OTKA nyilvántartási szám: T 043 037 **ZÁRÓJELENTÉS**

KUTATÁSI EREDMÉNYEK TÉMAKÖRÖK SZERINT

Véletlen bolyongás

Bolyongás lokális ideje

Erdős Pál ma már klasszikusnak számító dolgozatai (A. Dvoretzky és S.J. Taylor társszerzőkkel) meghatározták a bolyongás lokális idejének alapvető tulajdonságait. Azóta sokan foglalkoztak az eredmények továbbfejlesztésével, számos nyitott problémát hagyva. A jelen kutatás keretében néhány ilyen problémával foglalkoztunk.

Tekintsünk egy $S_0, S_1, \ldots$ bolyongást a d-dimenziós tér egész koordinátájú pontjaiban. A bolyongás $\xi(x, n)$ lokális ideje egy x pontban az első n lépésben a definició szerint azon i indexek száma, melyre $1 \leq i \leq n$ és $S_i = x$. Pólya tétele szerint 3 és magasabb dimenzióban a bolyongás tranziens, azaz pozitív valószínűséggel nem tér vissza a kezdőpontba. Erdős és Taylor megmutatták, hogy ebben az esetben $\max_x \xi(x, n)/\log n$ egy konstanshoz tart 1 valószínűséggel. A [22] dolgozatban ezt élesítettük, a főtag mellett a további tagokat is meghatározva az eredményben. Vizsgáltuk azt a kérdést is, hogy milyen nagyok lehetnek a lokális idő nagy értékeinek elérési idői, ill. multiplicitása.

A [29] dolgozatban azt az esetet vizsgáltuk, amikor a lokális idő maximumát nem az egész téren vesszük, hanem annak csak egy részhalmazán. Az eredmény természetesen a részhalmaztól függ, pl. egy $d-1$ dimenziós altéren ugyancsak $\log n$ a nagyságrend, de a konstans különbözik az Erdős-Taylorétól. $d-2$ dimenziós altéren azonban a nagyságrend már kisebb, nevezetesen $\log \log n$.

A [30] dolgozatban lokális idő helyett a halmazokban való tartózkodási időt vizsgáltuk, azaz egy A halmaz esetén $\xi(A, n)$ jelöli azon i indexek számát, melyekre $1 \leq i \leq n$ és $S_i \in A$. Megmutattuk, hogy 3 és magasabb dimenzióban a tartózkodási idő maximuma egy rögzített A halmaz összes lehetséges eltoltjára ugyancsak $\log n$-el osztva tart egy konstanshoz 1 valószínűséggel. Ez a konstans a halmaztól függ és bizonyos, a bolyongás átmenet-valószínűségeitől függő mátrixok sajátértékeivel fejezhető ki.

A [43] dolgozatban a nagy számok erős törvényét bizonyítottunk a sokszor meglátogatott pontok számára. Ha $Q(k, n)$ jelöli azon x pontok számát a térben, melyekre $\xi(x, n) = k$, és $E(Q(k, n))$ ennek várható értékét, akkor Erdős és Taylor

(1960) szerint $d \geq 3$ esetén $\lim_{n\to\infty} Q(k,n)/E(Q(k,n)) = 1$ majdnem biztosan. Megmutattuk, hogy ez egyenletesen igaz k-ra az $(1, k_n)$ intervallumon, ahol k_n alkalmas végtelenhez tartó sorozat.

Az [51] és [52] dolgozatokban a lokális és tartózkodási idők együttes viselkedését tanulmányoztuk. [51]-ben megvizsgáltuk, milyen értékeket vehetnek fel a lokális idők két adott pontban és eltoltjaiban. Hasonló problémát vizsgáltunk egy pont lokális idejére és a körülötte lévő egységgömb tartózkodási idejére. Az [52] dolgozatban megmutattuk, hogy egy maximális lokális idejű pont adott környezetében nem lehet másik maximális lokális idejű pont, de a környezet minden pontjában a lokális idő aszimptotikusan determinisztikus, azaz ha egy z_n pontban n lépés után a lokális idő maximális, akkor a $\xi(z_n + x, n)$ lokális idő $\log n$-el osztva egy (x-től függő) determinisztikus konstanshoz tart, ha $n \to \infty$.

[50] egy összefoglaló dolgozat, amelyben megmutatjuk, hogy az egyenesen való tranziens bolyongás hasonló tulajdonságokat mutat, mint a magasabb dimenzióban történő (tranziens) bolyongás. Ezt a jelenséget részletesen a [61] dolgozatban tárgyaljuk.

Bolyongás kirándulásai

A [9] dolgozatban az egyszerű szimmetrikus bolyongás zérushelyei közötti szakaszok (ún. kirándulások) hosszára és magasságára bizonyítottunk eloszlás- és határeloszlástételeket. Ezek a Wiener folyamatra ismert eredmények megfelelői bolyongásra. Az eloszlások egy részét a jól ismert tükrözési elv alkalmazásával, más részét generátorfüggvények segítségével határoztuk meg,

Kölcsönhatásos bolyongások

Összetapadó bolyongások vizsgálata az utóbbi néhány évben jelentős fejlődést mutatott az irodalomban. Ezekhez kapcsolódva [18]-ban vizsgáltuk az ún. üres zóna nagyságának, valamint az origoban való tartózkodási időnek 1 valószínűségű tulajdonságait.

[23]-ban azt a felettébb meglepő eredményt bizonyítottuk, hogy egy szuperkritikus elágazó bolyongás (supercritical branching random walk) esetén annak a pontnak a helye, ahol n időben a legtöbb részecske tartózkodik, 1 valószínűséggel konvergál egy véges valószínűségi változóhoz.

Wiener folyamatok és invariancia elv

[16]-ban erős invariancia tételeket bizonyítunk a [9]-ben tárgyalt kirándulások hosszára és magasságára. Ezen eredmények következményeként megemlíthetjük többek között a különféle határeloszlásokat, ill. 1 valószínűségű tételeket, mint

iterált logaritmus tételeket, stb. [17]-ben hasonló problémákat vizsgálunk a Kiefer folyamatra.

[14]-ben a síkbeli Wiener folyamat (Brown mozgás) additív funkcionáljaira ismert határeloszlásokat, ill. gyenge konvergenciát terjesztettük ki erős approximáció segítségével. A határfolyamat egy összetett Wiener folyamat, amelynek argumentuma az ún. extremális folyamat inverze. Következményként számos 1 valószínűségű tételt nyertünk ezen additív funkcionálokra.

[33]-ban megvizsgáltuk a kétparaméteres bolyongás átmetszéseinek számát az első NxN lépésben és megmutattuk, hogy nagyságrendje $N^{3/2+o(1)}$. A fő lépés egy erős approximáció a kétparaméteres bolyongás, ill. Brown mozgás metszési lokális ideje között. Eredményeink hasznos algoritmust adnak a kétparaméteres Brown mozgás szinthalmazainak szimulálására.

Az [53] dolgozatban a 3 és magasabb dimenziós Wiener folyamat trajektóriája körüli r sugarú tartomány, az ún. "Wiener sausage" tulajdonságait vizsgáljuk. Ismert volt, hogy a tartomány térfogata eloszlásban közel (egydimenziós) Wiener folyamat, midőn az idő végtelenhez tart. [53]-ban erős approximációt adunk erre a közelítésre.

A Wiener folyamat lokális idejének Cauchy-féle főértéke, az $\int_0^t ds/W(s)$ integrál a Wiener folyamathoz hasonló tulajdonságokat mutat. Ezt a jelenséget tovább vizsgálva, a [31] dolgozatban 1 valószínűségű tételeket vezettünk le a főérték növekményeire. [8]-ban a Strassen-féle funkcionális iterált logaritmus tételt kiterjesztettük a Wiener folyamat és a Cauchy-féle főérték együttesére.

Az empirikus és kvantilis folyamatok Bahadur-Kiefer vizsgálataiból kiindulva, Vervaat (1972) tanulmányozta általában egy folyamat és inverzének összegét és annak integrálját, aminek néhány érdekes és fontos tulajdonságára mutatott rá. Ehhez kapcsolódva [49]-ben megvizsgáltuk az összegfolyamatnak és inverzének, a felújítási folyamatnak összegét, ill. annak integrálját. Ezekre erős approximációt, 1 valószínűségű tételeket és határeloszlásokat adtunk meg.

A [20] dolgozat a $W(s,t)$ kétparaméteres Wiener folyamat lokális idejét vizsgálja. Ha az egyik paramétert rögzítjük, akkor $W(s,t)$ a másik paraméter szerint közönséges Wiener folyamat, amelynek lokális idejére Walsh (1978) vizsgálatait vittük tovább. A fő eredmény egy maximál-egyenlőtlenség, melynek segítségével Khoshnevisan (1995) sejtése igazolható, mely szerint az egyik paraméter 0-hoz tartása esetén a másik paraméter szerinti lokális idő végtelenhez tart. A maximál-egyenlőtlenség további alkalmazásaival nyerhető egy kapacitás becslés a klasszikus Wiener térre, valamint egy hányados ergod tétel. A lokális időre vonatkozó éles Hölder feltétel Lacey (1990), Révész (1985) és Walsh (1978) eredményeit élesíti.

[21]-ben a Wiener folyamat egész helyeken felvett értékeinek ismeretéből a-

dunk becslést a lokális idő értékére. Több lehetséges eljárást hasonlítunk össze.

A [36] dolgozatban az elágazó Brown mozgás részecskéinek egy halmazba eső pontjaira adtunk aszimptotikus előállítást Hermite polinomok és martingálok segítségével.

Nemlineáris idősorok

[1]–[3], [5]–[7], [10], [11], [13], [24], [25], [26], [37] dolgozatainkban a közgazdasági matematikában igen fontos szerepet játszó ARCH (autoregressive conditionally heteroscedastic) típusu folyamatok valószínűségszámítási és statisztikai vizsgálatával foglalkoztunk. E folyamatokat az jellemzi, hogy a folyamat-változó feltételes szórása ("volatility") a folyamat múltjának nemlineáris függvénye. A leggyakrabban használt ilyen folyamat a GARCH(p, q) folyamat (Bollerslev (1986)) melyet az alábbi nemlineáris rekurzió definiál:

$$y_k = \sigma_k \varepsilon_k, \quad \sigma_k^2 = \omega + \sum_{1 \le i \le p} \alpha_i y_{k-i}^2 + \sum_{1 \le j \le q} \beta_j \sigma_{k-j}^2 \qquad k \in \mathbb{Z}. \tag{1}$$

Itt $\{\varepsilon_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ egy független, azonos eloszlású sorozat 0 várható értékkel és 1 szórással, mely független a $\{\sigma_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ folyamattól. Az $\alpha_1, \ldots, \alpha_p$, $\beta_1, \ldots, \beta_q$ paraméterek alkalmas választása esetén ilyen folyamatokkal igen pontosan lehet leírni pl. valuta- és részvényárfolyamok mozgását. Ennek megfelelően e folyamatok irodalma rendkívül kiterjedt, ugyanakkor a nemlinearitásból származó jelentős matematikai nehézségek miatt e területen számos megoldatlan probléma van. Az elmúlt években intenzíven foglalkoztunk ilyen kérdésekkel,

[3], [6] és [11] dolgozataink a GARCH folyamatok paraméterbecslésének kérdéskörében mondják ki lényegében a végső szót. Megmutatjuk, hogy a leggyakrabban használt, un. QMLE (quasi-maximum likelihood) becslés az $E|\varepsilon_0|^{4+\delta} < \infty$ feltétel mellett aszimptotikusan normális eloszlású, és e tulajdonság 4-nél kevesebb momentum esetén megszűnik. Bár a becslés $E\varepsilon_0^2 < \infty$ esetén konzisztens marad, alacsony momentumok esetén jóval pontosabb eljárást kapunk, ha a likelihood függvényben szereplő Gauss sűrűséget más, alkalmas sűrűséggel pótoljuk; [11]-ben számos ilyen választást vizsgálunk. Egy további fontos kérdés GARCH folyamatok un. momentum-indexének konzisztens becslése; ilyen becslést adunk meg [7]-ben. Számos további kapcsolódó kérdéssel is foglalkoztunk: így például GARCH folyamatok paraméterváltozásainak észlelésére adunk új eljárásokat [10], [25]-ben; további, az empirikus folyamaton alapuló nemparaméteres eljárásokkal foglalkozunk [2], [5]-ben.

A nemlineáris idősorokra vonatkozó szinte valamennyi statisztikai eljárás a folyamat különféle funkcionáljai határeloszlásának meghatározását kívánja meg. Számos fontos esetben (CUSUM tesztek paraméterváltozás kimutatására, Dickey-Fuller egységgyök teszt, stb.) a funkcionál a folyamat normált részletösszegein alapul, és a határeloszlás meghatározása invariancia-elv alapján történhet. A szokásos módszer a folyamat Markov-tulajdonságát és az ebből következő erős (Rosenblatt) keverési tulajdonságot használja, ehhez azonban a folyamatról igen erős regularitási feltételeket kell feltenni. [37] dolgozatunkban egy új módszert adunk meg határeloszlástételek bizonyítására, mely a klasszikus idősorok Wiener-Rosenblatt típusu

$$y_k = f(\varepsilon_k, \varepsilon_{k-1}, \dots) \qquad k \in \mathbb{Z}$$

előállításán alapul, és ennek felhasználásával az $\{y_k\}$ folyamat szeparált blokkösszegeit közvetlenül független valószínűségi változókkal közelíti meg. Ez jóval erősebb eredményekhez vezet, mint a keverési módszerek, és a folyamatról csak minimális feltevésekre van szükség. A [37] dolgozatban e módszer számos alkalmazását adtuk meg aszimmetrikus GARCH folyamatokra.

A nemlineáris idősorelmélet egyik alapvető problémája az, hogy (1)-hez hasonló rekurzióval definiált folyamatok gyengén függőek (un. "short memory" folyamatok), ugyanakkor a valóságban fellépő számos fontos folyamat empirikus kovarianciái igen lassan csökkennek, és így leírásukra un. "long range" függőséget mutató modellekre volna szükség. Ilyen modellt azonban egyrészt nehéz találni, másrészt a konstruálható folyamatok viselkedésének leírásához igen nehéz technikai segédeszközökre van szükség. Néhány éve Giraitis, Robinson és Surgailis bevezették a GARCH folyamatok egy "long range" változatát, az un. LARCH folyamatot, és meghatározták kovariancia-függvényének pontos aszimptotikáját. [1] dolgozatunkban megadtuk e folyamatok lokális funkcionáljai részletösszegeinek határeloszlását az un. "nem degenerált" esetben, ami e folyamatok aszimptotikus kifejtésében az első tagnak felel meg. Speciálisan kiadódik a LARCH folyamatok empirikus eloszlásfüggvényének határfolyamata, mely különbözik a Gauss és lineáris folyamatok esetén fellépő határfolyamattól. Ez azt jelzi, hogy a LARCH folyamat a hosszú memóriájú folyamatok új, eddig még nem vizsgált típusát szolgáltatja.

Véletlen fák

A [35] előadásban egy olyan skálafüggetlen véletlen gráf-modell tulajdonságait vizsgáltuk, amely nem illeszthető be az igen általános Cooper–Frieze (2003) modellbe. Szó esett a maximális fokszámra vonatkozó nagy számok erős törvényéről, továbbá az aszimptotikus fokszámeloszlásról, és itt is kiderült, hogy bármely rögzített pont szomszédai közt maradva, bár a fokszámeloszlás továbbra is hatványrendben lecsengő, de a kitevő különbözik attól, amit az egész gráfra érvényesen tapasztalunk.

[34]-ben a fa maximális fokszámára igazolunk nagy számok erős törvényét és centrális határeloszlás-tételt.

A [44] cikkben egy új, időben fejlődő véletlen gráf-modellt vezetünk be, amelyben a gráfot minden lépésben egy új ponttal és ebből kiinduló néhány (esetleg 0) új éllel bővítjük. Ezek végpontjait egymástól függetlenül, fokszámarányos valószínűséggel választjuk a régi pontok közül. Ebben a modellben meghatározzuk az aszimptotikus fokszámeloszlást (amely hatványrendben cseng le, vagyis skálafüggetlen gráfot kapunk), továbbá a maximális fokszám aszimptotikáját.

Ha a Barabási–Albert féle rekurzív fa (plane oriented recursive tree) definíciójában a kötési valószínűség nem magával a fokszámmal, hanem a fokszám egy lineáris függvényével arányos, a kapott általánosabb véletlen gráf-folyamatban az aszimptotikus fokszámeloszlás karakterisztikus kitevője a paraméterek alkalmas megválasztásával tetszőleges 2-nél nagyobb érték lehet. [45]-ben az egyparaméteres modellben vizsgáltuk a fokszámeloszlás aszimptotikáját abban az esetben, ha csak a fa egy rögzített szintjére korlátozódunk. (Fontos megjegyezni, hogy csupán a pontok egy részhalmazáról és nem részgráfról van szó, tehát a figyelembe vett pontoknál fokszám alatt továbbra is az egész gráfra vonatkozó fokszámot értjük.) Megmutattuk, hogy ilyenkor a határeloszlás továbbra is hatványrendben cseng le, de a karakterisztikus kitevő minden esetben 2-re változik. Ez azért meglepő, mert Katona Zsolt igazolta, hogy a gráf legnépesebb szintjein (amelyek magassága $\log n$-nel arányos) a fokszámeloszlás megegyezik az egész gráfban tapasztalttal.

Az [54] cikkben a [44]-ben tanulmányozott modell egy általánosításának tulajdonságait vizsgáljuk. A modell egy új paraméterrel bővül, és ez sokszor váratlan nehézségeket okoz, nem teszi lehetővé a [44] cikk módszereinek egyszerű adaptációját. Ezúttal is a fokszámeloszlás és a maximális fokszám aszimptotikáját határozzuk meg.

Pszeudovéletlen számok

Véletlen számok tesztelésének egy egyszerű módja a diszkrepancia kiszámítása, de e módszer önmagában nem elegendő, hiszen egy részsorozatra áttérve a diszkrepancia lényegesen megváltozhat, viszont egy "igazi" véletlen sorozat részsorozatai is véletlenek maradnak. Néhány éve Mauduit és Sárközy a pszeudovéletlenség egy új mértékszámát vezették be, az un. "well-distribution measure"-t, mely egy $(x_n)_{n\geq 1}$ sorozat számtani részsorozatainak egyenletes eloszlását méri. Dolgozatok egy hosszú sorában megvizsgálták e mértéket klasszikus pszeudovéletlen konstrukciók ($\{n_k\alpha\}$ típusu sorozatok, Thue-Morse, Rudin-Shapiro, Champernowne stb. sorozatok) esetén. [46], [58] dolgozatainkban ezeket a vizsgálatokat folytatjuk, ill. terjesztjük ki. Legyen

$$W_N^{(\mathcal{A})}(x_1,\ldots,x_N) := \sup_{(p_k)\in\mathcal{A}} \sup_{0\leq t\leq 1} \left| \sum_{p_k\leq N} \big(1(x_{p_k}\leq t)-t\big) \right|,$$

ahol $\mathcal{A}$ pozitív egész számok sorozatainak tetszőleges osztályát jelenti. Mauduit és Sárközy eredeti definíciójában $\mathcal{A}$ a lineáris sorozatok halmaza volt, de számos más osztály is érdekességgel bír, hiszen egy "igazi" véletlen sorozat nemlineáris rśzsorozatai is véletlenek. Fő eredményünk azt mutatja, hogy a $W_N^{(\mathcal{A})}(x_1,\ldots,x_N)$ mennyiség viselkedése az $(x_n)_{n\geq 1}$ sorozat tulajdonságain kívül az $\mathcal{A}$ osztály metrikus entrópiájától függ. Pozitív egész számok A és B halmazai esetén jelölje

$$d(A,B;N) = N^{-1}\sum_{n\leq N} |1(n\in A)-1(n\in B)|$$

a két halmaz normált Hemming távolságát, és legyen $\kappa(\mathcal{A};\delta,N)$ a megfelelő entrópiafüggvény, azaz azon $A_1,\ldots,A_m$ halmazok maximális száma, melyre teljesül $d\left(A_i,A_j;N\right)>\delta,\ \ 1\leq i,j\leq m$. Többek között megmutattuk, hogy ha $\eta_1,\eta_2,\ldots$ független, a $(0,1)$-ben egyenletes eloszlású valószínűségi változók, akkor 1 valószínűséggel bármely $\alpha>1/2$–re

$$W_N^{((\mathcal{A})}(\eta_1,\ldots,\eta_N) \ll \sqrt{N}\left((\log\log N)^{1/2}+\log\kappa\left(\mathcal{A};N^{-\alpha},N\right)\right).$$

Ha az $\mathcal{A}$ oszály egyedül az $\mathbb{N}$ sorozatból áll, ez az empirikus eloszlásfüggvényekre vonatkozó Chung-Szmirnov iterált logaritmus tételre egyszerűsödik, és a jobb oldalon a $(\log\log N)^{1/2}$ dominál akkor is, ha $\mathcal{A}$ nem túl nagy. Tipikus esetekben azonban a nagyságrend a $\log\kappa(\mathcal{A};N^{-\alpha},N)$ metrikus entrópiától függ. A [46], [58] dolgozatokban számos hasonló eredményt bizonyítunk gyengén függő valószínűségi változók, valamint speciális pszeudovéletlen konstrukciók esetén. Megmutatjuk például, hogy ha $\eta_k=\eta_k(\omega)=\{n_k\omega\}$ egészek egy növekvő (n_k) sorozatára és $\kappa(\mathcal{A};\delta,N)\leq C\delta^{-v}$ valamely $v\geq 0$ esetén, akkor 1 valószínűséggel

$$W_N^{(\mathcal{A})}(\eta_1,\ldots,\eta_N) \ll N^{\frac{v+1}{v+2}}(\log N)^{\frac{3}{v+2}+\varepsilon}.$$

Analízisbeli alkalmazások

[40], [55], [59] dolgozatainkban az analízis egy klasszikus objektumával, az $\{n_k\alpha\}$ sorozattal foglalkoztunk, ahol (n_k) egész számok egy növekvő sorozata és α egy irracionális szám. H. Weyl egy ismert tétele szerint e sorozat majdnem minden α-ra (a Lebesgue mérték értelmében) egyenletes eloszlású $(0,1)$-ben. A sorozat pontos diszkrepanciája csak két speciális esetben ismert: $n_k = k$ (Kesten (1964)) és az $n_{k+1}/n_k \geq q > 1$ hézagos esetben (Philipp (1975)). Philipp megmutatta, hogy ebben az esetben majnem minden α-ra

$$1/4 \leq \limsup_{N\to\infty} \frac{ND_N(\{n_k\alpha\})}{\sqrt{N\log\log N}} \leq C(q). \tag{2}$$

Ez azt mutatja, hogy az $\{n_k\alpha\}$ sorozat úgy viselkedik, mint egy független valószínűségi változó sorozat. Megjegyzendő azonban, hogy a konstans általában különbözik a független valószínűségi változók esetén fellépő $1/\sqrt{2}$-től, és megoldatlan kérdés, hogy (2)-ben a limsup mindig konstans-e. Exponenciálisnál lassabban növő (n_k) esetén (2) általában nem igaz (Berkes és Philipp (1994)) és néhány speciális példától eltekintve ebben az esetben semmilyen eredmény nem ismert. [40], [55] és [59] dolgozatainkban e kérdés lényegében teljes megoldását adjuk. Megmutatjuk, hogy ha az $a_{N,r} := \#\big\{k \leq N : \ n_k \in [2^r, 2^{r+1})\big\}$ "sűrűségi" értékekre teljesül a centrális határeloszáselméletből ismert "egyenletes aszimptotikus elhanyagolhatósági" feltétel, akkor (2) igaz marad a $\sqrt{B_N^2 \log\log B_N^2}$ normáló faktorral, ahol $B_N = (\sum_{r=0}^{\infty} a_{N,r}^2)^{1/2}$. Heurisztikusan ez azt jelenti, hogy az

$$X_N = \sum_{n_k \in [2^N, 2^{N+1})} \mathbf{1}_{[a,b)}(\{n_k\omega\}).$$

mennyiségek úgy viselkednek ebben az esetben is, mint független valószínűségi változók. Megmutattuk azt is, hogy ha az

$$a_1 n_{k_1} + \cdots + a_4 n_{k_4} = b \qquad 1 \leq k_1, \ldots, k_4 \leq N$$

diophantoszi egyenletnek nincs "túl sok" megoldása, akkor a (2) iterált logaritmus tétel az eredeti formájában teljesül. Végül igazoltuk, hogy (egy alkalmas definició szerint) "majdnem minden" (n_k) sorozatra a fenti diophantoszi feltétel teljesül, más szóval az $\{n_k\alpha\}$ sorozat diszkrepanciájának "tipikus" viselkedését (2) írja le.

A fentivel rokon kérdésekkel foglalkozik [60] dolgozatunk is, melyben a harmonikus analízis egy sokat vizsgált kérdésével, a $\sum_{k=1}^{\infty} c_k f(n_k x)$ alakú sorok konvergenciájával kapcsolatban bizonyítunk számos új eredményt. Többek között pontos leírását adjuk azon f függvényeknek, melyre a fenti sor minden $\sum c_k^2 < \infty$

és bármely szubexponenciálisan növekvő (n_k) sorozat esetén majnem mindenütt konvergens. Míg e konvergencia bizonyos Dirichlet sorok korlátosságát követeli meg, lassabban növekvő (n_k) esetén a fenti sorok viselkedése az (n_k) sorozat számelméleti tulajdonságaival van kapcsolatban. Megvizsgáltuk azt az esetet is, mikor az (n_k) sorozat véletlen (p. egy bolyongás által van definiálva); többek között a Carleson-féle konvergenciatétel véletlen frekvenciákra vonatkozó kiterjesztéseit bizonyítottuk.

Egyéb témák

[27], [41], [47], [48] dolgozatainkban a klasszikus határeloszláselmélet kérdéseivel foglalkozunk. [27]-ben a független valószínűségi változók alsó-felső osztály viselkedését leíró Kolmogorov-Erdős-Feller-Petrovski teszt részsorozatokra vonatkozó analogonját bizonyítjuk be. Ez elegendően ritka részorozatok esetén a klasszikustól lényegesen eltérő nagyságrendet szolgáltat. [48]-ben a nagy számok erős törvénye "teljes konvergenciára" vonatkozó Hsu-Robbins-Erdős féle alakját vizsgáljuk szériasorozatok esetén. [41]-ben a független valószínűségi vátozók normált részletösszegei maximumára vonatkozó Darling-Erdős tétel egy pontonkénti változatát igazoljuk. Végül [47]-ben a Hartman-Wintner féle iterált logaritmus tétel súlyozott összegekre való kiterjesztésével foglalkozunk.

A [19] cikkben új és éles Qi- és Diaz–Metcalf-típusú egyenlőtlenségeket bizonyítunk, illetve már ismerteket javítunk meg a konvexitási módszer alkalmazásával.

Statisztikai elemzésekben gyakran szükséges, hogy a klasszikus Bienaymé–Csebisev, illetve Gauss–egyenlőtlenségeknél élesebb becslést adjunk valamelyik momentum függvényében olyan szimmetrikus valószínűségeloszlás farkára, amely egy ismert szimmetrikus eloszlás skálakeverékeként állítható elő. [32]-ben éles egyenlőtlenségeket bizonyítottunk ilyen keverékek egy általános osztályára, amely számos fontos speciális esetet tartalmaz.

A 70-edik születésnapot ünneplő [15] cikkben összefoglaljuk Csörgő Miklóssal közös eredményeinket. Ezek nagy része jól illik a jelen OTKA kutatás témái közé.

A [28] dolgozat egy megemlékező cikk Vincze István munkásságáról. Ennek jó része ugyancsak beleillik a jelen OTKA kutatás témái közé.

2008 február 25.

Témavezető
Csáki Endre