Részletes szakmai zárójelentés OTKA T048809

A pályázat keretében a kutatás a tervekkel összhangban folyt. A futamidő alatt a pályázatban részt vevő kutatók személyi összetétele nem változott. Összesen 34 cikk született, melyek közül 13 megjelent, 10 publikálásra el lett fogadva[1], a többi[2] le van adva publikálásra, illetve még kézirat. A pályázat résztvevői a futamidő alatt kb. 25 előadást tartottak eredményeikről nemzetközi konferenciákon, illetve külföldi egyetemeken. A pályázat egyik résztvevője a futamidő alatt szerzett doktori (PhD) fokozatot, részben a pályázat keretében elért eredményeivel.

Az alábbiakban a kutatási terv témaköreit követve összefoglaljuk a pályázatban elért eredményeket[3].

Véges csoportok klónja és a Suzuki-kérdéskör

A pályázat keretében **[13]**-ban bebizonyítottuk, hogy minden 2-nilpotens G csoport lokális klónját meghatározzák G negyedik hatványának részcsoportjai; pontosabban: egy G-n értelmezett művelet akkor és csak akkor lokális kifejezésfüggvénye G-nek, ha megőrzi G részcsoportjait, azok kongruenciáit, valamint G negyedik hatványának azon részcsoportjait, amelyek G részcsoportjain a kommutátor viselkedését írják le. Ez az eredmény annak a korábbi tételünknek ([KeSz4]) pontos analogonja, amely szerint ugyanezen adatok meghatározzák azon G véges csoportok klónját, amelyeknek minden Sylow-részcsoportja Abel-féle. Megjegyezzük, hogy nagyobb nilpotenciaosztályú csoportokra --- pl. a 16-elemű diédercsoportra --- ugyanez a jellemzés már nem marad érvényben, l. [Shaw]-t, ahol a magasabb 2-hatvány rendű diédercsoportok klónját vizsgálva kiderül, hogy nincs olyan n korlát, amelyre minden G véges csoport klónját meghatározzák n-edik hatványának részcsoportjai.

Malcev-klónok

A közelmúltban [BIMMVW]-ben azt vizsgálták, mely véges A algebrára teljesül, hogy a $\log(s(n))$ függvény, ahol $s(n)$ az A algebra n-edik hatványa részalgebráinak száma, n függvényében csak polinom nagyságrendben nő. Bebizonyították, hogy ez a kombinatorikai tulajdonság ekvivalens azzal, hogy az A algebra klónja tartalmaz ún. k-él-műveletet. A k-él-művelet a Malcev-művelet és a k-változós többségi művelet közös általánosítása.

[28]-ban --- Malcev-algebráknál általánosabb véges algebrák hatványai részalgebráinak struktúráját vizsgálva --- bevezettük a k-paralelogramma-művelet fogalmát, igazoltuk, hogy a k-él-művelet létezése ekvivalens a k-paralelogramma-művelet létezésével, struktúratételt bizonyítottunk a k-paralelogramma-művelettel rendelkező algebrák hatványainak részalgebráira, s alkalmazásként megmutattuk, hogy fix k esetén minden véges X alaphalmazon csak véges sok olyan C klón van, amelyre az $\underline{A}=(X;C)$ algebrának van k-paralelogramma-művelete, és $\underline{A}$ reziduálisan kicsi varietást generál. Az utóbbi eredmény a [KeSz4]-beli, csoportokra vonatkozó eredmény messzemenő általánosítása, s abban a speciális esetben is új, amikor a k-paralelogramma-művelet Malcev-művelet.

Primitív pozitív klónok

Meghatároztuk **[6]**-ban azokat a véges, egyszerű és idempotens algebrákat, melyek klónja primitív pozitív. Továbbá leírtuk azokat is, melyek polinomfüggvényeinek klónja primitív pozitív, és vagy kongruenciadisztributív varietást generálnak, vagy nem erősen Abel-féle egyszerű algebrák.

1 Ezek vannak a közleményjegyzékben 2009-es megjelenési évszámmal.

2 Ezek vannak a közleményjegyzékben 2010-es megjelenési évszámmal.

3 A félkövér számokkal történő hivatkozások a pályázatbeli publikációkra vonatkoznak, és a számozás megegyezik az OTKA-adatbázisbeli közleményjegyzékben szereplő sorszámmal. A betűket is tartalmazó hivatkozások az irodalomjegyzékre utalnak.

Minimális klónok

Véges alaphalmazon a minimális klónok öt osztályba sorolhatók ([Ro2]), de az ötből csak két esetben ismert a minimális klónok teljes leírása. Az eddigi kutatások általában valamilyen további feltétel mellett karakterizálták a minimális klónokat. Ismert az összes minimális klón a háromelemű halmazon ([Cs1]), az összes konzervatív minimális többségi függvény tetszőleges véges alaphalmazon ([Cs2]), valamint az összes minimális többségi függvény a négyelemű alaphalmazon ([Wal]). Ezek a példák azt sugallják, hogy minden minimális többségi függvény valamilyen módon a [Cs1]-ben talált függvényekből van „összeragasztva". Ezt a jelenséget vizsgálandó, ezúttal nem az alaphalmazra, hanem a klón méretére tettünk megszorítást: **[9]**-ben leírtuk a legfeljebb 4 többségi függvényt tartalmazó minimális klónokat. Kiderült, hogy nincs olyan minimális klón, amelyben pontosan 2 vagy 4 többségi függvény van; 1, illetve 3 többségi függvényt tartalmazó minimális klónból pedig csak egy-egy van a klón háromváltozós részének izomorfiája erejéig. Ez teljes mértékben összhangban van a fenti sejtéssel. A bizonyítás egyik lépéseként igazoltuk azt az önmagában is érdekes tényt, hogy ha egy minimális klónban véges sok többségi függvény van, és ezek mind invariánsak a változók ciklikus permutációjára, akkor a klón mindössze egy többségi függvényt tartalmaz.

Ismert ([SzM1]) az összes olyan idempotens félcsoport, amelyre a kifejezésfüggvények klónjának részklónhálója lánc. Ez természetesen magában foglalja a minimális klónú félcsoportokat is (amikor a lánc kételemű). Ezen eredményt általánosítottuk majdnem asszociatív kétváltozós műveletek által generált minimális klónok leírásával. Itt a „majdnem asszociatív" jelző természetesen szubjektív; többféle mód is van arra, hogy egy műveletnek az asszociativitástól való távolságát mérjük. Talán a legtermészetesebb módszer az, ha meghatározzuk, hogy hány olyan elemhármas létezik, amelyre nem teljesül az asszociativitás ([C], [DK], [KT1], [Szá]). Egy másik asszociativitási mérték az asszociatív spektrum ([CsW]), amely azt méri, hogy az asszociativitás következményei közül mennyi (nem) teljesül.

A **[23]** dolgozatban az utóbbi fogalmat vizsgáltuk: általánosítottuk a fogalmat tetszőleges változószámra, és többek között bebizonyítottuk, hogy kontinuum sok olyan sorozat van, amely előáll valamilyen grupoid asszociatív spektrumaként, valamint konstruáltunk minden k pozitív egészhez olyan grupoidot, amelynek asszociatív spektruma k-adfokú polinom, megoldva ezzel a [CsW] cikkben kitűzött problémák egyikét.

A fenti két asszociativitási mértékre **[1]**-ben leírtuk azokat a minimális klónt generáló kétváltozós műveleteket, amelyek közel állnak az asszociativitáshoz, vagyis a lehető legkisebb a nemasszociativitási indexük (ún. Szász-Hájek-grupoidok, l. [KT2]), illetve relatíve kicsi az asszociatív spektrumuk. Eközben találtunk eddig még nem ismert Szász-Hájek-grupoidot is.

[35]-ben a klón fogalmát általánosítottuk: Boole-függvények olyan osztályait vizsgáltuk, amelyek nem feltétlenül tartalmazzák a projekciókat, de zártak a kompozícióra, valamint a változók azonosítására, permutálására, fiktív változók bevezetésére és törlésére. Ha ezen feltételek közül a kompozícióra való zártságot elhagyjuk, akkor az ekvacionális osztály, vagyis a függvényegyenletekkel definiálható osztály fogalmát kapjuk ([EFHH]), ami egybeesik a relációs kényszerekkel definiálható osztályokkal ([Pip]). Kiderült, hogy kompozícióra zárt ekvacionális osztályból már a kételemű halmazon is kontinuum sok létezik, de sikerült többé-kevésbé explicit leírásukat megadni, és az általuk alkotott hálót felvázolni (ami a Post-háló egy kiterjesztése).

A véges algebrák struktúraelmélete, idempotens algebrák

A véges algebrák struktúraelmélete öt típusba (Hobby-McKenzie-féle típusok, l. [HMc]) sorolja a véges egyszerű algebrákat. Az 5-ös típus kivételével ezen algebrák szabad spektrumának aszimptotikus viselkedését [Ber] pontosan meghatározta; 5-ös típus esetén a probléma nyitott. **[25]**-ben minden k pozitív egészre megadtunk olyan 5-ös típusú véges egyszerû algebrát, amelynek szabad spektruma aszimptotikusan $2^{f(n)}$, ahol $f(n)=n^k$ vagy $f(n)=n^k\log(n)$.

A véges algebrák vizsgálatának szerves része a klónháló „jól viselkedő", s alkalmazások szempontjából fontos részeinek megtalálása és megértése. [Leh] vezette be a félcsoportokra ismert R Green-reláció, ill. a Boole-függvények elméletében használt „minor" fogalom különböző variánsainak következő általánosítását: adott A alaphalmazon minden C klónhoz természetes módon hozzárendelhető egy ekvivalenciareláció, amely akkor áll fenn két A-n értelmezett művelet között, ha C-beli műveleteket beléjük helyettesítve megkaphatók egymásból. A pályázat keretében azt vizsgáltuk, hogy véges A alaphalmazon mely C klónokra van csak véges sok C-ekvivalenciaosztály. Az ilyen klónok egy F filtert alkotnak a klónhálóban. **[22]**-ben azt bizonyítottuk, hogy a 3-változós diszkriminátor által generált D klón F egyik minimális eleme, $|A|=2$ esetén pedig az egyetlen minimális eleme. **[30]**-ban meghatároztuk többek között, hogy mely maximális klónok vannak F-ben, s több F-be eső M maximális klón esetén M-ben valódi részklónokat is találunk, amelyek F-beliek. Például megmutattuk, hogy ekvivalenciarelációk egy halmaza által meghatározott klón akkor és csak akkor F-beli, ha az ekvivalenciarelációk láncot alkotnak.

Döntési problémák bonyolultságának vizsgálata véges algebrai eszközökkel

Adott P véges relációs struktúra esetén a P-re vonatkozó „constraint satisfaction” vagy homomorfizmus-problémát Hom(P) jelöli. Az úgynevezett dichotómiasejtés azt állítja, hogy minden P-re a Hom(P) probléma NP-teljes vagy polinomidejű. A sejtést korábban számos fontos struktúraosztály esetén igazolták ([FV], [HN], [Sch]). Ismert, hogy a P struktúrához természetes módon kapcsolódó algebra által generált $V(P)$ varietás meghatározza a Hom(P) probléma bonyolultságát. A Hobby-McKenzie-féle típusok segítségével megfogalmazható a dichotómiasejtés egy erősebb, algebrai változata is: idempotens $V(P)$ esetén a Hom(P) probléma polinomidejű, ha $V(P)$ típushalmazában nincs 1-es típus, egyébként pedig NP-teljes. A sejtés NP-teljességre vonatkozó állítása könnyen bizonyítható ([BKJ]).

Az 1-es típus hiánya lokálisan véges varietás típushalmazában szép kifejezések létezésével jellemezhető. Ilyen kifejezések pl. a Taylor-kifejezések ([HMc]). **[14]**-ben megmutattuk, hogy ilyenek az $f(x,\ldots,x)=x$ és $f(y,x,\ldots,x)=f(x,y,x,\ldots,x)= \ldots =f(x,\ldots,x,y)$ azonosságokat teljesítő gyenge többségi kifejezések, valamint **[15]** és [BK2] alapján adódik, hogy ilyenek az $f(x,\ldots,x)=x$ és $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)= f(x_2,\ldots,x_n,x_1)$ azonosságokat teljesítő ciklikus kifejezések. További kombinatorikai jellegű jellemzéseket kaptunk **[31]**-ben. Bizonyítottuk, hogy ha $V(P)$ idempotens, akkor a P struktúra K3-particionálhatósága, blokkprojektivitása, valamint az, hogy $V(P)$ típushalmazában nincs 1-es típus, egymással ekvivalens feltételek. Ezzel a dichotómiasejtés két új kombinatorikus alakjához jutunk. A kapott eredményeket felhasználva bizonyítottunk egy [KNS]-ben megfogalmazott sejtést, és megmutattuk, hogy az algebrai dichotómiasejtésből következik egy [FHH]-beli sejtés.

Fontos eredményeket értünk el az 1-es és 2-es típus kizárásával adódó varietásokra. A korlátos szélességű problémák osztályát [FV]-ben vezették be. Ezek olyan homomorfizmus-problémák, melyek egy speciális lokálisan működő polinomidejű algoritmus segítségével oldhatók meg. Megmutattuk **[5]**-ben, hogy korlátos szélességű Hom(P) probléma esetén a $V(P)$ varietás típusában nem jelenik meg az 1-es és 2-es típus. Az eredmény megfordítását cikkünkben sejtésként fogalmaztuk meg. Sejtésünket először bizonyos kongruenciadisztributív algebrákhoz tartozó homomorfizmus-problémákra igazoltuk **[17]**-ben. Majd [14] eredményeit felhasználva a teljes sejtést igazolták [BK1]-ben, ezáltal bizonyítva az algebrai dichotómiasejtést azon P-kre, melyekre $V(P)$ típushalmaza nem tartalmaz 1-es és 2-es típust. Szintén [FV]-ben vezették be az ún. számolási képességgel rendelkező homomorfizmus-problémák osztályát, és bizonyították, hogy ez az osztály nem tartalmaz korlátos szélességű problémát. **[29]**-ben beláttuk, hogy idempotens $V(P)$ esetén P pontosan akkor rendelkezik a számolási képességgel, ha $V(P)$ típushalmazában jelen van az 1-es vagy a 2-es típus. Következményként adódik, hogy a véges struktúrák számolási képessége eldönthető tulajdonság.

A pályázat keretében vizsgáltuk a polinom-egyenletrendszerek --- továbbiakban röviden egyenletrendszerek --- megoldhatóságának problémáját is, melyben rögzített algebra fölötti tetszőleges egyenletrendszerről szeretnénk eldönteni, hogy vajon megoldható-e. A dichotómiasejtés az egyenletrendszer-problémákra is vonatkozik, és számos algebraosztály esetén --- pl. csoportokra ([GR]), különböző félcsoportosztályokra ([KTT]) --- bizonyítást nyert. **[10]**-ben algebrák széles osztályára sikerült dichotómiatételt bizonyítani, ezáltal kiterjesztve a korábbi eredményeket. Beláttuk, hogy olyan A algebra esetén, amely által generált varietás típushalmazában nincs 1-es típus, az A fölötti egyenletrendszerek megoldhatósága polinom időben eldönthető, ha A-nak létezik kompatibilis Taylor-művelete, egyébként pedig a probléma NP-teljes.

A **[24]** cikkben pozitív választ adtunk arra a több mint tíz éve nyitott kérdésre, hogy egy adott véges algebráról eldönthető-e, hogy rendelkezik többségi kifejezésfüggvénnyel. Ez az [Ma] cikk fényében igen meglepő, mivel ott azt mutattuk meg, hogy a problémának az a változata, amikor a kifejezésfüggvény az A alaphalmaz $|A|$-2 elemszámú részhalmazán többségi, eldönthetetlen. A **[16]** cikkben egy 12 éve [HNZ]-ben felvetett problémát oldottuk meg azzal, hogy jellemeztük azon speciális 3-ágú irányított fákat, amelyekhez tartozó homomorfizmus-probléma NP-teljes, illetve megadtuk az eddig ismert legkisebb NP-teljes irányított fát.

Kvázivarietások véges azonosságbázisa

Az univerzális algebra egyik legmélyebb klasszikus eredménye szerint minden végesen generált kongruenciadisztributív varietás végesen axiomatizálható. Ezt több irányban általánosították. Ismert, hogy minden végesen generált, kongruencia-metszet-szemidisztributív, véges reziduális korláttal rendelkező varietás végesen axiomatizálható ([Wi]), és hogy minden végesen generált, relatív kongruencia-disztributív kvázivarietásnak van véges azonosságbázisa ([Pi]). Egy közel 30 éves sejtés ([Pa]) szerint minden végesen generált, véges reziduális korláttal rendelkező varietás végesen axiomatizálható.

Kvázivarietások kongruenciafeltételeinek vizsgálata során kapott eredmények alkalmazásaként **[27]**-ben úgy fogalmaztuk át [MMcK] fő eredményét, hogy minden végesen generált, relatív kongruencia-metszet-féligdisztributív kvázivarietás véges azonosságbázissal rendelkezik, és a korábbi eredmény bizonyítását is egyszerűsítettük. Ezzel [Wi]-t teljes egészében általánosítottuk kvázivarietásokra, valamint bebizonyítottuk a [Pi]-ben felvetett sejtést --- miszerint minden végesen generált, relatív kongruenciamoduláris kvázivarietás véges azonosságbázissal rendelkezik --- abban a speciális esetben, amikor valamely reziduálisan kicsi kongruenciamoduláris varietás tartalmazza a szóban forgó kvázivarietást.

A definiálható főkongruenciák fogalmának általánosításaként vezették be [CDFJ]-ben a kifejezésvéges főkongruenciák fogalmát, amelyet véges azonosságbázis-tételek bizonyítására használtak. A kifejezésvéges főkongruenciák esetében a főkongruencia-formulák száma helyett a főkongruencia-formulákban előforduló kifejezések számát korlátozzuk. **[11]**-ben [Wan]-t általánosítottuk tetszőleges típusú varietásokra, továbbá megadtunk egy olyan négyelemű algebrát, amely kongruencia-felcserélhető, reziduálisan szigorúan véges, de főkongruenciái nem kifejezésvégesek.

Az idézett [Pa]-beli és egy [Pi]-beli sejtés esetleges megcáfolása érdekében a következő félhálókból származtatható varietások és kvázivarietások struktúráját vizsgáltuk. Az egy darab kétváltozós és két darab egyváltozós művelettel rendelkező algebrát *f*-félhálónak nevezünk, ha az valamely félhálóból megkapható a félháló egy automorfizmusával és annak inverzével való bővítéseként. Az egyszerű és szubdirekt irreducibilis *f*-félhálók, illetve az *f*-félhálók minimális varietásai már ismertek, de az *f*-félhálók kvázivarietásairól korábban keveset tudtunk. **[20]**-ban pontosan leírtuk az *f*-félhálók minimális kvázivarietásait, és megmutattuk, hogy minden minimális varietás minimális kvázivarietás is. **[21]**-ben bebizonyítottuk, hogy minden nemtriviális félháló endomorfizmus-félgyűrűje szubdirekt irreducibilis, valamint leírtuk a monolitkongruenciát. **[19]**-ben azonosságok konstruálásával láttuk be, hogy a véges planáris moduláris hálók által generált hálóvarietásnak kontinuum sok részvarietása van.

Faktorizálható félcsoportok

Az inverz félcsoportok elméletében a félhálók csoportokkal vett szemidirekt szorzatai központi szerepet játszanak. Ennek egyik oka, hogy ezen nagyon speciális inverz félcsoportokból tetszőleges inverz félcsoport megkapható, mégpedig kétféleképpen: egy megfelelő szemidirekt szorzat inverz részfélcsoportjának idempotens-szétválasztó homomorf képeként, illetve megfelelő szemidirekt szorzat idempotens-szétválasztó homomorf képének inverz részfélcsoportjaként. Az inverz félcsoportok elméletének két alapvető eredménye ([L]) szerint e két megközelítés közbülső osztályait éppen az ún. E-unitér inverz félcsoportok, illetve az ún. majdnem faktorizálható inverz félcsoportok alkotják. Ráadásul a fenti két megközelítés között szoros kapcsolat áll fenn: egy inverz félcsoport minden E-unitér fedője meghatároz egy majdnem faktorizálható inverz félcsoportba való beágyazást, és fordítva, minden E-unitér fedő megkapható egy majdnem faktorizálható inverz félcsoportba való beágyazásból.

Természetesen adódik a kérdés, hogy ezek az inverz félcsoportokra vonatkozó eredmények mennyiben általánosíthatók bővebb félcsoportosztályokra. Az első megközelítést általánosították több félcsoportosztályra --- pl. ortodox ([Bi2], [SzM2], [SzM3]), lokálisan inverz ([BiSzM]), illetve balról tágas ([GG], [FG]) félcsoportokra ---, illetve vizsgálták a szemidirekt szorzatba beágyazható bővítéseket ([Bi1], [BiSzI], [KuSzM]). Az utóbbi témakörben elért új eredményünk [BiSzI] fő eredményét általánosítja *E*-tömör lokálisan inverz félcsoportokra, azaz olyan reguláris *S* félcsoportokra, amelyeken van olyan *c* kongruencia, melyre *S*/*c* inverz félcsoport, és a részfélcsoport *c*-osztályok teljesen egyszerűek. Megmutattuk **[34]**-ben, hogy ezek pontosan azok a félcsoportok, amelyek beágyazhatók teljesen egyszerű félcsoportok inverz félcsoportokkal vett lambda-szemidirekt szorzatába, mégpedig úgy, hogy az adott *E*-tömör lokálisan inverz *S* félcsoport előállításához használt teljesen egyszerű félcsoport választható *S*-hez „elég közel".

A másik megközelítés általánosítása az inverz félcsoportoknál bővebb félcsoportosztályokra sokkal nehezebbnek látszik, lényegesen kevesebb eredmény volt ismert korábban ([DE], [EQF]). A pályázat keretében fontos eredményeket nyertünk ortodox félcsoportokra. **[3]**-ban bevezettük a majdnem faktorizálható ortodox félcsoport fogalmát, és beláttuk, hogy ezek éppen a kötegek csoportokkal vett szemidirekt szorzatainak idempotens-szétválasztó homomorf képei, és több más szempontból is az inverz esethez hasonlóan viselkednek. Ugyanakkor a kötegek csoportokkal vett szemidirekt szorzatainak tetszőleges homomorf képei (ellentétben az inverz esettel) az előzőnél bővebb osztályt alkotnak, és általában nehezebben jellemezhetők. **[4]**-ben megmutattuk, hogy amennyiben olyan ortodox félcsoportokat vizsgálunk, melyeknek kötege reguláris, akkor (hasonlóan az inverz esethez) szoros kapcsolat van az ilyen ortodox félcsoportok *E*-unitér fedői és majdnem faktorizálható ortodox félcsoportokba való beágyazásai között. Speciálisan ezen eredményből következik, hogy ha egy *S* ortodox félcsoport kötege reguláris, akkor *S* beágyazható majdnem faktorizálható ortodox félcsoportba. Megjegyezzük, hogy az utóbbi állítás érvényes marad akkor is, ha az ortodox félcsoport kötege tetszőleges, l. **[12]**. Inverz esetben a majdnem faktorizálhatóba való beágyazhatóság egyszerűen adódik a Wagner-Preston-féle reprezentáció alkalmazásával, ortodox esetben azonban ilyen eszközünk nincs. Foglalkoztunk **[33]**-ban azzal is, hogy hogyan lehet általánosítani ortodox félcsoportokra azt az inverz félcsoportok elméletében alapvető struktúratételt, mely szerint egy inverz félcsoport pontosan akkor *E*-unitér és majdnem faktorizálható, ha izomorf egy félháló csoporttal vett szemidirekt szorzatával. Továbbá jellemeztük azokat az *E*-unitér majdnem faktorizálható ortodox félcsoportokat, amelyek izomorfak egy köteg csoporttal vett szemidirekt szorzatával.

Vizsgáltunk bizonyos nemreguláris félcsoportosztályokat is. Szükséges és elegendő feltételt adtunk **[2]**-ben arra, hogy valamely balról tágas félcsoport fedője megkapható legyen faktorizálható balról tágas monoidba való beágyazásból. A **[32]** cikkben általánosítottuk a majdnem faktorizálhatóság fogalmát az ortodoxnál szélesebb félcsoportosztályra, az úgynevezett IC-kvázi-adekvát félcsoportokra. Ezekre az ortodox esethez hasonló eredmények igazolhatók, pl. a majdnem faktorizálható IC-kvázi-adekvát félcsoportok éppen azok, amelyek megkaphatók kötegek kancellatív monoidokkal vett szemidirekt szorzatainak speciális idempotens-szétválasztó homomorf képeként.

További eredmények

A **[26]** cikkben jellemeztük azokat a hálókat, amelyre az átlagolt Frankl-tulajdonság teljesül. **[18]**-ban igazoltuk, hogy véges disztributív hálóban bármely két CD-bázis azonos elemszámú. A **[7]** és **[8]** cikkek összefoglaló cikkek, a szerző meghívott konferencia-előadásainak írott változatai.

Hivatkozások

[BK1] L. Barto, M. Kozik Constraint satisfaction problems of bounded width, preprint, 2008.

[BK2] L. Barto, M. Kozik Omitting type 1 implies many cyclic terms, preprint, 2008.

[Ber] J. Berman, Free spectra gaps and tame congruence types, Internat. J. Algebra Comput. 5 (1995), 651–672.

[BIMMVW] J. Berman, P. Idziak, P. Markovic, R. McKenzie, M. Valeriote and R. Willard, Varieties with few subalgebras of powers, Trans. Amer. Math. Soc., accepted for publication.

[Bi1] B. Billhardt, On a wreath product embedding and idempotent pure congruences on inverse semigroups, Semigroup Forum 45 (1992) 45-54.

[Bi2] B. Billhardt, On embeddability into a semidirect product of a band by a group, J. Algebra 206 (1998), 40-50.

[BiSzM] B. Billhardt, M. B, Szendrei, Weakly E-unitary locally inverse semigroups, J. Algebra 267 (2003), 559-576.

[BiSzI] B. Billhardt, I. Szittyai, On embedabbility of idempotent separating extensions of inverse semigroups, Semigroup Forum 61 (2000), 26-31.

[BKJ] A. A. Bulatov, A. A. Krokhin, P. Jeavons, Constraint satisfaction problems and finite algebras, Automata, languages and programming (Geneva, 2000), 272-282, Lecture Notes in Comput. Sci., 1853, Springer, Berlin, 2000.

[CDFJ] D. M. Clark, B. A. Davey, R. S. Freese and M. Jackson, Standard topological algebras: syntactic and principal congruences and pronfiniteness, Algebra Universalis 52 (2004), 343-376.

[C] A. C. Climescu, Études sur la théorie des systèmes multiplicatifs uniformes I. L'indice de non-associativité, Bull. École Polytech. Jassy 2 (1947), 347-371.

[Cs1] B. Csákány, All minimal clones on the three-element set, Acta Cybernetica 6 (1983), 227-238.

[Cs2] B. Csákány, On conservative minimal operations, Coll. Math. Soc. János Bolyai, no.43, North-Holland, Amsterdam, 1986, 49-60.

[CsW] B. Csákány és T. Waldhauser, Associative spectra of binary operations, Multiple Valued Logic, 5 (2000), 175-200.

[DE] E. Dombi, Almost factorisable straight locally inverse semigroups, Acta Sci. Math. (Szeged) 69 (2003), 569-589.

[DK] A. Drápal, T. Kepka, Sets of associative triples, European J. Combin. 6 (1985), no. 3, 227-231.

[EFHH] O. Ekin, S. Földes, P. L. Hammer, L. Hellerstein, Equational characterizations of Boolean function classes, Discrete Math. 211 (2000), 27-51.

[EQF] A. El Qallali, J. Fountain, Proper covers for left ample semigroups, Semigroup Forum 71 (2005), 411-427.

[FHH] T. Feder, P. Hell, J. Huang, List homomorphisms of graphs with bounded degree, submitted.

[FV] T. Feder and M. Y. Vardi, The computational structure of monotone monadic SNP and constraint satisfaction: A study through datalog and group theory, SIAM Journal of Computing, 28 (1998), 57-104.

[FG] J. Fountain, G. M. S. Gomes, Proper left type-A monoids revisited, Glasgow Math. J. 35 (1993), 293-306.

[GR] M. Goldman and A. Russel, The complexity of solving equations over finite groups, Inform. and Comp., 178, no. 1 (2002), 253-262.

[GG] G. M. S. Gomes, V. Gould, Proper weakly left ample semigroups, Internat. J. Algebra Comput. 9 (1999), 721-739.

[GSzM] G. M. S. Gomes, M. B. Szendrei, Almost factorizable ample semigroups, Comm. Algebra 35 (2007), 3503-3523.

[HN] P. Hell and J. Nesetril, On the complexity of H-coloring, J. Comb. Theory, Series B 48 (1990), 92-110.

[HNZ] P. Hell, J. Nesetril, and X. Zhu, Complexity of tree homomorphisms, Discrete Appl. Math. 70 (1996), 23-36.

[HMc] D. Hobby, R. McKenzie, The Structure of Finite Algebras, Contemporary Mathematics, Vol. 7, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1988.

[KeSz4] K. A. Kearnes, Á. Szendrei, Clones of finite groups, Algebra Universalis 54 (2005), 23-52.

[KT1] T. Kepka, M. Trch, Groupoids and the associative law I. (Associative triples), Acta Univ. Carol. Math. Phys. 33 (1992), 69-86.

[KT2] T. Kepka és M. Trch, Groupoids and the associative law III. (Szász-Hájek groupoids), Acta Univ. Carol. Math. Phys. 36 (1995), 17-30.

[KTT] O. Klima, P. Tesson, D. Therien, Dichotomies in the complexity of solving systems of equations over finite semigroups, Theory Comput. Syst. 40 (2007), 263-297.

[KNS] A. Kostochka, J. Nesetril, P. Smolíková, Colorings and homomorphisms of degenerate and bounded degree graphs, Discrete Math. 233 (2001), 257-276.

[KuSzM] M. Kuril, M. B. Szendrei, Extensions by inverse semigroups and lambda-semidirect products, Glasgow

Math. J. 41 (1999), 355-367.

[L] M. V. Lawson, Inverse semigroups: The Theory of Partial Symmetries, World Scientific, Singapore, 1998.

[Leh] E. Lehtonen, Descending chains and antichains of the unary, linear, and monotone subfunction relations, Order 23 (2006), 129-142.

[Ma] M. Maróti, On the (un)decidability of a near-unanimity term, Algebra Universalis 57 (2007), 215-237.

[MMcK] M. Maróti, R. McKenzie, Finite basis problems and results for quasivarieties, Studia Logica 78 (2004), 293-320.

[Pa] R. E. Park, Equational Classes of Non-Associative Ordered Algebras, Ph.D. thesis, University of California at Los Angeles, 1976.

[Pi] D. Pigozzi, Finite basis theorems for relatively congruence distributive quasivarieties, Trans. Amer. Math. Soc. 310 (1988), 499-533.

[Po] E. L. Post, The two-valued iterative systems of mathematical logic, Annals of Math. Studies 5, Princeton Univ. Press, 1941.

[Pip] N. Pippenger, Galois theory for minors of finite functions, Discrete Math. 254 (2002), 405-419.

[Ro1] I. G. Rosenberg, La structure des fonctions de plusiers variables sur un ensemble fini, C. R. Acad. Sci. Paris 260 (1965), 3817-3819.

[Ro2] I. G. Rosenberg, Minimal clones I: The five types, Coll. Math. Soc. János Bolyai, no. 43, North-Holland, Amsterdam, 1986, 405-427.

[Sch] T. J. Schaefer, The complexity of satisfiability problems, Proceedings 10th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'78).

[Shaw] J. Shaw, Commutator relations and the clones of finite groups, PhD Thesis, University of Colorado, Boulder, 2008.

[Szá] G. Szász, Die Unabhängigkeit der Assoziativitätsbedingungen, Acta Sci. Math. (Szeged) 15 (1953), 20-28.

[SzM1] M. B. Szendrei, On closed sets of term functions on bands, Semigroups (Proc. Conf., Math. Res. Inst., Oberwolfach, 1978), pp. 156-181, Lecture Notes in Math., 855, Springer, Berlin, 1981.

[SzM2] M. B. Szendrei, E-unitary regular semigroups, Proc. Roy. Soc. Edinburgh 106A (1987), 89-102.

[SzM3] M. B. Szendrei, On E-unitary covers of orthodox semigroups, Internat. J. Algebra Comput. 3 (1993), 317-333.

[Wal] T. Waldhauser, Minimal clones generated by majority operations, Algebra Universalis 44 (2000), 15-26.

[Wan] J. Wang, A proof of the Baker conjecture (Chinese), Acta Math. Sinica 33 (1990), 626-633.

[Wi] R. Willard, A finite basis theorem for residually finite, congruence meet-semidistributive varieties, Journal of Symbolic Logic 65 (2000), 187-200.