

## Kutatásaink során a munkatervnek megfelelően az alábbi főbb eredményeket értük el:

1.) A nemlineáris vektor értékű regresszió problémájával foglalkoztunk, amikor a megfigyelések hibája stacionárius eloszlású. A nemlineáris regresszió paraméterének becslése fontos gyakorlati probléma. Ilyen feladat például, ha egy megfigyelés harmónikusok szuperpozíciója és egy vagy több frekvencia és az amplitúdók nem ismertek és a megfigyelésre egy nem feltétlenül független zaj rakódik. Ez egy klasszikus feladat és számos referencia található az irodalomban. Mi a Chandler-wobble jelenségre vonatkozó a mai technológiai (GPS) viszonyok eredményeként kapott „sűrű” adatok vizsgálata miatt foglalkoztunk ezzel a problémával. A becslések mellett még a hipotézis vizsgálat is jelentőséget kapott többdimenziós esetben. Hannan egy korábbi ötletét számoltuk végig, ennek lényege az, hogy frekvencia tartományban a stacionárius (gyengén függő) megfigyelések aszimptotikusan függetlenek és normális eloszlásúak lesznek. Miután egzakt formulát adtunk a becslések aszimptotikus eloszlása szórásmatrixára, alkalmaztuk eredményünket a már említett adatokra. Kimutattuk, hogy a harmonikus komponensekben bizonyos kis frekvenciák nem nulla amplitúdóval szerepelnek. Eredményünket alkalmaztuk az Antarktisz mérőállomásai által szolgáltatott adatokra is.

[1] Terdik, Gy. Subba Rao, T. and Rao Jammalamadaka,.: *On multivariate nonlinear regression models with stationary correlated errors*, Journal of Statistical Planning and Inference Volume 137, Issue 11, 1 November 2007, 3793-3814, 2007

[2] Subba Rao, T. and Terdik, Gy: *Non-Linear Regression with Applications*, Springer Verlag, New York, Lect. Notes in Statistics No.187, Dependence in Probability and Statistics, P. Bertail, P. Doukhan, P. Soulier, eds., 2006

2.) Ha frakcionális Brown mozgás bemenettel tekintünk egy Ornstein—Uhlenbeck folyamatot, akkor stabilis esetben egy olyan stacionárius folyamatot kapunk eredményül, amelynek a spektruma nullában nem korlátos, ill. a folyamat hosszú memóriájú. Ennek a folyamatnak az általánosítása a síkon a frakcionális Ornstein—Uhlenbeck lepedő. Az egyszerű esetben, és ennek az elmélete

viszonylag kidolgozott, a stacionárius megoldás spektruma az origó környezetében izotróp módon viselkedik található és nem korlátos. Az általunk vizsgált mérési adatok viszont azt mutatták, hogy a háttérben lévő mező nem izotróp. Ez tette szükségessé, hogy olyan modellt konstruáljunk, aminek spektruma az origó környezetében nem izotróp módon viselkedik. Vizsgáltuk az ilyen típusú mezőre vonatkozó parciális sztochasztikus differenciál egyenletek stacionárius megoldását frekvencia tartományban, a spektrum becslését és Whittle módszerrel a spektrum becslés segítségével a paraméterek becslését és ezt alkalmaztuk az adatok paraméteres modellel való identifikációjára.

[3] Gyorgy Terdik and Wojbor A. Woyczynski: *Notes on fractional Ornstein--Uhlenbeck random sheets*, Publ. Math. Debrecen, 66/1-2, 153-181, 2005

3.) A sűrűségfüggvény magfüggvényes becslésének aszimptotikus normalitásával foglalkoztunk. Azt az esetet vizsgáltuk, amikor a megfigyelések egy gyengén függő stacionárius mezőre vonatkoznak úgy, hogy a megfigyelési helyek egyre sűrűsödnek egy növekvő tartomány sorozaton. Igazoltuk a becslés aszimptotikus normalitását ( a háttérben álló centrális határeloszlás tétel is saját eredmény).Az eredmény újdonsága a kovariancia struktúra nem szokványos volta. Szintén újszerű a magfüggvényes becslések esetén, hogy a határeloszlás tétel funkcionális alakját is igazoltuk Az eredmények Bosq, Merlevede és Peligrad korábbi cikkét fejlesztik tovább.

[4] Fazekas, I. and Chuprunov, A. *Asymptotic normality of kernel type density estimators for random fields*.Stat. Inference Stoch. Process. 9(2), 161--178 (2006).

[5] I. Fazekas and P. Filzmoser, *A functional central limit theorem for kernel type density estimators*. Austrian Journal of Statistics, 35(4), 409--415 (2006).

4.) A Lévy-Flight-ok (közel stabilis Lévy-folyamtok) fontos szerepet játszanak a nem Gauss jelenségek vizsgálatában. Egzakt eredményeket bizonyítottunk a Lévy-Flight-ok aszimptotikus egész és tört rendű momentumaira, ezzel összefüggésben sikerült kimutatni ezek multifraktál tulajdonságát. A Lévy-Flight-ok speciális estként adódnak a *Rosiński* által definiált valószínűségi mértékekből. Ezen

mértékek néhány további speciális esetét vizsgáltuk és megadtuk néhány jellemzőjüket, továbbá a megfelelő Ornstein—Uhlenbeck folyamatokat jellemeztük, a kumulánssáikkal és a generált mértékek jellemzőivel. Fontos alkalmazásnak bizonyult a nagysebességű informatikai hálózatok forgalmából származó idősorok vizsgálata. A simán csonkított Lévy-flight-ok aszimptotikájának segítségével nemcsak a multifraktál tulajdonságot mutattuk meg, de a technológiai váltások hatását is demonstráltuk.

- [6] Terdik, György; Woyczynski, Wojbor A.; Piryatinska, Alexandra,: *Are Lévy-Flights Multifractals?*, Pure Mathematics and Applications, 15, 323-333, 2005
- [7] Terdik, György; Woyczynski, Wojbor A.; Piryatinska, Alexandra,: *Fractional- and integer-order moments, and multiscaling for smoothly truncated Lévy flights*, Physics Letters A, 348, 94–109, 2006
- [8] Terdik, Gy. , W. A. Woyczynski,: *Rosiński Measures for Tempered Stable and Related Ornstein-Uhlenbeck Processes*, PMS, Urbanik Volume, Vol. 26, Fasc. 2, pp213--243, 2006
- [9] Terdik, Gy. , Gyires, T.: *Levy Flights and Fractal Modeling of Internet Traffic*, IEEE/ACM Transactions on Networking, nyomdában, 2008

5.) Döntési fákön való sztochasztikus keresés sebességét vizsgáljuk, ahol az optimalizálásnál a CART módszert az MCMC algoritmus alkalmazásával véletlenítettük. A keverési időre adunk polinomiális becslést. Funkcionális határeloszlás tételeket bizonyítunk olyan közel kritikus elágazó folyamatokra, ahol a bevándorlásra nem a szokásos momentum feltételeket tesszük fel, így más normalizáló faktort is kell alkalmazni. Bizonyítjuk, hogy a lehetséges határeloszlások most is négyzetgyök típusú diffúziós és Ornstein-Uhlenbeck folyamatok.

- [10] Ispány, M, Limit theorems for normalized nearly critical branching processes with immigration. *Publicationes Mathematicae Debrecen* **72** (2008), 17-34.
- [11] Ispány, M, Krasznahorkay, I, On speed of stochastic CART model search. *Austrian Journal of Statistics* **36** (2007), 27-40.

6.) A több dimenziós nem Gauss idősorok esetén, a skalár esetben egyébként jól definiált, magasabb rendű momentumok és kumulánsok egyszerű kezelhetősége kezelése megköveteli a definíció eredményeként adódó struktúrák formalizálását. Rávilágítottunk a mátrix differenciál kalkulus és a Kronecker szorzat kapcsolatának használhatóságára. Ezt a technikát alkalmazva, magasabb rendű kumulánsok segítségével bizonyítottuk a statisztikában használatos Bhattacharya típusú egyenlőtlenség egy általánosítását.

[5] Rao Jammalamadaka, Subba Rao, T. and Terdik, Gy: *Higher order cumulants of random vectors and applications to statistical inference and time series*, Sankhya (A, Methodology), The Indian Journal of Statistics, Volume 68, Part 2, pp. 326-356, 2006

7.) A LISDLG folyamat (ld. E. Iglói, G. Terdik, Superposition of diffusions with linear generator and its multifractal limit process. ESAIM: Probability and Statistics 7 (2003), 23-88.) egy funkcionális határeloszlás tétel segítségével van definiálva, ISDLG folyamatok sorozatának határfolyamataként. Megadtuk a LISDLG folyamat egy általánosabb határfolyamatként való előállítását. Megmutatjuk, hogy a LISDLG folyamatnak saját renormalizációs csoportja van, és hogy előállítható úgy, hogy alkalmazzuk a renormalizációs operátora iteráltjait egy bizonyos folyamathalmaz elemeire, majd vesszük ezek határfolyamatát. Az említett folyamat-halmaz az ún. IGSDLG folyamatokból áll, amelyek a ISDLG folyamat általánosításai.

[1] Iglói E.: *Renormalization group of and convergence to the LISDLG process*, ESAIM: Probability and Statistics 8, 102-114, 2004

[5] Iglói E.: *A rate-optimal trigonometric series expansion of the fractional Brownian motion*, Electronic J. Probability (EJP), 10, 1381-1397, 2005