

Modelos de línea de transmisión para transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia

Luis H-Restrepo^a Gladys Caicedo Delgado^a Ferley Castro-Aranda^{a*}

^a *Escuela de Ingeniería Eléctrica y electrónica, Universidad del Valle, Cali, Colombia*

^{*} *ferleyc@univalle.edu.co*

(Recibido: Abril 24 de 2008- Aceptado: Julio 4 de 2008)

RESUMEN

Este artículo presentan los modelos de línea utilizados en transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia, con parámetros constantes y con parámetros dependientes de la frecuencia. Se incluye una clasificación general considerando el tipo de fenómeno y el rango de frecuencia específico. Además los modelos se comparan mediante índices de evaluación que permiten ilustrar las ventajas y desventajas de utilizar cada modelo. Como guía complementaria se propuso un diagrama de decisiones, que permite elegir el modelo de línea apropiado según las necesidades del usuario.

PALABRAS CLAVE: Transitorios electromagnéticos, Modelos de líneas de transmisión, Parámetros, Frecuencia.

Transmission line models for electromagnetic transients in power systems

ABSTRACT

This paper presents transmission line models used in electromagnetic transients in power systems with lumped parameters and frequency-dependant parameters. A general classification considering the phenomenon type and the specific frequency range is included. Furthermore, the models are compared using assessment indexes, which allows illustrating the advantages and drawbacks of using each model. As complementary guide a decision diagram was proposed that allows to pick the proper line model according with the user needs.

KEYWORDS: Electromagnetic Transients, transmission line models, Parameters, frequency

1. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de potencia, y en general en las líneas de transmisión, se presentan fenómenos transitorios tales como: sobrevoltajes temporales, sobrevoltajes por maniobra y sobrevoltajes por descargas atmosféricas, aunque estos fenómenos tienen un tiempo de duración muy corto, pueden producir daños de gran consideración en los componentes del sistema. La comprensión del comportamiento de estos fenómenos permite realizar la coordinación de aislamiento del sistema y determinar los tiempos requeridos para el ajuste de las protecciones de sus equipos. El estudio de los modelos de línea permite entender el comportamiento de estos fenómenos por medio de modelos matemáticos que son suficientemente exactos para un rango específico de frecuencia.

Con base en la revisión bibliográfica de 400 artículos, se analizaron: modelos de parámetros concentrados constantes [1], [3], modelos de parámetros distribuidos constantes [4] y modelos de parámetros distribuidos dependientes de la frecuencia desarrollados en el dominio modal [5] y en el dominio de la fase [7], [9], [10], [11], [12], [15]. La clasificación de estos modelos se ilustra en la Figura 1.

En este artículo se presenta cada uno de los

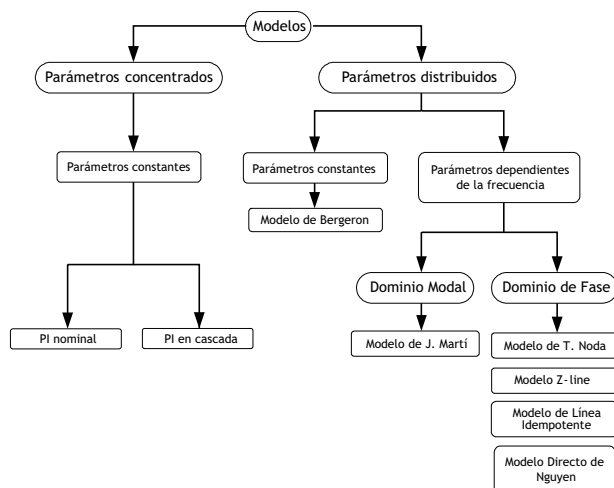


Figura 1. Clasificación de los modelos de línea de transmisión para transitorios electromagnéticos.

modelos con sus principales características, ventajas y desventajas; también se presenta una comparación cualitativa y un diagrama de decisiones que permite elegir el modelo de línea adecuado según el estudio a realizar.

2. MODELOS DE LÍNEA DE PARÁMETROS CONCENTRADOS CONSTANTES

2.1 Modelo PI nominal

El modelo PI nominal [1] es bastante exacto y es el modelo para usar en simulaciones de estado estacionario de líneas cortas, a la frecuencia de la red. Este modelo es la base para el estudio del modelo de línea de circuitos PI nominales en cascada. En la Figura 2 se representa el circuito PI nominal para una línea de transmisión, las ecuaciones que relacionan los voltajes y corrientes en los extremos de la línea están representadas por las ecuaciones (1) y (2):

$$v_k = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) v_m + Zi_m \quad (1)$$

$$i_k = Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) v_m + \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) i_m \quad (2)$$

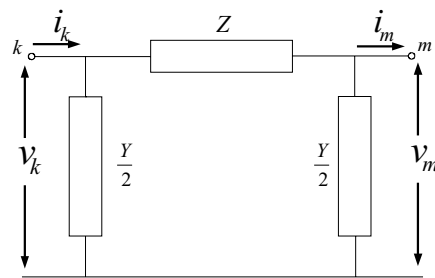


Figura 2. Circuito equivalente del modelo PI nominal. Donde:

v_k = Voltaje en el nodo k

$$Z = l(R' + j\omega L') \quad (3)$$

$$\frac{Y}{2} = \frac{l}{2} (G' + j\omega C') \quad (4)$$

i_k = Corriente en el nodo k
 v_m = Voltaje en el nodo m
 i_m = Corriente en el nodo m
 R' = Resistencia por unidad de longitud [Ω / km]
 L' = Inductancia por unidad de longitud [H / km]
 C' = Capacitancia por unidad de longitud [F / km]
 G' = Conductancia por unidad de longitud [S / km]
 l = Longitud total de la línea [km]
 Z = Impedancia serie de la línea de transmisión
 Y = Admitancia en derivación de la línea de transmisión

2.2. Modelo de línea de circuitos PI en cascada

Históricamente, el primer modelo utilizado para soluciones transitorias en líneas de transmisión fue el modelo de línea de circuitos PI nominales en cascada, el cual es una aproximación discreta a los parámetros distribuidos constantes [1]. La representación de este modelo se ilustra en la Figura 3 donde se representan n circuitos PI nominales en cascada [2]:

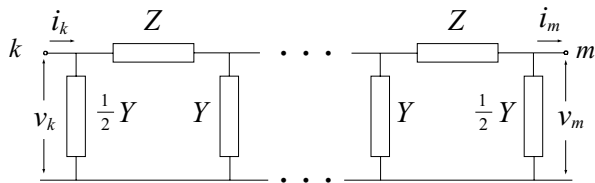


Figura 2. Circuito equivalente del modelo PI nominal.

Para obtener las variables de entrada con respecto a las variables de salida, el sistema se representa como una red de parámetros de dos puertos como se ilustra en la Figura 4 [2]:

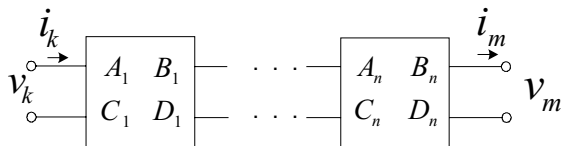


Figura 4. Red n-ésima de dos puertos para una línea de transmisión completa

Si todos los circuitos corresponden a segmentos de igual longitud, entonces el modelo de la línea se representa mediante la ecuación (5) [2]:

$$\begin{bmatrix} v_k \\ i_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^n \begin{bmatrix} v_m \\ i_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

Es decir, la matriz de cualquiera de los segmentos elevada al número de segmentos, representa la relación deseada de un extremo al otro [2].

La cantidad de secciones PI nominales en cascada para la correcta representación de la línea, depende principalmente de la frecuencia del fenómeno transitorio a estudiar [3]. Por consiguiente, para una frecuencia máxima de estudio, la longitud máxima de una sección de línea representada por un circuito PI nominal, no debe ser mayor a la expresada en la ecuación (6):

$$S_{\max} \leq \frac{a}{5f_{\max}} \quad (6)$$

con

$$a = \frac{1}{\sqrt{LC'}} \quad (7)$$

Donde:

a = Velocidad de propagación de la onda viajera
 L' = Inductancia por unidad de longitud [H / km]
 C' = Capacitancia por unidad de longitud [F / km]

El modelo de línea de circuitos PI nominales en cascada no es muy exacto para fenómenos basados en ondas viajeras (sobrevoltajes por maniobra y por descargas atmosféricas), ni muy eficiente debido a la cantidad de secciones de circuitos PI nominales utilizadas en el momento de representar este tipo de fenómenos; por lo tanto, para un mejor modelamiento de operaciones de maniobra y descargas atmosféricas, los modelos basados en la propagación de las ondas viajeras son la mejor opción [2].

3. MODELO DE LÍNEA CON PARÁMETROS CONSTANTES DISTRIBUIDOS (Modelo de Bergeron)

Este modelo adaptado y desarrollado por Hermann Dommel [4], está basado en la propagación de las ondas en una línea de transmisión sin pérdidas, y con parámetros L' y C'

constantes distribuidos a través de la línea de transmisión. La Figura 5 representa el modelo de Bergeron para una línea de transmisión, donde las ecuaciones que relacionan los voltajes y corrientes en los extremos de la línea están representadas por las ecuaciones (8) y (9):

$$i_k(t) = \frac{1}{Z_c} v_k(t) + i_{kh}(t) \quad (8)$$

$$i_m(t) = \frac{1}{Z_c} v_m(t) + i_{mh}(t) \quad (9)$$

Donde:

$$i_{kh}(t) = -\frac{1}{Z_c} v_m(t-\tau) - i_m(t-\tau) \quad (10)$$

$$i_{mh}(t) = -\frac{1}{Z_c} v_k(t-\tau) - i_k(t-\tau) \quad (11)$$

τ = Tiempo de desplazamiento de la onda viajera.

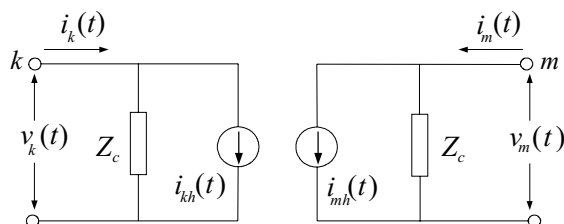


Figura 5. Circuito equivalente del modelo de Bergeron.

La impedancia característica Z_c se representa mediante la ecuación (12):

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (12)$$

Para sistemas M-fásicos, las líneas se desacoplan por medio del Método de Descomposición Modal para estudiar cada modo como una línea monofásica. Esta descomposición se realiza por medio de matrices de transformación constantes con componentes reales, dando resultados exactos para líneas balanceadas. Para líneas desbalanceadas el modelo no es útil, ya que la suposición de que la matriz de transformación sea constante no es válida, porque las matrices son dependientes de la frecuencia.

Debido a que en las líneas de transmisión se presentan fenómenos como el efecto piel, y el efecto de retorno a tierra a medida que aumenta la frecuencia, es necesario considerar la dependencia en frecuencia de los parámetros, para tener resultados más exactos. En la siguiente sección se muestran los modelos que consideran parámetros dependientes de la frecuencia.

4. MODELOS DE LÍNEA CON PARÁMETROS DEPENDIENTES DE LA FRECUENCIA

4.1 Modelo de J. Martí

El modelo de J. Martí [5] utiliza también matrices de transformación constantes reales para la descomposición Fase-Modo; por lo tanto, también presenta inconvenientes de exactitud para líneas desbalanceadas.

Debido a la naturaleza distribuida de las pérdidas y a la dependencia en frecuencia de los parámetros, es más conveniente desarrollar las ecuaciones de línea en el dominio de la frecuencia, como se ilustra en las ecuaciones (13) y (14):

$$V_k(\omega) = Z_c(\omega)I_k(\omega) + E_{mh}(\omega) \quad (13)$$

$$V_m(\omega) = Z_c(\omega)I_m(\omega) + E_{kh}(\omega) \quad (14)$$

Donde

$$E_{mh} = A(\omega)F_{pk} = [V_k(\omega) + Z_c(\omega)I_k(\omega)]e^{-\gamma(\omega)l} \quad (15)$$

$$E_{kh} = A(\omega)F_{pm} = [V_m(\omega) + Z_c(\omega)I_m(\omega)]e^{-\gamma(\omega)l} \quad (16)$$

Son las fuentes historiales de voltaje en los nodos k y m . La impedancia característica Z_c y la constante de propagación γ de las ecuaciones (15) y (16), se ilustran en las ecuaciones (17) y (18):

$$Z_c(\omega) = \sqrt{\frac{R'(\omega) + j\omega L'(\omega)}{G'(\omega) + j\omega C'(\omega)}} \quad (17)$$

$$\gamma(\omega) = \sqrt{(R'(\omega) + j\omega L'(\omega))(G'(\omega) + j\omega C'(\omega))} \quad (18)$$

El circuito equivalente de las ecuaciones (13) y (14) en el dominio de la frecuencia, se ilustra en la Figura 6.

Transformando las ecuaciones (13) y (14) al dominio del tiempo, se obtienen las ecuaciones (19) y (20):

$$v_k(t) = Z_c * i_k(t) + [v_m(t) + Z_c * i_m(t)] * a(t) \quad (19)$$

$$v_m(t) = Z_c * i_m(t) + [v_k(t) + Z_c * i_k(t)] * a(t) \quad (20)$$

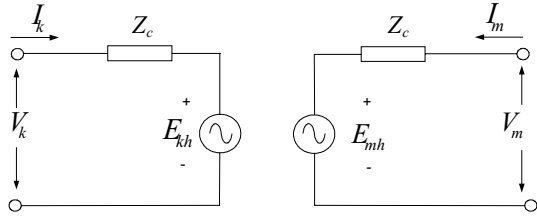


Figura 6. Circuito equivalente del modelo de J. Martí en el dominio de la frecuencia.

En las ecuaciones (19) y (20) la evaluación numérica de la convolución dada por el símbolo * para el cálculo de transitorios, es lenta. Para acelerar este proceso, es necesario sintetizar los elementos involucrados en la convolución, como son la impedancia característica Z_c y la función de propagación A , debido a la naturaleza irracional de γ y Z_c . La síntesis por medio de funciones racionales permite que la evaluación numérica de la convolución se vuelva más rápida, ya que se obtienen exponenciales en el dominio del tiempo, aplicando así las técnicas de convolución recursiva. El método de aproximación usado por el autor es el procedimiento de trazado asintótico de Bode, donde el principio básico es aproximar la curva dada o la curva original por segmentos de línea recta de los cuales son horizontales o tienen una pendiente de 20 dB/década. Los puntos donde la pendiente cambia, definen los polos y los ceros de la función racional [5]. El modelo de J. Martí no es muy exacto en bajas frecuencias y para secciones de línea muy cortas, debido a las imprecisiones presentes para los cálculos en el dominio del tiempo [6].

4.2 Modelo de Taku Noda

El modelo de T. Noda [7] toma en cuenta la dependencia de la frecuencia en los parámetros de la línea de transmisión. Además es desarrollado en el dominio de la fase para evitarse los problemas asociados con las matrices de transformación dependientes de la frecuencia. Su eficiencia se basa en la utilización de un modelo matemático llamado ARMA (Autoregressive Moving Average) que reemplaza las convoluciones en el dominio del tiempo, para reducir los tiempos de cálculo. Las ecuaciones que relacionan los voltajes y corrientes en los extremos de la línea están representadas por las ecuaciones (21) y (22):

$$I_k(\omega) = Y_c(\omega)V_k(\omega) - e^{-j\omega\tau} H^T(\omega)\{Y_c(\omega)V_m(\omega) + I_m(\omega)\} \quad (21)$$

$$I_m(\omega) = Y_c(\omega)V_m(\omega) - e^{-j\omega\tau} H^T(\omega)\{Y_c(\omega)V_k(\omega) + I_k(\omega)\} \quad (22)$$

Transformando las ecuaciones (21) y (22) en el dominio del tiempo, se obtienen las ecuaciones (23) y (24):

$$i_k(t) = y_c(t) * v_k(t) - i'_k(t) \quad (23)$$

$$i_m(t) = y_c(t) * v_m(t) - i'_m(t) \quad (24)$$

Donde:

$$i'_k(t) = h^T(t) * \{y_c(t) * v_m(t - \tau) + i_m(t - \tau)\} \quad (25)$$

$$i'_m(t) = h^T(t) * \{y_c(t) * v_k(t - \tau) + i_k(t - \tau)\} \quad (26)$$

El circuito equivalente de las ecuaciones (23) y (24) se ilustra en la Figura 7:

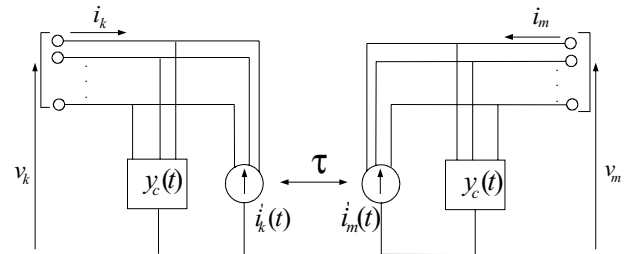


Figura 7. Circuito equivalente del modelo de T. Noda en el dominio del tiempo.

Para modelar la admitancia $Y_c(\omega)$ con los modelos ARMA, la operación de convolución $y_c(t)*v(t)$ se representa por medio de la ecuación (27):

$$y_c(t) * v(t) = y_{co} v(t) + y_{c1}(t) * v(t - \Delta t) \quad (27)$$

Donde y_{co} es una Matriz constante. Debido a que en el modelo desarrollado por Taku Noda se aproxima la admitancia característica y la matriz de propagación por medio de la transformada z , el modelo depende del paso de tiempo ($\Delta t = 1/10f_{max}$) y no se puede aplicar directamente un paso de tiempo arbitrario [8].

4.3 Modelo Z-line

El modelo Z-line desarrollado por Fernando Castellanos y sus colaboradores [9] está formulado directamente en el dominio de la fase para evitarse los problemas asociados con las matrices de transformación modal dependientes de la frecuencia, permitiendo así tomar en cuenta la asimetría de cualquier configuración de línea [9], [10]. En la Figura 8 se muestra el circuito equivalente del modelo Z-line con la separación en dos partes de los efectos básicos:

- La primera es una propagación ideal que tiene en cuenta los campos eléctricos y magnéticos externos del conductor, con parámetros $[L_{ext}]$ y $[C]$, los cuales dependen únicamente de la geometría y además son constantes.
- La segunda es una parte no ideal del circuito $[Z_{perdidas}(\omega)]$, que representa las resistencias e inductancias internas de los conductores y tierra, la cual toma en cuenta la dependencia de la frecuencia de los parámetros de la línea de transmisión.

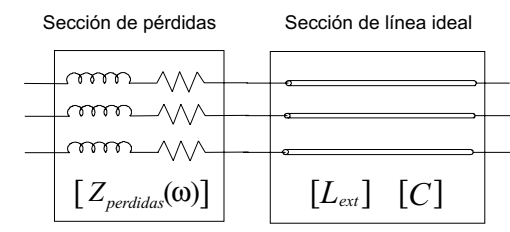


Figura 8. Separación de los efectos básicos en el modelo Z-line.

Por lo tanto, la propagación de la onda de la línea puede verse como la combinación de la propagación ideal, más la forma de la onda dada por las pérdidas internas de los conductores. Después de extraerse las correcciones de la impedancia ($[Z_{perdidas}(\omega)]$) del modelo completo, la línea de transmisión ideal puede modelarse de manera sencilla en el dominio de la fase por medio del modelo de Bergeron. Para la impedancia $[Z_{perdidas}(\omega)]$, los elementos de la matriz son funciones dependientes de la frecuencia y pueden sintetizarse por medio de aproximaciones de funciones racionales. Cada elemento de $[Z_{perdidas}(\omega)]$ es expresado como una suma de varios bloques de primer orden de la siguiente manera:

$$Za_{iiperdidas}(\omega) = R_{iide} + \sum_{l=1}^m \frac{sk_{ii(l)}}{s + p_{ii(l)}} \quad (28)$$

$$Za_{ijperdidas}(\omega) = \sum_{l=1}^m \frac{sk_{ij(l)}}{s + p_{ij(l)}} \quad (29)$$

Donde:

- m = Número de bloques
- ii = Elementos de la diagonal
- ij = Elementos fuera de la diagonal
- a = ajuste
- R_{iide} = Resistencia en DC
- p = Polos de la función
- k = Residuos de la función

Generalmente, el número promedio de bloques de primer orden necesarios para un buen ajuste, es aproximadamente un bloque por década de la curva asintótica; aunque resultados obtenidos experimentalmente demuestran que pueden obtenerse buenas aproximaciones con 5 bloques o menos [9]. Finalmente, el modelo para una sección de línea se muestra en la Figura 9, éste se obtiene combinando la solución del segmento de línea ideal con la solución para la red $[Z_{perdidas}(\omega)]$. La parte de $[Z_{perdidas}(\omega)]$ se divide en dos secciones iguales conectadas en los extremos del segmento ideal.

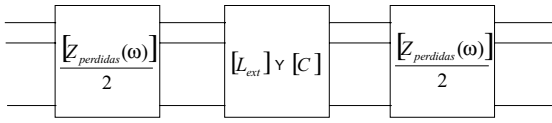


Figura 9. Sección de línea para el modelo Z-line.

La solución para una línea de transmisión completa, se logra conectando varios modelos de sección corta de Z-line en cascada. La cantidad de secciones en cascada para la correcta representación de la línea, depende principalmente de la frecuencia del fenómeno transitorio a estudiar [9], [10]. Por consiguiente, para una frecuencia máxima de estudio, la longitud máxima de una sección de línea representada por un modelo Z-line se puede obtener de la Figura 10.

La única limitación del modelo es que se asume que $[Z_{pérdidas}(\omega)]$ es concentrado. Esto implica que para efectos de simulación de la naturaleza distribuida de las pérdidas, la línea debe subdividirse en un número de secciones.

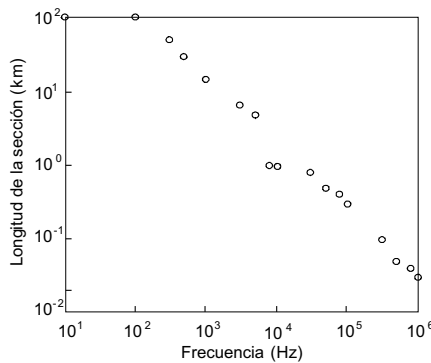


Figura 10. Sección máxima de longitud vs. Máxima frecuencia de interés.

4.4. Modelo de línea Idempotente.

El presente modelo desarrollado por Fernando Marcano y sus colaboradores [10], [11], [12] es conceptualmente similar al modelo de J. Martí, excepto que supera los problemas de este modelo con respecto a la dependencia en frecuencia de las matrices de transformación modal. Esto se resuelve evitando el uso de vectores propios asociados a la descomposición modal,

representando a la función de propagación en el dominio de la fase $[e^{-\gamma x}]$ como una combinación lineal de los modos de propagación $e^{-\gamma_i x}$ con matrices de coeficientes idempotentes. Una matriz idempotente tiene la propiedad que al multiplicarse por sí misma o al elevarse a una potencia entera, mayor o igual a dos, se obtiene la misma matriz idempotente ($[I_i]^n = [I_i]$). La Figura 11 representa el modelo de línea idempotente para una línea de transmisión en el dominio de la frecuencia, donde las ecuaciones que relacionan los voltajes y corrientes en los extremos de la línea están representadas por las ecuaciones (30) y (31):

$$[Y_c][V_m] - [I_m] = ([Y_c][V_k] + [I_k])e^{-\gamma l} = [A][F_{pk}] \quad (30)$$

$$[Y_c][V_k] - [I_k] = ([Y_c][V_m] + [I_m])e^{-\gamma l} = [A][F_{pm}] \quad (31)$$

donde

$$[I_{mh}] = ([Y_c][V_k] + [I_k])[A] \quad (32)$$

$$[I_{kh}] = ([Y_c][V_m] + [I_m])[A] \quad (33)$$

La síntesis por medio de funciones racionales de la función de propagación, de la matriz de idempotentes y de la impedancia característica, permite que la evaluación numérica de la convolución se vuelva más rápida, ya que se obtienen exponenciales en el dominio del tiempo, aplicando así las técnicas de convolución recursiva.

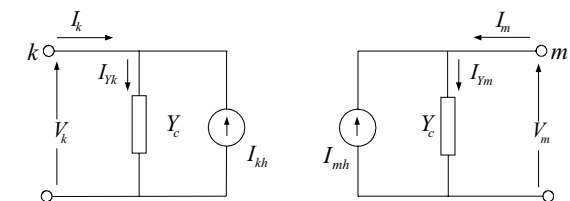


Figura. 11. Circuito equivalente para el modelo idempotente.

La estabilidad numérica del modelo se basa en usar el mismo juego de polos para todos los elementos de una matriz no diagonal, tanto para la matriz de admitancia característica como para la matriz de propagación [10], [11], [12]. Para el ajuste de las funciones idempotentes es importante considerar dos cosas; primero es necesario

determinar un juego de polos para cada función tal que se obtenga un buen ajuste, y segundo un algoritmo apropiado para el ajuste. El algoritmo usado por el autor es conocido como TXFIT el cual calcula los valores y vectores propios de la matriz usando el método de Newton Raphson [13]. El procedimiento de TXFIT permite ajustar todos los elementos de una matriz idempotente, con un juego de polos comunes. Sin embargo, en algunos casos de modelamiento de líneas de transmisión, son necesarios los polos inestables para un ajuste exacto de la matriz M [14]. Para el modelo implementado, el ajuste de las funciones de propagación modal son obtenidas con el programa FDDATA de Microtran. Este programa da los valores de p , k , y τ de cada función de propagación modal [11]. Finalmente, el ajuste de la matriz de admitancia característica $[Y_c]$, se obtiene por medio de las técnicas de aproximación asintótica de Bode, usadas igualmente en el modelo de J. Martí.

4.5 Modelo Directo de Nguyen.

El modelo desarrollado por Nguyen y sus colaboradores [15], también es similar al modelo de J. Martí y está basado en la aproximación de la matriz de admitancia característica Y_c y la matriz de propagación A directamente en el dominio de la fase por medio de funciones racionales, requiriendo así pocas convoluciones para cada paso de tiempo. Para un sistema M-fásico, los voltajes y las corrientes en los extremos de una línea de transmisión en el dominio de la frecuencia están dados por las ecuaciones (34) y (35):

$$I_k = Y_c V_k - A(Y_c V_m + I_m) \quad (34)$$

$$I_m = Y_c V_m - A(Y_c V_k + I_k) \quad (35)$$

$$Y_c = Y \sqrt{(ZY)^{-1}} \quad (36)$$

$$A = e^{-\sqrt{ZY}l} \quad (37)$$

Trasladando las ecuaciones (34) y (35) al dominio del tiempo se obtienen las ecuaciones (38) y (39):

$$i_k(t) = y_c(t) * v_k(t) - a(t) * f_{pm}(t) \quad (38)$$

$$i_m(t) = y_c(t) * v_m(t) - a(t) * f_{pk}(t) \quad (39)$$

Donde

$$f_{pm}(t) = [y_c(t) * v_m(t) + i_m(t)] \quad (40)$$

$$f_{pk}(t) = [y_c(t) * v_k(t) + i_k(t)] \quad (41)$$

La síntesis de los elementos de las matrices Y_c y A en el dominio de la frecuencia, usando aproximaciones de funciones racionales, se convierten en simples sumas de funciones exponenciales en el dominio del tiempo. La rutina de ajuste utilizada para la síntesis de los elementos es una versión modificada del modelo de J. Martí y del modelo de L. Martí [16], donde las funciones racionales se caracterizan por tener polos y ceros negativos y reales. Antes del procedimiento de síntesis, es necesario multiplicar por -1 los elementos de las matrices Y_c y A , ya que son funciones altamente oscilatorias; además es necesario la extracción del factor de fase de los elementos de la matriz A . Finalmente, el circuito equivalente del modelo en el dominio del tiempo se ilustra en la Figura 12.

El modelo de línea Directo de Nguyen es muy útil para simular líneas de transmisión con alta asimetría, incluso para analizar voltajes inducidos en rieles de tren cercanos a líneas de transmisión [15], aunque pueden ocurrir un gran número de oscilaciones para líneas con resistividad de la tierra muy alta, requiriendo así un ajuste de alto orden [14]. Finalmente, en la Tabla 1 se ilustra de forma resumida las variables de entrada, las variables de salida y los parámetros de cada uno de los modelos estudiados.

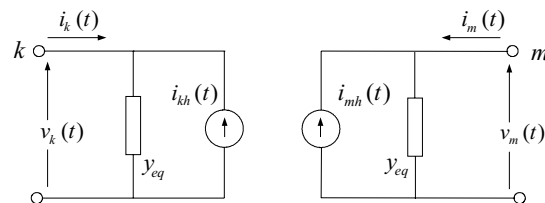


Figura 12. Circuito equivalente para el modelo Directo de Nguyen en el dominio del tiempo.

Tabla 1. Características principales de los modelos estudiados.

Modelos	Variables		Parámetros
	Entrada	Salida	
Circuito pi nominal	v_k, i_k	v_m, i_m	Z_{serie}, Y_{shunt}
Circuitos pi en Cascada			Z_{serie}, Y_{shunt}
Modelo de Bergeron			Z_c
Modelo de J. Martí			Z_c, A
Modelo de T. Noda			$[Y_c], [H]$
Modelo Z-Line			$[Z_{perdidass}(\omega)]$
Modelo de Línea Idempotente			$[M], [A], [Y_c]$
Modelo Directo de Nguyen			$[A], [Y_c]$

5. COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE LÍNEA

En la siguiente sección se clasifican los modelos de línea de manera general, se comparan de manera cualitativa con respecto a su exactitud, al tiempo de respuesta computacional, a la capacidad de simular líneas de transmisión con alta asimetría y a la complejidad del modelo. Finalmente se propone un diagrama de flujo que servirá como guía para seleccionar un modelo apropiado para un caso determinado.

5.1. Generalidades

Los modelos basados en el circuito *PI* nominal son exactos, si la línea es corta. Cuando las dimensiones físicas de una línea de transmisión son pequeñas comparadas con la longitud de onda λ del transitorio, el tiempo de desplazamiento de las ondas electromagnéticas puede despreciarse y la línea de transmisión puede ser representada por

$$\lambda = \frac{v}{f} \tag{42}$$

medio de parámetros concentrados. Es decir, si la longitud de onda se define como la ecuación (42):
Donde:

v = Velocidad de propagación de la onda (aproximada a la velocidad de la luz)

f = Frecuencia del fenómeno transitorio de estudio

En la ecuación (42) la frecuencia f es inversamente proporcional a la longitud de onda, por lo tanto en bajas frecuencias la longitud de onda λ es muy grande comparada con la longitud de la línea de transmisión; es decir, una onda que sale desde el nodo m de una línea aparecerá instantáneamente en el nodo k sin ningún retardo de tiempo. Por lo tanto los modelos basados en circuitos *PI* nominales son muy útiles para sobrevoltajes temporales. Sin embargo, para fenómenos como operaciones de maniobra y descargas atmosféricas, el modelo de línea de circuitos *PI* nominales en cascada, pese a que puede ser usado, al compararlo con el modelo de Bergeron, este último resulta ser más exacto y computacionalmente más rápido, incluso ante un gran número de circuitos *PI* nominales en cascada [2].

Cuando la frecuencia del transitorio es alta, como por ejemplo para sobrevoltajes por maniobras y sobrevoltajes por descargas atmosféricas, la longitud de onda λ es menor comparada con la longitud de la línea de transmisión, produciéndose un retardo de tiempo de la onda. En estos casos, los modelos basados en ondas viajeras son mucho más exactos. En la Tabla 2 se resumen los modelos de línea recomendados de acuerdo al rango de frecuencia y al tipo de fenómeno [2], [3], [17], [18], [19].

Tabla 2. Clasificación general de los modelos de línea.

Grupo	Rango de frecuencia	Modelo	Fenómeno
I	0,1 Hz – 3 kHz	Modelos basados en circuitos PI	Sobrevoltajes temporales
II	50 Hz – 20 kHz	Modelos de ondas viajeras	Sobrevoltajes por maniobras
III	10 kHz – 3 MHz	Modelos de ondas viajeras	Sobrevoltajes por descargas atmosféricas

5.2. Comparación

La comparación de los modelos de línea utilizados para el estudio de transitorios en sistemas de potencia, se basa en cuatro índices muy significativos: la exactitud del modelo, el tiempo de respuesta computacional, la capacidad del modelo de simular líneas con alta asimetría y su complejidad. El modelo estándar de comparación es el modelo desarrollado por J. Martí, que comparado con el modelo de Bergeron desarrollado por Dommel, ofrece una mayor exactitud; aunque resulta ser computacionalmente más lento. Los modelos posteriores a éste, como el modelo de Taku Noda, el modelo Z-line, el modelo de línea Idempotente y el modelo Directo de Nguyen, desarrollados en el dominio de la fase para evitarse los inconvenientes de la matriz de transformación, son más exactos pero computacionalmente más lentos. Estas características se pueden tener en cuenta al momento de elegir un modelo adecuado para una determinada situación a simular, como por ejemplo modelar líneas con alta asimetría, las cuales no presentan esquemas de transposición y multicircuitos.

Profundizando aún más con respecto al tiempo computacional de los diferentes modelos, los resultados son descritos de manera cualitativa [1], [3], [7], [15], como es el caso del modelo de línea de circuitos **PI** nominales en cascada, el modelo de Taku Noda y el modelo Directo de Nguyen. El modelo de línea de circuitos **PI** nominales en cascada, se comparó directamente con el modelo de Bergeron, siendo este último mejor; a partir de esto, se concluye que el modelo de línea de circuitos **PI** nominales en cascada no ofrece mejores resultados en términos computacionales y en términos de exactitud que el modelo de J. Martí [2]. El modelo Z-line y el modelo de línea Idempotente, son descritos como N segundos más lentos que el modelo de J. Martí, donde N es el número de fases [10], [11], [12].

Las Tablas 3 y 4 establecen una comparación cualitativa de los diferentes modelos y sus características con respecto al modelo de J. Martí, teniendo en cuenta: la exactitud, el tiempo de respuesta computacional, la capacidad de simular líneas con alta asimetría y la complejidad del

modelo [2].

Tabla 3. Comparación cualitativa de los modelos de línea.

Modelo	Referencias	Índices de evaluación			
		Exactitud del modelo		Tiempo de respuesta computacional	
		SM	SD	SM	SD
Modelo 1	[1], [3]	-E	-E	Lento	Lento
Modelo 2	[4]	-E	-E	10 al 30 % más rápido	10 al 30 % más rápido
Modelo 3	[7]	+E	+E	Lento	Lento
Modelo 4	[9], [10]	+E	+E	N segundos más lento	N segundos más lento
Modelo 5	[10], [11], [12]	+E	+E	N segundos más lento	N segundos más lento
Modelo 6	[15]	+E	+E	Lento	Lento

SM = Sobrevoltajes por Maniobras
 SD = Sobrevoltajes por Descargas Atmosféricas
 E = Exactitud
 N = Número de fases
 Modelo 1 = Modelo de circuitos *PI* nominales en cascada
 Modelo 2 = Modelo de Bergeron
 Modelo 3 = Modelo de Taku Noda
 Modelo 4 = Modelo Z-line
 Modelo 5 = Modelo de línea Idempotente
 Modelo 6 = Modelo Directo de Nguyen

Finalmente, se propone el diagrama de flujo de la Figura 13, que permitirá de acuerdo a las características del fenómeno, servir como una guía en el momento de elegir un modelo apropiado para un caso determinado [2].

6. CONCLUSIONES

En este artículo se presentaron los diferentes modelos de línea de transmisión, para análisis de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia. Se ha observado una evolución constante en el desarrollo de estos modelos, obteniéndose buenos resultados en términos de exactitud y de tiempo de respuesta computacional; no obstante aún existen deficiencias que pueden mejorarse. Se realizó una comparación bibliográfica de los modelos, y conforme con la documentación examinada se utilizó como modelo estándar de comparación el de J. Martí, permitiendo así identificar las características, ventajas y desventajas de los modelos. A través de la comparación, se encontró que su grado de complejidad es directamente proporcional a la

Tabla 4. Características de los modelos de línea.

Modelo	Referencias	Simulación de líneas con alta asimetría	Complejidad del modelo
Modelo 1	[1], [3]	No recomendado, se presentan oscilaciones entre los nodos de conexión de cada circuito PI	Simple
Modelo 2	[4]	No recomendado, utiliza matrices de transformación constantes en la descomposición fase - modo	Simple
Modelo 3	[7]	Recomendado, aunque para las simulaciones, el modelo depende de Δt	Alto orden - transformada z
Modelo 4	[9], [10]	Recomendado, aunque para efectos de simulación de la naturaleza distribuida de las pérdidas, la línea debe subdividirse en un número de secciones.	Alto orden - calculo de secuencia coordinado de n bloques de 1 ^{er} orden
Modelo 5	[10], [11], [12]	Recomendado, es más exacto aun cuando el numero de fases es mayor, aunque son necesarios los polos inestables para un ajuste exacto de la matriz M .	Alto orden - juego de polos comunes, método de aproximación de Bode, método de Newton Raphson
Modelo 6	[15]	Recomendado, incluso para analizar voltajes inducidos en rieles de tren cercanos a líneas de transmisión, aunque pueden ocurrir un gran número de oscilaciones para líneas con resistividad de la tierra muy alta, requiriendo así un ajuste de alto orden.	Alto orden - polos y ceros reales, método de aproximación de Bode método de Newton Raphson

exactitud e inversamente proporcional al tiempo de respuesta computacional; es decir, a medida que los modelos son más complejos, son más exactos pero computacionalmente más lentos comparados con el modelo de J. Martí.

Aunque se han dedicado muchos esfuerzos para el desarrollo de modelos que permitan simular fenómenos transitorios, no hay un acuerdo sobre cuál es el más adecuado. Por consiguiente, el diagrama de decisiones guía de los modelos estudiados, permite elegir el de línea apropiado

según las necesidades del usuario, como por ejemplo qué tan rápido o qué tan exacto se quieren los resultados finales.

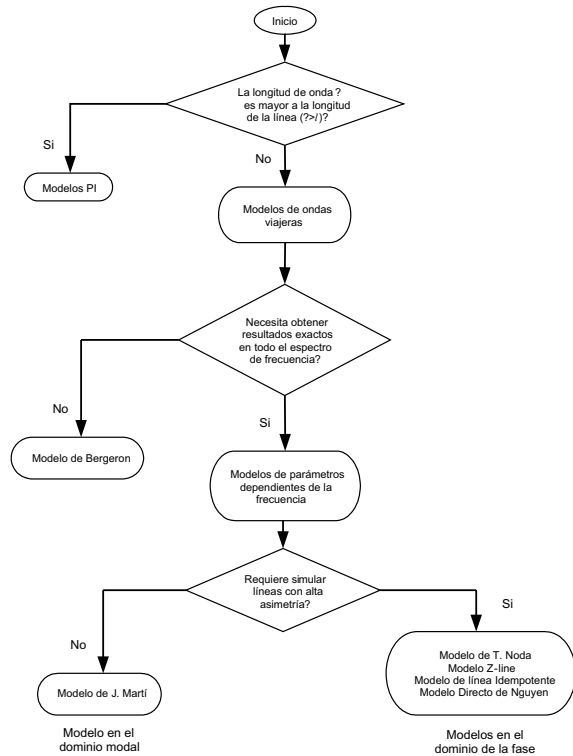


Figura 13 Diagrama de flujo guía de los modelos de línea apropiados

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] H. W. Dommel, *Electromagnetic transient program EMTP theory book*, Bonneville Power Administration, July, 1995.

[2] L. H. Restrepo, *Modelos de línea de transmisión para transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia*, Trabajo de Grado en Ingeniería Eléctrica, Universidad del Valle, Cali-Colombia, 2008.

[3] CIGRÉ Working Group 33.02, *Guidelines for representation of network elements when calculating transients*, 1990.

- [4] H. W. Dommel, W. S. Meyer, *Digital computer solution of electromagnetic transient in single and multiphase networks*, IEEE Trans. on Power App. and Systems, vol. PAS-88, 4, pp. 388 – 399, April, 1969.
- [5] J. R. Martí, *Accurate modeling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations*, IEEE Trans. on Power App. and Systems. vol. PAS-101 No. 1, pp. 147-155, Jan, 1982.
- [6] C. Dufour, W. Le-Huy, *Highly Accurate modeling of frequency-dependent balanced transmission lines*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 15, No. 2, pp. 610-615, April, 2000.
- [7] T. Noda, N. Nagaoka, A. Ametani, *Phase domain modeling of frequency-dependent transmission lines by means of an ARMA model*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 11,3, pp. 401-411, January, 1996.
- [8] T. Noda, N. Nagaoka, A. Ametani, *Further improvements to a phase-domain ARMA line model in terms of convolution, steady-state initialization and stability*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, No. 3, pp. 1327–1334, July, 1997.
- [9] F. Castellanos, J. R. Martí, F. Marcano, *Full frequency-dependent phase-domain transmission line model*, IEEE Trans. on Power Systems, vol. 12, No. 3, pp. 1331 – 1339, August 1997.
- [10] F. Castellanos, J. R. Martí, F. Marcano, *Phase-domain multiphase transmission line models*, International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Elsevier Science Ltd. vol. 19, No. 4, pp. 241-248, May, 1997.
- [11] F. Marcano, *Modeling of transmission lines using idempotent decomposition*, MASC. Thesis, Department of Electrical Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canada, August, 1996.
- [12] F. Marcano, J. R. Martí, *idempotent line model: case studies*, IPST' 97-International Conference on Power Systems Transients, Seattle June 22-26, 1997.
- [13] L. Wedepohl, H. V. Nguyen, G. D. Irwin, *Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton raphson method*, IEEE Trans. on Power Systems, vol. 11, 3, pp. 1538-1546, August 1996.
- [14] B. Gustavsen, G. Irwin, R. Mangelrod, D. Brandt, K. Kent, *transmission line models for the simulation of interaction phenomena between parallel ac and dc overhead lines*, International Conference on Power Systems Transients, Hungary, 1999.
- [15] H. V. Nguyen, H. W. Dommel, J. R. Martí, *Direct phase-domain modeling of frequency-dependent overhead transmission lines*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, No. 3, pp. 1335 – 1342, July, 1997.
- [16] L. Martí *simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 3, No. 3, pp. 1099-1110 July, 1988.
- [17] J. A. Martinez, B. Gustavsen, D. Durbak, *Parameter determination for modeling system transients-Part I: overhead lines*, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 20, No. 3, pp. 2038- 2044, July, 2005.
- [18] A. Kallio, T. Veijola, *Synthesis of reduced equivalent circuits for transmission lines*, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol. 53, 3, pp. 2255 - 2264, Oct, 2006.
- [19] Mu-Shui Zhang, Yu-Shan Li, Li-Ping Li, Chen Jia, *Modeling and analyzing high-speed and high-density connectors by using multisegment multiple transmission lines model*, IEEE Transactions on Advanced Packaging, Vol. 31 , 1, pp. 203 – 210, Feb, 2008.