

A beszámolás tárgyát képező kutatási program címe: Soft computing számítógépes realizálása számítógépes algoritmusokkal. A pályázat beadásának idejében a soft computing elnevezés három egymással összefüggő tudományterületet takar: a fuzzy rendszerek, a mesterséges neurális hálózatok és az evolúciós algoritmusok. Kutatásainkban az eredeti munkatervünknek megfelelően mindhárom területen tettünk erőfeszítéseket és végeztünk kutatásokat.

A fuzzy rendszerek kutatásában előzetes célkitűzés volt az ismert véges elemes approximációs technikák és matematikai eredmények adaptálása és kiterjesztése a gyakorlatban elterjedt fuzzy tagsági függvény és neurális aktivációs függvénytípusokra valamint az approximatív függvénykalkulus kiterjesztése szabálybázis neurális modellekre.

A klasszikus véges elem kalkulus adaptálás a többdimenziós fuzzy tagsági függvények kezelésére nem bizonyult kellően hatékonynak és a fuzzy kalkulus axiomatikus kiterjesztésére tett erőfeszítéseink sem hozták meg a kívánt eredményeket. A fő probléma az volt, hogy az elemi függvénykalkulus kiterjesztése még sikerül, de a differenciálhányados fogalmának definiálása és ezzel együtt a fuzzy függvények differenciálszámításának értelmezése hosszú próbálkozások után sem volt eredményes. Erről egy konferencia előadásban is beszámoltunk. (I. Harmati, L. Kóczy 2004.) Ezért egy a véges elem technikában is újdonságnak számító, a fuzzy kalkulus módszereihez is sokkal jobban illeszkedő rácsmentes módszerek kutatását helyeztük előtérbe. A rácsmentes technika lényege, hogy az approximálandó többdimenziós függvényről nem szisztematikusan kiválasztott pontokban (az ún. Rácsvonalakban), hanem véletlenül megadott pontokban gyűjtünk információt (pl. a függvény értékét, annak deriváltjait, simaságáról elérhető egyéb információkat) és ezeknek a felhasználásával készítjük el azt a matematikai konstrukciót, amely a közelítendő függvény közelítését jelenti. Ez a technika a többváltozós függvényapproximációknál olyan elemeket használ, amelyek alkalmasak a többdimenziós fuzzy tagsági függvények definiálására és számítógépes kezelésére. Ez pl. a fuzzy vezérlési feladatok számítógépes realizációinál nagyon fontos technika lehet. A rácsmentes technika tulajdonképpen átveszi és továbbfejleszti a fuzzy modellekből ismert radiál-bázis technikát akkor, amikor az approximációs pontban megadott „bázis függvények” alakját a ponttól mért távolsággal exponenciálisan csökkenő függvényeket használ. Ezen túl alkalmazásra kerülnek még a távolság valamilyen hatványával csökkenő bázisfüggvények is, ugyanis ezekkel is lehet biztosítani az approximáció kellő simaságát. A kutatás ezen területéről a beszámolási idő alatt öt publikáció jelent meg (lásd Cs. Gáspár publikációit a megjelent irodalomból). Ebből három már az alkalmazási lehetőségekkel foglalkozik (Cs. Gáspár és A. Horváth és Z. Horváth cikkei).

Az evolúciós algoritmusok és a neurális hálózatokra alkalmas algoritmusok kutatása és fejlesztése a munkatervnek megfelelően a lineáris egyenletrendszerek, közönséges differenciálegyenlet-rendszerek és a

parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási algoritmusainak kutatásai köré csoportosultak. Ezeknek a kérdéseknek a megoldásai mind fontos szerepet játszanak a soft-computing technikákban.

A lineáris egyenletrendszerek hatékony megoldása központi problémája minden műszaki alkalmazásnak, így a nemlineáris optimalizálás egyik legfontosabb kérdése is. Ugyanakkor a lineáris egyenletrendszerek iterációs megoldási algoritmusai egy nagy családját adja az evolúciós algoritmusoknak, vagy megfordítva, szinte minden evolúciós algoritmus interpretálható úgy, mint egy iterációs módszer. Ez magyarázza azt, hogy az evolúciós algoritmusok nagy része megfogható a lineáris egyenletrendszerekre vontakó iterációs módszerek elméletével. A kutatásainkban két fontos irányzat kérdéseivel foglalkoztunk: a prekondicionálási technikák továbbfejlesztése és a genetikai algoritmusok. Mindkét irányzat a sokprocesszoros számítógépes feladat megoldás számára jelent új algoritmusokat. A sokprocesszoros technikáknál felmerült a kérdés, hogy érdemes-e ilyen általános elméletet a sejt automatákra, vagy neurális hálózatokra kifejleszteni. Munkánk során arra a következtetésre jutottunk, hogy a sokprocesszoros technika fejlődése olyan rohamos léptekkel halad, hogy a nagyteljesítményű (nagyon intelligens) programozható processzorokból álló neurális hálózat jellegű processzorfarm megjelenése már a közeljövőben várható, ezért a kifejlesztendő algoritmusoknak elsősorban ehhez a tendenciához kell alkalmazkodnia. A klasszikus értelemben vett neurális hálózatoknak egy konkrét feladat megoldásában lehet szerepük, de ez a terület más jellegű kutatásokat feltételez.

Ennek megfelelően kutatásaink egyik területeként a nagyon nagy méretű feladatok megoldásánál, elsősorban a parciális differenciálegyenletek numerikus megoldásánál fontos prekondicionálási technikák kutatását és fejlesztését végeztük. A prekondicionálási technikák esetében a konjugált gradiens típusú módszerekhez fejlesztettünk ki új, a ciklikus mátrixokon alapuló prekondicionáló mátrixokat. A prekondicionálás azt jelenti, hogy ha egy feladat számítógépes megoldásánál a legtöbb számítási feladatot igénylő lineáris egyenletrendszer mátrixának a kondíciószáma nagy (tipikusan nagyobb mint  $10^6$ ), akkor a klasszikus iterációs módszerek nagyon lassan konvergálnak. Ha a feladat technikai, vagy fizikai hátterét ismerjük (pl. egy térben lejátszódó folyamat), akkor ezt az információt felhasználhatjuk arra, hogy konstruáljunk egy olyan mátrixot, amelyet párhuzamos környezetben hatékony algoritmussal meg tudunk oldani (tipikusan  $n \ln(n)$  bonyolultságú algoritmus), melyet  $n$  processzoros párhuzamos rendszerben  $\ln(n)$  műveletigénnyel meg lehet oldani. A megoldandó feladat mindkét oldalát formálisan beszorozva ennek a mátrixnak az inverzével, a kapott feladat kondíciószáma lényegesen lecsökkenthető (tízes nagyságrendűre) és az új feladat megoldására az iterációs módszerek már gyorsan konvergálnak miközben a megoldásuk megegyezik az eredeti feladat megoldásával. Ugyanakkor a feladat megoldása sokprocesszoros számítási környezetet feltételez, amivel

lényegesen továbbjavítható a hatékonyság. Ez egy korábban elkezdett kutatás folytatása volt, így az elméleti konstrukciók kidolgozásán és publikálásán túl sikerült eljutni a módszer használhatóságának teszteléséhez is. A módszer kipróbálásánál tesztfeladatokon bebizonyosodott, az általunk kidolgozott konstrukció a gyakorlatban is működőképes. Ezt néhány gyakorlati feladat megoldásán is bemutattuk. melyről szintén készültek és folyamatosan készülnek is publikációk. (ld. B. Kiss, A. Krebsz, (2004) B. Kiss (2004), A. Lotfi, (2004, 2005 és 2006).

Bár a prekondicionált iterációs módszerek is az evolúciós algoritmusok közé sorolhatók, de ezekben az algoritmusokban a véletlen szerepe mérsékelt szerepet játszik. A genetikai algoritmusok a sokprocesszoros számítógépek esetében intenzíven fejlődő soft computing technika. A már említett tendenciák miatt, miszerint a sokprocesszoros számítógép környezetek rohamos ütemben terjednek és az egyes processzorok teljesítménye is folyamatosan javul, természetes kutatási iránynak kínálkozott célzottan az ilyen hardver konstrukciókra fejlesztett algoritmusok kutatása és kidolgozása.

Kutatásainkban egy általános reziduum minimalizáló algoritmuson alapuló technika kidolgozásába kezdtünk bele. A reziduum minimalizáló algoritmusok már régen ismertek, pl. a pályázatban is említett Levenberg-Marquart algoritmusok is felhasználják ezt az elvet. Az említett algoritmusoknak az előnyük az, hogy nem követelnek meg speciális tulajdonságot a minimalizálandó feladatoktól. Pl. lineáris egyenletrendszerek esetén a módszer alkalmazhatóságához nem kikötés a mátrix pozitív definitiségének megléte. Ennek ára az, hogy az ilyen elven működő algoritmusok nagyon lassan konvergálnak. A konvergencia gyorsaságát meg lehet növelni, ha az ismert minimalizáló algoritmusokat sokprocesszoros gépeken jól realizálható genetikai elemekkel is kiegészítjük. A klasszikus genetikai algoritmus konstrukcióktól eltérően a jó tulajdonságok átörökítéséhez sikerült olyan kritériumot találni, ami a véletlenül generált elemekből gyorsan ki tudja választani azokat, amelyek az algoritmus konvergenciájának gyorsítása szempontjából a legígéretesebbek. Ezek egymással történő kombinálásával lényegesen megnövelhető az konvergencia sebessége. Az új egyedek felvétele pedig sohasem rontja a már elért eredményt, viszont lavinaszerű konvergencia növekedést eredményezhetnek.

Az alapalgoritmusok már 2005-ben konferencia kiadványokban publikálásra kerültek (G. Molnárka, E. Miletics, G. Molnárka, N. Varjasi). A publikációkban még csak az algoritmus legegyszerűbb változata került ismertetésre, pontosabban a módszer elméleti alapjai, valamint egyprocesszoros és többprocesszoros (1 - 10 processzor) realizációk tapasztalatai kerültek közlésre. A tapasztalatok szerint az ötlet működik, ráadásul a genetikai jelleg miatt az figyelhető meg, hogy a processzorok számának növekedésével a gyorsítási faktor, a konvergencia sebesség

növekedése a processzorok számának növekedésénél sokkal nagyobb mértékben nő (szuper gyorsítási effektus).

Az első közlések óta az algoritmus lényeges továbbfejlesztése is megtörtént, az elméleti alapok is sokkal részletesebben kidolgozásra kerültek. A továbbfejlesztés iránya a konvergencia sebesség növelése érdekében a minimalizálási elemi lépések kiterjesztése változó dimenziószámú többdimenziós alterekre. Ez egyben az algoritmus skálázhatóságát is megoldja, és lehetővé teszi a processzorok közötti terhelés kiegyenlítést. Az algoritmus új, továbbfejlesztett változatáról készült publikáció is megjelent (G. Molnárka 2006.). Az eddig elért eredményekről több konferencián is elhangzott előadás és az első folyóirat cikk is benyújtásra került (N. Varjasi 2007). A kutatás jelenleg is folyik, a továbbfejlesztett algoritmus többprocesszoros számítógépes realizációja, aktuálisan a többmagos processzorú architektúrákon is, és a tapasztalatok gyűjtése van napirenden. Az elméleti továbbfejlesztés lehetőségei is adóttak. Ezeknek az eredményeknek a publikálása későbbre, de egy éven belül várható.

A közönséges differenciálegyenletek kezdeti érték problémái tipikusan evolúciós folyamatokat írnak le. Ezeknek az alkalmazásai szinte minden fontosabb területen megvannak, kezdve a gépész-, a közlekedés-, a villamosmérnöki problémákkal, befejezve pl. a tűzsdei árfolyam mozgások modelljeivel. A közönséges differenciálegyenletek kezdeti érték problémáinak (k.é.p) numerikus megoldási algoritmusai minden alkalmazásnál központi szerepet játszanak. A modell identifikációk esetében a hatékony algoritmusoknak még nagyobb a jelentőségük, hiszen ott a legtöbb algoritmus alapját valamilyen közönséges differenciálegyenlet k.é.p. megoldó algoritmusá képezi. A fuzzy rendszerek időbeli fejlődésének követésére szintén hatékony, sokszor a meglévő algoritmusoktól is különböző algoritmusra lenne szükség. A korábbi algoritmusok sokprocesszoros rendszerekre csak korlátozottan adaptálhatók, velük nem lehet kihasználni a processzorok számából eredő többletszámítási kapacitást. Mindezek figyelembevételével kutatásainkban új, minőségi tulajdonságokat is figyelembe venni tudó párhuzamos számítási környezetben is hatékonyan alkalmazható algoritmusok kifejlesztésébe és realizálásába kezdtünk bele.

A megoldások monotonitását megőrző algoritmusok kifejlesztésének és elméleti vizsgálatának fontosabb eredményeit megtalálhatjuk Z. Horváth (2004) cikkében. A cikkben a vizsgálat tárgya a korábban is ismert, főleg Runge-Kutta algoritmusok viselkedése a monotonitás szempontjából.

A sokprocesszoros környezetben hatékonyan alkalmazható algoritmusok igénye és az, hogy a mérnöki gyakorlatban gyakran áll elő olyan modell, amikor a közönséges differenciálegyenlet-rendszerről az információk csak méréssel szerezhetők meg, elvezetett minket a numerikus deriváltakon alapuló algoritmusok kifejlesztéséhez. Az alapötlet az, hogy a klasszikus

módszereknél az egyenletrendszerrel az információt az analitikusan adott jobboldal értékeinek különböző (egymás után rekurzív módon származtatható, tehát szekvenciális algoritmust feltételező) alappontokban történő kiszámításával nyerjük. Igazából itt numerikus deriváltak kiszámítása történik. Az új módszerben ezeket az értékeket előre megadott pontokban mérjük (analitikus formában adott egyenletrendszerrel számítjuk), és ez a korábban alkalmazott módszerektől eltérően teljesen párhuzamosan elvégezhető. Az igaz, hogy a műveletigénye nagyobb mint az ismert szekvenciális algoritmusoké, de alkalmazásukkal ki lehet használni a több processzor által biztosított többlet számítási kapacitást is. A témában több publikáció jelent meg. A legfontosabb eredményekről ld. E. Miletics, G. Molnárka (2005) és G. Molnárka 2006. cikkeit.

Az új módszer család más szempontból is hatékonyak bizonyult. A legfontosabb az, hogy mérési eredményekből folytonos (vagy igény szerint folytonosan deriválható) közelítő megoldást szolgáltat minden további interpolációs lépés nélkül. Ez a gyakorlati felhasználásnál nagy előny pl. a megjelenítésnél, és lehetővé teszi a közelítő megoldás minőségi vizsgálatát analitikus módszerekkel. A lehetséges vizsgálható minőségi tulajdonságok közül mi az energia megmaradást vizsgáltuk, mert evolúciós feladatokra ilyen típusú vizsgálat ritka. A vizsgálatok eredményeként sikerült olyan automatikus hibabecslésen alapuló algoritmust javasolni, amely még az energia megmaradás tételét is visszaadja evolúciós feladatokra, ha az energia megmaradás eredeti modellben is teljesül. Az elért eredményekről több konferencián hangzott el előadás és a következő publikációban számoltunk be (ld. E. Miletics, 2005, E. Miletics, G. Molnárka, 2005).

A kutatások sok tekintetben elméleti jellegű alap kutatások voltak, azonban az elért eredmények már a kutatás ideje alatt is hasznosultak. A kutató kollektíva tagjai a kutatások mellett ipari kutatásokban is részt vettek és több projekt is sikeresen teljesítve lett részben a jelen kutatásokban elért eredmények alkalmazásával, részben a kutatások alatt megszerzett kompetenciák felhasználásával.

A 2004-es évben a megkezdett munka folytatásaként több témában végeztünk kutatásokat. Kutatásaink a munkatervnek megfelelően a numerikus interpolációs technikák fejlesztésére, a lineáris egyenletrendszerek, közönséges differenciálegyenletrendszerek és a parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási algoritmusainak kutatásai köré csoportosultak. Ezeknek a kérdéseknek a megoldásai mind fontos szerepet játszanak a soft-computing technikákban.

A publikált és konferencián elmondott eredmények a következők:

A numerikus interpolációs technikákban a szórt alappontú (meshless), símitással kombinált többdimenziós interpolációs technikák továbbfejlesztését végeztük el. Az itt elért eredmények, mint néhány eredmény már mutatja is, nagyon hasznosak lehetnek a többdimenziós fuzzy függvények numerikus kezelésénél, ami a számítógépes algoritmusok létrehozását nagyon megkönnyítheti, illetve a számítási időigényt lényegesen lecsökkentheti, illetve tapasztalataink szerint valójában le is csökkenti. Ez a vezérlési feladatok számítógépes realizációs megoldásánál nagyon fontos szempont.

A lineáris egyenletrendszerek numerikus módszerei szinte minden gyakorlati feladatnál szükséges algoritmusok. A kutatásainkban két fontos irányzat kérdéseivel foglalkoztunk: a prekondicionálási technikák továbbfejlesztése és a genetikai algoritmusok. Mindkét irányzat a sokprocesszoros számítógépes feladat megoldás számára jelent új algoritmusokat. A prekondicionálási technikák esetében a konjugált gradiens típusú módszerekhez fejlesztettünk ki új, a ciklikus mátrixokon alapuló prekondicionáló mátrixokat. A módszer kipróbálásánál tesztfeladatokon bebizonyosodott, hogy az a gyakorlatban is működőképes. Ezt néhány gyakorlati feladat megoldásán, pl. kontakt feladatok megoldása, is prezentáltuk, melyről szintén készültek publikációk.

A genetikai algoritmusok a sokprocesszoros számítógépek esetében intenzíven fejlődő soft computing technika. Kutatásainkban egy általános reziduum minimalizáló algoritmuson alapuló technika kidolgozásába kezdtünk bele. Az első eredmények biztatóak, bár csak egyprocesszoron szimulált sokprocesszoros teszteléseket végeztünk. A módszer továbbfejlesztése és sokprocesszoros környezetben való kipróbálása folyamatban van.

A közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldási algoritmusai minden vezérlési feladat esetén központi szerepet játszanak a vezérlő algoritmus hatékonyságának javításában. Kutatásainkban új, minőségi tulajdonságokat is figyelembe venni tudó algoritmusok kifejlesztésébe és realizálásába kezdtünk bele. Az első publikációk ebben a témában is elkészültek.

Az projektben alapkutatásként végzett munka eredményeit számos alkalmazási feladat megoldásában is felhasználtuk. A projektben résztvevő kutató csoport tagjai számos ipari megbízásból végzett K+F feladat megoldásában is részt vesznek, ahol közvetlenül is hasznosítják a projektben elért eredményeket.

Az elért eredmények rövid ismertetése:

A 2004-es évben a megkezdett munka folytatásaként több témában végeztünk kutatásokat. Kutatásaink a munkatervnek megfelelően a numerikus interpolációs technikák fejlesztésére, a lineáris egyenletrendszerek, közönséges differenciálegyenletrendszerek és a parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási algoritmusainak kutatásai köré csoportosultak. Ezeknek a kérdéseknek a megoldásai mind fontos szerepet játszanak a soft-computing technikákban. A publikált és konferencián elmondott eredmények a következők:

A numerikus interpolációs technikákban a szórt alappontú (meshless), símitással kombinált többdimenziós interpolációs technikák továbbfejlesztését végeztük el. Az itt elért eredmények, mint néhány eredmény már mutatja is, nagyon hasznosak lehetnek a többdimenziós fuzzy függvények numerikus kezelésénél, ami a számítógépes algoritmusok létrehozását nagyon megkönnyítheti, illetve a számítási időigényt lényegesen lecsökkentheti, illetve tapasztalataink szerint valójában le is csökkenti. Ez a vezérlési feladatok számítógépes realizációs megoldásánál nagyon fontos szempont.

A lineáris egyenletrendszerek numerikus módszerei szinte minden gyakorlati feladatnál szükséges algoritmusok. A kutatásainkban két fontos irányzat kérdéseivel foglalkoztunk: a prekondicionálási technikák továbbfejlesztése és a genetikai algoritmusok. Mindkét irányzat a sokprocesszoros számítógépes feladat megoldás számára jelent új algoritmusokat. A prekondicionálási technikák esetében a konjugált gradiens típusú módszerekhez fejlesztettünk ki új, a ciklikus mátrixokon alapuló prekondicionáló mátrixokat. A módszer kipróbálásánál tesztfeladatokon bebizonyosodott, hogy az a gyakorlatban is működőképes. Ezt néhány gyakorlati feladat megoldásán, pl. kontakt feladatok megoldása, is prezentáltuk, melyről szintén készültek publikációk.

A genetikai algoritmusok a sokprocesszoros számítógépek esetében intenzíven fejlődő soft computing technika. Kutatásainkban egy általános rezidium minimalizáló algoritmuson alapuló technika kidolgozásába kezdtünk bele. Az első eredmények biztatóak, bár csak egyprocesszoron szimulált sokprocesszoros teszteleseket végeztünk. A módszer továbbfejlesztése és sokprocesszoros környezetben való kipróbálása folyamatban van.

Az elért eredmények rövid ismertetése:

A szoftcomputing technikáknál gyakran előfordul, hogy közönséges differenciálegyenletek kezdeti érték feladatát kell megoldani. Ugyanezek a feladatok a vezérlési feladatok megoldásánál is fontosak. A fuzzy rendszerek elméletében is érdekes feladat az, hogy egy fuzzy állapot bizonytalansága az időben hogyan fejlődik. Az ilyen feladatok csak

numerikus technikákkal oldhatók meg. Erre és hasonló feladatok megoldására fejlesztettük ki a numerikus deriváltakon alapuló Taylor sor módszereket. Ezek segítségével a rendszerek vizsgálatára bizonyos numerikus-analitikus közelítő vizsgálatok is kiterjeszthetők, amelyek alkalmazásával a minőségi kérdések is vizsgálhatók. Ezeknek a technikáknak a továbbfejlesztését jelentik a rendszerek minőségi tulajdonságait megőrző algoritmusok. Ezekkel a kérdésekkel foglalkozik a megjelent publikációk közül az első kettő.

A kutató csoport több tagja foglalkozott az elmúlt évben a neurális hálózatoknál fontos a megelőző években kifejlesztett genetikai algoritmusok továbbfejlesztésével. Az elmúlt évben több fontos eredmény született. Először is sikerült egy teljesen általános lineáris egyenletrendszerek esetére is működő, sokprocesszoros környezetben is kipróbált algoritmust kifejleszteni. Az eredmények részben publikálásra kerültek ( A publikációs lista utolsó három cikke).

Bonyolult parciális differenciál egyenletrendszerekkel leírható alak-optimalizálása feladatok megoldása kidolgozott, sokprocesszoros környezetben realizálható genetikai algoritmus kivitelezésében az eredmények továbbfejlesztése és publikálása 2005-ben is folytatódott. Általános, a véges elem módszereken és legkisebb négyzetek módszerén alapuló nemlineáris optimalizációs módszer sokprocesszoros környezetben alkalmazható verziójának kidolgozásával úgy, hogy a klasszikus módszereket a genetikai algoritmusokkal kombináltuk. Az algoritmus elméleti része és a számítógépes realizáció eredményei 2005-ben publikálásra kerültek.