

Kutatások összegzése az OTKA T037759 pályázattal kapcsolatban

A numerikus mechanika egyik ága a szilárdtestek vonatkozásában a végeelem-módszert használja különféle feladatok megoldására. A kutatás egyrészt ezen módszer megalapozását szolgáló variációs elvek kiterjesztésével, másrészt ezek számítástechnikai megvalósításával foglalkozott. A vizsgált feladatokat hét nagy osztályba soroltuk. Ezeken végighaladva kerülnek ismertetésre a legfontosabb eredmények és publikációk. Számos előadás is elhangzott a különböző konferenciákon, ezek közül csak néhányat emelünk ki az alábbiakban. Összességében konferenciákon. 7 külföldi, 16 hazai nemzetközi, 3 magyar nyelvű szereplésünk volt.

1. Érintkezési feladatok vizsgálata.

Ezen belül a p -verziójú ill. a hp -verziójú számítások tűnnek ki hatékonyságukkal. A magas fokú approximációnál kevesebb ismeretlennel is gyorsabb konvergenciájú megoldás kapható, másrészt a görbült perem jól leírható, leképezhető. A p -verziójú elemek ugyanakkor kimutatják az érintkezési tartomány, illetve a csúszási és az adhéziós tartomány szélén lévő szingularitásokat, a feszültségmező deriváltjaiban meglévő szakadásokat. Ezek kézbentartására forgásszimmetrikus alakváltozású testeknél olyan technikát dolgoztunk ki, amelynél az elemek határát oly módon mozgatjuk, hogy az elem teljes hosszában érintkezzen, vagy elváljon, illetve tapadjon, vagy csússzon. Ezzel a hálót adaptíven igazítjuk az érintkezési tartományhoz.

1.1 A potenciális energia minimum elven kívül a Hellinger-Reissner féle variációs elv is felhasználást nyert [1], továbbá vizsgáltuk, hogy hogyan lehet a PC-ket felhasználni párhuzamos számításokra érintkezési feladatoknál [2]. A nagyméretű, lineáris algebrai egyenletrendszerek megoldására a prekondicionált konjugált gradiens módszer alkalmazására került sor. A prekondicionáló mátrix inkomplett faktorizációval lett előállítva, melynek hatékonyságát különböző rendezési algoritmusok, így a spirál rendezés alkalmazásával sikerült növelni.

1. Páczelt I.: *Solution of contact optimization problems using hp-FEM*, 303. WE-Heraeus-Seminar, Adaptivity in Finite Element Analysis: Models, Meshes and Polynomial Order, Abstracts of lectures, 07-10 September 2003 at Physikzentrum Bad Honnef, Germany:
Lecture: <http://www.inf.bv.tum.de/heraeus/pub/paczelt.pdf>
2. Baksa A., Páczelt I.: *Solution of contact problems with FEM and parallel technique*, MicroCAD 2002 International Conference 6-7 March 2002, Section D1: Mechanical Engineering Sciences

1.2 A 3D-s problémáknál jelentkező sűrűlódás nélküli érintkezési feladat megoldása p -verziójú elemeknél kiemelkedik kutatásaink közül. Az elem határának pontos illesztéséhez splinokat használunk fel. A splinek vezérlő pontjait, kitüntetett irányokban felvett pontok érintkezés-elválás feltételeinek ellenőrzésén keresztül kaphatjuk meg, a határon lévő zérus nyomás értékét kijelölő pont - linearizáláson alapuló iteráción keresztüli- megtalálásával [3 - 6]. A fenti témával kapcsolatosan PhD értekezés került megvédésre [7]:

3. Baksa A., Páczelt I.: Approximation of contact domain with the use of B-splines, *GÉP*, 2004, LV/ 1: 8-13.

4. Baksa A, Páczelt I: Térbeli érintkezési feladat vizsgálata. XIII. Nemzetközi Gépész Találkozó, OGÉT 2005, 2005. április 28 - május 1, Szatmárnémeti, Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság, pp. 39-42.
5. Páczelt I, Baksa A: Solution of Contact Problems with High Rate Convergence . 8-th U.S. National Congress on Computational Mechanics, Minisymposia: Computational Contact Mechanics, 2005 July 24-28, Austin, Texas, Conference Proceedings, CD anyag.
6. Baksa A: Érintkezési feladat megoldása háromdimenziós p verziójú végelemek segítségével, *GÉP*, 2005 5:3-14.
7. Baksa, A: Érintkezési feladatok numerikus vizsgálata, PhD értekezés, 2006. p. 148.
http://www.siphd.uni-miskolc.hu/ertekezesek/2005/BaksaAttila_phd.pdf

2. Kopások számítása

2.1 Sikerült nemzetközi kutatásban az állandósult kopás sebességet biztosító "optimális alak" meghatározásához variációs elvet felállítani modifikált Archard-féle kopási törvény esetén, és numerikus kísérletekkel igazolni annak létjogosultságát. Itt tengelyszimmetrikus alakváltozású esetet, síkbeli eltolódással (fékek), eltolódással és szögelfordulással párosuló esetet vizsgáltunk szinguláris feszültségállapot eseteit elemezve [8-10]. A feltárt variációs elvvel az állandósult állapotban kialakuló nyomás a nélkül megkapható, hogy az igen nagy számítási időt megkövetelő kopási folyamatot végigszámolnánk. A kopási alak a nyomásvezérlési technika alkalmazásával határozható meg speciális iteráció révén [9].

8. Páczelt I.: *Contact optimization problems related to the Wear Process*, Proceedings of the 2nd International Conference of "Research and Education", for the 40 years jubilee of the cooperation between the National technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" and the University of Miskolc, Miskolc, 17-19 March, 2004, University of Miskolc, p. 131-138.
9. Páczelt I, Mróz Z: On optimal contact shapes generated by wear process. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005 63:1250-1287.
10. Páczelt I, Mróz Z: Optimal shapes of contact interfaces due to sliding wear in the steady relative motion, *International Journal of Solids and Structures*, 2007 44:895-925.

2.2 Hőhatás figyelembevétele a kopásra

Az egymáson elcsúszó gépalkatrészek száraz súrlódás esetén jelentős kopásokat okoznak. Az anyag leválása hő fejlődéssel jár. Ily módon egy kapcsolt hőtani-mechanikai problémát kell megbízhatóan megoldani. Mivel kopás folyamán az érintkezési tartomány folyamatosan változik, a hő gradiens igen nagy, a megoldás folyamán változó hálóval (elemkiosztással) kell a számítást elvégezni. A kopási törvények anizotrópiája, nemlinearitása tovább nehezíti a probléma gyors megoldását. A szóban forgó problémakör jelentősen szerepel a különböző típusú fékek vizsgálatánál.

Az operator hasítás módszerével algoritmus került kidolgozásra a csatolt kopási-hővezetési-érintkezési mechanikai feladat p-verziójú végelemek megoldására. Hibanégyzet minimum elv alapján sikerült egy eljárást kifejleszteni a kopás miatt változó elemhálóról a hőmérsékletmezőnek az új hálóra történő átszámítására [11]. Időközben Pere Balázs megvédte PhD értekezését: Csatolt termo-mechanikai kopási folyamatok vizsgálata *hp*- verziós végelem módszerrel, http://www.siphd.uni-miskolc.hu/ertekezesek/2004/Pere_Balazs_phd.pdf

Az állandósult kopásnál fellépő hőhatásra is figyelemmel van a [12] alatti előadás.

11. Pere B., Páczelt I.: A mapping technique for a heat conduction problem on moving mesh using the hp-version of the finite element method, *Journal of Computational and Applied Mechanics*, 2002, 3/2: 169-191.

12. Páczelt I. – Mróz Z.: *Investigation of steady state wear problems*, 35th Solid Mechanics Conference Solmech2006, Kraków, Poland, September 4-8, 2006, Volume of Abstracts, IPPT Polish Academy of Sciences, p. 287-288

2.3 Daru kerekek kopásának elemzésére, gördüléssel feladatok optimalizációjára is alkalmazható optimalizációs eljárás került kifejlesztésre [13].

13. Páczelt I, Baksa A: *Wearing process of the rolling elements of an underslung crane*. Proceedings of the International Conference on Metal Structures ICMS-03, 2003 April 3-5, Miskolc, Edited by Jármái & Farkas, 2003 Millpress, Rotterdam, pp. 287-292.

3. Érintkezési optimalizációs feladatok

3.1 Nyomásvezérlés felhasználása bélyeg típusú testek érintkezésénél altémán belül a nyomásvezérlést felhasználva új érintkezési-optimalizálási feladatok (merevtestszerű elmozdulás, összeszorítóerő, átvivendő nyomaték maximalizálása, súrlódási veszteség minimalizálása) kerültek megfogalmazásra redukált feszültségi korláttal. A megoldást speciális iterációval kapjuk meg [14, 16].

3.2 Görgő alakú testek nyomásvezérlő függvénnyel történő alakoptimalizálása új, módosított vezérlőfüggvénnyel súrlódás nélküli és súrlódás esetén. [15, 16]. A számítások kimutatták, hogy az optimalizált geometriai alakra a súrlódásnak nincs jelentős hatása.

14. Páczelt I., Baksa A.: Examination of Contact Optimization and Wearing Problems, *Journal of Computational and Applied Mechanics*, 2002, 3/1:61-84.

15. Páczelt I, Szabó T., Baksa A.: *Product Designing Using Finite Element Method and Contact Optimizations*, Proceedings of the TMCE 2004, April 13-17, 2004, Lausanne, Switzerland, Eds. Horváth & Xirouchakis, 2004 Millpress, Rotterdam, p. 267- 276.

16. Baksa A, Páczelt I.: *Contact optimization problems and examination of wearing process*. Proceedings of microCAD 2005 International Scientific Conference: Section G: Applied Mechanics, Modern Numerical Methods, 2005 March 10-11, Miskolc, University of Miskolc, 2005, pp. 1-6.

3.3 A görgők teherbírásának számítására és az optimális szerkezeti méretek meghatározására a nyomásvezérlésen keresztül új típusú optimalizálási módszer került megfogalmazásra és ennek iterációs módszerrel történő megoldására. A korlátok között a terhelhetőséget befolyásoló redukált feszültség is szerepel [17]. Nagyon jól érzékelhető a terhelhetőséget befolyásoló ún. lekerekítések hatása. A számítással a geometriai méretek automatikusan meghatározást nyernek. Az eredmények nagyterhelésű görgős csapágyaknál, görgős vezetőkeknél nyerhetnek felhasználást.

17. Páczelt I, Baksa A, Szabó T: *Product design using contact optimization technique*. Proceedings of the TMCE2006, 2006 April 18-22, Ljubljana, Slovenia, Eds. I. Horváth & J. Duhovik, Delft University of Technology and University of Ljubljana, 2006, pp. 581-592.

4. p-verziós elemek alkalmazása inkompresszibilis anyagú testek vizsgálatában

4.1 A kontinuummechanika egyik jelentős problémaköre az inkompresszibilis vagy közel inkompresszibilis anyagú testek (például az elasztomerek) geometriailag sokszor nemlineáris szilárdsági állapotváltozásainak vizsgálata. A p -verziós végelemek alkalmazása e területen is előnyösnek ígérkezik a vegyes mezők funkcionálra alapozott

variációs elv alkalmazásakor [18, 19]. Külön figyelem övezte a gumikompozitok nagyalakváltozást kísérő érintkezési feladatának megoldását, légrugók nemlineáris viselkedésének tanulmányozásakor [17]. Ezzel kapcsolatban tengelyszimmetrikus végeelem-program került kifejlesztésre. Az érintkezési feladatok megoldását gyorsítandó, közelítésként az érintkező oldaléleket, egyenes vonalúnak voltak feltételezve. A légrugóra vonatkozó számítások azt mutatták, hogy a $p = 2$ és $p = 3$ rendű approximációnál az eredmények a peremfeltételt is elegendően pontosan elégítik ki.

18. Nándori F, Páczelt I, Szabó T: *Analysis of noncompressible materials with p-version finite elements*. Proceedings: microCAD 2003 International Conference Section F, 2003 March 6-7, Miskolc, University of Miskolc, 2003, pp. 25-30.
19. Szabó T: *Investigation of incompressible materials with high order polynomials*. 303. WE-Heraeus-Seminar, Adaptivity in Finite Element Analysis: Models, Meshes and Polynomial Order at Physikzentrum Bad Honnef, Abstracts of lectures, 2003 September 07-10, Germany, Slides: <http://www.inf.bv.tum.de/heraeus/>.

4.2 A p -verziós elemek felhasználásával a nem folytonos Galjorkin – féle módszer került felhasználásra gumyszerű anyagok alakváltozásának elemzésénél [20, 21]. A kidolgozott variációs elvek biztosítják a megoldás nagyfokú konvergenciáját, a számítási algoritmus hatékonyságát.

20. Szabó T., Mankovics T.: *Finite element computations of hyperelastic materials*, MicroCAD 2004 International Scientific Conference, 17-19 March 2004, Section E: Applied mechanics, 2004, pp. 79-84.
21. Mankovics T., Szabó T.: *Finite element analysis of axially symmetric problems with discontinuous displacement fields*, MicroCAD 2006 International Scientific Conference, 16-17 March 2006, Section E: Applied mechanics, 2006, pp. 13-18.

5. Törésmechanikai kérdések

Megtörtént a J-integrál továbbfejlesztése nagy alakváltozásokra kétdimenziós esetben lineárisan rugalmas, illetve rugalmas-képlékeny anyagmodellek alkalmazásakor [22, 23, 25]. A témából sikeres habilitációra is sor került 2005-ben [24].

22. Horváthné Varga Á.: Calculation of J-integral for large strains using the finite element method, *Journal of Computation and Applied mechanics*, (publikálásra elfogadott 2004)
23. Horváthné Varga Á.: *Calculation of two dimensional J-integral in the case of large strains*, 11-th Conference on Fracture, Turin, 20-25 March 2005, pp.224 + paper in CD.
24. Horváthné Varga Á.: A törésmechanika J-integráljának továbbfejlesztése és numerikus alkalmazásainak kiterjesztése, A Miskolci Egyetem Habilitációs Füzetei, Miskolci Egyetem, 2004.
25. Horváthné Varga Á., Bíró A., Nagy Gy.: Determination of plastic strain energy and its degrading ratio in the case of LCF, MicroCAD 2006 International Scientific Conference, 16-17 March 2006, Section F: Applied Mechanics, pp. 7-12.

6. Kompozit rudak

A kutatás döntően a kétrétegű egyenes és körívközépvonalú kompozit rudak szilárdságtani és dinamikai analízisére irányult. [25]. Réteges felépítés esetén az egyes rétegek kapcsolata normál irányban tökéletes, de axiális irányban illetve a normál irányra merőlegesen az elmozdulás mezőben szakadás lehet. A nem tökéletesen kapcsolódó rétegek által átvitt erő a relatív csúszással arányos. A rétegek kapcsolatát a k nyírési merevség jellemzi, a tökéletesen merev kapcsolatot a $k=1$, a kapcsolat hiányát $k=0$ és a k közbülső érték pedig a rugalmas kapcsolatot jellemzi. [27-29, 31]. Az érintett

tanulmányok a probléma megoldására alkalmas matematikai peremértékfeladat levezetését és a kapott peremértékfeladat numerikus megoldását ismertetik. A két kinematikai változásra az ún. 'slip'-re és lehajlásra vonatkozó kapcsolt differenciálegyenletrendszer numerikus megoldása révén a különböző megtámasztású és terhelésű egyenes és görbe tengelyű rudak statikus terheléshez tartozó lehajlása és a terhelés hatására ébredő feszültségek számítása is megtörtént. A D'Alambert elv alkalmazásával nyert mozgásegyenletek alapján a szabad rezgések sajátkörfrekvenciáinak számítására is sor került [30]. A vizsgálat tárgyát képezte még a k nyírési merevség hatásának az elemzése az egyes mechanikai jellemzőkre (lehajlás, kritikus terhelés, sajátkörfrekvencia).

26. Ecsedi I., Dluhi K.: *Részlegesen kapcsolt, rétegzett kompozit rudak szilárdságtani vizsgálata*, GÉP, 2004, LV/10-11: 44-47.
27. Ecsedi I., Dluhi K.: A linear model for the static and dynamic analysis of nonhomogeneous curved beams, *Applied Mathematical Modelling*, 2005 29:1211-1231.
28. Ecsedi I., Dluhi K.: *Two-layer composite beam with weak shear connection on elastic foundation*, MicroCAD 2006 International Scientific Conference, 16-17 March 2006, Section F: Applied Mechanics, pp. 7-12.
29. Ecsedi I., Dluhi K.: *Linear analysis of composite beam-columns with weak shear connection*, MicroCAD 2005 International Scientific Conference, 10-11 March 2005, Section G: Applied Mechanics, Modern Numerical Methods, pp. 37-42.
30. Ecsedi I., Dluhi K.: *Free vibration of curved composite beams with interlayer slip*, MicroCAD 2004 International Scientific Conference, 18-19 March 2004, Section E: Applied Mechanics, Modern Numerical Methods, pp. 13-17.
31. Dluhi K.: Rugalmasan ágyazott részlegesen kapcsolt kompozit rudak, GÉP, 2005, LVI/5:15-20.

7. Mezőgazdasági talajok vizsgálata

Tovább folytak a mezőgazdasági talajok „Critical State Soil Mechanics” elmélet alapján történő kutatásai, melyhez komoly segítséget adott a Miskolci Egyetem Mérnökgeológia-Hidrogeológia tanszéken elvégzett triaxiális talajmechanikai kísérletek is. Sor került különböző nedvességtartalmú homokos vályog talajok szilárdsági paramétereinek meghatározására és a kísérleti numerikus szimulációjára [32, 33]. Összességében új számítási algoritmus és számítási program került kidolgozásra a mezőgazdasági talajokban kialakuló tömörödöttségi állapot elemzésére, ami komoly gyakorlati jelentőséggel bír a korábbiaknál hatékonyabb, környezetvédelmi szempontból talajkímélő és kevesebb üzemanyagot igénylő mezőgazdasági technológiák kidolgozására.

32. Sárközi L., Kovács B., Kelemen K.K: *Application of a Triaxial Measurement Facility for Determination of some Material Parameters of Agricultural Sandy Loam based on the Critical States Soil Theory*. microCAD2005 International Scientific Conference, 2005 March 10-11, Section C: Geology, Mineral Resources, Miskolc, University of Miskolc, pp. 37-44.
33. Sárközi L., Kovács B., Kriston S.: *Experimental and numerical investigation of soft unsaturated solids*, CD Proceedings of 10th European Conferences of International Society for Terrain-Vehicle Systems, 3-6 October 2006, Budapest, pp. 1-26.