

A kutatómunka egyik súlypontját az integrálható (bulk és peremes) kvantumtérelméletek vizsgálata adta. Legtöbbször ezen elméletek véges méret effektusait vizsgáltuk, és ezeken keresztül ellenőriztük az elméletekről kialakított heurisztikus elképzeléseket illetve az elméletek leírására kifejlesztett különböző nem perturbatív módszereket.

Az integrálható bulk elméletek közül a SUSY sine-Gordon modellt perturbált konform térelméletként leírva vizsgáltuk. Meghatároztuk az elmélet vákuum és kink szerkezetét, majd ezeket a konform perturbációs számítás, a csonkított konform állapotter közelítés (TCSA) és a több alapállapot esetére általánosított nemlineáris integrálegyenlet módszer (NLIE) segítségével számolt véges térfogatú spektrumok összehasonlításával igazoltuk.

Elkezdjük a véges intervallumon definiált, integrálható peremfeltételekkel rendelkező klasszikus sine-Gordon modell szisztematikus vizsgálatát. Meghatároztuk a modell sztatikus megoldásait, azok energiáját, valamint megvizsgáltuk stabilitásukat kis perturbációk alatt. Leszármaztattuk a Bethe-Yang egyenlet klasszikus megfelelőjét, továbbá megadtuk az alapállapot energiá kifejezését aszimptotikusan nagy térfogatokra, mely a peremes Lüscher formula klasszikus megfelelője.

A klasszikus sine-Gordon modell vizsgálata mutatott rá a kvantum Lüscher formula peremes térelméletbeli általánosításának szükségességére. Ezt megalkotva kapcsolatot teremtettünk az alapállapot energiá vezető végesméret korrekciója és a kvantumtérelméletet jellemző szórás adatok között. Eredményeinket termodinamikai Bethe Ansatz számolással és a Destri de Vega integrál egyenlettel ellenőriztük.

Levezettünk egy nem lineáris integrál egyenletet (NLIE) a két peremmel rendelkező (kvantum) sine-Gordon modell néhány „bulk” gerjesztésére abban az esetben, amikor a peremes kölcsönhatások a mezők első időderiváltját is tartalmazó általános alakúak, de a két peremfeltételt leíró paraméterek kielégítenek egy alkalmas kényszerfeltételt. Az NLIE eredményeket perturbált (határ) CFT illetve csonkított konform állapotter (BTCSA) számolásokkal ellenőriztük.

A Lüscher formula peremes általánosításának vizsgálata során felismertük, hogy ez alkalmas módon általánosítva a fizikai (3+1 dimenziós) - sík lemezek közötti - Casimir effektus leírására is alkalmas: ilyenkor a Casimir erő/energia peremfeltételtől való függését teszi explicité.

A Casimir erő levezetését általánosítottuk arra az esetre, amikor az interpoláló tér vákuum várható értéke nullától különböző és a redukciós formalizmus peremes általánosításának segítségével kapcsolatot teremtettünk az egy pont függvény, az alapállapot energiá véges méret korrekciója és a visszaverődési amplitúdó szingularitás szerkezete között.

A redukciós formalizmus használatával, a korrelációs függvények analitikus szerkezetét kiaknázva egy zárt axióma rendszert javasoltunk, amely képes meghatározni az integrálható 1+1 dimenziós elméletek lokális perem operátorainak több részecskes mátrixelemeit (form faktorait). Megadtunk egy eljárást e form faktorok meghatározására és néhány modell esetén ezt expliciten meg is tettük. A kapott form faktorok segítségével meghatározott peremes korrelációs függvények UV viselkedése kiválóan egyezett a perturbált CFT jóslatokkal, így indirekt módon igazoltuk axiómáink helyességét is.

A peremes sine-Gordon modell megoldása kapcsán derült ki, hogy az elméletek Lagrange-i vizsgálata gyerekcipőben jár. Ezért megalkottuk a peremes $1+1$ dimenziós kvantumtérelméletekre az aszimptotikus terek elméletét. A visszaverődési (vagy reflexiós) mátrixot az általunk származtatott redukciós formulával visszavezettük a korrelációs függvényre. Ez összekapcsolta az irodalomban eddig meglévő és különbözőnek tűnő definíciókat. Vizsgáltuk továbbá a reflexiós mátrix analitikus tulajdonságait. Levezettük a perturbációszámítás Landau egyenleteit, megalkottuk ezek Coleman-Norton típusú interpretációját. Származtattuk a Cutkosky szabályokat, továbbá mindezeket a sine-Gordon modellből származó explicit példaszámításokkal egészítettük ki.

A kétdimenziós, végtelenben földelt, félvégtelen elektrolit egyensúlyi statisztikus fizikáját vizsgáltuk ideális vezető fal jelenlétében. A modell a Dirichlet peremfeltételeknek eleget tevő félvégtelen sine-Gordon modellre képezhető. Ezen modell egzakt megoldhatóságát kiaknázva meghatároztuk a töltés- és részecskeszám-sűrűség aszimptotikus eloszlását a faltól nagy távolságra, mellyel a renormalizált töltés és a szaturáció hipotézisét igazoltuk.

Megmutattuk, hogy integrálható spinláncok energiaspektruma a spinek egymáshoz viszonyított helyzetétől független. Ezen ekvivalenciát használva sikerült megfelfedni bizonyos nemdiagonális peremfeltételeknek eleget tevő nyílt spinláncok spektrumát diagonális peremfeltételűeknek.

Megmutattuk, hogy minden defektelmélet ekvivalens bizonyos peremes elmélettel. Ezen kapcsolatot kiaknázva a peremes modellek eredményei közvetlenül alkalmazhatók a defekt modellekre, úgymint a redukciós formula, a Cutkosky szabályok, és a Coleman-Thun mechanizmus. A defekt operátora a peremállapotból könnyen származtatható, mellyel az integrálható defektet tartalmazó végesmértű rendszer alapállapota egzaktul meghatározható.

Megvizsgáltuk a kétfrekvenciás sine-Gordon modell spektrumát, hogy feloldjuk az irodalomban ezzel kapcsolatban felmerült ellentmondást. Az ellentmondás lényege, hogy az ún. form faktor perturbációszámítással, illetve a Goldstone-Jackiw szemiklasszikus form faktor alkalmazásával számított tömegspektrum ellentmond egymásnak. A tömegspektrumot numerikusan meghatározva megmutattuk, hogy a szemiklasszikus eredmény helytelen, és ennek elméleti magyarázatát is megadtuk.

Rezonanciákat vizsgáltunk véges térfogatban. Új és hatékony módszereket fejlesztettünk ki keskeny rezonanciák élettartamának meghatározására, és ezeket az Ising modellre, illetve a kétfrekvenciás sine-Gordon modellre alkalmaztuk. Megmutattuk, hogy ezek az eredmények megegyeznek a form faktor perturbációszámításból kapott elméleti várakozásokkal. A módszerek könnyen általánosíthatók a fizikai $3+1$ dimenzióban értelmezett kvantumtérelméletekre; reményeink szerint hamarosan alkalmazhatóak lesznek a rácstérelméleti számításokban is.

A rezonanciák vizsgálata közben kaptuk első eredményeinket arra vonatkozóan, hogy a lokális operátorok sokrészecske állapotok közti mátrixelemei (form faktorok) milyen térfogatfüggést mutatnak. Ebből kiindulva két cikkben leírtuk a form faktorok véges térfogattól való függését, mégpedig az L térfogat szerint kifejtve, $1/L$ minden rendjében egzakt módon (vagyis csak az ún. reziduális véges méret effektusokat hanyagoltuk el, amelyek a térfogattal exponenciálisan csökkennek). Az első cikkben olyan mátrixelemeket vizsgáltunk, amelyekben nem lépnek fel nemösszefüggő járulékok; az utóbbiak vizsgálatát a

második cikk tartalmazza. Sikertült ennek segítségével egy szisztematikus alacsony hőmérsékletű kifejtést adni véges hőmérsékletű korrelátorokra, ami az irodalomban több mint tíz éve vizsgált és (speciális esetektől eltekintve) megoldatlan probléma. Ezt a sorfejtést az egy pont függvény kiszámításával ellenőriztük, ahol már létezik egy kellően alátámasztott sejtés – ezzel a módszer harmadik rendig teljes mértékben megegyezett.

Továbbfejlesztettük a peremes form faktor programot, mégpedig a form faktor axiómák megoldásainak teljes halmazát térképeztük fel. Megmutattuk, hogy a peremes operátorok ebből adódó spektruma egy az egyben megfeleltethető a perturbált konform térelméleti keretben adódó várakozásokkal. Ez egy nagymértékben nemtriviális alátámasztását adja a Bajnok Zoltánnal és Palla Lászlóval korábban lezárt form faktor axiómáknak.

Az OTKA támogatás időtartama alatt jelentős előrehaladást sikerült elérni a konform térelméletek és a kapcsolódó témák vizsgálatában. Az egyik legfontosabb eredmény a racionális konform térelméletek ún. kongruencia-részcsoport tulajdonságának bizonyítása volt az orbifold kovariancia elvének felhasználásával. Azon túlmenően, hogy ezáltal egy másfél évtizedes kérdéskört sikerült lezárni, ez az eredmény új kutatási távlatokat nyitott meg. Többek közt ennek révén sikerült általános jellemzést találni a moduláris ábrázolás projektív magjának szerkezetére, amely eredmény potenciális alkalmazásai sokrétűek. A projektív mag szerkezete vezetett el a Galois-áramok fogalmának és jelentőségének felismeréséhez, ez utóbbiak vizsgálata pedig az egyszerű áram szimmetriák szerepének átértékeléséhez. Az egyszerű áram szimmetriák vizsgálatára bevezettük az ún. súlyozott permutációs hatások fogalmát, és kidolgoztuk ezek elméletét, továbbá nemtriviális realizálhatósági feltételeket állítottunk fel ezekre vonatkozóan. Ezen eredmények új megközelítésre vezettek az egyszerű áramok vizsgálatában, amelyek jelentős szerepet játszanak a modulárinvariánsok osztályozásában és a húrelméleti GSO-projekciók tárgyalásában.

A permutációs orbifoldok elméletének speciális eseteként tárgyaltuk a másodkvantált húrelmélet alapjául szolgáló szimmetrikus szorzatok elméletét. E témában elért legfontosabb eredményünk egy általános kombinatorikai azonosság felismerése, melynek révén a többhúr-járulékok explicite felösszegezhetők. Ezen felül zárt alakban sikerült kifejeznünk a Dijkgraaf-féle diszkrét torziót tórusz és Klein-palack topológiákra, miáltal lehetővé vált az alternatív másodkvantálási séma részletes vizsgálata.

Új, nemtriviális összefüggéseket sikerült feltárni a leképezési osztályok ábrázolási operátorai és az elméletet jellemző moduláris adatok között, és megmagyarázni ezek topológiai eredetét. Ezen összefüggések fontos szerepet játszanak a realizálható moduláris adatok osztályozásának kérdésében.

A csoportduplák fogalmát sikerült meszemenően általánosítani, megmutatva, hogy tetszőleges kétdimenziós csoporthoz (azaz keresztezett modulushoz) hozzárendelhető egy olyan tenzorkategória, amely általában nem moduláris, de modularizálható, és speciális esetben a csoportduplák ábrázolási kategóriáját adja vissza. Az elképzelés szerint ezen konstrukció általánosított orbifold modellek szuperszelekciós szerkezetét írja le.

T. Gannon-nal, a University of Alberta (Edmonton, Canada) professzorával együttműködve új eljárást dolgoztunk ki a konform térelméletek királis karaktereinek és tórusz partíciós függvényeinek meghatározására a moduláris adatok és a karakterek szingularitásainak ismeretében. A módszer jelentősége abban áll, hogy nem szükséges a királis szimmetriaalgebra részletes ábrázoláselméletének ismerete az alapvető fizikai jellemzők

meghatározásához. Megmutattuk, hogy az összes, az adott moduláris ábrázolás szerint transzformálódó konform karakter előállítható véges sok fundamentális karakterből elemi műveletek segítségével, továbbá a fundamentális karakterek egy (általánosított) hipergeometrikus egyenletet elégítenek ki. Az általunk kidolgozott módszer nemcsak elvi lehetőséget biztosít a karakterek meghatározására, de hatékony algoritmikus eljárás alapja. Eredményünknek a fizikán túlmutató jelentősége van mind a függvénytan, mind a számelmélet tekintetében.

Az univerzum gyorsuló tágulásának közelmúltban megfigyelt tényére az általános relativitáselmélet keretei között kerestünk magyarázatot. Elsőként vetettük fel annak lehetőségét, hogy a jelenség az anyag inhomogén térbeli eloszlásának a következménye. Feltevésünket másodrendű perturbációs számítással támasztottuk alá (két különböző módszerrel), melyet numerikusan is ellenőriztünk. A térbeli metrikát átlagolva meghatároztuk a skálafaktornak az inhomogenitások miatti korrekcióját. Azt kaptuk - a fluktuációk mérésekből ismert spektrumát alkalmazva -, hogy valóban gyorsuló tágulás adódik, és az effektus meglepően nagy. Az irodalomban a kérdéssel kapcsolatban időközben több különböző, egymásnak is ellentmondó eredmény jelent meg. Az ellentmondások tisztázása céljából perturbációs számítás segítségével meghatároztuk a Hubble-diagrammot, mivel ez az, amit a megfigyelések (az IA típusú szupernováké) közvetlenül szolgáltatnak. További, független bizonyítékként az Einstein-egyenletek numerikus megoldása kínálkozik. Ez a munka jelenleg folyamatban van.

Megvizsgáltuk a szilárdtestbeli Bloch elektron Berry görbületi taggal módosított szemiklasszikus dinamikáját. Beláttuk, hogy a rendszer Hamilton dinamikával rendelkezik. A mozgásegyenletek levezethetőek egy alkalmasan definiált szimplektikus formából és Hamilton függvényből. A szimplektikus formából levezetett térfogatelemre pedig a Liouville tétel automatikusan teljesül.

A spines részecskék általános relativitáselméletbeli mozgásának leírását alkalmazva kiterjesztettük a Fermat-elvet spines fotonokra. Az egyenletek linearizációja visszaadja a korábban szemiklasszikus módszerrel levezetett optikai Hall effektust polarizált fényre.

Tetszőleges precízióval dolgozó differenciálegyenlet megoldó programcsomagot hoztunk létre a klasszikus megoldások meghatározására.

Az OTKA pályázat során 43 idegennyelvű közleményben számoltunk be eredményeinkről, ebből 19 SCI folyóiraban jelent meg. A pályázat résztvevői 19 nemzetközi konferencia előadásban mutatták be eredményeiket. Három nemzetközi konferencia és három tudományos iskola szervezésében vettek aktívan részt. Ketten, Bántay Péter és Takács Gábor habilitáltak az ELTE-n valamint elkészítették és benyújtották dolgozatukat az MTA doktora cím megszerzésére.