte. Wir beschränken uns im folgenden auf ein Becken mit $L = B$.

Die vorzugebenden Parameter des Modells sind L , H , β , T_0 und A . Die Zahl der frei verfügbaren Parameter läßt sich reduzieren durch Übergang zu dimensionslosen Gleichungen. Die Variablen werden dazu mit den "externen" Parametern skaliert gemäß $(x, y) = L(x', y')$, $t = (\beta L)^{-1} t'$, $\psi = (T_0 / \beta H) \psi'$. Damit ergibt sich (2.2) in der dimensionslosen Form

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' + Ro J(\psi', \nabla^2 \psi') + \psi'_x = -\sin n y' + E_L \nabla^4 \psi', \quad (2.10)$$

in der als Parameter die externe Rossby- und Ekman-Zahl

$$Ro = \frac{T_0}{H \beta^2 L^3}, \quad E_L = \frac{A}{\beta L^3} \quad (2.11)$$

erscheinen. Die Bodenreibung wird dargestellt durch $-E_B \nabla^2 \psi'$, mit $E_B = \frac{K}{\beta L}$. Gleichung (2.10) ist zu lösen in dem Gebiet $x = 0, \pi$; $y = 0, \pi$ mit den Randbedingungen $\psi' = 0$, $\psi'_{xx} = 0$ für $x = 0, \pi$ und $\psi' = 0$, $\psi'_{yy} = 0$ für $y = 0, \pi$. (Im folgenden werden die Striche weggelassen.)

Die Parameter Ro und E_L bzw. E_B müssen prinzipiell als unbekannt angesehen werden; dies entspricht der Situation in Gleichung (2.2), in der H und A (bzw. K) unbekannt sind. Die Aufgabe der numerischen Modellrechnungen ist es, die Abhängigkeit der Lösungen von diesen Parametern zu bestimmen.

Gewisse Aussagen über die Größenordnung der Parameter lassen sich durch eine Betrachtung der Skalen der ozeanischen Bewegung machen. Für die Zirkulation in den mittleren Breiten läßt sich bis auf den schmalen Bereich der westlichen Randströmung die Gültigkeit der Sverdrup Relation annehmen. Vom Modell wird diese Situation beschrieben, wenn $Ro, E_L, E_B \ll 1$ sind. Dann stellt (2.10) ein Grenzschichtproblem dar, in dem die advektiven und dissipativen Terme gegenüber dem β -Term und der Windanregung nur in Bereichen starker Gradienten von ψ wesentlich werden, d.h. zunächst in der westlichen Grenzschicht. Die auf der Grenzschicht-Annahme beruhende, approximative Lösung für den linearen und schwach nicht-linearen Fall wird von VERONIS (1966a) diskutiert.

Die westlichen Grenzschichten werden definiert durch die lokale Balance zwischen dem entsprechenden physikalischen Prozeß und dem β -Term. Für das Modell (2.2) sind dies

(a) die (Boden-) Reibungsgrenzschicht $\delta_B = E_B$, aus der Balance

$$E_B \psi_{xx} \sim \psi_x, \text{ bzw. } \partial/\partial x \sim E_B^{-1},$$

(b) die (laterale) Reibungsgrenzschicht $\delta_L = \sqrt[3]{E_L}$, aus der Balance

$$E_L \psi_{xxxx} \sim \psi_x,$$

(c) die Trägheits-Grenzschicht $\delta_I = \sqrt{Ro}$, aus der Balance

$$Ro \psi_x \psi_{xy} \sim \psi_x.$$

Die Grenzschicht-Skalen sind nützlich zur Charakterisierung der Modellrechnungen und zum Vergleich mit den ozeanischen Skalen.

Allerdings sagen sie im allgemeinen Fall, in dem sowohl die advektiven wie die dissipativen Prozesse in der Grenzschicht wirksam sind, nichts über die Lösungsstruktur am westlichen Rand aus. Während die Reibungsgrenzschichten δ_B und δ_L die Skalen des linearen Falls ($Ro = 0$) repräsentieren ("Stommel-layer", "Munk-layer"), ist die Annahme einer Trägheits-Grenzschicht eine rein theoretische Konstruktion; es gibt keine Lösung des Problems, in dem die Reibung

in der Grenzschicht gegenüber den advektiven Termen vernachlässigbar wäre.

Identifizieren wir die westliche Grenzschicht des Modells mit dem Golfstrom. Das Verhältnis der Golfstrombreite zur Ozeanbreite ist in der Größenordnung 0.01. Wenn die Dynamik der ozeanischen Zirkulation durch die Vorticitybalance (2.2) bzw. (2.10) beherrscht wird, stellen damit

$$\delta_I/\pi \sim 0.01, \quad \delta_L/\pi \sim 0.01, \quad \delta_B/\pi \sim 0.01$$

bzw.

(2.13)

$$Ro \sim 1 \cdot 10^{-3}, \quad E_L \sim 3 \cdot 10^{-5}, \quad E_B \sim 3 \cdot 10^{-2}$$

obere Grenzen für die Modellparameter dar.

Wegen des großen Rechenaufwands, den die Auflösung solch kleiner Skalen in numerischen Modellrechnungen verursacht, wurde die Lösung von (2.10) bisher meist im Bereich größerer Parameterwerte untersucht. Rechtfertigen läßt sich dies dadurch, daß die Horizontalstruktur der Modellzirkulation bereits weitgehend bestimmt ist durch das Verhältnis der Trägheits-Skala zur Reibungsskala, δ_I/δ_L , bzw. δ_I/δ_B ; Experimente mit konstantem Verhältnis der Skalen ergeben weitgehend ähnliche Lösungsstrukturen. Wegen dieser Tatsache wurden auch die Experimente der vorliegenden Arbeit bezüglich der Eigenschaften des Modells mit lateraler Reibung/free-slip und bezüglich des Einflusses der Reibungsparametrisierung (Abschnitt 3) mit größeren Werten der Parameter als in (2.13) durchgeführt. Eine grundlegende Änderung des Lösungsverhaltens bei Annäherung an die kleinen "ozeanischen" Skalen (2.13) ist allerdings, daß es keine stationären Lösungen mehr gibt und Fluktuationen zum Bestandteil der Zirkulation werden. Dies wird in Abschnitt 6 untersucht. Die Parameter der Modellrechnungen sind dabei nahe den Werten von (2.13).

2.3. NUMERISCHE LÖSUNGSMETHODE

2.3.1. ALLGEMEINES ZUR SPEKTRALEN METHODE

Die Vorticitygleichung (2.10) wird mittels eines spektralen Verfahrens numerisch integriert. Spektrale Verfahren beinhalten allgemein die Darstellung - in der Regel der räumlichen Abhängigkeit - der Lösungsfunktion $\psi(r, t)$ in einer endlichen Reihe orthogonaler Funktionen $\phi_n(r)$, d.h. es wird eine approximative Lösung

$$\hat{\psi}(r, t) = \sum_{n=1}^N \psi_n(t) \phi_n(r) \quad (2.14)$$

gesucht.

Im Unterschied zu den finiten Differenzen- oder Gitterpunktverfahren werden in den spektralen Methoden räumliche Differentialquotienten analytisch dargestellt und nicht durch Differenzenquotienten approximiert. Dies bedingt einen höheren Approximationsgrad (er entspricht formal einem Differenzenverfahren N-ter Ordnung) und damit eine höhere Genauigkeit des Verfahrens. Phasenfehler werden weitgehend vermieden.

Eine Übersicht über die spektralen Verfahren mit ausführlichen Diskussionen ihrer numerischen Eigenschaften geben z.B. GOTTLIEB und ORSZAG (1977), MACHENHAUER (1979), ORSZAG (1979). Die Anwendbarkeit für verschiedene Strömungsprobleme im Vergleich zu finiten Differenzen- und finiten Elemente-Verfahren diskutieren ORSZAG und ISRAELI (1974). HAIDVOGEL et al. (1980) vergleichen die Genauigkeit und Effizienz dieser Verfahren bei der Modellierung ozeanischer Strömungen in offenen Becken mit der reibungsfreien, barotropen Vorticitygleichung.

Die verschiedenen spektralen Verfahren lassen sich danach unterscheiden, in welcher Weise mit dem Ansatz (2.14) ein numerisches Schema zur Berechnung von $\hat{\psi}$ konstruiert wird. Das Kontinuumproblem läßt sich formulieren als Differentialgleichung (oder als System von Differentialgleichungen) in der Form

$$\frac{\partial}{\partial t} L(\psi) = F(\psi) \quad \text{in einem Gebiet } S, \quad (2.15)$$

wobei F ein nicht-linearer räumlicher Differentialoperator und L z.B. der Identitätsoperator, $L(\psi) = \psi$, oder - wie im vorliegenden Fall - $L(\psi) = \nabla^2 \psi$ ist. Durch den Abbruch (die Trunkierung) der Reihenentwicklung bei $n = N$ erfüllt (2.14) die Differentialgleichung i.A. nur bis auf ein Residuum $R(\tilde{\psi})$, d.h.

$$\frac{\partial}{\partial t} L(\tilde{\psi}) - F(\tilde{\psi}) = R(\tilde{\psi})$$

Die (eigentliche) Spektralmethode (Galerkin-Methode) beinhaltet die Transformation der partiellen Differentialgleichung in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen für die (zeitabhängigen) Entwicklungskoeffizienten, die "räumlich trunkierten spektralen Gleichungen", d.h. es wird ein numerisches Schema für die ψ_n konstruiert. Die spektralen Gleichungen werden aufgestellt aus der Minimierungsforderung

$$\int_S R(\tilde{\psi}) \phi_n dS = 0 \quad \text{für alle } n \quad (2.16)$$

(Galerkin-Approximation), d.h. das Residuum soll Null sein in einem mittleren Sinn über das Intervall S mit den Entwicklungskoeffizienten als Gewichtsfunktionen. (Wenn die Entwicklungsfunktionen ϕ_n Eigenfunktionen des Operators L sind, ist dies äquivalent mit der "least-square" Forderung $\int_S R^2 dS = \text{Min.}$)

Die Kollokationsmethode, die hier nicht weiter betrachtet wird, diskretisiert dagegen die Differentialgleichung auf einem Gitter im physikalischen Bereich, rechnet also mit den Gitterpunktwerten $\psi_{i,j} = \psi(i\Delta x, j\Delta y)$. Die Darstellung (2.14) wird als interpolierende Funktion zur Approximation der Differentialquotienten benutzt. Das Residuum wird minimiert durch die Forderung, daß die Modellgleichungen exakt erfüllt werden an den Gitterpunkten.

Das mit (2.16) konstruierte, transformierte Gleichungssystem zeichnet sich durch einige wesentliche Eigenschaften aus. Nicht-lineare Terme werden ohne Aliasing dargestellt, womit eine Ursache numerischer Instabilität ausgeschaltet wird. Aliasing als Ursache dieser "nicht-linearen Instabilität" wurde von PHILLIPS (1959) erkannt. Eine detaillierte Untersuchung der Aliasing-Effekte gibt ORSZAG (1971). Ferner werden wichtige Integraleigenschaften der Aus-

gangsgleichung, z.B. die Erhaltung der Energie und Enstrophy, nicht verletzt.

Ein entscheidender Nachteil der Spektralmethode ist der enorme Rechenaufwand, der zur Auswertung der Faltungssummen nicht-linearer Terme im Spektralbereich nötig ist. Aus diesem Grund blieb die Anwendung der spektralen Methode, die bereits gegen Mitte der 50er Jahre für meteorologische Vorhersagemodelle diskutiert worden war, zunächst beschränkt auf Systeme mit wenigen Freiheitsgraden. Solche "low-order" Modelle betrachteten z.B. LORENZ (1960, 1963) für die atmosphärische und VERONIS (1963, 1966c) für die ozeanische Zirkulation.

Eine wesentliche Verbesserung der Recheneffizienz wurde nach der Entwicklung der schnellen Fouriertransformations-Routinen (COOLEY und TUKEY, 1965) möglich. In der Transformations- oder "Pseudo-Spektralmethode", eingeführt von ORSZAG (1969, 1970), wird weiterhin ein numerisches Schema für die Entwicklungskoeffizienten konstruiert, alle Produktterme werden aber, wie bei der Kollokationsmethode, auf einem Gitternetz berechnet.

Durch Verwendung der Transformations-Methode wurden die Spektralverfahren bezüglich der Recheneffizienz konkurrenzfähig gegenüber finiten Differenzenverfahren und werden seitdem in der Meteorologie verbreitet für Vorhersagemodelle eingesetzt. Für ozeanische Zirkulationsprobleme blieben spektrale Modelle wegen der zusätzlichen Komplikation durch die Beckenränder und die Bodentopographie bisher beschränkt auf spezielle Fälle, z.B. barotrope Strömungen in offenen, rechteckigen Becken (HAIDVOGEL et al., 1980) oder lineare, windgetriebene Strömungen im geschichteten Ozean (KRAUSS und WOBBER, 1982a,b).

Die für die vorliegenden Modellrechnungen verwendete, den free-slip Bedingungen genügende, Spektraldarstellung entspricht dem Ansatz von VERONIS (1963, 1966c). Dabei werden hier durch die Implementierung des pseudo-spektralen Verfahrens zur Berechnung der nicht-linearen Terme auch Rechnungen mit hoher Auflösung ermöglicht.

2.3.2. DIE RÄUMLICHE DISKRETISIERUNG

Um die Randbedingungen $\psi = 0$ und $\nabla^2 \psi = 0$ für $x = 0, \pi$ und $y = 0, \pi$ zu erfüllen, werden Fourier-Sinusfunktionen als Entwicklungsfunktionen verwendet. Der inhomogene Term und die Variable ψ werden im Intervall $(0, 2\pi)$ approximiert durch

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{\tau}(x,y) &\sim \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N T'_{m,n} \sin mx \sin ny \\ \psi(x,y,t) &\sim \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \psi_{m,n}(t) \sin mx \sin ny . \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ein Gibbssches Phänomen bei der Entwicklung des zugrunde gelegten Windfeldes

$$\text{rot } \vec{\tau} = f(x) \sin ny ; f(x) = \begin{cases} -T_0 & \text{für } 0 < x < \pi \\ T_0 & \text{für } \pi < x \leq 2\pi \end{cases} ; n = 1,2$$

wird durch eine Lanczos-Filterung vermieden. Dies ergibt die Darstellung

$$\text{rot } \vec{\tau} \sim \left(\sum_{m=1}^M T_m \sin my \right) \sin ny \quad \text{mit } T_m = \begin{cases} -\frac{4 T_0}{m \pi} \cdot \frac{M}{m^2 \pi} \sin \frac{m\pi}{M} & \text{für } m \text{ ungerade} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der β -Term wird dargestellt durch

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} &\sim \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N m \cos mx \sin ny \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &\sim \sum_{l=1}^M \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N m l a_{m,l} \sin mx \sin ny \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\text{mit } a_{m,l} = \begin{cases} \frac{4 m}{\pi(m^2-l^2)} & \text{für } n-m \text{ ungerade} \\ 0 & \text{für } n-m \text{ gerade} . \end{cases}$$

Der durch diese Approximation bedingte Fehler läßt sich anhand des linearen Problems durch Vergleich mit der analytischen Lösung untersuchen. Betrachtet wird das Stommel-Problem

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + E_B \nabla^2 \psi = \sin y .$$

Die analytische Lösung ist gegeben durch

$$\psi(x,y) = \frac{1}{E_B} \left\{ 1 + \frac{1}{e^{\pi D_2 - e} \pi D_1} \left((1 - e^{\pi D_2}) e^{D_1 x} - (1 - e^{\pi D_1}) e^{D_2 x} \right) \right\} \sin y,$$

$$D_1 = \frac{1}{2E} \{-1 - \sqrt{1+4E^2}\}, D_2 = \frac{1}{2E} \{-1 + \sqrt{1+4E^2}\}.$$

Mit der sin-Entwicklung $\psi^{\text{num.}} = \left(\sum_{m=1}^M \sin my \right) \sin y$ ist das numerische Problem die Bestimmung der x-Abhängigkeit von ψ durch Lösung des linearen Gleichungssystems für die Entwicklungskoeffizienten ψ_m

$$A \cdot \psi = b, \text{ mit } b = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}, \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_M \end{pmatrix}$$

$$\text{und } A_{ik} = \begin{cases} -E(i^2+1) & \text{für } i=k \\ ik a_{i,k} & \text{für } i \neq k \end{cases}.$$

Der Fehler der numerischen Lösung hängt, für einen gegebenen Modellparameter E_B , von der Anzahl der Wellenzahlen M in der Reihenentwicklung ab. Abb. 3a zeigt die numerische Lösung für $E_B = 0.12$, d.h. für eine Grenzschichtbreite von etwa $1/26$ der Beckenbreite, bestimmt mit $M = 31$ Wellenzahlen. Für einen Zonalschnitt bei $y = \pi/2$ wird in Abb. 3b,c die Abweichung der numerischen Lösung von der analytischen Lösung angegeben. Die numerische Lösung oszilliert als Ausdruck des Gibbsschen Phänomens infolge der nicht-gleichmäßigen Konvergenz der Entwicklung des β -Terms (2.18). Die Abweichungen von der exakten Lösung sind relativ klein und - wie im gezeigten Beispiel - nicht im Stromfunktionsfeld sichtbar, solange M groß genug gewählt wird, daß die Grenzschicht aufgelöst werden kann. Dabei genügt es, wenn ein Punkt des äquivalenten Gitters in der Grenzschicht liegt, d.h. es muß mit $M \gtrsim \pi/E$ gerechnet werden. Der numerische Fehler wird umso kleiner, je mehr Fourierkomponenten zur Entwicklung herangezogen werden. Ein Maß für den (integralen) Fehler der Lösung wird gegeben durch $\epsilon = \sqrt{\sum_i (\psi_i^{\text{num.}} - \psi_i)^2}$. Die Konvergenz des Verfahrens zeigt Abb. 3d; ϵ nimmt ab mit M^{-2} .

Im Unterschied zum Approximationsverhalten des spektralen Verfahrens, in dem der Fehler der Lösung verteilt ist über das Integrationsintervall, sind bei einem Differenzenverfahren durch die

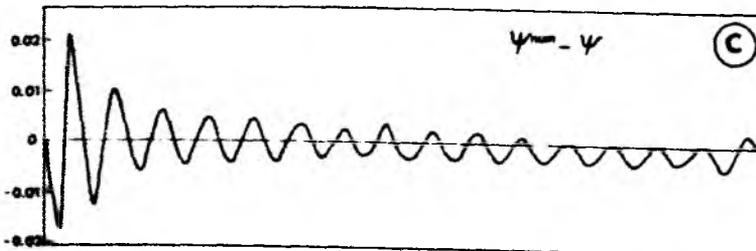
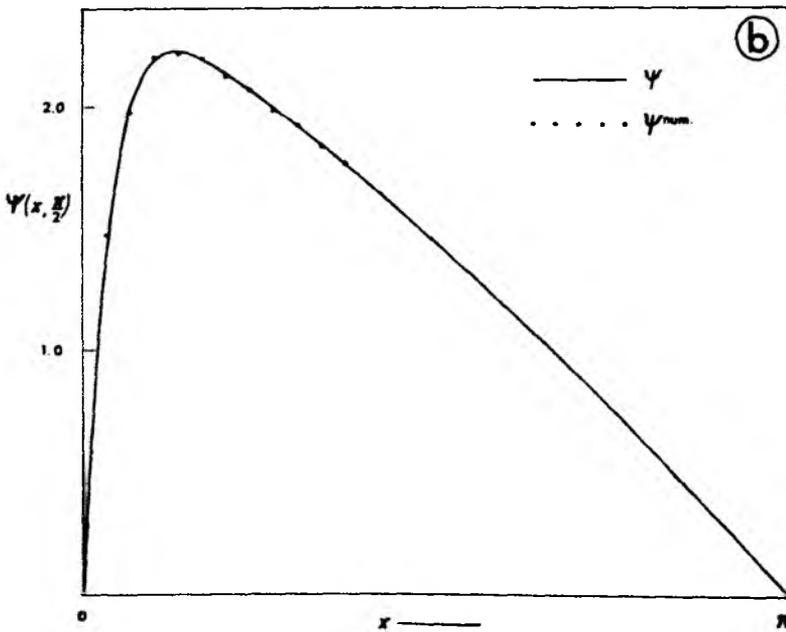
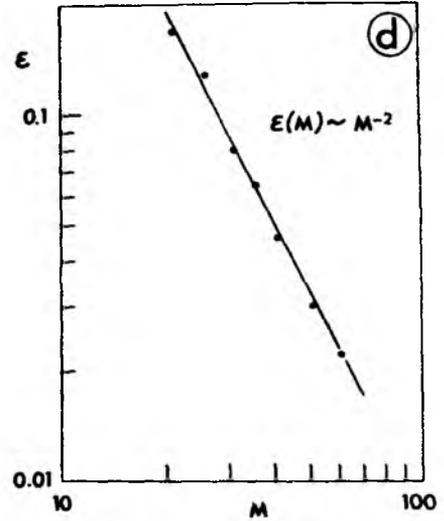
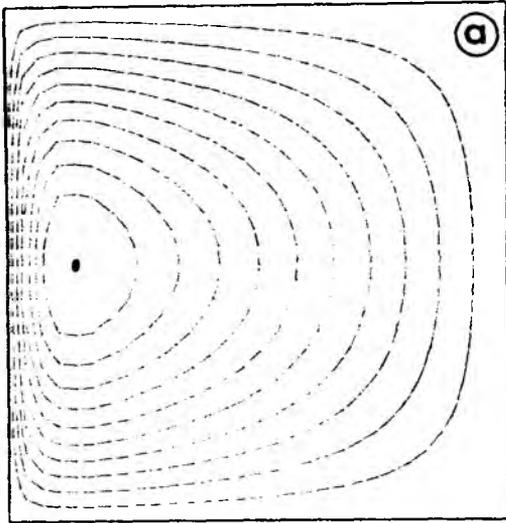


Abb. 3:

Ein Vergleich der analytischen und numerischen Lösung des Stommel-Problems; Reibungsparameter $E_B = 0.12$.

a) Numerische Lösung $\psi(x, y)$ mit $M=31$ Wellenzahlen.

b) Analytisch und numerisch ($M=31$) bestimmte Stromfunktion für einen Zonalschnitt bei $y = \pi/2$.

c) Abweichung der numerischen Lösung ($M=31$) für diesen Schnitt.

d) Numerischer Fehler ϵ in Abhängigkeit von der Anzahl der Wellenzahlen M .

lokale Darstellung der Differentialquotienten die Abweichungen konzentriert in den Gebieten mit starken Gradienten. Abb. 4 zeigt als Beispiel das Approximationsverhalten des Bryan-Modells (BRYAN, 1963).

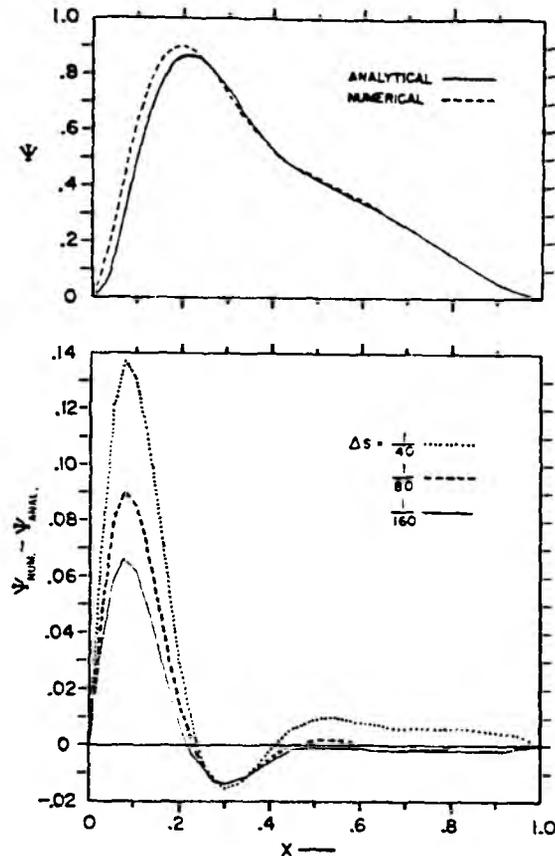


Abb. 4: Vergleich zwischen Munks analytischer Lösung und finiten Differenzlösungen; Δs = Gitterweite; aus BRYAN (1963)

(Testrechnungen zeigten, daß eine weitgehende Eliminierung der Oszillationen bei der sin-Entwicklung auch bei gröberer Auflösung möglich ist durch die Verwendung eines Lanczos-Filters in der Darstellung (2.18). In den Modellrechnungen wurde davon abgesehen und ein (Nicht-)Auftreten von Oszillationen mit der höchsten Wellenzahl als Kriterium für eine ausreichend genaue oder nicht-ausreichende Approximation der Lösung betrachtet. Ergebnisse mit Oszillationen im (x,y) -Feld wurden nicht weiter betrachtet, bzw. die Experimente mit höherer Auflösung wiederholt.)

Die Behandlung der nicht-linearen Terme,

$$\text{Ro } J(\psi, \nabla^2 \psi) = \text{Ro} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \nabla^2 \psi \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \nabla^2 \psi \right) \right\},$$

in der Galerkin-Approximation sei dargestellt für

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} \nabla^2 \psi &= - \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^N \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^N r(p^2+q^2) \psi_{r,s} \psi_{p,q} \cos rx \sin sy \sin px \sin qy \\ &= -\frac{1}{4} \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^N \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^N r(p^2+q^2) \psi_{r,s} \psi_{p,q} (\sin(p-r)x + \sin(p+r)x) \\ &\quad (\cos(s-q)y - \cos(s+q)y) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Im Unterschied zu (2.17) laufen die resultierenden Wellenzahlen in (2.19) von 1-M bis 2M, bzw. 1-N bis 2N. Die Galerkin-Approximation (2.16) fordert eine Darstellung

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \nabla^2 \psi = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{m,n} \sin mx \cos ny,$$

wobei sich die Koeffizienten $C_{m,n}$ aus den Orthogonalitätsrelationen der trigonometrischen Funktionen ergeben. Die trunkierten spektralen Gleichungen werden also erhalten, indem alle Fourierkomponenten des nicht-linearen Terms mit Wellenzahlen größer als M,N weggelassen werden (Aliasing-freie Darstellung). Eine durch Aliasing bedingte Energiekaskade zu hohen Wellenzahlen, die zu numerischer Instabilität führen könnte, wird damit vermieden. (Andererseits kann es durch das Abschneiden der Wechselwirkungen mit Wellenzahlen größer als der cut-off Wellenzahl zu einem Anstau von Energie bei den hohen Wellenzahlen kommen ("blocking phenomenon"), wenn die modellierten Vorgänge eine physikalische Energiekaskade zu kleineren Skalen enthalten. Probleme dieser Art traten bei den Modellrechnungen nicht auf. In dem Zirkulationsmodell wird ein Energietransfer zu den kleineren, nicht aufgelösten Skalen durch den Reibungsansatz parametrisiert.)

Insgesamt ergibt sich die folgende Darstellung des advektiven Terms in der Vorticitygleichung (2.10):

$$J(\psi, \nabla^2 \psi) \sim$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{N-1} \left[\sum_{n=1}^{N-1} \left\{ \sum_{k=1+m}^M (-kn-m1) \left[((k-m)^2 + (1+n)^2) \psi_{k,1} \psi_{k-m,1+n} \right] \right. \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. \sum_{l=1+n}^N (-kn+m1) \left[((k-m)^2 + (1-n)^2) \psi_{k,1} \psi_{k-m,1-n} \right] \right\} \\ & + \sum_{k=1}^{M-m} \left(\sum_{l=1}^{N-n} (kn-m1) \left[((k+m)^2 + (1+n)^2) \psi_{k,1} \psi_{k+m,1+n} \right] \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \sum_{l=1+n}^N (kn+m1) \left[((k+m)^2 + (1-n)^2) \psi_{k,1} \psi_{k+m,1-n} \right] \right) \Big] \\ & + \sum_{n=2}^N \sum_{l=1}^{n-1} \left(\sum_{k=1}^{M-m} (-kn-m1) \left[((k+m)^2 + (n-1)^2) \psi_{k,1} \psi_{k+m,n-1} \right] \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \sum_{k=1+m}^M (kn-m1) \left[((k-m)^2 + (n-1)^2) \psi_{k,1} \psi_{k-m,n-1} \right] \right) \sin mx \sin ny \Big] \\ & + \frac{1}{4} \sum_{m=2}^M \left[\sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{N-n} (kn+m1) \left[((m-k)^2 + (n+1)^2) \psi_{k,1} \psi_{m-k,n+1} \right] \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \sum_{l=1+n}^N (kn-m1) \left[((m-k)^2 + (1-n)^2) \psi_{k,1} \psi_{m-k,1-n} \right] \right) \\ & + \sum_{n=2}^N \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{n-1} (-kn+m1) \left[((m-k)^2 + (n-1)^2) \psi_{k,1} \psi_{m-k,n-1} \right] \sin mx \sin ny \Big] \end{aligned}$$

Das Problem der Galerkin-Methode liegt in dem mit höherer Auflösung rasch ansteigenden Rechenaufwand zur Berechnung der Faltungssummen. Für $M=N$, d.h. mit $N \times N$ Freiheitsgraden, sind für jeden Zeitschritt etwa $(3/4)N^4$ Summanden zu berechnen. In der vorliegenden Untersuchung diente die Methode deshalb vornehmlich zu Referenz-

zwecken für das pseudo-spektrale Modell, d.h. für Testrechnungen bezüglich der Erhaltungseigenschaften und Aliasing.

Die Recheneffizienz wird durch Behandlung der nicht-linearen Terme mit der Transformationsmethode wesentlich verbessert. Statt die Faltungssummen im Spektralbereich auszuwerten, werden die Felder auf das äquivalente Gitter (hier: $(M+2)*(N+2)$ äquidistante Gitterpunkte) im physikalischen Bereich transformiert und die entsprechenden Produkte punktweise berechnet. In der Methode wird die Technik der schnellen Fouriertransformation (FFT) benutzt, um die Vorteile der Spektralmethode (Approximation der Differentialquotienten) mit denen der Gitterpunktverfahren (effiziente Berechnung von Produkttermen) zu verbinden. Eine Diskussion der pseudo-spektralen Methode in quasi-geostrophischen Modellrechnungen gibt HAIDVOGEL (1977).

Die Erhaltung von Energie und Enstrophy läßt sich durch entsprechende Darstellung des Jakobi-Operators erreichen. Für diesen gilt die Identität

$$J(\psi, \zeta) = \psi_x \zeta_y - \psi_y \zeta_x \quad (J_1)$$

$$= (\psi_x \zeta)_y - (\psi_y \zeta)_x \quad (J_2)$$

$$= (\psi \zeta_y)_x - (\psi \zeta_x)_y \quad (J_3)$$

Analog zu den Arakawa-Schemen in den finiten Differenzenverfahren (ARAKAWA, 1966; 1967) wird bei Zugrundelegung der Form J_2 die Energie erhalten, mit J_3 die Enstrophy und mit der Kombination $J = 1/3(J_1 + J_2 + J_3)$ sowohl Energie wie Enstrophy.

Vergleichsrechnungen zum Galerkin-Modell zeigten, daß die semi-erhaltende Form J_2 bereits völlig befriedigende Resultate liefert, so daß aus Rechenzeitgründen die weiteren numerischen Rechnungen hiermit durchgeführt wurden. Die Energieerhaltung des numerischen Schemas wurde durch Integration der Advektionsgleichung $\frac{d}{dt} \int \psi^2 = 0$ geprüft: bei Herausnahme des Wind- und des Reibungsterms während der Integration der Modellgleichungen bleibt die beckenintegrierte Energie stets in guter Näherung konstant. (Der durch die zeitliche Diskretisierung verbleibende Fehler ist vernachlässigbar, da die Zeitschrittweiten aus Stabilitätsgründen sehr klein gewählt werden müssen.)

Einen Vergleich der Rechenzeiten an der PDP 10-KL der Universität Kiel der pseudo-spektralen mit der Galerkin-Methode zeigt

Abb. 5. Den erforderlichen Routinen zur Fourier-Sinus- und Fourier-Cosinus-Transformation liegen FFT-Routinen der NAG-Bibliothek zugrunde. Zur Durchführung einer FFST bzw. FFCT werden die Felder

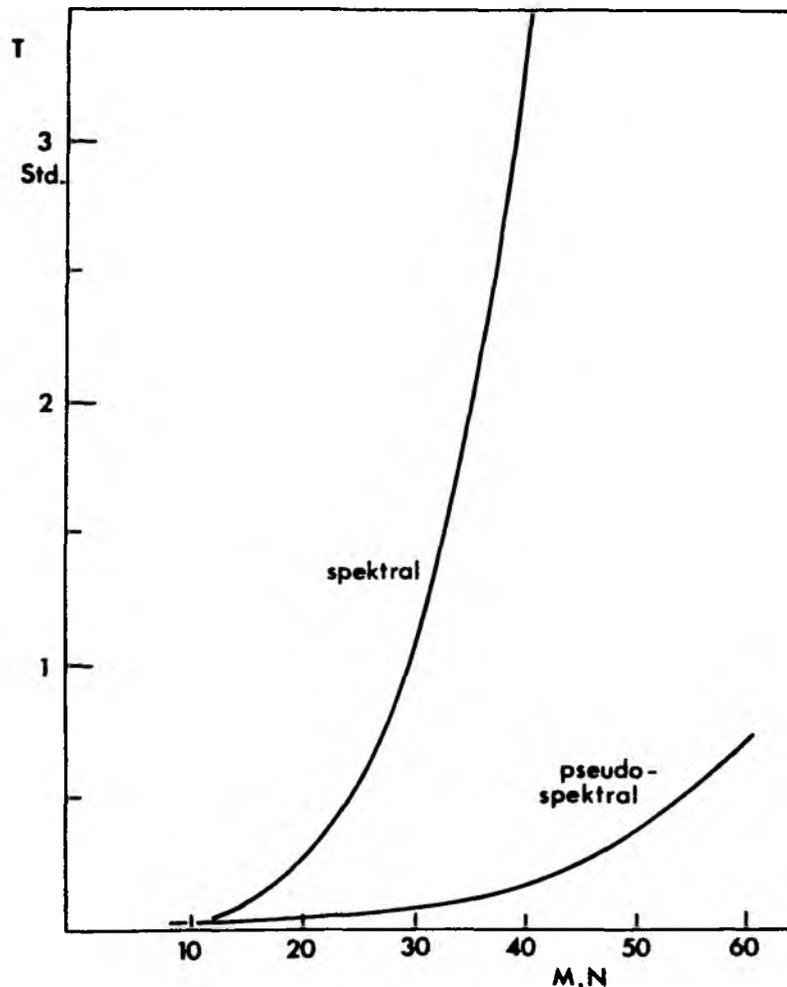


Abb. 5: Rechenzeit der Spektralverfahren für 100 Zeitschritte in Abhängigkeit von der Anzahl der Wellenzahlen; $M=N$. (CPU-Stunden an der PDP 10-KL)

ungerade bzw. gerade fortgesetzt ($K=2(M+1)$, $L=2(N+1)$) und mit der NAG-Routine C06EAF transformiert. Um etwa einen Faktor 2 günstigere Rechenzeiten als in der Kurve für das pseudo-spektrale Modell angegeben, ergeben sich für $K, L = 2^n$, $n=1,2,3, \dots$. Um dies auszunutzen, wurde der überwiegende Teil der Modellrechnungen mit $M=N=31$ (stationäre Lösungen) und $M=N=63$ (quasi-stationäre Lösungen) durchgeführt.

Im Gegensatz zur Galerkin-Methode ist das pseudo-spektrale Verfahren, analog den Gitterpunktverfahren, nicht automatisch frei von Aliasing. Aliasing entsteht dadurch, daß Produkte zweier Fourierkomponenten mit Wellenzahlen k_1 und k_2 auf einem finiten Gitter ($k_{\max} = \pi/\Delta x$) als $k^* = 2k_{\max} - k$ fehlinterpretiert werden, wenn $k_1 + k_2 = k > k_{\max}$ ist. Entsprechend den Filterungsmethoden in den Gitterpunktdarstellungen, in denen zwischenzeitlich alle Komponenten mit $k > 1/2 k_{\max}$ (bzw. $k > 2/3 k_{\max}$) eliminiert werden (PHILLIPS, 1959; ORSZAG, 1971), läßt sich Aliasing, wenn erforderlich, in der Pseudo-Spektralmethode z.B. ausschalten, indem mit der doppelten Anzahl Wellenzahlen ($2N$) gerechnet wird, im Spektralbereich aber jeweils die Entwicklungskoeffizienten ψ_n mit $n > N$ zu Null gesetzt werden. Für die vorliegenden Rechnungen erwies sich dies als unnötig, da die Modellreibung (bei lateralem Austausch) für eine ausreichende Dämpfung bei den hohen Wellenzahlen sorgt, so daß kaum eine Energieerhöhung in diesem Bereich erfolgt.

Abb. 6a zeigt für eine Testrechnung mit $M=N=15$, $\delta_I/\delta_L = 1.0$ die spektrale Verteilung der kinetischen Energie. Die Energiezufuhr durch das Windfeld erfolgt nur bei $n=1$. Die nicht-linearen Terme bewirken eine Verteilung der Energie über den gesamten Wellenzahlenbereich; allerdings ist die Abnahme zu den hohen Wellenzahlen sehr stark. Für Aliasing-Produkte steht daher kaum Energie zur Verfügung. Der gleiche Fall wurde mit der Galerkin-Methode, d.h. Aliasing-frei, berechnet. Das Wellenzahl-Spektrum $E_{kin}(k)$ ($k = \sqrt{m^2 + n^2}$, $m=n$) zeigt Abb. 6b. Der Unterschied ist beschränkt auf die hohen Wellenzahlen und als Aliasing-Effekt zu interpretieren. Im Stromfunktionsfeld wirkt sich dies nicht aus. Probleme können nur entstehen, wenn stark nicht-lineare Experimente mit Bodenreibung durchgeführt werden. Hier ist es sinnvoll, zusätzlich eine stark skalenselektive, die Lösung im Bereich kleiner Wellenzahlen nicht beeinflussende Reibung einzubauen, z.B. in der biharmonischen Form $E'_{\nu}{}^4$ ($E'_{\nu}{}^6 \psi$), um für eine Dämpfung der Energie (und der Enstrophy) bei den hohen Wellenzahlen zu sorgen und so eine numerische Instabilität zu vermeiden.

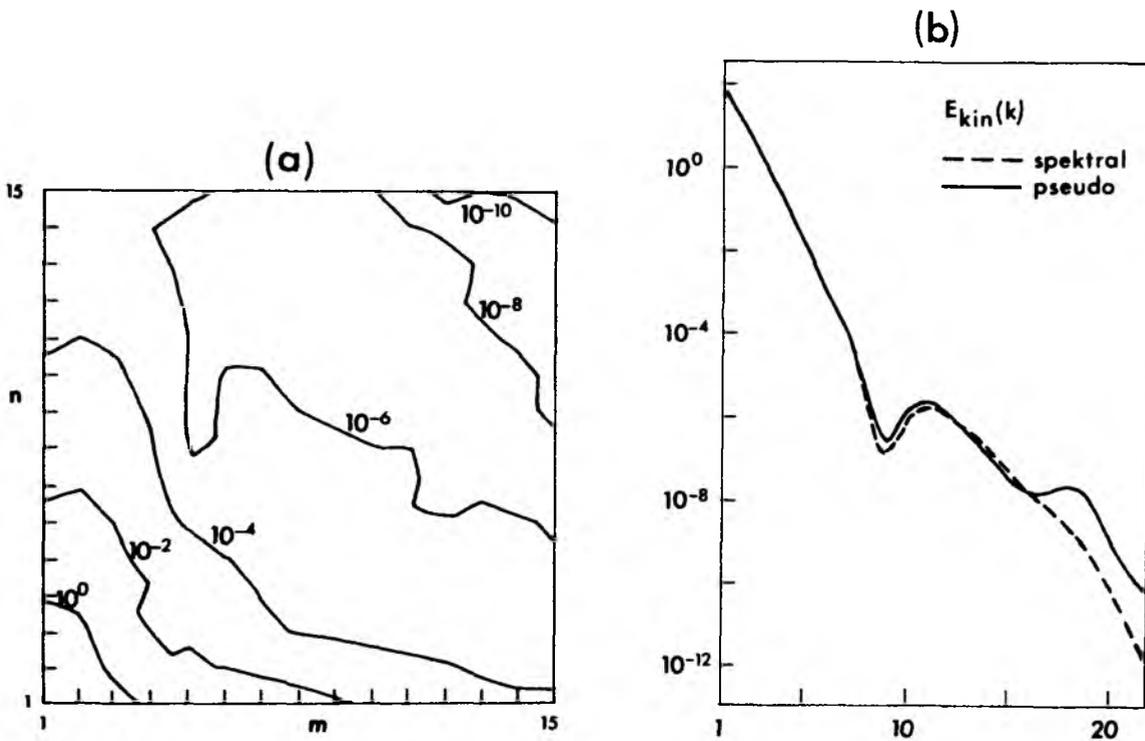


Abb. 6: Wellenzahl-Spektrum der kinetischen Energie; dimensionslose Werte; $M=N=15$, $\delta_I/\delta_L = 1.0$.

- a) Isolinien von $E_{kin}(m,n)$; pseudo-spektrale Methode.
- b) $E_{kin}(k)$ für die spektrale und pseudo-spektrale Methode ($k = \sqrt{m^2+n^2}$, $m=n$).

2.3.3. DIE ZEITLICHE DISKRETISIERUNG

Die zeitliche Abhängigkeit der Entwicklungskoeffizienten wird, ausgehend vom ruhenden Anfangszustand $\psi=0$ für $t=0$, durch Vorwärtsintegration bestimmt. Für das Zeitschrittverfahren wird die gebräuchliche, auf einer zentralen Differenzendarstellung beruhende Leapfrog-Darstellung (bis auf den Reibungsterm) zugrunde gelegt. Eine Übersicht über die Eigenschaften dieses und anderer Verfahren geben MESINGER und ARAKAWA (1976).

Ein Problem in zeitlich zentralen Differenzenschemen kann die "computational mode" bereiten, die entsteht, da neben der physikalischen Anfangsbedingung $\psi=0$ bei $t=0$ eine zweite Bedingung bei

$t=\Delta t$ erforderlich ist, die nur numerisch (z.B. mittels Vorwärts- oder Rückwärtsdifferenz), d.h. mit einem kleinen Fehler behaftet, bestimmt werden kann. Bei der Behandlung nicht-linearer Gleichungen mit dem Leapfrog-Schema zeigt die "computational mode" eine Tendenz zur Verstärkung, die zu einer "schwachen Instabilität" führen kann (LILLY, 1965). Dieses Auseinanderlaufen der Lösungen an geraden und ungeraden Zeitpunkten läßt sich durch eine zwischenzeitliche Einschaltung von Vorwärts- oder Rückwärtsschritten, bzw. eine Mittelung über zwei aufeinanderfolgende Zeitpunkte, wodurch die "computational mode" eliminiert wird, vermeiden.

In dem, ebenfalls häufig verwendeten, Adams-Bashfort-Verfahren (ein zentrales Differenzenschema mit anderer Gewichtung als ein Leapfrog-Schema) wird die "computational mode" gedämpft und bereitet in der Vorwärtsintegration keine Schwierigkeiten. Hier ist aber die "physical mode" leicht instabil und es muß meist mit kleineren Zeitschritten gerechnet werden, um gleiche Genauigkeit zu erzielen. ORSZAG (1971) untersuchte beide Schemen im Zusammenhang mit pseudo-spektralen Verfahren mit dem Ergebnis, daß das Leapfrog-Schema bei gleicher Genauigkeit effizienter ist.

Das Zeitschrittschema zur Integration von (2.10) ist damit darstellbar als

$$\nabla^2 \psi(t+1) = \nabla^2 \psi(t-1) + 2\Delta t E \nabla^4 \psi(t-1) + 2\Delta t \left\{ + \text{rot } \tau - \frac{\partial \psi(t)}{\partial x} - \text{Ro } J(\psi(t), \nabla^2 \psi(t)) \right\};$$

etwa alle 50 Zeitschritte wird ein Vorwärtsschritt zwischengeschaltet.

Die Zeitschrittweite Δt ist durch Stabilitätsforderungen beschränkt. Eine grobe Abschätzung läßt sich durch Anwendung des Courant-Friedrich-Levy (CFL) Kriteriums vornehmen, das die im allgemeinen schärfste notwendige Bedingung für die Stabilität des Differenzenschemas im linearen Fall darstellt. Die Forderung ist, daß die Charakteristiken, die die wahre Lösung an einem Punkt definieren, innerhalb des Abhängigkeitsbereichs der numerischen Lösung an diesem Punkt liegen, d.h. daß die maximale Phasengeschwindigkeit des Problems im diskreten Schema aufgelöst werden kann. Für die Reihendarstellung (2.17) ergibt sich mit $N=M$ Wellenzahlen, $\Delta x = \Delta y = L/(N+1) \approx L/N$,

als Schranke für den Zeitschritt

$$\Delta t < \frac{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{2 c_{\max}} = \frac{\Delta x \sqrt{2}}{2 c_{\max}} = \frac{L \sqrt{2}}{2N c_{\max}}$$

Mit der maximalen Phasengeschwindigkeit, aus der Dispersionsrelation der barotropen Rossby-Wellen, $c_{\max} = \beta L^2 / \pi^2$, und skaliert mit βL folgt

$$\Delta t' < \frac{\pi^2}{\sqrt{2} N} ,$$

d.h. eine umgekehrte Proportionalität des maximal möglichen Zeitschritts und der Anzahl der Wellenzahlen.

Im nicht-linearen Fall ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Information gegeben durch die Phasengeschwindigkeit und die, vor Integrationsbeginn unbekannt, Strömungsgeschwindigkeit. Eine Reihe von Testrechnungen ergab die in Abb.7 dargestellte Abhängigkeit der Schrittweite von der Nichtlinearität. Für Modellrechnungen

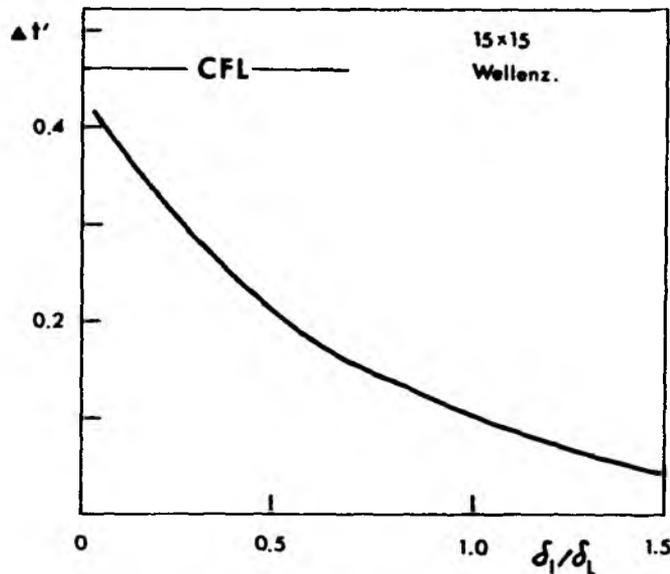


Abb. 7: Maximale Schrittweite $\Delta t'$ für die Stabilität des Zeitschrittverfahrens

mit 31×31 (63×63) Wellenzahlen und $\delta_I / \delta_L = 1.0$ ergeben sich daraus maximale Schrittweiten von etwa $\Delta t' \sim 0.05$ ($\Delta t' \sim 0.025$); gerechnet wurde schließlich mit nochmals etwas verkleinerten Werten.

Das numerische Verfahren wurde getestet, indem einige Modellrechnungen von BRIGGS (1980) reproduziert wurden. Dabei konnte eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse festgestellt werden.

Anhang zu Abschnitt 2: Alternative Möglichkeiten zur Behandlung der Zeitabhängigkeit in Spektralmodellen

Die zeitliche Vorwärtsintegration - ausgehend vom ruhenden Grundzustand - erfordert wegen der langen Einschwingzeit des Strömungsfeldes viele Zeitschritte, bis ein (quasi-) stationärer Zustand erreicht wird; größenordnungsmäßig wurden für die mit 31x31 Wellenzahlen berechneten stationären Lösungen $O(5000)$, für die mit 64x64 Wellenzahlen $O(50\ 000)$ Zeitschritte benötigt.

Als Alternative zur Integration im Zeitbereich wurde deshalb die Möglichkeit einer Iteration im Spektralbereich betrachtet. Die Methode sei dargestellt für den stationären Fall. Ausgehend von der Lösung des entsprechenden linearen Falls werden die nicht-linearen Terme iterativ gemäß

$$E_L \nabla^4 \psi^{(k+1)} - \frac{\partial \psi^{(k+1)}}{\partial x} = \epsilon (-\text{rot } \tau + \text{Ro } J(\psi, \nabla^2 \psi)^{(k)}) + (1-\epsilon) (E \nabla^4 \psi^{(k)} - \frac{\partial \psi^{(k)}}{\partial x})$$

behandelt, wobei ϵ ein Relaxationskoeffizient ist. Die räumliche Abhängigkeit wird spektral wie oben dargestellt, d.h. das Iterationschema wird für die Entwicklungskoeffizienten $\psi_{m,n}$ konstruiert. Die nicht-linearen Terme werden analog zum Zeitschrittverfahren, d.h. jeweils zum vorhergehenden Iterationsschritt, ausgewertet.

Die Konvergenz des Verfahrens läßt sich, in der Euklidschen Norm $\|\psi\| = \sqrt{\sum \sum \psi_{m,n}^2}$, als Verhältnis zum Anfangsfehler messen,

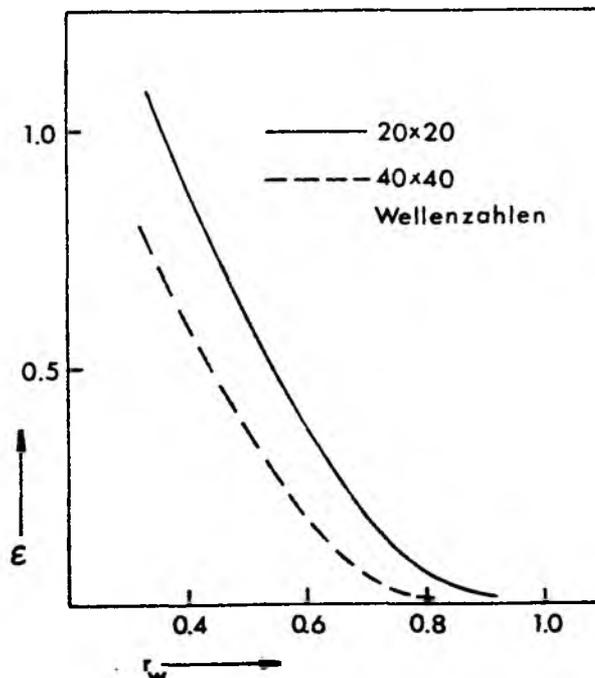
$$S = \frac{\|\psi^{(k+1)} - \psi^{(k)}\|}{\|\psi^{(1)} - \psi^{(0)}\|} .$$

Testrechnungen zeigten, daß sich stationäre Lösungen für schwach nicht-lineare Fälle erheblich schneller als durch zeitliche Vorwärtsintegration erhalten lassen. Als Beispiel sei die Konvergenzrate für eine Rechnung mit $\delta_I / \delta_L = 0.4$ angegeben:

Iterationschritte	$\epsilon = 1.0$	$\epsilon = 0.8$	$\epsilon = 0.5$
1	1.000	1.000	1.000
2	0.446	0.409	0.547
3	0.237	0.198	0.314
4	0.140	0.097	0.186
5	0.089	0.049	0.109
10	0.012	0.003	0.006
15	0.002	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$3.6 \cdot 10^{-4}$
20	$3.1 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$

Konvergenzrate s für verschiedene Relaxations-Koeffizienten für den Fall $\delta_I/\delta_L = 0.4$, Galerkin-Methode mit 20×20 Wellenzahlen.

Analog zum Zeitschrittverfahren gibt es einen "maximalen Iterationsschritt", gesteuert durch den Relaxationskoeffizienten ϵ , für den das Verfahren konvergiert. Optimale Konvergenzraten werden für etwas kleinere ϵ erhalten, im Beispiel: $\epsilon = 0.8$. Je größer die Nichtlinearität ist, desto stärker muß die Unterrelaxation gewählt werden und desto mehr Iterationsschritte sind nötig, um ein vorgegebenes s zu erreichen. Die Abhängigkeit des optimalen Relaxationskoeffizienten ϵ vom Grad der Nichtlinearität $r_w = \delta_I/\delta_L$ zeigt ein ähnliches Verhalten wie das für den maximalen Zeitschritt geltende:



Für stärker nicht-lineare Fälle nimmt damit die Konvergenzgeschwindigkeit erheblich ab. Ist für $r_w = 0.4$ der Fehler s bereits nach 12 Schritten kleiner als 10^{-3} , so ist dies für $r_w = 0.7$ erst nach 60 Schritten der Fall. Für Fälle, in denen der nicht-lineare Einfluß dominierend ist ($r_w \gtrsim 1.0$), wird keine Konvergenz mehr erreicht.

Eine Übertragung des Iterationsverfahrens auf instationäre Fälle läßt sich formal vornehmen, indem auch die Zeitabhängigkeit der Lösungsfunktion spektral dargestellt wird, d.h.

$$\psi_{m,n}(t) = \sum_{k=-K}^K \hat{\psi}_{k,m,n} e^{i\omega_k t}, \quad \omega_k = k\omega_0.$$

Im linearen Fall hat sich eine zeitlich spektrale Darstellung als sehr effizient erwiesen (KRAUSS und WOBBER, 1982b). Im nicht-linearen Fall gilt dies nicht mehr uneingeschränkt. Ein Vergleich der pro Schritt erforderlichen Rechenoperationen zur Auswertung des nun in k, m, n gekoppelten nicht-linearen Terms gegenüber dem expliziten Zeitschrittverfahren (etwa $5(8N^2K) \log_2(8N^2K) + 16 N^2K$ Operationen gegenüber $5(4N^2K) \log_2(4N^2) + 12 N^2$ Operationen bei Rechnung jeweils mit der Transformationsmethode, abgeleitet aus Angaben zur FFT in der NAG-Bibliothek (1978) zeigt aber, daß der Aufwand, selbst wenn $O(10)$ bis $O(100)$ weniger Iterationsschritte als Zeitschritte erforderlich wären, bereits bei Berücksichtigung nur weniger Frequenzen ω_k größer wird als beim Zeitschrittverfahren. Es muß hier offen bleiben, ob durch eine Beschränkung auf die Wellenzahl-/Frequenz-Kombinationen, d.h. die "Wechselwirkungs-Triaden", die für den Energietransfer im Spektrum wesentlich sind, eine physikalisch sinnvolle Approximation der nicht-linearen Terme gefunden und damit eine Steigerung der Recheneffizienz erreicht werden kann.

Eine Verbesserung der Recheneffizienz in Spektralmodellen könnte sich vielleicht auch durch neuerdings betrachtete Verfahren ergeben, die die Eigenschaften der räumlichen Spektraldarstellung in den zeitlichen Integrationsverfahren ausnutzen. TURKEL und GOTTLIEB (1980) benutzen die Tatsache, daß der Abhängigkeitsbereich der numerischen Lösung in der Spektraldarstellung durch das gesamte Entwicklungsintervall gegeben ist, und entwickeln Integrationsschemen, in denen die zeitliche mit der räumlichen Darstellung gekoppelt ist. Sie erreichen damit für verschiedene Fälle explizite Zeitschrittverfahren, die unbedingt stabil sind, wodurch die Schrittweiten nicht

mehr durch Stabilitäts-, sondern nur durch Genauigkeitsforderungen beschränkt sind und damit in der Regel größer sein können.

3. STATIONÄRE LÖSUNGEN

Die Vorticitygleichung wird - ausgehend vom ruhenden Anfangszustand - zeitlich vorwärts integriert, bis sich das Strömungsfeld im Gleichgewicht mit dem angreifenden Windfeld befindet. Zur Beobachtung des Einschwingprozesses dient die beckenintegrierte kinetische Energie des Strömungsfeldes.

Das Einschwingverhalten ist für einige typische Fälle in Abb. 8 dargestellt. Im linearen und schwach nicht-linearen Fall (etwa $\delta_I/\delta_L \lesssim 0.5$) wird bereits nach etwa 20 Tagen das Energieniveau des Gleichgewichtszustandes erreicht. Die Fluktuationen um dieses Energieniveau als Ausdruck der Beckenschwingungen, die durch den Windsprung bei $t=0$ angeregt werden (vgl. Tabelle 6), klingen in Abhängigkeit vom Reibungsparameter E langsam ab. Bei stärkerer Nichtlinearität (δ_I/δ_L in der Größenordnung 1) verschwinden die Oszillationen nahezu in einem monotonen Energieanstieg, der sich über mehrere hundert Tage erstreckt. Dabei lassen sich zwei Fälle unterscheiden: Ist die Reibung groß genug, ergibt sich weiterhin eine stationäre Lösung. Bei kleinerer Reibung wird ein Gleichgewichtszustand dagegen nur im zeitlichen Mittel erreicht (quasi-stationäre Lösung). Der Übergang zwischen den beiden Lösungsregimen erfolgt im Bereich $E_L = 0.5 \dots 1 \cdot 10^{-3}$, abhängig von der Nichtlinearität δ_I/δ_L .

In diesem Abschnitt werden die stationären Lösungen des Problems und ihre Abhängigkeit von den Modellparametern E_L , E_B , Ro untersucht. Das Interesse gilt dabei vor allem dem Modell mit lateraler Reibung, das - mit "free-slip" Randbedingungen - in einem ozeanographisch relevanten Parameterbereich bisher nicht betrachtet wurde.

Um einige Ergebnisse, z.B. die maximalen Transporte, auch in dimensionsbehafteten Einheiten angeben zu können, werden im folgenden die Beckenparameter

$$\begin{aligned}\pi L &= 2 \cdot 10^8 \text{ cm} \\ T_0 &= 2 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2} \\ \beta &= 2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

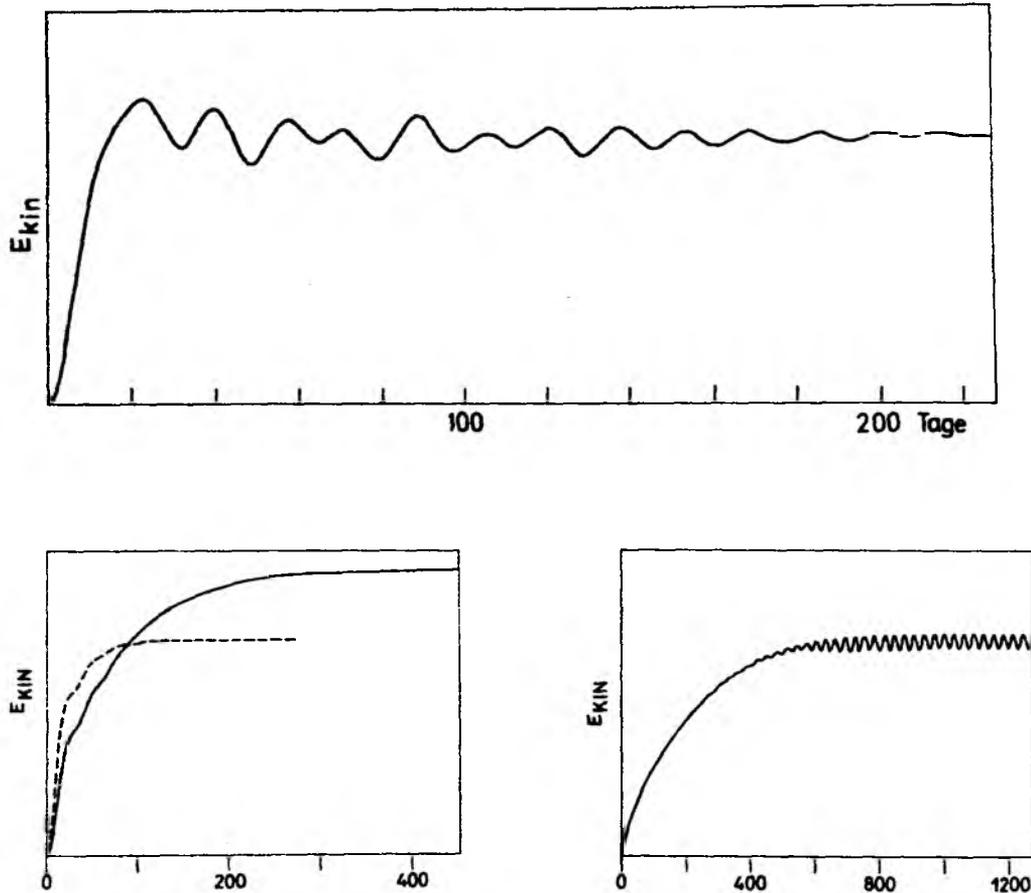


Abb. 8: Zeitlicher Verlauf der beckenintegrierten kinetischen Energie, in dimensionslosen Einheiten. Die Zeitangaben beziehen sich auf die Beckenparameter $L = (2/\pi) \cdot 10^8$ cm, $\beta = 2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

- a) Experiment 2, $\delta_I/\delta_L = 0.2$
- b) Experiment 19 und 20, $\delta_I/\delta_L = 0.8$
- c) Experiment 14, $\delta_I/\delta_L = 0.8$

zugrunde gelegt. H und A (K) sind gemäß (2.11) dann abhängig von Ro und E_L (E_B).

Mit der (willkürlich so gewählten) Windschubspannung $T_0 = 2 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$ ergibt sich in dem quadratischen Becken im linearen, reibungsfreien Fall ein Sverdrup-Transport $T_0 \pi/\beta = 31.4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ (31,4 Sv). Dieser Wert kann als Referenz für die numerisch erhaltenen, maximalen Randstrom-Transporte im advektiv-diffusiven Modell dienen.

3.1. DAS MODELL MIT LATERALER REIBUNG

Es wird die Abhängigkeit der Lösungen von der Rossby-Zahl untersucht und die Ergebnisse dem Modell mit Bodenreibung (VERONIS, 1966b), HARRISON und STALOS, 1982) gegenübergestellt. Eine Aufstellung der Experimente gibt die folgende Tabelle.

Tabelle 1: Experimente mit lateraler Reibung zur Abhängigkeit von Ro ;
 $E_B = 0, E_L = \text{konstant.}$

Exp.	E_L	Ro	δ_I/δ_L	Volumen-Transport ($\cdot 10^{12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$)
1	$9 \cdot 10^{-4}$	0	0	38.2
2	$9 \cdot 10^{-4}$	$3.72 \cdot 10^{-4}$	0.2	34.6
3	$9 \cdot 10^{-4}$	$2.33 \cdot 10^{-3}$	0.5	38.1
4	$9 \cdot 10^{-4}$	$5.96 \cdot 10^{-3}$	0.8	54.1
5	$9 \cdot 10^{-4}$	$9.31 \cdot 10^{-3}$	1.0	89.2
6	$9 \cdot 10^{-4}$	$2.10 \cdot 10^{-2}$	1.5	> 425
Zur Ergänzung:				
7	$2 \cdot 10^{-3}$	$1.59 \cdot 10^{-2}$	1.0	74.0
8	$3 \cdot 10^{-3}$	$2.08 \cdot 10^{-2}$	1.0	66.7

Die folgenden Abbildungen zeigen die Stromfunktion ψ , die relative Vorticity ζ und die potentielle Vorticity $q = \zeta + f$ im Gleichgewichtszustand. Es wurde ein konstanter Isolinienabstand für die ψ -Felder (bis auf Abb. 15) gewählt, so daß eine Änderung des Volumentransports an der Anzahl der Isolinien sichtbar wird. Der Transport zwischen zwei Isolinien beträgt dabei 6.9 Sv. Die relative Vorticity ist normalisiert mit $|\zeta|_{\max}$, die Isolinien sind dargestellt im Abstand $0.2 |\zeta|_{\max}$, d.h. $\zeta = -|\zeta|_{\max}, -0.8 |\zeta|_{\max}, \dots, 0, +0.2 |\zeta|_{\max}$, usw. Bereiche mit positiver Vorticity, d.h. mit entgegengesetztem Vorzeichen zur Vorticity des Windfeldes, sind schraffiert.

Im linearen Fall liegt der Unterschied des Modells mit lateraler Reibung (MUNK, 1950) gegenüber dem Modell mit Bodenreibung (STOMMEL, 1948) im Auftreten einer südwardigen "Reibungs-Rezirkulation"

des westlichen Randstroms, die den maximalen nordwärtigen Randstromtransport gegenüber dem Sverdrup-Transport leicht erhöht. Für $E_L = 9 \cdot 10^{-4}$ ergibt das numerische Modell (Exp. 1) einen Transport von 38.2 Sv.

Für kleine Ro -Zahlen haben die nicht-linearen Terme zunächst den gleichen Effekt wie im Bodenreibungs-Modell. Das Zentrum der Zirkulationszelle, im linearen Fall in der Breite der maximalen Rotation der Windschubspannung, $y = \pi B/2$, wird nordwärts verschoben (Abb. 9, 10). Die relative Vorticity ist in der westlichen Grenzschicht konzentriert mit negativen Werten im nordwärtigen Randstrom und (geringeren) positiven Werten in der "Reibungs-Rezirkulation". Im gesamten übrigen Beckenbereich ist ζ nahezu Null. (Die Vorzeichenumkehr in der östlichen Beckenhälfte, in den Veronis-Ergebnissen ebenfalls vorhanden, ist quantitativ bedeutungslos.) Die relative Vorticity ist aber selbst in der westlichen Grenzschicht noch klein verglichen mit der planetarischen Vorticity, so daß der zonale Verlauf der potentiellen Vorticity-Konturen nur wenig gestört wird. Die Randstrom-Transporte sind gegenüber dem linearen Fall etwas vermindert.

Wie im Bodenreibungs-Modell führt eine Vergrößerung von Ro zur Ausbildung eines ostwärtigen Strahlstroms an der nördlichen Berandung ("northern boundary current", NBC) (Abb. 11, 12). Gleichzeitig entwickelt sich jedoch ein Rezirkulationsbereich mit geschlossenen Stromlinien in der Nordwestecke des Beckens. Die Wassermassen in diesem "sub-gyre" passieren nicht das Sverdrup-Regime, sondern zirkulieren nahezu vollständig in dem Bereich mit $\zeta < 0$, der sich hier deutlich auszuweiten beginnt. Mit der Rezirkulation ist eine starke Erhöhung des Randstrom-Transports verbunden, im Fall $\delta_I/\delta_L = 1.0$ nahezu auf das Dreifache des Sverdrup-Transports.

Zu dem Fall $\delta_I/\delta_L = 1.0$ ist eine Bemerkung nötig: Mit $E_L = 9 \cdot 10^{-4}$ wird keine stationäre Lösung mehr erhalten, sondern bereits eine quasi-stationäre. Abb. 12 zeigt die zeitlich gemittelten Felder im statistischen Gleichgewichtszustand. Für $\delta_I/\delta_L = 1.0$ ergeben sich stationäre Lösungen bei einer Erhöhung des Reibungsparameters auf $E_L \gtrsim 2 \cdot 10^{-3}$ (Exp. 7 und 8). Es erschien trotzdem sinnvoll, Exp. 5 mit $E_L = 9 \cdot 10^{-4}$ in Zusammenhang mit dieser Sequenz zu diskutieren, da sich die Horizontalstruktur der Felder, bis auf eine Ausweitung der Grenzschicht-

Abb. 9: Isolinien von ψ, ζ, q (von oben nach unten) für Experiment 2,
 $\delta_I/\delta_L = 0.2$; $\psi'_{\max} = 3.46$; $|\zeta'|_{\max} = 140.3$; Isolinienabstände
 $\Delta\psi' = 0.69$; $\Delta\zeta' = 0.2$ $|\zeta'|_{\max}$; $\Delta q = 0.4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.
Bereiche mit $\zeta > 0$ sind schraffiert dargestellt.

Abb. 10: ψ, ζ, q für Experiment 3, $\delta_I/\delta_L = 0.5$; $\psi'_{\max} = 3.81$;
 $|\zeta'|_{\max} = 131.5$; Abstände wie in Abb. 9

Abb. 11: ψ, ζ, q für Experiment 4, $\delta_I/\delta_L = 0.8$; $\psi'_{\max} = 5.41$;
 $|\zeta'|_{\max} = 130.8$; Abstände wie in Abb. 9

Abb. 12: ψ, ζ, q für Experiment 5, $\delta_I/\delta_L = 1.0$ (zeitlich gemittelte
Felder); $\psi'_{\max} = 8.92$; $|\zeta'|_{\max} = 101.3$; Abstände wie in
Abb. 9

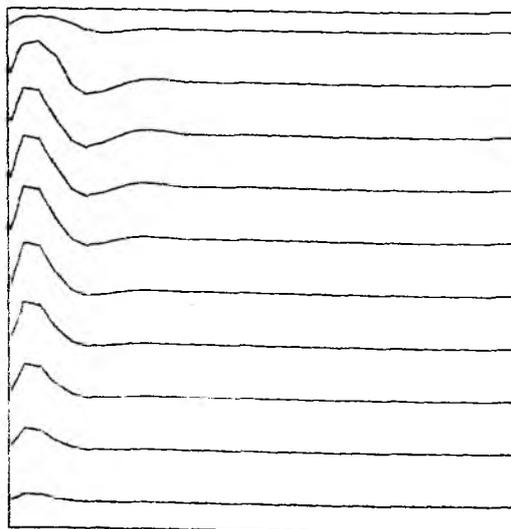
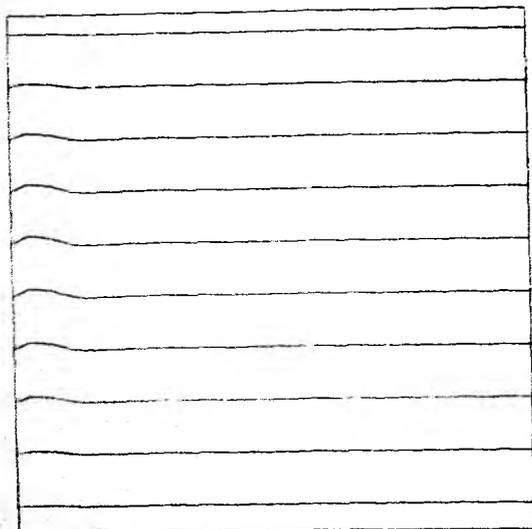
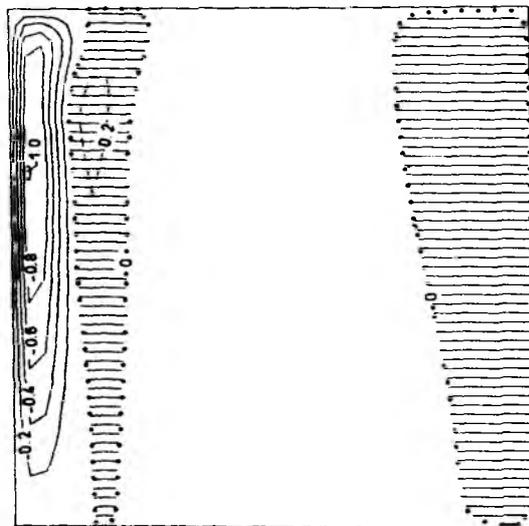
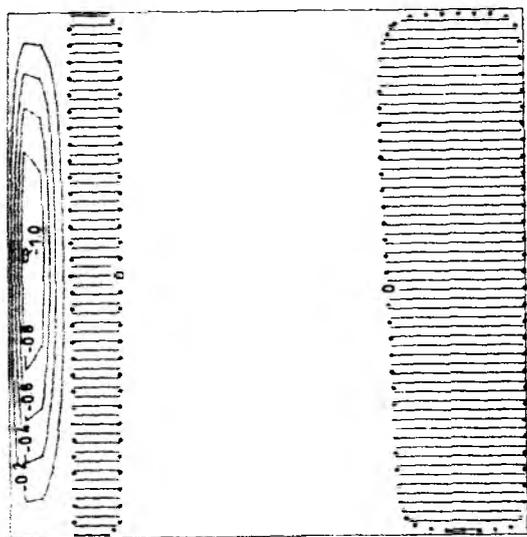
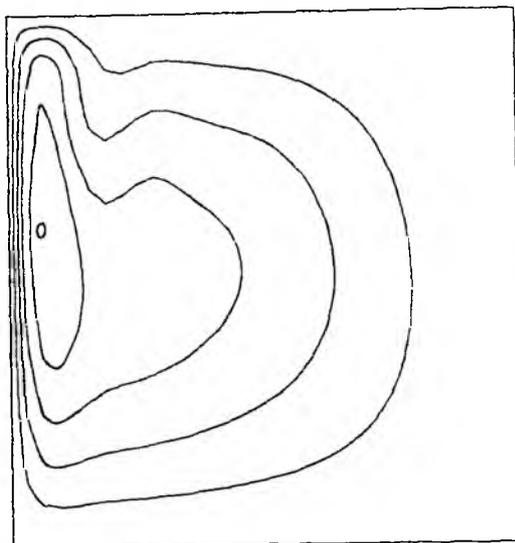
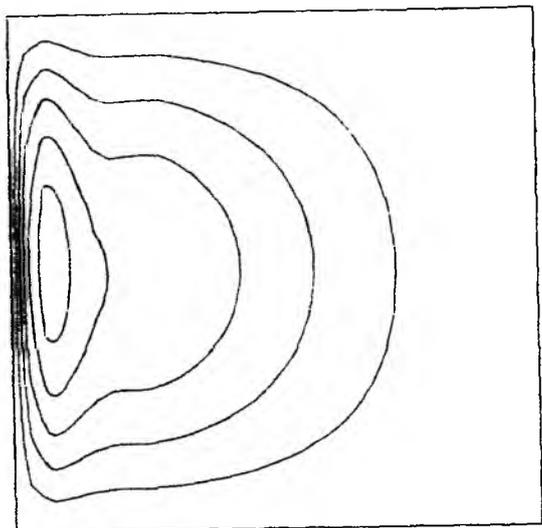


Abb. 9

Abb. 10

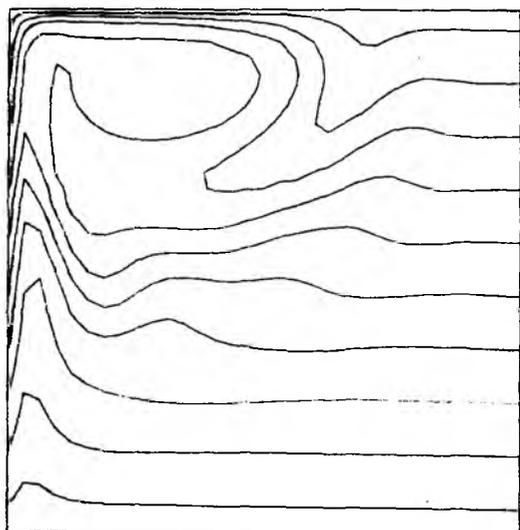
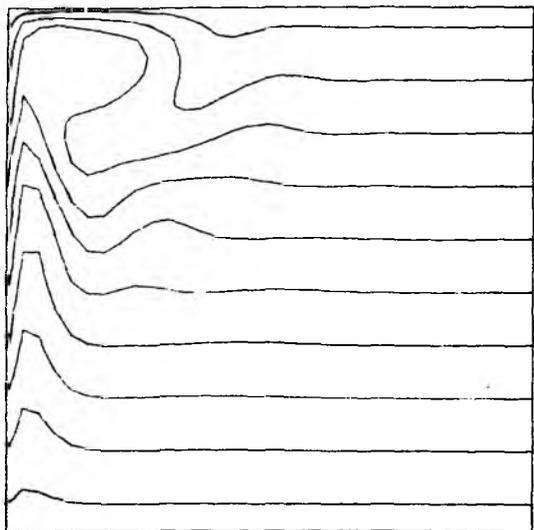
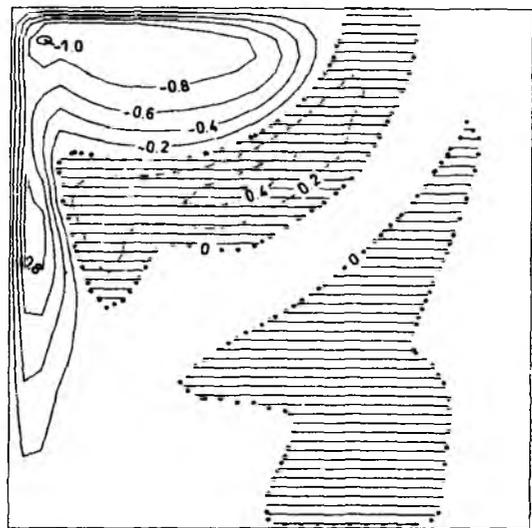
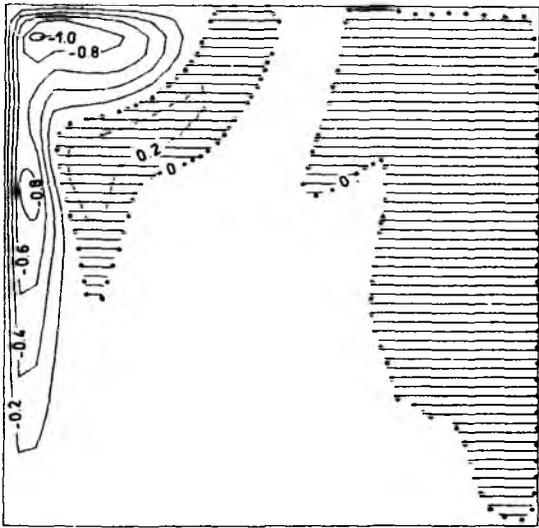
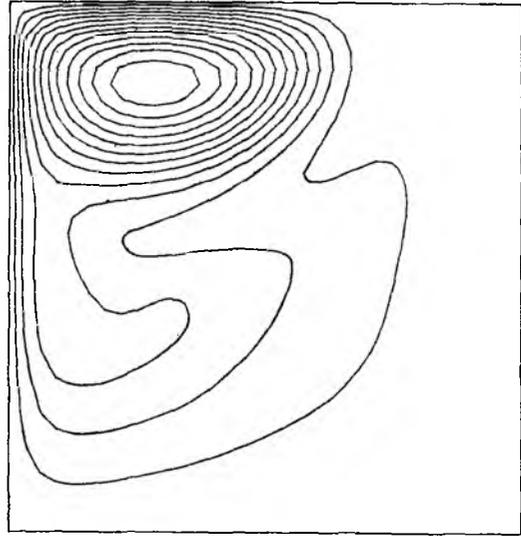
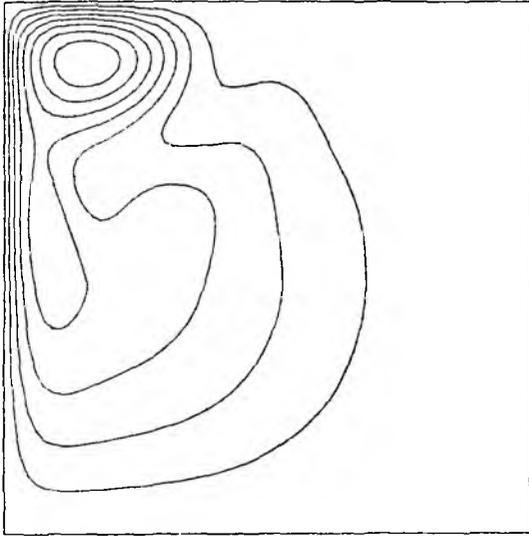


Abb. 11

Abb. 12

breiten, bei der Vergrößerung von E_L nicht wesentlich ändert. Der quantitativen Analyse der Dynamik der stationären Lösungen in Abschnitt 4 wird jedoch Experiment 7 (Abb. 13) zugrunde gelegt.

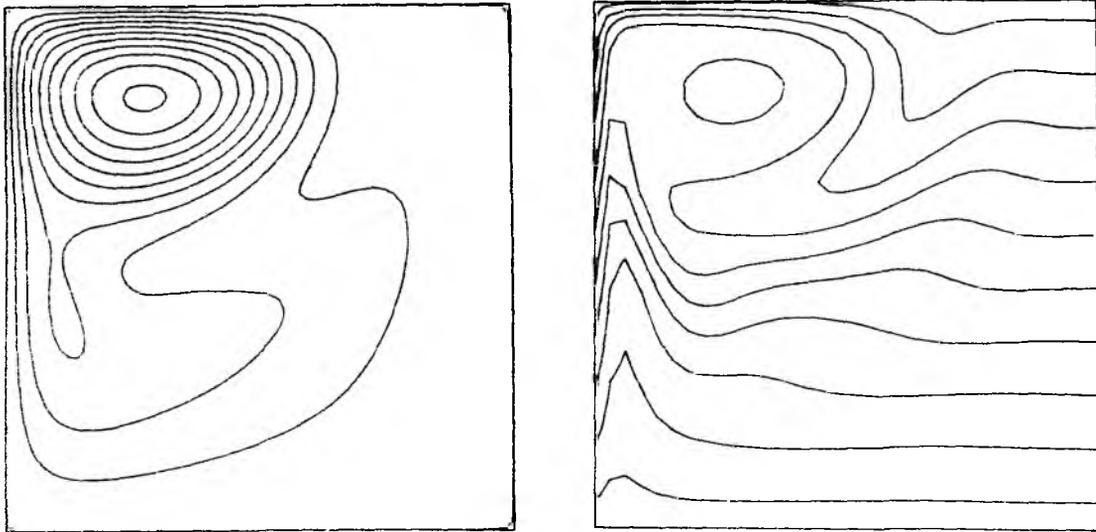


Abb. 13: ψ, q für Experiment 7, $\delta_I/\delta_L = 1.0$ (stationäre Lösung);
 $\psi'_{\max} = 7.40$; $\Delta\psi' = 0.73$

Die Struktur der Zirkulation in diesem Parameterbereich steht in deutlichem Kontrast zu den Ergebnissen von VERONIS für das Bodenreibung-Modell. Dort tritt eine intensive "Trägheits-Rezirkulation" mit einer entsprechenden Transporterhöhung erst dann auf, wenn die Nichtlinearität so stark ist, daß der ostwärtige Strahlstrom den Becken-Ostrand erreicht (Abb. 1). Dagegen zeigt sich hier eine große Ähnlichkeit mit dem Rezirkulationscharakter der quasi-stationären Strömungsfelder wirbelauslösender Modelle, z.B. HOLLAND (1978, Abb. 2). Inwieweit dies bedeutet, daß die intensive Rezirkulation bereits mit der Dynamik des mittleren Massentransports erklärt werden kann und die Wirbeldynamik eine untergeordnete Rolle spielt, wird in der Vorticityanalyse im nächsten Abschnitt untersucht werden.

Die stark negative Vorticity im sub-gyre Bereich schlägt sich in

der Struktur des potentiellen Vorticity-Feldes nieder. Es findet eine starke Deformation des zonalen Verlaufs der Isostrophen (Linien $q = \text{konst.}$) durch die intensive Rezirkulation statt mit dem Ergebnis geschlossener q -Konturen im Inneren des sub-gyre. Meridional-schnitte der potentiellen Vorticity der Experimente 5 und 7 zeigen eine Umkehrung des nordwärtigen Gradienten von q in der Rezirkulationsregion und ein Plateau mit $q \approx \text{konst}$ im inneren sub-gyre Bereich (Abb. 14). Zum Vergleich ist ein Schnitt für ein Experiment

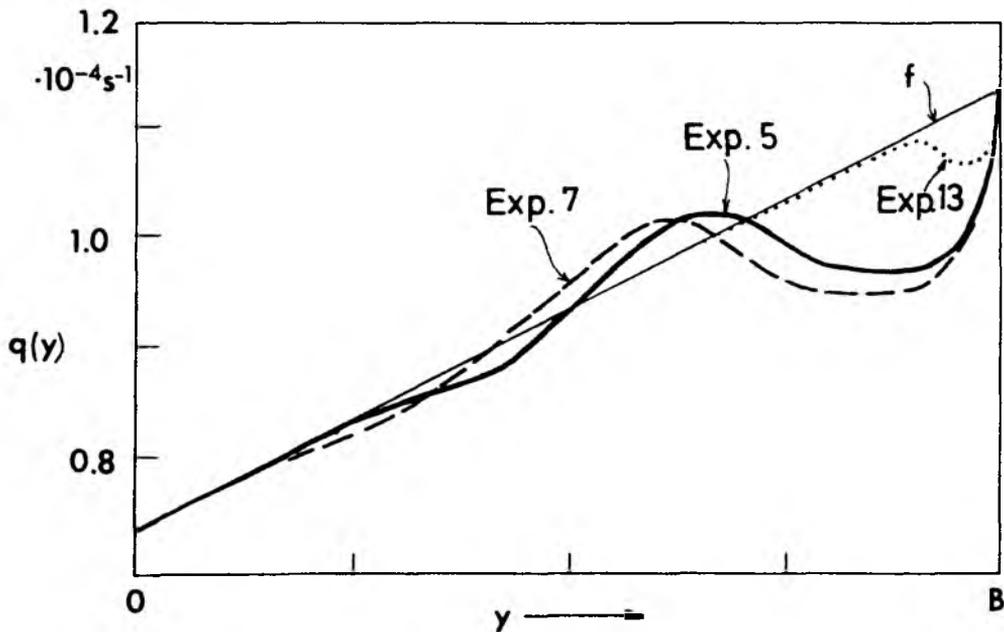


Abb. 14: Meridionalsschnitte der potentiellen Vorticity $q = \zeta + f$ bei $x = \pi L/4$

mit Bodenreibung (Experiment 13) angegeben, das keine geschlossene sub-gyre Rezirkulation aufweist.

Die Änderungen des Transports bei Vergrößerung der Ro-Zahl lassen sich nach VERONIS (1966b) durch die Vorticity-Advektion in der Grenzschicht erklären. Im Fall schwacher Nichtlinearität ist der Netto-Effekt der advektiven Prozesse in der westlichen Grenzschicht eine nordwärtige Advektion negativer Vorticity und damit der Wir-

kung des Windfeldes im Sverdrup-Regime (Zufuhr negativer Vorticity, balanciert durch südwärtige Teilchenbewegung) entgegengerichtet. Im Bodenreibungs-Modell wird im Fall starker Nichtlinearität negative Vorticity am Ostrand nach Süden transportiert, gleichsinnig mit der Windzufuhr von Vorticity, mit der Folge einer Transporterhöhung. Dieser Fall tritt im Modell mit lateraler Reibung durch die intensive Rezirkulation des nördlichen Randstroms bei "mittlerer" Nichtlinearität ein.

Die Verstärkung des Transports läßt sich auch begründen auf der Grundlage der Erhaltung der potentiellen Vorticity. Schreiben wir die Vorticitygleichung (2.2) in der Form,

$$\frac{dq}{dt} = \text{Windschub } W + \text{Dissipation } D ,$$

wird deutlich, daß ein Teilchen die Linien $q = \text{konst}$ nur in dem Maße kreuzen kann, wie es die äußeren "Kräfte" W und D zulassen. Dies begrenzt die Intensität der Zirkulation im Sverdrup-Regime mit seinen zonal verlaufenden und durch die Beckenränder "blockierten" q -Kon-turen. Im sub-gyre gibt es dagegen geschlossene Isostrophen, zu denen die Stromlinien in erster Näherung parallel verlaufen. Das Ergebnis ist eine Trägheits-Rezirkulation mit $dq/dt \approx 0$, d.h. nahezu ohne Einfluß der äußeren Kräfte. Eine detailliertere Untersuchung der Vorticitybalance wird in Abschnitt 4 vorgenommen.

Im Modell mit Bodenreibung nähert sich die Zirkulationsstruktur im Grenzfall großer Nichtlinearität dem bzgl. $x = \pi L/2$ symmetrischen "Fofonoff-gyre" (FOFONOFF, 1954). Ein ganz analoges Verhalten zeigt auch das Modell mit lateraler Reibung (Experiment 6, $\delta_1/\delta_L = 1.5$; Abb. 15). Ein Bereich kleiner relativer Vorticity (Sverdrup-Regime) ist hier nicht mehr vorhanden, das Strömungsfeld ist im gesamten Becken stark nicht-linear und der Transport ist sehr stark angestiegen. Das Experiment wurde nach 200 Tagen Integrationszeit abgebrochen, ohne daß ein stationärer Endzustand erreicht wurde. Die Energie zeigte zu diesem Zeitpunkt noch immer einen, wenn auch langsamer werdenden, monotonen Anstieg. Wegen der großen Strömungsgeschwindigkeiten war es während der Integration wiederholt nötig, den Zeitschritt zu verkleinern, um die numerische Stabilität zu gewährleisten. Damit wäre es extrem rechenaufwendig, eine stationäre Lösung, wenn sie existieren sollte, zu erreichen.

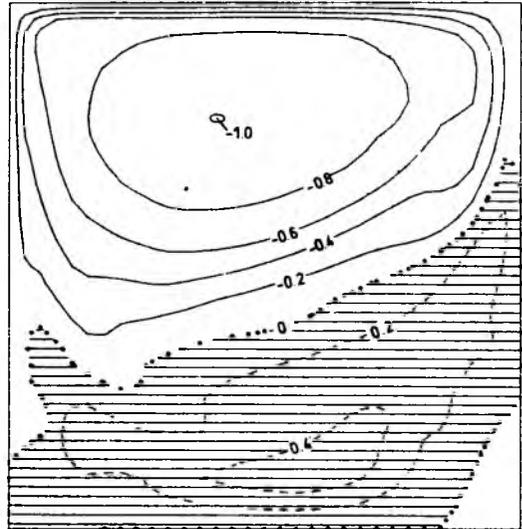
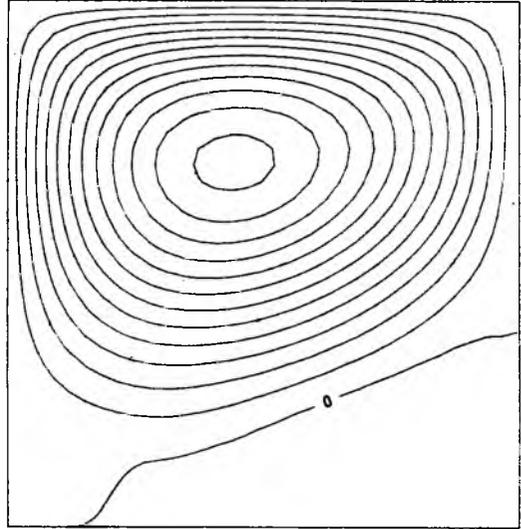


Abb. 15: ψ, ζ, q für Experiment 6

nach 200 Tagen, $\delta_I / \delta_L = 1.5$;

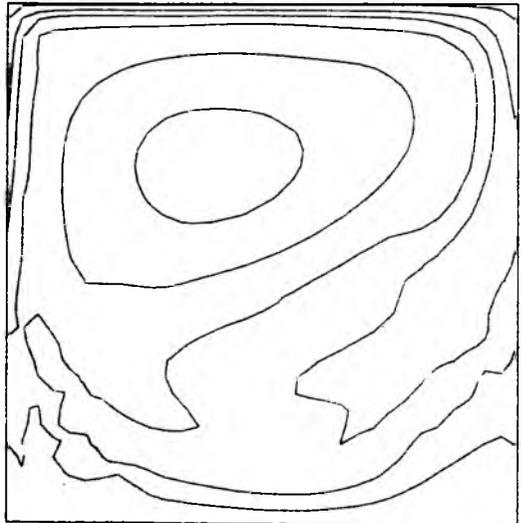
$\psi'_{\max} = 42.5$; $\psi'_{\min} = -3.38$;

$|\zeta'|_{\max} = 126.2$;

Abstände $\Delta\psi' = 2.73$;

$\Delta q = 0.8 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$;

$\Delta\zeta'$ wie in Abb. 9



Die Existenz stationärer Lösungen des Modells im Grenzfall großer Ro -Zahlen untersuchte BRIGGS (1980), allerdings mit wesentlich größeren Reibungskoeffizienten E_L . Er konnte zeigen, daß für sehr starke Nichtlinearität der Transport unabhängig von Ro wird und einen Sättigungswert erreicht, der nur noch von E_L abhängt. Das Strömungsfeld wird in diesem Fall symmetrisch zur Beckenmitte.

Zusammenfassend läßt sich hier festhalten, daß ein unterschiedliches Verhalten zwischen den Modellen mit Bodenreibung und mit lateraler Reibung im wesentlichen auf den Parameterbereich "mittlerer" Nichtlinearität beschränkt ist. Dies ist allerdings der ozeanographisch interessierende Bereich: Wenn die vertikalintegrierte Vorticitygleichung (2.2) eine vernünftige Approximation des windgetriebenen ozeanischen Transports darstellt, ist der relevante Parameterbereich des Modells gegeben durch $\delta_I/\delta_L \approx 0.8 \dots 1.0$. In diesem Parameterbereich beinhaltet das Modell mit lateraler Reibung

- ein Sverdrup-Regime in der Osthälfte des Beckens
- einen westlichen Randstrom mit nach Norden zunehmender Intensität, der übergeht in
- einen ostwärtigen Strahlstrom, der sich über 1/3 bis 1/2 der Beckenlänge erstreckt und verbunden ist mit einer intensiven westwärtigen Rezirkulation, die den maximalen Randstromtransport stark gegenüber dem Sverdrup-Transport erhöht.

Die weiteren Experimente dieser Arbeit konzentrieren sich auf diesen Parameterbereich.

3.2. ÜBERGANG ZU BODENREIBUNG

Die Abhängigkeit der Lösungen von der Reibungsparametrisierung soll eine Sequenz von Experimenten verdeutlichen, in der schrittweise die laterale Reibung ersetzt wird durch Bodenreibung. Der Reibungseffekt wird von einem Einfluß der Randbedingungen dadurch getrennt, daß durchgehend mit "free-slip" Randbedingungen gerechnet wird. Die Randstruktur der Bodenreibungs-Lösungen ist daher nicht mit dem Veronis-Modell identisch; dies hat allerdings wenig Einfluß auf die Struktur der Zirkulation (vgl. Abb. 1).

Tabelle 2: Experimente mit einem Übergang von lateraler Reibung zu Bodenreibung. Die Nichtlinearität δ_I/δ_D wird konstant gehalten; δ_D ist dabei die größere der beiden Reibungsskalen, $\delta_D = \max \{ \delta_L, \delta_B \}$. Das Verhältnis δ_L/δ_B wird schrittweise zugunsten der Bodenreibung geändert.

Exp.	E_L	E_B	R_0	δ_I/δ_D	δ_L/δ_B	Transport
5	$9 \cdot 10^{-4}$	0	$9.31 \cdot 10^{-3}$	1.0	-	89.2
9	$9 \cdot 10^{-4}$	$9.7 \cdot 10^{-3}$	$9.31 \cdot 10^{-3}$	1.0	10	53.7
10	$9 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^{-2}$	$9.31 \cdot 10^{-3}$	1.0	4	37.8
11	$9 \cdot 10^{-4}$	$4.8 \cdot 10^{-2}$	$9.31 \cdot 10^{-3}$	1.0	2	26.7
12	0	$1.0 \cdot 10^{-1}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$	1.0	0	22.0
13	0	$1.0 \cdot 10^{-1}$	$0.50 \cdot 10^{-2}$	2.0	0	25.7

Die Ergebnisse sind dargestellt in den Abb. 12, 16-20. Die auffallende Erscheinung dieser Sequenz ist das allmähliche Verschwinden des "subgyre". Dies ist verbunden mit einer kontinuierlichen Verminderung des Transports. Gleichzeitig wird der Bereich negativer Vorticity in der Nordwestecke des Beckens kleiner. Der Betrag der relativen Vorticity bleibt im Bodenreibungs-Fall in diesem kleinen Bereich allerdings noch groß genug, um den planetarischen Vorticitygradienten zu kompensieren und geschlossen ϵ -q-Konturen zu erzwingen. Im Unterschied zum Fall mit lateraler Reibung findet aber keine intensive Rezirkulation in diesem Bereich statt.

Ein zweiter in der Sequenz sichtbarer Effekt ist, daß der ostwärtige Strahlstrom immer weniger weit ins Becken vordringt. Die Bodenreibung stellt offenbar einen "effektiveren" Dämpfungsmechanismus dar. Ein weiteres Beispiel dafür ist, daß der NBC im Veronis-Modell (Abb. 1) den Ostrand erst für $\delta_I/\delta_B \sim 3-4$ erreicht, während dies im Modell mit lateraler Reibung bereits für $\delta_I/\delta_L \sim 1.5$ geschieht (Abb. 14). (Das Skalenverhältnis δ_I/δ_D , das in der Sequenz konstant gleich 1 gesetzt wurde, stellt damit kein sehr gutes Maß für die Nichtlinearität dar, wenn verschiedene Reibungsformen beteiligt sind.)

Daß das Verhältnis der (theoretisch definierten) Reibungs-Grenz-

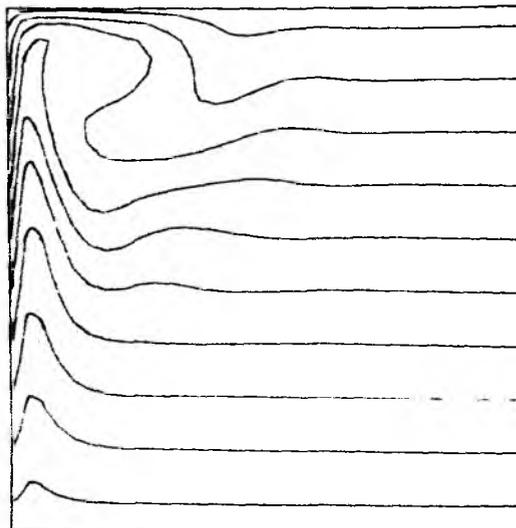
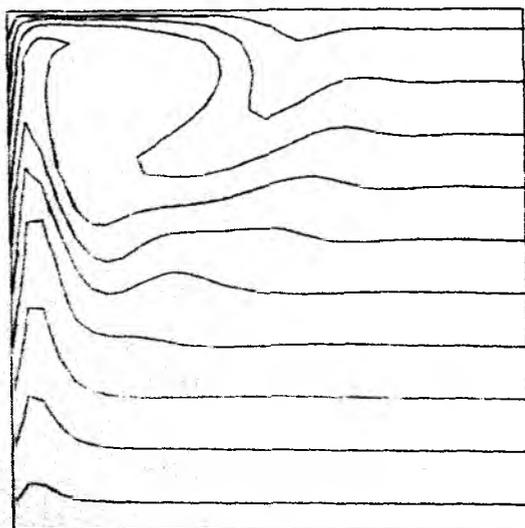
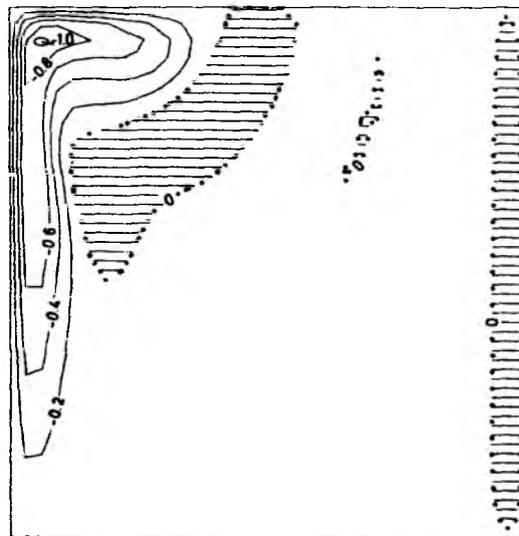
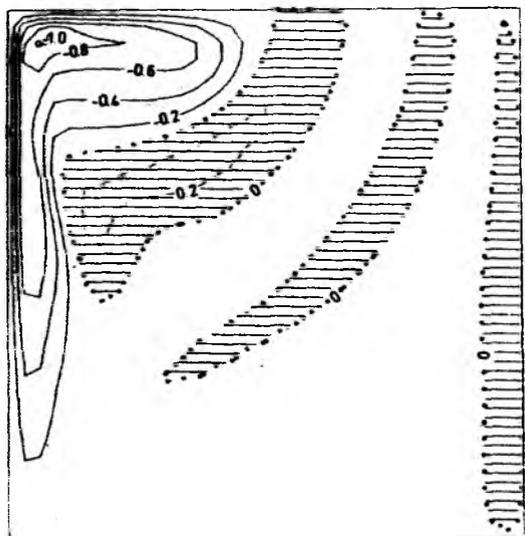
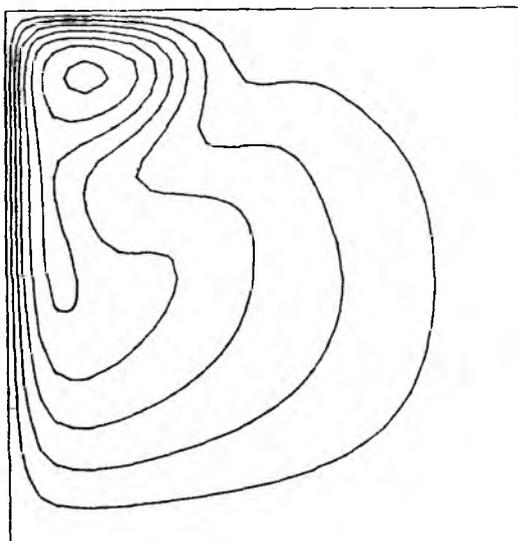
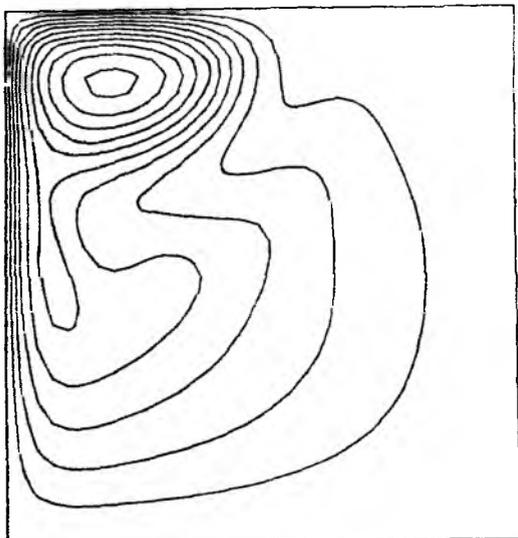


Abb. 16

Abb. 17

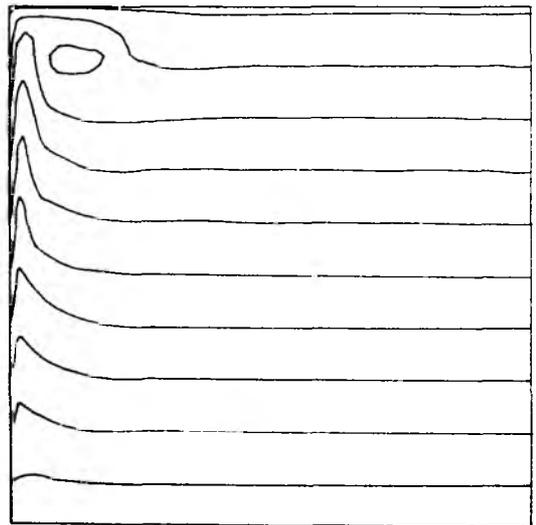
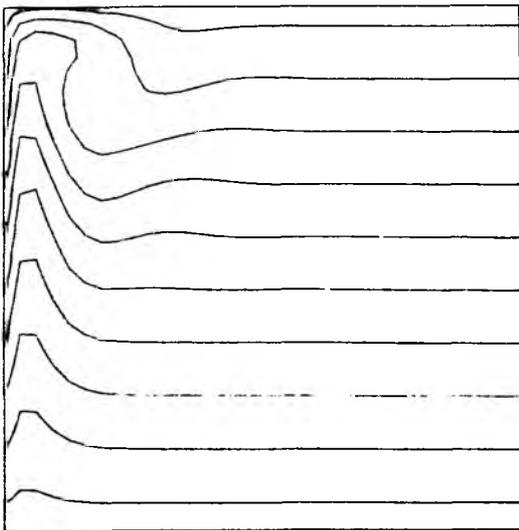
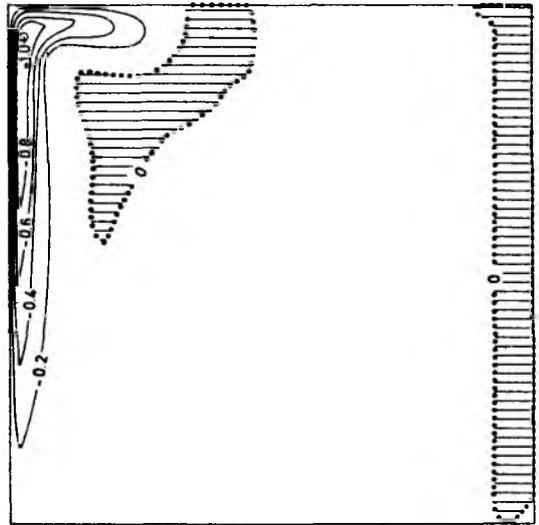
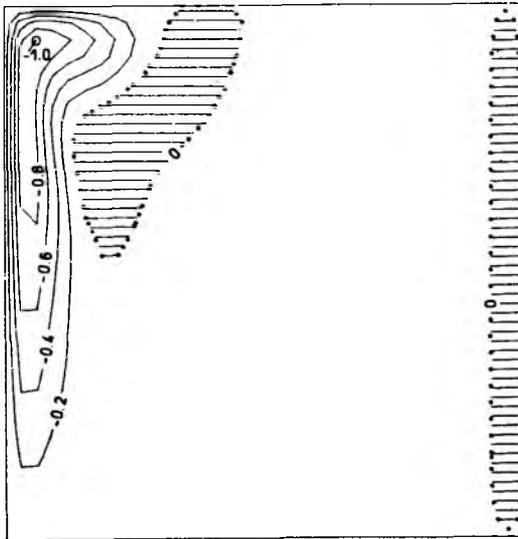
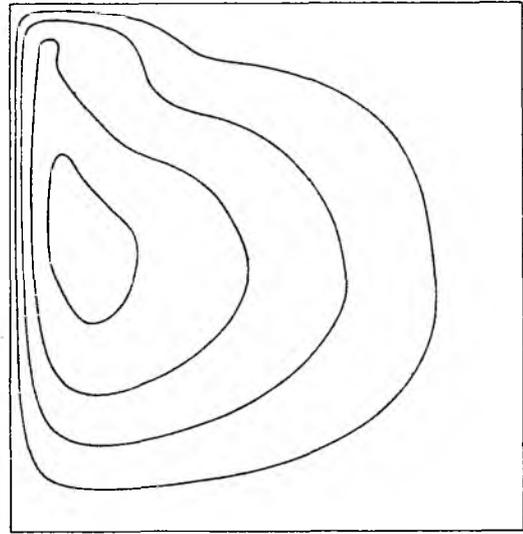
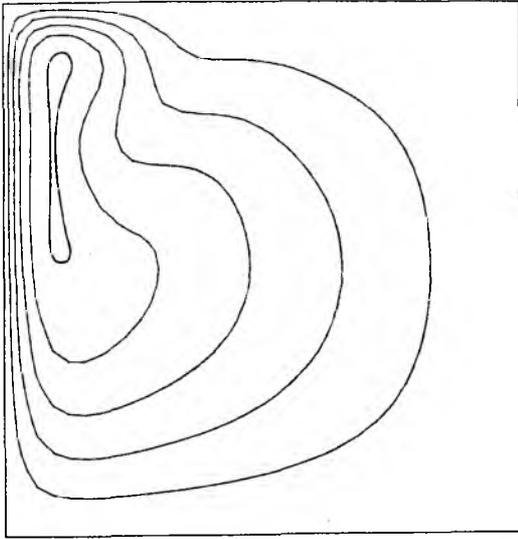


Abb. 18

Abb. 19

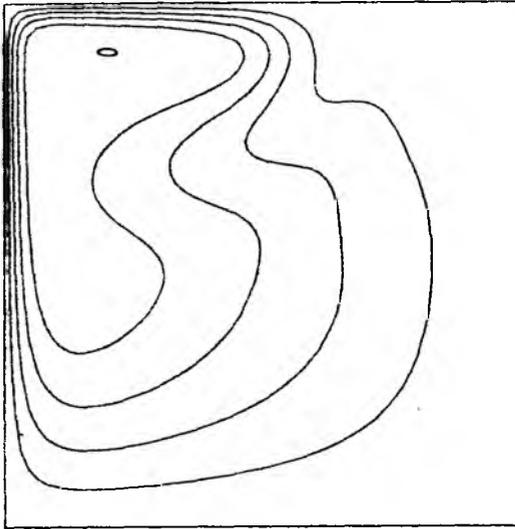


Abb. 16:

ψ, ζ, q für Exp. 9, $\delta_L / \delta_B = 10$;
 $\psi'_{\max} = 5.37$; $|\zeta'|_{\max} = 105.6$;
 $\Delta\psi' = 0.52$; die anderen Isolinen-
abstände wie in Abb. 9

Abb. 17:

ψ, ζ, q für Exp. 10, $\delta_L / \delta_B = 4$;
 $\psi'_{\max} = 3.78$; $|\zeta'|_{\max} = 97.8$;
Linienabstände wie in Abb. 16

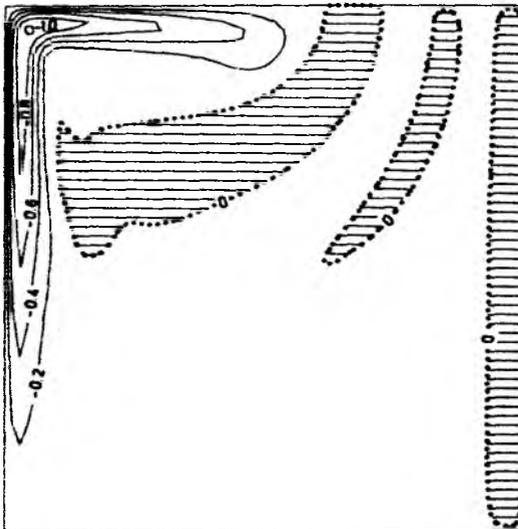


Abb. 18:

ψ, ζ, q für Exp. 11, $\delta_L / \delta_B = 2$;
 $\psi'_{\max} = 2.67$; $|\zeta'|_{\max}$;
Linienabstände wie in Abb. 16

Abb. 19:

ψ, ζ, q für Exp. 23, $\delta_L / \delta_B = 0$,
 $\delta_I / \delta_B = 1.0$; $\psi'_{\max} = 2.20$;
 $|\zeta'|_{\max} = 79.0$;
Linienabstände wie in Abb. 16

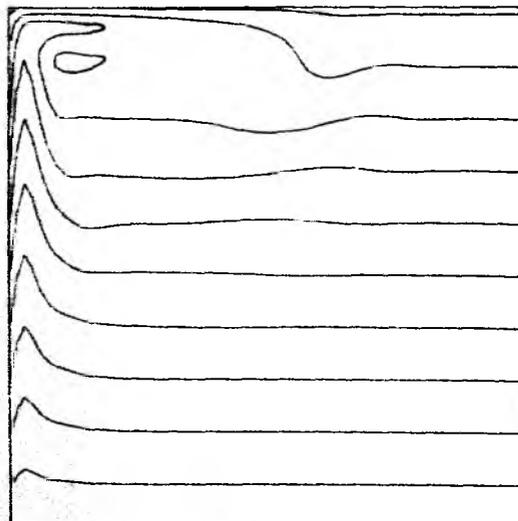


Abb. 20:

ψ, ζ, q für Exp. 13, $\delta_L / \delta_B = 0$,
 $\delta_I / \delta_B = 2.0$; $\psi'_{\max} = 2.57$;
 $|\zeta'|_{\max} = 143.0$;
Linienabstände wie in Abb. 16

schicht-Skalen δ_L/δ_B noch nichts über den im Becken wesentlichen Dissipationsmechanismus aussagt, zeigt die folgende Tabelle:

Tabelle 3: Prozentualer Anteil der beiden Reibungsmechanismen an der beckenintegrierten Energiedissipation

Exp.	Reibungsmechanismus δ_L/δ_B	Bodenreibung $E_B \iint \psi \nabla^2 \psi \, dx dy$	Laterale Reibung $E_L \iint \psi \nabla^4 \psi \, dx dy$
5	-	0	100
9	10	29.2	70.8
10	4	47.2	52.8
11	2	65.0	35.0
12	0	100	0

Bereits in Experiment 9, wo die Bodenreibungs-Skala nur 1/10 der lateralen Reibungsskala beträgt, wird fast 1/3 der Dissipation durch die Bodenreibung übernommen. Die beiden Dissipationsmechanismen sind etwa gleich wichtig in Experiment 10, wo $\delta_L = 4 \delta_B$ ist.

Ein mit Experiment 5 vergleichbarer Fall mit einem bis etwa zur Hälfte ins Becken vordringenden NBC wird im Bodenreibungs-Modell für $\delta_L/\delta_B = 2.0$ erreicht (Exp. 13, Abb. 20). Der Vergleich der Stromfunktionsfelder dieser beiden Experimente zeigt das unterschiedliche Rezirkulationsverhalten der Modelle besonders deutlich.

4. DIE DYNAMIK DES STATIONÄREN GLEICHGEWICHTS

Der Untersuchung der Dynamik der stationären Lösungen liegt die Frage zugrunde, welche physikalischen Prozesse in den verschiedenen Beckenbereichen dominieren. Die Balance der Terme in der Vorticity- und Energiegleichung im stationären Fall gibt gleichzeitig eine Vergleichsmöglichkeit für die Dynamik im quasi-stationären Fall, die in Abschnitt 6 analysiert wird.

4.1. ZUM EINFLUSS DER REIBUNGSPARAMETRISIERUNG

Bevor die regionale Vorticity- und Energiebalance des Modells mit lateraler Reibung untersucht wird, soll eine theoretische Begründung für den Einfluß der Reibungsform auf die Rezirkulationsstruktur gegeben werden. Dieser Einfluß ist nach den Ergebnissen von Abschnitt 3 besonders in dem Parameterbereich groß, der einen nördlichen Randstrom mit einer Längenskala kleiner als die Beckenskala beinhaltet. Das Musterbeispiel stellt der Unterschied im Strömungsfeld zwischen den Experimenten 5 (bzw. 7) und 13 dar. In beiden Fällen ist die Strömung in den Grenzschichten stark nicht-linear, was sich in den großen Beträgen der relativen Vorticity ausdrückt. Der Unterschied liegt in der Intensität der Rezirkulation des nördlichen Randstroms: Im Fall mit lateraler Reibung gibt es geschlossene Stromlinien im Bereich $\zeta < 0$, während im Bodenreibungsfall die Region $\zeta < 0$ auf den Randbereich beschränkt ist und alle Stromlinien in einem Bereich mit kleiner relativer Vorticity schließen.

Eine Begründung dafür liegt in der integralen Vorticity-Balance längs der Stromlinien. Das geschlossene Kurvenintegral der barotropen Vorticitygleichung (2.10) längs einer beliebigen Stromlinie $\psi = \text{konst.}$ ergibt, da die Transportterme herausfallen, die integrale Beziehung (mit \vec{n} als nach außen gerichtetem Normalenvektor und Integration entgegen dem Uhrzeigersinn)

$$\oint \vec{\tau} \cdot d\vec{s} = E_B \oint \vec{u} \cdot d\vec{s} - E_L \oint \nabla\zeta \cdot d\vec{n}$$

bzw.

$$\iint_A \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{\tau} \, dx dy = E_B \iint_A \zeta \, dx dy - E_L \iint_A \nabla^2 \zeta \, dx dy \quad (4.1)$$

4.2. REGIONALE VORTICITY-BALANCEN

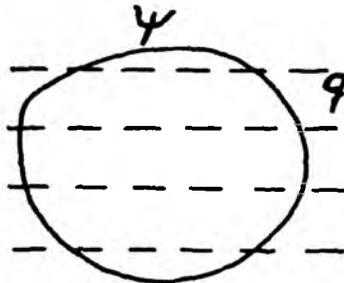
Um die physikalischen Prozesse zu identifizieren, die lokal auf die Wasserteilchen wirken und wesentlich sind für die Dynamik in den verschiedenen Bereichen der Zirkulationszelle, werden für das Modell mit lateraler Reibung die regionalen Balancen der Terme in der Vorticitygleichung (2.2) untersucht. Im stationären Fall sind dies

$$N = \mu \cdot \nabla \zeta = \frac{d\zeta}{dt}, \quad B = \beta v = \frac{df}{dt}, \quad W = -\frac{1}{H} k \cdot \nabla \times \vec{x}_T, \quad F = -A \nabla^2 \zeta$$

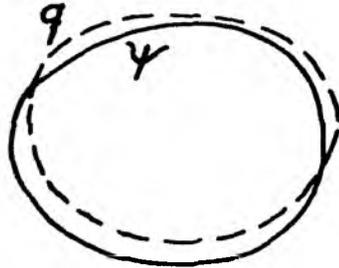
in der Vorticitygleichung $N + B + W + F = 0$, bzw.

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d\zeta}{dt} + \frac{df}{dt} = -W - F.$$

Betrachten wir zunächst die Balancen für zwei Grenzfälle im Verlauf der potentiellen Vorticity $q = f + \zeta$:



- (1) Die potentielle Vorticity q ändere sich längs der Teilchenbahn, d.h. $\nabla \psi \times \nabla q \neq 0$; Beispiel: lineares Modell, $\zeta = 0$. In diesem Fall müssen W oder F für die Änderung von q sorgen. Das lineare Zirkulationsmodell ist durch zwei Regime gekennzeichnet, das reibungsfreie Sverdrup-Regime mit der Balance $W \sim B$ im Ostteil des Beckens und die westliche Grenzschicht mit $B \sim F$. (Auf die linke Seite der Relationen schreiben wir die Terme mit gleichem Vorzeichen wie W .) Mit der Sverdrup-Balance ist der Transport im Becken direkt durch die Zufuhr von Vorticity durch das Windfeld gegeben.



(2) Ist q nahezu konstant längs der Teilchenbahn, $\nabla\psi \times \nabla q \approx 0$, gilt $dq/dt \approx 0$, so daß an jedem Punkt der Bahn die Balancen $N+B$ und $W+F$ gelten müssen. In diesem Fall ist der Transport nicht mehr durch die Sverdrup-Bedingung eingeschränkt, sondern wird so stark, daß die advektiven Terme für eine Balance des β -Terms sorgen können.

Dieser Fall stellt eine freie Trägheits-Zirkulation (FOFONOFF, 1954), modifiziert durch Wind und Reibung, dar.

Im Grenzfall großer Nichtlinearität (d.h. großer Ro -Zahlen) tritt diese Situation sowohl für Boden- wie für laterale Reibung ein (VERONIS, 1966b; BRIGGS, 1980). Im Fall "mittlerer" Nichtlinearität sind dagegen, wie oben gezeigt wurde, geschlossene Stromlinien in einem Gebiet geschlossener q -Konturen (d.h. großen $|z|$) nur im Fall lateralen Austauschs möglich.

Die Untersuchung der Modelldynamik konzentriert sich auf diesen Parameterbereich ($\delta_1/\delta_L = 1.0$, Exp. 7). Indem für jeden Gitterpunkt die prozentualen Beiträge der Terme in der Vorticitygleichung zur Gesamtbalance $N+B+F+W = 0$ berechnet werden, lassen sich dynamische Regime definieren, die jeweils durch eine bestimmte dynamische Balance gekennzeichnet sind. Dies entspricht dem Vorgehen von VERONIS (1966b) in der Analyse des Bodenreibungs-Modells. Wegen der vielen möglichen Balance-Typen zwischen den vier Termen der Vorticitygleichung erscheint es am sinnvollsten, zunächst die Strömungsregionen zu suchen, deren Dynamik im wesentlichen durch zwei Prozesse beherrscht sind. In Abb. 22 sind die dynamischen Regime dargestellt, in denen jeweils zwei Terme zu mehr als 80 % zur Vorticitybalance beitragen. D.h. diese Terme haben jeweils entgegengesetztes Vorzeichen und balancieren sich in erster Näherung. (Auf der linken Seite stehen dabei die Terme mit gleichem Vorzeichen wie W , d.h. die, die antizyklonale Vorticity zuführen.)

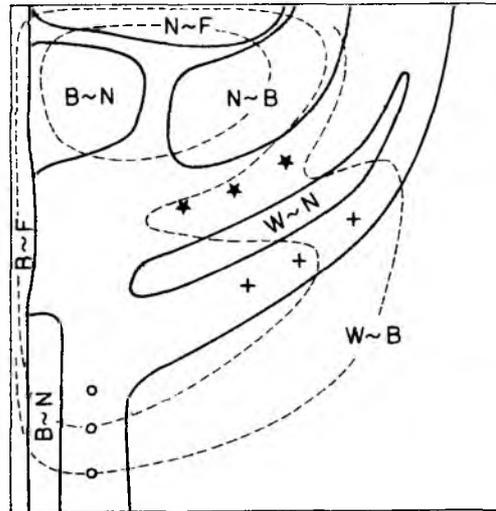


Abb. 22: Dynamische Regime der Zirkulation in Exp. 7, eingeteilt nach den vorherrschenden Vorticity-Balancen (siehe Text).

In den Übergangsregionen sind die Balancetypen: * * * $W+F \sim B$
 + + + $W \sim B + F$
 o o o $W + F \sim N$

Die Südosthälfte des Beckens ist beherrscht vom Sverdrup-Regime ($W \sim B$), in dem Reibung und nicht-lineare Terme vernachlässigbar sind. Die Dissipation der durch das Windfeld zugeführten negativen Vorticity erfolgt entlang des gesamten westlichen und nördlichen Randstrombereichs (vgl. auch Abb. 21). Dabei besteht in der westlichen Grenzschicht in erster Näherung eine Balance vom Munk-Typ ($B \sim F$), während der ostwärtige Strahlstrom durch eine Balance zwischen Advektion und Diffusion von Vorticity gekennzeichnet ist ($N \sim F$). Teilchen, die aus dem Sverdrup-Regime in die westliche Grenzschicht eintreten, passieren zunächst ein Regime, in dem die advektiven Terme dominieren ($B \sim N$). Die Annahme einer solchen "Trägheits-Grenzschicht" in der Bildungsregion des westlichen Randstroms, gefolgt

von einer "Reibungsgrenzschicht" nördlich davon, lag bereits den analytischen Arbeiten von CHARNEY (1955) und MORGAN (1956) zugrunde. Die vorliegende Modell-Analyse rechtfertigt diese Trennung näherungsweise; allerdings sind die nicht-linearen Terme auch in der Reibungsgrenzschicht nicht ganz zu vernachlässigen.

Insgesamt gilt in der westlichen Grenzschicht eine Balance $B \sim F + N$. Dies bedeutet, daß die Funktion der Reibung in den linearen Modellen, nämlich die Änderung der planetarischen Vorticity in der nordwärtigen Strömung zu balancieren, teilweise übernommen wird durch die Advektion negativer Vorticity nach Norden. Die Reibung reicht in der westlichen Grenzschicht nicht mehr aus, die im Becken-Innenen zugeführte Windfeld-Vorticity zu kompensieren, so daß die Teilchen weiter im Strahlstrombereich verbleiben müssen (nördlicher Randstrom), bis die relative Vorticity dissipiert ist und sie wiederum in das Sverdrup-Regime eintreten können. Die Dynamik einer solchen Teilchenbahn im "äußeren" gyre entspricht weitgehend dem Bodenreibungsmodell, das von VERONIS (1966b) eingehend diskutiert wird. Die im Fall lateraler Reibung auftretende "sub-gyre" Rezirkulation des Strahlstroms ist durch eine freie advektive Dynamik ($N \sim B$, $B \sim N$) entsprechend den obigen Überlegungen gekennzeichnet (Trägheits-Rezirkulation).

Statt der hier vorgenommenen Definition von Strömungsregimen mit charakteristischen dynamischen Balancen wurde in der neueren Literatur meist eine Einteilung des Strömungsfeldes nach kinematischen Gesichtspunkten (z.B. Trennung von Gebieten mit nord- und südwärtiger Strömung) vorgenommen und die integralen Vorticity-Budgets in diesen Regionen berechnet (HARRISON und HOLLAND, 1981; HARRISON und STALOS, 1982). Eine gewisse Problematik der regionalen Budgets (dies gilt sowohl für Vorticity- wie für Energiebetrachtungen) besteht darin, daß es nicht möglich ist, die Einteilung so vorzunehmen, daß nicht über Gebiete unterschiedlichen Vorzeichens verschiedener Terme hinwegintegriert wird. (Ein Vergleich der Budgets verschiedener Modellergebnisse kann problematisch sein, da die Budgets empfindlich von der Definition der Bereichsgrenzen abhängen können.)

Wegen der Ähnlichkeit der Rezirkulationsstruktur erscheint ein Vergleich der Vorticitybalance des barotropen Modells mit der eines

wirbelauflösenden Modells interessant. Betrachtet wird der östliche Teil des "sub-gyre" Bereichs (gekennzeichnet durch eine südwärtige Strömungskomponente); dies entspricht der Region "RECIRC" des Strömungsfeldes des HOLLAND (1978)-Experiments (Exp. 5) in der Analyse von HARRISON und HOLLAND (1981) (vgl. Abb. 49 auf S. 97).

Tabelle 4: Vorticity-Budgets in der Rezirkulationsregion ("RECIRC"). Die Werte für die Experimente 4 und 7 sind in dimensionslosen Einheiten, die EGCM-Angaben sind tiefenintegrierte Werte ($10^6 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$) aus HARRISON und HOLLAND (1981). (Die Werte sind nur intern für die jeweiligen Experimente konsistent und können untereinander nicht direkt verglichen werden.)

	W	B	N	F
Exp. 4	11	- 85	94	- 21
Exp. 7	39	-195	199	- 45
EGCM (H-5)	22	-166	159	- 16

Die Budgets zeigen sowohl im stationären barotropen Modell wie im wirbelauflösenden Modell eine Tendenz zum erwarteten Verhalten einer Trägheits-Zirkulation ($N \sim B$ und $W \sim F$). Im EGCM besteht der Advektionsterm aus einer Advektion durch die mittlere Strömung ($MAD = 166$) und einer mittleren Advektion durch die Wirbelbewegung ($EAD = - 7$).

Bemerkenswert ist, daß auch in diesem Modell, das eine starke Wirbelaktivität beinhaltet, die wesentliche Vorticity-Balance wie im stationären Fall zwischen der mittleren Advektion und dem Beta-Term besteht. Der Einfluß der Wirbel im Rezirkulationsbereich erscheint gering; er entspricht einer lateralen Diffusion von Vorticity. Dies erklärt die Ähnlichkeit des Rezirkulationscharakters zwischen den wirbelauflösenden, quasi-stationären Modellen und dem stationären Modell, in dem der Wirbeleffekt durch den lateralen Austauschansatz parametrisiert ist (vgl. dazu die Untersuchungen des Wirbelflusses von Vorticity in 6.3.).

4.3. DIE ENERGETIK DER ZIRKULATION

Durch eine Analyse der lokalen Energiebilanzen soll untersucht werden, welche Arbeit an dem Strömungsfeld in den Teilregionen des Beckens verrichtet wird. Die Energiebetrachtung der stationären Lösungen vermittelt ein ergänzendes Bild der Dynamik der Modellzirkulation und bildet eine Grundlage für die energetische Analyse des wirbelauflösenden Modells.

4.3.1. THEORETISCHE BETRACHTUNGEN

Die kinetische Energie des Strömungsfeldes (bezogen auf die Masseneinheit) ist gegeben durch

$$K = \frac{1}{2} (u^2 + v^2) = \frac{1}{2} (\nabla\psi)^2 .$$

Die Gleichung für die zeitliche Änderung der kinetischen Energie muß korrekterweise aus der zugrundeliegenden Modellgleichung, d.h. der Vorticitygleichung (2.2) abgeleitet werden. Um die physikalische Bedeutung der Energietransferterme deutlicher zu erkennen, gehen wir für die folgende theoretische Diskussion der Energetik aber von der (approximativen) Impulsgleichung (2.8) aus. (Dazu wird $\rho = \rho_0 = \text{konst.}$ zugrunde gelegt.)

Eine skalare Multiplikation der Bewegungsgleichungen für die vertikal gemittelten Geschwindigkeitskomponenten mit u_i ergibt

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} u_i u_i = \frac{1}{H} \tau_i u_i + A u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{2} u_j \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_i) - \frac{1}{\rho_0} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (4.2)$$

(1)
(2)
(3)
(4)

Die Gleichung gibt die lokal-zeitliche Änderung der kinetischen Energie als Summe der Arbeitsleistungen von vier Prozessen. Im folgenden betrachten wir ausschließlich die Verhältnisse im stationären Zustand, d.h. im Gleichgewicht der Prozesse. Es ist üblich, trotzdem von einer Änderung der kinetischen Energie durch einen bestimmten Prozeß zu sprechen. Mit Energie"gewinn" ("verlust") durch den Prozeß ist immer gemeint, daß positive (negative) Arbeit am

betrachteten Flüssigkeitsvolumen geleistet wird.

Term (1) stellt die Änderung der kinetischen Energie durch die Arbeit der Windschubspannung dar, Term (2) beschreibt die Arbeit der lateralen Diffusion. Zu beachten ist, daß beide Terme lokal beliebiges Vorzeichen haben können. Bei einer Integration von (4.2) über das gesamte Becken entfallen wegen des Gaußschen Satzes

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial x_j} \phi_j \, dV' = \iint_S \phi_j \, n_j \, dS'$$

und der Randbedingungen $u_j n_j = 0$ die Divergenzterme (3) und (4), so daß (1) und (2) die einzigen sind, die die Gesamtenergie der Zirkulation bedingen:

$$\frac{1}{2} \rho_0 H \iint \frac{\partial}{\partial t} K \, dx dy = \frac{1}{2} \rho_0 \iint \tau_i u_i \, dx dy + A \rho_0 H \iint u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \, dx dy.$$

(1)
(2)

Hier stellt (1) die Erzeugung von kinetischer Energie im Becken und (2) die Dissipation von Energie dar. Die Kenntnis des Gesamtenergie transfers ist für die dynamische Analyse jedoch uninteressant, da wegen der Inhomogenität des Strömungssystems das globale Gleichgewicht nicht repräsentativ ist für die Teilregionen des Beckens.

Bei Betrachtung des Integrals von (4.2) über ein beliebiges, offenes Volumen bedeuten die Terme (3) und (4) einen Transport von Energie in dieses Volumen hinein, Term (3) aufgrund der Advektion durch die Strömung und Term (4) aufgrund der Arbeit der Strömung gegen das Druckfeld. Da der vertikalintegrierte Druck die potentielle Energie einer Wassersäule darstellt,

$$E_{\text{pot}} = - \int_{-H}^{\eta} g \rho_0 z \, dz = - \int_{-H}^{\eta} p \, dz ,$$

repräsentiert Term (4) die Umwandlung potentieller Energie in kinetische Energie. Die Diskussion der Druckarbeit steht im Mittelpunkt der folgenden Betrachtung:

(1) Der Druck p ist keine einfache Funktion von ψ wie u oder v . Der Zusammenhang zwischen Druck- und Stromfunktionsfeld ist gegeben durch eine Poissongleichung, die sich aus der Divergenz der

Bewegungsgleichungen (2.8) ergibt. Eine Bestimmung des Druckfeldes wurde von VERONIS (1966b) für das barotrope Modell mit Bodenreibung durchgeführt: Es zeigt eine weitgehende Übereinstimmung mit dem Stromfunktionsfeld; die geostrophische Balance dominiert die Bewegungsgleichungen. Hier wird deshalb darauf verzichtet, das Druckfeld selbst zu bestimmen; dynamisch von Bedeutung sind die (kleinen) Abweichungen von der Geostrophie, sie bewirken die Beschleunigung des Systems.

- (2) Zur Diskussion der Abweichungen von der geostrophischen Balance stellen wir uns das Geschwindigkeitsfeld u aufgespalten vor in einen geostrophisch balancierten Anteil u_g ,

$$2 \varepsilon_{ijk} \Omega_j u_{kg} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}, \quad (4.3)$$

und die Abweichungen $u_{ag} = u - u_g$. Relevant für die Energiegleichung ist nur u_{ag} , denn aus (4.3) folgt $u_{ig} \frac{\partial}{\partial x_i} p \equiv 0$, d.h. es ist $u_i \frac{\partial}{\partial x_i} p = u_{iag} \frac{\partial}{\partial x_i} p$.

Die Abweichungen der Geschwindigkeit von der Geostrophie lassen sich durch Betrachtung der Bewegungsgleichungen in der Grenzschichtapproximation diskutieren:

- (a) Für das Sverdrup-Regime gilt (mit $\tau = (\tau_0 \cos y, 0)$)

$$\begin{aligned} -f(v_g + v_{ag}) &= -\frac{1}{\rho} p_x + \frac{\tau_0}{H} \cos y \\ f(u_g + u_{ag}) &= -\frac{1}{\rho} p_y \end{aligned} \quad (4.4)$$

Der geostrophische Anteil u_g ist balanciert durch den Druckgradienten, der verbleibende ageostrophische Anteil damit durch die antreibende Kraft des Windfeldes: u_{ag} stellt den Beitrag des Ekman-Transports zum vertikal gemittelten Geschwindigkeitsfeld dar. Aus (4.4) folgt $u_{ag} \equiv 0$, $v_{ag} = \frac{\tau_0}{fH} \cos y$.

Damit ist die Energiegleichung für das Sverdrup-Regime in der Grenzschichtapproximation

$$\frac{\partial}{\partial t} K = \frac{1}{H} \tau^{(x)} u - \frac{1}{\rho} v_{ag} \frac{\partial}{\partial y} p. \quad (4.5)$$

Da das Druckfeld in erster Näherung dem Stromfunktionsfeld entspricht, p also vom Beckenrand zum Zentrum der Zirkulationszelle hin zunimmt ($\frac{\partial}{\partial y} p \sim \cos y$), hat v_{ag} überall eine Komponente in Richtung des Druckgradienten. Damit ist $v p_y > 0$ und die Druckarbeit entzieht dem System nach (4.5) kinetische Energie. Die Energiebilanz wird ausgeglichen durch Erzeugung von kinetischer Energie durch die Arbeit des Windfeldes. (u muß deshalb im Sverdrup-Regime eine Komponente in Richtung der Windschubspannung besitzen.)

Anders formuliert: Das Sverdrup-Regime ist energetisch gekennzeichnet durch eine Umwandlung von kinetischer Energie in potentielle Energie. Die potentielle Energie eines Teilchens nimmt auf seinem Weg durch das Sverdrup-Regime ständig zu.

- (b) Die Verhältnisse in der Grenzschicht seien zunächst für den linearen Fall betrachtet. Wir vereinfachen die Diskussion durch Annahme eines linearen Reibungsgesetzes. In der westlichen Grenzschicht gilt dann

$$\begin{aligned} -f(v + v_{ag}) &= -\frac{1}{\rho} p_x - ru \\ f(u + u_{ag}) &= -\frac{1}{\rho} p_y - rv \end{aligned}$$

Die Energiegleichung ist mit $u \ll v$ und Subtraktion des geostrophischen Anteils

$$\frac{\partial}{\partial t} K = -rvv - \frac{1}{\rho} v_{ag} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4.6)$$

d.h. es besteht eine Balance zwischen Dissipation und Druckarbeit. Die kinetische Energie der Randströmung wird durch die Druckarbeit erzeugt; da $-rvv < 0$ ist, muß $-\frac{1}{\rho} v_{ag} \frac{\partial p}{\partial y} > 0$ sein: d.h. es muß ein Druckgefälle in Richtung der Strömung bestehen, $\frac{\partial p}{\partial y} < 0$.

Das energetische Bild der Strömung in der Grenzschicht ist das eines Strahlstroms, gekennzeichnet durch eine Balance zwischen Umwandlung von potentieller Energie in kinetische und Dissipation. Die potentielle Energie, die ein Teilchen im Sverdrup-Regime unter dem Einfluß des Windfeldes gewonnen hat, "entlädt" sich in der Grenzschicht unter Bildung kinetischer Energie. Im

linearen Fall kann das Teilchen die Grenzschicht wieder verlassen, wenn es seinen Ausgangswert von potentieller Energie wieder erreicht hat und seine gewonnene kinetische Energie durch Dissipation verloren hat.

- (c) Betrachten wir den Effekt der Advektion von Energie in der Grenzschicht. In (4.6) tritt auf der rechten Seite der Term $-\frac{1}{2} u_j \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_i)$ hinzu, so daß mit den obigen Approximationen gilt

$$\frac{\partial}{\partial t} K = -rvv - \frac{1}{\rho} v_{ag} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{1}{2} v \frac{\partial}{\partial y} v^2 \quad (4.7)$$

< 0 D A

Solange die Geschwindigkeit des Strahlstroms stromabwärts zunimmt, ist $A < 0$. Damit muß weiterhin $D > 0$ sein. Die durch die Druckarbeit in der Grenzschicht erzeugte kinetische Energie wird nicht vollständig durch Dissipation balanciert sondern stromabwärts abgeführt. Die Trägheitsterme bewirken, daß der Strahlstrom weiter ins Becken hineinschießen kann.

Umgekehrt wird durch die Advektion die Energie eines Flüssigkeitsvolumens erhöht, wo die Geschwindigkeit des Strahlstroms stromabwärts abnimmt (d.h. wenn der potentielle Energievorrat erschöpft ist, um eine weitere Beschleunigung des Teilchens zu bewirken). Term $A > 0$ bedeutet aber, daß Term D sein Vorzeichen ändern kann und kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt werden kann. Durch die advektiven Terme werden damit Oszillationen im System kinetische-potentielle Energie am stromabwärtigen Ende des Strahlstroms ermöglicht.

- (3) Das numerische Modell basiert auf der Vorticitygleichung, in der der Druck eliminiert ist. Es soll daher betrachtet werden, wie die Druckarbeit in der aus der Vorticitygleichung abgeleiteten Energiegleichung dargestellt wird.

Multiplikation der Vorticitygleichung (2.2) mit $(-\psi)$ ergibt

$$-\psi \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi - \psi J(\psi, \nabla^2 \psi) - \beta \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{H} \psi \frac{\partial \tau^x}{\partial y} - A \psi \nabla^4 \psi \quad (4.8)$$

(1) (2) (3) (4) (5)

In dieser Form ist die physikalische Bedeutung der Terme nicht erkennbar. Um die Prozesse darzustellen, die die kinetische Energie $\frac{1}{2} (\nabla\psi)^2$ beeinflussen, formen wir die Gleichung entsprechend um. Dies sei dargestellt für den Term (1):

$$-\psi \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = -\psi \nabla^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} \psi \right) = -\psi \nabla \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial t} \psi$$

Mit der Identität $\nabla \cdot (\phi \vec{A}) = \nabla \cdot \vec{A} + (\nabla \phi) \cdot \vec{A}$ folgt

$$= -\nabla \cdot \left(\psi \nabla \frac{\partial}{\partial t} \psi \right) + \nabla \psi \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial t} \psi$$

$$= -\nabla \cdot \left(\psi \frac{\partial}{\partial t} \nabla \psi \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \psi)^2$$

I

II

Term II stellt die zeitliche Änderung der kinetischen Energie dar und ist identisch mit $1/2 \partial/\partial t u_i u_i$. Der Divergenzterm I stellt zusammen mit weiteren, aus (2), (3), (4), (5) bei entsprechender Umformung folgenden, die quasi-geostrophische Formulierung der Druckarbeit dar (s. Gl. (4.9)). (Die Umformung der übrigen Terme geschieht ganz analog und soll hier nicht ausgeführt werden.) Die Energiegleichung läßt sich damit auf die Form bringen

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \psi)^2 = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \tau^x + A (\nabla \psi) \cdot \nabla (\nabla^2 \psi) - J \left(\psi, \frac{1}{2} (\nabla \psi)^2 \right)$$

(1)

(2)

(3)

(4.9)

$$+\nabla \cdot \left(\psi \frac{\partial}{\partial t} \nabla \psi \right) + \psi J \left(\psi, \nabla^2 \psi \right) - J \left(\psi, \frac{1}{2} (\nabla \psi)^2 \right)$$

(4)

$$+\frac{1}{2} \beta \frac{\partial}{\partial x} \psi^2 + \frac{\partial}{\partial y} (\psi \tau^x) - A \nabla \cdot (\psi \nabla (\nabla^2 \psi))$$

Die Terme (1), (2), (3) sind identisch mit den entsprechenden Termen in (4.2). Damit läßt sich Term (4) identifizieren als die quasi-geostrophische Formulierung der Druckarbeit. (Es besteht damit die Möglichkeit, ohne Kenntnis des Drucks selbst, den Druckterm in der Energiegleichung ausgehend von ψ zu berechnen. Eine einfachere Möglichkeit, die bei der Berechnung der Energietransferterme im folgenden Abschnitt angewandt wurde,

ist die Bestimmung von (4) als Restterm, im stationären Fall:
(4) = - (1) - (2) - (3).)

4.3.2. ENERGETIK DES MODELLS MIT LATERALER REIBUNG

Es werden die Energietransferterme für den Fall $\delta_I/\delta_L = 1.0$ (Exp. 7) bestimmt. Die Terme (1) bis (4) werden bezeichnet als "WIND", "DIFFUSION", "ADVEKTION", "DRUCK". Abb. 23 zeigt die Ver-

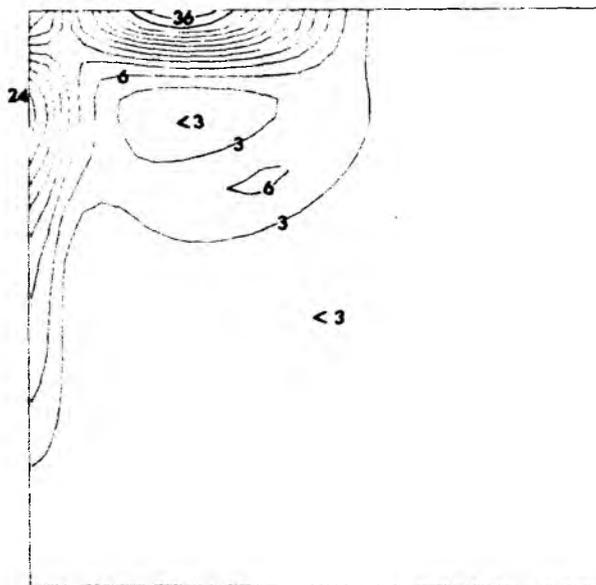
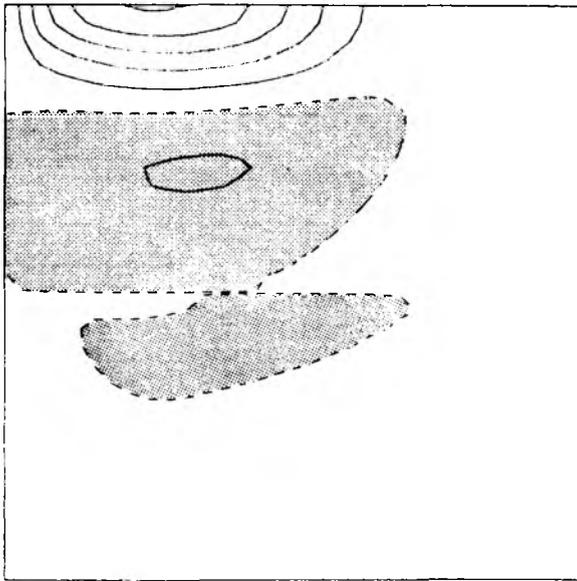


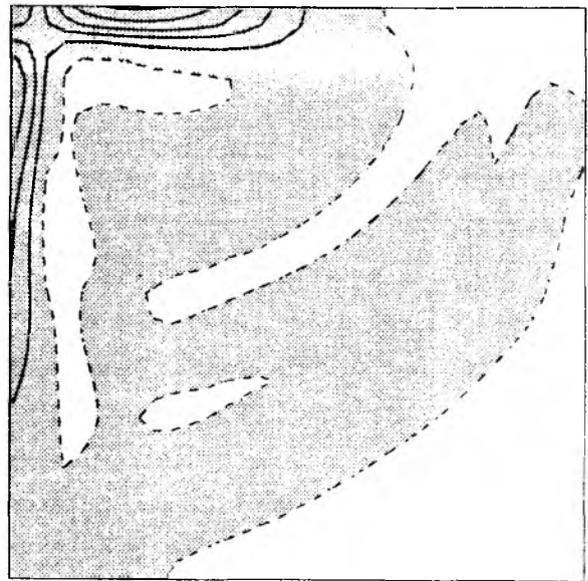
Abb. 23: Vertikalintegrierte kinetische Energie für Exp. 7
(in $10^7 \text{ erg cm g}^{-1}$); Isolinienabstand $3 \cdot 10^7 \text{ erg cm g}^{-1}$

teilung der vertikalintegrierten kinetischen Energie für dieses Experiment. Die Energie ist konzentriert im WBC/NBC-Bereich mit Maximalwerten von $3,6 \cdot 10^8 \text{ erg cm g}^{-1}$ im NBC.

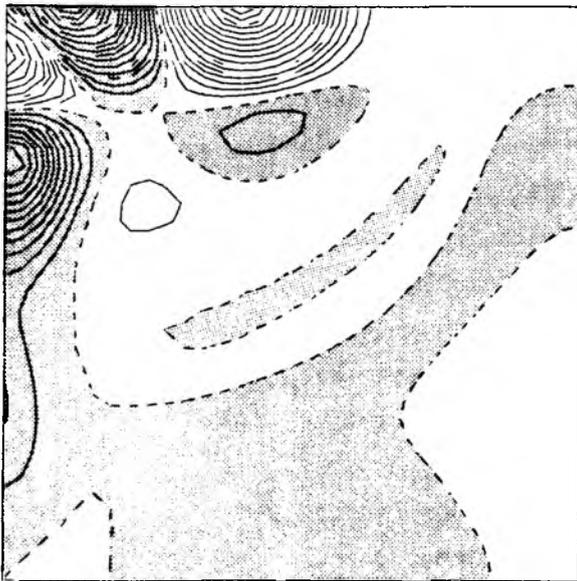
Abb. 24 zeigt die Energietransferterme im Becken, die diese Verteilung der kinetischen Energie bedingen. In den schraffierten Bereichen ist das Vorzeichen der Terme negativ, d.h. kinetische Energie wird durch den jeweiligen Prozeß entzogen. Für WIND (Abb. 24a) ist dies im Rezirkulationsbereich der Fall, wo die Strömung gegen die Windrichtung läuft. Im gesamten übrigen Becken stellt das Windfeld eine Energiequelle für die Zirkulation dar. DIFFUSION ist als Energiesenke praktisch ausschließlich in der westlichen und nördlichen Grenzschicht wesentlich.



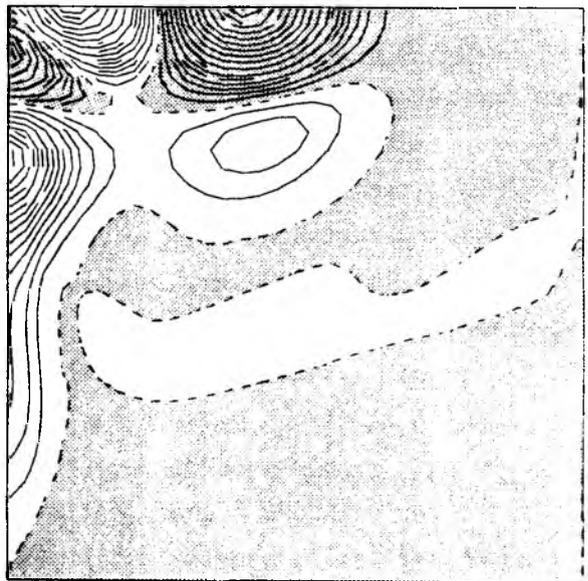
a



b



c



d

Abb. 24: Energietransferterme für Exp. 7; siehe Gl. (4.9);
Negative Bereiche sind gerastert, Nulllinien gestrichelt;
Isolinienabstände $0.15 \cdot 10^{-1} \text{ erg cm g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (vertikalintegrierte Werte). a) WIND, b) DIFFUSION, c) ADVEKTION, d) DRUCK

Die anderen beiden Terme müssen für eine Umverteilung der Energie im Becken sorgen, um die regionalen Balancen auszugleichen. Im Sverdrup-Regime wird WIND vor allem durch DRUCK balanciert (in geringerem Maße auch durch ADVEKTION). Abb 24d zeigt, daß DRUCK fast im gesamten Sverdrup-Regime negativ ist. Im westlichen Randbereich kehrt sich sein Vorzeichen um: Das meridionale Druckgefälle stellt die treibende Kraft für die Randströmung dar; DRUCK wird balanciert durch ADVEKTION und DIFFUSION.

Die Zone negativer Druckerarbeit vor der Nordwestecke ist wahrscheinlich auf einen Stau effekt der Strömung zurückzuführen, die vor Erreichen des Becken-Nordrandes nach Osten schwenken muß.

Ein wesentlicher Aspekt der Energetik des Randstroms ist, daß die Balance vor und nach dem Verlassen des Westrandes (bis auf die Stauzone) die gleiche ist. Energetisch besteht - im Unterschied zur Vorticity-Dynamik - kein grundlegender Unterschied zwischen dem westlichen Randstrom und dem westlichen Teil des nördlichen Randstroms, sieht man vom hinzukommenden unerheblichen Windeinfluß ab.

Im östlichen Teil des Strahlstroms kehren sich die Verhältnisse um: Durch ADVEKTION wird hier kinetische Energie herangeführt, um den Verlust durch DRUCK auszugleichen. Die Wasserteilchen gewinnen erneut potentielle Energie, anders als im Sverdrup-Regime aufgrund der Trägheit des Strahlstroms; diese wird im Rezirkulationsbereich wiederum in kinetische Energie umgesetzt. Vom Standpunkt der Energetik ist die Rezirkulations-Dynamik ähnlich der des westlichen Randstroms, d.h. gekennzeichnet durch ein Druckgefälle in Richtung der Strömung, das als antreibende Kraft wirkt (Freistrahldynamik).

Abb. 25 zeigt schematisch die Regime der Modellzirkulation, die sich aus den vorherrschenden Energiebalancen im Becken ergeben. Die Gebiete, in denen DRUCK eine Quelle für die kinetische Energie der Strömung darstellt, sind gerastert (Strahlstromregionen).

Der Weg einer Wassersäule in der Zirkulation ist gekennzeichnet durch eine Folge von Oszillationen im Druckniveau, die sich im Vorzeichenwechsel der Druckerarbeit widerspiegeln. Die sich aus der Druckerarbeit ergebenden Druckänderungen im Bahnverlauf einer Wassersäule sind schematisch in Abb. 26 skizziert. Es wird eine Wassersäule im äußeren "gyre" betrachtet, die irgendwo im Sverdrup-Regime mit einem Druckniveau $p = p_0$ startet. Druckänderungen werden allein

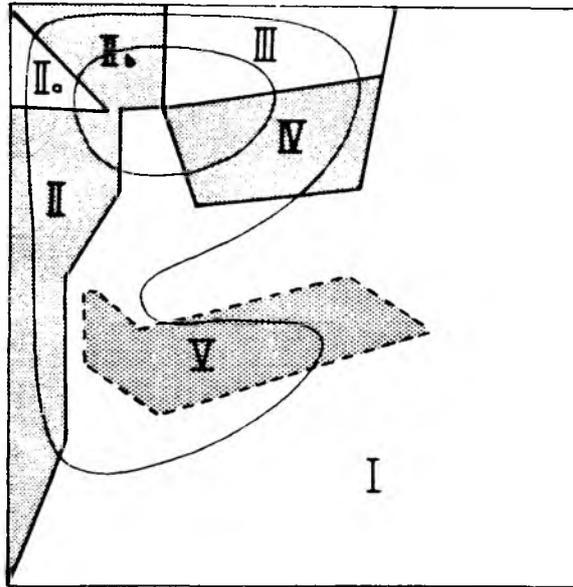


Abb. 25: Dynamische Regime der Zirkulation in Exp. 7, (schematisch) eingeteilt nach den vorherrschenden Balancen der Energietransferterme. Gerastert sind die Bereiche, in denen DRUCK den Hauptantriebsmechanismus der Strömung darstellt (Freistrahldynamik). In den bezeichneten Regionen besteht ein Gleichgewicht i.W. zwischen den Prozessen:

- I WIND \sim DRUCK
- II DRUCK \sim ADVEKTION + DIFFUSION
- IIa ADVEKTION \sim DRUCK
- IIb DRUCK (+ WIND) \sim ADVEKTION + DIFFUSION
- III ADVEKTION (+ WIND) \sim DRUCK
- IV DRUCK \sim ADVEKTION (+ WIND)

In der Übergangsregion zwischen Strahlstrom- und Sverdrup-Regime läßt sich keine sinnvolle Einteilung angeben; im Bereich V ist DRUCK \sim WIND vorherrschend.

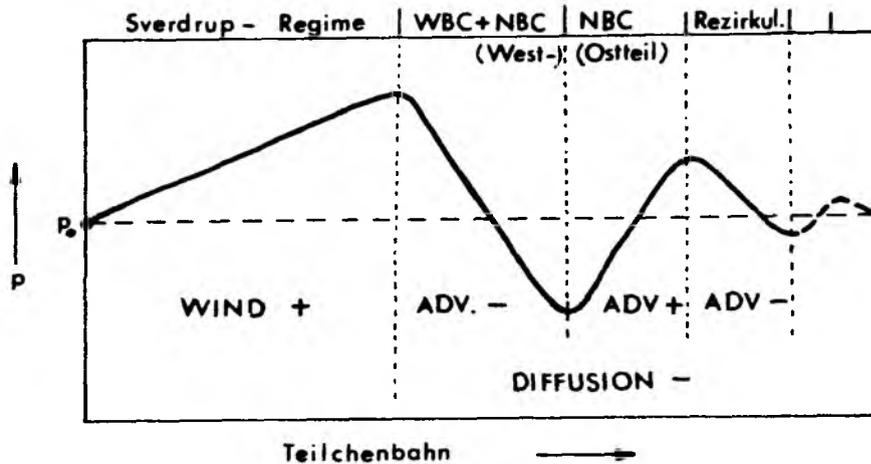


Abb. 26: Schematische Darstellung der Druckänderungen, die eine Wassersäule längs ihrer Bahn durch die Druckarbeit erfährt. Unten sind die Prozesse angegeben, die lokal die Druckarbeit in der kinetischen Energiegleichung balancieren.

durch die Druckarbeit bewirkt, $\frac{dp}{dt} = up_x + vp_y = - \text{DRUCK}$. Im Sverdrup-Regime ist DRUCK (schwach) negativ, p wird größer, d.h. die Wassersäule hat eine Bewegungskomponente in Richtung des Druckgradienten. Der Druck, bzw. die potentielle Energie, erreicht ein Maximum vor Eintritt in die Grenzschicht. In der Grenzschicht schießt die Strömung den Druck"berg" wieder hinunter, die potentielle Energie wird umgewandelt in kinetische Energie. In einem rein viskosen Regime (linearer Fall) wird die Erzeugung der kinetischen Energie lokal durch die Dissipation balanciert und die Wasserteilchen verlassen die Grenzschicht, wenn das Ausgangs-Druckniveau wieder erreicht ist. Im nicht-linearen Fall bewirkt die Trägheit der Wassermassen ein mehrfaches Oberschießen der Gleichgewichtslage. Die Teilchen können erst in das Sverdrup-Regime eintreten, nachdem die Oszillationen zwischen potentieller und kinetischer Energie durch die Reibung abgeklungen sind. Hier zeigt sich wiederum, daß die vorgegebene Modellreibung einen entscheidenden Einfluß auf die Ausbildung der Rezirkulationszone, bzw. auf die Struktur der Strömung im Übergangsbereich zwischen Grenzschicht und Sverdrup-Regime hat.

5. QUASI-STATIONÄRE LÖSUNGEN

Bedingt durch die begrenzte Auflösung des numerischen Modells sind die Austauschkoeffizienten, bzw. die Ekman-Zahlen, in den bisherigen Rechnungen noch zu groß gegenüber den "ozeanischen" Werten, die sich aus den Skalenbetrachtungen in Abschnitt 2.2 ergaben. Daraus ergibt sich die Ausgangsfragestellung für die folgenden Abschnitte: Wie verhält sich die Lösung der BVG gegenüber den "klassischen", stark diffusiven Zirkulationsexperimenten, wenn die Grenzschichtskalen verkleinert und damit den ozeanischen Werten angepaßt werden? Entsteht ein "Wirbel"feld wie in den (Mehrschichten-)EGCMs, welches sind die Eigenschaften dieses Feldes und was ist der Effekt der lateralen Wirbel-Flüsse von Vorticity, Energie und Impuls auf die Horizontalstruktur der mittleren Zirkulation?

Tabelle 5 gibt eine Übersicht über die Experimente. Um einen freien ostwärtigen Strahlstrom zu erzeugen, wurde hier eine Anregung mit einem bzgl. $y = \pi B/2$ antisymmetrischen Windfeld zugrunde gelegt ($\text{rot } \vec{\tau} = -T_0 \sin 2\pi/B y$), was eine doppelte Zirkulationszelle, antizyklonal in der Süd-, zyklonal in der Nordhälfte des Beckens, bedingt.

Die Diskussion konzentriert sich zunächst auf Experiment 14, dessen Ergebnisse im Zusammenhang dargestellt werden. Die Ergebnisse der übrigen Experimente werden zur Ergänzung herangezogen, um die Einflüsse der verschiedenen Modellparameter auf die Lösungseigenschaften zu untersuchen.

Tabelle 5: Experimente zur Rolle des Wirbelfeldes in der Zirkulation.

Die Angabe der dimensionsbehafteten Parameter A_H und H bezieht sich auf $T_0 = 1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, $L=2000 \text{ km}$, $\beta = 2 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-1}$

Exp.	E_L	Ro	δ_I / δ_L	$A_H (\text{cm}^2 \text{ s}^{-1})$	$H(\text{m})$	Bem.
Experimente mit quasi-stationärer Lösung						
14	$1 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-3}$	0.8	$5.2 \cdot 10^6$	692	
15	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	0.9	$2.6 \cdot 10^6$	881	
16	$4.2 \cdot 10^{-5}$	$7.8 \cdot 10^{-4}$	0.8	$2.2 \cdot 10^6$	1242	
Ergänzende Experimente						
17	Parameter wie Exp. 14; Asymmetrisches Windfeld; Mäander					
18	Parameter wie Exp. 14; Integration ausgehend vom mittleren Feld $\bar{\psi}$					
19	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$	0.8	$1.2 \cdot 10^8$	85	stationäre Lsg.
20	$6.0 \cdot 10^{-4}$	$4.6 \cdot 10^{-3}$	0.8	$3.1 \cdot 10^7$	211	stationäre Lsg.

5.1. MOMENTAUFNAHMEN DER ZIRKULATION

Das Einschwingverhalten der Modellzirkulation, charakterisiert z.B. durch den zeitlichen Verlauf der kinetischen Energie im Becken (Abb. 27), ist durch drei Phasen gekennzeichnet:

- (a) der Aufbau des WBC/NBC-Systems, verbunden mit einem kontinuierlichen Anstieg der Gesamtenergie,
- (b) eine Phase (etwa nach 400 Tagen), in der Fluktuationen im Energieverlauf sichtbar werden und anwachsen, bis
- (c) im zeitlichen Mittel (nach etwa 800 Tagen) ein Gleichgewichtszustand erreicht wird, mit regelmäßigen Fluktuationen um eine konstante mittlere Energie.

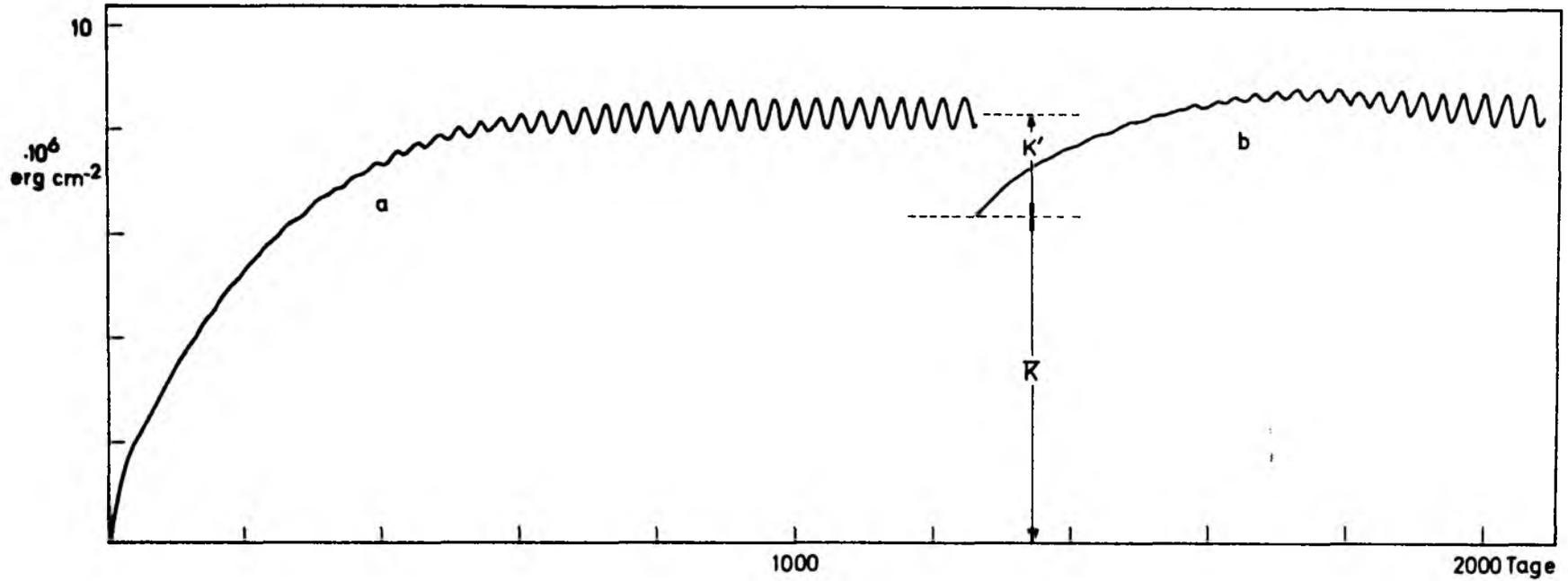
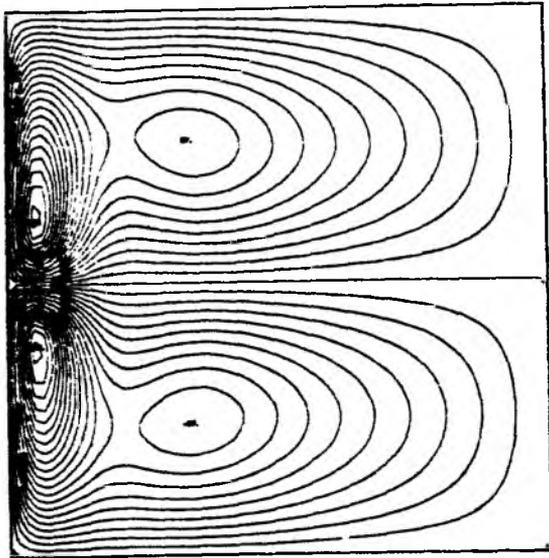
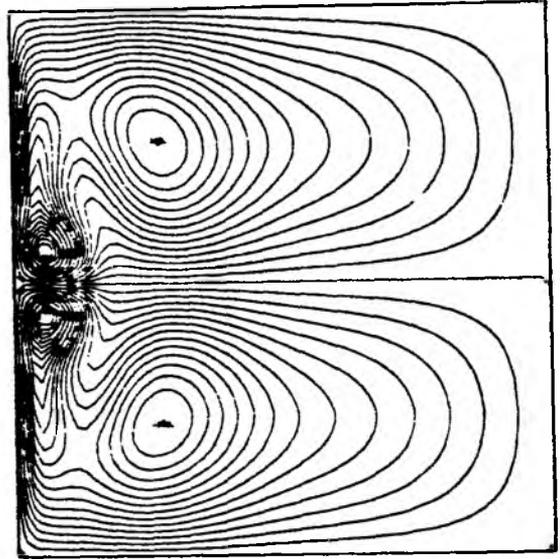


Abb. 27: Beckengemittelte kinetische Energiedichte als Funktion der Zeit für Exp. 14(a) und Exp. 18(b). \bar{K} ist die Energie des mittleren Feldes und K' die mittlere Energie der Fluktuationen in den quasi-stationären Gleichgewichtszuständen. Das Anfangsfeld von Exp. 18 ist der mittlere Zustand von Exp. 14.



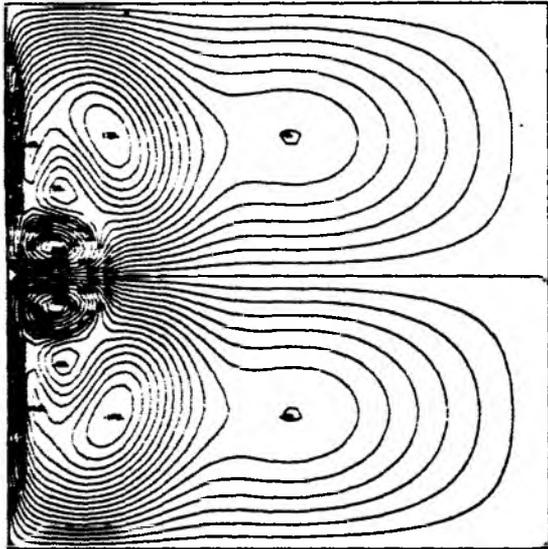
t=27 (Tage)

$\Psi_{max} = 4.24$



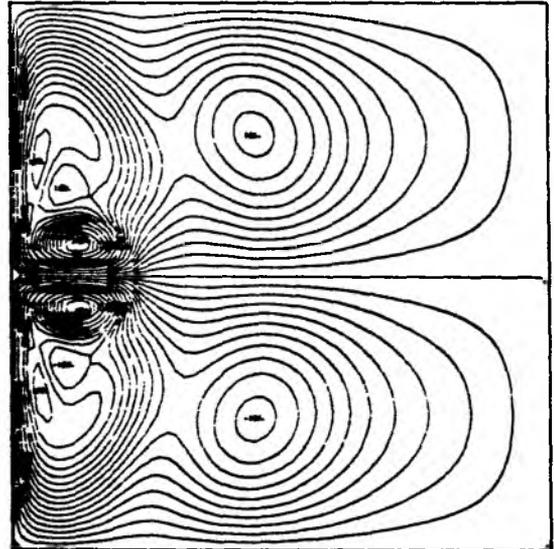
t=36

$\Psi = 4.78$



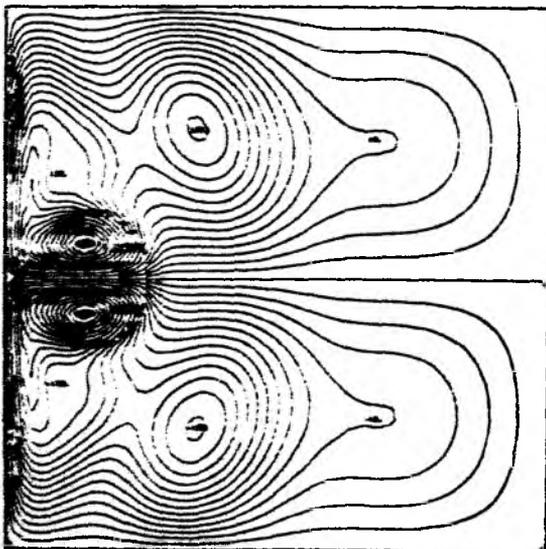
t=45

$\Psi = 5.20$



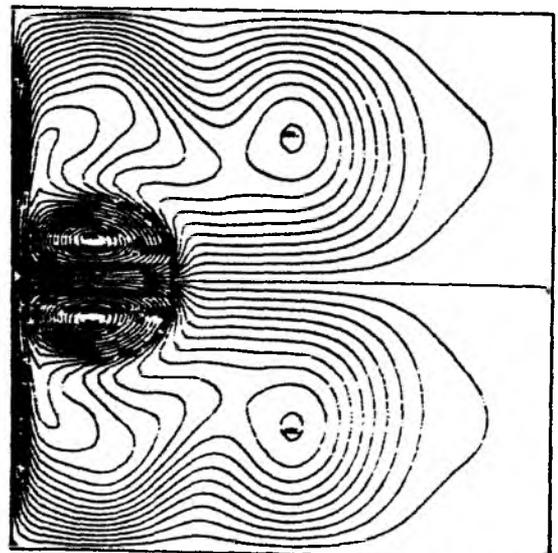
t=54

$\Psi = 5.44$



t=63

$\Psi = 5.98$



t=81

$\Psi = 6.20$

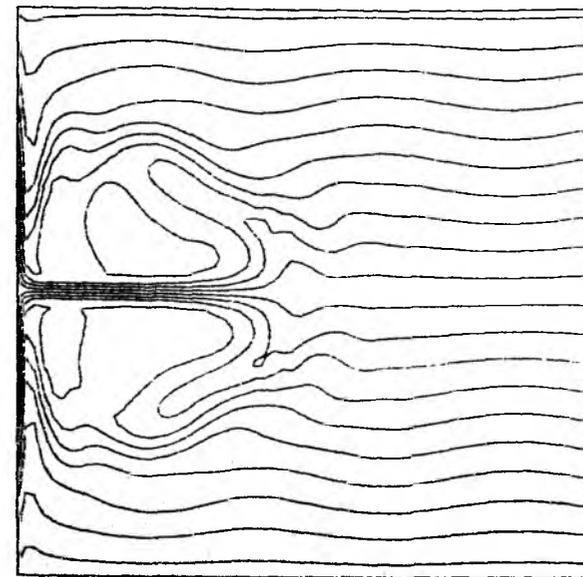
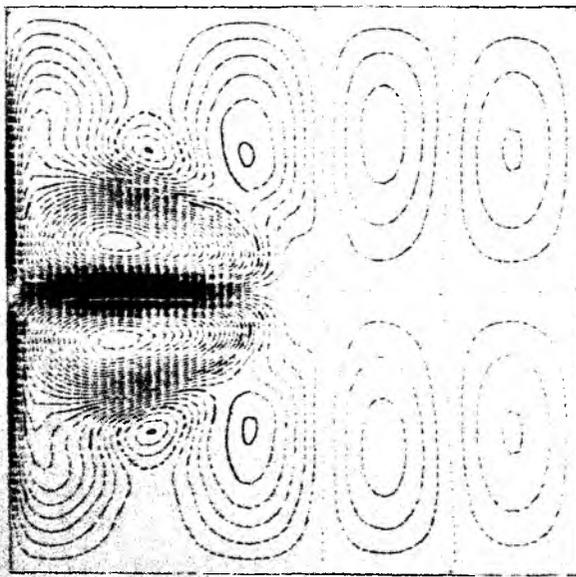
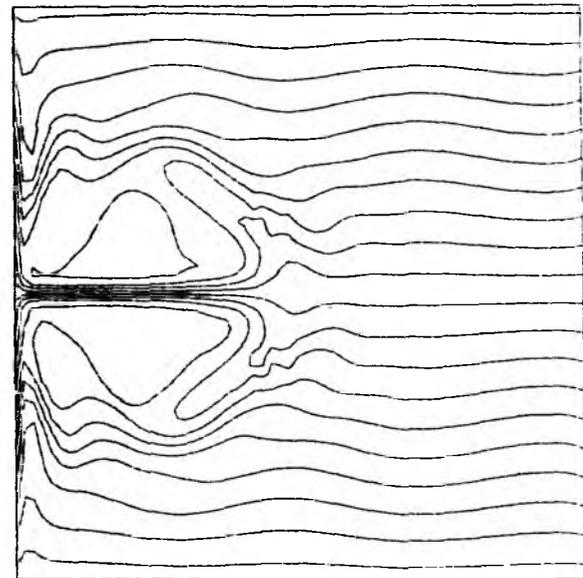
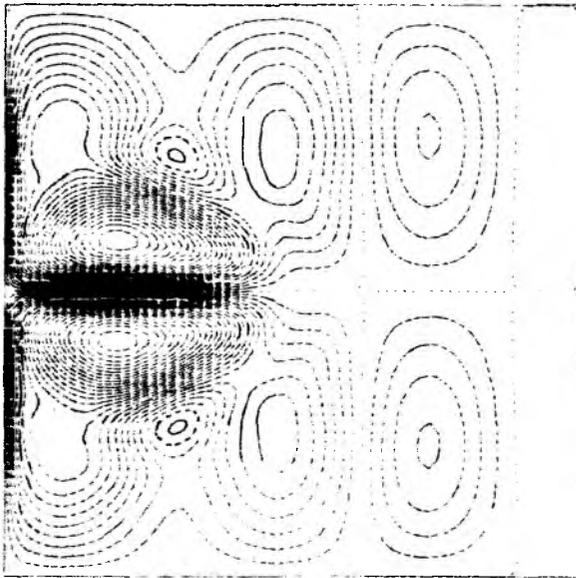
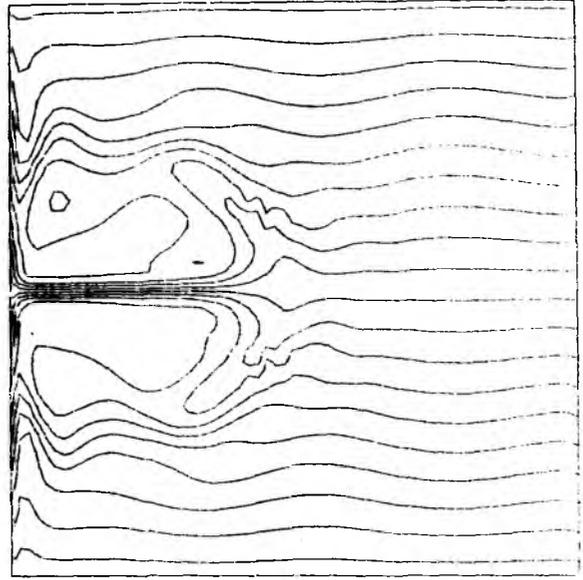
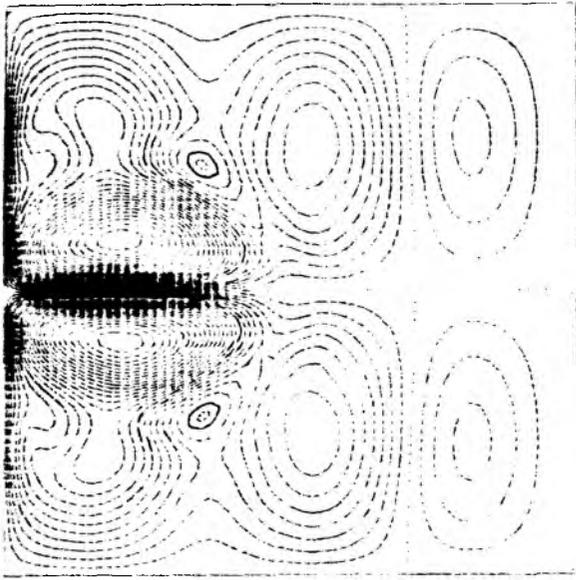
Abb. 28

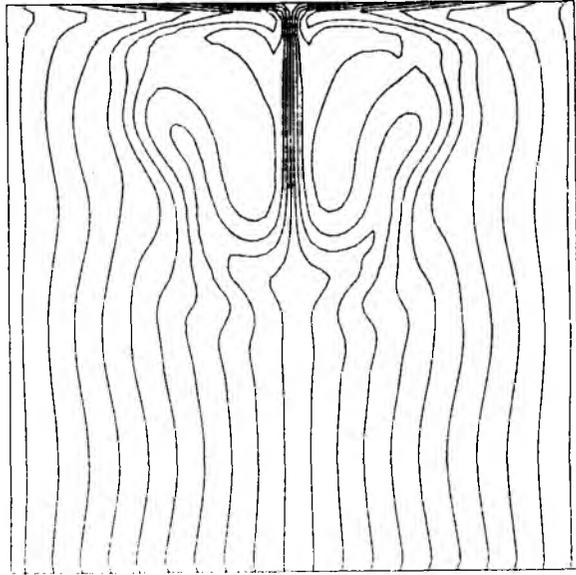
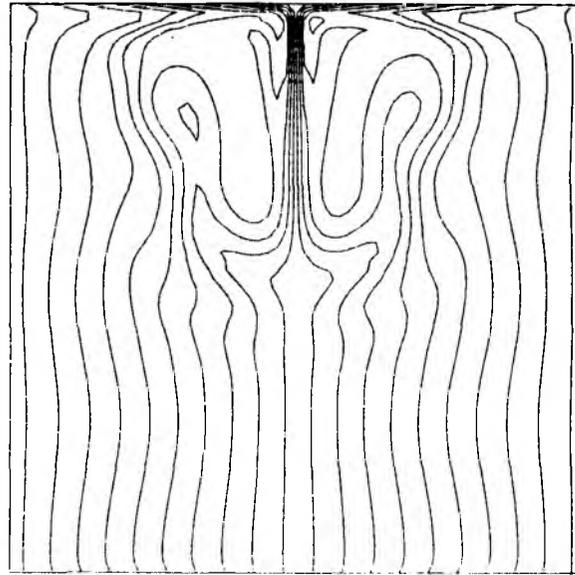
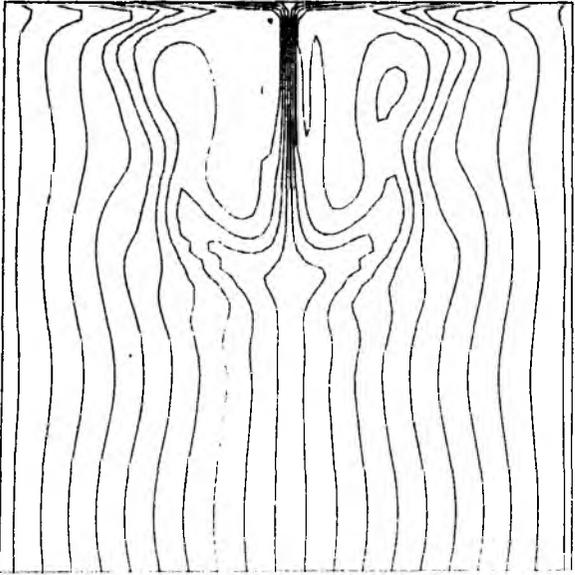
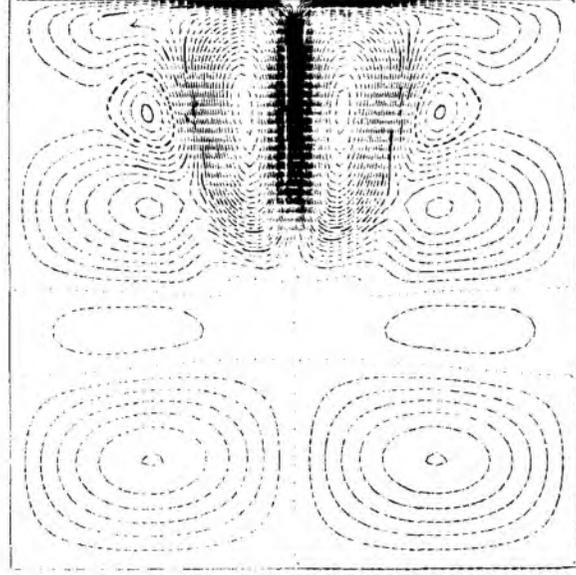
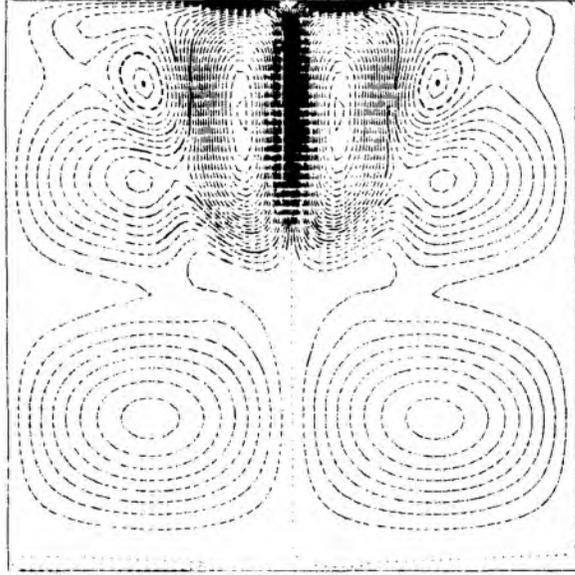
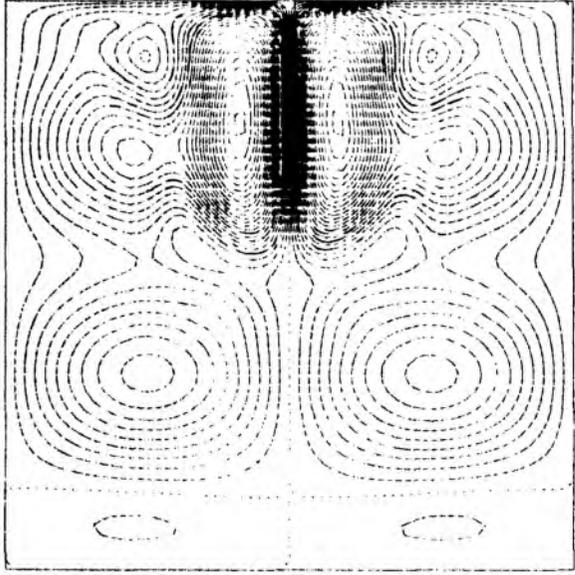
In der Aufbauphase (a) (Abb. 28) ist das Strömungsfeld im Beckeninneren geprägt durch ein großräumiges Rossbywellenfeld mit westwärtiger Phasenausbreitung, verbunden mit einer stetigen Energieakkumulation im westlichen Randbereich. Der westliche Randstrom (WBC) ist bereits nach einigen 10 Tagen etabliert. Im weiteren Verlauf werden hier die advektiven Terme wichtig und weiter ankommende Energie führt zur Nord-(Süd-)Verlagerung des Maximums der antizyklonalen (zyklonalen) Zirkulationszelle und zur Ausbildung des ostwärtigen Strahlstroms (NBC) in der Beckenmitte $y = \pi B/2$. Dieser ist von Anfang an verbunden mit einer Rezirkulationszelle. Nach etwa 60 - 80 Tagen ist das Randstromsystem ganz ähnlich dem der stationären Lösung von Experiment 4 ($\delta_I/\delta_L = 0.8$; $\psi_{\max} = 5.41$). Hier reicht die verkleinerte Diffusivität jedoch nicht mehr aus, um bereits ein Gleichgewicht mit der antreibenden Kraft des Windfeldes zu erreichen. Die weiter anwachsende Energie findet ihren Ausdruck vor allem in der Intensivierung der Rezirkulationszelle.

In Phase (b) (Abb. 29) haben der ostwärtige Strahlstrom und die Rezirkulationszelle nahezu ihre maximale Intensität erreicht. In dieser Phase beginnen sich zusätzlich zum noch vorhandenen, großskaligen Rossbywellenfeld kleinskalige, intensive Wirbelstrukturen an der Flanke der westwärtigen Rezirkulation auszubilden. Deren Strömungsgeschwindigkeiten (Energiedichten) sind etwa um einen Faktor 2(4) größer als die des großräumigen Wellenfeldes im Ostteil des Beckens.

Abb. 28: Eine Folge von Momentaufnahmen der Stromfunktion ψ in der Aufbauphase A der Zirkulation; Exp. 14; Isolinienabstand $\Delta\psi = 0.2$ (dimensionslos) bzw. $2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ (2 Sv); Zeit t in Tagen, Bildfolge mit $\Delta t = 4,54$ Tagen

Abb. 29: Momentaufnahmen der Stromfunktion ψ und der potentiellen Vorticity q aus Phase B; Exp. 14; Isolinienabstände $\Delta\psi = 0.4$, $\Delta q = 0.2 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$; Zeit t in Tagen, $\Delta t = 4,54$ Tage





Der Lebenszyklus eines Wirbels ist noch einmal in Abb. 30 dargestellt. Die Lebensdauer umfaßt etwa 36 Tage von der Entstehung im Ostteil der Rezirkulationsregion bis zur Auflösung bei Erreichen des westlichen Randstroms. Die Verlagerungsgeschwindigkeit des Wirbelzentrums beträgt etwa 26 cm/s.

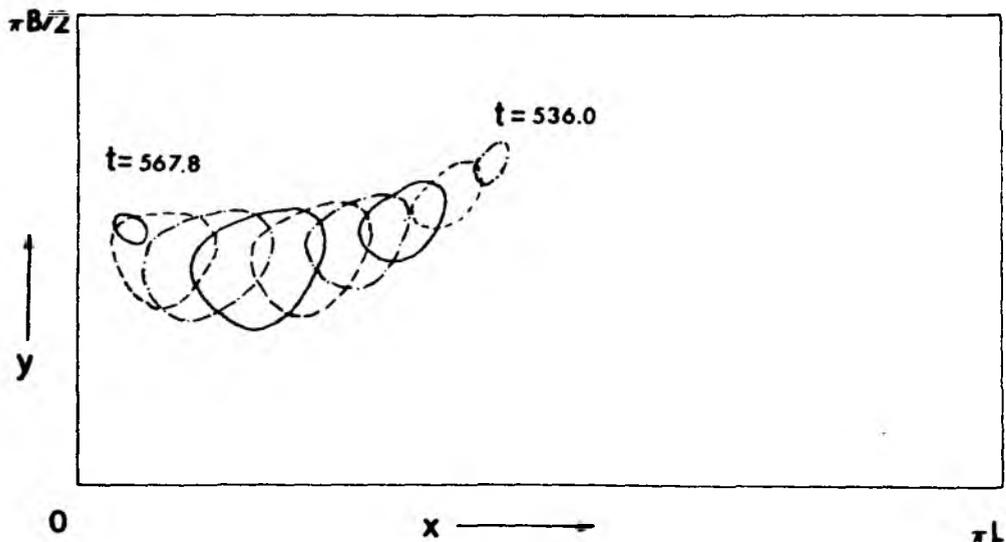


Abb. 30: Lebenszyklus eines zyklonalen Wirbels an der Flanke der antizyklonalen, westwärtigen Rezirkulation in Phase B (Exp. 14) von der Entstehung bis zum Erreichen des westlichen Randstroms; $\Delta t = 4,54$ Tage; eingezeichnet ist jeweils die äußerste geschlossene Stromlinie

Abb. 31 verdeutlicht, wie sich die Fluktuationen in der potentiellen Vorticity niederschlagen. Der Verlauf der Isostrophen ist - auch in diesen Momentaufnahmen, in denen die mittlere Sverdrup-Strömung völlig überlagert ist vom Fluktuationfeld - im Beckenostteil beherrscht vom planetarischen Vorticitygradienten. Die Abweichungen vom zonalen Verlauf aufgrund des Fluktuationfeldes sind hier klein, sie schlagen sich als nach Westen fortschreitende Welle nieder. Im Westteil fällt die ausgeprägte, durch die mittlere Advektion von Vorticity hervorgerufene, zungenförmige Struktur auf, deren Ausdehnung im Verlauf eines Wirbelzyklus kräftig schwankt. Die Wirbelstrukturen selbst drücken sich im wellenförmigen Verlauf der

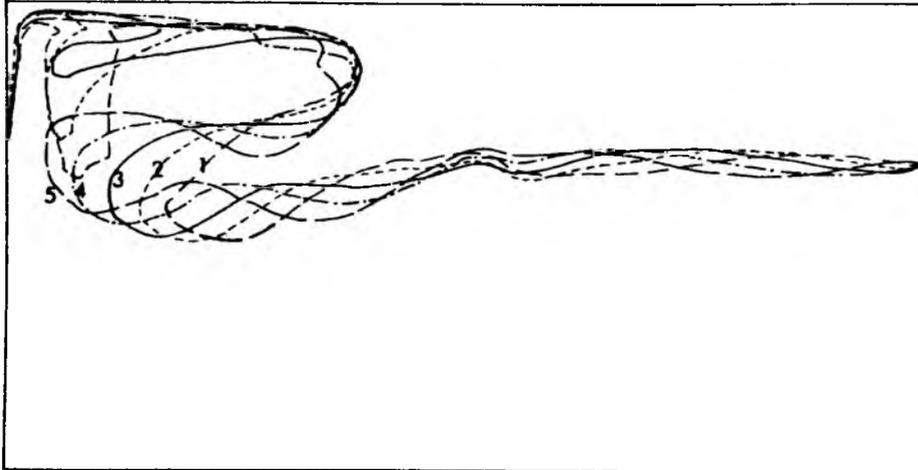


Abb. 31: Fluktuationen im Verlauf der potentiellen Vorticity.
Eingezeichnet ist die Isolinie $q = 8.70 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ von
 $t_1 = 549.6$ bis $t_5 = 567.8$ im Abstand $\Delta t = 4,5$ Tage

Isoستروفهن südlich dieser Zunge aus, wobei die Amplituden deutlich größer sind als im Ostteil.

Die hier vorliegende Umkehrung des meridionalen Gradienten der potentiellen Vorticity, d.h. der Vorzeichenwechsel von $\beta - \frac{d^2 u}{dy^2}$, ist nach der Theorie der barotropen Instabilität zonaler Strömungen mit meridionaler Scherung auf der β -Ebene (z.B. PEDLOVSKY, 1979) eine notwendige Bedingung für das Anwachsen von Störungen im Integrationsgebiet.

Bemerkenswert ist hier die Lage der Wirbelentstehungsregion: nicht im ostwärtigen Strahlstrom, wo die Stromscherungen am größten sind, sondern an der Flanke der westwärtigen Rezirkulation. Die Entstehungsregion ist dabei nicht identisch mit dem Bereich $\partial q / \partial y < 0$; die maximale Wirbelintensität tritt außerhalb dieses Bereichs auf (Abb. 32) (dazu auch: Abschnitt 6.2.4.).

(Die Frage der Stabilität des ostwärtigen Jets, die bedingt, daß die Lösung weiterhin nahezu antisymmetrisch zur Beckenmitte bleibt, wird in ergänzenden Experimenten, Abschnitt 5.4, weiter

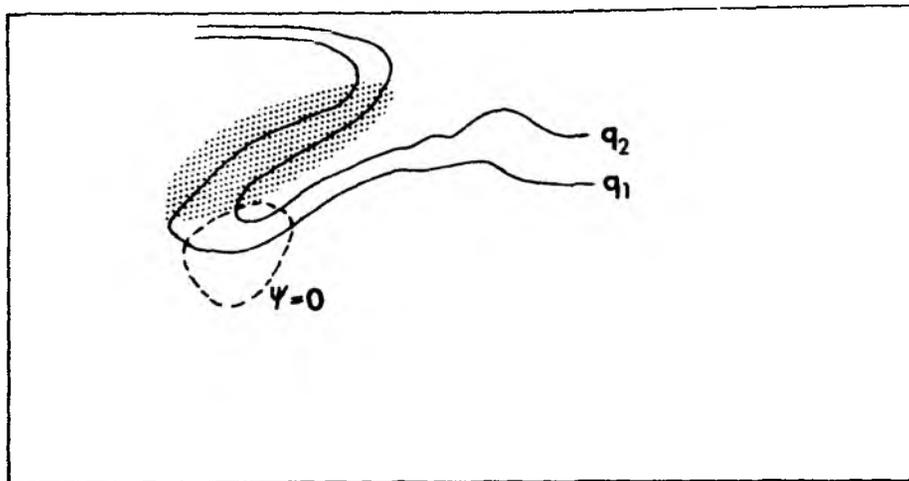


Abb. 32: Wirbelposition in Relation zum Bereich des umgekehrten Vorticitygradienten $\partial q/\partial y < 0$ (gerasterter Bereich);
 $t = 549.6$; $q_1 = 8.70 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $q_2 = 8.74 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

untersucht.)

Im weiteren zeitlichen Verlauf des Experiments finden deutliche Änderungen in den Eigenschaften des Wirbelfeldes statt. Zwar bleiben die Entstehungs- und Zerfallsregion und der Weg des Wirbelzentrums im wesentlichen bestehen, doch wächst die räumliche Ausdehnung der Störungen stark an. Die Momentaufnahmen aus der Gleichgewichtsphase (c) (Abb. 33) zeigen, daß der "Wirbel"charakter hier praktisch verschwunden ist. Das Fluktuationfeld hat auch im Westteil jetzt den Charakter einer beckenweiten Schwingung. Im Ostteil ist die Amplitude des Fluktuationfeldes gegenüber Phase (b) größer geworden (etwa 2 - 3 fach größere Energiedichte).

Die Energieanalyse in Abschnitt 6.2 zeigt, daß eine "Abstrahlung" von Fluktuationsenergie aus der eigentlichen Erzeugungsregion auftritt, i.W. infolge der Divergenz der Druckerbeit des Wirbelfeldes. Das dadurch im gesamten Becken angeregte Fluktuationfeld "fühlt" nun die Existenz der Beckenränder und es kommt zur bevorzugten, resonanten Anregung von Beckenschwingungen. Dieses sicherlich unrealistische Phänomen scheint ein generelles Problem der EGCMs ohne Bodentopographie und mit einfacher Rechteckgeometrie darzustellen:

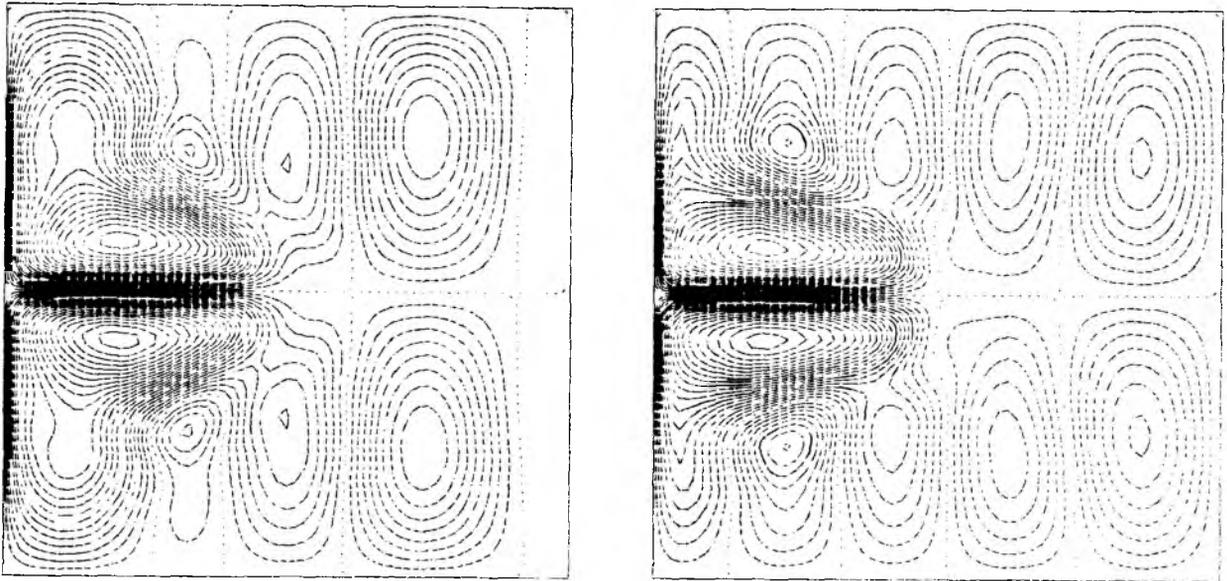


Abb. 33: Momentaufnahmen von ψ aus der Gleichgewichtsphase C;
Exp. 14; Isolinienabstand $\Delta\psi = 0.4$

Die Skalen des Fluktuationfeldes im statistischen Gleichgewichtszustand werden weniger durch die Skalen der instabilen Störungen der mittleren Strömung als durch die angeregten Beckenschwingungen bedingt.

Die in der Gleichgewichtsphase im Energieverlauf auftretende Periode von etwa 31 Tagen entspricht nahezu der theoretischen Periode der 2,2-Beckenmode:

Tabelle 6: Theoretische Perioden der ersten Ordnungen der quasi-geostrophischen Beckenschwingungen (bezogen auf ein

2000x2000 km Becken); $\omega_{m,n} = \frac{\beta/2}{\left[\frac{2^2 \pi^2 m^2}{L^2} + \frac{2^2 \pi^2 n^2}{B^2} \right]^{1/2}}$; $T_{m,n} = \frac{2\pi}{\omega_{m,n}}$.

$T_{1,1} = 16.2$ Tage

$T_{1,2} = 25.5$ Tage

$T_{2,2} = 32.3$ Tage

$T_{1,3} = 36.1$ Tage

Abb. 34 zeigt Zeitreihen der Geschwindigkeitskomponenten u und v an verschiedenen Stellen in der antizyklonalen Zirkulationszelle. Die 31-tägige Periode ist in allen Registrierungen vorherrschend. Im zentralen ostwärtigen Strahlstrom tritt offenbar eine zusätzliche 15 - 16-tägige Periode auf, die auf eine schwache Mitanregung der (1,1)-Mode hindeutet. Diese besitzt hier, nahe $y = B/2$ ihre größte Amplitude in v und kann dadurch in der Zeitreihe gegenüber der sonst dominierenden (2,2)-Mode hervortreten. Die Geschwindigkeitsoszillationen sind in allen Beckenbereichen vorhanden. Dabei ist das Verhältnis der Schwankungsamplitude zur mittleren Geschwindigkeit, der "Turbulenzgrad" des Strömungsfeldes, sehr unterschiedlich: Im zentralen ostwärtigen Strahlstrom

$$(r = \frac{u'_{\text{eff}}}{u_{\text{mittel}}} = \frac{0(7 \text{ cm/s})}{0(135 \text{ cm/s})} \sim 0.05)$$

und dem intensiven, inneren Bereich der westwärtigen Rezirkulation ($r = \frac{0(15)}{0(55)} \sim 0.3$) dominiert die mittlere Strömung. Überall sonst ist das momentane Strömungsfeld von den Fluktuationen beherrscht: $r = 0(30)/0(8) \sim 4$ am Rand und $r = 0(25)/0(8) \sim 3$ dicht außerhalb der Rezirkulationszone und $r = 0(19)/0(2) \sim 10$ im Sverdrup-Regime. (Dies ist ein rein kinematisches Verhältnis; eine große Fluktuationsamplitude bedeutet nicht notwendigerweise, daß die Fluktuationen auch

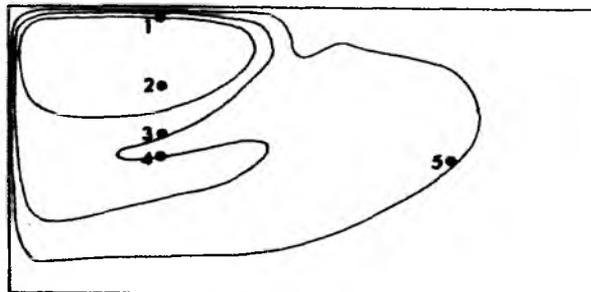
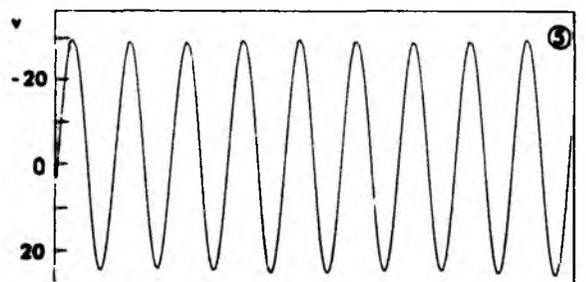
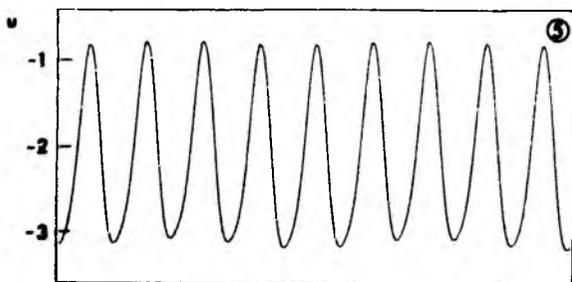
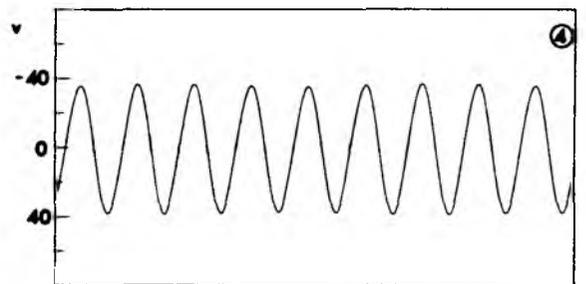
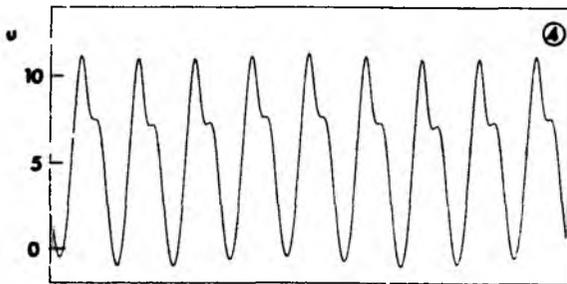
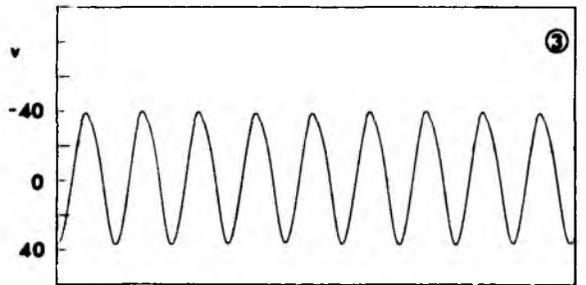
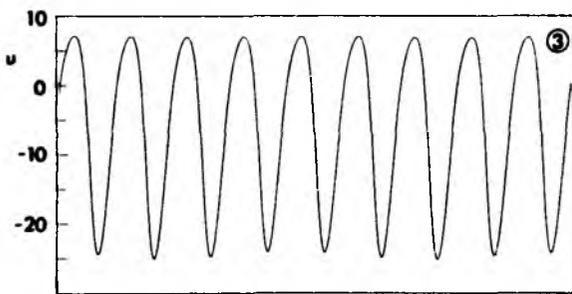
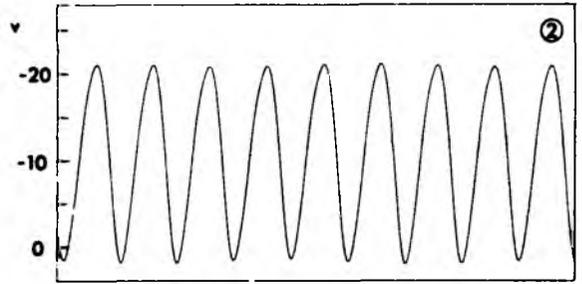
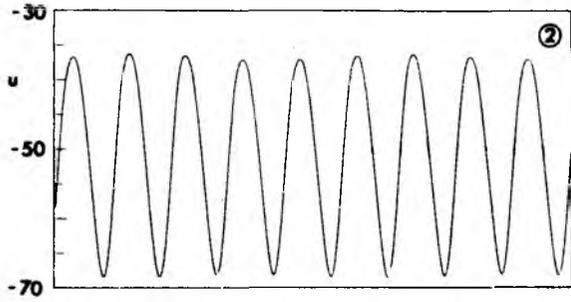
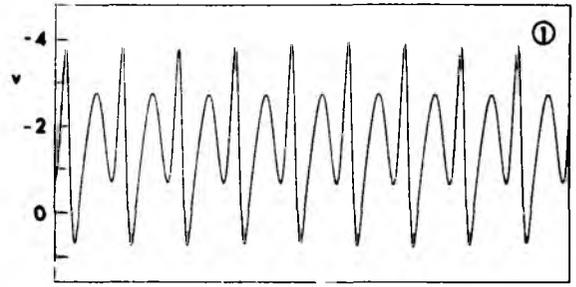
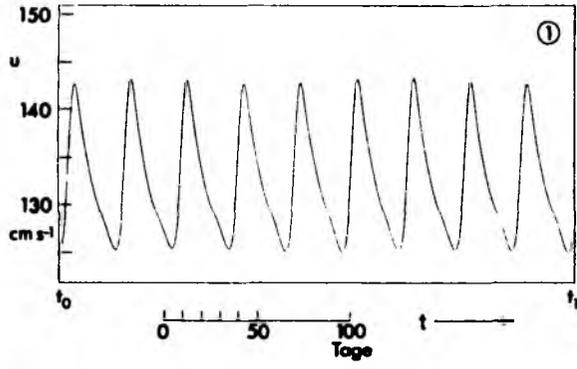


Abb. 34: Zeitreihen der vertikal gemittelten Geschwindigkeitskomponenten $u(t)$, $v(t)$ an verschiedenen Beckenpositionen in der Gleichgewichtsphase von Tag $t_0 = 984$ bis $t_1 = 1262$



einen dynamischen Einfluß auf die mittlere Zirkulation haben; siehe dazu die Charakterisierung der Nichtlinearität des Fluktuationfeldes im nächsten Abschnitt.)

Im folgenden wird eine Aufspaltung der Felder in der Gleichgewichtsphase (z.B. $\psi(x,y,t)$ in einen zeitlich gemittelten Anteil ($\bar{\psi}(x,y)$) und die Fluktuationen um diesen Mittelwert ($\psi'(x,y,t) = \psi - \bar{\psi}$) vorgenommen, um deren Eigenschaften getrennt zu diskutieren.

5.2. EIGENSCHAFTEN DES FLUKTUATIONSFELDES

Die Zeit- und Längenskalen des Fluktuationfeldes werden in Phasendiagrammen deutlich, die die zeitliche Änderung des ψ' -Feldes in Zonal- und Meridionalschnitten darstellen (Abb. 35). Deutlich wird die bimodale Struktur mit Schwingungsknoten in der Beckenmitte. Die Phasenausbreitung ist generell westwärts, die Phasengeschwindigkeit c beträgt 35.6 cm/s im Ost- und 29.6 cm/s im Westteil. Die Periode T von 31 Tagen stimmt mit der Periode der Schwankungen der Beckenenergie überein. Aus $\lambda = cT$ ergeben sich zugehörige Ost-West Wellenlängen (λ_x) von 944 km bzw. 780 km. Die sich für diese λ_x (sowie $\lambda_y = 1000$ km) aus der Dispersionsrelation der barotropen Rossbywellen ergebenden, theoretischen Phasengeschwindigkeiten ($c = \beta/k^2$) sind 36,8 cm/s bzw. 26.8 cm/s.

Interessant ist ein Vergleich der Skalen und Ausbreitungseigenschaften des Fluktuationfeldes mit den Ergebnissen eines baroklinen Modells (HOLLAND (1978): Exp. 1 (H-1)). Dazu beziehen wir die Ergebnisse des barotropen Modells auf die von HOLLAND verwendete Beckenskala $L = 1000$ km. Damit haben wir eine Periode $T = 62$ Tage und im Ostteil $\lambda_x = 472$ km, $c = 8,9$ cm/s, sowie im Westteil $\lambda_x = 390$ km, $c = 7,4$ cm/s.

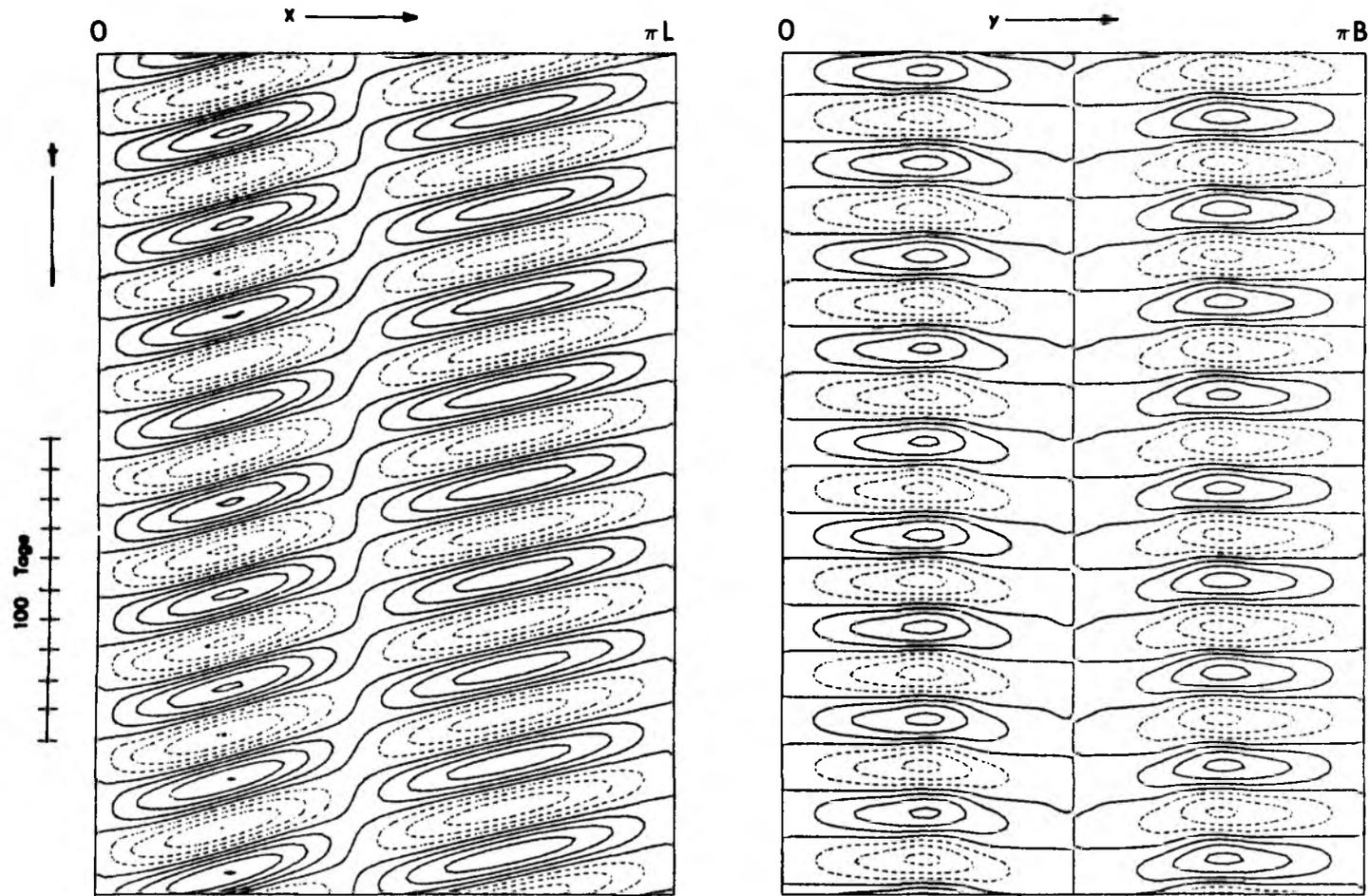


Abb. 35: Phasendiagramme aus der Gleichgewichtsphase von Exp. 14
 a) $\psi'(x,t)$ für einen Zonalschnitt bei $y = \pi B/4 = 500$ km
 b) $\psi'(y,t)$ für einen Meridionalschnitt bei $x = \pi L/4 = 500$ km

Abb. 36 zeigt Phasendiagramme aus Experiment H-1. Die westwärtige Phasengeschwindigkeit ist hier $c = 7,2 \text{ cm/s}$, ebenfalls mit einer Tendenz zu kleineren Werten in der Westhälfte des Beckens. Die dominierende Periode ist $T = 64 \text{ Tage}$. Das Fluktuationfeld im baroklinen Modell ist, außer in unmittelbarer Nähe der Erzeugungsregion, charakterisiert durch barotrope Rossbywellen.

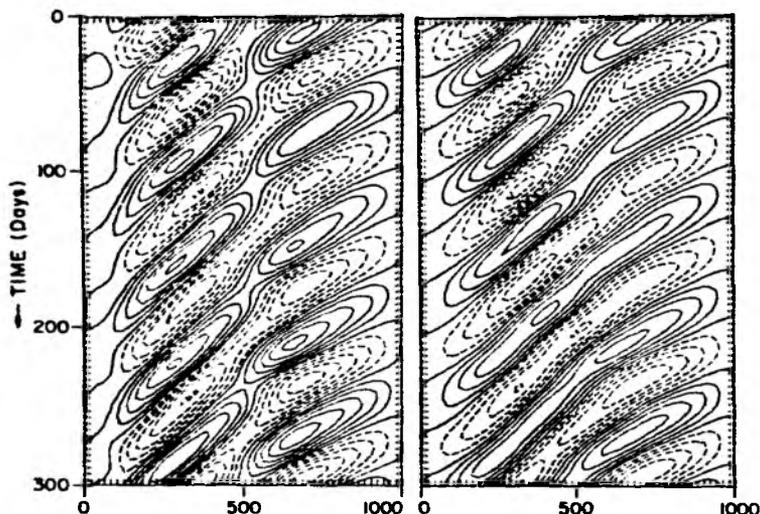


Abb. 36: Phasendiagramme für Exp. H-1, aus HOLLAND (1978).

Meridionalschnitt bei $y = 760 \text{ km}$; links $\psi'(x,t)$ in der oberen, rechts $\psi'(x,t)$ in der unteren Schicht

Die Ähnlichkeit der beiden Modellergebnisse ist ein weiterer Hinweis, daß nicht der Instabilitätsmechanismus (in H-1 überwiegend barokline Instabilität der westwärtigen Rezirkulation), sondern der Einfluß der Beckengeometrie für die horizontale Struktur des ausgebildeten Fluktuationfeldes entscheidend ist.

Als Maß für die "Intensität" des Fluktuationfeldes läßt sich die mittlere kinetische Energie oder auch die mittlere Enstrophy der Fluktuationen angeben (Abb. 37, 38, 39). Beide Felder zeigen eine ähnliche Verteilung, mit maximalen Konzentrationen in der Westhälfte des Beckens am Rand der westwärtigen Rezirkulationsregion und hineinreichend in den westlichen Randstrom.

Eine wesentliche Eigenschaft des Fluktuationfeldes, was die Wechselwirkung mit der mittleren Zirkulation betrifft, ist der Grad der Nichtlinearität. Es lassen sich verschiedene, einander äquivalente

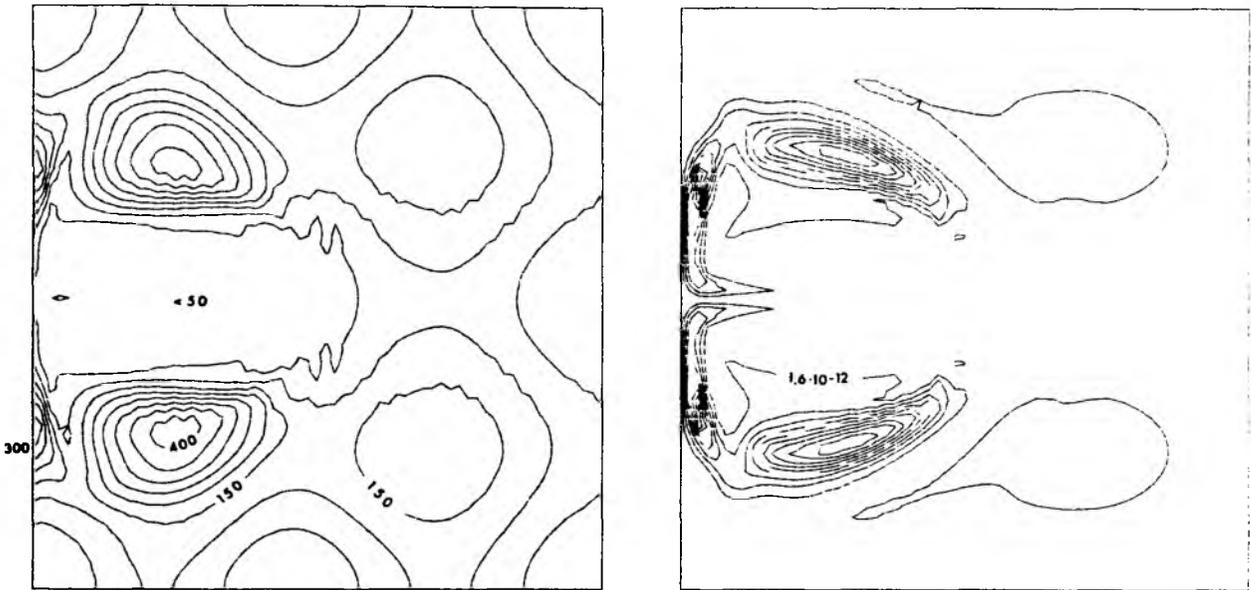


Abb. 37: Mittlere kinetische Energie des Fluktuationfeldes (MKEF) $1/2 (u'^2 + v'^2)$: u' , v' vertikal gemittelte Geschwindigkeitskomponenten. Maximum $428 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, Abstand $50 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$.

Abb. 38: Mittlere Enstrophy des Fluktuationfeldes, $1/2 \overline{q'^2}$, Abstand $1,6 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-2}$

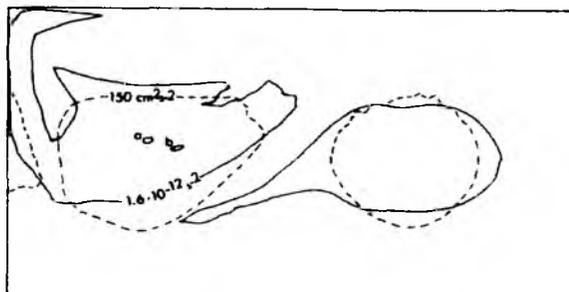


Abb. 39: Vergleich der Verteilung von Wirbelenergie und Wirbelenstrophy für die antizyklonale Zirkulationszelle

Maßzahlen für die Nichtlinearität (die "Steilheit") eines Wellenfeldes angeben. Dies sind z.B.: $\epsilon = u'/c$ und $u'/k\omega$, das Verhältnis der Teilchengeschwindigkeit der Welle zur Phasengeschwindigkeit; $\epsilon = Ro^*f_0/\omega$, mit $Ro^* = u'/f_0L = u'k/f_0$ der Rossby-Zahl der Bewegung; $\epsilon = \zeta'/f$, das Verhältnis der Störungs-Vorticity zur planetarischen Vorticity.

Quantitative Abschätzungen lassen sich z.B. durchführen mit den Phasengeschwindigkeiten aus Abb. 35 und den Teilchengeschwindigkeiten aus Abb. 34. Damit ergeben sich Werte zwischen $\epsilon \sim 0.5$ im Sverdrup-Regime und inneren Rezirkulationsbereich ($u'_{eff}/c = 0(19)/0(36)$, bzw. $0(15)/0(30)$) und $\epsilon \sim 1.0$ am Rand und außerhalb der Rezirkulationszone ($0(30)/0(30)$, bzw. $0(25)/0(30)$). Im letzteren Bereich läßt sich damit der relativ größte dynamische Einfluß der Fluktuationen auf die mittlere Strömung infolge nicht-linearer Wechselwirkungen erwarten.

5.3. DIE MITTLERE ZIRKULATION

Das zeitlich gemittelte Stromfunktionsfeld in der quasi-stationären Phase ist in Abb. 40 dargestellt. Es ist nahezu antisymmetrisch zur Beckenmitte; wir können uns daher auf eine Diskussion des antizyklonalen gyre beschränken. Bemerkenswert ist die starke Konzentration des Transports auf den intensiven "sub-gyre". Dies wird ebenfalls deutlich in der Verteilung der kinetischen Energie (Abb. 41).

Das Strömungsfeld in der Becken-Osthälfte, in den Momentaufnahmen durch das großskalige Wellenfeld beherrscht, zeigt wie in den stationären Lösungen der BVG wieder die typische Zirkulationsstruktur des Sverdrup-Regimes. Der aus diesem Bereich in die westliche Grenzschicht eintretende Transport beträgt etwa 20 Sv. Der Transport des Strahlstroms steigt stromabwärts stark an und erreicht ein Maximum von 87,4 Sv nach der Separation vom Westrand (in jeder Zirkulationszelle; der Gesamttransport des ostwärtigen Strahlstroms beträgt das Doppelte). Mehr als 75 % der Wassermassen rezirkulieren im "sub-gyre". Südlich dieser Rezirkulationszelle - in dem Bereich, der in den Momentaufnahmen durch maximale Wirbelintensität gekennzeichnet ist - finden wir eine mittlere ostwärtige Strömung.

Die potentielle Vorticity des mittleren Feldes (Abb. 42) ist im Sverdrup-Regime völlig vom planetarischen Vorticitygradienten

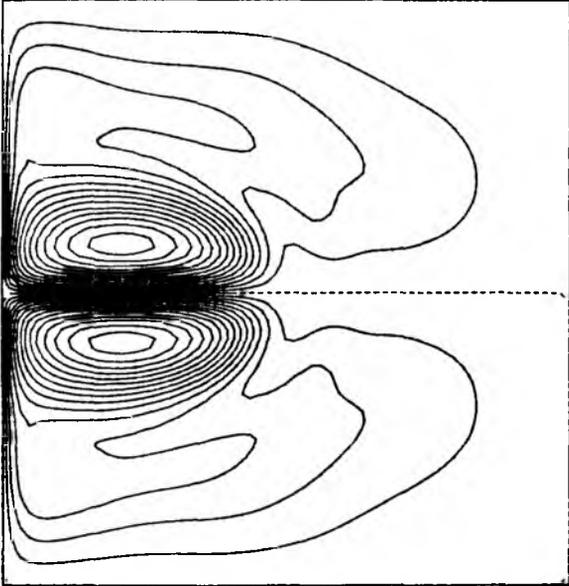


Abb. 40: Mittlere Stromfunktion $\bar{\psi}(x,y)$
von Exp. 14; Maximum $\bar{\psi}_{\max} = 8.74$ (Transport
jeder Zirkulationszelle 87.4 Sv); Isolinen-
abstand $\Delta\bar{\psi} = 0.6$ (6 Sv)

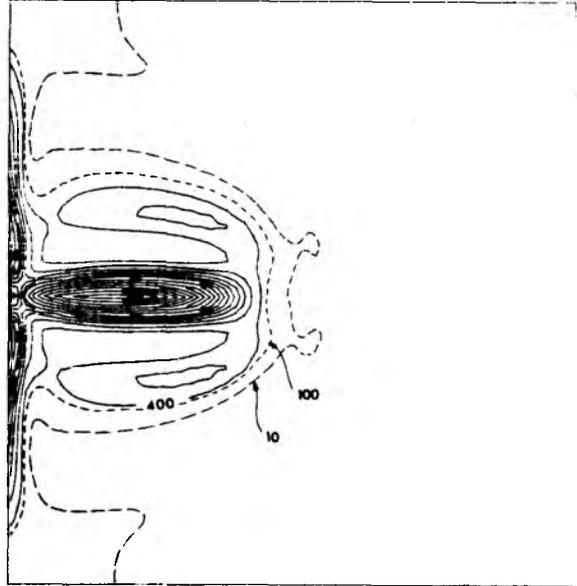


Abb. 41: Kinetische Energie
des mittleren Feldes (KEM)
von Exp. 14; Maximum $7636 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$;
Linienabstand $400 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, zusätz-
lich sind die Isolinen 10 und
 $100 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$ eingezeichnet

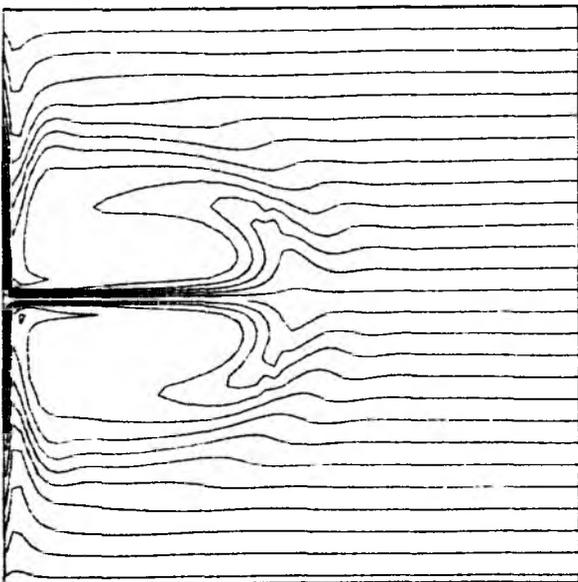


Abb. 42: Potentielle Vorticity
 $\bar{q}(x,y)$ des mittleren Feldes
von Exp. 14; $\Delta\bar{q} = 0.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

beherrscht. Das Innere der Rezirkulationszone ist durch einen Bereich kleiner Gradienten von \bar{q} gekennzeichnet. Diese Struktur des potentiellen Vorticity-Feldes tritt deutlicher hervor in einem Meridionalschnitt durch das gyre-Zentrum (Abb. 43a). Zur Identifizierung der entsprechenden Strömungsregionen wird in Abb. 43b ein Schnitt der (vertikal gemittelten) Zonalgeschwindigkeit gezeigt. Gegenüber den momentanen q -Verteilungen zeigt sich in \bar{q} , daß die integrierte Wirkung des Fluktuationfeldes auf das mittlere Feld widerspiegelt, eine Homogenisierung von q im Zentrum des "sub-gyre". Der meridionale Gradient nördlich davon, im ostwärtigen Strahlstrom, ist verstärkt, der Betrag des umgekehrten Vorticitygradienten im Bereich der maximalen westwärtigen Strömung ist reduziert worden. Die hier sichtbare Tendenz ist eine Folge der turbulenten Flüsse von Vorticity; sie paßt zu den Ergebnissen der Analyse des mittleren Wirbel-Flusses von Vorticity in Abschnitt 6.3.: Die Flüsse haben eine Komponente in Richtung des mittleren Gradienten im ostwärtigen Strahlstrom (die Fluktuationen verstärken also die mittlere Scherung, d.h. sie stabilisieren den Strom) und in Gegenrichtung in der Rezirkulationsregion; im Inneren des sub-gyre sind die Flüsse schwach.

Eine Homogenisierung der potentiellen Vorticity innerhalb geschlossener q -Konturen als Folge lateraler turbulenter Flüsse von Vorticity wird in der Theorie von RHINES und YOUNG (1982a) vorhergesagt. Sie bildet die Grundlage einer quasi-geostrophischen Theorie der windgetriebenen Zirkulation (RHINES und YOUNG, 1982b; YOUNG und RHINES, 1982), in der die mit den lateralen Vorticity-Flüssen verbundenen vertikalen Impulsflüsse die vertikale Eindringtiefe der Zirkulation bestimmen. In der Theorie ist eine Voraussetzung für die Homogenisierung von q , daß sowohl die externen Flüsse (Wind, Diffusion) wie die turbulenten Flüsse schwach sind (die potentielle Enstrophy $\overline{q'^2}$ sollte verschwinden). Während dies im vertikalintegrierten Modell sowie in den Zwei-Schichten Modellen nur im relativ kleinen sub-gyre Bereich gegeben ist, kann in Modellen mit höherer vertikaler Auflösung eine Homogenisierung in den mittleren Tiefen nahezu der gesamten Zirkulationszelle erreicht werden (HOLLAND, KEFFER und RHINES, 1983; RHINES und YOUNG, 1982a).

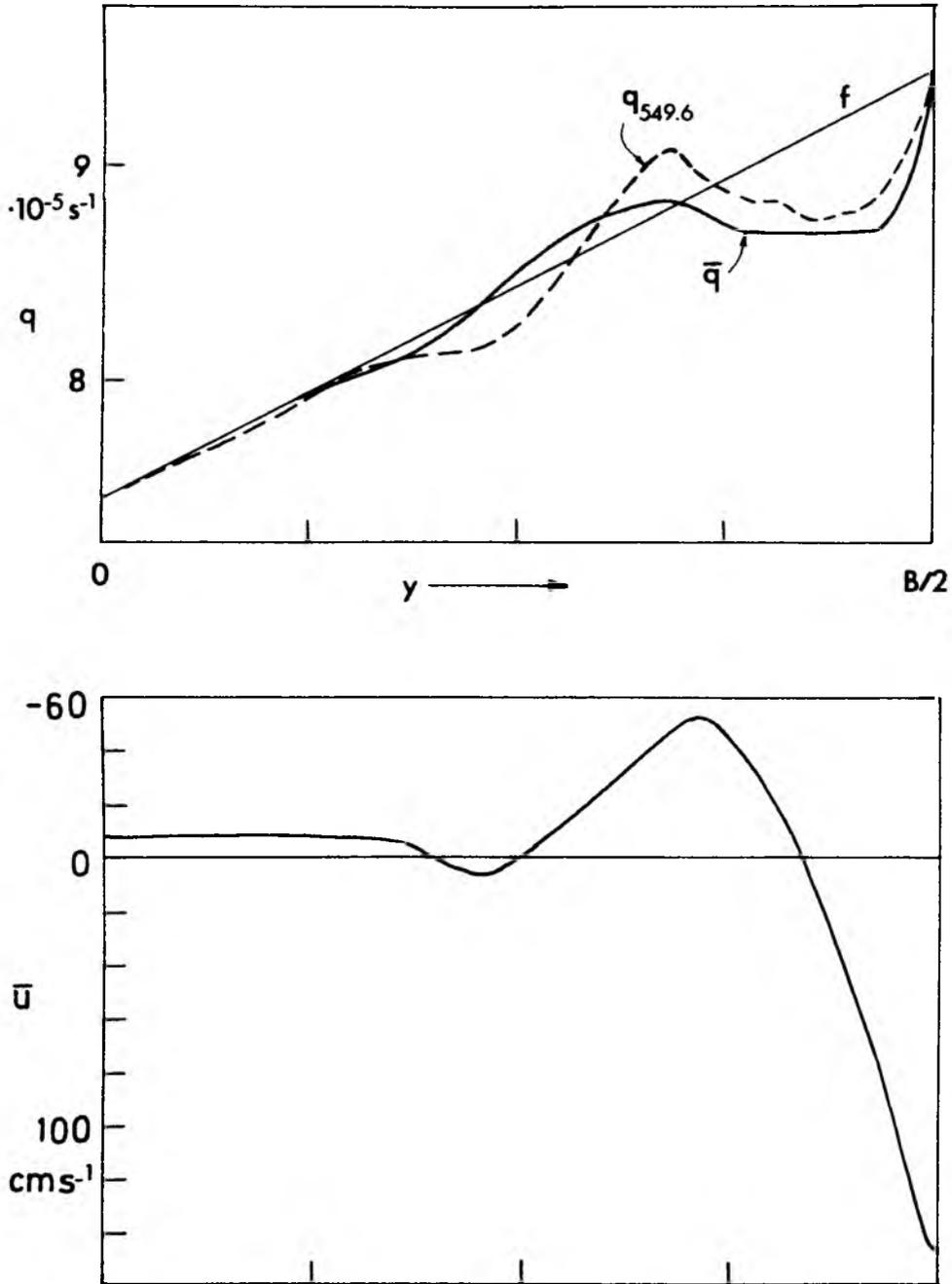


Abb. 43: Meridionalschnitte bei $x = -L/4$, Beckensüdhälfte.

- a) Mittlere potentielle Vorticity $\bar{q}(y)$ und Momentanverteilung $q(y)$ zu einem Zeitpunkt ($t = 549.6$, vgl. Abb. 29);
- b) Mittlere Zonalgeschwindigkeit $\bar{u}(y)$ (vertikal gemittelte Werte).

In Experiment 16 ist, bei gleichbleibendem Verhältnis δ_I/δ_L , die explizite Diffusivität weiter verringert worden. Der hiermit erwartete, stärkere Einfluß des Wirbelfeldes auf die mittlere Zirkulation schlägt sich vor allem in der Struktur der aus dem Rezirkulationsbereich austretenden Strömung nieder (Abb. 44). Es scheint eine Tendenz zur Bildung von Strombändern (Volumentransport jeweils ~ 8 Sv) zu geben, eines im Norden als Fortsetzung des ostwärtigen Strahlstroms, das andere südlich des Rezirkulationsbereichs. Dazwischen liegt ein Bereich mit schwachen mittleren Strömungen. Diese Tendenz wird ebenfalls in der Verteilung der kinetischen Energie des mittleren Feldes deutlich.

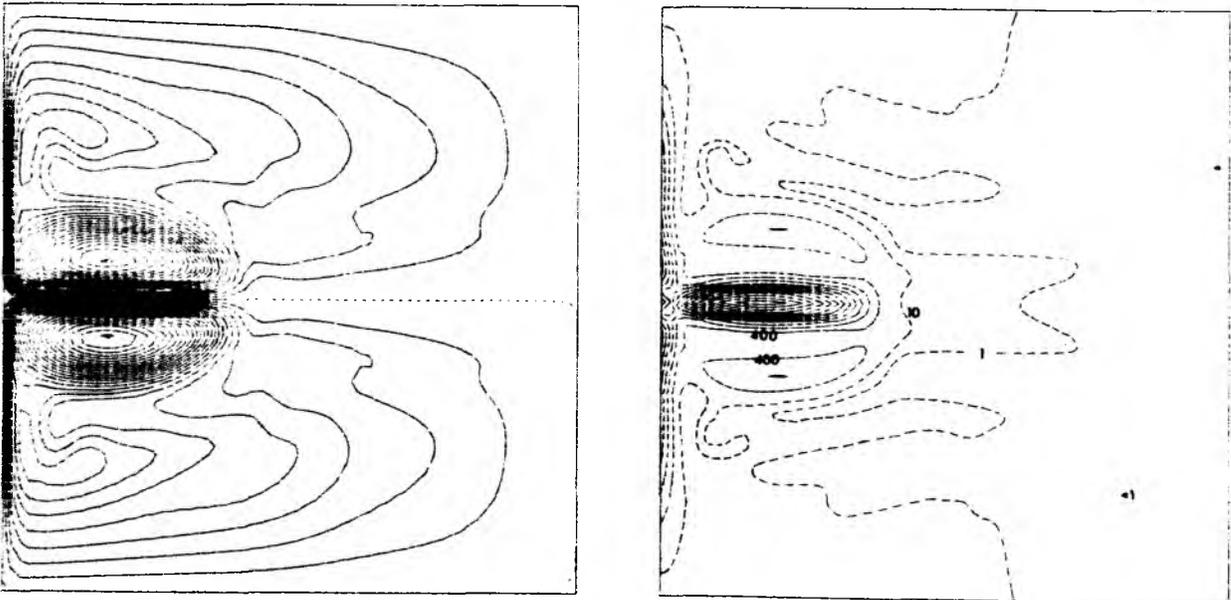


Abb. 44: Mittlere Stromfunktion $\bar{\psi}(x,y)$ und kinetische Energie des mittleren Feldes (KEM) von Exp. 16; $\bar{\psi}_{\max} = 9.23$, $\Delta\psi = 0.4$; maximale Energie $5068 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, Linienabstand $400 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$, zusätzlich eingezeichnet 10 und $100 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$

Experiment 15 wurde ebenfalls mit kleinerer Diffusivität als Experiment 14 gerechnet. Zudem wurde hier die Nichtlinearität auf $\delta_I/\delta_L = 0.9$ erhöht. Die Folge ist ein weiteres ostwärtiges Vordringen des Strahlstroms aufgrund des größeren Einflusses der Trägheitsterme. Interessant erscheint auch hier die offensichtliche Organisation der ostwärts schenkenden Strömung in Strombändern (Abb. 45).

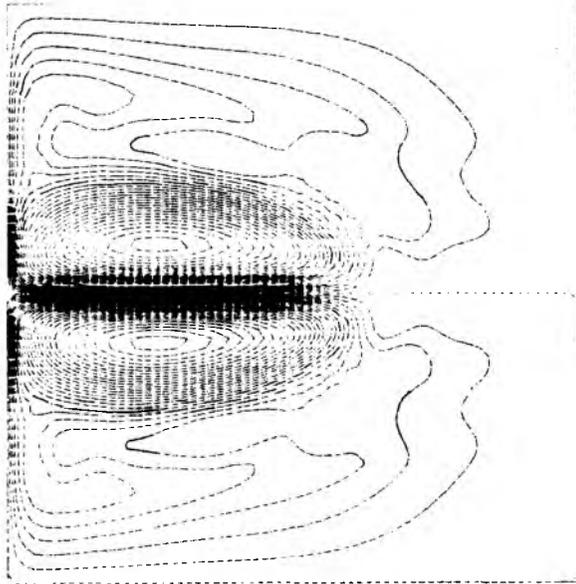


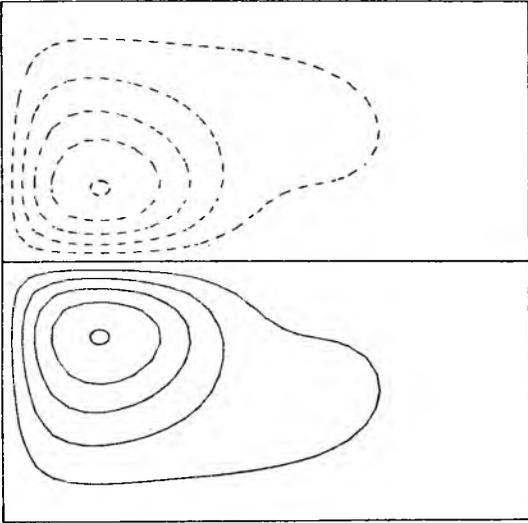
Abb. 45: Mittlere Stromfunktion von Exp. 15, $\delta_I/\delta_L = 0.9$;
 $\bar{\psi}_{\max} = 10.58$, Linienabstand $\Delta\bar{\psi} = 0.4$

5.4. ERGÄNZENDE EXPERIMENTE

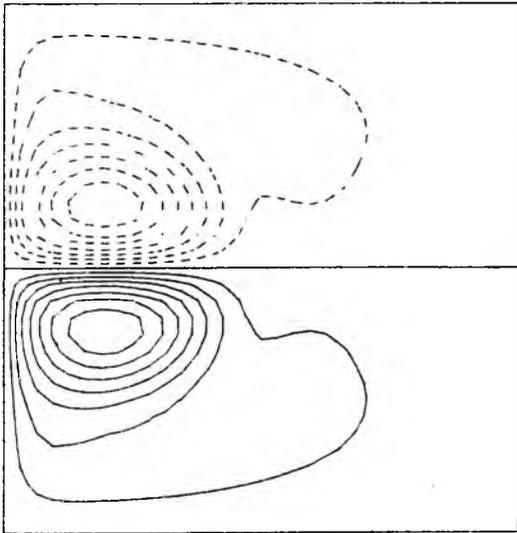
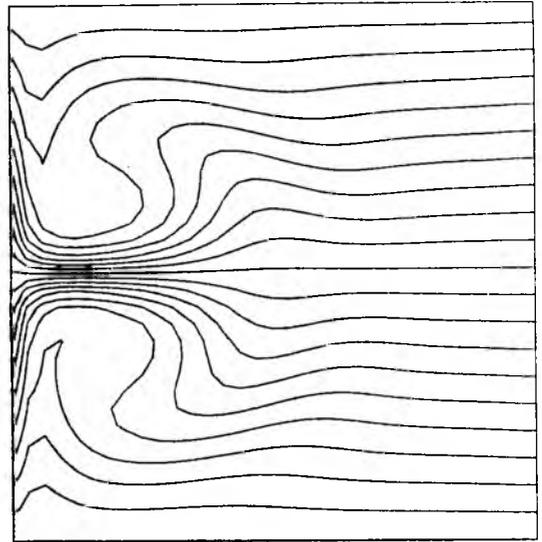
In Experiment 18 wird eine zeitliche Vorwärtsintegration ausgehend vom mittleren Feld $\bar{\psi}$ des Experiments 14 durchgeführt. Der zeitliche Verlauf der beckenintegrierten Energie (Abb. 27) zeigt, daß sich das mittlere Feld ohne die Fluktuationen nicht im Gleichgewicht befindet. Aus der Steigung der Kurve (b) bei Integrationsbeginn läßt sich eine anfängliche Energiezunahme von etwa $0.16 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ abschätzen. Völlig analog zur Integration vom ruhenden Anfangszustand aus (a) stellt sich wieder das Fluktuationfeld ein. Der mittlere Zustand der wiederum erreichten Gleichgewichtsphase ist identisch mit dem Ausgangsfeld, d.h. $\bar{\psi}$ von Experiment 14.

Daß sich der Einfluß des Fluktuationfeldes vor allem in der Struktur der mittleren Zirkulation außerhalb der intensiven Rezirkulationszelle niederschlägt, zeigt ein Vergleich mit den stationären Lösungen, die sich bei gleichem Windfeld und gleicher Nichtlinearität ($\delta_I/\delta_L = 0.8$) durch eine entsprechende Vergrößerung der Modellparameter Ro und E ergeben (Exp. 19, 20). Stationäre Lösungen werden für $E_L > 6 \cdot 10^{-4}$ erhalten. Die Strömungsfelder der Experimente 19 und 20 zeigen ein qualitativ ähnliches Verhalten wie das mittlere Feld von Experiment 14 (Abb. 46): Die gleiche Eindringstiefe des ostwärtigen Stroms und die Existenz der intensiven Rezirkulationszelle in der Westhälfte des Beckens. (Das Verhältnis δ_I/δ_L stellt also ein brauchbares Maß zur Charakterisierung der Modellzirkulation dar.) Die Verkleinerung der Grenzschichtskalen in der Sequenz (Exp. 19-20-14) bewirkt eine Intensivierung des "sub-gyre", verbunden mit einem kontinuierlichen Anstieg des Transports von 44 Sv über 65 Sv auf die mittleren 87 Sv der quasi-stationären Lösung. Der Einfluß des Fluktuationfeldes auf diesen Anstieg wird hier nicht völlig klar, da sich die beiden Effekte, Verringerung der Skalen und Hinzukommen der Fluktuationen beim Übergang zum quasi-stationären Fall nicht trennen lassen. Die Tatsache, daß die Intensivierung der Rezirkulation

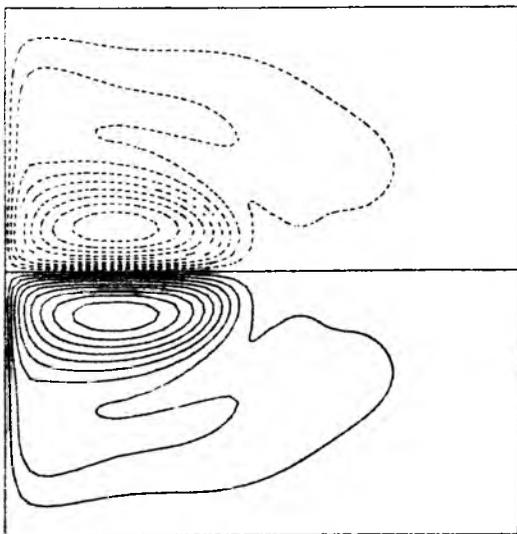
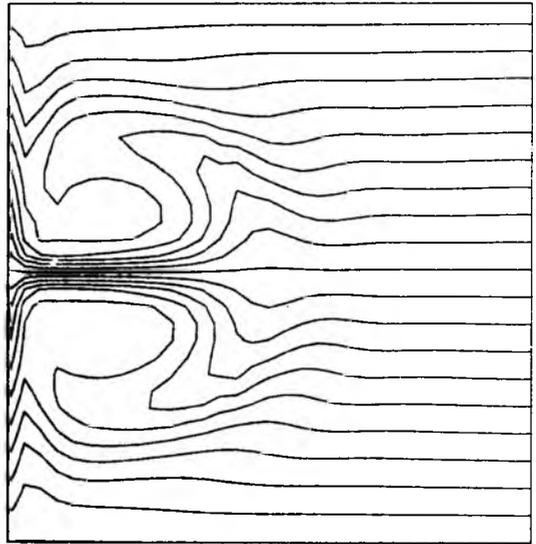
Abb. 46: Stationäre Lösungen der Experimente 19(a) und 20(b) im Vergleich zum mittleren Feld der quasi-stationären Lösung von Exp. 14(c). Linke Spalte: Stromfunktion, $\Delta\psi = 0.89$. Rechte Spalte: Potentielle Vorticity, $\Delta q = 0.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. (a) $\psi_{\max} = 4.42$, (b) $\psi_{\max} = 6.50$, (c) $\bar{\psi}_{\max} = 8.74$



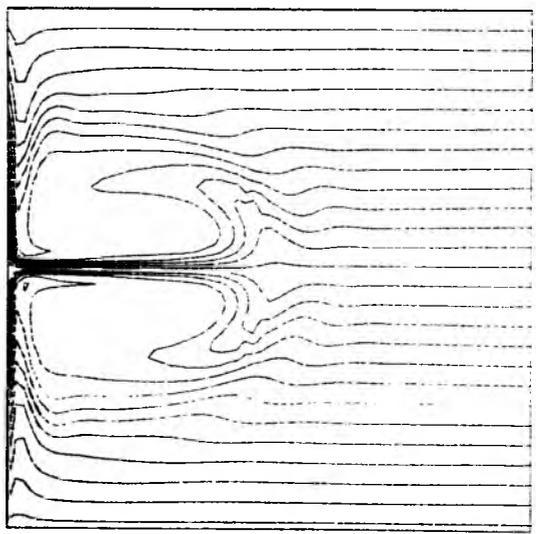
a



b



c



bereits in den stationären Lösungen erfolgt, deutet aber darauf hin, daß das in Experiment 14 hinzukommende Fluktuationfeld zumindest keinen wesentlichen Einfluß auf die Struktur und die Intensität des Rezirkulationsregimes hat.

Dies gilt offenbar nicht für die Struktur des Strömungsfeldes unmittelbar außerhalb des "sub-gyre", wo in der Sequenz beim Übergang zum quasi-stationären Fall die ostwärtige Strömung auftritt, bzw. bei weiterer Intensivierung der Wirbelaktivität (Exp. 15, 16) die Tendenz zur Bildung der Strombänder besteht. Welche Rolle das Fluktuationfeld beim Zustandekommen dieser Strömungsstruktur spielt, wird eine zentrale Frage bei der Untersuchung der Wechselwirkungsprozesse im nächsten Abschnitt sein.

Die Intensivierung der westwärtigen Rezirkulation in der Sequenz hat eine Verschärfung des negativen meridionalen Vorticitygradienten zur Folge (Abb. 47) und bildet damit eine Voraussetzung für das Auftreten von Instabilitätsprozessen in diesem Bereich. Auffällig ist, daß die Umkehrung des Gradienten von \bar{q} (Exp. 14) kaum größer als die von q im noch-stationären Fall (Exp. 20) ist. Dies ergänzt das früher (vgl. Abb. 43) gewonnene Bild vom Einfluß des Fluktuationfeldes: Der Wirbelfluß von Vorticity muß hier dem Gradienten von q entgegengerichtet sein; der Gradient des mittleren Feldes ist daher fast bis auf den Wert des stationären, stabilen Falls reduziert.

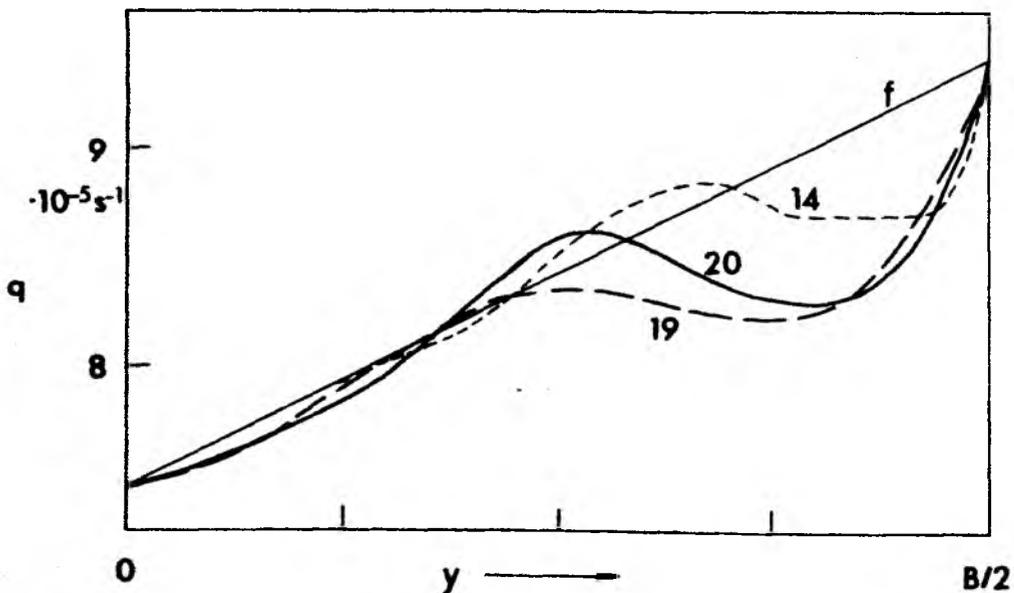
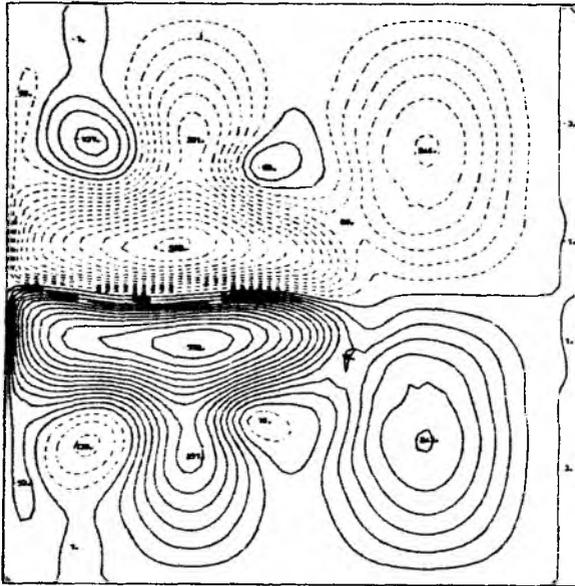


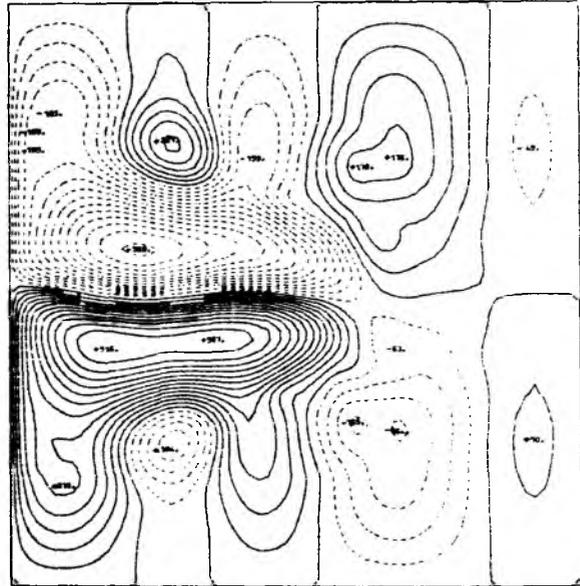
Abb. 47: Meridionalschnitte der potentiellen Vorticity von Exp. 19, 20 und der mittleren potentiellen Vorticity von Exp. 14; $x = \pi L/4$

Zusätzliche Untersuchungen (zusammengefaßt als Exp. 17 bezeichnet) wurden durchgeführt zur Frage der Stabilität des zentralen ostwärtigen Strahlstroms. Es sollte geklärt werden, ob etwa die Reibung (durch Dämpfung von Störungen) oder die exakt antisymmetrische Struktur der anregenden äußeren Kraft eine Instabilität, bzw. ein Mäandrieren des Strahlstroms verhindern. Die Experimente im einzelnen:

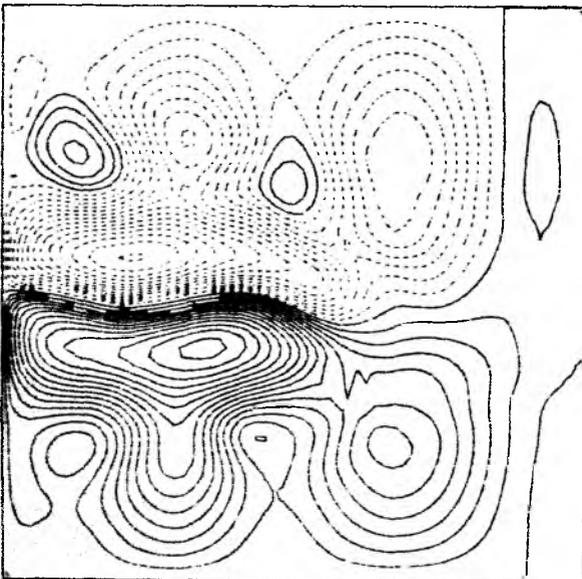
- (a) Es wurde sichergestellt, daß überhaupt ein Störungsfeld vorliegt und eine intermittierende Addition eines, mittels eines Zufallsgenerators erzeugten Rauschanteils auf alle Fourierkomponenten vorgenommen. (Die Amplitude der Störungen lag dabei in der Größenordnung der mittleren bis höheren Fourierkomponenten des berechneten Feldes, d.h. noch nicht "sichtbar" in den Stromfunktions-Bildern.) Generell zeigte sich kein Einfluß dieser Prozedur auf die Weiterentwicklung der Lösung.
- (b) Die antisymmetrische Anregung wurde aufgegeben durch zusätzliche ungerade Fourierkomponenten im Windfeld, deren Amplitude schrittweise erhöht wurde. Abb. 48 zeigt Momentaufnahmen der Stromfunktion für $\text{rot } \tau = -\sin 2y - 0.05 \sin y$, bzw. $\text{rot } \tau = -\sin 2y - 0.2 \sin y$. Wie von den Ergebnissen stationärer Modelle her bekannt (HARRISON und STALOS; 1982), hat die erhöhte Zufuhr negativer Vorticity im Süden einen stärkeren westlichen Randstrom im antizyklonalen gyre zur Folge; die Separation von der Küste erfolgt weiter im Norden und der ostwärtige Strom zeigt eine Abweichung vom zonalen Verlauf. Das Experiment zeigte aber, daß diese "erzwungenen" Mäander mit der Zeit nicht weiter anwachsen.
- (c) Ebenfalls ohne Einfluß auf die Stabilität der Strömung blieb ein vorübergehendes (etwa für 10 Tage) Ausschalten der äußeren Kräfte, d.h. Wind und Dissipation, um kleinen Störungen Zeit für ein ungestörtes Anwachsen zu lassen. (Ein längeres "sich-selbst-Überlassen" des Freistrahls ist in diesem Experiment nicht sinnvoll, da dies eine starke Störung des Gleichgewichtsspektrums bedeutet; die zeitliche Entwicklung wird dann völlig beherrscht von der nicht-linearen Energiekaskade, aus dem Zirkulations- wird ein Turbulenzexperiment.)



a



b



c

Abb. 48: Exp. 17: Momentaufnahmen der Stromfunktion. (a) und (b) für $\partial \tau^x / \partial y = \sin 2y + 0.05 \sin y$ im Abstand von 18 Tagen; (c) $\partial \tau^x / \partial y = \sin 2y + 0.2 \sin y$.

Aus diesen Rechnungen muß der Schluß gezogen werden, daß der ostwärtige Strahlstrom in diesem Modell stabil gegenüber kleinen Störungen ist. Dieses Verhalten steht im Gegensatz zu der in Zwei-Schichten-Modellen (HOLLAND, 1978) auftretenden, vorwiegend barotropen Instabilität des Stroms, die in einigen Fällen die wesentliche Energiequelle des Wirbelfeldes darstellt. Hinweise darauf, daß möglicherweise die Nichtberücksichtigung der vertikalen Stromscherung indirekt eine Rolle spielt, geben eine Reihe von Experimenten zur Instabilität zonaler ostwärtiger Strömungen von IKEDA (1981): Im barotropen Fall wächst die Amplitude einer anfangs vorgegebenen Wellenstörung nicht weiter an; die Reynolds-Wechselwirkung bewirkt einen Impulsfluß in die mittlere Strömung ("nonlinear stabilization").

6. DIE DYNAMIK DES QUASI-STATIONÄREN GLEICHGEWICHTS

6.1. EINLEITUNG

Die Ausbildung der Zirkulation im Modellozean wird bestimmt durch Windanregung, Dissipation und Transportprozesse (Beta-Effekt, Advektion). Im stationären Fall stellt sich das Strömungsfeld so ein, daß ein Gleichgewicht zwischen diesen Prozessen erreicht wird. Der zeitliche Verlauf der kinetischen Energie für die Experimente mit verminderter Reibung zeigt dagegen, daß hier ein solches Gleichgewicht zu keinem Zeitpunkt mehr besteht. Ausdruck für dieses Ungleichgewicht ist das Fluktuationfeld, das die Momentaufnahmen der Stromfunktion kennzeichnet. Andererseits ist dieses Störungsfeld nötig, um die statistische Stationarität der Zirkulation zu gewährleisten.

In diesem Abschnitt soll die Dynamik des Strömungssystems im statistischen Gleichgewichtszustand untersucht werden. Neben den Prozessen, die die stationären Lösungen kennzeichnen, tritt die Wechselwirkung zwischen der mittleren Zirkulation und dem Störungsfeld. Das Ziel ist es, die physikalischen Prozesse zu identifizieren, die im Modellozean wirksam sind. Im Mittelpunkt steht die Frage nach der Rolle, die die Wirbel in der mittleren Zirkulation spielen,

d.h. in welcher Hinsicht sie die Horizontalstruktur der Zirkulation beeinflussen.

Eine dynamische Analyse kann, wie bei den stationären Lösungen (Abschnitt 4), von der entsprechenden Vorticity- oder der Energiebilanzgleichung ausgehen. Allgemein üblich ist in der EGCM-Literatur eine Bestimmung der beckenintegrierten Energiebudgets und damit die Untersuchung der globalen Rolle der Wirbel. Eine vergleichende Übersicht der Modellergebnisse gibt HARRISON (1979).

Regionale Analysen sind dagegen nur vereinzelt durchgeführt worden. Für ein EGCM-Experiment (von ROBINSON et al., 1977; i.F. bezeichnet als RHMS) wurde die regionale Verteilung der Energietransferterme untersucht, die die mittlere Energieverteilung des Wirbelfeldes bestimmen (HARRISON und ROBINSON, 1978). Wirbelenergie wird hier in der westwärtigen Rezirkulation des ostwärtigen Strahlstroms, primär durch die Arbeit der Reynoldsspannungen gegen die horizontale Scherung der mittleren Strömung, erzeugt. Die Problematik einer regionalen Energieanalyse besteht darin, daß die Reynolds-Wechselwirkung lokal nicht als Umwandlung von mittlerer Energie in Wirbelenergie (oder umgekehrt) interpretiert werden kann (s. dazu auch Abschnitt 6.2.).

Für das Experiment H-5 (HOLLAND, 1978) wurden verschiedene Vorticityanalysen durchgeführt. HOLLAND und RHINES (1980) berechneten Vorticitybudgets über von mittleren Stromlinien begrenzte Gebiete. Die Balancen nehmen darin wegen des Wegfalls der mittleren advektiven Terme eine einfache Form an, die Interpretation wird aber - wie bei globalen Energiebudgets - dadurch erschwert, daß über dynamisch unterschiedliche Regime hinwegintegriert wird. HARRISON und HOLLAND (1981) gingen deshalb zur Untersuchung regionaler Vorticitybalancen (H-5) über. Die Teilregionen, für die Vorticitybudgets berechnet wurden, wurden dabei nach kinematischen Gesichtspunkten der mittleren Zirkulation festgelegt (nordwärts und südwärts gerichtete Strömungen) (Abb. 49). In dem stark nicht-linearen und durch starke Wirbelaktivität gekennzeichneten Experiment H-5 stellt der Wirbelfluß von Vorticity über die Grenze zwischen beiden Zirkulationssystemen (Region "NW") infolge des Mäandrierens des ostwärtigen Strahlstroms die wesentliche Vorticitysenke dar. Ein paradoxes Ergebnis der Analyse ist aber, daß in den Budgets aller anderen Regionen die Wirbelflüsse klein sind und keine Rolle spielen für die Dynamik

der mittleren Zirkulation (s. auch Tab. 4, S. 55). HARRISON und STALOS (1982) gingen ("motivated by the authors' relative lack of success in understanding the roles of mesoscale variability in existing EGCM experiments") zum stationären Fall zurück und berechneten, ausgehend von einer ähnlichen Gebietseinteilung, Vorticity-budgets des barotropen Veronis-Modells.

Es kennzeichnet die Komplexität der (Mehrschichten-) EGCM-Dynamik, daß nur für wenige Experimente eingehende dynamische Untersuchungen durchgeführt wurden und es kein Experiment gibt, für das etwa ein Vergleich zwischen der Energetik und der Vorticity-Dynamik der Zirkulation möglich wäre. Motiviert durch die Tatsache, daß das Fluktuationfeld im vertikalintegrierten Modell ähnliche kinematische Eigenschaften, Energieverteilungen, usw. aufweist wie die EGCMs, soll durch die Analyse dieses weniger komplexen Falls versucht werden, zu einem umfassenderen Bild der Dynamik zu kommen. Dies bezieht sich insbesondere auf den Einfluß des Wirbelfeldes auf die Horizontalstruktur der rezirkulierenden Wassermassen, z.B. auf das Zustandekommen der ostwärtigen Strombänder.

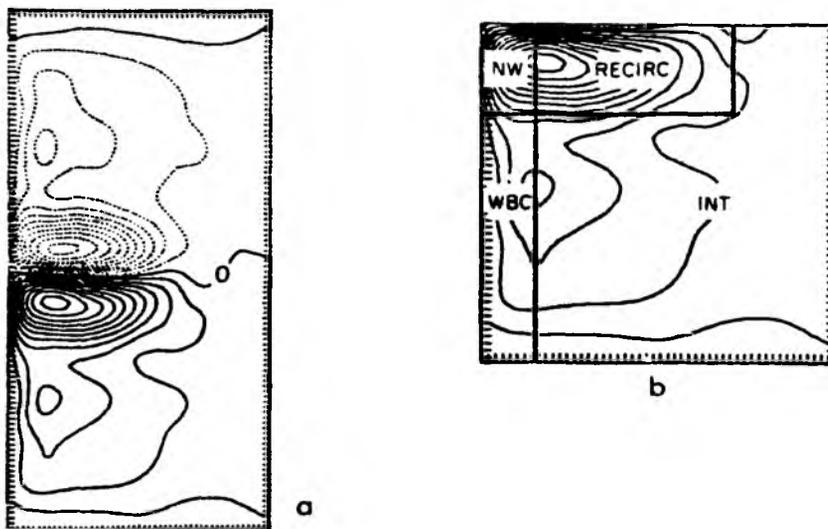


Abb. 49: Experiment H-5 (HOLLAND, 1978).

a) Stromfunktion für den mittleren Transport,
Isolinienabstand 5 Sv

b) Einteilung der Regionen für Vorticity-Budgets
(HARRISON und HOLLAND, 1981)

6.2. ENERGIEBILANZ

6.2.1. THEORETISCHE BETRACHTUNGEN

Zur Diskussion der Energietransferterme leiten wir, wie bei der Untersuchung der stationären Lösungen, die Gleichungen für die kinetische Energie des Strömungsfeldes zunächst aus den approximierten Impulsgleichungen (2.8) ab. Zur Analyse des quasi-stationären Zustands wird ein Mittelungsoperator ($\bar{}$) eingeführt, und die aktuellen Felder ϕ werden im klassischen Reynoldsschen Sinn in die mittleren Anteile $\bar{\phi}$ und die Fluktuationen ϕ' aufgespalten; dabei ist $\bar{\phi} = \phi$, $\bar{\phi}' = 0$. Das Mittel entspricht hier einem zeitlichen Mittel über die entsprechend der Dauer der numerischen Integration verfügbaren Felder im Gleichgewichtszustand.

Die Impulsgleichung wird damit ($\tau'_i \equiv 0$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j (\bar{u}_k + u'_k) \\ = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_j} \delta_{ij} + A \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + A \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{H} \bar{\tau}_i \end{aligned} \quad (6.1)$$

Mittelung von (6.1) ergibt unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung die Gleichung für den Impuls der mittleren Strömung

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j u'_i} + 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j \bar{u}_k = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \delta_{ij} + A \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{H} \bar{\tau}_i \quad (6.2)$$

Die Gleichung für die kinetische Energie der mittleren Strömung ($\equiv \frac{1}{2} \bar{u}_i \bar{u}_i$), im folgenden bezeichnet als KEM, wird aus dem Skalarprodukt von (6.2) mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{u}_i erhalten:

In einem beliebigen
Volumenelement ändert
sich KEM durch:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{u_i u_i} &= \frac{1}{H} \overline{u_i \tau_i} && \text{Arbeit der Windschubspannung} \\
 + A \overline{u_i \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j}} &&& \text{Diffusion} \\
 - \frac{1}{2} \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_i})} &&& \text{Advektion durch die mittlere Strömung} \\
 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i \bar{p}}) &&& \text{Transport durch die Divergenz der Druckerarbeit} \\
 - \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u'_j u'_i}} &&& \text{Wechselwirkung der Reynolds-} \\
 &&& \text{spannungen mit der mittleren} \\
 &&& \text{Strömung}
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

Der Wechselwirkungsterm beschreibt den Einfluß des Wirbelfeldes auf die kinetische Energie des mittleren Feldes. Für ihn gilt die Identität

$$- \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j u'_i}} = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j u_i}) + \overline{u'_i u'_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}
 \tag{6.4}$$

Die Gleichung für die mittlere kinetische Energie des Fluktuationfeldes ($\equiv \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$), bezeichnet als MKEF, wird durch Subtraktion der KEM-Gleichung (6.3) von der Gleichung für die mittlere kinetische (Gesamt-) Energie, dargestellt durch das Skalarprodukt von (6.1) mit $u_i = \overline{u_i} + u'_i$, erhalten. Es ergibt sich

MKEF ändert sich durch:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{u'_i u'_i} = - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j}$$

Wechselwirkung mit der mittleren Strömung

$$+ A \overline{u'_i} \frac{\partial^2 \overline{u'_i}}{\partial x_j \partial x_j}$$

Diffusion

$$- \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_i u'_j})$$

Advektion durch die mittlere Strömung (6.5)

$$- \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_i u'_j})$$

Advektion durch die Wirbelbewegung

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u'_i p'})$$

Transport durch die Divergenz der Druckerbeit

Die zeitliche Änderung einer Energieform in einem beliebigen Volumenelement wird durch drei Gruppen von Prozessen bewirkt: Durch Produktion und Dissipation von Energie (Wind, Reibung), durch Transportprozesse (dargestellt durch die Divergenzterme), sowie durch die Reynolds-Wechselwirkung mit der anderen Energieform. Eine Problematik der Energiebetrachtung liegt darin, daß die Wechselwirkungsarbeit nicht als gleicher Term mit umgekehrtem Vorzeichen in beiden Gleichungen auftritt. Die Wechselwirkungsarbeit stellt damit i.A. nicht die Umwandlung einer Energieform in die andere dar (HARRISON und ROBINSON, 1978). (Dies gilt nicht nur für die Zirkulationsmodelle, sondern ebenfalls für die Wechselwirkung zwischen Wirbeln und "mittleren" Strömungen im realen Ozean.) Der Divergenzterm in (6.4) entfällt (bei entsprechenden Randbedingungen) in beckenintegrierten Balancen (s.u.).

Die quasi-geostrophische Form der Energiegleichungen wird in analoger Weise wie in Abschnitt 4 ausgehend von der Vorticitygleichung (2.2) erhalten. Nach Umformung der Terme ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 (\text{KEM}) \quad \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \bar{\psi})^2 &= - \bar{\tau}(x) \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \\
 &+ A (\nabla \bar{\psi}) \cdot \nabla (\nabla^2 \bar{\psi}) \\
 &- J(\bar{\psi}, \frac{1}{2} (\nabla \bar{\psi})^2) \\
 &+ \{ \nabla \cdot (\bar{\psi} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \bar{\psi}) + \bar{\psi} J(\bar{\psi}, \nabla^2 \bar{\psi}) - J(\bar{\psi}, \frac{1}{2} (\nabla \bar{\psi})^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \beta \frac{\partial}{\partial x} \bar{\psi}^2 + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\psi} \bar{\tau}(x)) - A \nabla \cdot (\bar{\psi} \nabla (\nabla^2 \bar{\psi})) \} \\
 &+ \overline{\bar{\psi} J(\psi', \nabla^2 \psi')} \tag{6.6}
 \end{aligned}$$

Die rechte Seite der Gleichung ist hier auf eine Form gebracht, die durch Vergleich mit (6.3) die physikalische Bedeutung der Terme erkennen läßt: Die ersten drei Terme sind identisch mit (6.3). Nicht dagegen die beiden anderen: Der letzte Term beinhaltet die Kopplung zwischen mittleren und Störgrößen und wird definiert als die quasi-geostrophische Wechselwirkungsarbeit. Der vorletzte Term wird damit identifiziert als die quasi-geostrophische Form der Druckerarbeit.

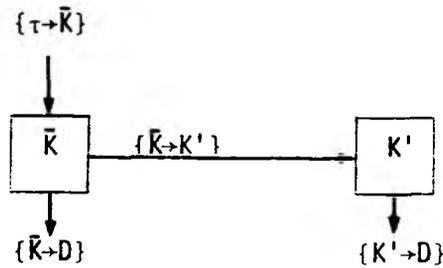
Entsprechend wird die MKEF-Gleichung erhalten:

$$\begin{aligned}
 (\text{MKEF}) \quad \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{(\nabla \psi')^2} &= \{ \overline{\psi' J(\bar{\psi}, \nabla^2 \psi')} + \overline{\psi' J(\psi', \nabla^2 \bar{\psi})} + \overline{J(\bar{\psi}, \frac{1}{2} (\nabla \psi')^2)} \\
 &+ \overline{A (\nabla \psi') \cdot \nabla (\nabla^2 \psi')} \\
 &- \overline{J(\bar{\psi}, \frac{1}{2} (\nabla \psi')^2)} \\
 &- \overline{J(\psi', \frac{1}{2} (\nabla \psi')^2)} \\
 &+ \{ \overline{\nabla \cdot (\psi' \frac{\partial}{\partial t} \nabla \psi')} + \overline{\psi' J(\psi', \nabla^2 \psi')} \\
 &\quad + \overline{J(\psi', \frac{1}{2} (\nabla \psi')^2)} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \overline{\psi'^2} - A \nabla \cdot (\overline{\psi' \nabla (\nabla^2 \psi')}) \} \\
 &\tag{6.7}
 \end{aligned}$$

Aus dem wie oben definierten Wechselwirkungsterm (Kopplung zwischen mittleren und gestrichelten Größen) ist hier, um die entsprechende Form wie (6.5) zu erhalten, der vierte Term abgespalten worden; dieser ist identisch mit dem entsprechenden Term in (6.5) und stellt

die Advektion durch die Wirbelbewegung dar. Wie für (6.3)/(6.5) gilt auch für (6.6)/(6.7), daß die Wechselwirkungsarbeit lokal keine Umwandlung von Energie bedeutet.

Aus der Reynolds-Wechselwirkung wird ein Umwandlungsterm bei Integration der Gleichungen über das gesamte Becken. In diesem Fall entfallen die Transportterme und der globale Energietransfer im System läßt sich in Form eines "Energie-Box-Diagramms" darstellen:



Dabei bedeuten:

$$\bar{K} \equiv \frac{1}{2} \int_V (\nabla \bar{\psi})^2 dV$$

$$K' \equiv \frac{1}{2} \int_V \overline{(\nabla \psi')^2} dV$$

$$\{\tau \rightarrow \bar{K}\} \equiv - \int_V \bar{\tau}(x) \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} dV' = \int_V \bar{\psi} \frac{\partial \bar{\tau}(x)}{\partial y} dV'$$

$$\{\bar{K} \rightarrow D\} \equiv - A \int_V (\nabla \bar{\psi}) \cdot \nabla (\nabla^2 \bar{\psi}) dV' = A \int_V \bar{\psi} \nabla^4 \bar{\psi} dV'$$

$$\{K' \rightarrow D\} \equiv - A \int_V (\nabla \psi') \cdot \nabla (\nabla^2 \psi') dV' = A \int_V \overline{\psi' \nabla^4 \psi'} dV'$$

$$\{\bar{K} \rightarrow K'\} \equiv - \int_V \bar{\psi} J(\psi', \nabla^2 \psi') dV'$$

6.2.2. BECKEN-INTEGRIERTE BUDGETS

In Abb. 50 sind die globalen Energiebudgets der stationären Lösung von Experiment 20 und der quasi-stationären Lösungen von den Experimenten 14 und 15 dargestellt. Neben die (explizite) Dissipation von mittlerer Energie tritt in den quasi-stationären Fällen die Umwandlung von mittlerer Energie in Wirbelenergie ("barotrope

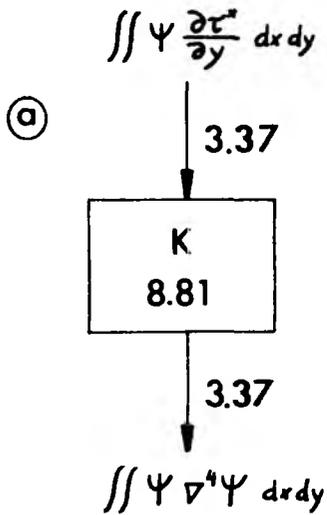
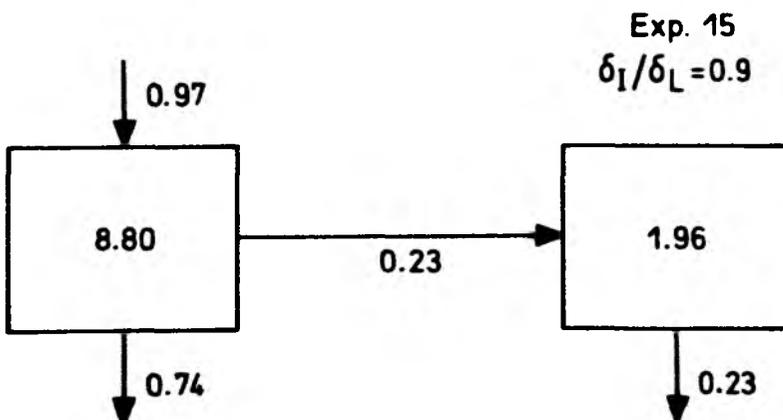
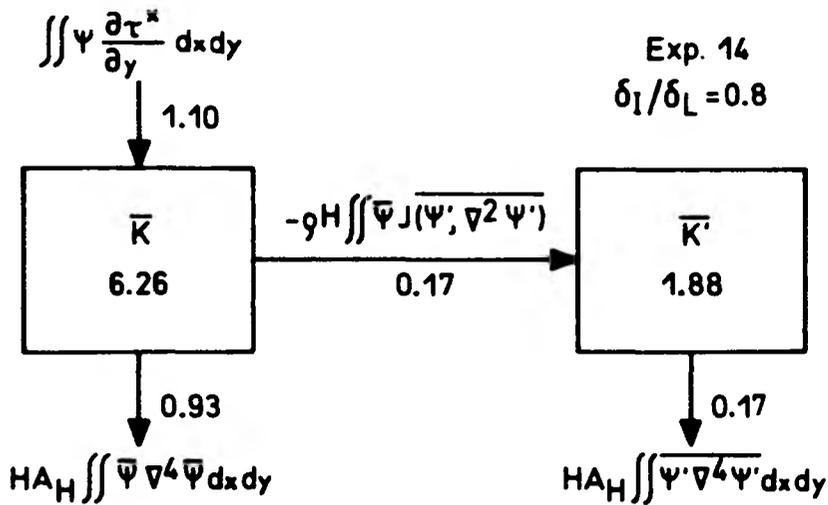


Abb. 50: Energie-Box-Diagramme für die Experimente 20(a), 14(b) und 15(c). Werte für die Energiedichten der vertikal gemittelten Geschwindigkeitskomponenten (\bar{K}, K') in 10^6 erg cm^{-2} , für die Energieflüsse in $\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$



Ⓑ

Ⓒ

Instabilität" der mittleren Zirkulation) und trägt dazu bei, die Erzeugung von mittlerer Energie durch das Windfeld zu balancieren. Ohne den Wechselwirkungsprozeß ist die mittlere Zirkulation nicht im Gleichgewicht: Bei der Integration ausgehend von $\bar{\psi}$ als Anfangsfeld (Exp. 18) ergab sich ein Energieanstieg, bis das Fluktuationfeld wieder ausgebildet war. Der Energietransfer von $0.17 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ durch die Reynolds-Wechselwirkung in Experiment 14 (Abb. 50b) entspricht recht gut dem oben abgeschätzten, anfänglichen Energieanstieg in Experiment 18.

Die globale Bedeutung der Fluktuationen für das mittlere Gleichgewicht läßt sich zum Beispiel durch das Verhältnis der Wechselwirkungsarbeit zur Windanregung, $F \equiv \{ \bar{K} \rightarrow K' \} / \{ \bar{\tau} \rightarrow \bar{K} \}$, charakterisieren. Dieses beträgt 0.15 in Experiment 14 und steigt auf 0.24 in Experiment 15, in dem die Ekman-Zahl um den Faktor 2 verkleinert wurde. Die Reduktion der Modellreibung bewirkt offenbar eine Verstärkung des Wechselwirkungsprozesses.

Anders dagegen verhält sich das Verhältnis K'/\bar{K} . Es wird im zweiten Fall kleiner (K' beträgt 22 % von \bar{K} gegenüber 30 %). Während der Energietransfer ins Wirbelfeld durch das Reibungsdefizit bestimmt ist, wird der sich einstellende Wert der Wirbelenergie möglicherweise stark davon beeinflußt, inwieweit eine resonante Anregung von Beckenschwingungen erfolgen kann. Die starke Anregung der 2,2-Mode könnte in dem Fall begünstigt sein, wo der ostwärtige Strahlstrom näherungsweise in der Beckenmitte (dem Schwingungsknoten der Beckenoszillation) endet und die Erzeugungsregion auf die Westseite beschränkt ist.

Die Verhältniszahlen lassen sich mit EGCM-Ergebnissen vergleichen: Eine Übersicht über die Energetik aller bis dahin vorliegenden Experimente gibt HARRISON (1979). In den EGCMs erfolgt zusätzlich zur Reynolds-Wechselwirkung eine Wechselwirkung mit der mittleren Schichtung über die Auftriebsarbeit (Abb. 51). Es ist i.A. nicht üblich, die Bezeichnungen "barotrope Instabilität" für die Reynolds-Wechselwirkung (a) bzw. "barokline Instabilität" für die Wechselwirkung mit der mittleren Schichtung (c) zu verwenden, da nicht klar ist, inwieweit sich die Instabilitätstheorie paralleler Strömungen auf die hier betrachteten inhomogenen Strömungsfelder übertragen läßt. Das Verhältnis der Energieumwandlungsprozesse a/c variiert in

den EGCMs in einem weiten Bereich (0.07 bis 25).

Betrachten wir das Verhältnis $F \equiv (a+c) / \{\bar{\tau} + \bar{K}\}$ in diesen Experimenten. Es beträgt z.B. 0.19 in RHMS, 0.26 in HL-1, 0.29 in H-1 *). In diesen Fällen bildet die westwärtige Rezirkulation das Hauptentstehungsgebiet für die Wirbelenergie. Dabei ist in RHMS die Reynolds-WW, in H-1 und HL-1 dagegen die Auftriebs-Arbeit dominierend. (Wovon der vorherrschende Instabilitätsmechanismus, d.h. das Verhältnis a/c im einzelnen abhängt, ist nicht geklärt; die Frage nach dem Entstehungsmechanismus der Wirbel ist auch nicht Gegenstand dieses Modells.) Die Wirbelprozesse gewinnen erheblich an Bedeutung, d.h. F wird größer, wenn statt mit einem Austauschansatz ($A \nabla^2 \zeta$) mit einer (kleinen, als Enstrophysenke nötigen) biharmonischen Reibung ($A^{bih} \nabla^4 \zeta$) in der oberen Schicht und Bodenreibung in der unteren Schicht (als Energie-senke) gerechnet wird. In diesen Fällen spielt die "explizite" Reibung praktisch keine Rolle in der oberen Schicht, der Großteil der Anregungs-

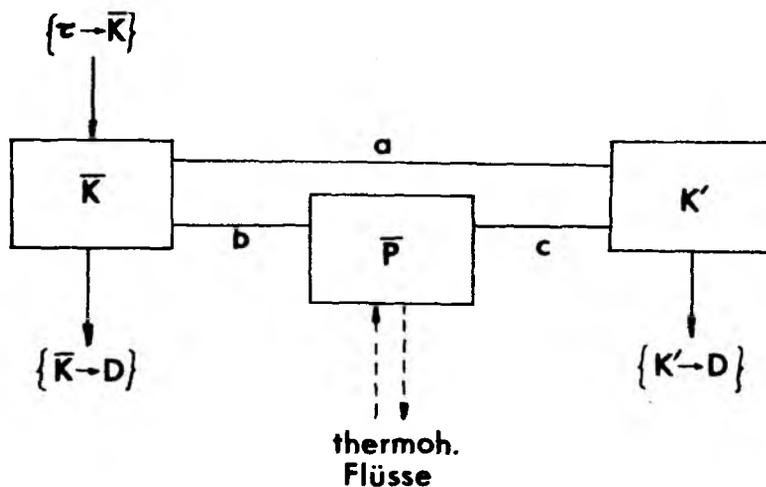


Abb. 51: Box-Diagramm für die beckenintegrierten Energien und Energieflüsse in EGCMs (s. z.B. HARRISON, 1979). \bar{K}, K' kinetische Energien; \bar{p} = mittlere potentielle Energie (des mittleren und fluktuierenden Feldes); a: Reynolds-Wechselwirkung; b: mittlere Auftriebs-Arbeit; c: Wirbel-Auftriebs-Arbeit. In adiabatischen Modellen ist $b = c$.

*) HL : HOLLAND und LIN (1975)
 H : HOLLAND (1978)
 RHMS : ROBINSON et al. (1977)

energie muß hier ins Wirbelfeld gehen, das aufgrund seiner barotropen Struktur Energie am Boden dissipieren kann. Ein Beispiel stellt Experiment H-5 mit $F = 6.0$ dar. Die Übersicht zeigt, daß die Wirbelaktivität im vertikalintegrierten Modell nicht aus dem Rahmen der EGCM-Ergebnisse herausfällt; die Werte sind typisch für die EGCMs mit "schwacher" Wirbelaktivität.

Ein Charakteristikum der globalen Energiebudgets der EGCMs ist, daß in allen Fällen die Energieumwandlung von \bar{K} zu K' erfolgt: dies gilt sowohl für vertikalintegrierte Budgets wie für jede Schicht einzeln (HARRISON, 1979). In den globalen Budgets verhält sich das Wirbelfeld damit entsprechend den klassischen Turbulenzvorstellungen: Die Wechselwirkung entzieht den mittleren Strömungen Energie und stellt damit lediglich einen Weg für die Dissipation der Energie dar. Welche Bedeutung dieser Weg quantitativ hat, wird im wesentlichen bereits durch die äußeren Parameter des Experiments festgelegt, insbesondere durch die Art der Reibungsparametrisierung und die Größe der Reibungskoeffizienten.

Da die globalen Energiebudgets nicht repräsentativ sind für die Dynamik in irgendeinem Teil des inhomogenen Strömungssystems im Becken, sollen in den nächsten Abschnitten die lokalen Energiebilanzen betrachtet werden.

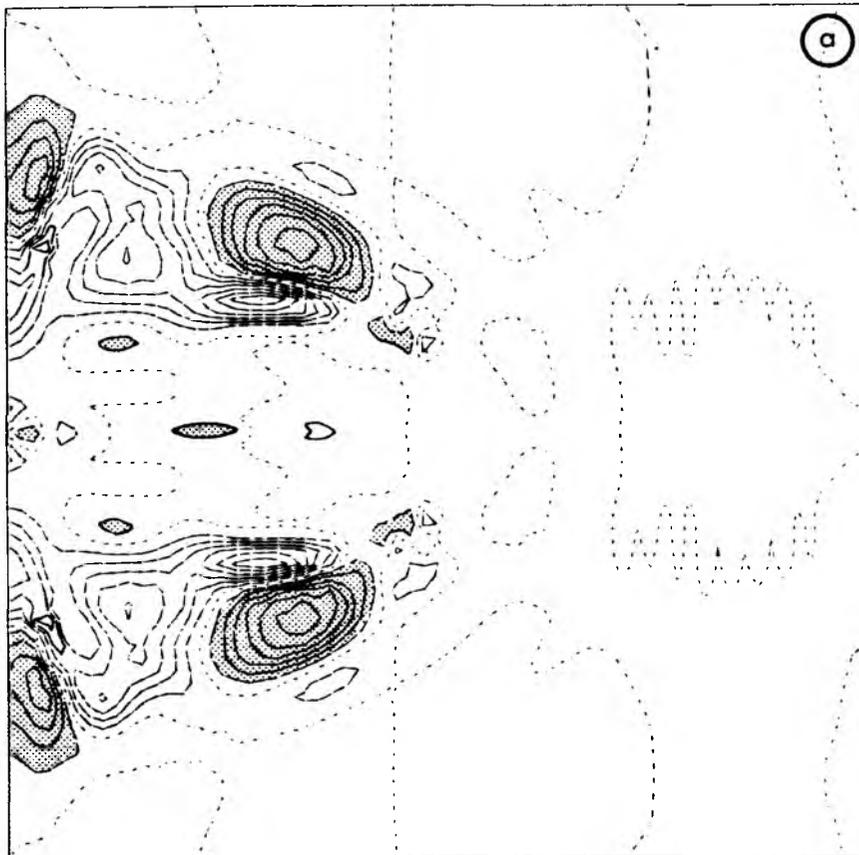
6.2.3. LOKALE ENERGIEBALANCE DES FLUKTUATIONSFELDES

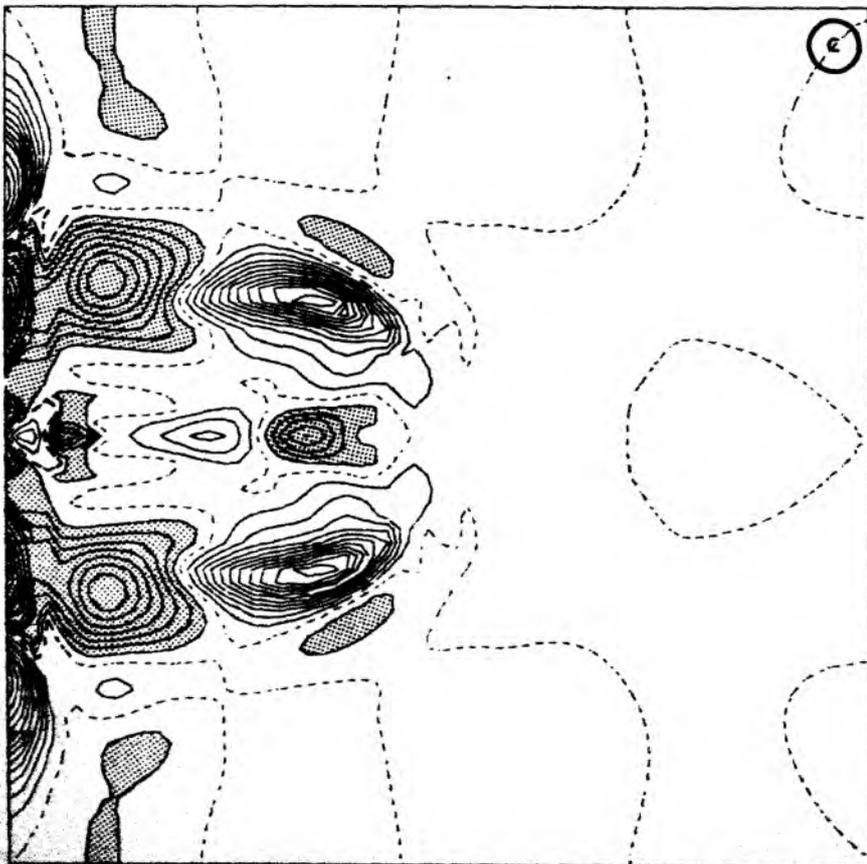
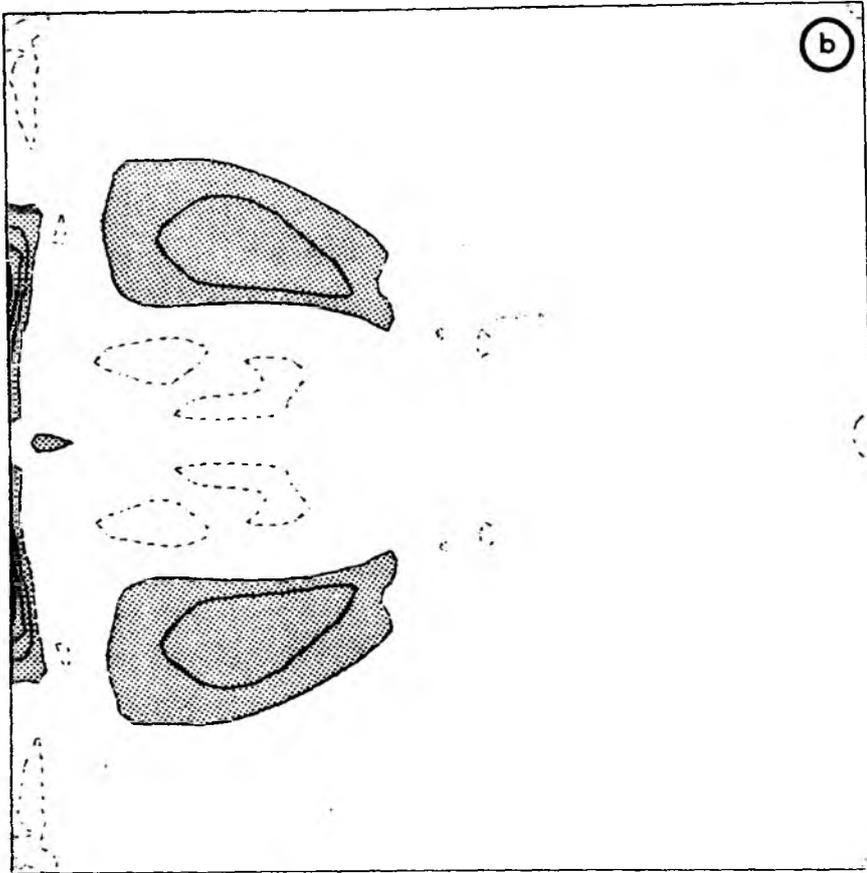
In diesem Abschnitt wird untersucht, welche physikalischen Prozesse die Verteilung der Wirbelenergie im Becken (Abb. 37) bestimmen. Die Terme der MKEF-Gleichung (6.7) sind in Abb. 52 dargestellt. Positives Vorzeichen eines Terms bedeutet, daß durch den Prozeß die Wirbelenergie lokal erhöht wird. Die Bereiche mit positiven und negativen Vorzeichen sind durch die gestrichelten Linien getrennt. Die negativen Bereiche sind durch Rasterung hervorgehoben. (Um die Darstellungen nicht zu unübersichtlich werden zu lassen, wurden nur die Bereiche ab der ersten negativen Isolinie gerastert.)

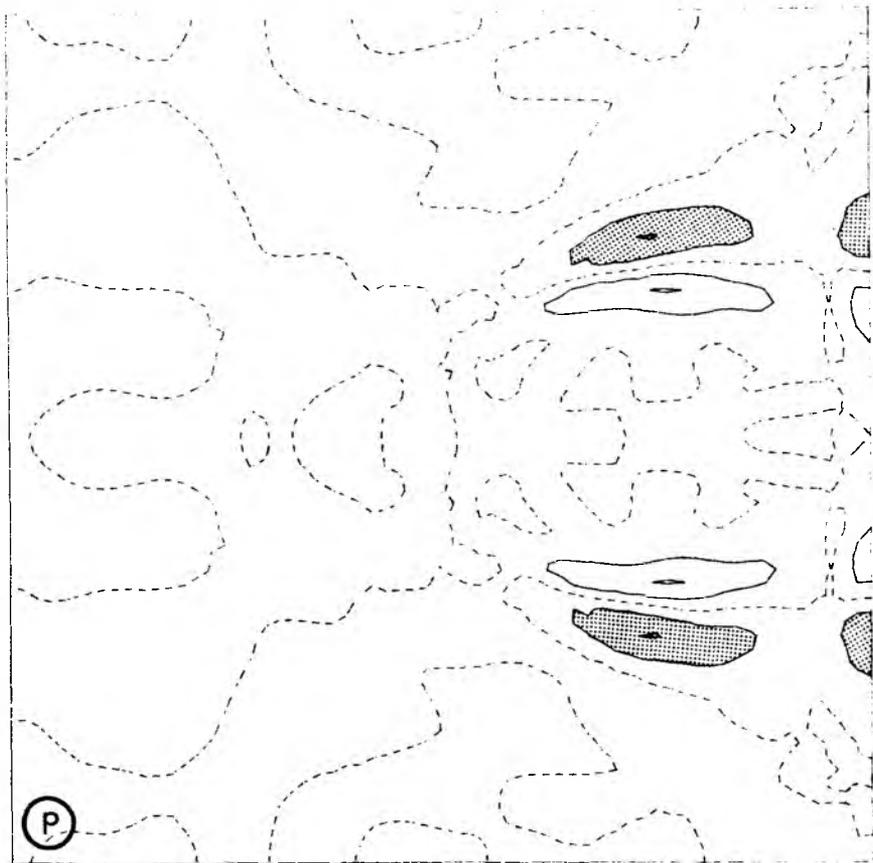
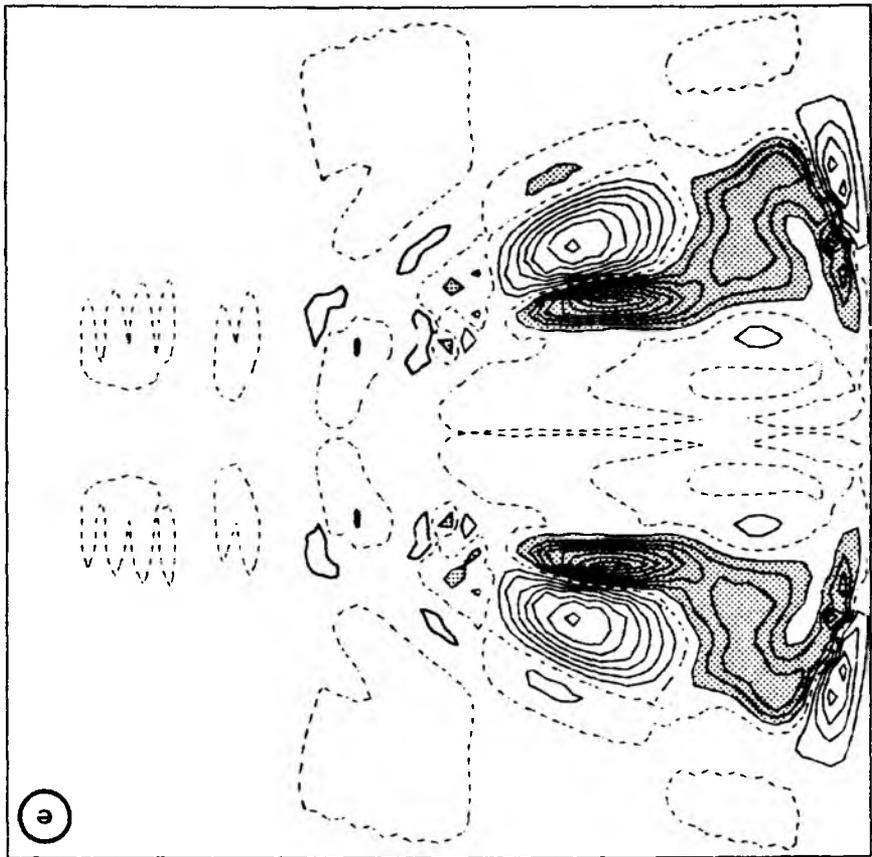
Gemeinsam ist allen Termen, daß sie die größten Werte im Bereich der westwärtigen Rezirkulation haben. Im becken-integrierten Budget stellt die Wechselwirkungsarbeit die alleinige Energiequelle des Fluktuationfeldes dar. Der Energiegewinn ist

Abb. 52: Die Energietransferterme in der Gleichung für die mittlere kinetische Energie des Fluktuationfeldes (MKEF); Exp. 14; Nulllinien sind gestrichelt. Negative Bereiche (ab der ersten Isolinie) gerastert.

- a) (MKEF-) Reynolds-Wechselwirkungsarbeit $\Delta = 3 \cdot 10^{-5}$ erg $\text{g}^{-1} \text{s}^{-1}$ (vertikal gemittelt), bzw. $2 \text{ erg cm g}^{-1} \text{s}^{-1}$ (vertikal integriert).
- b) Diffusion von Wirbelenergie. $\Delta = 5 \cdot 10^{-6}$ ($3,5 \cdot 10^{-1}$).
- c) Transport von Wirbelenergie aufgrund der mittleren Strömung. $\Delta = 5 \cdot 10^{-6}$ ($3,5 \cdot 10^{-1}$).
- d) Transport von Wirbelenergie aufgrund der Wirbelbewegung. $\Delta = 5 \cdot 10^{-6}$ ($3,5 \cdot 10^{-1}$).
- e) Transport von Wirbelenergie aufgrund der Divergenz der Druckarbeit. $\Delta = 3 \cdot 10^{-5}$ ($2 \cdot 10^0$).







lokalisiert im äußeren Bereich der Rezirkulationszelle mit Maximalwerten von etwa $2 \cdot 10^{-4} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (Abb. 52a). Die Wirbelerzeugungsregion erstreckt sich bis in die westliche Grenzschicht, in der ein zweites Maximum erreicht wird. Eine ähnliche Struktur findet sich in der Struktur der kinetischen Energie (Abb. 37) wieder. Unmittelbar außerhalb der Rezirkulationszelle, wie auch in Teilen des westlichen Randstroms gibt das Fluktuationfeld dagegen aufgrund der Wechselwirkung mit der mittleren Strömung Energie ab (Werte bis $-1,8 \cdot 10^{-4} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$).

Interessant ist noch der Bereich des ostwärtigen Strahlstroms in der Beckenmitte. In seinem zentralen Teil ist der Energietransfer aus dem Fluktuationfeld zur mittleren Strömung gerichtet. Dies bestätigt die Stabilität der Strömung gegenüber Störungen. Am ostwärtigen Ende des Strahlstroms ist die MKEF-Wechselwirkungsarbeit dagegen positiv. (Die Wechselwirkung mit dem Fluktuationfeld stellt in Experimenten mit starker Wirbelaktivität, z.B. H-5, den wesentlichen Prozeß dar, der das ostwärtige Vordringen des Strahlstroms begrenzt; hier allerdings ist die "mittlere" Dynamik noch dominierend - s. dazu die KEM-Analyse im nächsten Abschnitt.)

Die Frage, inwieweit die Reynolds-Wechselwirkungsarbeit auch eine Umwandlung von mittlerer Energie in Fluktuationsenergie bedeutet, wird im nächsten Abschnitt durch Vergleich der MKEF- und KEM-Wechselwirkungsterme untersucht.

Der Diffusionsterm (Abb. 52b) ist überwiegend negativ; es findet nahezu im gesamten Becken eine Dissipation von Fluktuationsenergie statt. Die Dissipation reicht lokal nicht aus, die im Rezirkulationsbereich konzentrierte MKEF-Produktion zu balancieren; Produktion und Dissipation sind nirgendwo im Becken im Gleichgewicht. Die lokalen Balancen müssen daher durch einen Transport von MKEF ausgeglichen werden.

Eine untergeordnete Rolle spielt dabei die Advektion aufgrund der Wirbelbewegung (Abb. 52d). Die Advektion durch die mittlere Strömung (Abb. 52c) ist negativ im Westteil des Rezirkulationsbereichs, aber positiv im ostwärtigen Teil, wo sie einen zusätzlichen Energiegewinn darstellt. Hier wird daher der verbleibende Term, die Divergenz der Druckarbeit, zum wesentlichen Mechanismus, mit dem überschüssige Energie abgestrahlt wird (Abb. 52e). Der Druckterm

ist andererseits positiv in weiten Bereichen außerhalb des Rezirkulationsregimes. In der Osthälfte des Beckens ist er der wesentliche Prozeß für die Erzeugung bzw. Aufrechterhaltung des Fluktuationfeldes gegenüber der Dissipation.

Angesichts der räumlichen Variabilität der Energietransferprozesse erscheint eine sinnvolle Einteilung der Zirkulation in dynamisch einheitliche Regime nicht möglich. Quantitative MKEF-Budgets für Teilregionen der Zirkulation hängen empfindlich von der Definition der Bereichsgrenzen ab. Die in verschiedenen Zirkulationsbereichen wesentlichen Prozesse in der Energiebalance des Fluktuationfeldes sind in Abb. 53 zusammengefaßt:

Die Wirbelenergie wird hauptsächlich durch die Reynolds-Wechselwirkung im äußeren Bereich der Rezirkulationszelle erzeugt (b, c). Eine Ausstrahlung von MKEF findet durch die Druckarbeit statt. Sie stellt damit die Ursache für das beckenweite Fluktuationfeld dar, welches die Momentaufnahmen der Modellzirkulation kennzeichnet. Umgekehrt gibt es Bereiche (a, d), in denen die Reynolds-Wechselwirkung dem Fluktuationfeld Energie entzieht.

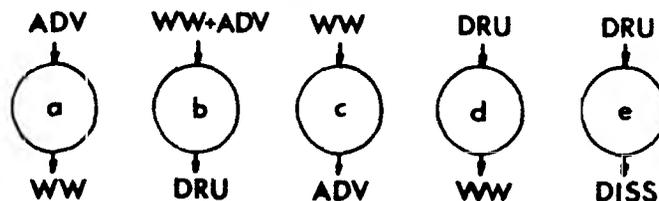
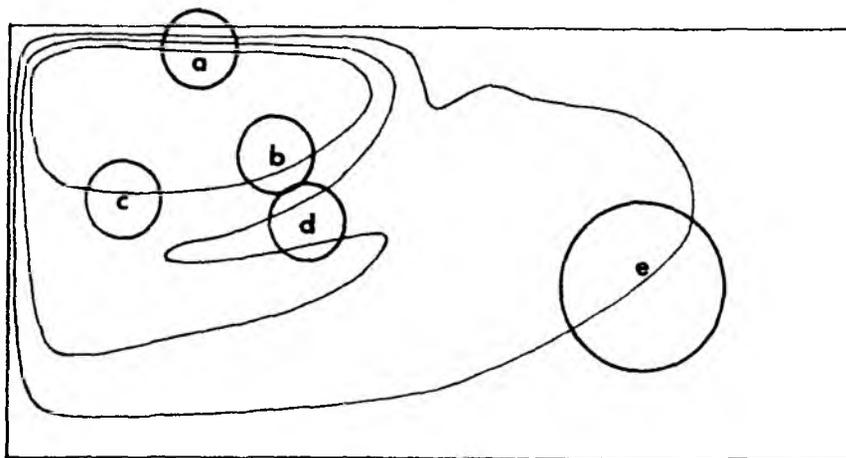


Abb. 53: Schematische Übersicht zur MKEF-Balance in verschiedenen Regionen. In den qualitativen Budgets sind die dominierenden Energietransferprozesse angegeben. Dissipation von MKEF findet im gesamten Becken statt, spielt in regionalen Budgets aber, außer im Ostteil des Beckens (e), eine untergeordnete Rolle.

6.3.4. LOKALE ENERGIEBALANCE DER MITTLEREN ZIRKULATION

Die Analyse der KEM-Terme (6.6) soll zeigen, welche Rolle das Wirbelfeld für die Energetik der mittleren Zirkulation spielt. Dabei muß berücksichtigt werden, daß gemäß den beckenintegrierten Budgets die Wechselwirkung mit dem Fluktuationfeld in diesem Modell noch keine dominierende Bedeutung gegenüber der mittleren (parametrisierten) Diffusivität erreicht und damit die Dynamik der mittleren Zirkulation in erster Näherung weiterhin der stationären Lösungen entsprechen wird. Für die Interpretation der Rolle des Wirbelfeldes in der Zirkulation sollte deshalb nicht die absolute Größenordnung des Wechselwirkungsterms im Vordergrund stehen, sondern die Fragen: Wo entzieht die Wechselwirkungsarbeit der mittleren Zirkulation Energie? Gibt es andererseits Bereiche, in der die mittleren Strömungen durch das Wirbelfeld Energie gewinnen? Und schließlich: Inwieweit stellt die Reynolds-Wechselwirkung eine Umwandlung der beiden Energieformen dar?

In den Darstellungen der KEM-Transferterme (Abb. 54) sind die positiven Bereiche gerastert (bzw. die Bereiche ab der ersten positiven Konturlinie), um einen visuellen Vergleich des KEM-WW-Terms mit dem MKEF-WW-Term zu erleichtern. Bis auf die kleineren Grenzschichtbreiten entspricht die räumliche Verteilung der "mittleren" Prozesse (Abb. 54, b-e) im wesentlichen noch dem stationären Fall (Abb. 24, S. 63). Gegenüber diesen Termen ist die Wechselwirkungsarbeit (Abb. 54a) praktisch nur im Rezirkulationsbereich von Bedeutung. Im inneren Bereich der Rezirkulationszelle wird KEM entzogen; die Wechselwirkung mit dem Fluktuationfeld übernimmt hier die Rolle der Dissipation und trägt zum mittleren Gleichgewicht mit dem Windantrieb (im becken-integrierten Sinne) bei.

Am Außenrand der Rezirkulationszelle wechselt der Term sein Vorzeichen und führt zu einem Energiegewinn für die mittlere Strömung. Zwar ist dieser deutlich schwächer als die Energieabgabe im Kernbereich der Rezirkulationszelle, wesentlich ist aber, daß er in einem Bereich erfolgt, in dem ebenfalls alle anderen Energietransferterme klein sind. Damit kann die Reynolds-Wechselwirkung zu einem wesentlichen Antriebsmechanismus für die mittlere Zirkulation in diesem Bereich werden. Im Randbereich der Rezirkulations-

Abb. 54: Die Energietransferterme in der Gleichung für die kinetische Energie des mittleren Feldes (KEM); Exp. 14. Nulllinie gestrichelt; positive Bereiche gerastert (ab der ersten Isolinie).

a) (KEM-) Reynolds-Wechselwirkungsarbeit.

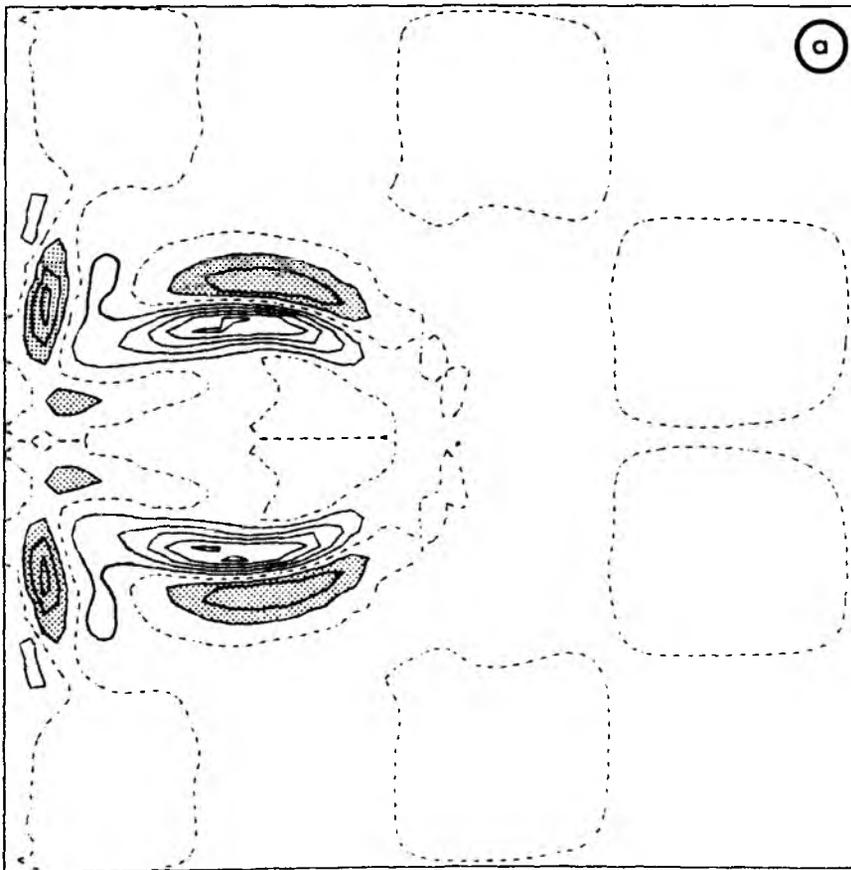
$$\Delta = 6 \cdot 10^{-5} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (4 \text{ erg cm g}^{-1} \text{ s}^{-1})$$

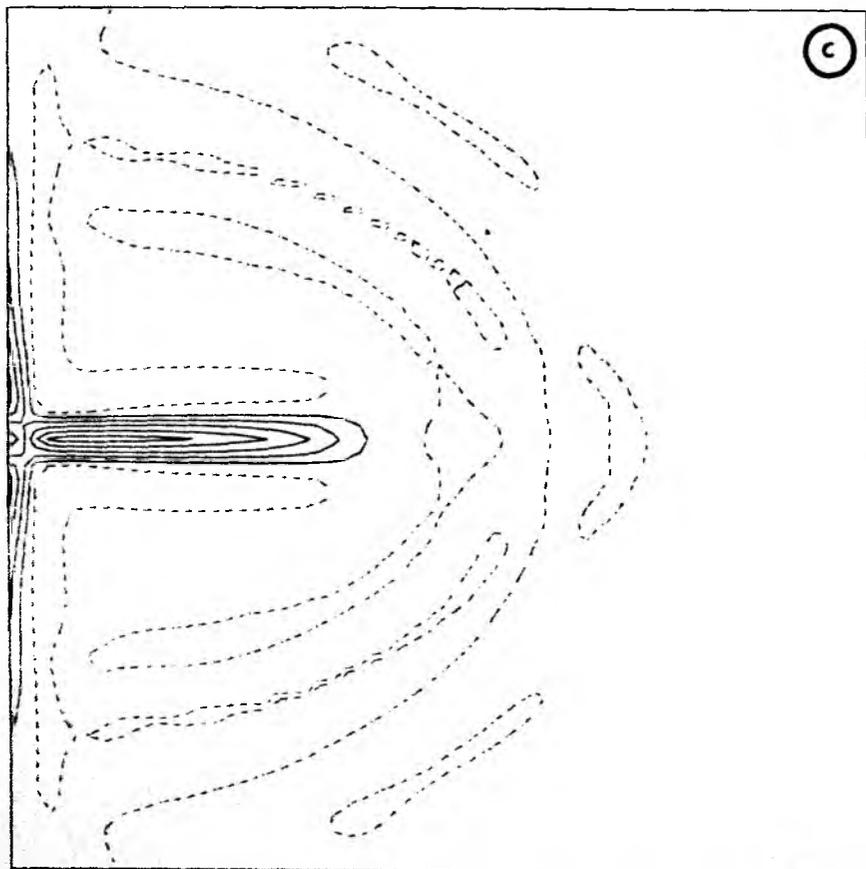
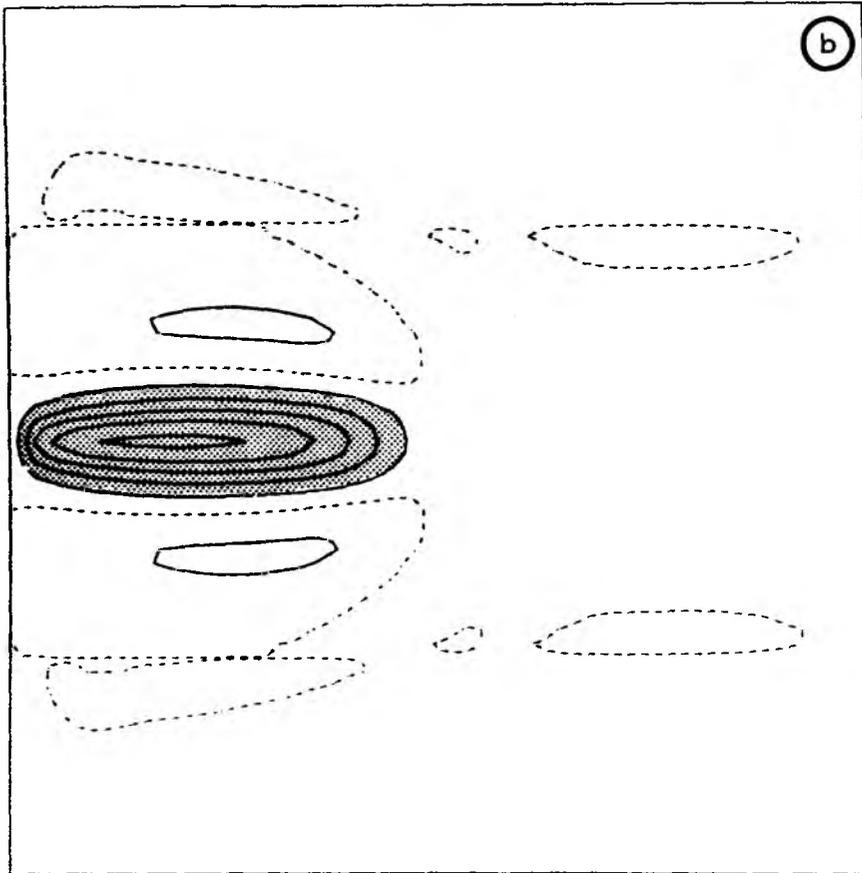
b) Arbeit der Windschubspannung. $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$ (7)

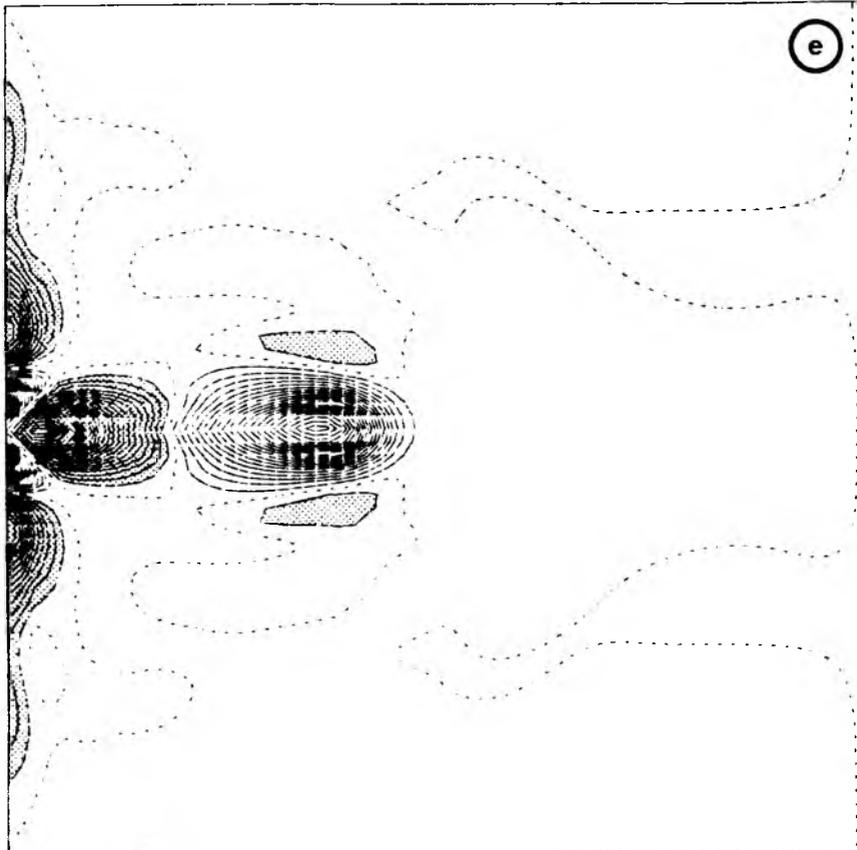
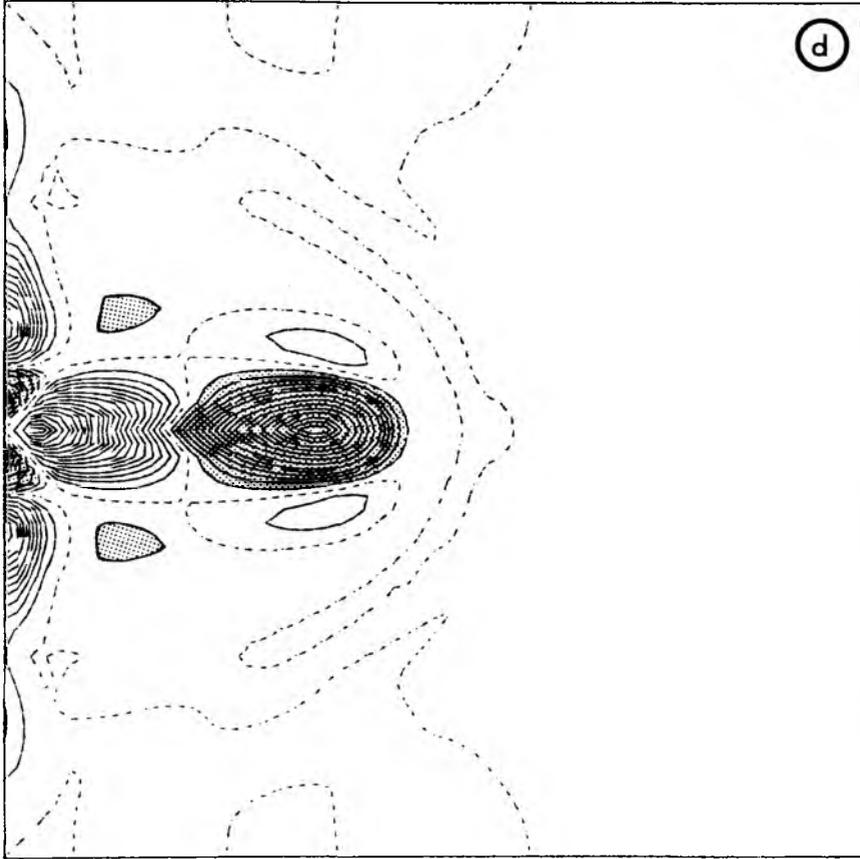
c) Diffusion. Δ wie (b)

d) Advektion. $\Delta = 2 \cdot 10^{-4}$ (14)

e) Druckerarbeit. Δ wie (d).







zelle übernimmt die Wechselwirkungsarbeit die Rolle des Druckterms als "Motor" der Zirkulation (Abb. 55). Die Teilchen, die aus der Trägheits-Rezirkulationszone in das lineare Sverdrup-Regime übertreten, werden hier durch die Wechselwirkung mit dem Wirbelfeld beeinflusst. Welche Konsequenzen der Wirbeleinfluß auf die räumliche Struktur der induzierten Strömung hat, kann eine Energieanalyse allerdings nicht klären. Diese Frage wird mit Hilfe der Vorticityanalyse im folgenden Abschnitt diskutiert.

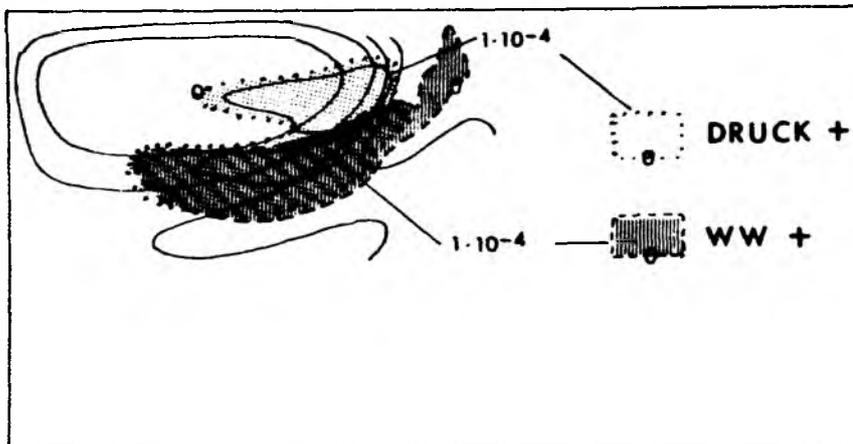


Abb. 55: Antriebsmechanismen der Strömung im Rezirkulationsbereich: Bereiche, in denen die Druckarbeit und die Wechselwirkungsarbeit positiv sind. Angegeben sind die Nulllinien sowie die Isolinien mit einer Energietransferrate von $1 \cdot 10^{-4} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$

Wie in der Analyse der stationären Lösungen (Abb. 25) wird eine Einteilung der Zirkulation in dynamische Regime vorgenommen, die jeweils durch eine vorherrschende Energiebalance charakterisiert sind (Abb. 56). Das Sverdrup-Regime (I) und die Strahlstrom-Regime (II, III) entsprechen völlig dem stationären Fall. Dagegen kommen im Rezirkulationsbereich (IV, V, VI) die Wirbeleinflüsse zum Tragen: Im inneren Rezirkulationsbereich (IV und V) stellt die Wechselwirkung eine Energiesenke dar, in VI dagegen den wesentlichen Antriebsmechanismus der Zirkulation gegen die Arbeit von Wind und Diffusion.

Eine Interpretations-Schwierigkeit der Energieanalyse liegt in der i.A. fehlenden Umwandlungseigenschaft der Wechselwirkungs-

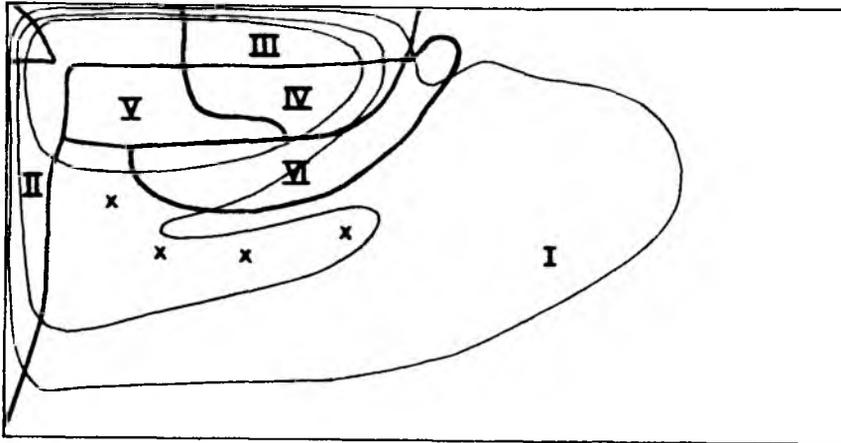


Abb. 56: Dynamische Regime der mittleren Zirkulation, die durch vorherrschende Energiebalancen charakterisiert sind:

I - III wie im stationären Fall; vgl. Abb. 25

IV $DRUCK \sim WW + ADV.$

V $ADV. \sim WW$

VI $WW \sim WIND + DIFF.$

arbeit In Abb. 57 sind die Bereiche des Wechselwirkungsterms und des MKEF-Wechselwirkungsterms mit jeweils entgegengesetzten Vorzeichen dargestellt. Um eine lokale Umwandlung von Energie zu repräsentieren, müßten die Terme entgegengesetzt gleich sein. Dies ist im Modell praktisch nirgends der Fall. Die einer KEM-Zone entsprechende MKEF-Zone ist immer deutlich verschoben, und zwar in erster Näherung in Richtung der mittleren Advektion.

Daß die im vorliegenden Experiment auftretende Verteilung der Wechselwirkungsterme nicht rein modellspezifisch ist, zeigt ein Vergleich mit den Ergebnissen von HARRISON und ROBINSON (1978)

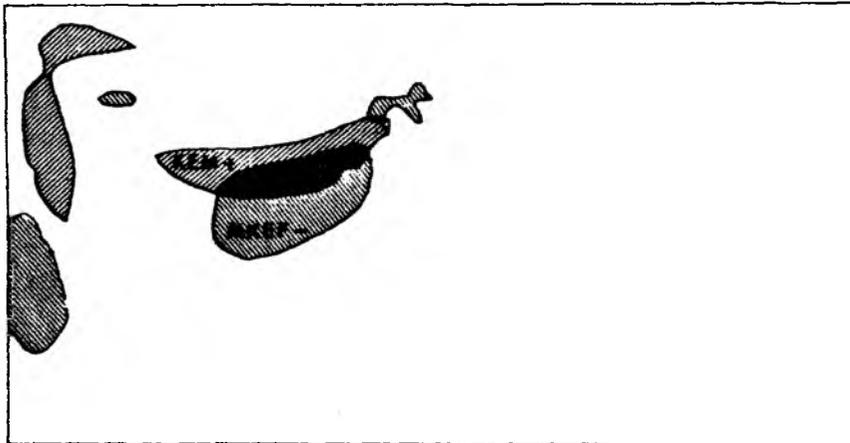


Abb. 57: Bereiche, in denen

- a) KEM-WW negativ ($< 3 \cdot 10^{-5} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$) und MKEF-WW positiv ($> 3 \cdot 10^{-5}$) ist ("Instabilitätsregionen").
- b) KEM-WW positiv ($> 3 \cdot 10^{-5}$) und MKEF-WW negativ ($< 3 \cdot 10^{-5}$) ist ("Induktionsregionen").

für das barokline, Fünf-Schichten RHMS-Modell (Abb. 58).

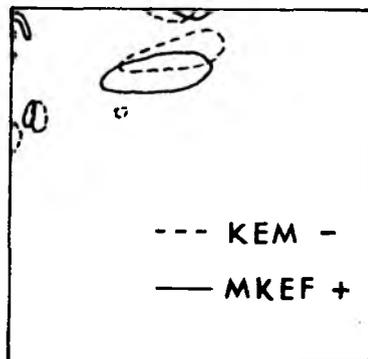


Abb. 58: "Instabilitätsregionen" im RHMS-Modell nach der Analyse von HARRISON und ROBINSON (1981). Vertikal integrierter Energietransfer.

$$\begin{aligned} \text{--- MKEF-WW} &: + 10^{-1} \text{ erg cm g}^{-1} \text{ s}^{-1} \\ \text{---- KEM-WW} &: - 10^{-1} \text{ erg cm g}^{-1} \text{ s}^{-1} . \end{aligned}$$

6.3. VORTICITYDYNAMIK

6.3.1. THEORETISCHE BETRACHTUNGEN

Die Energiebetrachtung zeigt, daß die Wechselwirkung zwischen dem mittleren Feld und den Fluktuationen auf den Bereich der westwärtigen Rezirkulation konzentriert ist und - das ist das wesentliche Ergebnis - Energie in beiden Richtungen überträgt. Interessant sind insbesondere die Bereiche, in denen die Arbeit der Reynoldsspannungen zur Erzeugung von Energie des mittleren Feldes führt und die Existenz des Fluktuationfeldes eine Antriebskraft für die mittleren Strömungen darstellt.

Mit der Vorticityanalyse soll der Einfluß des Fluktuationfeldes auf die Horizontalstruktur der Strömungen untersucht werden.

Die Vorticitybalance des mittleren Feldes

Ausgehend von der Vorticitygleichung (2.2) folgt nach einer Aufspaltung in mittlere und fluktuierende Anteile $\psi = \bar{\psi} + \psi'$ und Reynolds-mittelung die Gleichung für die mittlere Vorticity

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \bar{\psi} = - \frac{1}{H} \frac{\partial \bar{\tau}^x}{\partial y} + A \nabla^4 \bar{\psi} - \beta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} - J(\bar{\psi}, \nabla^2 \bar{\psi}) - J(\overline{\psi', \nabla^2 \psi'}) \quad (6.8)$$

Die ersten vier Terme der rechten Seite entsprechen dem stationären Fall ("WIND", "DIFF", "BETA", "ADVE"). Hinzu kommt der Einfluß des Fluktuationfeldes auf die mittlere Vorticity ("EDDY").

Mit der potentiellen Vorticity $q = \nabla^2 \psi + f$, $q = \bar{q} + q'$ läßt sich (6.8) schreiben als

$$\frac{d}{dt} \bar{q} = - \frac{1}{H} \frac{\partial \bar{\tau}^x}{\partial y} + A \nabla^4 \bar{\psi} - J(\overline{\psi', q'}) \quad (6.9)$$

bzw.

$$\frac{d}{dt} \bar{q} = - \frac{1}{H} \frac{\partial \bar{\tau}^x}{\partial y} + A \nabla^4 \bar{\psi} - \nabla \cdot (\overline{u' q'}) \quad (6.10)$$

Der Wirbeleffekt auf die mittlere Strömung wird durch die Divergenz des turbulenten Flusses potentieller Vorticity gegeben. Er stellt eine Kraft dar, die die (Eulersche) mittlere Strömung über Linien konstanter mittlerer potentieller Vorticity hinweg beschleunigt.

Dazu zwei Betrachtungen:

(a) Eine Integration der Vorticitygleichung über ein Gebiet, das von einer mittleren Stromlinie $\bar{\psi} = \text{konst.}$ umschlossen wird, ergibt die Beschleunigung der mittleren Zirkulation, d.h. der mittleren Eulerschen Geschwindigkeit längs $\bar{\psi}$. Es entfallen hier die mittleren Transporte von Vorticity (BETA, ADVE); mit \underline{n} als nach außen gerichtetem Normalenvektor und Kurvenintegration entgegen dem Uhrzeigersinn:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint \underline{u} \cdot d\underline{s} = - \oint \overline{u' q'} \cdot d\underline{n} + \oint \bar{\tau} \cdot d\underline{s} + A \oint \nabla \bar{\tau} \cdot d\underline{n} \quad (6.11)$$

Im Gleichgewicht muß die Zirkulation der Windschubspannung durch einen Fluß potentieller Vorticity über die Stromlinie balanciert werden. Im stationären Fall wird dies durch die Diffusion bewirkt. In quasi-stationären Lösungen kann der turbulente Fluß weitgehend die Rolle der Diffusion übernehmen. Auf integralen Vorticitybalancen beruht die EGCM-Analyse von HOLLAND und RHINES (1980).

- (b) Der turbulente Fluß von Vorticity $\overline{u'q'}$ stellt eine Kraft dar, die zu einer mittleren Beschleunigung der Wasserteilchen führt. Betrachten wir dazu die Impulsgleichungen (2.8). Wegen

$$\begin{aligned} \kappa \times \underline{uq} &= \begin{pmatrix} -vq \\ uq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -v \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv \\ u \frac{\partial v}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial y} + fu \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv - v \frac{\partial v}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial x} \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu - v \frac{\partial v}{\partial y} - u \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

lassen sich diese schreiben als

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \kappa \times \underline{uq} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{u} \right) + \underline{F} \quad ,$$

nach Reynolds-Mittlung:

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \kappa \times \overline{\underline{uq}} + \kappa \times \overline{\underline{u'q'}} = -\nabla \left(\frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{\underline{u} \cdot \underline{u}} + \frac{1}{2} \overline{\underline{u'} \cdot \underline{u'}} \right) + \bar{\underline{F}} \quad . \quad (6.12)$$

Wegen $\text{rot grad} \equiv 0$ stellt $\kappa \times \overline{\underline{u'q'}}$ den rotationsbehafteten Anteil von $\nabla \cdot (\overline{\underline{u'u'}})$, der Divergenz des Reynoldsschen Spannungstensors, dar.

Die mittlere Enstrophybalance des Fluktuationfeldes

Die Wechselwirkung zwischen Fluktuationfeld und mittlerem Feld läßt sich durch Übergang zu einer quadratischen Größe untersuchen. In analoger Weise zur Energiebetrachtung kann dies durch Betrachtung der (potentiellen) Enstrophy $1/2 q^2$ geschehen.

Subtraktion der Gleichung für die Vorticity des mittleren Feldes (6.8) von der Vorticitygleichung (2.2) ergibt (D' =Diffusion)

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \nabla \cdot (\underline{u'u'q'}) - \nabla \cdot (\overline{\underline{u'q'}}) = -\underline{u'} \cdot \nabla \bar{q} - \bar{\underline{u}} \cdot \nabla q' + D' \quad (6.13)$$

Die Terme auf der linken Seite allein beschreiben geostrophische Turbulenz (2-dimensionale Turbulenz auf der β -Ebene), die rechte Seite gibt den Einfluß des mittleren Feldes und der Diffusion. Um zu einer

Gleichung für die Änderung des Wirbelfeldes im zeitlichen Mittel zu gelangen, bilden wir durch Multiplikation mit q' und anschließender Mittelung die Gleichung für die mittlere potentielle Enstrophy des Wirbelfeldes

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{q'^2} + \frac{1}{2} \overline{\bar{u} \cdot \nabla q'^2} = - \overline{u' q' \cdot \nabla \bar{q}} + \overline{q' D'}. \quad (6.14)$$

Die Gleichung stellt eine Alternative zur MKEF-Gleichung (6.7) dar, um die Entstehung, Dissipation und Umgestaltung des Wirbelfeldes zu untersuchen. Die Erzeugung von Enstrophy des Fluktuationfeldes aus der Wechselwirkung mit dem mittleren Feld wird durch den ersten Term auf der rechten Seite beschrieben: Analog zur Arbeit der Reynoldsspannungen gegen den Gradienten der mittleren Strömung in der Gleichung für die Energie des Fluktuationfeldes repräsentiert er die "Arbeit" des turbulenten Flusses von Vorticity gegen den mittleren Vorticitygradienten. Ein Fluß in Richtung des Gradienten führt zur Abnahme von Wirbelenstrophy, in Gegenrichtung zur Erzeugung von Wirbelenstrophy.

(Eine entsprechende Betrachtung der Enstrophy des mittleren Feldes, $1/2 \bar{q}^2$, zeigt auch hier die fehlende (lokale) Umwandlungseigenschaft des Wechselwirkungsprozesses: Durch Multiplikation von (6.11) mit \bar{q} erhalten wir

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \bar{q}^2 + \frac{1}{2} \overline{\bar{u} \cdot \nabla \bar{q}^2} = + \underbrace{\overline{u' q' \cdot \nabla \bar{q}} - \overline{u' \cdot \nabla (q' \bar{q})}}_{\text{Wechselwirkungsterm}} - \bar{q} \frac{\partial \tau^x}{\partial y} + A \bar{q} \nabla^4 \bar{\psi}.)$$

Zur Induktion mittlerer Strömungen

Auf Vorticity-Betrachtungen gründet sich die Theorie der Strömungs-Rektifikation durch ein quasi-geostrophisches Wirbelfeld (RHINES, 1977; RHINES und HOLLAND, 1979; McEWAN et al., 1980). Betrachten wir dazu die Vorticity- oder Impulsgleichungen, z.B. (6.12), in einem zonalen "Kanal" ($\frac{\partial}{\partial x} \equiv 0$) und legen zur Vereinfachung statt der Austauschreibung ein lineares Reibungsgesetz (Reibungsparameter k) zugrunde. Für die zonal gemittelte Geschwindigkeitskomponente \bar{u} erhalten wir dann

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + k\right) \bar{u} = \overline{v' q'}. \quad (6.15)$$

Der meridionale turbulente Fluß potentieller Vorticity stellt eine zonale Kraft dar, die zu einer mittleren zonalen Beschleunigung führt. Da der Wirbelfluß von Vorticity gleich der Divergenz der Reynoldsspannungen ist, gilt entsprechend

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + k\right) \bar{u} = - \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'u'}$$

Im Gleichgewicht wird die mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{u} = \frac{1}{K} \overline{v'q'} \quad \text{bzw.} \quad \bar{u} = - \frac{1}{K} (\overline{v'u'})_y \quad (6.16)$$

und ist damit abhängig vom Verhältnis der Zeitskala des Erzeugungsprozesses gegenüber der Zeitskala der Dissipation des mittleren Impulses.

Ein Ausdruck für den Flußterm $\overline{v'q'}$ und damit eine Aussage über die Richtung der induzierten mittleren Strömung relativ zum Gradienten der mittleren potentiellen Vorticity läßt sich aus der Enstrophybalancegleichung des Wirbelfeldes (6.14) gewinnen (z.B. McEWAN et al., 1980). Mit entsprechenden Annahmen (Kanalhypothese, durch externe, fluktuierende Kraft angeregtes Wirbelfeld) ist die erzeugte Strömung in der Breite, in der das Wirbelfeld erzeugt wird, ostwärts gerichtet (\bar{u} hat entgegengesetztes Vorzeichen wie \bar{q}_y) und in den Breiten, in denen keine Anregung erfolgt, westwärts.

Die Aussagen der quasi-geostrophischen Theorie zur Strömungsinduktion durch Rektifikation eines Wirbelfeldes in Gegenwart eines mittleren Vorticitygradienten werden durch Laborexperimente (Versuche mit rotierenden Wassertanks) i.W. bestätigt: WHITEHEAD (1975) erzeugte eine zonale ostwärtige Strömung, begrenzt durch Seitenbänder westwärtiger Strömungen, durch Anregung von Fluktuationen mittels lokaler Oszillationen eines Kolbens. COLIN DE VERDIERE (1979) führte Experimente mit zonal periodischer Anregung durch, was detailliertere Vergleiche mit der Theorie ermöglichte. McEWAN et al. (1980) ergänzten diese Experimente durch Untersuchungen zum Einfluß verschiedener Anregungsmechanismen. Ihre Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den Nullstellen und Maxima in \bar{u} und $(\overline{u'v'})_y$ (s. Gl. (6.16)).

Ein numerisches Experiment zu dieser Frage wurde von HAIDVOGEL und RHINES (1983) durchgeführt. Sie untersuchten die Strömungs-Rektifikation in einem barotropen Modell. Das Fluktuationfeld wird angeregt durch ein in der Beckenmitte lokalisiertes, oszillierendes Windfeld. Nach wenigen Perioden entsteht eine mittlere, ostwärtige Strömung in der Anregungsbreite (mit 0 (8 cm/s) im offenen, 0 (2 - 4 cm/s) im geschlossenen Becken). Die theoretische Relation zum turbulenten Fluß von Vorticity $\overline{u'q'}$ wird i.W. bestätigt, als problematisch erweist sich dagegen (aufgrund der zonalen Variabilität) die Anwendbarkeit der Kanalannahme, d.h. die Relevanz von $(\overline{u'v'})_y$.

Die Verhältnisse werden im vorliegenden Zirkulationsmodell dadurch kompliziert, daß die Fluktuationen durch Instabilitäten der (winderzeugten) Strömungen selbst entstehen und hier "Instabilitäts"- und "Induktions"regionen nebeneinander auftreten. Die unterschiedliche Rolle des Fluktuationfeldes in den verschiedenen Bereichen soll in der folgenden Analyse der Ergebnisse herausgearbeitet werden.

6.3.2. DER TURBULENTE FLUSS VON VORTICITY

Die zentrale Größe für eine Diskussion der Vorticity-Dynamik ist der turbulente Fluß $\overline{u'q'}$: Die Komponente des turbulenten Flusses in Richtung des mittleren Vorticitygradienten ist mit der Enstropherzeugung des Fluktuationfeldes verbunden; die Divergenz des Flusses gibt den Einfluß des Fluktuationfeldes auf die Vorticitybalance der mittleren Strömungen.

Betrachten wir zunächst den Fluß selbst (Abb. 59). Das Vektorfeld zeigt eine Konzentration im Rezirkulations- und westlichen Randbereich. Im inneren Bereich der Rezirkulationszelle findet ein Einstrom von (positiver) Vorticity in das von den Stromlinien umschlossene Gebiet negativer Vorticity statt. Der turbulente Fluß wirkt damit der Wind-Erzeugung von negativer (antizyklonaler) Vorticity entgegen. Die Wirkung entspricht einer Diffusion negativer Vorticity aus dem Gebiet; der turbulente Austauschkoefizient

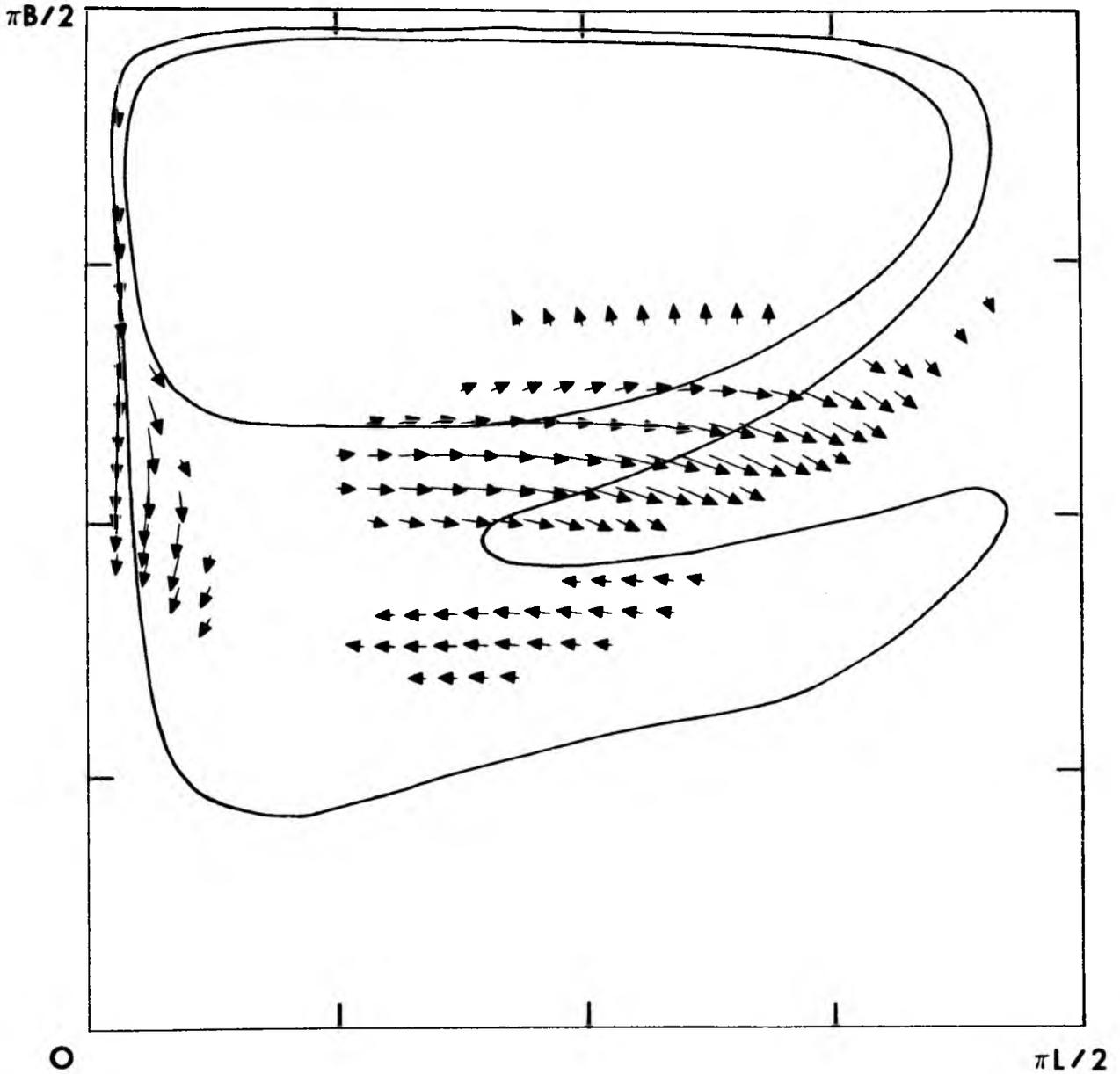


Abb. 59: Der turbulente Fluß von potentieller Vorticity $\overline{u'q'}$ in der Westhälfte des antizyklonalen Zirkulationsbereichs von Exp. 14. 1 cm Pfeillänge entspricht einem Fluß von $4 \cdot 10^{-5} \text{ cm s}^{-2}$. Dargestellt sind nur Flüsse $\geq 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm s}^{-2}$.

$A = - \overline{u'q'} \cdot \nabla \bar{q} / |\nabla \bar{q}|^2$ ist dabei in der Größenordnung $10^8 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (s. dazu auch Abb. 60).

Umgekehrt ist die Situation dagegen im äußeren Rezirkulationsbereich, wo durch die Fluktuationen zusätzlich Vorticity aus dem (von einer Stromlinie umschlossenen) Gebiet ausströmt und damit die negative Vorticity der Wasserteilchen, d.h. die antizyklonale Rezirkulation verstärkt.

Für die Wirbeldynamik ist die Komponente des Flusses in Richtung des mittleren Vorticitygradienten wichtig. Da die potentiellen Vorticity-Konturen (Abb. 42) in erster Näherung zonal verlaufen, ist es sinnvoll, zunächst nur die meridionale Komponente zu betrachten (Abb. 60). Der homogene Bereich ($\bar{q}_y \sim 0$) im Zentrum des "sub-gyre"

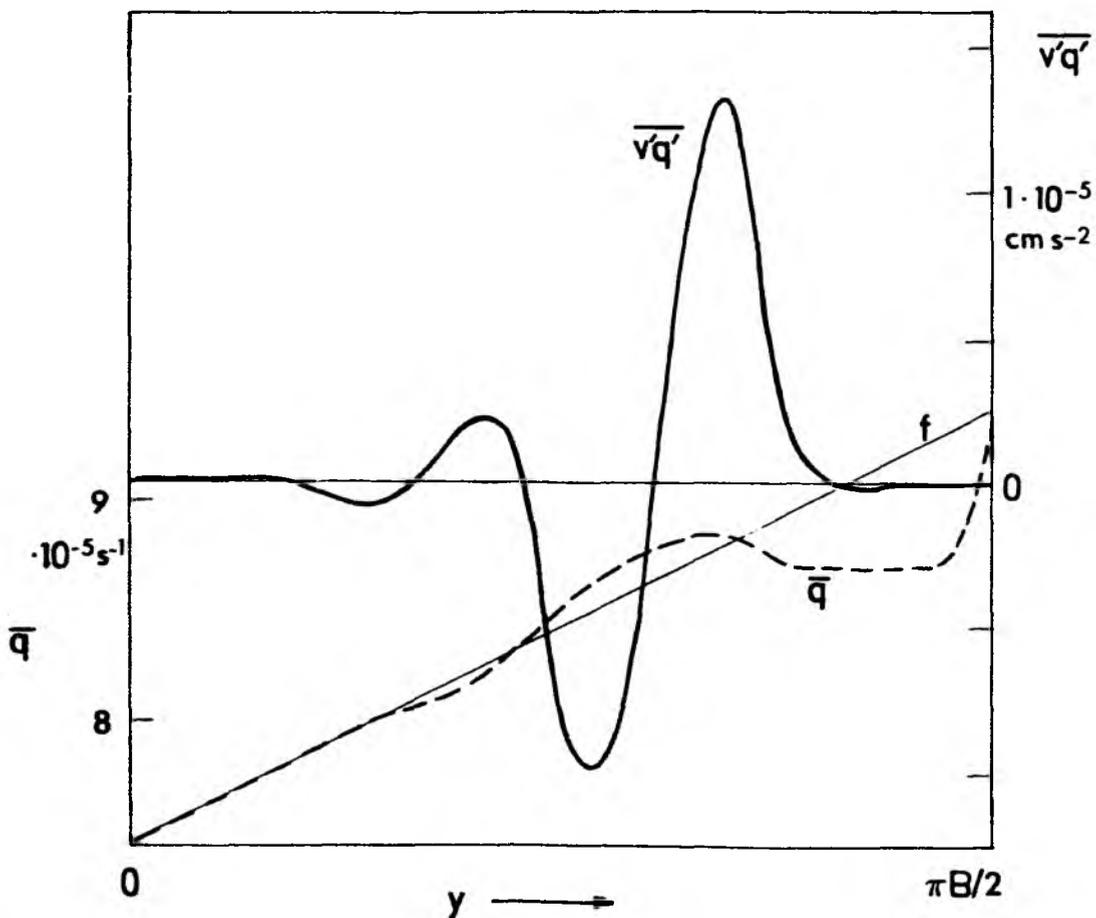


Abb. 60: Meridionalschnitte von $\overline{v'q'}$ und \bar{q} bei $x = 550 \text{ km}$ ($\sim \pi L/4$)

ist durch sehr kleine turbulente Flüsse ausgezeichnet. Im Bereich des negativen Vorticitygradienten ($\bar{q}_y < 0$) findet ein nordwärtiger Fluß von Vorticity statt; die Fluktuationen reduzieren den Betrag des mittleren Gradienten, bzw. haben die Tendenz, den homogenisierten Bereich weiter auszudehnen (vgl. Abb. 43). In Gegenrichtung zum mittleren Gradienten ($\bar{q}_y > 0$) sind die Flüsse ($\overline{v'q'} < 0$) auch im größten Teil der westwärtigen Strömung. Ein in Richtung des mittleren Gradienten (nordwärts) gerichteter Fluß tritt dagegen etwas südlich von $y = \pi B/4$ auf, d.h. im Bereich der mittleren ostwärtigen Strömung; dies entspricht einer "Diffusion" mit negativen Austauschkoefizienten.

Die Werte für die turbulenten Vorticity-Flüsse liegen im Bereich ozeanischer Werte: BROWN und OWENS (als pers. Mitt. zitiert in McWILLIAMS, 1983) ermittelten aus Strommesserdaten am südlichen Rand der Golfstromrezirkulation ("LDE site" 31N, 70W) Werte von $|\overline{u'q'}| = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm s}^{-2}$ (i.W. "downgradient"), entsprechend $A \sim 10^8 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. (Die ozeanischen Flüsse sind allerdings dominiert vom "stretching flux" und weniger von $\overline{u'z'}$.)

Die mit der Komponente des turbulenten Flusses in (Gegen-) Richtung des mittleren Gradienten verbundene Erzeugung von Enstrophy des Fluktuationfeldes wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

Fragen wir zunächst noch nach der Relevanz der "Kanalhypothese", insbesondere nach einer Beziehung der - näherungsweise zonalen - ostwärtigen Strömung bei $y = \pi B/4$ mit dem meridionalen Vorticity - bzw. Impulsfluß gemäß Gl. (6.16). Wie der Meridionalschnitt in Abb. 61 zeigt, ist die Relation $\overline{v'q'} \sim - (\overline{u'v'})_y$ hier offenbar gegeben. Näherungsweise läßt sich auch eine Beziehung zwischen dem Bereich mit positivem \bar{u} (bei $y = \pi B/4$) und den Bereichen mit positivem $\overline{v'q'}$ bzw. negativem $(\overline{u'v'})_y$ erkennen. Aus den Kurven läßt sich eine ostwärtige Beschleunigung durch den turbulenten Fluß $\overline{v'q'}$ von etwa $0.2 \cdot 10^{-5} \text{ cm s}^{-2}$ entnehmen. Nach Gl. (6.16) ergibt sich daraus mit einer Schätzung der dissipativen Zeitskala $K^{-1} \sim 12$ Tage (aus $\partial \bar{u} / \partial t = A \nabla^2 \bar{u}$, $A = 5 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ und $L \sim 200 \text{ km}$) eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit $\bar{u} \sim 2 \text{ cm/s}$.

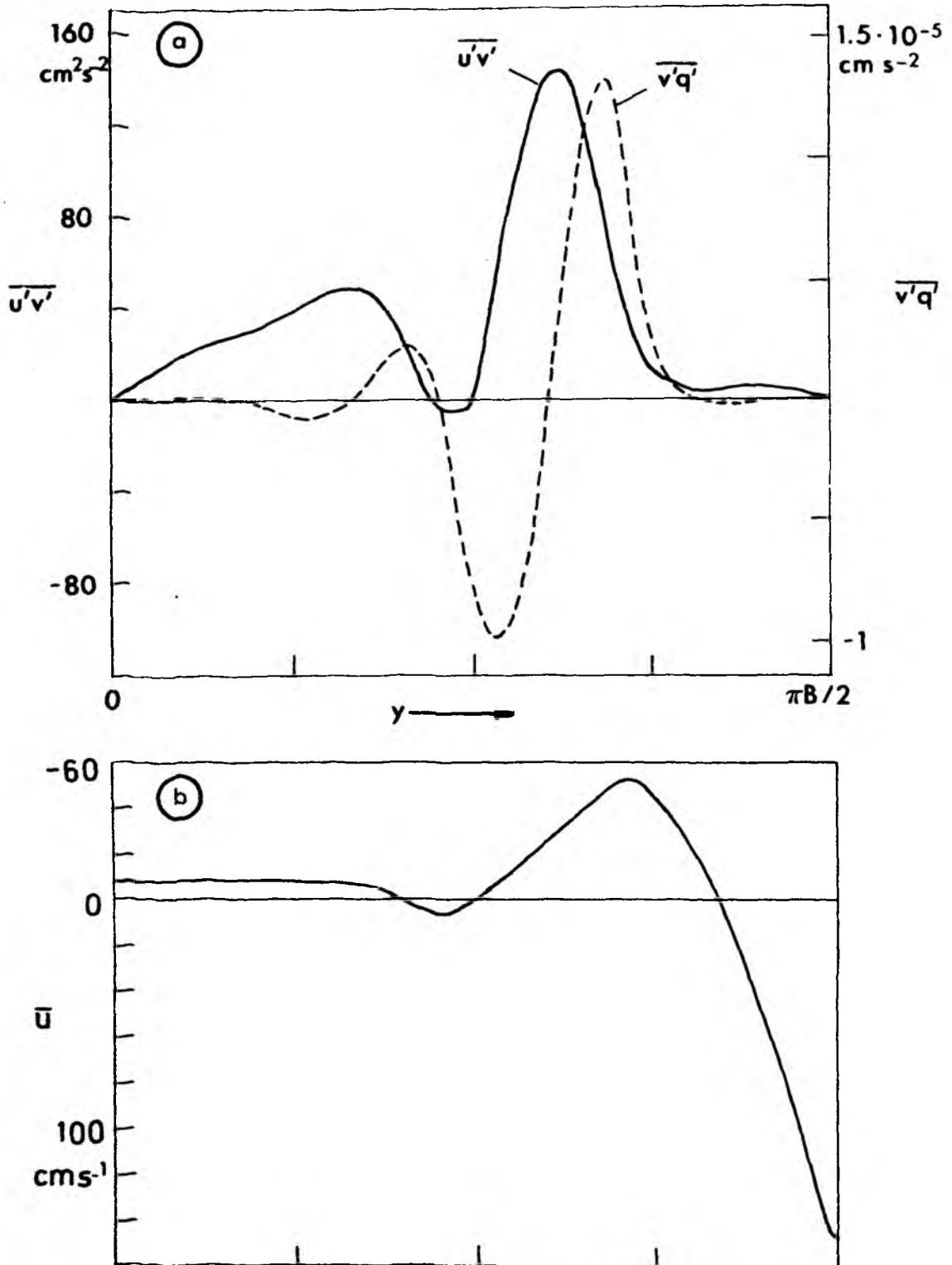
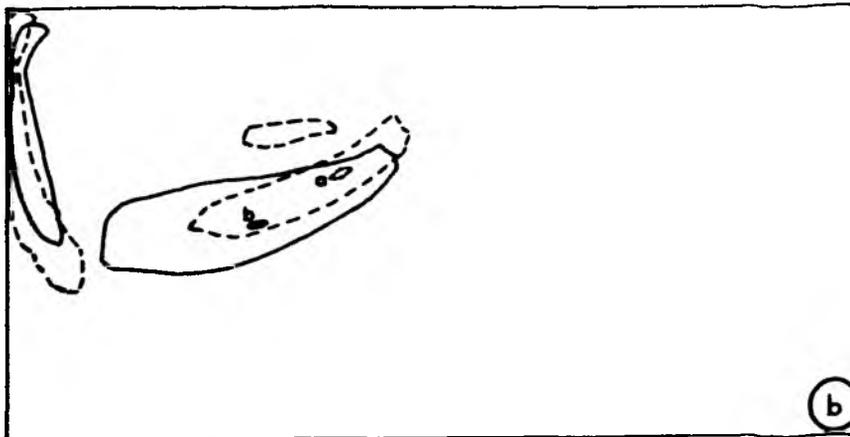
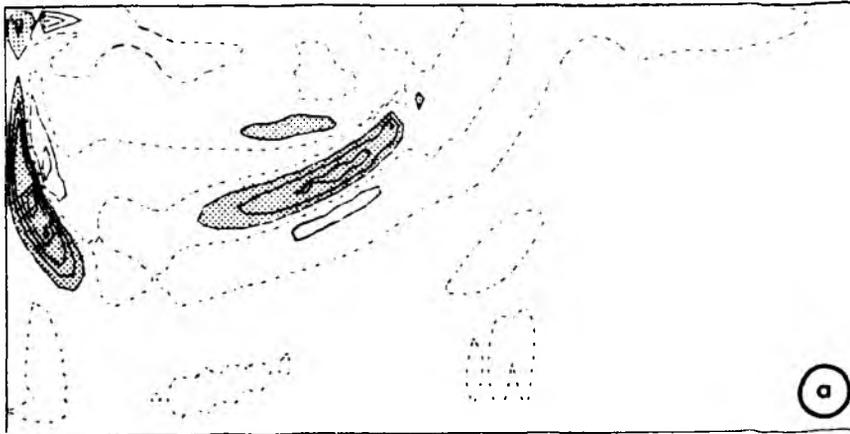


Abb. 61: Meridionalschnitt ($x = 550$ km) der turbulenten Flüsse $\overline{u'v'}$, $\overline{v'q'}$ (a) in Relation zur mittleren zonalen Geschwindigkeitskomponente \bar{u} (b).

6.3.3. ERZEUGUNG VON ENSTROPY DES FLUKTUATIONSFELDES

Mittlere potentielle Enstrophy des Fluktuationfeldes ($1/2 \overline{q'^2}$) (Abb. 38) wird dort erzeugt, wo der turbulente Vorticityfluß $\overline{u'q'}$ in Gegenrichtung zum Gradienten von \bar{q} zeigt. Die Erzeugungsregionen zeigt der den Wechselwirkungsterm in der Enstrophybalancegleichung (Abb. 62). Wir finden i.W. zwei Regionen, einmal in der westwärtigen Rezirkulation, zum anderen in der westlichen Grenzschicht. Es ergibt sich eine gute qualitative Obereinstimmung mit der Verteilung der



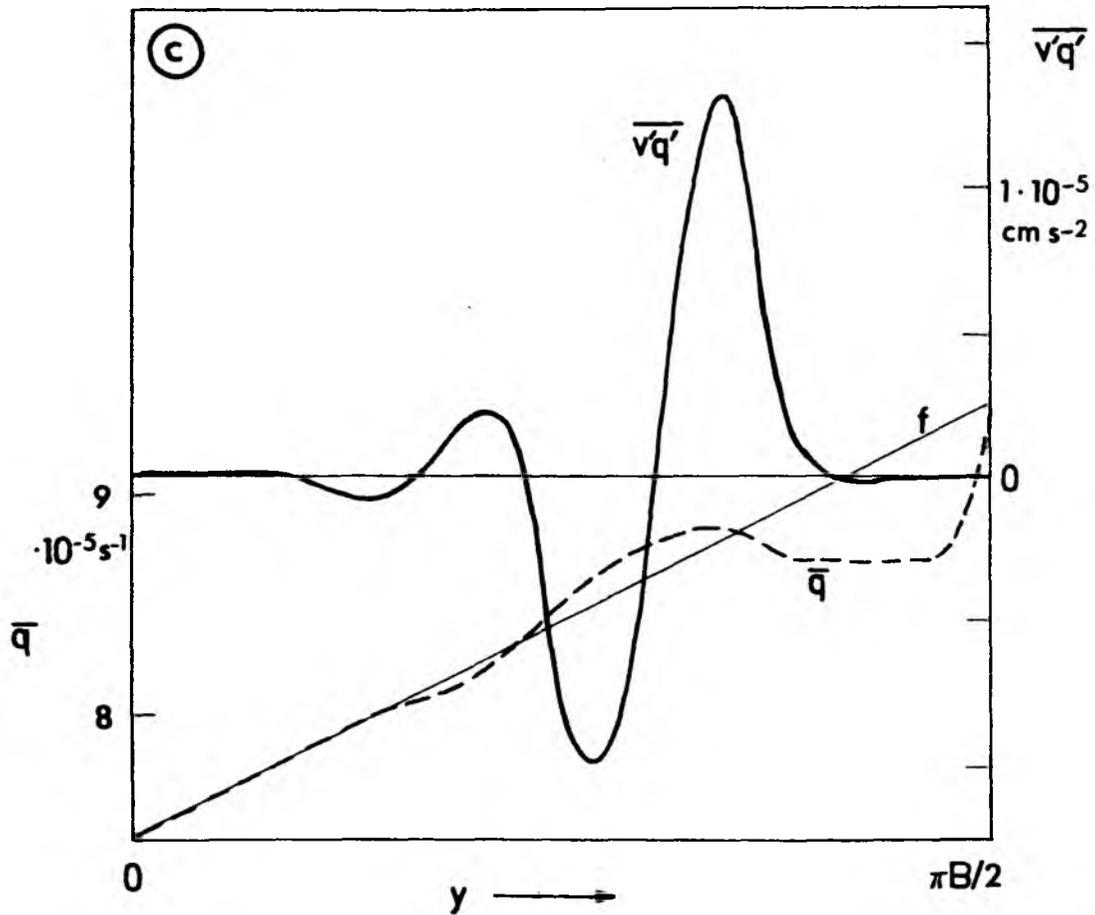


Abb. 62: (a) Wechselwirkungsterm in der Enstrophybalance des Fluktuationfeldes, $\overline{u'q' \cdot \nabla \bar{q}}$. Linienabstand $\Delta = 3.2 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-3}$. Negative Bereiche (ab der ersten Isolinie) sind gerastert und geben die Regionen der Enstrophyproduktion (Wirbelentstehung) an.

(b) Enstrophyproduktion und mittlere Enstrophy des Fluktuationfeldes. Durchgezogene Linie: $q'^2 = 4.8 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-2}$; gestrichelt: $\overline{u'q' \cdot \nabla \bar{q}} = -3.2 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-3}$.

(c) Meridionalschnitte ($x = 550 \text{ km}$) von \bar{q}^2 und $\overline{v'q'}$.

der mittleren Enstrophy des Fluktuationfeldes; es tritt allerdings eine Verschiebung der Bereiche, bzw. der Maxima beider Felder auf (im Rezirkulationsgebiet von a nach b), offenbar aufgrund der mittleren Advektion. Ein Zusammenhang der Felder erscheint aber deutlicher als beim Vergleich der Energie des Fluktuationfeldes mit der Wechselwirkungsarbeit, wo eine Komplizierung aufgrund der Umverteilung der erzeugten Wirbelenergie durch einen zusätzlichen Transportterm (Druckarbeit) erfolgt.

Der Meridionalschnitt zeigt, daß das Minimum von $\overline{v^T q^T}$ (und damit näherungsweise auch $\overline{v^T q^T} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y}$) in etwa mit dem Maximum von q'^2 zusammenfällt. Hieran wird deutlich, daß die Wirbelentstehungsregion im Zirkulationsmodell nicht die Region darstellt, in der die Wirbel Flüsse ihren stärksten Einfluß auf die mittlere Zirkulation haben; dieser wird durch die Divergenz der Flüsse gegeben ($(\overline{v^T q^T})_y$ im Meridionalschnitt):

6.3.4. DIE VORTICITYBALANCE DER MITTLEREN ZIRKULATION

Das Divergenzfeld des turbulenten Flusses ist in Abb. 63 dargestellt. Es repräsentiert den "EDDY"-Term in der Balancegleichung für die mittlere Vorticity (6.8). Die Verteilung bestätigt die qualitative Diskussion der turbulenten Flüsse in Abschnitt 6.3.2. Die Fluktuationen balancieren die Zufuhr antizyklonaler Vorticity durch das Windfeld im inneren Bereich des "sub-gyre"; dagegen spielen sie eine entgegengesetzte Rolle am Rand dieses Bereichs, wo sie die antizyklonale Rezirkulation verstärken. Südlich davon, im Bereich der ostwärtigen Strömung, wird dem mittleren Feld zyklonale Vorticity zugeführt.

Weitere Gebiete mit starker Fluß-Divergenz befinden sich in der westlichen Grenzschicht, diese spielen aber in der mittleren Balance, wie sich unten zeigen wird, keine Rolle gegenüber den hier ebenfalls starken übrigen Vorticitytransporttermen.

Das Fluß-Divergenz-Feld muß in Relation zu den übrigen Termen in der Vorticitybalance (6.8) gebracht werden (Abb. 64). (Die Diskussion beschränkt sich weiterhin auf die Südhälfte des Beckens.)

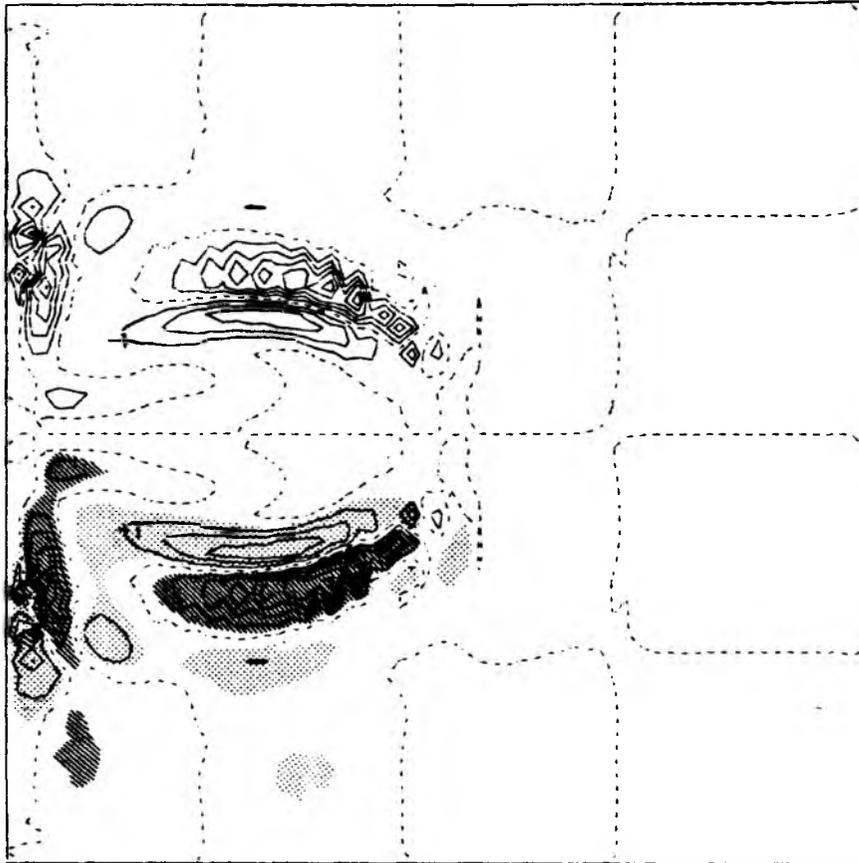
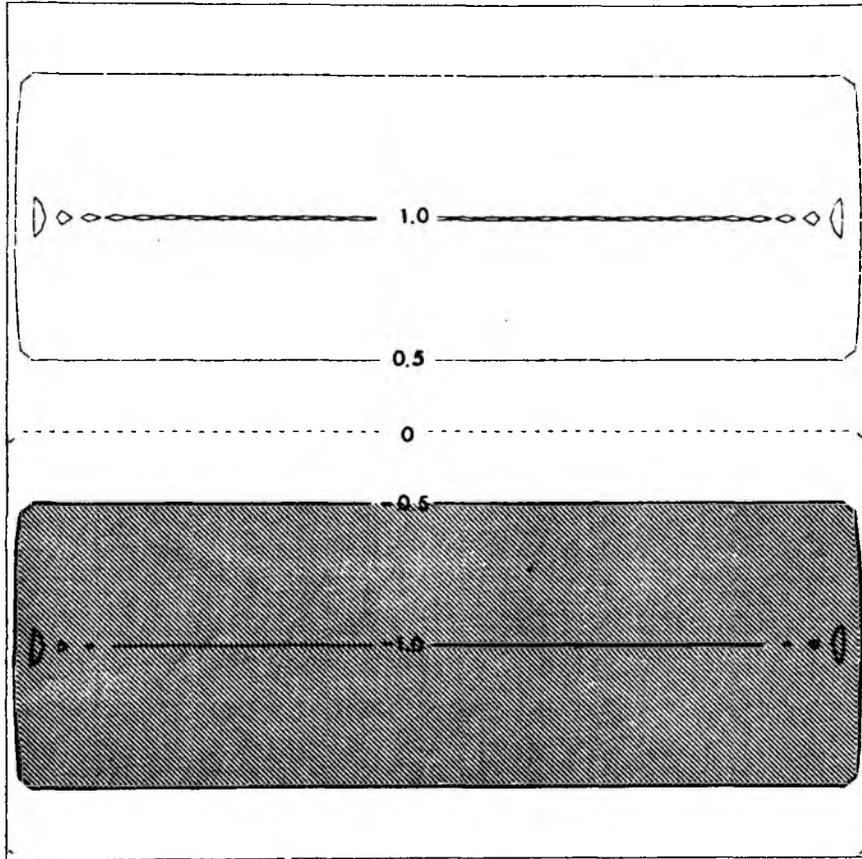
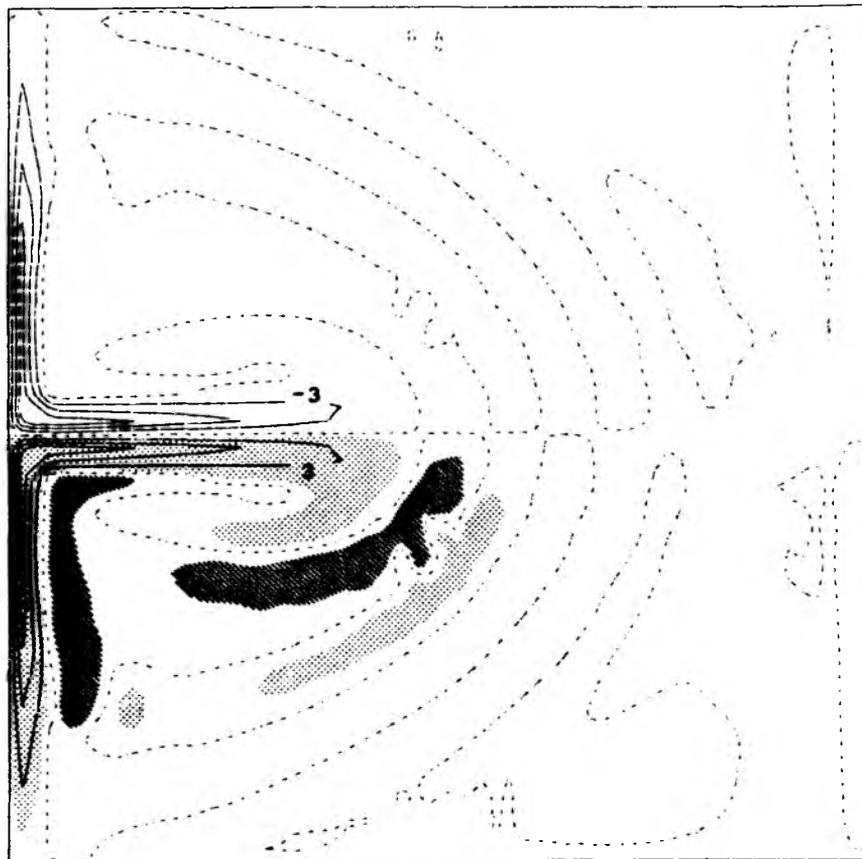


Abb. 63: Divergenz des turbulenten Flusses von Vorticity,
- $Ro J(\psi', \nabla^2 \psi')$ ("EDDY"). Dimensionslose Einheiten, $\Delta = 1$.
Hervorgehoben sind die Gebiete mit Beträgen größer als 0.5:
schraffiert bei gleichem Vorzeichen wie der Wind-Input von
Vorticity, punktiert bei entgegengesetztem Vorzeichen.

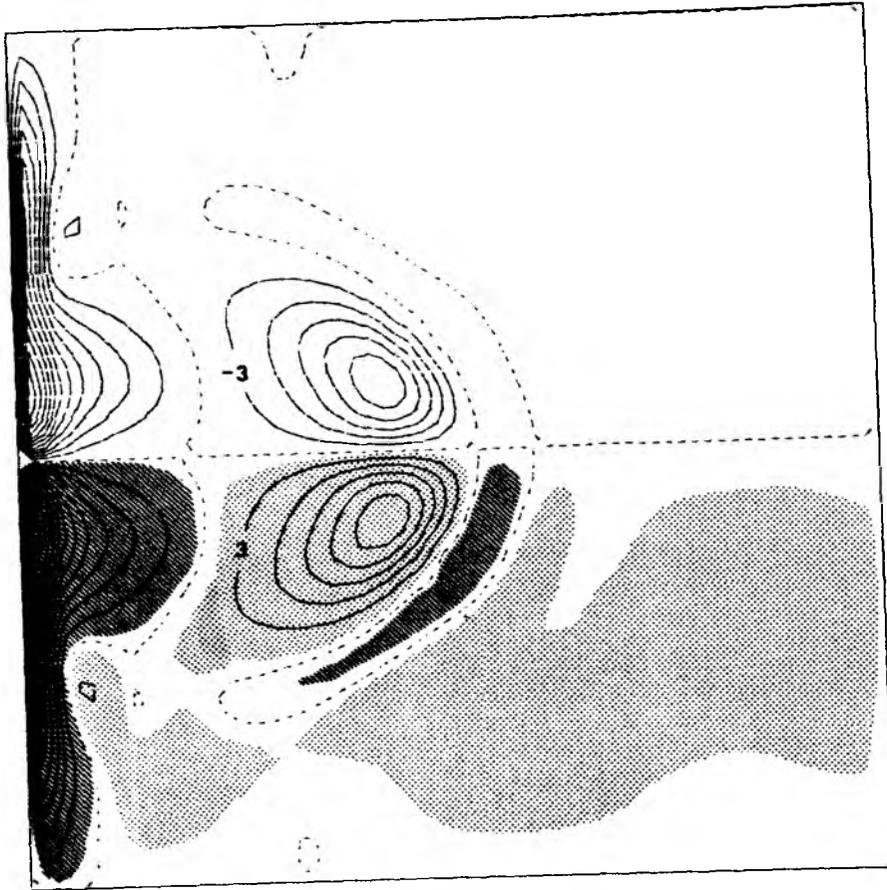
Abb. 64: Terme in der Vorticitybalance der mittleren Zirkulation;
dimensionslose Einheiten; Raster wie in Abb. 63 (Gebiete
mit Beträgen > 0.5); Isolinienabstände dagegen verschieden:
(a) "WIND". $\Delta = 0.5$
(b) "DIFF". $\Delta = 3$
(c) "BETA". $\Delta = 3$
(d) "ADVE". $\Delta = 3$



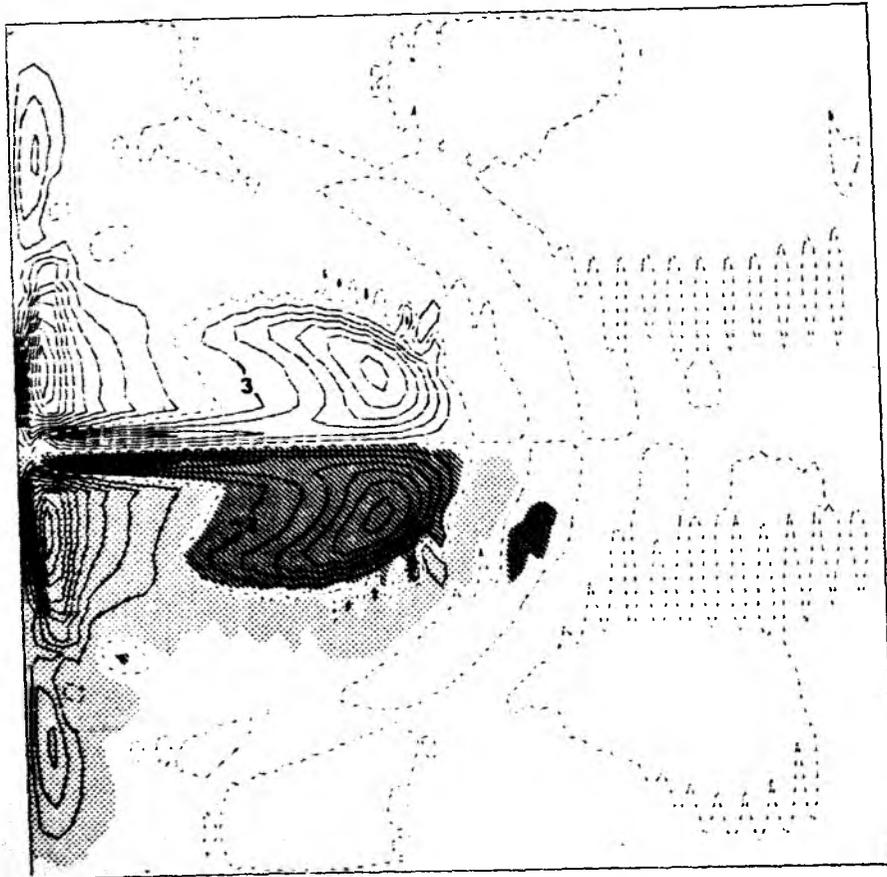
a



b



C



D

Das Windfeld erzeugt im gesamten Becken antizyklonale (negative) Vorticity. Im Gleichgewicht wird die Vorticityzufuhr in den punktiert hervorgehobenen Gebieten kompensiert. In der Osthälfte geschieht dies nahezu ausschließlich durch den β -Effekt (Sverdrup-Regime), im westlichen Randstrom durch Diffusion und Advektion, im ostwärtigen Strahlstrom durch Diffusion. Eine Abweichung von der Dynamik der stationären Lösungen wird in diesen Bereichen nicht erkennbar.

Um die lokale Bedeutung der einzelnen Terme zu erkennen, wird die in Abschnitt 4.2 vorgestellte Methode angewandt, d.h. der prozentuale Anteil jedes Terms in der Balancegleichung berechnet und die Regionen bestimmt, die durch eine vorherrschende Balance zwischen jeweils zwei Termen gekennzeichnet sind. Für den antizyklonalen gyre (Abb. 65) sind damit die gleichen Regime wie im stationären Fall definiert: Sverdrup-Regime, westliche Trägheits- und Reibungsgrenzschicht, der ostwärtige Strahlstrom sowie die Trägheits-Rezirkulation. Der Einfluß der Fluktuationen ist hier vernachlässigbar.

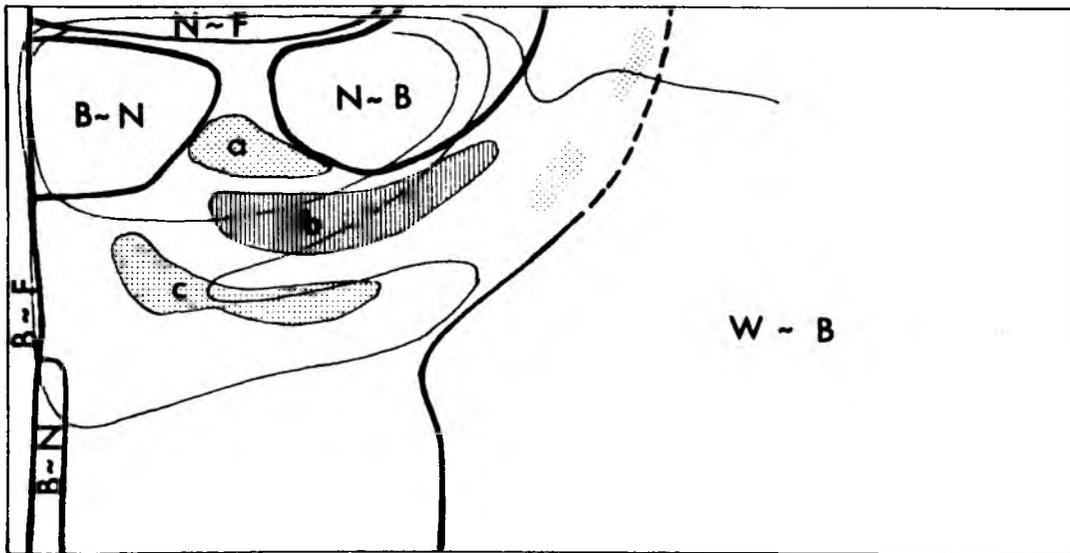


Abb. 65: Dynamische Regime der antizyklonalen Zirkulation.

In den gerasterten Bereichen (a,b,c) ist der prozentuale Anteil von $|EDDY|$ in der Vorticitybalance größer als 20 %; punktiert: $EDDY > 0$, d.h. entgegengesetztes Vorzeichen wie WIND; schraffiert: $EDDY < 0$.

Dies gilt nicht für den Übergangsbereich zwischen dem Trägheits-Regime und dem linearen Sverdrup-Regime. Da hier alle Terme kleine Absolutwerte haben (vgl. Abb. 64), gewinnt die Divergenz der turbulenten Flüsse, die hier konzentriert ist, stark an Bedeutung und wird zu einem wesentlichen Prozeß in der Vorticitybalance. Wegen der komplizierten Verteilung der Terme, die alle in die Balance eingehen, ist eine analoge Festlegung dynamischer Regime hier nicht möglich; die Darstellung beschränkt sich auf den primär interessierenden Einfluß des Fluktuationfeldes auf die mittleren Balancen.

Es ergeben sich i.W. drei Bereiche (a,b,c), in denen der prozentuale Anteil von $|EDDY|$ in der Vorticitybalance größer ist als 20 %. (Die Bereiche entsprechen denen, die bereits oben im Zusammenhang mit dem turbulenten Fluß $\overline{u'q'}$ diskutiert wurden.) Über den Einfluß des Fluktuationfeldes auf die Horizontalstruktur des Strömungsfeldes läßt sich damit folgendes aussagen:

- a) Im (inneren) "sub-gyre" Bereich wird die antizyklonale Vorticity des Strömungsfeldes verringert, die Wirkung des Fluktuationfeldes entspricht der einer Diffusion von Vorticity mit positiven Austauschkoeffizienten. Der Effekt des Fluktuationfeldes auf die mittleren Strömungen läßt sich in diesem Bereich mittels eines Austauschansatzes parametrisieren; dies erklärt die Ähnlichkeit der Rezirkulationsstruktur, bzw. das Erscheinen der intensiven Rezirkulationszelle in den stationären Lösungen mit größeren Austauschkoeffizienten.

Dies gilt nicht für die Strömungsstruktur außerhalb der Rezirkulationszelle:

- b) Im äußeren Bereich der Rezirkulationszelle wird der antizyklonale mittleren Strömung durch die Divergenz der turbulenten Flüsse zusätzlich antizyklonale Vorticity zugeführt; die westwärtige Rezirkulation wird damit verstärkt, bzw. die Wassermassen werden daran gehindert, nach Osten zu schwenken (dies erfordert zyklonale Vorticity) und in das Sverdrup-Regime hinauszuströmen. Dies erklärt die Stagnationszone mit nur geringen ostwärtigen Strömungen entlang der Flanke der Rezirkulationszelle (vgl. auch die zusätzlichen Experimente, Abschnitte 5.3., 5.4.). Erst weiter westlich, wo die Intensität der turbulenten Flüsse abnimmt (bzw.

b in c übergeht), erfolgt dafür eine abrupte ostwärtige (zyklonale) Drehung der Stromlinien.

- c) Das Zustandekommen der ostwärtigen Strömung (die in den Experimenten 15 und 16 noch verstärkt erscheint), läßt sich auf zweierlei Weise interpretieren: Zum einen wird dem mittleren Feld südlich der Rezirkulationszelle durch die Divergenz der turbulenten Flüsse zyklonale Vorticity zugeführt, zum anderen stellt die norwärts gerichtete Komponente des Flusses eine zonale Kraft dar, die zu einer mittleren ostwärtigen Beschleunigung der Wassermassen führt.

Die räumliche Variabilität der Terme, insbesondere in der Rezirkulationsregion, in der die Wirbelflüsse zum Tragen kommen, ist der Grund, weshalb hier die Untersuchung regionaler Budgets, wie in HARRISON und HOLLAND (1981), nicht weiter verfolgt wurde. Die physikalische Aussagekraft regionaler Vorticity-Budgets ist stark beeinträchtigt, da es keine sinnvolle Einteilung der Zirkulation in Subregionen gibt, in deren integralen Balancen nicht Terme herausgemittelt würden. Der überraschend kleine Wirbeleffekt in der ECGM-Rezirkulationsregion nach der regionalen Analyse von HARRISON und HOLLAND könnte hierin begründet sein.

7. SCHLUSSBETRACHTUNG

Die vorliegende Untersuchung beschäftigt sich mit dem Problem des windgetriebenen Massentransports in einem geschlossenen Ozeanbecken auf der β -Ebene. Die Rechnungen mit dem idealisierten, vertikal-integrierten Modell stellen keinen Versuch dar, die ozeanische Bewegung zu "simulieren" und Beobachtungsdaten zu verifizieren; das Ziel ist die Darstellung prinzipieller Eigenschaften der Horizontalstruktur der ozeanischen Zirkulation und die Untersuchung der Rolle, die die beteiligten physikalischen Prozesse darin spielen.

Die folgende Aufstellung gibt eine Übersicht, welche prinzipiellen Strukturen des ozeanischen Strömungsfeldes (der antizyklonalen Zirkulationszelle) sich mit den verschiedenen Konfigurationen des vertikal-integrierten Modells beschreiben lassen. (Die Aufstellung beschränkt sich auf die Modelle mit einer stationären, zonalen Windschubspannung und rechteckiger Beckengeometrie mit konstanter Tiefe.)

Modell- konfi- gura- tion	linear	nicht-linear			schwach diffusiv: quasi- stat.Lsg. lat. Reibung/ free-slip
		stark diffusiv: stationäre Lösungen			
		lat. Reibung/ no-slip	Boden- reibung	lat. Reibung/ free-slip	
Strö- mungs- strukturen	STOMMEL (1948) MUNK(1950)	BRYAN(1963)	VERONIS(1966)		

(1) Sverdrup-Regime
und westlicher
Randstrom

+ + + + +

(2) Transportmaxi-
mum nördlich
des Maximums
von $\text{rot } \vec{u}$.

- + + + +

(3) Ostwärtiger
Strahlstrom in
der Breite von
 $\text{rot } \vec{u} = 0$ *)

- (-)*** + + +

(4) Nichtlineare
Rezirkulation
auf der West-
seite des Ozeans;
Randstromtrans-
port >> Sverdrup-
Transport

- (-)*** (-)** + +

(5) Sekundäre ost-
wärtige Strömung
südlich der Re-
zirkulationsregion

- - - - +

*) Die Separation des westl. Randstroms von der Küste ist im barotropen Modell nur durch die Einführung der nördlichen Berandung oder anti-symmetrische Anregung ('double-gyre') möglich.

***) Zunahme des Transport erst bei (unrealistisch) starker Nichtlinearität (Strahlstrom muß Ostrand erreichen).

****) Instabile Lösungen bei größerer Nichtlinearität durch Scherungsinstabilität am Westrand.

Die vorliegenden Modellrechnungen (die beiden rechten Spalten in der Übersicht) ergänzen das Bild der "klassischen" barotropen Zirkulationsmodelle und stellen eine Verbindung her zu den wirbelauflösungen, baroklinen Modellen (EGCMs):

- Es ergibt sich eine neue, bisher nicht betrachtete Klasse von Lösungen der barotropen Vorticitygleichung, wenn als dissipativer Mechanismus eine auf dem Austauschansatz beruhende laterale Reibung in Verbindung mit "free-slip" Randbedingungen zugrunde gelegt wird. Die Randbedingungen ermöglichen, wie im Bodenreibungs-Modell von VERONIS (1966b), einen ostwärtigen Strahlstrom am Nordrand der antizyklonalen Zirkulationszelle. Im Unterschied zum Bodenreibungs-Modell sind die nicht-linearen Lösungen des Modells mit lateraler Reibung durch eine intensive Rezirkulation des Modell-"Golfstroms" auf der Westseite des Ozeanbeckens ausgezeichnet, die den maximalen Massentransport um ein Mehrfaches gegenüber dem linearen Sverdrup-Transport erhöht.
- In Abhängigkeit von den Modellparametern ergeben sich sowohl stationäre wie quasi-stationäre Gleichgewichtszustände. Der Übergang zwischen beiden Lösungsregimen erfolgt bei Reibungskoeffizienten $E_L \sim 0.5 \dots 1 \cdot 10^{-3}$ (im Fall "mittlerer" Nichtlinearität, $\delta_I / \delta_L \sim 0.8 \dots 1.0$). Momentaufnahmen der quasi-stationären Lösungen sind durch ein Fluktuationfeld ausgezeichnet, das ähnliche Eigenschaften (z.B. Phasenausbreitung, Energieverteilung, Nichtlinearität) wie in EGCMs aufweist.

Durch die Vergleichsmöglichkeit der mittleren Felder in den quasi-stationären Lösungen mit den Feldern in den stationären Lösungen ergibt sich eine neue Interpretation der Bedeutung des Fluktuationfeldes für die Horizontalstruktur der Zirkulation:

- (1) Die Rezirkulation des ostwärtigen Strahlstroms in einem intensiven "sub-gyre" auf der Westseite des Ozeans - ein Charakteristikum des Transportfeldes der meisten EGCMs - kennzeichnet sowohl die quasi-stationären wie die stationären Lösungen. Die dynamische Analyse ergibt das Bild einer freien Trägheits-Rezirkulation; die Wasserteilchen folgen näherungsweise den Isostrophen, d.h. die Änderung der planetarischen Vorticity wird im wesentlichen durch die mittlere Advektion von Vorticity balanciert. Der Einfluß des Wirbelfeldes entspricht im inneren Rezirkulationsbereich einer

lateralen Diffusion von Vorticity; dies erklärt die Ähnlichkeit des Strömungsfeldes zwischen den wirbelaflösenden Modellen und dem stationären Modell, in dem der Wirbeleffekt durch den lateralen Austauschansatz parametrisiert ist.

Es ist daher nicht der Wirbeleinfluß, der den Antrieb der intensiven Rezirkulation und damit die starke Erhöhung des Randstromtransports bewirkt, sondern die dynamische Ursache ist die Nichtlinearität des Strahlstromsystems - analog zum Modell von VERONIS (1966b). Der Unterschied liegt allein darin, daß mit Bodenreibung eine nichtlineare Rezirkulation erst in dem - ozeanisch irrelevanten - Fall möglich ist, in dem der Strahlstrom den Ostrand des Beckens erreicht und ein Grenzschichtcharakter des Strömungsfeldes nicht mehr besteht.

Die Abhängigkeit des maximalen Randstromtransports von den Modellparametern ist in Abb. 66 dargestellt. Die ausgefüllten Kreise bezeichnen Experimente mit stationärer, die offenen Kreise Experimente mit quasi-stationärer Lösung. Rechnungen mit gleichem Skalenverhältnis $r_w = \delta_I / \delta_L$ ergeben "ähnliche" Lösungsstrukturen (ostwärtige Erstreckung des Strahlstroms, Rezirkulationsstruktur). Der Transport nimmt - außer bei schwacher Nichtlinearität, d.h. vor Ausbildung der Rezirkulationszelle, mit der Rossby-Zahl zu und mit der Ekman-Zahl ab. Der ozeanisch relevante Parameterbereich, in dem die Lösungen durch einen auf die Westhälfte des Beckens beschränkten, ostwärtigen Strahlstrom ausgezeichnet sind, ist durch $\delta_I / \delta_L \approx 0.8 \dots 1.0$ gegeben. Gehen wir in diesem Parameterbereich zu Grenzschichtskalen von etwa 1/100 der Beckenbreite, d.h. zu $\delta_I, \delta_L \approx \pi/100$, ergibt sich ein maximaler, im ostwärtigen Strahlstrom erreichter Transport in der Größenordnung von 100 Sv (für eine Zirkulationszelle allein), d.h. er beträgt mehr als das Dreifache des Sverdrup-Transports.

- (2) Das Wirbelfeld modifiziert die Horizontalstruktur des Strömungsfeldes außerhalb des Rezirkulationsbereichs: Die mittleren Strömungen im quasi-stationären Fall zeigen gegenüber den stationären Lösungen eine Tendenz zu einer Konzentration in zonalen Bändern mit ostwärtiger Strömung, die durch eine Stagnationszone mit stark oszillierenden, aber sehr schwachen mittleren Strömungen getrennt sind.

Die dynamische Analyse verdeutlicht den Einfluß des Fluktuations-

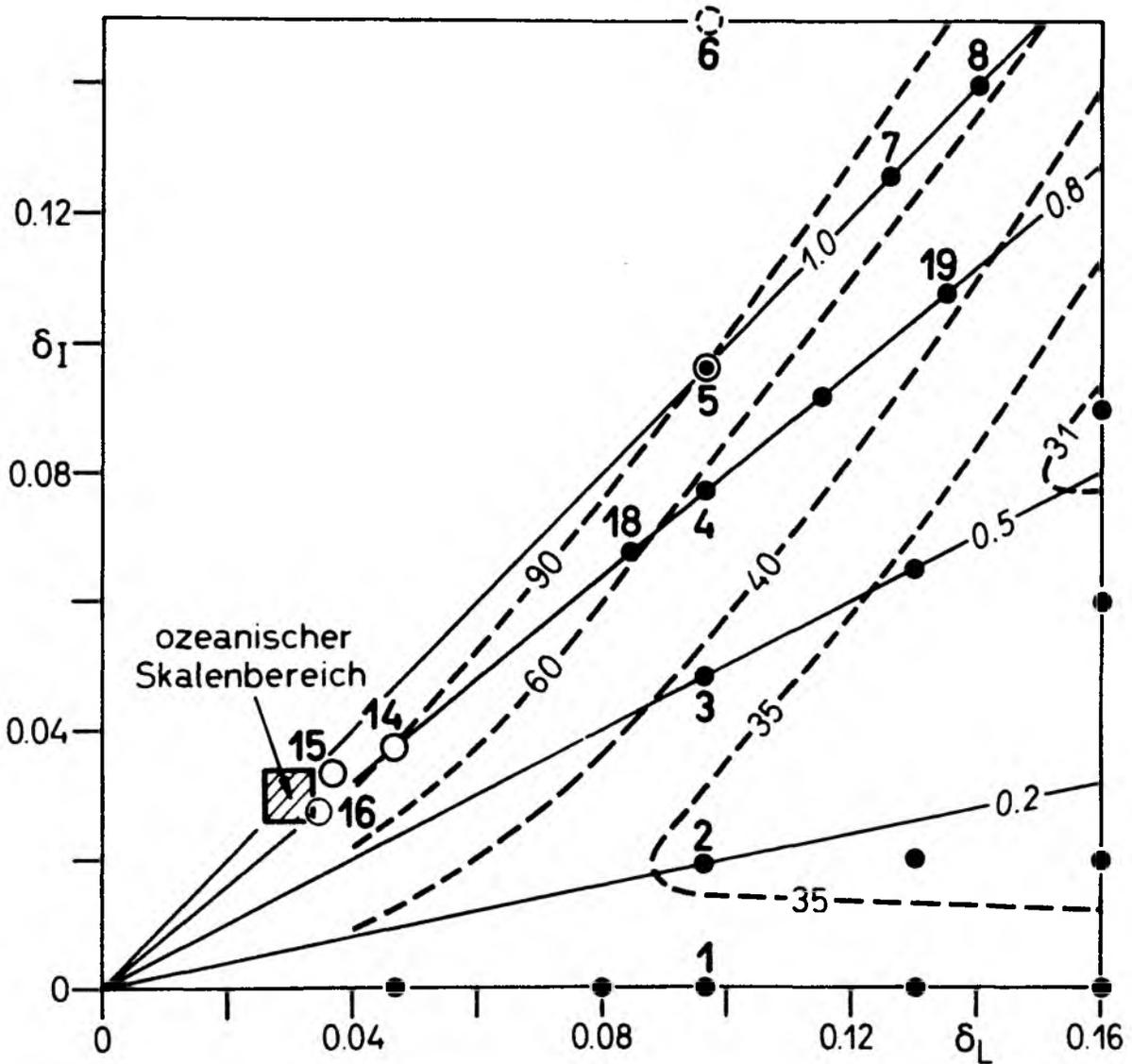


Abb. 66: Maximaler Transport des Modells mit lateraler Reibung in Abhängigkeit von den Modellparametern δ_L und δ_I .
 ---- Linien gleichen Transports (in Sv)
 — Linien $\delta_I/\delta_L = \text{konstant}$.

Die Kreise geben die durchgeführten Experimente an; ausgefüllt: stationäre, offen: quasi-stationäre Lösungen (in Exp. 6 wurde kein Gleichgewichtszustand erreicht; Exp. 5 liegt gerade im quasi-stationären Bereich, wurde aber im Zusammenhang mit den stationären Lösungen diskutiert). Bezeichnet sind nur die Experimente, die in den vorangegangenen Abschnitten diskutiert wurden.

feldes: Im äußeren Bereich der Rezirkulationszelle wird den mittleren Strömungen durch die Wechselwirkungsarbeit gegen die Reynoldsspannungen des Wirbelfeldes Energie zugeführt; das Wirbelfeld stellt damit einen Antriebsmechanismus für die mittlere Zirkulation dar. Diese Verteilung der Wechselwirkungsarbeit findet sich auch in der EGCM-Analyse von ROBINSON et al. (1978). Der dynamische Einfluß auf die Struktur der mittleren Strömungen wird in einer Betrachtung der Vorticitybalancen deutlich. Wesentlich ist dabei die Berücksichtigung der räumlichen Variabilität des Wirbelterms, der in bisherigen regionalen Analysen (HARRISON und HOLLAND, 1981) nicht zum Ausdruck kam.

Eine bemerkenswerte Erscheinung in den mittleren Feldern ist insbesondere die ostwärtige Strömung südlich der Rezirkulationsregion, für die der meridionale, in Richtung des mittleren Vorticity-Gradienten gerichtete, turbulente Fluß von Vorticity eine antreibende Kraft darstellt. Die Momentaufnahmen des Strömungsfeldes sind dabei in diesem Bereich völlig beherrscht von dem sich westwärts ausbreitenden Wirbelfeld.

Betrachten wir zur Frage eines möglichen ozeanischen Gegenstücks zu dieser Modellerscheinung das Gebiet süd(öst)lich der Golfstrom-Rezirkulation. Dieses war, was die mittlere Zirkulation anbelangt, bis vor kurzem weitgehend unerforscht. Analysen hydrographischer Daten durch REID (1978) und WUNSCH (1978) zeigten jedoch die mögliche Existenz einer zyklonalen Zirkulation südlich WORTHINGTONS (1976) antizyklonaler Rezirkulationszelle. Eine Übersicht über die Hydrographie gibt REID (1981).

Eine detaillierte Analyse der Trajektorien einer größeren Anzahl von Triftkörpern ("SOFAR-floats") in diesem Gebiet legten RISER und ROSSBY (1983) vor. Anhand dieser Daten konnten sie drei Regionen in der Hauptsprungschicht (700 m) unterscheiden:

- (a) Nördlich 32°N , westlich 60°W die westwärtige Strömung der Golfstrom-Rezirkulation.
- (b) Südlich davon, in der 'MODE-Region' im weiteren Sinne, $25-30^{\circ}\text{N}$, $67-75^{\circ}\text{W}$, eine Stagnationszone, die beherrscht ist von Fluktuationen ohne größere mittlere Versetzung.
- (c) Südöstlich dieser Zone eine ostwärtige Strömung mit etwa 4 cm s^{-1} ($+ 2.2 \text{ cm s}^{-1}$) mittlerer Geschwindigkeit.

Es erscheint bemerkenswert, daß sich diese Strömungsstrukturen prinzipiell in den Ergebnissen der idealisierten, wirbelaflösenden Modelle wiederfinden. Die dynamische Analyse liefert damit einen Hinweis, daß der rektifizierte Effekt der lateralen turbulenten Flüsse des Wirbelfeldes eine mögliche Ursache darstellen könnte.

Inwieweit ein solcher Einfluß des ozeanischen Wirbelfeldes auf die Struktur des großräumigen Strömungsfeldes - die Ausbildung zonaler Strombänder - auch in anderen Bereichen, insbesondere in der Osthälfte der ozeanischen Zirkulationszellen, wirksam sein könnte, läßt sich mit der betrachteten Modellkonfiguration nicht untersuchen. Wie in den wirbelaflösenden baroklinen (Zwei-Schichten) Modellen ist die Erzeugung des Fluktuationfeldes durch Instabilitätsmechanismen auf das westliche Randstrom-/Rezirkulationssystem beschränkt; im Ostteil wird - eine unrealistische Eigenschaft der Modelle mit ebenem Boden und rechteckiger Geometrie - durch eine Ausstrahlung von Energie nur ein großräumiges, schwach nicht-lineares Wellenfeld angeregt. Eine Möglichkeit der direkten Erzeugung von Wirbelenergie in der Osthälfte des Beckens läge in der Einbeziehung instationärer Windfelder. Ein wirbelaflösendes Zirkulationsmodell mit einem mittleren und fluktuierenden Anteil im Windfeld sollte daher Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein.

8, LITERATURVERZEICHNIS

- ARAKAWA, A., 1966: Computational design for long-term numerical integration of the equations of fluid motion: Two dimensional incompressible flow. Part I. J. Comput. Phys. 1, 119-143.
- ARAKAWA, A., 1970: Numerical simulation of large-scale atmospheric motions. Numerical Solution of Field Problems in Continuum Physics, Proc. Symp. Appl. Math., Durham, N.C., 1968. SIAM-AMS Proc., 2, 24-40.
- BLANDFORD, R.R., 1971: Boundary conditions in homogeneous ocean models. Deep-Sea Res. 18, 739-751.
- BRIGGS, W.L., 1980: A new class of steady solutions of the barotropic vorticity equation. Dyn. Atmos. Oceans 4, 67-99.
- BRYAN, K., 1963: A numerical investigation of a nonlinear model of a wind-driven ocean. J. Atmos. Sci. 20, 594-606.
- CHARNEY, J.G., 1955: The gulf stream as an inertial boundary layer. Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A. 41, 731-740.
- COLIN DE VERDIERE, A., 1979: Mean flow generation by topographic Rossby waves. J. Fluid Mech. 94, 39-64.
- COOLEY, J.W. und J.W. TUKEY, 1965: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. Math. Comp. 19, 297-301.
- FOFONOFF, N.P., 1954: Steady flow in a frictionless homogeneous ocean. J. Mar. Res. 13, 254-262.
- FOFONOFF, N.P., 1981: The Gulf Stream system. In: B.A. Warren and C. Wunsch (Hrsg.), Evolution of Physical Oceanography. MIT Press, Cambridge, Mass., 112-139.
- GOTTLIEB, D. und S.A. ORSZAG, 1977: Numerical analysis of spectral methods: Theory and applications. CBMS-NSF Monograph number 26, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- HAIDVOGEL, D.B., 1977: Quasigeostrophic regional and general circulation modelling: an efficient pseudospectral approximation technique. In: Computing Methods in Geophysical Mechanics, AMD volume 25, the American Society of Mechanical Engineers, New York.

- Haidvogel, D.B., A.R. Robinson und E.E. Schulman, 1980:
The accuracy, efficiency, and stability of three numerical models with application to open ocean problems. *J. Comput. Phys.* 34, 1-53.
- Haidvogel, D.B. und P.B. Rhines, 1983: Waves and circulation driven by oscillatory winds in an idealized ocean basin. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics* 25, 1-63.
- Harrison, D.E., 1979: Eddies and the general circulation of numerical model gyres: An energetic perspective. *Rev. Geophys. Space Phys.* 17, 969-979.
- Harrison, E.D., 1982: On deep mean flow generation mechanisms and the abyssal circulation of numerical model gyres. *Dyn. Atmos. Oceans* 6, 135-152.
- Harrison, D.E. und A.R. Robinson, 1978: Energy analysis of open regions of turbulent flows - mean eddy energetics of a numerical ocean circulation experiment. *Dyn. Atmos. Oceans* 2, 185-211.
- Harrison, D.E. und W.R. Holland, 1981: Regional eddy vorticity transport and the equilibrium vorticity budgets of numerical model ocean circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, 11, 190-208.
- Harrison, D.E. und S. Stalos, 1982: On the wind-driven ocean circulation. *J. Mar. Res.* 40, 773-791.
- Holland, W.R., 1978: The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean - numerical experiments using a wind-driven quasi-geostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.* 8, 363-392.
- Holland, W.R. und L.B. Lin, 1975: On the generation of mesoscale eddies and their contribution to the oceanic general circulation. *J. Phys. Oceanogr.* 5, 642-669.
- Holland, W.R. und P.B. Rhines, 1980: An example of eddy - induced ocean circulation. *J. Phys. Oceanogr.* 10, 1010-1031.
- Holland, W.R., D.E. Harrison und A.J. Semtner, Jr., 1983: Eddy-resolving numerical models of large-scale ocean circulation. In: A.R. Robinson (Hrsg.): *Eddies in Marine Science*, Springer-Verlag, Berlin.

- HOLLAND, W.R., T. KEFFER und P.B. RHINES, 1984: The dynamics of the oceanic general circulation: The potential vorticity field. *Nature* 308, 698.
- IKEDA, M., 1981: Meanders and detached eddies of a strong eastward-flowing jet using a two-layer quasi-geostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.* 11, 527-540.
- KRAUSS; W., 1973: Methods and results of theoretical oceanography. Gebr. Borntraeger, Berlin.
- KRAUSS; W. und C. WÜBBER, 1982a: The response of the North Atlantic to annual wind variations along the eastern coast. *Deep-Sea Res.*, 29, 851-868.
- KRAUSS, W. und C. WÜBBER, 1982b: A semispectral model on the β -plane. *Dt. hydrogr. Z.* 35, 187-201.
- LILLY, D.K., 1965: On the computational stability of numerical solutions of time-dependent non-linear geophysical fluid dynamics problems. *Mon. Wea. Rev.*, 93, 11-26.
- LORENZ, E.N., 1960: Maximum simplification of the dynamic equations. *Tellus* 12, 243-254.
- LORENZ, E.N., 1963: The mechanics of vacillation. *J. Atmos. Sci.* 20, 448-464.
- MACHENHAUER, B., 1979: The spectral method. In: Numerical methods used in atmospheric models. GARP Publ. Series No. 17, Vol. 2, 124-275.
- McEWAN, A.D., R.O.R.Y. THOMPSON und R.A. PLUMB, 1980: Mean flows driven by weak eddies in rotating systems. *J. Fluid Mech.* 99, 655-672.
- McWILLIAMS, J.C., 1983: On the mean dynamical balances of the Gulf Stream Recirculation Zone. *J. Mar. Res.* 41, 427-460.
- MESINGER, F. und A. ARAKAWA, 1976: Numerical methods used in atmospheric models: GARP Publ. Series No. 17, Vol. I, 1-64.
- MORGAN, G.W., 1956: On the wind-driven ocean circulation. *Tellus* 8, 301-320.
- MUNK, W.H., 1950: On the wind-driven ocean circulation. *J. Meteor.* 7, 79-93.
- NAG, 1978: The NAG Fortran Library Manual, NAG Ltd.
- NIILER, P.P., 1966: On the theory of the wind-driven ocean circulation. *Deep-Sea Res.* 13, 597-606.

- ORSZAG, S.A., 1969: Numerical methods for the simulation of turbulence. *Phys. Fluids (Suppl. II)* 12, 250-257.
- ORSZAG, S.A., 1970: Transform method for the calculation of vector-coupled sums: application to the spectral form of the vorticity equation. *J. Atmos. Sci.* 27, 890-895.
- ORSZAG, S.A., 1971: Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries: accuracy. *J. Fluid Mech.* 49, 75-112.
- ORSZAG, S.A., 1979: Spectral methods for problems in complex geometries. In: Numerical methods for Partial Differential Equations. Publ. No. 42 of the Mathematics Research Center. The University of Wisconsin-Madison. Academic Press, New York, 1979.
- ORSZAG, S.A. und M. ISRAELI, 1974: Numerical simulation of viscous incompressible flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 6, 281-318.
- PEDLOVSKY, J., 1979: Geophysical Fluid Dynamics. Springer-Verlag, New York.
- PHILLIPS, N.A., 1959: An example of non-linear computational instability. *The Atmosphere and the Sea in Motion*, Rossby Memorial Volume, New York, Rockefeller Institute Press, 501-504.
- REID, J.L., 1978: On the mid-depth circulation and salinity field in the North Atlantic Ocean. *J. Geophys. Res.* 83, 5063-5067.
- REID, S.A., 1981: On the mid-depth circulation of the world ocean. In: B.A. Warren and C. Wunsch (Hrsg.), *Evolution of Physical Oceanography*. MIT Press, Cambridge, Mass., 70-111.
- RISER, S.C. und H.T. ROSSBY, 1983: Quasi-Lagrangian structure and variability of the subtropical western North Atlantic circulation. *J. Mar. Res.* 41, 127-162.
- RHINES, P.B., 1977: The dynamics of unsteady currents. *The Sea*, Vol. 6 Wiley, 189-318.
- RHINES, P.B. und W.R. HOLLAND, 1979: A theoretical discussion of eddy-driven mean flows. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 289-325.

- RHINES, P.B. und W.R. YOUNG, 1982a: Homogenization of potential vorticity in planetary gyres. *J. Fluid Mech.* 122, 347-367.
- RHINES, P.B. und W.R. YOUNG, 1982b: A theory of wind-driven ocean circulation. I. Mid-ocean gyres. *J. Mar. Res.* 40, Suppl., 559-596.
- ROBINSON, A.R., D.E. HARRISON, Y. MINTZ und A.J. SEMTNER, 1977: Eddies and the general circulation of an idealized oceanic gyre: A wind and thermally driven primitive equation numerical experiment. *J. Phys. Oceanogr.* 7, 182-207.
- ROBINSON, A.R., D.E. HARRISON und D.B. HAIDVOGEL, 1979: Mesoscale eddies and general ocean circulation models. *Dyn. Atmos. Oceans* 3, 143-180.
- SCHMITZ, W.J., Jr., 1976: Eddy kinetic energy in the deep western North Atlantic. *J. Geophys. Res.* 81, 4981-4982.
- SCHMITZ, W.J., Jr., 1978: Observations of the vertical distribution of low frequency kinetic energy in the Western North Atlantic. *J. Mar. Res.* 36, 295-310.
- SCHMITZ, W.J., Jr., 1980: Weakly depth-dependent segments of the North Atlantic circulation. *J. Mar. Res.* 38, 111-135.
- SCHMITZ, W.J., Jr., W.R. HOLLAND und J.F. PRICE, 1983: Mid-latitude mesoscale variability. *Rev. Geophys. Space Phys.* 21, 1109-1119.
- STEWART, R.W., 1964: The influence of friction on inertial models of oceanic circulation. *Studies on Oceanography*, 3-9.
- STOMMEL, H., 1948: The westward intensification of wind-driven ocean currents. *Trans. Amer. Geophys. Union* 29, 202-206.
- STOMMEL, H., 1965: *The Gulf Stream: A Physical and Dynamical Description*, 2nd ed. University of California Press, Berkeley, 248 S.
- STOMMEL, H., P. NIILER und D. ANATI, 1978: Dynamic topography and recirculation of the North Atlantic. *J. Mar. Res.* 36, 449-468.
- SVERDRUP, H.U., 1947: Wind-driven currents in a baroclinic ocean; with application to the equatorial currents of the eastern Pacific. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 33, 318-326.

- TURKEL, E. und D. GOTTLIEB, 1980: On time discretizations for spectral methods. *Stud. Applied Math.* 63, 67-86.
- VERONIS, G., 1963: An analysis of wind-driven ocean circulation with a limited number of Fourier components. *J. Atmos. Sci.* 20, 577-593.
- VERONIS, G., 1965: On parametric values and types of representation in wind-driven ocean circulation studies. *Tellus* 17, 77-84.
- VERONIS, G., 1966a: Wind-driven ocean-circulation - Part 1. Linear theory and perturbation analysis. *Deep-Sea Res.* 13, 17-29.
- VERONIS, G., 1966b: Wind-driven ocean circulation - Part 2. Numerical solution of the non-linear problem. *Deep-Sea Res.* 13, 31-55.
- VERONIS, G., 1966c: Generation of mean ocean circulation by fluctuating winds. *Tellus* 18, 67-76.
- VERONIS, G., 1981: Dynamics of large-scale ocean circulation. In: B.A. Warren und C. Wunsch (Hrsg.), *Evolution of Physical Oceanography*. MIT Press, Cambridge, Mass., 140-183.
- WHITEHEAD, J.A., Jr., 1975: Mean flow generated by circulation on a beta-plane: An analogy with the moving flame experiment. *Tellus* 27, 358-364.
- WORTHINGTON, L.V., 1976: On the North Atlantic Circulation. *The John Hopkins Oceanographic Studies* 6.
- WUNSCH, C., 1978: The general circulation of the North Atlantic west of 50°W determined from inverse methods. *Rev. Geophys. Space Phys.* 16, 583-620.
- YOUNG, W.R. und P.B. RHINES, 1982: A theory of the wind-driven circulation II. Gyres with western boundary layers. *J. Mar. Res.* 40 Suppl., 849-872.

DANKSAGUNG

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. W. Krauß, möchte ich für die mir zuteil gewordene stete Unterstützung herzlich danken. Frau Schurbohm danke ich für die wertvolle Unterstützung bei der Ausführung der graphischen Arbeiten. Für die sorgfältige Erstellung des Manuskripts bin ich Frau Schomann zu Dank verpflichtet.

Mein Dank gilt ebenfalls allen Mitarbeitern der Abteilung Theoretische Ozeanographie des Instituts für Meereskunde in Kiel, die mir immer hilfreich zur Seite standen. Besonders erwähnen möchte ich Herrn Chresten Wübber, der durch viele Anregungen und Diskussionen zum Entstehen der Arbeit beigetragen hat.