

Zárójelentés

OTKA F-046309 pályázat (2004-2008)

2004-2007-ig az alábbi területeken születtek új eredmények:

1. A többváltozós diszkrét momentum probléma (TDMP) megoldhatósága hatékonyságának növelése.
2. A TDMP alkalmazása várható hasznosság becslésére.
3. Véletlen vektorváltozók függvényei várható értékének korlátozása a peremeloszlások és néhány vegyes momentum ismeretében.
4. Alkalmazások: Monge tulajdonsággal rendelkező célfüggvény korlátozása adott egyváltozós peremeloszlások és adott kovarianciák mellett, többváltozós momentum generátor függvények pontbecslése.
5. A TDMP-t korlátozó kétváltozós („min”) algoritmus többváltozós általánosítása
6. Közgazdasági alkalmazások a TDMP, az általánosított szita formulák illetve a copulák témaköréhez
7. Bonferroni típusú, képletszerű valószínűségi korlátok megadása a TDMP duál megengedett bázisstruktúrái segítségével.
8. A TDMP megoldása az egyváltozós DMP módszerei segítségével.

2008-ban született eredmények:

9. A TDMP-t korlátozó többváltozós algoritmus alkalmazása események uniója valószínűségének becslésére.
10. A TDMP megoldása az egyváltozós DMP módszerei segítségével, a TDMP-re tett további feltételek nélkül
11. A Bonferroni típusú, képletszerű valószínűségi korlátok bővebb körének megtalálása.

1. A TDMP struktúrájának további feltárásával sikerült az egyváltozós módszerek újabb eszközeinek az többváltozós esetre történő alkalmazása. Az ennek érdekében a célfüggvényre tett újabb feltételek általában nem jelentenek korlátozást a gyakorlati alkalmazások területén, így segítségével lehetőség adódik a struktúrán belül legjobb becslést adó duál megengedett struktúrák nagyságrendekkel gyorsabban történő megtalálására.

A fenti eredményről legelőször Győrben a XXVI. Operációkutatási Konferencián számoltam be. A kapcsolódó cikk: Mádi-Nagy, G. (2005). A method to find the best bounds in a multivariate discrete moment problem if the basis structure is given. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica* **42 (2)**, pp. 207 - 226.

2. Prékopa Andrással közös új eredmény, hogy egy általa talált és egy régebbi cikkünkben már leírt többváltozós hasznossági függvényt sikerült egy jóval bővebb hasznossági függvényosztállyá bővítenünk. A függvényosztály tulajdonságai megfelelnek az általunk kidolgozott TDMP becslési eljárások célfüggvényre tett feltételeinek, így egy jóval általánosabb hasznossági függvény esetén lehetséges a várható hasznosság becslése a bemeneti változók bizonyos momentumai ismeretében. A témáról előadást tartottam a pécsi 17th Euromini konferencián "A Class of Multivariate Strong Utility Functions" címmel. A kapcsolódó cikk: Prékopa, A. and G. Mádi-Nagy (2007). A Class of Multiattribute Utility Functions. *Economic Theory* **34 (3)**, pp. 591-602.

3. A TDMP korlátozásában általunk alkalmazott módszerek alkalmasak adott peremeloszlások mellett felírt várható értékre illetve valószínűségekre vonatkozó problémák korlátozására is. Ez a munka is Prékopa Andrással közösen folyik. A kapcsolódó kutatási jelentés: Mádi-Nagy, G. and A. Prékopa (2007). Bounding Expectations of Functions of

Random Vectors with Given Marginals and some Moments: Applications of the Multivariate Discrete Moment Problem. RUTCOR Research Report 11-2007.

4. Felhasználjuk a Monge-tulajdonság és a függvények osztott differenciáira vonatkozó kapcsolatot illetve a peremeloszlások ismeretét tartalmazó problémák diszkrét momentum problémává való konvertálhatóságát. Ezek segítségével képesek vagyunk egyrészt az irodalomban szereplő eredmények egy részét rekonstruálni, pár új kisebb eredményt bemutatni, másrészt lehetőséget adunk magasabb vegyes momentum információk felhasználására is. Ez a munka is Prékopa Andrással közösen folyik. A kapcsolódó kutatási jelentés: Mádi-Nagy, G. and A. Prékopa (2007). Bounding Expectations of Functions of Random Vectors with Given Marginals and some Moments: Applications of the Multivariate Discrete Moment Problem. RUTCOR Research Report 11-2007.

5. Sikerült a Mádi-Nagy, G. and A. Prékopa (2004). On Multivariate Discrete Moment Problems and their Applications to Bounding Expectations and Probabilities. *Mathematics of Operations Research* **29(2)**, pp. 229-258. cikk kétváltozós Min Algoritmusát többváltozós esetre általánosítanom. Kapcsolódó cikk: Mádi-Nagy, G. (2009). On Multivariate Discrete Moment Problems: Generalization of the Bivariate Min Algorithm for Higher Dimensions. *SIAM Journal on Optimization* **19 (4)**, pp. 1781-1806.

6. 2006. augusztusában két hetet Chicagóban töltöttem Szentes Balázs, a University of Chicago közgazdasági Assistant Professorának meghívására. A vele folytatott konzultáció egyrészt segítséget nyújtott az 2. pontban szereplő cikk végső formába öntéséhez, másrészt felmerültek új közös kutatási területek. Ez utóbbiak elsősorban a TDMP illetve a copulák játékelméleti alkalmazásait érintik.

7. Prékopa Andrással közös munkánk során sikerült a TDMP bázisstruktúrái segítségével olyan Bonferroni típusú korlátokat adni, melyek javításai ill. általánosításai az alábbi cikkekben szereplő eredményeknek:

Galambos, J. and Y. Xu (1995). Bivariate Extension of the Method of Polynomials for Bonferroni-type Inequalities, *J. Multivariate Analysis* **52** 131-139.

Lee, M.-Y. (1997). Improved bivariate Bonferroni-type inequalities, *Statistics and Probability Letters* **31** 359-364.

Az eredmények kutatási jelentésben várhatóan 2009-ben jelennek meg.

8. Sikerült, *bizonyos feltételek mellett*, a

Mádi-Nagy, G. (2005). A method to find the best bounds in a multivariate discrete moment problem if the basis structure is given. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica* **42 (2)**, pp. 207 - 226.

cikkben szereplő TDMP megoldó algoritmus részfeladatait az egyváltozós DMP-t megoldó Prékopa-féle duál szimplex módszer segítségével megoldani, ezáltal az algoritmus futási idejét lényeges mértékben csökkenteni.

9. A binomiális TDMP-t korlátozó többváltozós algoritmus alkalmas események uniója valószínűségének becslésére. A numerikus tapasztalatok szerint az esetek többségében az eddig alkalmazott módszereknél, pl. Hunter-korlát, cseresznyefa-korlát, szorosabb korlátot szolgáltat. Kapcsolódó konferencia előadás: G. Mádi-Nagy *Bounds on the Probability of the*

Union of Events by the Use of the Binomial MDMP, VOCAL 2008, December 15 - 17, 2008, Veszprém, Hungary. A numerikus példák megtalálhatók az alábbi cikkben:

Mádi-Nagy, G. (2009). On Multivariate Discrete Moment Problems: Generalization of the Bivariate Min Algorithm for Higher Dimensions. *SIAM Journal on Optimization* **19** (4), pp. 1781-1806.

A cseresznyefa-korlát leírása az alábbi cikkben:

Bukszár, J. and A. Prékopa (2001) Probability Bounds with Cherry Trees.

Mathematics of Operations Research **26**(1) pp. 174-192.

10. Sikerült az egyváltozós DMP módszereit a TDMP megoldására alkalmazni, úgy, hogy nincs szükség a célfüggvényre tett további feltételekre. Kapcsolódó kutatási jelentés: Mádi-Nagy, G. (2008). Application of the solution of the univariate discrete moment problem for the multivariate case. RUTCOR Research Report 9-2008.

11. A Bonferroni típusú, képletszerű valószínűségi korlátok bővebb körének megtalálása. Ez a munka is Prékopa Andrással közösen folyik. Az eredményeket 2009-ben cikk formátumban szándékozzuk leadni.