Biró András (Divisibility of integer polynomials and tilings of the integers,) megjavítja Ruzsa és Kolountzakis (egymástól függetlenül elért) egész számok parkettázására vonatkozó eredményét. A bizonyítás alapja egy egész együtthatós polinomokra vonatkozó tétel.

Biró András (Strong characterizing sequences of subgroups of compact groups) erősíti és általánosítja a korábban T. Sós Verával és J-M. Deshouilers-val közösen nyert, az egységkör megszámlálható részcsoportjainak jellemzésére vonatkozó eredményeket.

Biró András „Characterizations of groups generated by Kronecker sets" c. cikkében az egységkör bizonyos nem megszámlálható részcsoportjaira (ún. Kronecker-halmazok által generált részcsoportok) terjeszt ki korábban megszámlálható részcsoportokra (J-M. Deshouillers és T. Sós Vera társszerzőkkel, illetve egyedül) bizonyított karakterizálási eredményeket.

Biró András „Interpolation by elliptic functions" c. cikkében Halász Gábor alábbi publikálatlan eredményét fejleszti tovább: ha adott egy rács a komplex síkon, és n adott pontban előírjuk a függvényértékeket, ez megvalósítható legfeljebb n-1 rendű elliptikus függvénnyel. Biró András eredménye szerint bizonyos triviálisan szükséges feltételek teljesülése esetén ez n-2- rendű elliptikus függvénnyel. is megvalósítható.

Elekes György és Ruzsa Imre „The structure of sets with few sums along a graph" című (Journal of Combinatorial Theory (A), 113 (2006), no. 7., 1476--1500.) cikkükben a Freiman, Balog-Szemerédi és Laczkovich-Ruzsa tételek egy közös általánosítását adják, s így egyrészt a témakört egységesítik, másrészt az eredmények segítségével számos kombinatorikus geometriai tételt általánosítanak és fejlesztenek tovább.

Elekes György Tóth Csabával közösen a térbeli pont-sík illeszkedések számára aszimptotikusan éles becslést ért el. Erről szóló, „Incidences of not too degenerate hyperplanes" című cikküket elfogadták a 21st Annual ACM Symposium on Computational Geometry (June 6-8, 2005, Pisa, Italy) konferencia kiadványába. A végleges, referált folyóiratban publikálandó verzió is készülőben van.

Elekes György Bernardo Abregoval és Silvia Fernandezzel közösen, a „Structural results for planar sets with many similar subsets" (Combinatorica} 24, 4. szám (2004) pp 541 – 554) c. cikkben az adott véges mintákból sokat tartalmazó ponthalmazok struktúráját vizsgálja. Kiderül, hogy másképp viselkednek a körbe írható minták, mint a körbe nem írhatóak.

Elekes György Szabó Endrével („How to find groups?") áttörést ért el a sok szabályosságot tartalmazó konfigurációk karakterizációjának általános problémájában, néhány korábbi eredményt jelentősen továbbfejlesztve: valós helyett komplex változókra, kétváltozós polinomok gráfjai helyett tetszőleges varietásokra, a korábbi eredmények korlátját is javítva. Fő ereményük szerint ha egy algebrai felület egy n-szer n-es Descartes-szorzatból legalább n a (2-gamma)-adikon db. pontot tartalmaz, akkor a varietás struktúrája egyszerűen leírható egy algebrai csoport művelet grafikonjának visszahúzásaként.

Elekes Györgynek és Ruzsa Imrének Hegyvári Norberttel sikerült leírniuk a különbséghalmazok viselkedését Abel-csoportokban és általánosított számtani sorozatokban. Az eredmények lényege, hogy bármilyen szabálytalan halmazból kiindulva, a különbséghalmazok egyre kevésbé lehetnek szabálytalanok.

A kombinatorikus geometria két nevezetes megoldatlan problémája n síkbeli pont között az egységtávolságok maximális, illetve a különböző távolságok minimális száma. E kérdések elsősorban azért nehezek, mert eddig
nem sikerült a körseregeket - pl. egységköröket - az egyenesektől kombinatorikus eszközökkel megkülönböztetni.
Pontosabban: nem volt ismert olyan illeszkedési struktúra egyenesek es pontok között, amelyet (egyenesek helyett) egységkörökkel ne lehetne megvalósítani. Ez irányban sikerült Elekes Györgynek (Simonovits Miklóssal és
Szabo Endrével) áttörést elérnie. Eredményük szerint egy (elég nagy véges) négyzetrács egyenesei és átlói a rácspontokkal olyen illeszkedési struktúrat definiálnak, ami semmilyen pont- es egységkör-halmazzal sem realizálható. A felhasznált új módszereket l. a következő szakaszban.

Elekes György és Szabó Endre egy korábbi eredménye szerint egy algebrai felület akkor és csak akkor tartalmazhat egy alkalmas n-szer n-es Descartes-szorzatból legalább n a (2-gamma)-adikon db. pontot, ha a varietás struktúrája egyszerűen leírható egy algebrai csoport művelet grafikonjának visszahúzásaként. Most Elekes György (Simonovits Miklóssal es Szabó Endrével) egyszerű, jól kezelhető feltételt adott arra, hogy a fenti ,,különleges" eset ne állhasson fenn. A feltétel komplex hatványsorok analitikus kiterjesztéseit használja; segítségével igazolható a fent említett, egységkörökre vonatkozó ,,lehetetlenségi tétel".
Az eredmény publikálása folyamatban van.

Erdős-Elekes és Laczkovich-Ruzsa korábbi eredményei karakterizálták azon n elemú számhalmazok szerkezetét, melyek egy adott k elemű minta ,,sok" hasonló példányát tartalmazzák - feltéve, hogy k vagy nagyon kicsi vagy nagyon nagy az n-hez képest. A két szélső eset vizsgálata két különböző módszert igényelt: egyikük az additív számelmélet ,,kis összeghalmazokra" vonatkozó Freiman, Ruzsa, Balog--Szemerédi féle eredményeit, a másik a kombinatorikus geometria Szemerédi--Trotter típusú illeszkedési becsléseit használta. Az optimálishoz közeli struktúrák az első esetben általánosított számtani sorozatokból, a másodikban ezek geometriai rokonaiból adódnak. ,,Közepes" k értékekre azonban nem volt ismert ilyen struktúra-tétel. Elekes György ilyen k értékek mellett megmutatta, hogy ha a minta k tagú számtani sorozat, akkor az extremálishoz közeli struktúra korlátos számú NEM ÁLTALÁNOSITOTT számtani sorozatból adódik. Az eredmény publikálása folyamatban van.

Ruzsa Imre és Ben Green Sumfree sets in Abelian groups, Israel J. of Mathematics 147 (2005),157--188. cikkükben meghatározzák tetszőleges véges kommutatív csoportban a legnagyobb összegmentes halmaz elemszámát. Logaritmikus aszimptotikát adnak (szintén minden véges csoportban) az összegmentes halmazok számára és az A+A alakban előállítható halmazok számára.

Ruzsa Imre E. Croot-tal és Tomasz Schoen-nel közös cikkében (Arithmetic progressions in sparse sumsets) belátja, hogy ha az egész számok egy n elemű A részhalmazára A+A elemszáma legfeljebb cn, akkor A+A és A-A is tartalmaz legalább logn/logc hosszúságú számtani sorozatot. Továbbá, ha A az [1,N] intervallum része, és legalább N az (1-1/k)-adikon db. eleme van, akkor A+A-ban van k hosszúságú számtani sorozat.

Hagyományos additív Sidon-halmaz az, amelyben a páronként vett összegek mind különbözők. Ruzsa Imre Additive and multiplicative Sidon sets c. cikkében Sárközy András kérdéséből kiindulva megvizsgálja ennek analogonjait, a multiplikatív Sidon halmazt, ahol a páronkénti szorzatok különbözők, és az olyanokat, amelyek mindkét tulajdonsággal rendelkeznek. Megbecsüli a maximális ilyen halmazok méretét az első n szám között, illetve modulo n. Az első esetben konstans szorzó erejéig megadja a nagyságrendet, a másodikban ez csak speciális modulusokra sikerül, amelyek két elég közeli prím szorzatából állnak.

Ruzsa Imre a madridi nemzetközi matematikai kongresszuson (ICM) meghívott előadóként tartott előadásának Additive combinatorics and geometry of numbers című írott változatában azt vizsgálja, miként kapcsolódnak egy rácspontokból álló halmaz geometria tulajdonságai (dimenzió, konvex burok mérete) additív tulajdonságokhoz. A cikkben foglalt új eredmények egyike az optimális becslés arra az esetre, ha az egyik halmaz egy tégla rácspontjaiból áll, a másik pedig egész számok körében arra az esetre, ha az egyik halmaz számossága mellett annak áatmérője is adva van.

Katalin Gyarmati, F.~Hennecart -Ruzsa Imre (Sums and differences of finite sets,.Functiones et Approximatio, 37:175--186, 2007) megvizsgálják, hogy ha adott az A és az A+B halmaz nagysága, mekkora lehet A-B nagysága.

K.~Gyarmati, S.~Konyagin, Ruzsa. Imre (Double and triple sums modulo a prime. Additive Combinatorics, volume~43 of CRM Proceedings and Lecture Notes, pages 271--277, Providence, RI, USA, 2007. American Math. Soc.) azt vizsgálják, hogy ha A halmaz modulo p, ahol p prim, és adott |2A|, mekkora lehet |3A|.

.

Szemerédi Endre A. Rucinski-val és V. Rödl-lel (A Dirac-type theorem for 3-uniform hypergraphs, Combinatorics, Probability and Computing, 15 (2006), no. 1-2., 229-251.) általánosítja a nevezetes (Hamilton-körökre vonatkozó) Dirac-tételt 3-uniform hipergráfokra.

Ugyanők k-uniform hipergráfokra is általánosítják Dirac tételét (Random Structures, megjelenés alatt).

Szemerédi Endre A. Khalfalah-val (Combinatorics, Probability and Computing, 15 (2006), no. 1-2., 213-227.)Erdős, Sárközy, Roth és T. Sós alábbi sejtését igazolja: ha beosztjuk az egész számokat véges sok osztályba, akkor valamely osztályban van két olyan szám, amelyek összege négyzetszám.

Szemerédi Endre B. Sudakov-valal és V. Vu-val (On a question of Erdős and Moser, Duke Math. J., 129 (2005), no.1., 129--155.) megmutatja, hogy ha A az egész számok egy n elemű részhalmaza, akkor van A-nak egy olyan, legalább lognloglogn elemszámú részhalmaza, amelyre igaz, hogy x+y=z nem oldható meg, ha x-et és y-t B-ből, z-t A-ból vesszük.

Szremerédi Endre V. Vu-val (Finite and infinite arithmetic progressions, Annals of Math. (2) 163 (2006), no.1, 1-35.) bebizonyítja Folkman egy jólismert sejtését: ha A az első n pozitív egész egy legalább konstansszor gyok n elemszámú részhalmaza, akkor A részösszegei tartalmaznak egy n hosszúságú számtani sorozatot.

Szemerédi Endre Gyárfás Andrással, Ruszinkó Miklóssal és Sárközy Gáborral közös, „Three colour Ramsey number for paths" c. cikkében (Combinatorica 27 (1) 2007, pp.35-69) Faudree és Scelp egy sejtését bebizonyítva meghatározza az n hosszúságú utakra vonatkozó háromszínű Ramsey-számokat.

Ugyanők „An improved bound for the monochromatic cycle partition number" c. cikkükben Erdős, Gyárfás és Pyber egy eredményét megjavítva bebizonyítják, hogy ha egy teljes gráf csúcsait v színnel színezzük, akkor a csúcsok feloszthatók 100vlogv monokromatikus körre.

Szemerédi Endre V.H. Vu-val közös „Long arithmetic progressions in sumsets and the number of x-free sets" c. cikkében egymáshoz közeli alsó, illetve felső becslést ad prím n esetén a modulo n x-összegmentes részhalmazok számára. Eltérő eredmény adódik attól függően, hogy x a 0-tól különböző-e vagy nem. (Ha A a modulo n maradékosztályok egy részhalmaza, és x egy adott maradékosztály, A-t akkor nevezzük x-összegmentesnek, ha A semelyik részhalmazának az összege sem egyenlő x-szel.)

Szemerédi Endre An Old New Proof of Roth's Theorem (Center de Recherches Mathematiques, CRM Proceedings an Lecture Notes, Volume 43, 2007, 51-54.) c. cikkében Roth háromtagú számtani sorozatokra vonatkozó tételének 30 év utáni első javitásárlól ir.

T. Sós Vera Lovász Lászlóval (Generalized quasirandom graphs, J. Combin. Theory B 98 (2008), no.1, 146-163.) megmutatja, hogy ha gráfok egy sorozatában a kis részgráfoknak ugyanaz az eloszlása, mint egy általánosított G véletlen gráfban, akkor ezen gráfoknak aszimptotikusan olyan struktúrája van, mint G-nek.

T. Sós Vera D. Mubayi-val (Explicit constructions of triple systems for Ramsey-Turán theory, J. Graph Theory, 52 (2006), no.3, 211--216.) irreducibilis hármas rendszerek négy olyan végtelen családját adja meg explicite, melyek Ramsey-Turán sűrűsége kisebb, mint a Turán-sűrűség. Ezen konstrukciók eddig ismert izolált példák általánosítását adják.

T. Sós Vera és Elek Gábor (Paradoxical decomposition and growth conditions, Combinatorics, Probability and Computing, 14 (1) 2005, 81-105.) áttekintő cikket írnak a Banach-Tarski-paradoxon és az amenábilis csoportok témakörében. Ez a téma a legkülönbözőbb matematikai ágakkal is kapcsolatban áll (geometria, csoportelmélet, mértékelmélet, differenciálgeometria, véletlen séták, perkolációelmélet).

.
T. Sós Verának a Ch. Borgs, J. Chayes, L. Lovász és K. Vesztergombi társszerzőkkel közös, „Counting graph homomorphisms" (*Topics in discrete mathematics,* 315--371, Algorithms Combin. 26, *Springer, Berlin,* 2006). és „Graph limits and parameter testing" (*STOC'06: Proceedings of the 38th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 261--270, *ACM*, *New York*, 2006, itt Szegedy Balázs is társszerző) c. cikkeiben alapvető a következő fogalom:

Legyen G egy „nagy" gráf, és F egy fix „kis" gráf. Jelentse Hom (F,G) az F-et G-be képező homomorfizmusok (éltartó leképezések) számát. Ha egy G-re ezeket a Hom (F,G)-ket ismerjük, a G gráfot jól le lehet írni. Egy gráfsorozat konvergens, ha a –lenormált- Hom sorozatok minden F-re konvergensek. Különböző módokon mérhető meg, hogy két nagy gráf közel van-e egymáshoz.

A két említett cikkben ezen különböző távolságfogalmak kapcsolatáról van szó, illetve arról, hogyan lehet egy nagy gráfot leírni a különböző méretű részgráfjainak az ismeretében. A Szemerédi regularitási lemma különböző verziói fontos szerepet játszanak a vizsgálatokban.

á (C. Borgs, J. Chayes, L. Lovász, K. Vesztergombi társszerzőkkel) a Convergent sequences of dense graphs I-II. c cikkeiben (benyújtva) az alábbi alapkérdést vizsgálja: " nagy" strukturák, pl gráfok karakterizálása, mikor hasonlít egymáshoz, mikor van közel egymáshoz két (nagy) gráf (ami az utóbbi években többek között különböző alkalmazások miatt igen intenzíven vizsgált). Alkalmasan értelmezve gráfokon metrikát, többféle módon konvergenciát, többek között az derül ki , hogy a "hasonlóságnak" több ekvivalens értelmezése, mérése lehetséges. Mindezek kapcsolatban vannak kulonböző statisztikus fizikában szereplő fizikai parametérekkel, a Szemerédi regularitási lemmával, property ill. parameter testing-el.

Számelméletben kezdődött és sokat vizsgált kérdés, hogy nagy struktúrákban (pl 0-1 sorozatokban) adott méretű különböző kis részstruktúrák (pl. n-hosszú blokkok) számából hogyan lehet következtetni a nagy sruktúrára (globális tulajdonságokra). Ezzel analóg kérdést vizsgál T. Sós Vera Balogh J. és Bollobás B. társszerzőkkel grafokra (The unlabelled speed of a hereditary graph property, benyújtva). Itteni fogalmazásban öröklődő gráfosztályok esetén alapjelenség,hogy n méretű különböző „unlabelled" gráfok számaának lehetséges viselkedése nagyon kötött, pl. vagy polinomiális nagyságrendű vagy sokkal nagyobb (legalább a sorrend nélküli partíciok száma). („Labelled" gráfokra korábban vizsgálták az utóbbi években Balogh, Bollobás, Weinreich).

A Beatty-sorozatok a periodikushoz legközelebbi nem periodikus sorozatok. A klasszikus Beatty-sorozatok egy általánositását tanulmányozza az A two parameter family of an extension of Beatty sequences c. cikk (T. Sós Vera, Shiri Artstein-Avidan, Aviezri S. Fraenkel, Discrete Math, megjelenés alatt).