

# Zárójelentés

A vizsgált rendszereket az áttekinthetőség kedvéért három csoportba soroltuk:

- A. Részecskefizikai fázisátalakulások
- B. Ultrahideg kvantumgázok fázisátalakulásai
- C. Alacsonydimenziós, egyensúlytól távoli rendszerek fázisátalakulásai

## A. Részecskefizikai fázisátalakulások

A kvantumtérelméletek tulajdonságainak megismerése véges töltés- és energiasűrűség mellett elsőrangú érdekességű a kozmológia alapkérdéseinek, a kompakt csillagászati objektumok szerkezetének, továbbá nehézion gyorsító kísérletek eredményeinek értelmezése területén. Eredményeinek közvetlen alkalmazása mellett a (pl. kvázi-részecskék statisztikus mechanikáját használó) fenomenológiai megközelítések megalapozása is feladata. Nemzetközi téren a 2004-08 időszak nagyjelentőségű fizikai eredményei sorába tartozik a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás megnövelt pontosságú mérése, amely az inflációs kozmológia részletes kidolgozásához ad kiindulást. Újabb anomális tömegsugár kapcsolattal jellemezhető kompakt objektumok közelmúltbeli csillagászati megfigyelése újra ráirányította az érdeklődést a hideg, nagysűrűségű kvarkanyag állapotegyenletére vonatkozó kutatásokra. A RHIC gyorsítóval elért eredmények az erősen kölcsönható anyag új forró fázisának (egyensúlyi állapottól távoli) megjelenését bizonyították, amelynek kapcsán jelentős előrelépés történt a kvantumtérelméletek nem-egyensúlyi viselkedésének leírásában is. Mindezeknek a jelenségeknek közös jellemzője, hogy tárgyalásuk valamely szimmetriasértő alapállapotra épül. A szimmetriasértés részecskefizikai jelentőségét ismerte el a 2008. évi Nobel-díj, amelynek jutalmazottjai közül Y. Nambu munkássága meghatározó hatással volt a jelen pályázatban végzett kutatómunkára is.

Az elvégzett munka bemutatását felosztjuk az erősen kölcsönható anyag egyensúlyi állapotegyenletének meghatározásában, illetve az egyensúlytól távoli időfüggő jelenségek körében elért eredmények leírására. Önálló pontban írjuk le a kvantumtérelméletek nem-perturbatív funkcionálmódszereinek fejlesztésében tett előrehaladásunkat. A [hivatkozások] a zárójelentés publikációs listájának sorszámaira történnek. Konferenciacikkeket nem idézünk!

## A.1. Az erősen kölcsönható anyag egyensúlyi állapotegyenlete

A három könnyebb kvarkot és a belőlük felépülő könnyű skalár és pszeudoskalár mezononettet tartalmazó királis kvark-modell termodinamikáját az optimalizált perturbációs számítás módszerével dolgoztuk ki egy-hurok pontossággal. A királis átalakulás fázisdiagramjának érzékenysége a kvarkok (illetve azokkal egyenrangúan a pszeudoskalár mezonok) tömegére a különböző nem-perturbatív vizsgálatok részletes összehasonlítását teszi lehetővé. A pion és a kaon tömegének változtatásával elvégzett tárgyalásunk elsőként vette figyelembe, hogy e két adat befolyásolja a pion és a kaon bomlási állapotjának értékét is. A korrekt parametrizációjú effektív elméletben meghatároztuk azt a királis határeset körüli tartományt, amelyben a fázisátalakulás elsőrendű [6,19]. Különösen gondos elemzést igényelt a kaon tömeg véges értéke mellett a pion tömegének értékével nullához tartva fellépő trikritikus pont helyzetének és közvetlen környezetében a pion tömegének változásával adódó fázishatár-alaknak a meghatározása.

A paramétereknek a kvarktömegek fizikai értékeihez történt illesztésével specifikált két-kvark elméletben meghatároztuk az elsőrendű átmenet és az azt kísérő két spinodális vonalát [7] a bario-kémiai potenciál és a hőmérséklet alkotta síkban. A tágabb három-kvark elméletben meghatároztuk a kritikus végpont helyzetének eltolódását nem-nulla izospin sűrűség hatására [34,41].

A királis fázisátalakulás termodinamikájából két sikeresen megvédett ELTE PhD-disszertáció született [31,40]. A két fiatal kutatót jelenleg az MTA RMKI foglalkoztatja, ahol részben tovább folytatják a jelen OTKA-pályázat támogatásával megkezdett kutatásaikat. A pályázat 1 résztvevője OTKA PD-ösztöndíjjal az MTA SzFKI-ban dolgozott az OTKA pályázat témavezetőjének irányításával, majd 2008-ban az MTA-ELTE Biológiai és Statisztikus Fizikai Kutatócsoportba tért vissza.

## A.2. Időfüggő kvantumtérelméleti jelenségek véges energiasűrűségen

Az Univerzum hűlésekor bekövetkező szimmetriasértő Higgs-effektus modelljét, az  $U(1)$  szimmetriájú abeli Higgs-modellt, a vortex-keletkezés statisztikájának mélyebb megértése céljával vizsgáltuk. Részletes fraktálgeometriai eljárást fejlesztettünk ki a nem-egyensúlyi átmenet vortex-produkciója mértékének jellemzésére [11,12]. A vortexek térelméleti tárgyalásának fontosságát aláhúzza, hogy a kiterjedés nélküli hurok Nambu-Goto dinamikájával szimulált hurok bomlása a teljes térelméleti tárgyalástól lényegesen eltér.

Az extrém nagy mágneses térrel rendelkező kompakt objektumok, a magnetárok terében gyorsuló protonok erős kölcsönhatással pionokat keltenek. Ennek kváziklasszi-

kus leírására modellt alkottunk [39]. E modellt is használva, a Penn State University kutatóival együttműködésben megmutattuk, hogy a gyorsuló proton ún. görbületi töltött pion-sugárzásának intenzitása elérheti a fotonsugárzásét a mágneses indukció erőssége és a magnetár periódusideje alkotta paraméterpár bizonyos tartományában. A keletkező pionokból származó nagyenergiás neutrínó-fluxus észlelhető lehet földi neutrínóobszervatóriumoknál [49].

A nem-egyensúlyi térelméleti alprojekt eredményeiből írt ELTE PhD-disszertációját [24] megvédő fiatal kutató vezető német kutatócsoportban (Darmstadt-Heidelberg) nyert posztdoktori alkalmazást. A magnetárok terében zajló gyorsítási folyamatnak az általános relativitás elméletével konzisztens leírásán is dolgoznak az MTA RMKI-ba került fiatal kutatók.

### **A.3. Felösszegzett perturbációs sorok nem-perturbatív renormalizálhatósága**

A pályázati időszak második felében kutatásaink súlypontja a kvantumtérelméleti funkcionál-egyenletek nem-perturbatív közelítéseinek renormalizálhatósága lett. Vizsgálatainkat a két legelterjedtebben használt eljárásra, azaz a 2PI-közelítésre és az  $1/N$  sorfejtésre koncentráltuk. Eljárást építettünk fel a 2PI-közelítés ellentagjainak teljes részletességű meghatározására a szimmetriasértő fázisban végzett számításokkal. Kimutattuk, hogy az ellentagok megfelelnek a felösszegzésre használt perturbatív sorok egyes tagjaihoz társított ellentagok felösszegzésének [38,47]. Az  $1/N$  közelítés vezető rendjének renormalizációját megkaptuk az iteratív renormalizáció módszerével is [23], amelyet azonban az eredeti  $O(N)$  modellnél sokkal bonyolultabb szimmetriájú rendszerekre is lehet alkalmazni. Mi a Standard Modell Higgs-szektorának rejtett szektorral való kiterjesztésére tettünk renormalizálható javaslatot [37]. Bebizonyítottuk továbbá az  $1/N$  kifejtés vezető utáni rendjének renormalizálhatóságát a  $\Phi$ -deriválható közelítés különböző megfogalmazásaira [52], amelyről az irodalomban a közelmúltban sem volt még egyetértés. Az előzőkhöz képest egy alternatív megközelítést is kidolgoztunk, amelyben a felösszegzést renormalizációs séma választásaként interpretáltuk [8].

A kutatások részeként egy ELTE diplomamunka született, amely doktori ösztöndíjas kutatásként folytatódik. A zágrábi és a graz-i egyetem kutatóival 2008-ban elkezdtük a „Kvantumtérelmélet funkcionális módszerei” regionális szemináriumsorozatot, amely ez évben is továbbtart. Továbbá, 2009. áprilisában vezető angol, francia, finn, német és norvég szakemberek részvételével megrendezzük a „Resummation and renormalisation” című egyhetes műhelyt az ELTE TTK épületében.

## B. Ultrahideg kvantumgázok fázisátalakulásai

Ritka gázokban Bose–Einstein-kondenzáció megvalósítását 2001-ben Nobel-díjjal jutalmazták. A problémakör elméleti vizsgálata is az érdeklődés homlokterében áll napjainkban. Bose-gázoknál az optikai csapda megvalósítása lehetővé tette az atomok spin-szabadsági foka hatásainak vizsgálatát. Nem zérus spinű atomokból álló gáz esetében a kondenzátum spinor és a rendszer mágneses tulajdonságai is igen érdekesek. Ez elméleti téren a spinor Bose-gázok tanulmányozását fontos és időszerű feladattá tette. Csoportunk ebbe az irányzatba már 2000-től bekapcsolódott. A munka a jelen pályázat keretében is folytatódott. A kutatás egyik célja volt a gázok poláris és ferromágneses állapotainak vizsgálata a külső mágneses tér és a hőmérséklet függvényében.

A pályázat 2008-ig történő meghosszabbítása lehetővé tette, hogy még ennek a pályázatnak a keretében vizsgáljuk a nagy jósági tényezőjű optikai rezonátorba helyezett Bose-kondenzátum stabilitását. Számolásainkat elsősorban három 2007-ben megjelent kísérleti cikk motiválta (ebből kettő a Nature egy pedig a Physical Review Letters folyóiratban jelent meg).

Folytatódott a csapdázott Bose-gázokban végbemenő kondenzáció matematikai vizsgálata is végig a pályázat során.

A kvantumgázok terén folytatott vizsgálatainkban nagy súlyt kaptak a fermion atomokból álló gázok. Ennek fő oka, hogy jelentős kísérletek születtek, amelyek a szuperfolyékony átmenetet mutatták ki ilyen rendszerekben, mégpedig a „hangolható” kölcsönhatás különböző erősségénél (ezeket a kísérleti eredményeket a Science folyóirat 2004 legkiemelkedőbb 10 tudományos eredménye között a 4. helyre tette, a fizika terén egyetlen kiemeltként). Különösen a „unitary limit”, a Feshbach-rezonancia pontja igen intenzív kísérleti és elméleti kutatómunka tárgya lett. Az általunk kutatót témák: gradiens korrekciók számítása az általánosított Thomas-Fermi közelítéshez szuperfolyékony állapotban; klaszter állapotok kialakulása  $1/2$ -nél nagyobb spinű atomok esetében (ez a munka folytatása az A. Csordás, P. Szépfalusy, E. Szóke, Phys. Rev. Lett. 92, 090401 (2004) cikkben közölt vizsgálatoknak).

Említésre kívánkozik, hogy Sütő András és Csordás András a Bose-kondenzációval kapcsolatos vizsgálataikért Akadémiai-díjban részesült 2007-ban.

Nemzetközi együttműködések terén fontos volt részvételünk a European Science Foundation „Quantum Degenerate Dilute Systems Scientific Programme” keretében (a témavezető tagja volt a Steering Committee-nek). A program 2000-től 2009-ig tartott.

## B.1. Bose-gázok

Spinor Bose-gázoknál a ferromágneses esetben, amikor a Bose-kondenzációval egyidejűleg ferromágneses rendeződés alakul ki, vizsgáltuk a külső mágneses tér hatását. A Bose-kondenzáció kialakulásához közeleső tartományra koncentráltunk, amikor is a részecskék Bose-statisztikája erősen befolyásolja a mágneses tulajdonságokat. Nevezetesen, mágneses tér jelenlétében is kialakul egy általában elsőrendű átalakulás; az egyensúlyban levő két fázis sűrűsége és mágnesezettsége is különböző. Azt találtuk, hogy a kritikus pontok vonala, mint a mágneses tér függvénye, egy trikritikus pontban végződik zérus térhez tartva. A kritikus pont körül kiszámítottuk a lágy módus tulajdonságait. A Maxwell-konstrukció segítségével meghatároztuk a teljes fázisdiagramot [9,15].

Négydimenzió körül renormálási csoporttal vizsgáltuk a spinor Bose-gáz fázisátalakulásának rendűségét [27]. A skálafüggvényeket harmadrendig számolva kimutattuk, hogy spinfüggő kölcsönhatás jelenlétében a skálagörbék kiszaladnak a klasszikus stabilitási tartomány határára. A stabilitási határon meghatároztuk a rendszer szabadenergiájának vezető korrekcióját a nyeregponthoz képest. Azt találtuk, hogy a spinfüggő kölcsönhatás jelenlétében az 1-es spinű Bose-gáz átalakulása a paramágneses fázisból a Bose-kondenzált fázisba nem lehet folytonos fázisátalakulás.

Poláris (antiferromágneses) Bose-gázban megmutattuk két fázis létezését a hőmérséklet függvényében nemzérus mágnesezettségnél. Általánosítottuk a Hugenholtz–Pines-tételt ilyen rendszerekre. Megadtuk a lágy (kritikus) módus frekvenciáját a kísérletileg is elérhető tartományban [33].

A spinor Bose-gáz témában szerezte Szirmai Gergely PhD fokozatát 2004-ben „summa cum laude” minősítéssel [5]. Kis-Szabó Krisztián befejezte értekezését [53], feltehetően a PhD védésre ez évben kerül sor (témavezető mindkét esetben Szépfalussy Péter).

Vizsgáltuk nagy jóságú optikai rezonátorba helyezett Bose-kondenzátum és a vele kölcsönhatásban lévő rezonátortér stacionárius állapotát, és elemi gerjesztéseit a Bogoljubov-közelítés szintjén. Meghatároztuk, hogy az átlagtérelméletben a nemegyensúlyi fázisátalakulás környékén melyik módus válik lággyá [42]. Meghatároztuk a kondenzátum kiürülését, amely előrevetíti egy esetleges erősen korrelált fázis jelenlétét az optikai rezonátorban [55].

Megmutattuk, hogy ha az egydimenziós Bose-gázban a csapdapotenciál a négyzetnél gyorsabban nő, akkor skálázatlan (tehát a részecskék számának növekedtével nem gyengülő) integrálható párkölcsönhatás esetén is minden hőmérsékleten teljes az általánosított kondenzáció [4].

Egyszerűsített kölcsönhatású Bose rendszerekben azt vizsgáltuk, vajon a Bose kondenzáció ekvivalens-e a mérték-szimmetria spontán sérülésével. Az egyszerűsítés abban

áll, hogy a kölcsönhatásnak csak az impulzus-ábrázolásban diagonális részét tartjuk meg. Ilyen egyebek mellett az átlag-tér modell és a Huang-Yang-Luttinger-féle „tökéletlen” Bose gáz. Az eredmény pedig a két fogalom ekvivalenciája abban az értelemben, hogy a mérték-szimmetriát sértő tagot hozzáadva az energia-operátorhoz  $\langle a_0^* \rangle \langle a_0 \rangle / V$  és  $\langle a_0^* a_0 \rangle / V$  aszimptotikusan egyenlők [13]. Az előző munka kiterjesztéseként általános kölcsönhatású Bose gázban bizonyítottuk a két fogalom ekvivalenciáját a fenti értelemben [14].

A Bose-Einstein kondenzáció (BEC) matematikai vizsgálata természetesen vezet el egy másik típusú rend, a periodikus rendeződés lehetőségének felméréséhez. BEC és kristályosodás általában egymással vetélkedő, különleges esetekben együttélő jelenségek. Első eredményünk a kristályosodással kapcsolatban [25] klasszikus rendszerekre vonatkozik, melyekben a részecskék páronként hatnak kölcsön. Ha a kölcsönhatás korlátos és a Fourier-transzformáltja nemnegatív és kompakt tartójú, akkor a sűrűség egy adott küszöbértéke felett a klasszikus alapállapotok teljes rendszerét le lehet írni. Olyan párpotenciálra, melynek Fourier-transzformáltja nemnegatív és véges hatósugarú, nagy sűrűség mellett bizonyítottuk periodikus és aperiodikus alapállapotok létezését. Ebben a problémakörben ez az első, három dimenzióban is érvényes eredmény [25].

Másik eredményünk [54] az úgynevezett koherens kristályokkal kapcsolatos. Ezeket olyan részecskék hozzák létre, amelyek kölcsönhatása korlátos, részben negatív Fourier-transzformálttal. Az ilyen rendszerek kvantummechanikai alapállapotában, nagy sűrűség mellett a periodikus hosszútávú rend és a BEC-re jellemző nemdiagonális hosszútávú rend együttélésére számítunk. A hivatkozott munkában ezt bizonyítjuk egy egyszerűsített kölcsönhatás esetén.

Variációs próbafüggvények két végtelen sok paraméteres családját, a Valatin-Butler szorzatfüggvényeket ill. ezek Nozieres-Saint James-féle módosítását vizsgáltuk. Mindkét családon belül meghatároztuk a legkisebb energiájú állapotot és az energiaküszöböt adott impulzusú gerjesztésekhez [50].

## B.2. Fermi-gázok

Csapdázott Fermi-gáz a körülményektől függően modellezhető úgy, hogy a nem teljesen betöltött külső héjat emeljük ki, illetve úgy, hogy az úgynevezett lokális sűrűség közelítést fogadjuk el. A 2005-ben elkezdett munkát, a csapdázott Fermi gázok 1-shell modelljére vonatkozóan, jelentősen kiterjesztettük. A modell keretében algebrai és numerikus módszerrel határoztuk meg az alapállapot klaszter szerkezetét [30].

Másrészt a szuperfolyékony rendszer lokális sűrűség közelítését továbbfejlesztettük a sűrűség deriváltjait tartalmazó tagok kiszámításával a szórási hossz „a” széles tartományában [Szakdolgozat: Almásy Orsolya, „Csapdázott szuperfolyékony Fermi-gázok

vizsgálata, gradienskorrekciók”, 2005, témavezetők: Csordás A és Szépfalusy P]. A Feshbach-rezonancia pontjában (ahol „a” végtelen) univerzális korrekciókat számítottunk a sűrűséghez és a párkorrelációs függvényhez. Kimutattuk, hogy az inhomogén gázban már nem lesz igaz, hogy a sűrűség arányos a kölcsönhatás nélküli gáz sűrűségével, de az eltérés univerzális számokkal jellemezhető [29]. A vizsgálatokat kiterjesztettük nemzérus hőmérsékletekre is, és meghatároztuk a szuperfolyékony átmenet kritikus hőmérsékletét a Feshbach-rezonancia mindkét oldalán. Meghatároztuk a csapdázott szuperfolyékony gáz kollektív gerjesztéseinek spektrumát a BCS határesetről a BEC határesetig a Feshbach-rezonancia tartományán is keresztülhaladva a lokális sűrűség modell alapján [16]. Egy új módszert vezettünk be, amellyel a Feshbach-rezonancia két oldalán a teljes gerjesztési spektrum egyszerre számolható. Ebből a munkából íródott Adam Zoltán ”Csapdázott fermionok gerjesztéseinek vizsgálata” című, jeles eredménnyel megvédett diplomamunkája (témavezető:Csordás András). Egy további munkában a matematikai struktúra hasonlóságát használtuk ki a Rashba-biliárdok energiaszintjeinek és spinstruktúrájának felderítésében [17].

Vizsgáltuk kétrétegű grafén szerkezetekben az elektronok dinamikáját, meghatározva a vezetőképességet a Kubó-formulával. Megmutattuk, hogy az ún. trigonális warping figyelembe vételével a minimális vezetőképesség háromszorosa a warping nélküli esethez képest, függetlenül a trigonális warping erősségétől [28]. A grafénnel való foglalkozást az indokolja, hogy egyes problémái hasonlóságot mutatnak az ultrahideg Fermi-gáz problémáival.

Fontos esemény a pályázat témakörével kapcsolatban,hogy Csordás András beadta az MTA doktora cím elnyeréséért az ultrahideg gázok elméletéről irt értekezését [51].

## C. Alacsonydimenziós, egyensúlytól távoli rendszerek fázisátalakulásai

Skálaviselkedés a világ jelenségei között igen gyakran megfigyelhető, nemcsak a fizikában de más természettudományokban, sőt a társadalom tudományokban is. Ez általában együtt jár a fluktuációk és a korrelációk divergenciájával. Nem csoda, hogy először egyensúlyi rendszerek kritikus pontjai környékén sikerült jól leírni, leginkább a renormalizációs csoport módszerrel. A végtelen korrelációs hossz miatt a sokszabadságfokú rendszerekben a kölcsönhatások mikroszkopikus részletei nem befolyásolják a skálatulajdonságokat, így a modellek a pusztán a kollektív viselkedés alapján univerzálitási osztályokba sorolhatók. Az egyensúlyi statisztikus fizikában megtanultuk, hogy ezen osztályokat olyan globális tulajdonságok határozzák meg mint a térbeli dimenzi-

ók vagy szimmetriák. A való élet jelenségei azonban többnyire nemegyensúlyiak, így felmerült az univerzális skálaviselkedés és a renormálási módszer alkalmazása ezekre is. Kezdetben az egyensúlyból kibillentett, majd később teljesen nemegyensúlyi rendszerek szisztematikus vizsgálata kezdődött meg. Kiderült, hogy bár a korábban kidolgozott hatékony módszerek többnyire itt is alkalmazhatóak, az ilyen általános rendszerekben más tényezők is fontos szerepet kapnak. Ilyenek lehetnek az alacsony dimenziós modellekben fellépő topologikus feltételek, vagy a diffúzió hatása versengő reakciók esetén. Ezek jobb megértésére a legalapvetőbb (reakció-diffúziós) nemegyensúlyi modelleket tanulmányoztuk különböző analitikus és numerikus technikákkal.

Az elmúlt évtizedek eredményeit Ódor Géza egy könyvben összefoglalta, amely a World Scientific kiadónál jelent meg [44]. A szerző a könyv elején egy külön oldalon mond köszönetet az OTKA támogatásért.

## **C.1. Fázisátalakulási univerzalitások reakció-diffúziós rendszerekben**

Bináris reakció-diffúziós rendszerek fázisátalakulásait vizsgáltuk klaszter átlagtér és szimulációs módszerekkel. Megmutattuk, hogy ilyen modellekben a perturbatív térelmélet alapján teljesen váratlan, komplex, diffúzió függő fázisszerkezet alakul ki. Nemcsak a nulla részecske keltési valószínűségnél van egy átlagtér átmenet, hanem kis diffúziók esetén véges keltési rátáknál is. Ilyen módon egy reentráns fázisátalakulási görbe jelenik meg, mely a bináris keltés univerzalitási osztály tulajdonságokkal rendelkezik. Kimutattuk, hogy ez egy dimenzióban fluktuáció vezérelt, két dimenzióban átlagtér jellegű [2]. A fentiekhez hasonló nemperturbatív, diffúzió függő fázisátalakulási diagramot és az azt generáló effektív folyamatokat unáris reakció-diffúziós rendszereken is felismertük [3]. Numerikus vizsgálatainkat háromrészecske keltésű folyamatoknál is elvégeztük és numerikus evidenciát találtunk ilyen rendszerek átlagtér típusú fázisátalakulására [20].

## **C.2. Paritásőrző univerzalitási osztály vizsgálata**

Igazoltuk a klaszter átlagtér módszer és a koherens anomália extrapoláció alkalmazhatóságát [10] ilyen átmenetet mutató részecske rendszerben és a korábbiaknál jóval pontosabb kritikus exponens becsléseket tudunk adni.

Nemegyensúlyi fázisátalakulások vizsgálatát kiterjesztettük az egy dimenzióban kvencselt szennyezők hatásának felderítése céljából. A vizsgált rendszer a nem-egyensúlyi kinetikus Ising modell (NEKIM); ennek a). u.n. paritás őrző fázisátalakulása és b)



mágneses tér jelenlétében kialakuló irányított perkolációs típusú átalakulása képezte a számítógépes szimulációink tárgyát. Eddigi eredményeink szerint a szokásosan vizsgált klaszter-jellemzőket a szennyezők nem befolyásolják [22]. A NEKIM modellnél a rendezetlenség és spin anizotrópia együttes hatását is vizsgáltuk. Kiterjedt szimulációkkal megmutattuk, hogy a spin-anizotrópiát növelve a rendezetlenségre való érzékenység növekszik (a sima NEKIM modellnél ez elhanyagolható volt), a '+' és '-' spinek önálló irányított perkolációra jellemző nemuniverzális skálaviselkedést vesznek fel (Griffiths fázis). Az izotrop, diffúzió limitált annihilációs processzról 1 dimenzióban kimutattuk, hogy csak a diffúziós rendezetlenség tudja befolyásolni a dinamikus viselkedést, logaritmikus korrekciók formájában [36].

A konformális invariancia dinamikus rendszerekre javasolt általánosítását, a lokális skálainvariancia (LSI), fennállását vizsgáltuk a NEKIM modellben két-pont függvények szimulációs vizsgálatával. Az autókorrelációs és az autóreszponz válaszfüggvényekre illesztettük az LSI elmélet alapján várható függvényeket és kimutattuk az aszimptotikus skálaexponensek egyezését, valamint igazoltuk az LSI forma aszimptotikus fennállását [21].

A paritásőrző univerzalitási osztály irányított perkolációba való "átkúszását" (crossoverét) numerikus szimulációval, klaszter átlagtér és koherens anomália módszerekkel vizsgáltuk. Megmutattuk, hogy az átmenet többféleképp is lehetséges attól függően, hogy milyen szimmetriasértő perturbációt alkalmazunk. Ilyenkor tulajdonképp az irányított perkoláció különböző alosztályaiba érkezünk meg [46].

### C.3. Alkalmazások

A nemegyesúlyi statisztikus fizika alkalmazásaként egy két hőmérsékletű önszerveződő kinetikus Ising modellt vizsgáltunk 2d-s rácsszimulációval, amely az emberi szegregáció leírására alkalmas. Ez a modell a D. Stauffer által javasolt Schelling-Ising modell általánosítása, melyben a második hőmérséklet (T2) a környezeti zajt írja le. Megmutattuk, hogy véges T2 esetén megakadályozható a szegregáció anélkül, hogy az egyedek toleranciáját (T1-ét) befolyásolni kellene. A modell érdekes elsőrendű fázisátalakulást mutat [43].

### C.4. Interface univerzalitások

2008-ban kutatási együttműködési projektet kezdtünk el a drezdai FZD munkatársával. Először egy 2+1 dimenziós Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) felületi skálázási típusú rendszer 2d-s reakció-diffúziós részecske modellre való leképezését konstruáltuk meg,

illetve szimuláltuk [45]. Megmutattuk, hogy a 2+1 dimenziós KPZ egy irányított dimeres rácsgáz rendszerrel ekvivalens. Később versengő, durvító Mullins-Herring típusú felületi diffúziót adtunk a simító KPZ-s rendszerhez és igazoltuk a pötty és a fodor típusú mintázatképződés lehetőségét.

A nemegyensúlyi univerzalitási osztályokról egy összefoglaló cikk [1] és egy könyv [44] is született mely az ELTE-n speciális kollégium tárgyát is képezi.