

A mezoszkopikus és kvantum kaotikus rendszerek statisztikai illetve dinamikai tulajdonságainak felderítése ma már igen sokrétű feladat. A módszerek és a modellek bő tárháza áll rendelkezésre, mégis jelen pályázatunkban egyrészt azt tűztük ki célul, hogy újfajta módszerekkel próbálkozzunk, illetve fejlesztünk ki és ismert fizikai rendszerek tanulmányozásával tökéletesítjük őket, másrészt még kevésbé ismert modelleket vizsgálunk. Ennek megfelelően többféleképpen is lehet az eredményeinket csoportosítani, bemutatni: alkalmazott, kifejlesztett módszerek illetve tanulmányozott modellek szerint.

Elsőként egy általunk fejlesztett, új módszerről számolunk be. Megmutatjuk, hogy bonyolult, sokelektronos, kiterjedt rendszerek vizsgálatára alkalmasan választhatunk adaptív felbontással rendelkező módszert.

## 1. Wavelet vagy többszörös felbontású analízis

Az utóbbi időben kutatásaink arra irányultak, hogy a nagy kiterjedésű és bonyolult szerkezetű elektroneloszlásokat hogyan lehet egyszerű rekurzív lépések egymás utáni sorozataként leírni. Ebben az utóbbi 15 évnek az alkalmazott matematikában elért eredményei voltak segítségünkre. A Hilbert tereknek léteznek olyan hierarchikus bázisrendszerei, amelyek a leírás finomságának, felbontásának egymásra épülő szintjét alkotják. A hullámfüggvényeknek az ilyen típusú dekompozícióját „többszörös felbontású analízisnek” (multiresolution analysis, MRA), máskor „wavelet analízisnek” nevezik. Az ilyen felbontások előnyösen alkalmazhatók amiatt, hogy a rendszerek durva, átlagtér leírása sok esetben már megfelelő eredményekhez vezet, sőt az eloszlások részleteinek hozzá vétele a pontosságon általában javítani szokott. A sűrűségek és sűrűségoperátorok MRA felbontása ezt a tapasztalatot fogalmazza meg precíz matematikai eszközökkel, és lehetővé teszi azt is, hogy a rekurzív lépések során az előállítások pontosságát tetszőlegesen fokozhassuk. Ez azonban az ilyen típusú bázisrendszerek alkalmazásának csak egyik – bár nagyon lényeges – előnye. Különlegesen fontos az a tény, hogy a wavelet analízis lehetővé teszi olyan bázisfüggvények használatát, amelyek a térben szigorúan lokalizáltak. A lokális tulajdonságok segítségével sikerült olyan sűrűségoperátorokat előállítanunk [4], amelyek tükrözik az elektron korrelációt és egyben biztosított az is, hogy előállíthatók olyan antiszimmetrikus  $N$ -elektron hullámfüggvényből, ahol az elektronsűrűség egy előre megadott eloszlás. Ilyen sűrűségoperátorok a sűrűségfüggvény elméletben használatos Lieb-féle funkcionálok számításánál alapvető szerepet játszanak. A lokális előállítás folyamánként sikerült azt is bizonyítanunk, hogy az az elterjedt vélekedés, miszerint az egzakt kinetikus energia funkcionál a Weizsäcker kifejezéstől a részecske statisztika miatt tér el, nem állja meg a helyét. Lehetséges volt ugyanis olyan – a Pauli elvet kielégítő – sűrűségoperátort előállítani, amely egzaktul a Weizsäcker-féle kinetikus energia funkcionálhoz vezet.

A kutatásokat folytatva, az alkalmazások szempontjából fontos kérdéseket vizsgáltunk meg. A tanulmányozott kérdés lényegét úgy világíthatjuk meg, hogy a numerikus számítások során az elektron rendszerek sűrűségoperátorának, ill. hullámfüggvényének pontosságát rekurzív lépések segítségével egyre javítjuk, miközben a kifejtéshez egyre finomabb rácson definiált wavelet bázisfüggvényeket adunk hozzá. Az elképzelés naiv alkalmazása azonban numerikusan kezelhetetlen algoritmusokhoz vezet, tekintettel arra, hogy a felbontás finomításával az újonnan belépő bázisfüggvények száma exponenciálisan nő. A [9] munkánkban azonban megmutattuk, hogy a rács finomítását nem szükséges a tér minden tartományában egyenletesen elvégezni, hanem csak azokon a helyeken, ahol az elektron szerkezet különösen részlet gazdag. Jellegzetesen ilyen tartomány a magok körüli csúcs (cusp) környéke. Az aszimptotikus tartományokban, ill. a kémiai kötések helyén a leírás nagy precizitással megvalósítható meglepően durva rácson segítségével is, és így sikerült a rendszer pontos leírásához szükséges bázisfüggvények számát a numerikusan kezelhető határokon belül tartani.

Egy molekula vagy szilárdtest elektronszerkezete a tér különböző pontjain más és más jelleget ölthet: az atommagok környezetében a sűrűség és a hullámfüggvény nagy abszolút értékű, és rendkívül gyorsan változó, a magoktól távoli, aszimptotikus tartományokban mindkettő kicsi és sima, a kötéseknel pedig közepes. A waveletek és változó felbontású analízis lehetőséget biztosítanak arra, hogy egy függvény különböző térbeli darabjait egyszerre különböző felbontással kezeljük. Az

atommagok környékén elég nagy felbontás szükséges, az aszimptotikus régiókban már akár 1-0,5 atomi egységes rácson vett waveletekkel is jól vissza lehet adni a sűrűséget, míg a kötések helyein ennél néhány felbontási szinttel finomabb reprezentáció szükséges. Az atomi rendszerek elektronsűrűségének kifejtéséhez szükséges waveletek száma 1, 2 és 3 dimenzióban is az elektronok számának logaritmusával skálázódik

A kölcsönható elektronrendszerek leírásában döntő fontosságot játszik az antiszimmetrikus hullámfüggvényeknek az a szerkezete, amely egy egyszerű Slater-determináns segítségével történő reprezentációján túl mutat. Ezt a tulajdonságot a korábbi kvantumkémiai, szilárdtest fizikai irodalomban az elektron korreláció jelenségével azonosították, míg a manapság robbanásszerűen fejlődő kvantum információ elmélet ugyanezre az összefonódás fogalmat használja. Az [10] cikkünkben az antiszimmetrikus állapotok összefonódottságának mértékét Neumann és Rényi entrópiák segítségével vizsgáltuk. A számításokat két-elektron rendszerekre felírt modell sűrűségoperátorokkal végeztük, amely esetben sikerült egzakt eredményeket kapnunk. Megmutattuk azt is, hogy általános esetben (a hullámfüggvény szimmetriájára kikötést nem téve) az entrópiák a 0 és 2 érték között mozognának, azonban az antiszimmetria megkötése az entrópiákra 1 alsó korláthoz vezet. Az állítás ugyan más speciális összefüggésben már korábban is ismert volt, azonban mi mutattuk meg, hogy az általános Pauli-elv következtében ez a határ a hullámfüggvények ún. N-reprezentálhatóságának szigorú következménye. Két megkülönböztethető részecske esetén a kvantum összefonódottság kérdése már jó ideje intenzíven kutatott terület. Megkülönböztethetetlen fermionok esetében azonban a hullámfüggvény antiszimmetria tulajdonsága olyan, formailag összefonódottságnak tűnő leíráshoz vezet, amelynek fizikai tartalma az egyetlen Slater-determinánssal leírható állapotok esetében nincsen. Valódi összefonódottságot csak akkor észlelhetünk, ha a hullámfüggvény nem hozható Slater-determináns alakra. Ez láthatóan az elektron korreláció fogalmával azonos koncepcióhoz vezet. Ezt a kérdést vizsgáltuk részletesen ebben a publikációban. Egzakt formulákat vezetünk le a Schmidt dekompozícióhoz hasonló Slater dekompozíció felhasználásával a sűrűségmátrix Neumann és Rényi entrópiáira. Ezek a mennyiségek az összefonódottság mértékének tekinthetők. Megmutattuk, hogy a megkülönböztethetlenség az általánosított Pauli-elv következtében ahhoz vezet, hogy az entrópia a  $0 \leq S$  egyenlőtlenség helyett a  $1 \leq S$  feltételnek tesz eleget. Rámutattunk továbbá az  $S_{\min}=1$  összefüggés egy érdekes geometriai interpretációjára.

## **2. Kvantum káosz szilárdtestekben**

A következőkben egyrészt újfajta, klasszikusan kaotikus mezoszkopikus rendszerek néhány érdekes tulajdonságát taglaljuk, illetve többféleképpen is megvizsgáljuk, hogy a fázistérbeli leírás milyen előnyös lehet akkor is, ha a problémának nem létezik klasszikus határeset.

### **2.1 Inverz mágneses és hibrid biliárdok**

Az [5] publikációnkban a klasszikus mechanika alapján tanulmányoztuk a kétdimenziós elektrongáz dinamikáját inhomogén mágneses térben. Modellünkben egy végtelen kétdimenziós elektrongázt tekintettünk merőleges mágneses térben úgy, hogy egy véges, (esetünkben Bunimovich) stadion alakú tartományban a mágneses tér zérus, de körülötte konstans. Az ilyen rendszereket inverz mágneses doménnek nevezzük, amelyek például normál fém által körülvett szupravezetők esetén is létrejöhetnek. Megmutatható, hogy végtelen mágneses tér esetén visszakapjuk a szokásos, kaotikus, ergodikus viselkedést, de gyengébb mágneses tér esetén kevert fázistér is kialakulhat, a kaotikus tartomány fokozatosan leszűkül. A Jacobi tereken alapuló módszerrel kiszámoltuk a rendszer Poincaré metszetében a kaotikus és az integrálható tartományok arányának és a Lyapunov exponensnek a mágneses tértől való függését. A rendszerben a Lyapunov exponens a mágneses térrel „hangolható”, és így a rendszer klasszikus dinamikája a geometria módosítása nélkül változtatható. Az eredmények alapján azt várjuk, hogy például a rendszer vezetőképessége, az antidotokhoz hasonlóan függ a külső tértől. Publikációnkban a rendszer kísérleti megvalósítását is taglaltuk.

Az ún. hibrid mezoszkopikus rendszerek kutatása továbbra is egyik fő kutatási területünk. Az ilyen rendszerekben, egymás mellett van jelen normál állapotú, illetve szupravezető fém. Speciális esetüket

Andreev biliárdnak hívjuk, melyek olyan normál fémből állnak, amelyeket szupravezető vesz körül. A furcsaságuk a szupravezető határán történő visszaverődésben áll: a sebesség minden komponense előjelet vált szemben egy normál reflexióval, ahol csak a merőleges komponens vált előjelet. Zérus mágneses tér esetén ezek a biliárd rendszerek integrálhatóak, minden az Andreev-féle határvonalat érintő pálya marginálisan stabil. Ezzel szemben, ha a részecske két Andreev reflexió között hosszú utat tesz meg, kaotikus viselkedést mutathat. A munkában a normál vezető rendszer egy módosított változattal áll kapcsolatban. Megvizsgáltuk a korrelációk lecsengését és más ehhez kapcsolódó mennyiségeket. Az Andreev típusú rendszerek diszkrét idejű változata dinamikai mennyiségek vizsgálatát teszi lehetővé.

A korábbi eredmények azt mutatták, hogy a biliárd geometriája alapvetően fontos. Az energia spektrum különféle tulajdonságokat mutat a határfelület struktúrájától függően. Néhány speciális esetben minigap is kialakul a spektrumban. Azonban ez a minigap csak akkor jelenik meg, ha az Andreev-reflexió tökéletes. Valóságos mérésekben mindig létezik valamilyen gát a fém-szupravezető határfelületen, ami az Andreev-reflexió tökéletlenségét vonja maga után. Kutatásunkban megvizsgáltuk az ilyen tökéletlenség hatását az energia spektrumra.

A [7] cikkben illetve több konferencia poszteren, ennek a kérdéskörnek jártunk utána. A cikkben egy körcikk alakú normál/szupravezető biliárd rendszer energia-spektrumát számítottuk ki a Bogoljubov de Gennes egyenlet megoldásával. Figyelembe vettük az effektív tömeg és a Fermi-energia eltérését a határfelületek két oldalán. A határfelületen kialakuló potenciálgátat a peremre koncentrált Dirac-delta potenciállal vettük figyelembe. Az állapotsűrűségekre analitikus formulát adtunk szemiklasszikus közelítésben. Megmutattuk, hogy a spektrumban gap keletkezik, mely szemiklasszikusan értelmezhető. Tanulmányoztuk a gap módosulását a határfelületen kialakuló potenciálgát és a normál/szupravezető tartományok eltérő paramétereinek hatására.

A továbbiakban megemlítem, hogy néhány eredményünket csak konferenciákon tettünk közzé. Az egyik esetben megmutattuk, hogy a létrejövő minigap a potenciálgát növekedésével csökken. Megvizsgáltuk a paraméterek ugrásának hatását is. Tökéletes határfelület esetére egyszerű kifejezést vezetünk le szemiklasszikusan a minigap értékére. Egy másik alkalommal szemiklasszikus közelítéssel Andreev illetve „suttogó” állapotokat azonosítottunk. A közelítéssel kapott állapotsűrűséget összevetettük egzakt kvantum mechanikai számítással. Megvizsgáltuk a határfelület minőségének hatását a spektrumra. Megmutattuk, hogy a nem tökéletes határfelület a normális visszaverődési valószínűség növekedését eredményezi és elnyomja az Andreev állapotok szerepét. Az Andreev reflexiók valószínűségének erős energia illetve szögfüggését találtuk még tökéletes határfelület esetén is. A témakörrel egyikünk (Pollner Péter) átfogó ismertetőt tartott a Debrecenben tartott posztdoktori ösztöndíjasok találkozáján *Golyók és lyukak hideg biliárdasztalon, fém-szupravezető hibridek szemiklasszikus fizikája* címmel.

## 2.2 Rendezetlen rendszerek vizsgálata a fázistéren

Másik fontos kutatási irányzatunk a kvantum káosz illetve a rendezetlen rendszerek közös vizsgálati módszereinek fejlesztése illetve alkalmazása. Ilyen módszer a szokásos koordináta illetve impulzus reprezentációk helyett a fázistér reprezentációt használni.

A [2] cikkben megmutattuk, hogy a kvantummechanikai állapotokból számított és a fázistéren értelmezett Husimi függvények alakját jól jellemzik azok a Rényi entrópiák, melyeket már más területen is sikeresen alkalmaztunk (ld. a beszámoló **1.** pontja). Megmutattuk, hogy a Rényi entrópiák különbségei mentesek a folytonos eloszlások esetében tapasztalható divergenciától, ami a fázistér minden határon túl finomodó felosztásából fakad. Ezért javaslatot tettünk, hogy ilyen mértékeket válasszunk a folytonos eloszlások leírására. Azt is megmutattuk, hogy abban az esetben, ha a probléma fázistéren semmilyen struktúra nincsen (nem léteznek szigetek, attraktorok, stb), akkor a Husimi függvény marginális eloszlásait jellemző paraméterekből reprodukálhatjuk a teljes eloszlás (de)lokalizációs tulajdonságait. Ennek akkor van jelentősége, ha például olyan rendszereket vizsgálunk, mint például véletlen potenciálban mozgó elektronok kvantummechanikai modellje, ld.

Anderson modell. A lokalizáció illetve a diffúzív viselkedés részleteiről mélyebb ismereteket szerezhetünk ilyen fázistér reprezentációban. A módszer alkalmazhatóságát az egydimenziós Anderson modellen mutattuk be.

Ennek a munkának a folyamányaként a fázistér koncepciónak a kvantum mechanikában történő alkalmazását tűzte ki célul az augsburgi egyetem egy csoportjával létre jött együttműködés. A kvázi-periodikus (Aubrey-André- más néven Harper modell) rendszerben létrejövő fém-szigetelő átalakulást vizsgáltunk a fázistéren, vagyis az imént említett koherens állapot (Husimi) reprezentációban. Az erősen kötött közelítésben eltűnő potenciál esetén ugyanis az impulzus reprezentáció, végtelen potenciál esetén a koordináta reprezentáció használata volna kézenfekvő. A két reprezentációt a Husimi-függvény használatával a fázistéren egyszerre tudjuk szemléltetni. Más szempontból pedig a modell az impulzus és a koordináta reprezentációra nézve egy bizonyos dualitással is rendelkezik, amely az átalakulásnál ön-dualitást eredményez. Megállapítottuk, hogy a kritikus pontot kivéve a potenciál erősségének növekedésével a sajátállapotokra az impulzustérbeli viselkedés dominál, a fázistéren folyamatos összehúzódást tapasztaltunk. A kritikus pont közvetlen környezetében azonban fázistérbeli szétterjedést tapasztaltunk. Eredményeinket a [6] online folyóiratban tettük közzé melyben kihasználtuk, hogy az internetes verzióban moziszerű megjelenítést is bemutathattunk. A témában meghívott előadást tartott Varga Imre a *Quantum Chaos in the 21st Century* c. konferencián 2004. aug. 16-20, Cuernavacán, Mexikóban

A témakörhöz tartozik még egy másik együttműködésből származó munka bár témáját tekintve a **3.** ponthoz is kapcsolható. A statisztikus mechanika Wigner-féle formalizmusában a Wigner-Liouville-szerű egyenletek numerikus megoldását végeztük el és ezzel kvantum részecskék dinamikáját vizsgáltuk ismételten a fázistéren. Ez a megközelítés a molekuláris dinamika és a Monte Carlo módszerek kombinációjaként fogható föl, melyben releváns dinamikai mennyiségek spektrumát illetve nyomát számítjuk ki. A módszert már sikerrel alkalmazták mások a Wigner-kristály olvadását tanulmányozó munkákban. A mi esetünkben elektron-lyuk párok (esetleg excitonok) kialakulását vizsgáltuk félvezetőkben. A jelen kutatási témához kapcsolódóan olyan alkalmazást választottunk, melyben a kölcsönható elektronok sokaságát tekintettük véletlenszerűen elhelyezkedő töltött szóró-centrumok között. Vezetőképeséget számítottunk az áram-áram korrelációs függvény meghatározásával. A szimuláció alapján úgy találtuk, hogy az elektronok közötti kölcsönhatás valóban hozzájárulhat az elektromos vezetőképesség növekedéséhez. Ez a megközelítés biztatónak mondható mivel a fázistérbeli leírás mód ötvözi a kaotikus rendszerekre kidolgozott módszereket a jelen esetben a rendezetlen, kölcsönható rendszereknél alkalmazott technikával. Eredményeinket a [8] publikációban tettük közzé.

### **2.3 Egyéb lokalizáció**

A rendezetlen rendszerekben létrejövő térbeli lokalizáció illetve a kvantum káosznál tapasztalható fázistérbeli (de)lokalizáció után új próbálkozásként molekuláris pályák lokalizáltságát is vizsgáltuk. Ennek érdekében a töltésvektorok súlypontját határoztuk meg víz-víz illetve metán-víz komplexek esetén. Ez a vizsgálat a hidrogén híd-kötés természetének mélyebb megértését teszi lehetővé. Tapasztalatunk szerint, mind az akceptor magányos pár illetve a donor kötőpár centroidja eltolódik, ezért a víz-víz rendszerben létrejövő hidrogénkötés létrejöttében meghatározó szerepet játszanak. Ezzel szemben a metán-víz rendszerben a proton akzeptorként viselkedő víz molekula töltéseloszlása nem járul számottevően a hidrogén kötés kialakulásához, ezért tapasztalunk ebben az esetben lényegesen gyengébb hidrogénkötést. Az eredményeket az [1] cikkben tettük közzé.

### **3. Dinamikai vizsgálatok**

Ebben a részben azokat az eredményeinket ismertetjük, melynek során mezoszkópikus illetve kvantum kaotikus rendszerek dinamikai jellemzőit tanulmányoztuk. Ezek között nagy hangsúlyt kapott a rendezetlen félvezetőben lézérimpulzus hatására kialakuló elektron-lyuk plazma viselkedése, illetve rendezetlen rendszerek szórási tulajdonságai.

### 3.1 Elektron-elektron szóródás erős rendezetlenség jelenlétében

Több olyan fizikai folyamatot is ismerünk, melynek gátat szabnak a részecskék közötti szórási folyamatok. Példaként említeném azt a fázis koherens jelenséget, melyet áram visszhangnak nevezhetünk. Ebben az esetben egy megfelelő lézerrimpulzussal olyan gerjesztést adunk egy félvezetőnek, melynek következtében makroszkopikus áram indukálható. Ez az áram rendezetlenség következtében lecsökken. Egy  $\tau$ -idejű késleltetéssel ismételt gerjesztést követően  $t=2\tau$  pillanatban spontán áram visszhang kialakulása várható, melynek amplitúdójából kísérleti esetben a rendszerben levő fázisvesztésre lehet következtetni. A jelenség megfigyelhetőségét tehát erősen befolyásolja a fázisvesztési idő és a késleltetési idő viszonya. Ezért egy egyszerű modellen megpróbáltuk megbecsülni, hogy egy erősen rendezetlen rendszerben a Coulomb-szórás rátája, hogyan függ a rendezetlenség mértékétől. Ez azért szükséges, mert a rendezetlenség növekedtével egyre könnyebb áramvisszhangot kelteni. Kérdés, hogy a Coulomb-szórás ideje növekszik-e a rendezetlenséggel. Ismeretes, hogy kis rendezetlenség hatására ez az idő csökken, a ráta növekszik.

A [3] publikációban egy véges zárt rendszerben keltett, a Hartree-Fock közelítésben kiszámított egy-részecske állapotok fölött értelmezett nem-egyensúlyi betöltésből indultunk ki. A rendezetlenséget egzaktul kezeltük. Majd a megvizsgáltuk, hogy ez a nem-egyensúlyi eloszlás az elektron-elektron kölcsönhatás következtében hogyan alakul át egy effektív Fermi-Dirac eloszlásba. Ennek a folyamatnak a dinamikáját numerikus szimulációval tanulmányoztuk megoldva a Boltzmann típusú egyenletet másodrendű Born közelítésben. A vizsgált modell egydimenziós, rendezetlen, az elektronok között rövid illetve hosszú hatótávolságú kölcsönhatást tételeztünk föl. Munkánkban az optikai gerjesztések igen rövid időskálájú termalizációját vizsgáltuk. Azt tapasztaltuk, hogy modellünkben a rövid hatótávolságú kölcsönhatás gyenge rendezetlenség esetén a várt módon gyorsabb relaxációt eredményezett, mint a rendezett esetben. Elegendően erős rendezetlenség esetén azonban a tendencia megfordult, a relaxációs ráta csökkent. Ez azért következik be, mivel az alkalmazott közelítésben a relaxációs ráta az egy-részecske bázisban felírt kölcsönhatási mátrixelem négyzetével arányos, ami fokozódó rendezetlenség hatására rohamosan csökken az egy-részecske állapotok csökkenő lokalizációs térfogata miatt. Eredményünk alapján arra következtethetünk, hogy az áram visszhanggal kapcsolatos kísérleti próbálkozások várhatóan az erős rendezetlenségi tartományban sikeresek lehetnek.

### 3.2 Elektron-lyuk állapotok élettartama, fotolumineszcencia, rendezetlen félvezetőkben

Egy másik munkában [12] a fotolumineszcencia mikroszkopikus modelljét vizsgáltuk erősen rendezetlen félvezetőben. Cikkünkben először sikerült egy egyszerű egydimenziós félvezető modell segítségével az elektron-lyuk párok dinamikáját, radiatív rekombinációját tanulmányozni rendezetlenség jelenlétében, figyelembe véve a kölcsönhatás valamint a véges hőmérséklet szerepét is. A félvezetőt két-sáv modellel írtuk le, de mind a töltéshordozó részecskéket, mind pedig a rekombináció következtében keletkező fotonokat kvantummechanikai szinten tárgyaltuk. Az elektron-fonon kölcsönhatástól eltekintettünk. Kiszámítottuk az abszorpció, illetve a fotolumineszcencia spektrumot, melyből egy termodinamikai relációt, valamint Stokes-eltolódást számítottunk ki. Ezen kívül olyan mennyiség eddig ismeretlen statisztikus eloszlására is következtettünk, mint például az elektron-lyuk párok radiatív élettartama. A jelen beszámoló szempontjából ez utóbbi mennyiségre térünk ki. Meglepő módon kis rendezetlenség esetén azt tapasztaltuk, hogy a számított élettartam lognormális eloszlású, de a rendezetlenség növelésével és alacsony hőmérséklet esetén hatványfüggvény eloszlásává válik,  $P(\tau) \sim 1/\tau$ . A jelenség pontos okát nem tudjuk még de több szempontból is figyelemre méltó ez az eredmény: egyfelől igen hasonló viselkedés tapasztalható általában a nyitott rendezetlen rendszerekben a rezonanciák szélességének eloszlására vonatkozóan, illetve a hierarchikus relaxációjú rendszerekben, például a spinüvegeknél. A rekombinációs időnél tapasztalható igen széles eloszlásfüggvény egy másik analógiára is felhívja a figyelmet: ismeretes hogy egy kontinuumhoz csatolódó két állapot számára a Fano rezonancia jelenségén keresztül szokatlanul meghosszabbodhat a kontinuumba történő átugrási idő. A mi esetünkben két vagy több e-h pár közelítőleg hasonló csatolódása a fotontérhez eredményezhet anomálishan lassú rekombinációt is,



ami lognormális illetve hatvány függvény eloszláshoz vezethet. Ezeket a lehetőségeket a közeljövőben kívánjuk feltérképezni.

Beküldés előtt áll az előbbi munkának egy rendkívül izgalmas továbbfejlesztése, [13], melyben azt az eredményt mutatjuk be, hogy a rekombinációból származó foton interferenciáját felhasználva közvetett képet nyerhetünk egy félvezető belsejében levő rendezetlenségről. A spontán emittált fotonok térbeli autokorrelációja információt hordoz az elektron-lyuk-pár sajátállapotok térbeli eloszlásáról, ami ennek megfelelően közvetlen információval szolgál a részecskepárok által észlelt effektív potenciál alakjáról, azaz amplitúdó eloszlásáról és térbeli korrelációi nagyságáról. A matematikai és numerikus alapokon nyugvó módszert analitikusan és numerikusan is jól kezelhető eseteken teszteltük. Az így felvázolt módszer egy új, optikai kísérleti módszer lehet, ami alkalmas félvezetők rendezetlenségének jellemzésére. A dolgozatot a Phys. Rev. Lett. című folyóiratban szeretnénk megjelentetni.

Egy másik munkában, [11], olyan véletlen mátrix modell szórási viselkedését tanulmányoztuk, mely zárt esetben éppen az Anderson-féle fém-szigetelő átmenet viselkedését reprodukálja. A modellben a zérus átlagú mátrixelemek szórása a diagonálistól távolodva hatványfüggvény szerint csökken, melynek eredményeképpen ún. kritikus spektrális statisztikát illetve multifraktál viselkedéssel bíró saját állapotokat kapunk. Ezt a modellt több, az Anderson-féle fém-szigetelő átmenettel kapcsolatos vizsgálatra sikerrel felhasználtuk. Az eddigi eredményeinkhez a modellt a környezetétől elzártan vizsgáltuk. Jelen munkánkban egy végtelen elektródát csatoltunk a rendszerhez annak megállapítására, hogy a sajátértékekből kialakuló rezonanciák eloszlása illetve a bejövő síkhullám által a rendszerben eltöltött, ún. Wigner-féle késleltetési idő eloszlása milyen kapcsolatban állnak egymással jóllehet kiszámításuk minden egyes véletlen realizációra teljesen függetlenül történik. Eredményeink szerint mindkét mennyiség tipikus értéke a rendszer mérettel az ún.  $D_2$  korrelációs dimenziótól függő exponenssel skálázódik. Ismeretes, hogy más mennyiségeket is a  $D_2$  határozza meg: szintkompresszibilitás, anomális diffúzió, stb. Megállapíthatjuk, hogy az ún. kritikus rendszerek szórási tulajdonságai is a zárt rendszer sajátállapotainak multifraktál tulajdonságaitól függenek. Eredményeinket a Phys. Rev. B című folyóirathoz küldtük be.

### ***Folyamatban levő projektek***

Végezetül meg kell említenünk, hogy több a jelen pályázatunkban tervezett kérdés megválaszolásával kapcsolatosan jelentős előrelépést tettünk javarészt hallgatók diplomamunka tervezési munkájának bevonásával, melyek eredményei a közeljövőben várhatóak.

### **1. Loschmidt-echo kevert fázis tér esetén**

Befejezéshez közeledik annak a vizsgálata, hogy egy kvantum kaotikus rendszerben egy periodikus pálya bifurkációja milyen hatással van a Loschmidt-echo-ra. A Loschmidt-echo annak vizsgálata, hogy egy kiinduló hullámcsomagot két, egymástól kis perturbációval eltérő időfejlődésnek vetünk alá, majd az idő előrehaladtával megvizsgáljuk, hogyan csökken az időfejlesztett állapotok átfedésének abszolút érték négyzete. Úgy látjuk, hogy a bifurkáció által keltett fázistér struktúrák erős interferenciát keltenek a Loschmidt-echo-ban.

### **2. Szintdinamika hatvány függvény sáv mátrixokban**

Eddigi eredményeink azt mutatják, hogy a szintsebesség négyzetes átlaga is a  $D_2$  exponenssel skálázható, aminek segítségével a tipikus szintgörbület, ami lényegében a vezetőképesség, is hasonlóan a  $D_2$  exponenstől függ. További szimulációkkal szeretnénk megkapni mindkét mennyiség, a szintgörbület illetve a szintsebesség skála független eloszlásfüggvényét.