

A modern valószínűségszámítás néhány kérdéséről című pályázatunkban a következő problémakörökkel foglalkoztunk:

- a) A pénzügyi folyamatokat leíró ARCH, GARCH és LARCH modellekkel, illetve ezekkel kapcsolatos statisztikai problémákkal;
- b) A Wiener folyamatok néhány tulajdonságával; ezen belül különösen sokat vizsgáltuk a Wiener folyamatok segítségével definiált elágazó folyamatokat és a Wiener folyamat lokális idejének a viselkedését. Ez utóbbi témához természetes módon kapcsolódott a közönséges bolyongás tartózkodási idejének a vizsgálata.
- c) Normált empirikus mértékek szerinti többszörös integrálok és U -statisztikák becslésével, illetve más független valószínűségi változók nem-lineáris funkcionáljainak viselkedéséről szóló eredményekkel;
- d) Független valószínűségi változók finomabb tulajdonságainak vizsgálatával, illetve olyan quasi-determinisztikus rendszerek viselkedésének a leírásával, amelyek bizonyos értelemben a független valószínűségi változókhoz hasonló tulajdonságokat mutatnak.

Az elsőként említett téma az ARCH, GARCH modellek elmélete, amely rendkívül fontos szerepet játszik a modern pénzügyi matematikában. Ezek tanulmányozása bizonyos nem-lineáris idősorok viselkedésének a vizsgálatát jelenti. Megadtuk a GARCH folyamatok általános strukturális leírását (létezés, stacionaritás, explicit konstrukció, sorfejtések, stb.) a [6] dolgozatban. Ugyancsak ebben a dolgozatban foglalkoztunk e folyamatok paraméterbecslésével, és leírtuk a modellben szereplő paraméterek úgynevezett “quasi-maximum likelihood” becslését. Az [1] dolgozatban bebizonyítottuk e becslés konzisztenciáját. A [7] dolgozatban e konzisztenciatétel különböző finomításait igazoltuk, és bizonyos, a konzisztencia jóságát jellemző mennyiség (squared residual correlation) nagyságára adtunk jó becslést. A [8] dolgozatban e folyamatok egy másik fontos jellemzőjének, az ún. “moment index”-nek az aszimptotikus viselkedését írtuk le. A [9] dolgozatban leírtuk a GARCH folyamatok empirikus folyamatának határeloszlását is.

A [10] dolgozat elméleti jellegű. Ebben egy Surgailis és Robinson által 2000-ben bevezetett igen érdekes, “long range” függőséget mutató folyamatnak, az ún. “LARCH” folyamatnak a viselkedésével foglalkoztunk. Megadtuk e folyamat aszimptotikus sorfejtésének első tagját. A további tagok (amelyek a korábbi vizsgálatokban megjelenő Hermite, illetve Appel-féle kifejtésektől különböző polinomokhoz vezetnek), egyelőre csak részben ismertek.

Az ARCH és GARCH típusú nem-lineáris idősorok aszimptotikus és statisztikai tulajdonságainak vizsgálatával foglalkoztunk a [13], [14], [15] és [16] dolgozatokban. Ezekben megvizsgáltuk a GARCH folyamatok paraméterbecslését abban az esetben, ha a generáló változók végtelen szórásúak. Ilyen folyamatokra a quasi-maximum likelihood becslésnél hatékonyabb módszert konstruáltunk. Több, a GARCH folyamatok paramétereinek megváltozásával kapcsolatos határeloszlástételt bizonyítottunk. Vizsgáltuk a GARCH(1,1) folyamatok kritikus viselkedését azon esetben, ha a paraméterek összege 1-hez tart. A gyakorlatban e kritikus eset igen gyakran fordul elő, és eredmé-

nyeink több paradox jelenség magyarázatát szolgáltatják. Foglalkoztunk nem-lineáris idősorok “long range dependent” viselkedését kimutató statisztikai eljárásokkal is.

A másodikként említett témakörbe tartozik a branching (elágazó) Wiener folyamatok és bolyongások vizsgálata. E témakörben is számos eredményt értünk el. Megvizsgáltuk, hogy milyen nagy gömböket hagy meglátogatlanul egy kritikus branching process. Másrészt bebizonyítottuk azt a meglepő eredményt, amely szerint egy supercritical branching véletlen bolyongás esetén annak a pontnak a helye, ahol a $[0, n]$ időintervallumban a legtöbb részecske tartózkodik, 1 valószínűséggel konvergál egy véges valószínűségi változóhoz $n \rightarrow \infty$ esetén.

Foglalkoztunk a Wiener folyamat néhány fontos funkcionáljával, amelyek vizsgálata komoly elméleti eredmények mélyebb megértését és alkalmazását igényli. Ilyen probléma a Wiener folyamat lokális idejének a viselkedése. Egyik ilyen irányú vizsgálatunk a (nem-differenciálható) lokális idő frakcionális deriváltjának a viselkedése volt, amelyre határeloszlást bizonyítottuk a [5] dolgozatban. Az utóbbi időben nagy érdeklődést keltett a Wiener folyamat lokális idejének Hilbert transzformáltja, és az ilyen irányú vizsgálatokhoz is csatlakoztunk. A [12] dolgozatban bebizonyítottuk a Strassen-féle iterált logaritmus tételt erre a Hilbert transzformáltra, illetve a lokális idő Hilbert transzformáltjának és a Wiener folyamatnak együttesére. A [12] dolgozat kutatásainak természetes folytatása volt a [26] dolgozat, amely ahhoz a tényhez kapcsolódott, hogy a Brown mozgás lokális idejének Cauchy-féle főértéke a Brown mozgáshoz hasonló tulajdonságokat mutat. Ezt a jelenséget tovább vizsgálva, 1 valószínűségű tételeket bizonyítottunk a főérték növekményeire.

A Wiener folyamatok tulajdonságainak finomabb kérdéseire tartozik továbbá az úgynevezett Wiener excursion vizsgálata. Ismeretes, hogy a Wiener folyamat egy intervallumon felbontható megszámlálható sok olyan részintervallumra, amelynek széléin a folyamat értéke nulla, de belül sehohol az. Ezek az úgynevezett kirándulások (excursions). A kirándulásokon belül vizsgálhatjuk a folyamat maximumát, ezeket egy csökkenő sorozatba rendezhetjük. Pitman és Yor vizsgálataihoz kapcsolódva ezen maximumok együttes 1 valószínűségű tulajdonságait vizsgáltuk a [4] dolgozatban.

Másik fontos témánk volt a Wiener folyamatok, illetve azok több-dimenziós változatainak a vizsgálata. Ez klasszikus problémakör, de számos olyan finomabb kérdés van, amelynek vizsgálata az új, modern valószínűségi technikák alapos ismeretét és használatát igényli. Ehhez a problémakörhöz tartoznak a véletlen bolyongások nehezebb kérdései, ahol azt kell megmutatni, hogy a Wiener folyamatok bizonyos eredményei a bolyongásokra is érvényesek. Ilyen típusú eredményt tartalmaz a [11] dolgozat, ahol az egyszerű szimmetrikus bolyongás zérushelyei közötti szakaszok hosszára és magasságára adtunk határeloszlástételeket. Ezek a Wiener folyamatra ismert eredmények megfelelői bolyongásra. Az eloszlások egy részét a jól ismert tükrözési elv alkalmazásával, más részét generátorfüggvények segítségével határoztuk meg.

A [17] dolgozatban a síkbeli Brown mozgás additív funkcionáljaira ismert határeloszlástételeket, illetve a megfelelő gyenge konvergenciáról szóló eredményeket kiterjesztettük az erős approximáció segítségével. A határfolyamat egy olyan összetett Wiener folyamat, amelynek argumentuma az ún. extrémális folyamat inverze. Erős

approximációs eredményünk következményként számos erős tételt nyertünk a tekintett additív funkcionálokra.

Megemlítjük a [18] dolgozatot, ahol összetapadó bolyongásokat vizsgáltuk. Az utóbbi néhány évben jelentős fejlődést mutatott e téma irodalma. Ehhez kapcsolódva vizsgáltuk az úgynevezett üres zóna nagyságának, valamint az origóban való tartózkodási időnek 1 valószínűségű tulajdonságait.

A [19] dolgozatban erős tételeket bizonyítottunk a Kiefer folyamat kirándulásainak magasságaira. Ezek a megfelelő Wiener folyamatra vonatkozó eredmények kiterjesztései.

A [20] dolgozat összefoglaló jellegű. Ebben a Csörgő Miklós 70. születésnapját ünneplő kötet számára írt dolgozatban összefoglaltuk vele közös munkáink eredményeit a következő tárgykörökben: Wiener folyamat lokális ideje és additív funkcionáljai, ezekre vonatkozó erős approximáció; lokális idő Cauchy-féle főértéke; összetett folyamatokra vonatkozó erős tételek; empirikus és kvantilis folyamat, Vervaat folyamat; Banach tér értékű folyamatok 1 valószínűségű tulajdonságai.

A [25] dolgozatban a többdimenziós véletlen bolyongás maximális lokális idejét vizsgáltuk. A dolgozat eredményei Erdős és Taylor (1960) e kérdéskörben kapott eredményeinek élesítései, illetve továbbfejlesztései. Vizsgáltuk azt a kérdést is, hogy milyen nagyok lehetnek a lokális idő nagy értékeinek bolyongás esetén. Például egy egyenes mentén a maximális lokális idő aszimptotikus nagyságrendje $\log^2 n$, ami megegyezik az egész síkon vett maximum nagyságrendjével. Három és annál magasabb dimenzióban a nagyságrenden kívül a pontos határértékeket is megkaptuk.

A [34] dolgozatban a $W(s, t)$ kétparaméteres Wiener folyamat lokális idejét vizsgáltuk. Ha az egyik paramétert rögzítjük, akkor $W(s, t)$ a másik paraméter szerint közönséges Wiener folyamat, és e dolgozat Walsh (1978) e folyamat lokális idejére vonatkozó vizsgálatait folytatja. A cikk fő eredménye egy maximál-egyenlőtlenség, amelynek segítségével igazolható Khoshnevisan (1995) sejtése, amely szerint az egyik paraméter 0-hoz tartása esetén a másik paraméter szerinti lokális idő végtelenhez tart. A maximál-egyenlőtlenség további alkalmazásaival egy kapacitás becslés valamint egy hányados ergod tétel nyerhető a klasszikus Wiener térre. A lokális időre vonatkozó éles Hölder feltétel Lacey (1990), Révész (1985) és Walsh (1978) eredményeit élesíti.

Az egyszerű szimmetrikus bolyongás zérushelyei közötti szakaszok (ún. kirándulások) hossza és magassága, valamint a Wiener folyamat hasonló mennyiségei között adtunk erős invarianciát megmutató eredményeket a [21] dolgozatban. Ezen eredmények egyik következménye az, hogy a Wiener folyamatok esetében bizonyított eloszlás, illetve 1 valószínűségű tételek szimmetrikus bolyongások esetében is érvényesek.

Az empirikus és kvantilis folyamatok Bahadur-Kiefer vizsgálataiból kiindulva, Vervaat (1972) tanulmányozta általában egy folyamat és inverzének összegét, annak integrálját, és rámutatott e kifejezés néhány érdekes és fontos tulajdonságára. Ehhez a kutatáshoz kapcsolódva vizsgáltuk az összegfolyamatnak és inverzének, a felújítási folyamatnak összegét, illetve annak integrálját a [3] és [38] dolgozatokban. Ezekre erős approximációt, 1 valószínűségű tételeket és határeloszlásokat adtunk meg.

Erdős és Taylor klasszikus eredményei a 3, illetve magasabb dimenziós bolyongás

lokális idejének maximumára adnak 1 valószínűségű határértékeket. A [39] dolgozatban két pont lokális idejének, illetve 1 pont lokális idejének és az e pont körüli gömbben való tartózkodás idejének együttes viselkedésére bizonyítottunk 1 valószínűségű határértéktételeket.

További kutatásokat is folytattunk a 3 és magasabb dimenziós bolyongások tartózkodási idejének viselkedéséről. Erdős és Taylor klasszikus eredményeinek kiterjesztéseként a bolyongás tartózkodási idejét vizsgáltuk a [27] dolgozatban tetszőleges véges halmazban, három, illetve magasabb dimenzióban. Meghatároztuk ezek pontos aszimptotikáját a bolyongás potenciál függvénye által meghatározott sajátértékek segítségével.

Ismert, hogy 3, illetve magasabb dimenzióban a bolyongás tranzienst, azaz pozitív valószínűséggel nem tér vissza a kezdőpontba. Következésképpen, a bolyongás egy pontban tipikusan kevés időt tartózkodik. Vannak azonban olyan (véletlen) pontok, melyeket a bolyongás aránylag sokszor meglátogat, mégpedig a látogatások száma a lépésszám logaritmusával arányos. A [32] cikkben megvizsgáltuk ezen pontok gyakoriságát, és egyenletes nagy számok törvényét bizonyítottunk azokra.

A 3 és magasabb dimenziós Wiener folyamat trajektóriája körüli r sugarú tartomány, az ún. “Wiener sausage” tulajdonságait vizsgáltuk a [3] dolgozatban. Ismert volt, hogy a tartomány térfogata eloszlásban közel (egydimenziós) Wiener folyamat, midőn az idő végtelenhez tart. A fenti cikkben a 3 dimenziós esetben erős approximációt adtunk erre a közelítésre.

Harmadik témakörünk annak a kérdésnek a vizsgálata volt, hogy hogyan lehet jó becslést adni annak a valószínűségére, hogy egy több-változós (determinisztikus) függvénynek egy véletlen minta normált empirikus eloszlásának önmagával vett szorzat mértéke szerinti (véletlen) integrálja nagyobb, mint valamilyen x szám. Szintén érdekelt minket az a kérdés, hogy hogyan lehet jó becslést adni ilyen véletlen integrálok maximumának az eloszlására.

Ezeket a kérdéseket a matematikai statisztika bizonyos problémái vetették fel. Ugyanis a klasszikus matematikai statisztika egyik legfontosabb problémájában, a maximum likelihood becslés vizsgálatában a maximum likelihood függvény Taylor sorfejtésének a segítségével, illetve e formula egy természetes következményének a felhasználásával kapjuk meg a legfontosabb becsléseket. Ezt a módszert kívántuk általánosítani és alkalmazni más fontos, de jóval nehezebb, úgynevezett nemparaméteres maximum likelihood becslések vizsgálatában is. Ez lehetséges, de ehhez a fent említett kérdéseket meg kellett oldanunk. Ezt sikerült megtennünk az alább ismertetendő dolgozatokban. A bizonyítások részleteinek kidolgozása során sok olyan, önmagában is érdekes kérdést kellett megválaszolnunk, amelyek megértése értékes információt ad független valószínűségi változók nem-lineáris funkcionáljainak a viselkedéséről.

A [28] dolgozatban jó becslést adtunk több-változós függvényeknek a normált empirikus mérték szerinti több-változós integráljának az eloszlására. A becslés bizonyításában olyan önmagukban is érdekes részeredményeket használtunk fel, amelyek a diagram formula általánosításának tekinthetőek. Gauss folyamatok nem-lineáris funkcionáljainak vizsgálatában (és a matematikai fizikában) rendkívül fontos szerepet játszik a diagram formula, amely lehetővé teszi Wiener–Itô integrálok szorzatainak a kifejezését

ilyen integrálok összegeként. Megmutattuk, hogy ezen eredmény természetes analogja érvényes több-változós normált empirikus mértékek szerinti integrálokra is, és ezek szintén jól használhatóak. Várható, hogy ez az eredmény alkalmazható lesz későbbi vizsgálatokban is.

A [28] dolgozat eredményei azt mutatják, hogy normált empirikus mértékek szerinti több-változós véletlen integrálok és az ilyen integrálokhoz szorosan kapcsolódó úgynevezett elfajuló U -statisztikák hasonló viselkedést mutatnak, mint a több-változós Wiener-Itô integrálok.

De a normált empirikus mérték szerinti több-változós és a Wiener-Itô integrál viselkedése között lényeges különbségek is megjelennek. Vannak olyan esetek, amikor — a Wiener-Itô integráloktól eltérően — nem lehet jó becslést adni a normált empirikus mértékek szerinti több-változós integrálokra. Ez komoly és nem pusztán technikai problémát okoz empirikus mértékek szerinti több-változós integrálok szuprémumának a becslésében. Ezt a problémát a [35] dolgozatban oldottuk meg. Már magának a kérdésnek a jó megfogalmazása is sok munkát igényelt. Azt akartuk megmutatni, hogy integrálok alkalmas családjára ez a szuprémum nem sokkal nagyobb, mint egyetlen integrál esetén. Viszont ehhez tisztázni kellett azt, hogy mit értsünk integrálok ‘alkalmas’ családján. Ehhez olyan fogalmak használatára volt szükség, mint például a Vapnik-Červonenkis osztályok. Végül sikerült ebben a kérdéskörben is megfelelő eredményt bizonyítanunk.

A [35] dolgozat eredményének a bizonyítása szükségessé tette, hogy a valószínűségszámítás egyik klasszikus egyenlőtlenségének, a Hoeffding egyenlőtlenségnek egy több-változós általánosítását alkalmazzuk. A Hoeffding egyenlőtlenségnek ezt az általánosítását a [36] dolgozatban bizonyítottuk be.

A fent említett vizsgálatok a valószínűségszámítás sok különböző témakörben felhasznált fogalmát és eredményét használták, és ezek közül többet új megvilágításba is helyeztek. Ezért érdemes volt erről egy áttekintő cikket írni [29], és azt a nemrég indított Probability Surveys internetes újságban megjelentetni.

A negyedikként említett problémakör vizsgálatában a klasszikus valószínűségszámítás problémakörébe tartozó kérdésekkel foglalkoztunk. Így szemistabilis eloszások részleges vonzási tartományába tartozó valószínűségi változók összegeire és maximumára bizonyítottunk be határértéktételeket [2]. E dolgozatban korábbi, majdnem biztos centrális határeloszlástétel típusú vizsgálatainkat folytattuk.

A [32] dolgozatban a klasszikus Kolmogorov-Erdős-Feller-Petrovski teszt részsorozatokra vonatkozó analogonját bizonyítottuk be. Ez elegendően ritka részsorozatok esetén a klasszikustól lényegesen eltérő nagyságrendet szolgáltat.

A [22] dolgozat a független valószínűségi változók normált részletösszegei maximumára vonatkozó Darling-Erdős tétel pontonkénti változatát írja le, és egy olyan paraméteres határeloszlástétel-osztályt ad meg, ahol a pontonkénti változatban fellépő átlagolási eljárás folytonosan változik a log és log log átlagolás között. A [33] és [40] dolgozatok a számelméletben fellépő sztochasztikus jelenségekkel foglalkoznak. A [33] dolgozatban az additív számelméleti függvények eloszlására vonatkozó Erdős-Kac féle

centrális határeloszlástételnek megfelelő iterált logaritmus tételt bizonyítottuk be. E kérdés megoldását szintén a pontonkénti CHT elmélet jelenségeinek megértése tette lehetővé. Megadtuk az $\{n_k\alpha\}$ típusú sorozatok diszkrepanciájának pontos aszimptotikáját is hézagos, de exponenciálisnál lassabban növvő n_k sorozatok esetén. A keresett aszimptotika erősen függ az n_k sorozat számelméleti (diophantoszi) tulajdonságaitól.

A [30], [32] dolgozatokat is a negyedik csoportba soroltam, noha azok szorosan kapcsolódnak az első problémakörhöz. Ezekben nem-lineáris idősorok aszimptotikus és statisztikai tulajdonságaival foglalkoztunk. Nevezetesen e folyamatok paraméterváltozásainak észlelésére alkalmas eredményeket, valamint e folyamatok bizonyos nem-lineáris funkcionáljainak és lokális idejének aszimptotikájára vonatkozó tételeket bizonyítottunk.

Irodalom:

- 1.) Berkes, I, Horváth, L.: The rate of consistency of the quasi-maximum likelihood estimator. *Stat. Probab. Letters* 61 (2002), 133-143.
- 2.) Berkes, I., Csáki, E., Csörgő, S., Megyesi, Z.: Almost sure limit theorems for sums and maxima from the domain of geometric partial attraction of semistable laws In: *Limit Theorems in Probability and Statistics* (I. Berkes, E. Csáki, M. Csörgő, eds.), J. Bolyai Math. Society, Budapest, 2002, pp. 133–157.
- 3.) Csáki, E., Csörgő, M., Földes, A., Shi, Z., Zitikis, R.: Pointwise and uniform asymptotics of the Vervaat error process. *J. Theoretical Probability* 15 (2002) 845–875.
- 4.) Csáki, E., Hu, Y.: On the joint asymptotic behaviours of ranked heights of Brownian excursions. *Limit Theorems in Probability and Statistics* (I. Berkes, E. Csáki, M. Csörgő, eds.) J. Bolyai Mathematical Society, Budapest, 2002, Vol. I, pp. 347–363.
- 5.) Csáki, E., Shi, Z., Yor, M.: Fractional Brownian motions as "higher-order" fractional derivatives of Brownian local times. *Limit Theorems in Probability and Statistics* (I. Berkes, E. Csáki, M. Csörgő, eds.) J. Bolyai Mathematical Society, Budapest, 2002, Vol. I, pp. 365–387.
- 6.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: GARCH processes: structure and estimation. *Bernoulli* 9 (2003), 201–227
- 7.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Asymptotics for GARCH squared residual correlations. *Econometric Theory* 19 (2003), 515–540.
- 8.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Estimation of the moment index of a GARCH (1,1) sequence. *Econometric Theory* 19 (2003), 565–586.
- 9.) Berkes, I., Horváth, L.: Limit results for the empirical process of squared residuals in GARCH models. *Stoch. Proc. Appl.* 105 (2003), 271–298
- 10.) Berkes, I., Horváth, L.: Asymptotic results for long memory LARCH sequences. *Ann. Appl. Probab.* 13 (2003), 641–668.

- 11.) Csáki, E. and Hu, Y.: Lengths and heights of random walk excursions. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* Discrete Random Walks, DRW03 (Cyril Banderier and Christian Krattenthaler, eds.) Conference Volume AC (2003), pp. 45–52.
- 12.) Csáki, E., Földes, A. and Shi, Z.: A joint functional law for the Wiener process and principal value. *Studia Sci. Math. Hungar.* **40** (2003), 213–241.
- 13.) Berkes I., Horváth. L., Kokoszka, P.: A weighted goodness-of-fit test for GARCH (1,1) specification. *Lithuanian Math. Journal* **44** (2004), 3–22.
- 14.) Berkes I., Horváth L.: The efficiency of estimators of parameters in GARCH processes. *Ann. Statist.* **43** (2004), 633-655.
- 15.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Probabilistic and statistical properties of GARCH processes. Asymptotic Results in Stochastics. *Fields Institute Communications* Vol. **44**, 409–429 (2004), (L. Horváth and B. Szyszkowicz, eds.)
- 16.) Berkes, I., Gombay, E., Horváth, L., Kokoszka, P.: Sequential change-point detection in GARCH (p, q) models. *Econometric Theory* **20** (2004), 1140-1167.
- 17.) Csáki, E., Földes, A. and Hu, Y.: Strong approximations of additive functionals of a planar Brownian motion. *Stochastic Processes and their Applications* **109** (2004), 1263–293.
- 18.) Csáki, E., Révész, P. és Shi, Z.: Large void zones and occupation times for coalescing random walks. *Stochastic Processes and their Applications* **111** (2004), 97–118.
- 19.) Csáki, E. and Hu, Y.: On the ranked excursion heights of a Kiefer process. *Journal of Theoretical Probability* **17** (2004), 145–163.
- 20.) Csáki, E., Földes, A. és Shi, Z.: Our joint work with Miklós Csörgő. *Asymptotic Methods in Stochastics: Festschrift for Miklós Csörgő* (L. Horváth and B. Szyszkowicz, eds.), Fields Institute Communications **44**, American Mathematical Society 2004, pp. 1–22.
- 21.) Csáki, E. és Hu, Y.: Invariance principles for ranked excursion lengths and heights. *Electron. Comm. Probab.* **9** (2004), 14–21.
- 22.) Berkes, I., Weber, M.: Upper and lower class tests along subsequences. *Stoch. Proc. Appl.* **115** (2005), 679–700.
- 23.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P.: Near integrated GARCH sequences. *Annals of Applied Probability* **15** (2005), 890-913. *Annals of Applied Probability* **15** (2005), 890–913.
- 24.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P., Shao, Q.M.: Almost sure convergence of the Bartlett estimator. *Periodica Math. Hung.* **51** (2005), 11-25.
- 25.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P.: Maximal local time of a d-dimensional simple random walk on subsets. *J. Theoretical Probability* **18** (2005), 687–717.
- 26.) Csáki, E., Hu, Y.: On the increments of the principal value of Brownian local time. *Electronic J. Probab.* **10** (2005), 925–947.

- 27.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P., Rosen, J., Shi, Z.: Frequently visited sets for random walks. *Stochastic Processes and their Applications* **115** (2005), 1503–1517.
- 28.) Major, P.: An estimate about multiple stochastic integrals with respect to a normalized empirical measure. *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*. **42** (3) 2005 (295–341)
- 29.) Major, P.: Tail behaviour of multiple random integrals and U -statistics. *Probability Reviews series*. **2** (448–505) (2005)
- 30.) Berkes, I., Horváth, L., Kokoszka, P., Shao, Q.M.: On discriminating between long-range dependence and changes in the mean. *Annals of Statistics* **34** (2006), 1140–1165.
- 31.) Berkes, I., Weber, M.: Almost sure versions of the Darling-Erdős theorem. *Stat. Probab. Letters* **76** (2006), 280–290.
- 32.) Berkes, I., Horváth, L.: Convergence of integral functionals of stochastic processes. *Econometric Theory* **22** (2006), 304–322.
- 33.) Berkes, I., Weber, M.: Moment convergence and the law of the iterated logarithm for additive functions. *Acta Arithmetica* **123** 43–55 (2006) .
- 34.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P.: Heavy points of a d -dimensional simple random walk. *Statistics and Probability Letters* **76** 45–57 (2006)
- 35.) Major, P.: An estimate on the supremum of a nice class of stochastic integrals and U -statistics. *Probab. Th. Rel. Fields* **134** (3) (489–537) (2006)
- 36.) Major P.: A multivariate generalization of Hoeffding’s inequality. *Electronic Communication in Probability*. **2** (220–229) (2006)
- 37.) Csáki, E., Hu Y.: Strong approximations of three-dimensional Wiener sausages. *Acta Math. Hungar.* **114** 205–226 (2007)
- 38.) Csáki, E., Csörgő, M., Rychlik, Z. és Steinebach, J.: On Vervaat and Vervaat-error type processes for partial sums and renewals. *J. Statist. Plann. Inf.*, **137** 953–966 (2007)
- 39.) Csáki, E., Földes, A., Révész, P.: Joint asymptotic behavior of local and occupation times of random walk in higher dimension. *Studia Sci. Math. Hungar.* (megjelenés alatt)
- 40.) Berkes, I., Weber, M.: On the law of the iterated logarithm for additive functions. *Proc. Amer. Math. Soc.*, (megjelenés alatt)