

1

**SZENT ISTVÁN EGYETEM  
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR  
Géptani Intézet  
Gödöllő**

**Mezőgazdasági környezet károsító szennyvizek  
reológiájának és kezeléstechnikájának fejlesztése**

**Zárójelentés  
2005**

**Témavezető: Dr. Szász András egyetemi magántanár**

OTKA nyilvántartási szám: T 037617

Gödöllő, 2006. február 27.

## Tartalomjegyzék

Összefoglalás.....	5
1. A viszkózus deformáció és anomáliái.....	9
1.1 Alapvető anyagi viselkedési módok .....	9
1.2 A nem-newtoni folyadék viselkedés .....	11
1.3 A nem-newtoni folyadékok osztályozása .....	14
2. A mezőgazdasági szennyvizek alapvető mérlegegyenletei .....	15
2.1. Az impulzusmérleg .....	16
2.2. A tömegmérleg.....	21
2.3. A nem-newtoni szennyvizek stacioner fim- és cső áramlásának mérlegei.....	23
2.4. A nem-newtoni szennyvizek mozgásegyenlete .....	26
2.4.1. A film áramlás mozgásegyenlete és annak megoldása .....	26
2.4.1.1. Hatvány típusú folyadék .....	26
2.4.1.1. Bingham típusú folyadék .....	27
2.4.2. A csőáramlás mozgásegyenlete.....	29
2.4.2.1. Hatvány típusú folyadék .....	29
2.4.2.2. Bingham típusú folyadék .....	29
3. A nem-newtoni szennyvizek áramlásának hasonlósága .....	31
3.1 Az áramlások hasonlóságának feltétele .....	31
3.1.1. A hatvány-típusú szennyvizek hasonlósági számai .....	33
3.1.2. A Bingham-típusú szennyvizek hasonlósági számai .....	34
3.2. A nem-newtoni hasonlóságelmélet alkalmazásai .....	35
3.2.1. A Darcy-Weissbach-féle ellenállási formula csőre és csőarmatúrákra .....	36
3.2.2. Mechanikus keverő .....	37
4. Pszeudo-képlékeny szennyvizek turbulens áramlása.....	37
5. A csősúrlódási tényező hatványt típusú szennyvizekre .....	39
5.1. A csősúrlódási tényező hatványt típusú szennyvizek lamináris áramlása esetén.....	39
5.1.1. A csősúrlódási tényező hatványt típusú szennyvizek turbulens áramlása esetén.....	40
6. A csősúrlódási tényező Bingham típusú szennyvizekre .....	40
6.1. A csősúrlódási tényező Bingham típusú szennyvizek lamináris .....	40
áramlása esetén.....	40
7. Keverők fő méreteinek meghatározása .....	41
7.1 A mezőgazdasági szennyvizek mechanikai keverésének energiaigénye .....	41

7. 2 A mezőgazdasági szennyvizek levegőztető berendezésének energiaigénye .....	45
8. A szennyvíz folyadékjellemzőinek kísérleti meghatározása .....	49
8. 1 A viszkozimetria feladata.....	49
8. 2 A kapilláris viszkoziméter szennyvizek folyási görbéjének felvételére .....	50
8. 3 Hengeres és kúp-sík mérőérzékelős rotációs viszkoziméter.....	52
8. 4 Turbinás mérőérzékelős rotációs viszkoziméter .....	55
9. Szennyvizek gravitációs fázis-elválasztási folyamatainak vizsgálata .....	60
9. 1 Egy részecske mozgása az ülepítő fala menti lamináris határrétegben .....	60
9. 2 Részecskehalmaz mozgásegyenlete ülepítőben .....	64
9. 2. 1 Az áramlásmentes szedimentáció esete .....	65
9. 2. 2 A rétegződési folyamat vizsgálata .....	66
9. 2. 3 Szedimentáció lassú áramlás jelenlétében .....	67
9. 2. 4 Az ülepedési folyamat hasonlóságelméleti vizsgálata .....	69
9. 2. 5. Szennyvizek gravitációs fázis-elválasztásának vizsgálata kisminta kísérletekkel .....	70
10. Levegőztetők vizsgálata .....	72
10. 1 A levegőztetőben lejátszódó anyagátadási folyamat hasonlóságelméleti vizsgálata .....	72
10. 2 A folyamat mérlegegyenlete .....	72
10. 3 Az anyagátadási folyamat hasonlósági kritériumszámjai .....	73
10. 4 A levegőztetőben végbemenő tranziens folyamat vizsgálata .....	78
10. 5 Az oldott oxigén tartalom axiális eloszlásának vizsgálata.....	80
10. 6 Kísérlet feltételeinek megválasztása .....	83
10. 7 Kísérleti eredmények .....	86
10. 7. 1 A folyadékszint hatása az oxigénátadási folyamatra .....	86
10. 7. 2 A buborékoltató furatátmérőjének hatása az oxigénátadási folyamatra.....	89
10. 7. 4 A kompresszor típusának hatása az oxigénátadási folyamatra ...	91
10. 8 Levegőztető mechanikus keverő berendezéssel.....	93
10. 8. 1 A mechanikus keverőben lejátszódó anyagátadási folyamat hasonlóságelméleti vizsgálata .....	93
10. 8. 2 Kísérlet eredmények.....	94
10. 8. 3 A buborékoltató furatátmérőjének és a folyadék mélység hatása az oxigénátadási folyamatra .....	96
11. A mezőgazdasági szennyvizekre vonatkozó viszkometriai vizsgálatok eredményei .....	98

11. 1 A mezőgazdasági szennyvizek összetétele és konzisztenciája .....	99
11. 2 Kísérleti eredmények .....	100
12. Nem kör keresztmetszetű csővezetékek és csőarmatúrák.....	105
12. 1 Egyenértékű csőátmérő .....	106
12. 2 Szennyvizek áramlása csatornában, medrekben .....	107
12. 3 Egyenértékű csőhossz .....	108
Felhasznált irodalom .....	111
1. számú melléklet.....	115
2. számú melléklet.....	117
3. számú melléklet.....	118

## Összefoglalás

A mezőgazdasági és kommunális szennyvizek áramlástanja nem kidolgozott tudományterület. Ennek egyik oka az, hogy jelenleg nem áll rendelkezésre az a kísérleti adatbázis, melynek alapján a szennyvizek anyagi sajátságait leíró ún. konstitutív egyenletek reprodukálható módon kidolgozhatók lennének.

A másik ok az, hogy nincsenek kidolgozva azok a durvaszemcsés leírásban adott mérlegegyenletek (pl. tömeg, impulzus, energia) melyek egyrészt segítséget adnak a konstitutív egyenletek kidolgozásában, másrészt a konstitutív egyenletekkel együtt meghatároznák az áramlás mozgásegyenleteit.

Az elmondottakból következik, hogy nem áll rendelkezésre a kísérleti munkához szükséges hasonlóságelmélet sem. A kutatás célja e hiányosságok kiküszöbölése. A kutatási munka első részeként nem-newtoni folyadékmodell osztályokba soroljuk a szennyvizeket. Kidolgozzuk a reológiai leíráshoz szükséges konstitutív egyenleteket. Kidolgozzuk a szennyvizek kontinuun mechanikáját durvaszemcsés leírásban. Ennek során megadjuk a szennyvíz alapvető mérlegegyenleteit, mozgásegyenleteit és egyértelműségi feltételeit.

Elvégezzük az egyenletek hasonlósági analízisét és megadjuk a dimenzió nélküli kritérium számokat a szennyvizek leírására alkalmazható két nem-newtoni konstitutív egyenlet esetére. Alkalmazzuk a hasonlóságelméletet a kezelés technikához szükséges cső és csatorna méretezés mérnöki módszerének kidolgozására és megmutatjuk, hogy a Darcy-Weissbach-elmélet alkalmazható szennyvizek esetében is. Megadjuk a mérnöki tervezéshez szükséges csősúrlódási tényező meghatározására szolgáló egyenleteket a szennyvizek lamináris és turbulens áramlásának esetére. Elvégezzük a mechanikus keverő hasonlóságelméleti analízisét és kidolgozzuk a kisminta kísérletek elméletét. Alkalmazzuk és továbbfejlesztjük eredményeinket a hígtrágyák levegőztető berendezéseinek rendszerelméleti vizsgálatára. A levegőztetőket célszerű a mechanikai keverőkkel kombinálni, hiszen ekkor egyrészt javítható a gázfázis bevitelének hatásfoka, másrészt biztosítható a gázfázis egyenletes eloszlása, amely feltétele a megfelelő oxigéntartalom elérésének. További előnye az összeépítésnek az, hogy mint megmutatjuk jelentősen csökkenteni lehet a keverő teljesítmény igényét is. Megmutatjuk, hogy a berendezés a teljesítmény, a geometriai, a Reynolds, a Froude, a Hedström és a volumetrikus hasonlósági kritérium számokkal jellemezhető. Kimutatjuk, hogy a levegőztető teljesítményszáma előállítható

egy csak a volumetrikus számtól függő és egy a többi hasonlósági számtól függő empirikus berendezés függvény szorzataként. A volumetrikus számtól függő berendezés függvény határértéke és ezáltal a teljesítmény igény csökkenésének mértéke függ a keverő típusától. Kísérleti vizsgálatok alapján megadjuk mindkét függvény konkrét alakját a gyakorlatban leggyakrabban használt berendezések esetében. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy szarvasmarha hígtrágya esetén a pektin tartalom miatt fellépő, a tixotrópia jelenségén keresztül megvalósuló, látszólagos viszkozitás csökkenés mérsékli az anyagmozgatás energia igényét, ha a keverést és levegőztetést az anyagmozgatás előtt végezzük.

A kísérletek szerint a maximálisan elérhető volumetrikus hasonlósági kritérium szám:  $\frac{I_{lev}}{n d_j^3} < 0,085$ . Ennek meghaladása esetén a bejuttatott levegő már

nagyméretű buborékok formájában áll össze és halad át a kevert folyadékon, és így nem nyelődik el. Ebből következik, hogy az időegységenként bejuttatott  $I_{lev}$  levegő térfogatáram ekkor már csak a járókerék átmérőjének és fordulatanak növelésével fokozható. Az is kiderült a vizsgálatokból, hogy a járókerék átmérőjének növelése a hatékonyabb. A volumetrikus hasonlósági szám határértékekor a teljesítmény igény csökkenése 40-45% közötti.

A mezőgazdasági szennyvíz folyadékjellemzőinek kísérleti meghatározása részben ismertetjük azokat a berendezéseket, melyek segítségével a kísérleteket végezzük. Megadjuk a rotációs hengeres viszkoziméter mérési kiértékelésének új és a szennyvizek esetében használható egzakt elméletét. Itt mutatjuk meg, hogy nem-newtoni folyadékok folyási görbéinek felvételekor nem mindig alkalmazható gyártók által kiértékelésre ajánlott effektív nyírósebesség és nyírófeszültség. Megmutatjuk továbbá azt is, hogy kúp-sík viszkoziméter esetén nincs ilyen probléma. A mezőgazdasági szennyvizek szivattyúzhatóságának egzakt megállapítása fontos kezeléstechnikai feladat. A gyakorlatban többnyire az esőgolyós berendezést használják. Bemutatunk egy erre a célra is használható, általunk turbinás viszkoziméternek nevezett, új berendezést és megadjuk annak elméletét, továbbá bemutatjuk a vele végzett kísérleteket. A berendezés alkalmas folyási görbék felvételére üzemi körülmények között elvárható pontossággal.

A szennyvizek és ezen belül a mezőgazdasági szennyvizek fázisválasztásának egyik lehetséges módszere a gravitációs fázisválasztás. A dolgozatban bemutatunk egy analitikus és egy a nem-newtoni folyadékok hasonlóságelméletén alapuló eljárást az ülepitőben lejátszódó folyamatok tárgyalására. Az analitikus elmélet számot tud adni a rétegződés kialakulásáról és

annak időbeli lefolyásáról. A hasonlóságelmélet pedig arra szolgál, hogy megadja az un. növekedési törvényeket a mérnöki tervezés számára.

Az ülepítő kisminta kísérleteinek tervezéséhez négy hasonlósági kritérium

számot használunk:  $Pi_1 = \frac{\rho_f d v_{0rel}}{\eta}$ ,  $Pi_2 = \frac{p}{g \rho_r L}$ ,  $Pi_3 = \frac{p}{g \rho_f L}$ ,  $Pi_4 = \frac{\Delta \alpha U}{v_{0rel} \Delta f}$ .

Az első a szabad szedimentációt végző részecske Reynolds száma, a második a statikus fenéknyomásból és a folyadékoszlop magasságából és a részecskék valamint a folyadék sűrűségéből képeztük és a fenéknyomás valamint a szuszpendáló folyadék ill. a szuszpendált részecskék statikus nyomásának hányadosai. A negyedik fázishatár jellemzőiből képzett hasonlósági szám, mely a kollektív szedimentációt jellemzi hasonlósági szempontból.

Megmutatjuk, hogy az ülepítő mérnöki tervezésében ez utóbbi játssza a főszerepet. Kísérletileg vizsgáljuk a kollektív kiülepedési folyamatot és bebizonyítjuk, hogy ülepedési mintázat jön létre, melyet több egymástól jól elkülönülő fázishatár jellemez. Megmutatjuk, hogy a konkrét rétegződés mintázata attól függ, hogy mekkora a szuszpenzió kiindulási térfogat-koncentrációja. Összevetjük a kollektív kiülepedési folyamat korábban elméletileg számított és mért ülepedési sebességét. Megmutatjuk, hogy a kiindulási szárazanyag térfogat-koncentráció kézbentartásával kontrolálható a kiülepedési folyamat sebessége és a technológiai idők.

Elvégezzük a levegőztetőben és a mechanikus keverő berendezéssel kombinált levegőztetőben az oxigén anyagátadási folyamat elméleti vizsgálatát és az elmélet alapjául szolgáló mérleg és konstitutív egyenletek hasonlósági analízisét. Megmutatjuk, hogy a levegőztetőn belüli oxigén anyagátadási folyamat a Nussel-, a Reynolds-, a Peclet- és a Prandtl-féle kritériumszámmal jellemezhető. Vizsgáljuk levegőztetőben kialakuló áramlási típusokat és a tartózkodási idő nagyságát meghatározó levegő-szennyvíz fázishatár nagyságát. Ehhez bevezetjük a buborékoltató lukátmérőjére vonatkozó Reynolds számot. Meghatározzuk az anyagátadásra vonatkozó Nussel-szám függését a Prandtl és Reynolds számoktól és ebből kidolgozzuk azokat a mérnöki tervezésben használható formulákat, melyeket kísérletileg is alátámasztunk.

Meghatározzuk mindkét levegőztető típusra a fázishatár felülete nagyságának függését a bevezetett levegő átlagsebességétől, a folyadék mélységtől és a lukátmérőtől kétféle kompresszor esetére. Összefüggést adunk meg a tartózkodási időre vonatkozóan, amely a kezelési technológia optimalizálása miatt fontos. Bemutatjuk azokat a kísérleti eredményeket, melyeket különböző szárazanyag tartalmú szarvasmarha és sertés hígtrágyák anyagi

egyenletének meghatározására vonatkozóan végeztünk. Elvégezzük a mérési eredmények kiértékelését és megadjuk az anyagi viselkedést jól leíró hatványtípusú folyadékmodell konzisztencia állandó és folyási exponens paramétereit az egyes szennyvíz típusokra vonatkozóan.

Vizsgálatainkból kiderül, hogy szarvasmarha hígtrágyák esetén az általunk használt és a gyakorlatban megfelelő 0-400/sec nyírósebesség tartományban nem közelíthetők egyetlen anyagi egyenlettel, hanem kettőt kell használni. A konzisztencia állandók a nagyobb nyírósebesség tartományban nagyobbak, hasonlóan a folyási exponenshez. Ez azt jelenti, hogy növekvő szárazanyag tartalommal a szennyvíz viselkedése egyre inkább nem-newtoni lesz. A szennyvizek anyagi egyenletének ismeretében megadható a Darcy-Weissbach-formulában szereplő csősúrlódási tényező konkrét függése a szennyvíz típus paramétereitől. Ennek alapján kidolgozzuk a kör és nem kör keresztmetszetű csővezetékek nyomásesésére vonatkozó képleteket, beleértve a csatorna áramlás általánosított Chezy képletét is. A csőszerelvények egységes tárgyalása céljából bevezettük az egyenértékű hossz fogalmát. Az egyenértékű hossz bevezetésének előnye az, hogy segítségével megadható a hidraulikai tervezéshez szükséges hálózati karakterisztika is, melynek fontos jellemzője a hidraulikai ellenállás. Formulákat vezetünk le a csőhálózatok soros és párhuzamos kapcsolására vonatkozóan. Mathcad programokat dolgozunk ki a mérnöki tervezőmunka megkönnyítésére.



## 1. A viszkózus deformáció és anomáliái

### 1.1 Alapvető anyagi viselkedési módok

A nem-newtoni azon belül a pszeudo-képlékeny folyadékok viselkedésének megértéséhez tisztában kell lennünk az alapvető anyagi viselkedési módok definíciójával. Ehhez előbb a testekben ébredő feszültségi állapotról kell ejteni néhány szót. Ha a feszültség merőleges a felületre amelyre hat, függetlenül a felület irányításától-, akkor a feszültségi állapotot izotropnak nevezzük. Különbözik a feszültségi állapot anizotrop [1, 2, 3].

Anizotrop feszültségek hatására a testek három alapviselkedést mutatnak:

1. Az alakváltozás végén egyensúlyi állapot jön létre, a terhelés megszűnte után a test visszanyeri eredeti alakját ( reverzibilis változás ). Ez a rugalmas viselkedés.

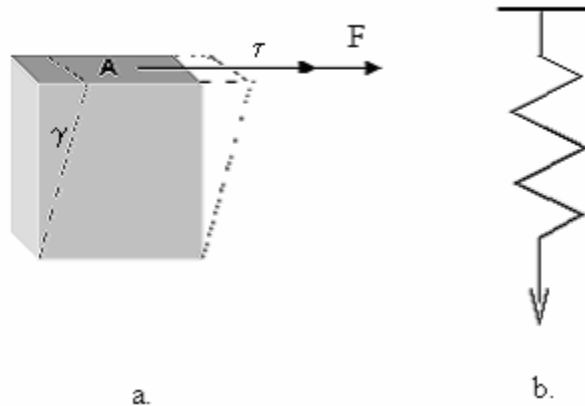
2. Az alakváltozás irreverzibilis, időben folyamatosan előrehalad, állandó terhelés esetén állandó sebességgel. Ennek neve viszkózus viselkedés.

3. Az alakváltozás irreverzibilis, időben folyamatosan előrehalad, azonban állandó terhelés esetén sem állandósul az alakváltozás sebessége (gyorsul). Ez a plasztikus viselkedés [1, 3, 5, 6].

Tapasztalat szerint a testek anizotrop feszültségek hatására mindhárom viselkedést egyidejűleg mutatják. A testek erők hatására keletkező alakváltozásait tanulmányozza a reológia. Alapvető célkitűzése, hogy a testek viselkedését a három alapviselkedés segítségével magyarázza meg. Azért, hogy ezt a programot megvalósítsa idealizált testmodelleket vezet be. Ezeket ismertetjük a következőkben. A tökéletesen rugalmas vagy Hook-test az 1.a ábra szerinti nyírásakor úgy viselkedik, hogy a  $\tau$  nyírófeszültség arányos a  $\gamma$  nyírási szöggel:

$$\tau = \frac{F}{A} = G\gamma \quad (1)$$

ahol G az un. nyírási modulus anyagállandó, melynek egysége az 1 Pa.

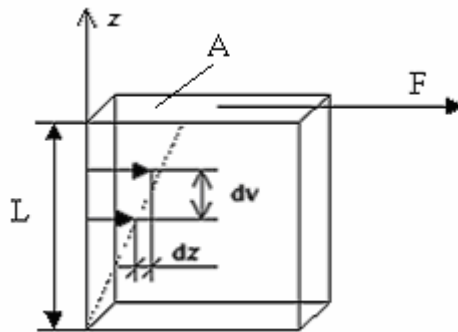


**1. ábra. A Hook-test**

A test rajzjele az analógia miatt az 1.b ábrán látható rugó.  
Az ideálisan viszkózus test, Newton - test vagy newtoni folyadék, a 2. ábra szerinti nyíró igénybevételkor a

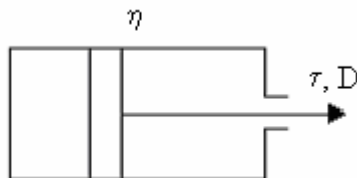
$$\tau = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{L} = \eta \frac{dv}{dz} = \eta D \quad (2)$$

egyenlettel leírható arányos viselkedést mutat.



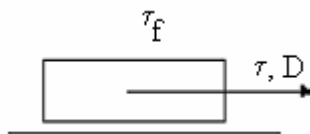
**2. ábra. A newtoni folyadék viselkedés magyarázatához**

Itt  $\eta$  a dinamikai viszkozitás , egysége:  $1 \text{ Pas}$ ,  $dv/dz = D$  mennyiség pedig az un nyírósebesség. A newtoni folyadék rajzjele a 3. ábrán látható pumpa, melynél az erő arányos a dugattyú és a henger egymáshoz viszonyított sebességével.



3. ábra. A Newton-test

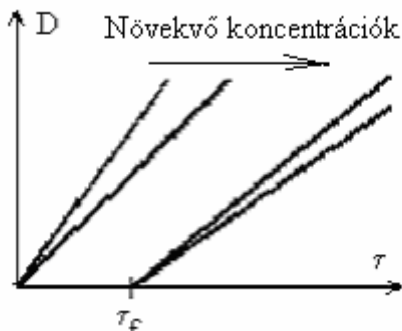
Végül az ideálisan képlékeny test vagy St. Venant-test jellemzője, hogy egy  $\tau_f$  határfeszültség alatt nem jön létre deformáció,  $\tau = \tau_f$  esetén tetszőleges állandó,  $\tau > \tau_f$  esetén pedig időben növekvő a nyírósebesség. A súrlódási erővel mutatott hasonlóság alapján az ideálisan képlékeny test rajzjele a 4. ábrán látható vízszintes síkon levő téglatest [1, 6].



4. ábra. A St. Venant-test

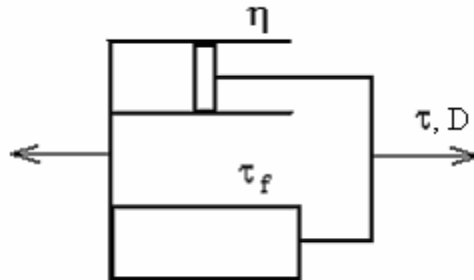
## 1. 2 A nem-newtoni folyadék viselkedés

Tapasztalat szerint a folyadékok jelentős része nem-newtoni viselkedést mutat. A newtoni folyadékok, melyekben kisméretű szilárd részecskéket diszpergálunk nagyobb mennyiségben ( nagy koncentrációjú szol ) az 5. ábrán látható viselkedést mutatják. kis koncentrációk esetén  $D$  és  $\tau$  kapcsolata lineáris ( newtoni viselkedés ), növekvő koncentrációval először a görbék meredeksége csökken ( növekvő viszkozitás ) majd megjelenik a képlékeny viselkedés amelyre az ábrán látható  $\tau_f$  feszültség enged következtetni [6].



5. ábra. A nem-newtoni folyadék viselkedés megjelenése növekvő szárazanyag tartalom következtében

Az 1. 1 pont szerinti viszkózus deformáció ( folyás )  $\tau > \tau_f$  feszültség esetén következik be. Ez a folyadék viselkedés modellezhető egy Newton-test és egy St. Venant-test párhuzamos kapcsolásával, ahogy azt a 6. ábra mutatja



**6. ábra. A Bingham-féle folyadék modellje**

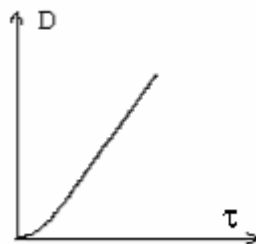
Ezt a folyadékot Bingham-féle folyadéknak nevezzük [6]. Anyagi egyenlete:

$$\tau = \tau_f + \eta D \quad (3)$$

A Bingham folyadék tehát nem minden nyírófeszültségnél viselkedik viszkózus testként.

Az olyan testeket, melyek minden nyírófeszültségnél viszkózus deformációt szenvednek, tisztán viszkózus folyadékoknak nevezzük. A következőkben ezekkel foglalkozunk részletesebben!

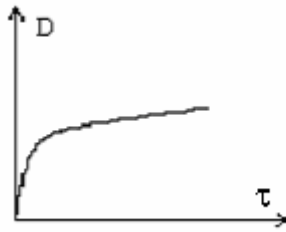
A természetben kétféle tisztán viszkózus nem-newtoni folyadék viselkedés tapasztalható. A 7. ábrán látható pszeudo-képlékeny és a 8. ábrán látható dilatáns viselkedés.



**7. ábra. A pszeudo-képlékeny folyadék folyási görbéje**

Az előbbi viselkedést a szálak anyagok híg szuszpenziói kommunális és mezőgazdasági szennyvizek (pl. hígtrágyák), szerves anyagokból készített

pépek, az utóbbit ipari zagyok, pigmentek és szilikátok szuszpenziói mutatják.



**8. ábra. A dilatáns folyadék folyási görbéje**

Ezeknél az anyagoknál  $D$  és  $\tau$  kapcsolata nemlineáris függvény.

Ebből következik, hogy a  $\tau / D$  kifejezés, mely newtoni folyadékoknál a viszkozitást definiálja, függvénye lesz a  $D$  nyírósebességnek. A viszkozitás tehát ezeknél a folyadékoknál nem anyagjellemző!

Ezért a

$$\eta_l = \frac{\tau}{D} \quad (4)$$

függvényt látszólagos viszkozitásnak fogjuk nevezni.

Az alábbi

$$\eta_0 = \lim_{\tau \rightarrow 0} \eta_l \quad (5)$$

és a

$$\eta_\infty = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \eta_l \quad (6)$$

definíciókkal származtatott viszkozitásokat rendre kezdeti, illetve határ viszkozitásnak nevezzük. Olyan esetekben, amikor  $D$  értéke valamely  $D_0$  érték körül csak keveset változik, akkor a számításoknál  $\tau = \tau(D)$  ún. folyási görbét a  $D_0$  pontban helyettesíthetjük az érintőjével. az érintő

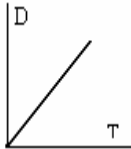
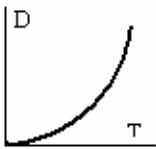
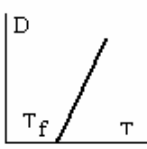
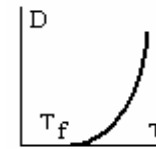
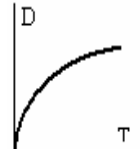
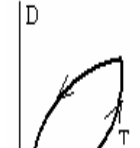
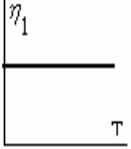
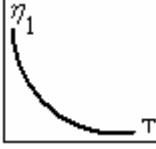


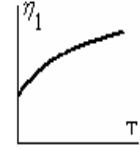
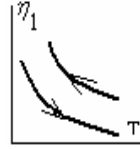
$$\eta_d = \left( \frac{d\tau}{dD} \right)_{D=D_0} \quad (7)$$

iránytangense a differenciális viszkozitás.

### 1.3 A nem-newtoni folyadékok osztályozása

A nem-newtoni folyadékok osztályozása a legegyszerűbben a **DIN 13342** szabvány ajánlásai és terminológiája alapján végezhető el. Ezt mutatja az 1. táblázat. A besorolás első szempontja az, hogy a folyadék reológiai tulajdonságai függenek-e az igénybevétel időtartamától vagy sem. Az időtől való függés abban nyilvánul meg, hogy a folyadék látszólagos viszkozitása idő függvényében változik. Ha csökken akkor tixotrópiáról beszélünk, ellenkező esetben reopexiáról.

**1. táblázat.** A nem-newtoni folyadékok osztályozása

Osztály-zás	Newtoni	Nem-newtoni				
Besorolás	Ideál-viszkó-zus	Pszedó-képlékeny	Képlékeny		Dilatáns	Tixotróp
Folyási görbe						
Elnevezés	Newton	Ostwald	Bingham	Casson	Ostwald	
Látszóla-gos visz-kozitás $\eta_l = \frac{\tau}{D}$						
Anyagi egyenlet	$D = \frac{\tau}{\eta}$	$D = k\tau^n,$ $n > 1$	$D = \frac{\tau - \tau_f}{\eta}$	$D = \frac{(\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_f})^2}{\eta}$	$D = k\tau^n,$ $n < 1$	
Jellemző anyagok	víz, híg szenny-vizek	szálas anyagok szusz-penziója, hígtrágyák, habok, sűrű szennyvizek	sűrű szennyvizek, híg-trágyák, sűrű habok	pigment tartalmú szenny-vizek, szilikát szusz-penziók	bármely szenny-víz	

Az idő invariáns reológiai tulajdonságú folyadékok kétfélek lehetnek:

**- a. Tisztán viszkózus folyadékok:**

- a.1 Newtoni,
- a.2 Pszeudoképlékeny,
- a.3 Dilatáns.

**b. Folyadékok képlékeny komponenssel:**

- b.1 Bingham,
- b.2 Casson.

Az időben változó tulajdonsággal rendelkezők az alábbiak:

**c. Rugalmas komponenssel rendelkező folyadék**

**d. Rugalmas komponenssel nem rendelkező folyadékok [6]:**

- d.1 Tixotróp,
- d.2 Reopex.

A következőkben megadjuk a pszeudo-képlékeny folyadékok tulajdonságait, a reológiai jellemzésükre szolgáló testmodellt, és az anyagi viselkedésüket leíró leggyakrabban használt törvények matematikai alakját.

A pszeudo-képlékeny folyadékok nem modellezhetők az alaptestek segítségével. Anyagi viselkedésüket leggyakrabban Porter-Rao-féle törvénnyel írják le

$$D = k \tau^n \quad (8)$$

ahol  $k$  és  $n$  anyagra jellemző állandók. Ezzel matematikai szempontból egyenértékű az Ostwald - De Waele - féle egyenlet:

$$\tau = K D^m \quad (9)$$

Itt  $K$  a konzisztencia állandó,  $m$  pedig a folyási exponens, mindkettő anyagállandó. A 7. ábra alapján könnyű belátni, hogy  $n > 1$  és  $m < 1$ .

A (9) függvénnyel leírható folyadékokat szokás még hatványtörvénnyel jellemezhetőnek is nevezni [5, 6, 7].

## **2. A mezőgazdasági szennyvizek alapvető mérlegegyenletei**

A klasszikus térelmélet modern megközelítésénél, a korábbi módszertantól eltérően, a fizika „erős” törvényeit (impulzus megmaradási-, perdület megmaradási-, energia megmaradási-elv, stb.) élesen elkülönítik a „gyenge” tör-

törvényektől, melyek a konkrét anyagi viselkedést írják le, és amelyeket konstitutív egyenleteknek neveznek [9, 10, 11, 12]. Ezáltal egyszerű lehetőséget adnak az újabb konstitutív egyenletekhez tartozó mozgásegyenletek származtatására [13, 14].

Az erős törvényeket, melyek az entrópia törvényt leszámítva megmaradási elvek mérlegegyenletek formájában fogalmazzák meg. Ezeket ismertetjük a következőkben.

### 2.1. Az impulzusról

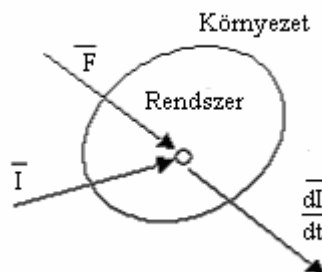
Az impulzusról Newton II. axiómája folytonos testekre megfogalmazva.

A vizsgálatok során a folyadékot folytonos testnek fogjuk tekinteni. A testből gondolati vagy anyagi fallal elhatárolt részre, - a rendszerre - érvényes Newton II. axiómája:

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = \bar{F} \quad (10)$$

Ahol  $\bar{I}$  a rendszer impulzusa,  $\bar{F}$  pedig a rendszerre ható erő ( 9. ábra ) Az  $\bar{F}$  erő tapasztalat szerint felbontható két részre:

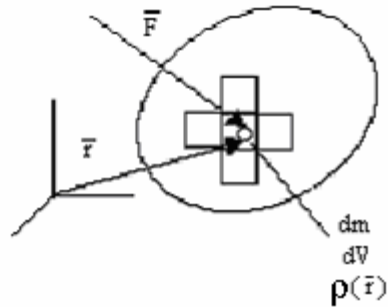
$$\bar{F} = \bar{F}_t + \bar{F}_f \quad (11)$$



9. ábra. Az impulzusról levezetéséhez

Az  $\bar{F}_t$  térfogati erő a rendszer környezetében lévő testek által keltett erőterek hatásaként jön létre pl. a súlyerő.





**10. ábra. A térfogati erő bevezetéséhez**

Ezen erőtípus jellemzésére a térfogati erősűrűséget használjuk, amelynek definíciója a 10. ábra jelöléseivel a következő:

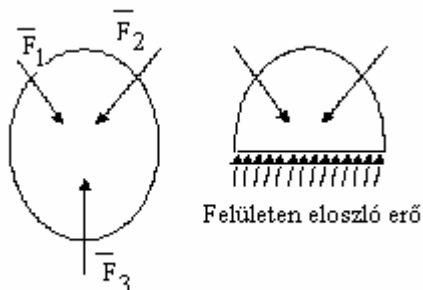
$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}_t}{dV} = \frac{d\vec{F}_t}{dm} \frac{dm}{dV} = \vec{f}_m \rho \quad (12)$$

Itt  $d\vec{F}$  a  $dm$  tömegű  $dV$  térfogatú részecskére ható erő,  $\vec{f}_m$  pedig a tömeg-egységre vonatkoztatott erő. Pl. a súlyerő esetén:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{G}}{dV} = \rho \vec{g} \quad (13)$$

A felületi erő a test belsejében vagy két test határfelületén jön létre pl. folyadékba merülő szilárd test folyadékkal érintkező felületén.

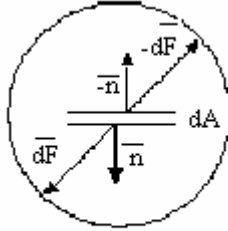
A belső erők létezése belátható, ha egy egyensúlyban lévő testet egy sík mentén elmetszünk (11. ábra)



**11. ábra. A felületi erő bevezetéséhez**

Változatlan külső erők és deformációk esetén a metszőfelület mentén egy eloszló erőt kell működtetnünk, hogy az egyensúly fennmaradjon.

Ez az erő helyettesíti a test másik felét a mechanikai hatás szempontjából. Ezt a test belsejében, a test részei között átadódó erőt mechanikai feszültségnek nevezzük. Jellemzésére a feszültségvektor szolgál.



### 12. ábra. A feszültség vektor bevezetéséhez

Vágjuk fel a 12. ábra szerinti testet egy  $dA$  felület mentén. Ekkor, mivel a testrészei között megszüntettük a feszültséget az ábrán szaggatottan jelölt üreg keletkezne, ha nem működtetnénk a  $\overline{dF}$  és a  $-\overline{dF}$  erőket. A feszültséget helyettesítő  $\overline{dF}$  erő iránya függ a metszőfelület irányításától, melyet az  $\overline{n}$  normális egységvektorral jellemzünk.

A feszültség vektorán a felületegységre eső erőt értjük:

$$\overline{\sigma} = \frac{\overline{dF}}{dA} \quad (14)$$

egysége:  $1 Pa$ .

Egyszerű belátni, hogy az izotrop feszültség felírható a

$$\overline{\sigma} = \sigma \overline{n} = -p \overline{n} \quad (15)$$

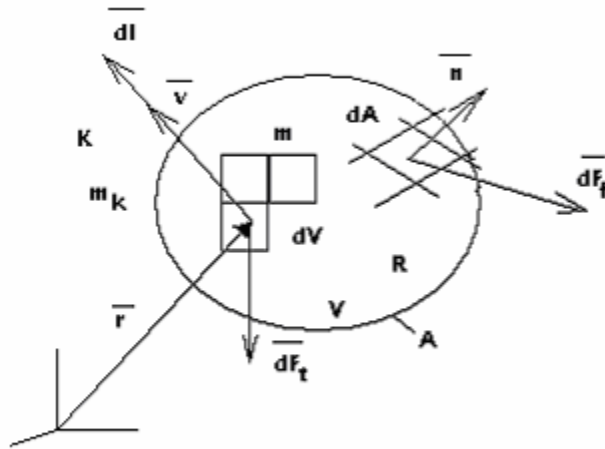
alakban, ahol  $\sigma$  ill. a  $p$  un. skaláris feszültség illetve nyomás.

Az izotrop feszültségre ( nyomásra ) példa a hidrosztatikai nyomás. Általános esetben a feszültséget felbonthatjuk egy a felületre mindig merőleges izotrop és egy anizotrop összetevőre:

$$\overline{\sigma} = \overline{\sigma}_n + \overline{\tau} = \overline{\sigma}_{iz} + \overline{\sigma}_{aniz} + \overline{\tau} = \sigma \overline{n} + \overline{\sigma}_{aniz} + \overline{\tau} \quad (16)$$

A felbontást úgy végezzük el, hogy a kérdéses pontban, ahol a feszültséget meg akarjuk határozni a pontra illeszkedő minden felületre meghatározzuk

a feszültség felületre merőleges  $\sigma_n$  normális összetevőjét. Képezzük ezek átlagértékét, ez lesz a  $\sigma$  izotrop összetevő. Egy  $\bar{n}$  normálisú felület esetén a felületre merőleges  $\sigma_n$  normális és az előbb meghatározott  $\sigma$  izotrop feszültség különbsége a  $\sigma_{an}$  anizotrop normális feszültség. Az anizotrop feszültség felülethez érintőleges részét nyírófeszültségnek nevezzük, jele:  $\tau$ . Legyen a 13. ábrán látható rendszerünk, melyre térfogati- és felületi erők hatnak.



**13. ábra. Az integrális impulzus mérleg levezetéséhez**

Newton II. axiómája szerint a test  $\bar{I}$  impulzusának időegységre eső változása egyenlő a  $\bar{F}_f$  felületi és  $\bar{F}_t$  térfogati erők eredőjével:

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = \bar{F}_t + \bar{F}_f \quad (17)$$

A test teljes impulzusának időegységre eső változása kiszámítható a 13. ábra szerinti  $dm$  tömegű részecskék  $\bar{I}$  időegységenkénti impulzusváltozásainak összegeként:

$$\bar{I} = \int d\bar{I} = \int \bar{v} dm = \int \bar{v} \frac{dm}{dV} dV = \int \bar{v} \rho dV \quad (18)$$

Hasonló módon a térfogati erő az egyes tömegelemekre ható térfogati erők összege:

$$\bar{F}_t = \int d\bar{F}_t = \int \frac{d\bar{F}_t}{dV} dV = \int \bar{f} dV \quad (19)$$

ahol kihasználtuk a térfogati erősűrűség definícióját.

Végül a testre ható felületi erő a testet határoló  $A$  felület  $dA$  felületelemeire ható erők vektori összege:

$$\bar{F}_f = \int d\bar{F}_f = \int_A \frac{d\bar{F}_f}{dA} dA = \int_A \bar{\sigma} dA \quad (20)$$

Itt  $\sigma$  a már korábban bevezetett feszültségvektor. A fentiekkel az impulzus mérleg integrális alakja

$$\int_V \rho \frac{d\bar{v}}{dt} dV = \int_V \bar{f} dV + \int_A \bar{\sigma} dA \quad (21)$$

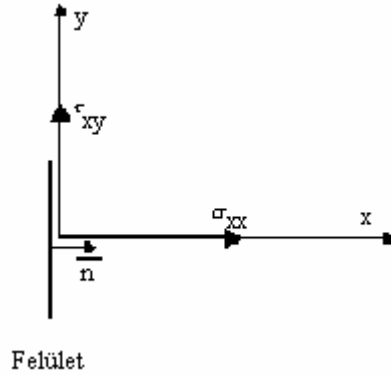
A differenciális mérleg levezetése a következő lépésekből áll. Először kimutatható, hogy a feszültségvektor előállítható a

$$\bar{\sigma} = \bar{\bar{T}} \bar{n} \quad (22)$$

alakban, ahol  $\bar{\bar{T}}$  az un. feszültség tenzor,  $\bar{n}$  pedig annak a felületnek a normálisa, melyen a  $\bar{\sigma}$  feszültség ébred. Kartéziuszi koordináta rendszerben a fenti egyenlet mátrix alakja a következő alakú:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (23)$$

ahol az indexek a megfelelő koordinátára utalnak pl.  $n_x$  a normális  $x$  irányú,  $\sigma_y$  a feszültség  $y$  irányú koordinátáját jelöli. A tenzor mátrixa elemeinek jelentése a 14. ábra alapján érthető meg.



#### 14. ábra. A feszültség tenzor elemeinek magyarázatához

A  $\sigma_{xx}$  un.  $x$  irányú főfeszültség az  $x$  tengelyre merőleges felületen  $x$  irányban ébredő feszültséget jelenti ( tiszta húzó vagy nyomó feszültség ), a  $\tau_{xy}$  feszültség az  $x$  tengelyre merőleges felületen  $y$  irányban ébredő feszültség ( tiszta nyíró feszültség ). A perdület mérleg segítségével ki lehet mutatni, hogy a  $\bar{T}$  tenzor szimmetrikus, azaz pl.  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ .

Másodszor a (21) mérleg második tagját (22) és a Gauss- Osztrogradszkij - tétel segítségével átalakíthatjuk térfogati integrállá:

$$\int_A \bar{\sigma} \cdot dA = \int_A \bar{T} \cdot \bar{n} \cdot dA = \int_A \bar{T} \bar{dA} = \int_V \text{div} \bar{T} dV \quad (24)$$

Ekkor ( 21 ) felírható tisztán térfogati integrál segítségével

$$\int_V \left( \rho \frac{d\bar{v}}{dt} - \text{div} \bar{T} - \bar{f} \right) dV = 0 \quad (25)$$

melyből  $V$  tetszőlegessége miatt következik a

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = \text{div} \bar{T} + \bar{f} \quad (26)$$

differenciális impulzusról [8, 9, 10, 11].

### 2. 2. A tömegmérleg

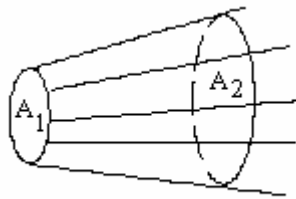
A tömegmérleg a tömegmegmaradás elvének megfogalmazása nem-newtoni folyadékokra. Az anyagátadásra zárt rendszerek tömege tapasztalat szerint

állandó, Ez a tömegmegmaradás elve zárt rendszerekre. A nem-newtoni áramlástan rendszerei általában nyíltak, így nyílt rendszerekre is meg kell fogalmaznunk az elvet. A nyílt rendszer tömege adott idő alatt ugyanannyit változik mint környezetéé csak ellentétes előjellel. Tapasztalat szerint a tömegátadás a rendszert környezetétől elválasztó ellenőrző-felületen történő átáramlás formájában megy végbe. A határfelületen időegységenként átáramló tömeget **tömegáramnak** nevezzük. A tömegáram segítségével a tömegmegmaradás elve nyílt rendszerekre a következő alakban fogalmazható meg. A rendszer tömegének időegységre eső változása egyenlő a rendszer ellenőrző-felületének tömegáramával. Legyen a ellenőrző-felület tömegárama  $I_m$  és változzon a rendszer tömege  $dt$  idő alatt  $dm$  értékkel akkor a tömegmegmaradás elve a

$$\frac{dm}{dt} = I_m \quad (27)$$

alakban írható fel.

Stacioner áramlás esetén a nyílt rendszer tömege időben változatlan. Tehát a fenti egyenlet szerint a ellenőrző-felület tömegárama zérus. Ez fizikailag azt jelenti, hogy időegységenként a rendszerbe be-és abból kiáramló tömeg egyenlő. Ez a tömegfolytonosság elve. Tekintsük a 15. ábrán látható áramcsővel határolt stacioner nyílt rendszert. A cső palástján nyilvánvalóan nincs közeg átáramlás. Az is nyilvánvaló, hogy egy közeg szállítására szolgáló materiális cső egyúttal áramcső is.



**15. ábra. A folytonossági egyenlethez**

Legyen az 1-jelű lapon belépő közeg sűrűsége  $\rho_1$ , átlagsebessége  $v_{1a}$  a 2-jelűn  $\rho_2$  és  $v_{2a}$ . Akkor az 1-es lapon időegységenként  $A_1 v_{1a}$  köztérfogat áramlik a rendszerbe, mely  $\rho_1 A_1 v_{1a}$  tömeget visz magával, tehát az 1-jelű lap

tömegárama  $\rho_1 A_1 v_{1a}$ . Hasonló megfontolással a 2-es lapon a tömegáram:  $\rho_2 A_2 v_{2a}$ . A fentiek alapján e két tömegáram egyenlő, azaz

$$I_{m1} = \rho_1 A_1 v_{1a} = \rho_2 A_2 v_{2a} = I_{m2} \quad (28)$$

Speciálisan, ha a közeg összenyomhatatlan, akkor a sűrűség állandó és ezzel a fenti egyenlet a

$$A_1 v_{1a} = A_2 v_{2a} \quad (29)$$

egyszerű alakban írható fel, mely szerint az 1-es lapon be- és a 2-es lapon időegységként kiáramló közegetérfogat egyenlő.

Az egyenletben szereplő

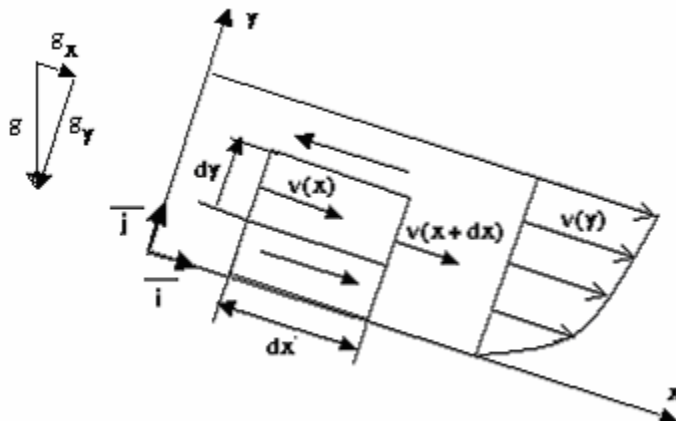
$$I_v = Av \quad (30)$$

mennyiséget térfogatáramnak nevezzük.

### 2.3. A nem-newtoni szennyvizek stacioner fim- és cső áramlásának mérlegei

A következőkben csak a stacioner (időben változatlan) áramlás mérleg-egyenleteivel foglalkozunk, mivel a csővezetékben csatornában és kezelő berendezésekben (pl. ívszita, keverő, levegőztető stb.). A gyakorlati két-fajta áramlás fontos: a film áramlás pl. ívszíták esetében és a csőben történő áramlás [15, 17].

Filmszerű áramlásról akkor beszélünk, ha a folyadék a következő ábra szerint szilárd síkfall mentén áramlik nehézségi erő hatására.



### 16. ábra. A film áramlás mérlegegyenleteinek származtatásához

Határoljunk el a folyadékból az ábrán látható módon egy egységnyi széles  $dy$  magas és  $dx$  hosszúságú folyadék réteget és alkalmazzuk rá a mérlegeket. A folyadékot inkompresszibilisnek tekintve a stacioner tömegmérleg a folytonossági egyenletbe megy át:

$$1 dy v(x, y) = 1 dy v(x + dx, y) \rightarrow \frac{dv(x, y)}{dx} = 0 \quad (31)$$

azaz az egyes folyadék rétegek állandó sebességgel áramlanak.

A (21) impulzus mérlegből stacioner esetben - amikor a sebesség időderívtja zérus - kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} & [-p(y+dy)1 dx + p(y)1 dx] \bar{j} + [\varrho(y+dy)1 dx + \tau(y)1 dx] \bar{i} + \\ & + (\rho g_x \bar{i} - \rho g_y \bar{j}) 1 dx dy = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

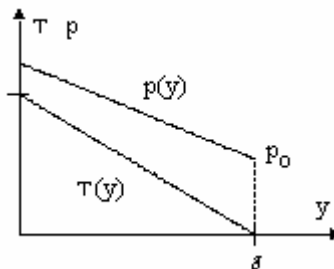
Ebből adódnak a

$$\frac{dp}{dy} + \rho g_y = 0, \quad \frac{d\tau}{dy} + \rho g_x = 0 \quad (33)$$

differenciális mérlegek, melyeket megoldhatunk a feszültségre ill. a nyomásra:

$$p(y) = p_0 + \rho g_y (\delta - y), \quad \tau(y) = \rho g_x (\delta - y) \quad (34)$$

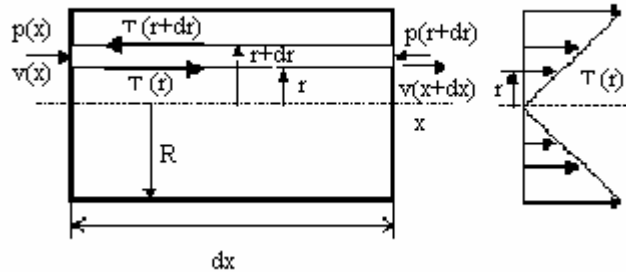
ahol figyelembe vettük, hogy  $p(y = \delta) = p_0$ ,  $p_0$  ahol a külső légnyomás és hogy  $\tau(y = \delta) = 0$ . A feszültség és nyomás menete a következő 17. ábrán látható.





### 17. ábra. A film áramlás impulzus mérlegének megoldásai

A hengeres csőben történő stacioner áramlás esetén a térfogati erőket elhanyagoljuk a felületi erőkhöz képest, azaz nyomás hatására történő áramlást vizsgálunk. A számításokat a 18. ábra alapján végezzük.



### 18. ábra. A cső áramlás impulzus mérlegének levezetéséhez

Alkalmazzuk a tömegmérleget az előző ábrán látható gyűrűre:

$$v(r, x) 2\pi r dr = v(r, x + dx) 2\pi r dr \rightarrow \frac{dv}{dx} = 0 \quad (35)$$

Azaz a sebesség adott sugárnál nem változik a cső mentén.  
Az impulzus mérleg ugyanerre a gyűrűre:

$$\begin{aligned} \tau(r + dr, x) 2\pi(r + dr) dx - \tau(r, x) 2\pi r dx + \\ + p(r, x) 2\pi r dr - p(r, x + dx) 2\pi r dr = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

Ebből adódik a

$$\frac{d\tau}{dr} + \frac{\tau}{r} - \frac{dp}{dx} = 0 \quad (37)$$

differenciális mérleg, melyet megoldhatunk a nyírófeszültségre:

$$\tau(r) = \frac{r}{2} \frac{dp}{dx} \quad (38)$$

Látszik, hogy a cső fala mentén legnagyobb a nyírófeszültség:

$$\tau_F = \frac{R}{2} \frac{dp}{dx} \quad (39)$$

## 2. 4. A nem-newtoni szennyvizek mozgásegyenlete

A következőkben csak a stacioner áramlás mozgásegyenleteivel foglalkozunk, mivel a csővezetékekben csatornáknak és kezelő berendezésekben (pl. ívszita, keverő, levegőztető stb.) üzemszerűen stacioner áramlás alakul ki. Látni fogjuk, hogy a mozgásegyenlet anyagi egyenletnek az impulzusmérlegbe helyettesítésével adódik. Ebből következik, hogy ahányféle nem-newtoni folyadék van annyiféle a mozgásegyenlet. A mezőgazdasági és kommunális szennyvizek tapasztalat szerint jól modellezhetők hatvány típusú és Bingham típusú testmodellel [15, 16, 17, 18]. Ezért az ezekre vonatkozó mozgásegyenleteket fogjuk megadni.

A mozgásegyenlet tárgyalásához ismernünk kell az impulzus mérleget, ugyanis, ha a korábban megismert anyagi egyenletek valamelyikét az impulzusmérlegbe helyettesítjük akkor az anyag mozgásegyenletéhez jutunk, azaz a következő séma szerint [9, 10, 11]:

$$\text{Mozgásegyenlet} = \text{Impulzusmérleg} + \text{Anyagi Egyenlet}$$

### 2. 4. 1. A film áramlás mozgásegyenlete és annak megoldása

#### 2. 4. 1. 1. Hatvány típusú folyadék

A hatvány típusú folyadék (9) anyagi egyenletét a (34) impulzus mérlegbe helyettesítve kapjuk a

$$K \left( \frac{dv}{dx} \right)^m = \rho g_x (\delta - y) \quad (40)$$

ahol kihasználtuk, hogy a sebesség gradiens:  $D = \frac{dv}{dy}$ . Az egyenlethez a

$$v(y=0) = 0$$

peremfeltétel járul. Ezzel megoldása:

$$v(y) = \frac{m}{m+1} \left( \frac{\rho g_x}{K} \right)^{\frac{1}{m}} \left[ \delta^{\frac{m+1}{m}} - (\delta - y)^{\frac{m+1}{m}} \right] \quad (41)$$

Az áramlás térfogatáramát egységnyi széles filmre a

$$I_v = \int_0^{\delta} v(y) dy = \frac{m}{2m+1} \left( \frac{\rho g_x}{K} \right)^{\frac{1}{m}} \delta^{\frac{2m+1}{m}} \quad (42)$$

átlagsebességét pedig a

$$v_{\acute{a}} = \frac{I_v}{1\delta} = \frac{m}{2m+1} \left( \frac{\rho g_x}{K} \right)^{\frac{1}{m}} \delta^{\frac{m+1}{m}} \quad (43)$$

kifejezés szolgáltatja.

#### 2. 4. 1. 1. Bingham típusú folyadék

Most a

$$\tau = \tau_f + \eta D = \tau_f + \eta \frac{dv}{dy} \quad (44)$$

Anyagi egyenletet kell a (34) impulzus mérlegbe helyettesíteni, hogy megkapjuk a mozgásegyenletet:

$$\eta \frac{dv}{dy} = \rho g_x (\delta - y) - \tau_f, \quad v(y=0) = 0 \quad (45)$$

Ennek megoldása:

$$v(y) = \frac{\rho g_x}{\eta} \left( \delta y - \frac{y^2}{2} \right) - \frac{\tau_f}{\eta} y \quad (46)$$

Ez azonban csak addig érvényes, amíg a

$$\rho g_x (\delta - y) > \tau_f \quad (47)$$

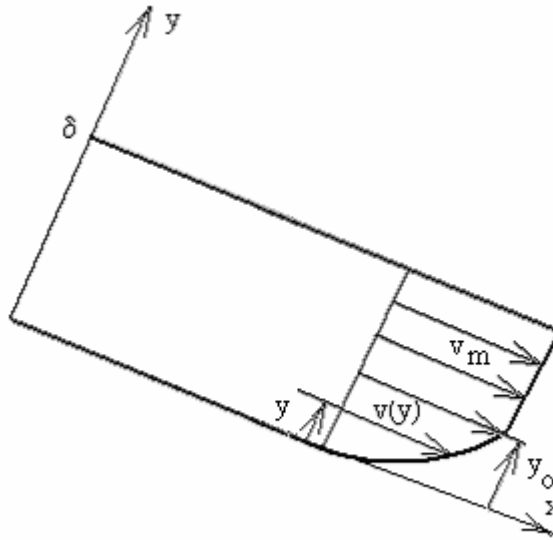
Egyenlőtlenség fennáll, hiszen csak ilyen feltételek mellett lehet áramlás. Ebből meghatározható az a rétegvastagság melyben áramlás jön létre:

$$y \leq \delta - \frac{\tau_f}{\rho g_x} = y_0 \quad (48)$$

A  $\delta \geq y \geq y_0$ , tartományban a folyadék merev testként állandó

$$v(y_0) = \frac{\rho g_x}{2\eta} \left( \delta - \frac{\tau_f}{\rho g_x} \right)^2 \quad (49)$$

sebességgel áramlik. Ezt mutatja a következő ábra.



**19. ábra. A film áramlás sebesség profilja**

Az áramlás térfogatárama a

$$I_v = \int_0^{\delta} v(y) dy = \frac{5}{6} \frac{\rho g_x}{\eta} \left( \delta - \frac{\tau_f}{\rho g_x} \right)^3 \quad (50)$$

az átlagsebessége pedig a

$$v_{\text{á}} = \frac{I_v}{1\delta} = \frac{5}{6} \frac{\rho g_x}{\delta \eta} \left( \delta - \frac{\tau_f}{\rho g_x} \right)^3 \quad (51)$$

alakban számítható.

## 2. 4. 2. A csőáramlás mozgásegyenlete

### 2. 4. 2. 1. Hatvány típusú folyadék

A hatvány típusú folyadék (9) anyagi egyenletét a (38) impulzus mérlegbe helyettesítve kapjuk a

$$\frac{dv}{dr} = -\left(\frac{1}{K}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{r}{2}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad v(r=R) = 0 \quad (52)$$

mozgásegyenletet, melynél figyelembe vettük, hogy növekvő sugárral csökken a sebesség, így  $D = -\frac{dv}{dr}$ . Az egyenlet megoldása:

$$v(r) = \frac{m}{m+1} \left(\frac{1}{2K}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{\frac{1}{m}} R^{\frac{1}{m}+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{1+\frac{1}{m}}\right] \quad (53)$$

Ebből a térfogatáram a

$$I_v = \int_0^R v(r) 2\pi r dr = \frac{m}{3m+1} \left(\frac{1}{2K}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{\frac{1}{m}} R^3 \pi \quad (54)$$

az átlagsebesség pedig a

$$v_a = \frac{I_v}{R^2 \pi} = \frac{m}{3m+1} \left(\frac{1}{2K}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{\frac{1}{m}} R \quad (55)$$

### 2. 4. 2. 2. Bingham típusú folyadék

Most a  $\tau = \tau_f + \eta D = \tau_f + \eta \left(-\frac{dv}{dr}\right)$  anyagi egyenletet kell a (38) impulzus mérlegbe helyettesíteni, hogy megkapjuk a mozgásegyenletet:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{\tau_f}{\eta} - \frac{1}{\eta} \frac{r}{2} \frac{dp}{dx}, \quad v(R=0) = 0 \quad (56)$$

Ennek megoldása:

$$v(r) = \frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2) - \frac{\tau_f}{\eta} (R - r) \quad (57)$$

Ez azonban csak addig érvényes, amíg a

$$\frac{r}{2} \frac{dp}{dx} \geq \tau_f \quad (58)$$

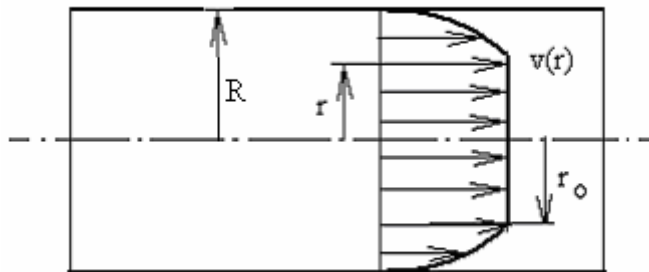
egyenlőtlenség fennáll, hiszen csak ilyen feltételek mellett lehet áramlás. Ebből meghatározható az a sugár, melyen kívül áramlás jön létre:

$$r \geq r_0 = \frac{2\tau_f}{\frac{dp}{dx}} = \frac{\tau_f}{\tau_F} R \quad (59)$$

A  $0 \leq r \leq r_0$ , tartományban a folyadék merev testként állandó

$$v_m = v(r_0) = \frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dx} (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_f}{\eta} (R - r_0) \quad (60)$$

sebességgel áramlik. Az áramlás fent levezetett sebesség profilját mutatja a következő ábra.



**20. ábra. A csőáramlás sebesség profilja**

Az áramlás térfogatárama ezek után:

$$I_v = \int_0^R v(r) 2\pi dr = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dp}{dx} \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{r_0}{R} + \frac{1}{3} \left( \frac{r_0}{R} \right)^4 \right] \quad (61)$$

Ebből az átlagsebesség:

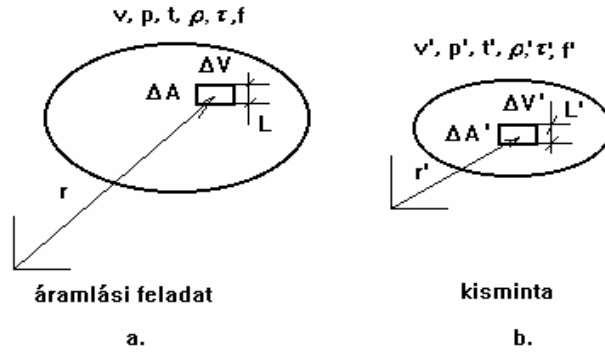
$$v_{\dot{a}} = \frac{I_v}{R^2 \pi} = \frac{R^2}{8\eta} \frac{dp}{dx} \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{r_0}{R} + \frac{1}{3} \left( \frac{r_0}{R} \right)^4 \right] \quad (62)$$

### 3. A nem-newtoni szennyvizek áramlásának hasonlósága

Bonyolult nem-newtoni áramlástani feladatok megoldása ma még számítógép segítségével sem lehetséges. Ezért kísérleti úton kell az áramlás jellemzőit meghatározni. A kísérleti elrendezés, költségek csökkentése céljából, a valóságos feladat geometriailag hasonló kicsinyített mása. Ezt nevezik kismintának. A kismintán végzett mérések eredményeit csak akkor tudjuk a valóságos feladatra alkalmazni, ha ismerjük a hasonlóság feltételeit [20, 21].

#### 3.1 Az áramlások hasonlóságának feltétele

A hasonlóság egyik feltétele a geometriai hasonlóság: a valóságos feladatnak és a kismintának hasonlónak kell lennie geometriai értelemben. Dinamikai szempontból a folyadék mozgását a mozgásegyenlet írja le. Az egyenlet megoldásának egyértelműségét pedig a perem és kezdeti feltételek biztosítják. Dinamikai szempontból a valóságos feladat és a kisminta áramlása akkor hasonló, ha mozgásegyenleteik és egyértelműségi feltételeik azonosak. Az egyértelműségi feltételekkel nem csak a mozgásegyenletekkel foglalkozunk. Az azonos mozgásegyenlet azonos impulzusmérleget és azonos anyagi egyenletet jelent. Foglalkozzunk először az impulzusmérleggel! Legyen az 21.a. ábra szerinti rendszerünk, melynek kismintája a 21.b. ábrán látható.



21. ábra. A hasonlóság feltételeinek származtatásához

Válasszunk ki egy - egy egymásnak megfelelő igen kicsiny tartományt a rendszerből és a kismintából, és írjuk fel rájuk a (21) impulzus mérleg-egyenletét:

$$\int_{\Delta V} \rho \frac{d\bar{v}}{dt} dV = \int_{\Delta V} \bar{f} dV - \int_{\Delta A} p \bar{n} dA + \int_{\Delta A} \bar{\tau} dA \quad (63)$$

$$\int_{\Delta V'} \rho' \frac{d\bar{v}'}{dt'} dV' = \int_{\Delta V'} \bar{f}' dV' - \int_{\Delta A'} p' \bar{n}' dA' + \int_{\Delta A'} \bar{\tau}' dA' \quad (64)$$

Itt a vesszős mennyiségek a kismintára vonatkoznak. Mivel a tartományok igen kis méretűek ezért az integrálszámítás középértéktétele szerint felírhatjuk, hogy

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} \Delta V = \bar{f} \Delta V - p \bar{n} \Delta A + \bar{\tau} \Delta A \quad (65)$$

$$\rho' \frac{d\bar{v}'}{dt'} \Delta V' = \bar{f}' \Delta V' - p' \bar{n}' \Delta A' + \bar{\tau}' \Delta A' \quad (66)$$

Az egyenletekben szereplő mennyiségek átlagos értékeket jelölnek, melyeket, az egyszerűség kedvéért jelölésben nem különböztetünk meg a mennyiségek lokális értékétől! Írjuk fel a valóságos rendszer és a kisminta egymásnak megfelelő fizikai mennyiségeinek kapcsolatát:

$$\begin{aligned} L' &= C_L L, & t' &= C_t t, & \bar{v}' &= C_v \bar{v}, & \rho' &= C_\rho \rho, & p' &= C_p p, \\ \tau' &= C_\tau \tau, & f' &= C_f f, \end{aligned} \quad (67)$$



ahol  $L$  és  $L'$  a rendszer ill. a kisminta egy jellemző lineáris mérete pl. cső esetén a csőátmérő, az indexes  $C$  állandók pedig az egymásnak megfelelő fizikai mennyiségek arányát adják meg. A  $C$  tényezők nem mindegyike független, hiszen a hossz - az idő - és a sebesség tényezőjének nyilván ki kell elégítenie a

$$C_v = \frac{C_L}{C_t} \quad (68)$$

összefüggést. Írjuk most be az (67) kifejezéseket a (66) mérlegbe, rövid számolás után kapjuk, hogy

$$\rho \cdot \dot{v} \cdot \Delta V = \frac{C_p}{C_\rho C_v^2} \cdot p \cdot \Delta A + \frac{C_\tau}{C_\rho C_v^2} \cdot \bar{\tau} \cdot \Delta A + C_L \cdot \frac{C_f}{C_\rho C_v^2} \cdot \bar{f} \cdot \Delta V \quad (69)$$

ahol figyelembe vettük a (68) összefüggést. A (65) és a fenti mérleg egybevetéséből látszik, hogy a mérlegegyenletek akkor azonosak, ha fennállnak a

$$\frac{C_p}{C_\rho C_v^2} = 1, \quad \frac{C_\tau}{C_\rho C_v^2} = 1, \quad \frac{C_f}{C_\rho C_v^2} = 1, \quad (70)$$

un kritérium egyenletek. A következőkben az anyagi egyenletek azonosságának feltételét vizsgáljuk.

### 3. 1. 1. A hatvány-típusú szennyvizek hasonlósági számai

Az anyagi egyenlet ennél a folyadéknál, mint ismeretes

$$\tau = KD^m \quad (71)$$

ahol  $D$  a nyírósebesség és  $m$  a folyási exponens.

A hasonlóság definíciója szerint most a

$$\tau = KD^m, \quad \tau' = K' D'^m \quad (72)$$

egyenleteknek kell megegyezniük. Fejezze ki  $C_k$   $K$  és  $K'$  arányát:

$$K' = C_k K \quad (73)$$

Figyelembe véve  $D$  definícióját és az (67) összefüggéseket, (72) második egyenletéből kapjuk, hogy

$$C_\tau = C_k \left( \frac{C_v}{C_L} \right)^m \quad (74)$$

Behelyettesítve ezt a (70) egyenletekbe a következő kritérium egyenleteket kapjuk:

$$\frac{C_p}{C_\rho C_v^2} = 1, \quad \frac{C_K}{C_\rho C_v^{2-m} C_L^m} = 1, \quad C_L \frac{C_f}{C_\rho C_v^2} = 1, \quad (75)$$

Ezek adják a geometriai hasonlósággal együtt az áramlások hasonlóságának feltételét. A fenti egyenletekből (67) felhasználásával kapjuk a hasonlóság egy másik megfogalmazását:

$$\begin{aligned} Eu &:= \frac{p}{\rho v^2} = \frac{p'}{\rho' v'^2}, & Re &:= \frac{\rho v^{2-m} L^m}{K} = \frac{\rho' v'^{2-m} L'^m}{K'}, \\ Fr &:= v \sqrt{\frac{\rho}{f L}} = v' \sqrt{\frac{\rho'}{f' L'}} \end{aligned} \quad (76)$$

Itt  $Eu$  az Euler-,  $Re$  a Reynolds- és a  $Fr$  a Froude-szám.

Eredményünk szerint az áramlások hasonlóságának feltétele az, hogy a valóságos és a kisminta áramlás geometriai és fizikai mennyiségeiből képzett fenti hasonlósági számok megegyezzenek.

### 3. 1. 2. A Bingham-típusú szennyvizek hasonlósági számai

Az anyagi egyenlet ennél a folyadéknál

$$\tau = \tau_f + \eta D \quad (77)$$

ahol  $\tau_f$  a folyási feszültség és  $\eta$  a *plastikus viszkozitás*. A hasonlóság miatt most a

$$\tau = \tau_f + \eta D, \quad \tau' = \tau'_f + \eta' D' \quad (78)$$

egyenleteknek kell megegyezniük. Legyen

$$\eta' = C_\eta \eta \quad (79)$$

Figyelembe véve  $D$  definícióját és az (67) összefüggéseket, (78) második egyenletéből most azt kapjuk, hogy

$$\frac{C_\tau C_L}{C_\nu C_\eta} = 1, \quad \frac{C_{\tau_f} C_L}{C_\nu C_\eta} = 1 \quad (80)$$

Ezekhez társulnak az impulzus mérlegből származó (70) összefüggések. A fentiekhez hasonló számítással meg lehet mutatni, hogy az áramlások hasonlóságának feltétele:

$$\begin{aligned} Eu &:= \frac{p}{\rho v^2} = \frac{p'}{\rho' v'^2}, & Re &:= \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{\rho' v' L'}{\eta'}, & Fr &:= v \sqrt{\frac{\rho}{f L}} = v' \sqrt{\frac{\rho'}{f' L'}}, \\ He &:= \frac{\rho \tau_f L^2}{\eta^2} = \frac{\rho' \tau_f' L'^2}{\eta'^2} \end{aligned} \quad (81)$$

A korábban megismert hasonlósági számokhoz az un.  $He$  Hedström-szám járul.

### 3. 2. A nem-newtoni hasonlóságelmélet alkalmazásai

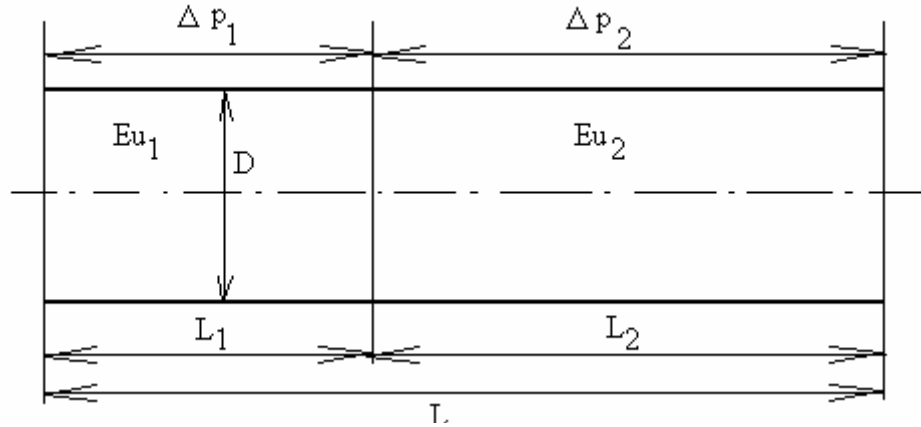
Mivel a folyadék mozgásegyenlete kapcsolatot teremt a folyadék fizikai jellemzői között, ezért a hasonlósági számok nem függetlenek egymástól. Jelölje  $Ge$  a geometriai hasonlóság számát. Cső esetén pl.  $Ge := \frac{L}{d}$ , ahol  $L$  a cső hossza és  $d$  az átmérője, akkor állításunk szerint fennállnak a

$$Eu := F(Ge, m, Re, Fr), \quad Eu := F(Ge, Re, Fr, He) \quad (82)$$

kísérletileg meghatározandó függvénykapcsolatok. Itt az első hatvány-, a második Bingham-típusú folyadékra vonatkozik. Ezek konkrét alakját határozzuk meg a következőkben néhány esetben.

### 3. 2. 1. A Darcy-Weissbach-féle ellenállási formula csőre és csőarmatúrákra

A (82) függvény cső esetén a csőhossz lineáris függvénye, ahogy a 22. ábra alapján belátható.



22. ábra. A Darcy-Weissbach-formula levezetéséhez

Tehát írhatjuk, hogy

$$Eu := \frac{L}{d} G(m, Re, Fr), \quad Eu := \frac{L}{d} (Re, Fr, He) \quad (83)$$

Válasszuk jellemző mennyiségnek a cső két vége közti nyomást és az átlagsebességet. Ekkor (81) ill. (82) alapján néhány átalakítással a fenti egyenletek a

$$\frac{\Delta p}{L} := \lambda(m, Re, Fr) \frac{1}{d} \frac{\rho v_a^2}{2}, \quad \frac{\Delta p}{L} := \lambda(Re, Fr, He) \frac{1}{d} \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (84)$$

alakban írhatók fel, ahol  $\lambda(m, Re, Fr)$  ill.  $\lambda(Re, Fr, He)$  a folyadék csősúrlódási tényezője.

Csőarmatúrák esetén nyilván a  $Ge$  számtól való függés tetszőleges lehet, így nem emelhető ki. Tehát ekkor (82)-ből azt kapjuk, hogy

$$\Delta p := \lambda(Ge, m, Re, Fr) \frac{\rho v_a^2}{2}, \quad \Delta p := \lambda(Ge, Re, Fr, He) \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (85)$$

### 3. 2. 2. Mechanikus keverő

Keverőnél az  $Eu$  számban a sebesség helyett az  $n$  fordulat-számot, nyomás helyett a tengelyen átvitt  $P$  teljesítményt célszerű használni. Az átalakítás a következő lépésekből áll: először az  $Eu$ -szám számlálóját és nevezőjét megszorozzuk a térfogatárammal, ekkor a számlálóban teljesítmény jellegű mennyiséget kapunk, a nevezőben kihasználjuk, hogy a térfogatsebesség arányos az átmérő négyzetével és a sebességgel, végül figyelembe vesszük, hogy a sebesség kapcsolatba hozható az  $nd_j$  szorzattal. A számítások el-

végzése után kapjuk, hogy  $Eu = \frac{P}{\rho n^3 d_j^5}$ , melyet a keverőknél teljesítmény

számnak neveznek. Itt  $d_j$  a járókerék átmérője. Ezzel a (82) egyenlet a

$$\frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = f(Ge, m, Re, Fr), \quad \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = f(Ge, Re, Fr, He) \quad (86)$$

alakot ölti, melyet pl. kisminta segítségével kísérletileg kell meghatározni.

### 4. Pseudo-képlékeny szennyvizek turbulens áramlása

Korábban feltételeztük, hogy a folyadék áramlása rendezett, lamináris. Ez abban nyilvánult meg, hogy pl. az impulzusmérleg felírásakor a sebesség, nyírófeszültség irányát jól meghatározottnak tételeztük fel. A mozgásegyenletekből az egyértelműségi feltételek megadása után a fizikai mennyiségek pontos értékét kaphatjuk. Fizika tanulmányokból ismeretes, hogy nagy Reynolds számok esetén az áramlás jellege megváltozik és determinisztikusból ( pontosan kiszámíthatóból ) kaotikusba megy át. Ennél az áramlásnál a fizikai mennyiségek valószínűségi változókká válnak és értékükre csak valószínűségi számítási kijelentésekkel pl. a mennyiségek várható értékének, szórásának becslése - tehetők. Ezt az áramlási típust nevezik turbulensnek. A nem-newtoni folyadékok turbulens áramlásának témaköre kevésbé kidolgozott, mint a newtoni folyadékoké. Ennek két fő oka van: egyrészt a gyakorlati esetekben általában a lamináris áramlás valószínű meg gazdaságosan, másrészt a jelenség elméleti és kísérleti vizsgálata során jelentős nehézségekbe ütköztek a kutatók. Ezért csak a vizsgálat néhány általánosan elfogadott eredménye adható meg.

Az első igen fontos eredmény az, hogy a turbulencia bekövetkezését jellemző un kritikus Reynolds-szám függ a folyási indextől. Dodge és Metzner vizsgálatai szerint pseudo-plasztikus folyadékoknál ez a függés a 2. táblázat szerinti [7].

## 2. táblázat. A kritikus Reynolds-szám függése a folyási exponenstól

m	1	0.38	0.2
Re <sub>krit</sub>	2100	3100	5000

A táblázatból kitűnik, hogy a mezőgazdasági szennyvizek nem-newtoni folyadékainak esetében a kritikus Reynolds-szám jóval nagyobb, mint newtoni folyadék esetén. Tehát később válik turbulenssé az áramlás.

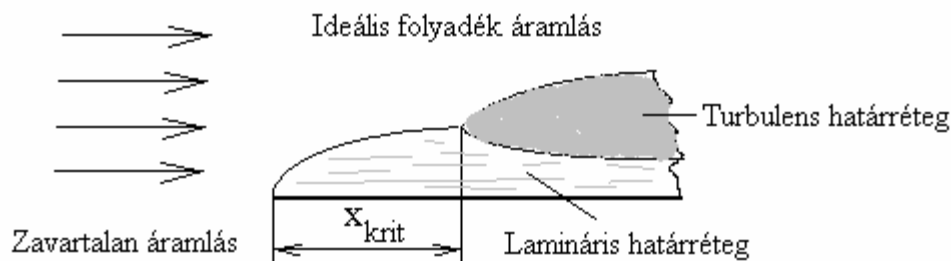
A folyadékok jelentős részénél a  $K$  konzisztencia állandó számértéke nagy. Ez a Reynolds-szám aktuális értékét csökkenti. Másrészt a táblázatból kitűnik, hogy csökkenő folyási index értékkel a kritikus Reynolds-szám értéke nő. Ezért ilyen esetekben csak olyan nagy áramlási sebességeknél jöhetne létre turbulencia, melyeket a gyakorlatban használt közegmozgató berendezések nem képesek létrehozni. Nem-newtoni folyadékoknál tehát a turbulencia jelensége ritkábban fordul elő, mint newtoniaknál. Kivételnek tekinthető a keverőkben és szellőztetőkben létrehozott áramlási forma, melynél a cél a turbulens áramlás keltése. A nem-newtoni folyadékok turbulens áramlásának, csakúgy mint newtoniaknak jellegzetessége a határréteg kialakulása. A jelenség matematikai megfogalmazását Prandtl-féle határréteg elméletnek nevezik. Eszerint a szilárd fal és a folyadék viszonylagos mozgásakor az áramlási tér két tartományra osztható:

a. a szilárd fal környezetében- egy vékony határrétegben- a súrlódás lényeges szerepet játszik;

b. a határrétegen kívül eső tartományban a súrlódás elhanyagolható, és a mozgás az ideális folyadékok törvényei szerint megy végbe.

Az első rétegben a viszkózus feszültségek (newtoni, vagy mem-newtoni) játszanak szerepet, míg a másodikban elhanyagolhatók a nyírósebesség kicsiny értéke miatt.

A viszonyokat sík fal mentén történő áramlás estére a 15. ábra mutatja.



23. ábra. A folyadék határrétegeinek kialakulása

A fent elmondottak szemléltetésére az ábra első  $x_{krit}$  szakasza szolgál. Az éltől eddig terjedő szakaszon rendezett áramlás jön létre. Az ezután következő szakaszon az áramlás átmegy turbulensbe. Az áramlás rendezett jellege ezen a szakaszon a folyadék fő tömegében megszűnik, és rendezetlenné válik. Marad egy az áramlás irányában haladva egyre vékonyodó réteg, melyben az áramlás továbbra is lamináris. Ennek neve lamináris határréteg. Ebben a rétegben továbbra is a viszkózus feszültségek játsszák a szerepet. Az elvékonyodott lamináris határréteg felett van a turbulens határréteg. A két mozgásállapot között hosszabb-rövidebb átmeneti szakasz jelentkezik. Az átmeneti szakasz helyét és minőségét a külső áramlási tér turbulenciájából származó zavaró körülmények szabják meg. A turbulens magban a sebesség időbeli átlagértéke a hely szerint alig változik, így itt a viszkózus feszültség elhanyagolható. A szerepet a sebesség időbeli fluktuációjából származó un. turbulens feszültségek játsszák. A turbulens határrétegben a kétféle feszültség nagyságrendje azonos.

## 5. A csősúrlódási tényező hatványt típusú szennyvizekre

### 5. 1. A csősúrlódási tényező hatványt típusú szennyvizek lamináris áramlása esetén

Fejezzük ki az átlagsebesség (55) képletéből a hosszegységre eső nyomást  $L$  hosszúságú csővezetékre, melyen a nyomáscsökkenés  $\Delta p$ . Ekkor néhány azonos átalakítás után kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{d p}{dx} = \frac{6[2(3m+1)]^m}{m} \frac{K}{\rho D^m v_a^{2-m}} \frac{1}{d} \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (87)$$

Összevetve ezt a (84) Darcy-Weissbach-féle formulával kapjuk a lamináris áramlás csősúrlódási tényezőjét:

$$\lambda := \frac{6[2(3m+1)]^m}{m} \frac{K}{\rho D^m v_a^{2-m}} = \frac{6[2(3m+1)]^m}{\text{Re}} \quad (88)$$

ahol kihasználtuk a Reynols-szám (76) definícióját.

A fenti formula  $\eta = K, m = 1$  esetén átmegy a newtoni folyadék lamináris áramlásának Blasius-féle csősúrlódási tényezőjébe:

$$\lambda := \frac{64}{\text{Re}} \quad (89)$$

### 5. 1. 1. A csősúrlódási tényező hatványt típusú szennyvizek turbulens áramlása esetén

Turbulens áramlás esetén a hatványtípusú szennyvízre a következő

$$\lambda := 0.316 \text{Re}^{-0.25}, \quad \text{Re} \leq 13000 \quad (90)$$

formula érvényes, mely  $\eta = K$ ,  $m = 1$  esetén átmegy a newtoni folyadék turbulens áramlása sima falú csőre érvényes csősúrlódási tényező képletébe:

$$\lambda := \frac{0,316}{\text{Re}^{\frac{1}{4}}} \quad (91)$$

Az összefüggés fizikai magyarázata egyszerű, hiszen mint láttuk a newtoni folyadék később válik turbulenssé, mint a newtoni. Emiatt a turbulens fluktuációk amplitúdója is később haladja meg a cső-érdesség nagyságát.

## 6. A csősúrlódási tényező Bingham típusú szennyvizekre

### 6. 1. A csősúrlódási tényező Bingham típusú szennyvizek lamináris

#### áramlása esetén

Fejezzük ki az átlagsebesség (66) képletéből a hosszegységre eső nyomást  $L$  hosszúságú csővezetékre, mellyen a nyomásesés  $\Delta p$ . Ekkor néhány azonos átalakítás után kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{d p}{d x} = \frac{64}{\left(1 - \frac{4 r_0}{3 R} + \frac{1}{3} \left(\frac{r_0}{R}\right)^4\right)} \frac{1}{\eta} \frac{\rho v_a^2 D}{D} \frac{1}{2} \quad (92)$$

Összevetve ezt a (84) Darcy-Weissbach-féle formulával kapjuk a lamináris áramlás csősúrlódási tényezőjére a

$$\frac{1}{\text{Re}} = \frac{\lambda}{64} - \frac{1}{6} \frac{He}{\text{Re}^2} + \frac{64}{3 \lambda^3} \left(\frac{He}{\text{Re}^2}\right)^4 \quad (93)$$



egyenletet, ahol kihasználtuk a Reynolds-szám (76) definícióját.

## **7. Keverők fő méreteinek meghatározása**

A tervezés első lépéseként a keverő típusát kell kiválasztani. Ehhez a következő szempontokat kell figyelembe venni [22, 23, 24]:

- a keverési feladat jellege (oldás, pl. oxigéné, kiülepedés megakadályozása, tixotrópia kihasználása az anyagmozgatás előtt stb.)
- a kevert anyag tulajdonságai (hidraulikai szempontból a hasonlósági számok)
- a kevert anyag mennyisége (folyamatos vagy szakaszos keverés)
- a keverési sebesség, illetve a keverő fordulatszáma (előzetesen csak annyit szükséges eldönteni, hogy gyors vagy lassú járású-e a keverő).

A mezőgazdasági és kommunális szennyvizek keverésére a turbinakeverővel ellátott berendezések alkalmasak.

Keverési feladatok során kiinduláskor általában az un hasznos térfogat adatot ismerjük, melyből a turbinakeverővel ellátott berendezésekre érvényes szokványos méretarányokból meg tudjuk határozni a keverő berendezés főbb geometriai méreteit.

### **7. 1 A mezőgazdasági szennyvizek mechanikai keverésének energiaigénye**

A keverő berendezések a folyadék homogenizálására, gázfázis bejuttatására, pl. szennyvizek levegőztetésére, szolgálnak.

Rendszertechnikai szempontból a keverőket geometriai és kinematikai (pl. tartály és járókerék átmérője, a járókerék fordulatszáma stb.) paraméterein túl az adott homogenitási fok eléréséhez szükséges idővel, a keverés teljesítményigényével stb. jellemzik. Itt ez utóbbival foglalkozunk!

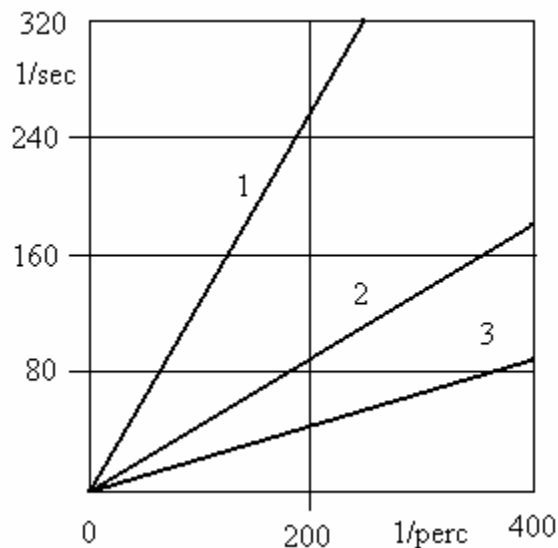
Az intenzív keveredés biztosítására a keverőkben turbulens áramlást hoznak létre. A turbulens áramlás bonyolultsága miatt a keverőkben kialakuló áramlási viszonyok elméleti tárgyalása ma még lehetetlen. Ezért a fejlesztés során kisminta kísérleteket végeznek.

Az első kísérleteket Taylor és Metzner végezték hatszárnyú turbinás járókerékkel kivitelezett kisminta keverővel pseudo-plasztikus folyadékokon.

Eredményeik a következőkben összegezhetők [25]:

- Azonos fordulatszám és megközelítően azonos Re számok esetén a folyadék részecskék mozgása newtoni folyadéknál intenzívebb, mint nem-newtoninál;

- A lamináris tartományban a részecskék körpályán mozognak radiális sebesség összetevőjük nincs;
- A lamináris-turbulens átmeneti tartományban megjelenik a radiális és függőleges mozgás, mely a newtoni folyadékoknál ismét intenzívebb, mint nem-newtoninál;
- Tovább növelve a sebességet a részecskék mozgása egyre rendezetlenebbé válik, pályáik keresztezik egymást. Az áramlás turbulens lesz;
- A nyírósebességet kimérve azt tapasztalták, hogy az távolodva a tengelytől csökken (24. ábra) [25].



**24. ábra. A nyírósebesség változása turbinás keverőben az áramlási tér három különböző helyén**

Az ábrán látható 1-jelű görbe a járókeréknél, a 2-jelű a tartály és a járókerék közti tér felénél, végül a 3-jelű görbe a tartály falánál írja le a nyírósebességet a fordulatszám függvényében. A görbe  $m=0.53$  folyási indexű közegre vonatkozik, melyet egy  $10\text{cm}$  átmérőjű kisminta keverőben mozgattak különböző tengely fordulatszám mellett.

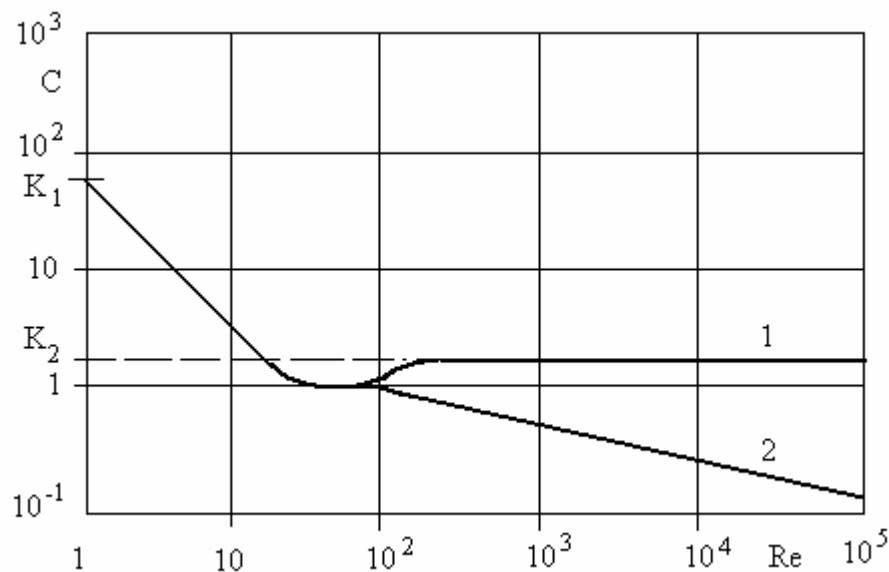
Pszeudo-plasztikus közegnél az  $\eta_s$  látszólagos viszkozitás növekvő nyírósebességgel csökken, így könnyen megérthető, hogy a lamináris tartományban a keverő hatászónája a járókerék körüli kis térrészre korlátozódik, ahol  $D$  nagy és emiatt  $\eta_s$  kicsi. Megjegyzendő, hogy newtoni folyadéknál jobb a helyzet, mivel  $\eta$  független  $D$ -től. Növekvő fordulatszámmal ez a zóna fokozatosan kiterjed, miközben az áramlás turbulenssé válik.

A fentiekből a gyakorlat számára levonható következtetés az, hogy pszeudo-képlékeny közegnél a tartály és a járókerék átmérőjének arányát kicsire célszerű választani [24, 25]. A kísérleteknél ügyelni kell arra, a pszeudo-képlékeny folyadékánál az  $Eu$ ,  $Re$ ,  $d_t/d_j$ ,  $Fr$ ,  $m$  számok azonosak legyenek a kismintánál és a valóságos keverőnél, ahol  $Ge = d_t/d_j$  a járókerék és a tartály átmérőjének a hányadosából képzett geometriai hasonlósági szám.

A hasonlósági számok nem függetlenek egymástól, mivel az áramlás fizikai mennyiségei között a mozgásegyenlet kapcsolatot létesít. Fennáll tehát a Hasonlóságelmélettel származtatott (86) összefüggés:

$$\frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = f(Ge, m, Re, Fr), \quad \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = f(Ge, Re, Fr, He) \quad (94)$$

Az ilyen alakban megadott  $Eu$  számot teljesítményszámnak nevezik, és  $C$ -vel jelölik. Newtoni folyadék esetén kisminta kísérletekből meghatározták a fenti függvénykapcsolatot. Ennek grafikonja a 25. ábrán látható [24, 25].



**25. ábra. A teljesítmény-szám a Reynolds-szám függvényében newtoni folyadék keverésekor**

Az ábra alapján ellenőrizhető az alábbi függvénykapcsolatok helyessége:

$$C := \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d_j^5} = \begin{cases} \frac{K_1}{Re}, & \text{ha az áramlás lamináris} \\ K_2, & \text{ha } Re \geq 10^4 \text{ és a szabad felszín nyugodt} \\ g(Re, He), & \text{ha } Re \geq 10^4 \text{ és a szabad felszín hullámos} \end{cases} \quad (95)$$

Nem-newtoni folyadékoknál a kísérletek tanulsága szerint nem lehet ilyen függvénykapcsolatot megadni a hasonlósági számok között.

Ezért a gyakorlatban inkább azt a módszert választják, hogy a nem-newtoni folyadékot visszavezetik egy fiktív newtoni folyadékra. Az eljárás lényege, hogy keresnek egy olyan  $\eta_s$  látszólagos viszkozitás értéket, melynél az ezzel számított

$$Re = \frac{\rho \cdot n \cdot d_j^2}{\eta_s} \quad (96)$$

$Re$  számhoz a newtoni folyadékra meghatározott (95) függvényből számítható teljesítményszám azonos a nem-newtoni folyadék kísérleti úton meghatározott teljesítményszámával.

A látszólagos viszkozitás kiszámításához természetesen ismerni kell a nyírósebességet, hiszen a látszólagos viszkozitás definíció szerint:

$$\eta_s = \frac{\tau(D)}{D} = \eta_s(D) \quad (97)$$

Korábban a 24. ábra kapcsán láttuk, hogy  $D$  lineáris függvénye az  $n$  járókerék fordulatszámának, bármely sugár értéknél. Ezért van olyan  $D^*$  jellemző nyírósebesség, mellyel ha meghatározzuk a jellemző látszólagos  $\eta_s$  viszkozitást, akkor lesz olyan newtoni folyadék, melynek teljesítmény száma azonos a nem-newtoni folyadékéval.

Mivel a keverőknél a járókerék fordulatszámát ismerjük, így csak  $D^*$  és  $n$  kapcsolatát kell kísérleti úton meghatározni. Lee, Finch és Woledge vizsgálatai szerint a gyakorlatban leggyakrabban használt keverőknél ez a lineáris kapcsolat a járókerék  $n$  fordulatszáma és a jellemző  $D^*$  nyírósebesség között a

$$D^* = k n \quad (98)$$

alakú, ahol a  $k$  tényező értéke a 3. táblázatból vehető [26, 27].

### 3. táblázat. A jellemző nyírósebesség meghatározásához

Turbinás keverő	$d_t/d_j > 1,5$ $m < 1$	$k = 11 \pm 10\%$
	$d_t/d_j > 3$ $1,5 > m > 1$	$k = \frac{22(d_t \setminus d_j)^2}{(d_t \setminus d_j)^2 - 1} \pm 15\%$
Lapátos keverő	$d_t/d_j < 1,4$ $m < 1$	$k = 9,5 + \frac{(d_t \setminus d_j)^2}{(d_t \setminus d_j)^2 - 1} \pm 10\%$

Az elmondottak szemléltetésére nézzük a következő példát!

**Példa.** Egy hatszárnyú turbinás keverőben szennyvizet keverünk, mely az  $l < D < 10^3 \text{ s}^{-1}$  intervallumban pszeudo-plasztikus folyadék a következő adatokkal:  $K = 98 \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ ,  $m = 0.44$  és  $\rho = 1.02 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}$  anyagi állandókkal. A keverő járókerekének átmérője  $d_j = 20 \text{ cm}$ , a fordulatszáma  $n_j = 150 \text{ min}^{-1}$ . A tartály átmérője  $d_t = 65 \text{ cm}$ .

Határozzuk meg a keverő teljesítmény igényét!

A számítások elvégzéséhez rendelkezésre áll a hatlapátos turbinás keverő  $C = f(Re, Fr)$  kísérletileg meghatározott karakterisztikája, mely a 25. ábrán van feltüntetve.

Mivel  $d_t/d_j > 1.5$  és  $m < 1$ , így a 3. táblázat alapján:  $k = 11$ .

Ezzel  $D^* = 11 \text{ n} / 60 = 27.5 \text{ s}^{-1}$ .

A látszólagos viszkozitás ezek után  $\eta^* = K D^{*m-1} = 15.3 \text{ Pas}$  értékű.

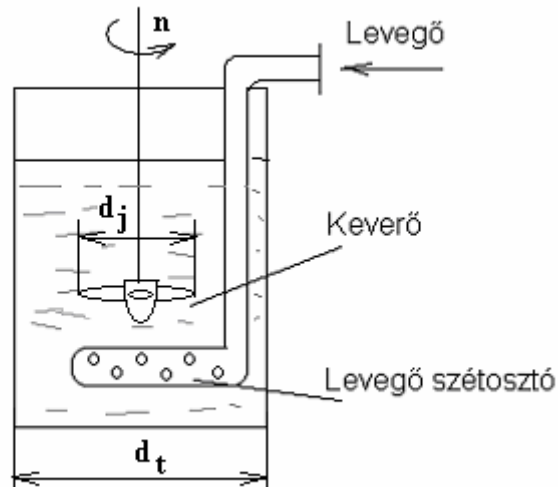
Következő feladat a  $Re$  szám meghatározása:  $Re = \frac{\rho \cdot n \cdot d_j^2}{\eta_s^*} = 6.67$ .

Mivel  $Re < 10$ , így az áramlás lamináris és a teljesítményszám a (95) összefüggéssel számítható:  $C = K_l Re^{-1} = 10.55$ . A  $K_l = 71.03$  állandót a 25. ábrából vettük. A teljesítményt ezután a (95) egyenletből  $P = C \rho n^3 d_j^5 = 54.3 \text{ W}$ .

## 7. 2 A mezőgazdasági szennyvizek levegőztető berendezésének energia-igénye

A levegőztető berendezés a gázfázis bejuttatására, a folyadék + gázfázis homogenizálására szolgál, melynek végső célja a diszpergált fázisban található szerves anyagok lebomlási folyamatának meggyorsítása. Egy ilyen elvi rajza látható a következő ábrán. Rendszerteknikai szempontból a levegőz-

tetőket geometriai és kinematikai (pl. tartály és járókerék átmérője, a járókerék fordulatszáma stb.) paraméterein túl a szabványban előírt oxigén felhasználási arány eléréséhez szükséges idővel és a keverés teljesítményigényével, jellemzik. Itt csak ez utóbbival foglalkozunk.



**26. ábra. A mechanikus levegőztető elvi rajza**

Az intenzív keveredés biztosítására a levegőztetőkben turbulens áramlást hoznak létre. Ez a feltétel, mint [28]-ben láttuk pszeudo-képlékeny közegnél úgy valósítható meg, hogy a tartály és a járókerék átmérőjének arányát kicsire célszerű választjuk.

Láttuk, hogy hasonlóságelméleti szempontból a keverő a  $Eu$ ,  $Re$ ,  $d_t/d_j$ ,  $Fr$ ,  $m$  hasonlósági számokkal jellemezhető, ahol  $Ge = d_t/d_j$  a járókerék és a tartály

átmérőjének a hányadosából képzett geometriai hasonlósági szám. Levegőztetőknél ezekhez egy újabb hasonlósági szám társul, melyet a levegőztetőben bejuttatott levegő  $I_{lev}$  térfogatáramából és a mechanikus keverő un.

$n d_j^3$  volumetrikus kapacitásából képezünk

$$\frac{I_{lev}}{n d_j^3}, \quad (99)$$

melyet volumetrikus hasonlósági számnak nevezünk.

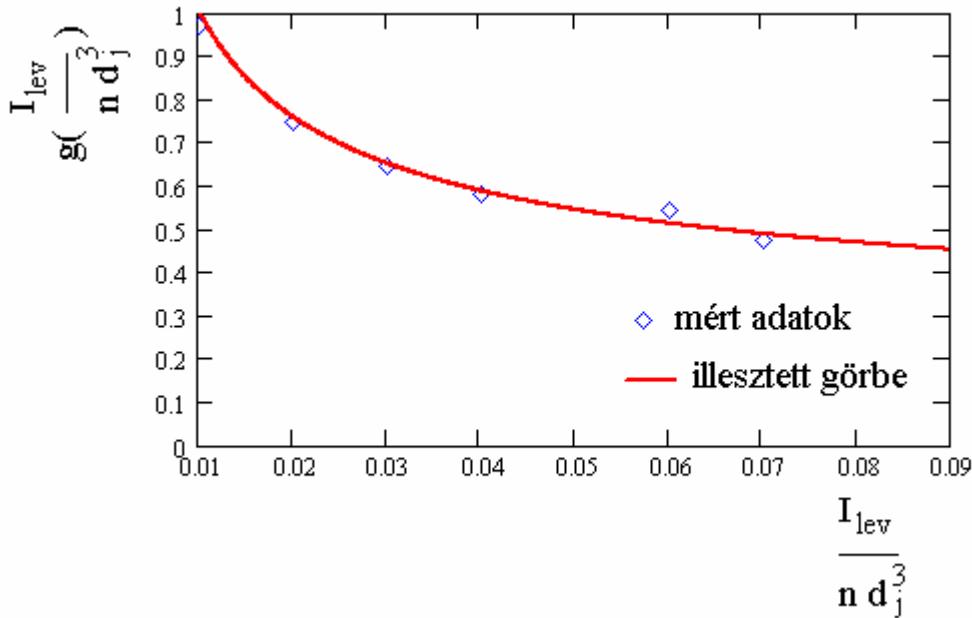
A hasonlósági számok nem függetlenek egymástól, mivel az áramlás fizikai mennyiségei között a mozgásegyenlet kapcsolatot létesít. Fennáll tehát a [28]-ban hasonlóságelmélettel származtatott összefüggés:

$$\frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = f(Ge, m, Re, Fr, \frac{I_{lev}}{n d_j^3}), \quad \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = f(Ge, Re, Fr, He, \frac{I_{lev}}{n d_j^3}) \quad (100)$$

Az ilyen alakban megadott  $Eu$  számot most is teljesítményszámnak fogjuk nevezni és  $C$ -vel jelöljük. Mivel a teljesítményszám a folyadék folyási görbétől függetlenül mindig azonos. Ezért a fenti egyenletből az új hasonlósági szám szorzat alakjában szeparálható:

$$C = \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = g\left(\frac{I_{lev}}{n d_j^3}\right) f(Ge, m, Re, Fr), \quad \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = g\left(\frac{I_{lev}}{n d_j^3}\right) f(Ge, Re, Fr, He) \quad (101)$$

Mivel a fenti egyenletekben a  $f(Ge, m, Re, Fr)$  és a  $f(Ge, Re, Fr, He)$  függvények ismertek ezért a kisminta kísérlet célja a  $g\left(\frac{I_{lev}}{n d_j^3}\right)$  függvény meghatározása. Ezt a függvényt mutatja a kétszárnyú turbinás keverő esetén a következő ábra:



### 27. ábra. A relatív teljesítményszám változása a volumetrikus hasonlósági szám függvényében

A fenti függvény lényegében azt fejezi ki, hogy hogyan csökken a teljesítmény számok aránya a bevitt levegő térfogatáram függvényében, ha ez utóbbit a keverő volumetrikus kapacitásában, mint egységben mérjük. Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a szennyvizek levegőztetésére szolgáló berendezés a

$$C = \frac{P}{\rho n^3 d_j^5}, Ge, m, Re, Fr, \frac{I_{lev}}{n d_j^3}, \quad (102)$$

$$C = \frac{P}{\rho n^3 d_j^5}, Ge, Re, Fr, He, \frac{I_{lev}}{n d_j^3},$$

$$g\left(\frac{I_{lev}}{n d_j^3}\right), \quad f(Ge, m, Re, Fr), \quad \text{vagy} \quad f(Ge, Re, Fr, He)$$

hasonlósági kritériumszámokkal és két empirikus függvénnyel jellemezhető.

Kisminta kísérletek eredménye tehát akkor vihető át a prototípus berendezésre, ha a (102) hasonlósági számok azonosak.

A 27. ábrából látszik, hogy abban az esetben, ha a  $\frac{I_{lev}}{n d_j^3}$  volumetrikus ha-

sonlósági száma meghalad egy határértéket (lásd 4. táblázat), amely keverőtípusonként kismértékben változik, a kísérletek tanúsága szerint a bevezetett levegőt a folyadék már nem tudja felvenni, hanem az a folyadékon nagy buborékok formájában áthatolva távozik a levegőztetőből, többnyire a tengely mentén. Ettől az értéktől a relatív keverési teljesítményszám függetlenné válik a volumetrikus hasonlósági számtól.

Ezen kísérleti eredmény alapján meghatározható az adott levegőztető típusba bejuttatható maximális levegő térfogatáram:

$$I_{lev\max} = A n d^3 \quad (103)$$

ahol  $A = 0,035 - 0,085$  intervallumba eső állandó, melyet a 4. táblázatból vehetünk.

Az empirikus úton meghatározott egyenletből látszik, hogy a bevihető levegő térfogatáram kismértékben a fordulatszámától, nagyobb mértékben a járókerék átmérőjétől függ.



A kísérleteink szerint, melyet más vizsgálatok is megerősítenek [32,33], a relatív keverési teljesítményszám függvénye log-log skálán lineáris, azaz a

$$g = a \left( \frac{I_{lev}}{n d_j^3} \right)^{-b} \quad (104)$$

alakban írható fel, ahol  $a$  és  $b$  állandó. A 4. táblázat ezek kísérletileg meghatározott értékét tartalmazza különböző típusú kisminta levegőztető berendezések esetében.

#### 4. táblázat A (104) egyenlet állandói

A keverő típusa	Eu-szám	$\frac{d_t}{d_j}$	$\frac{t}{d_j}$	$\frac{H}{d_j}$	$\frac{h}{d_j}$	$n$ 1/min	$\frac{I_{lev}}{n d_j^3}$	$a$	$b$	Csillapítólemez száma
Kétszárnyú síklapátos	2,07	3	0,2	3	1	450-780	0,007 -	0,067 3	0,5 4	4
Négyszárnyú síklapátos	2-5	3-4,5	0,2-0,4	3-4,5	1	450-1200	0,006 -0,08	0,199	0,3 2	4
Hatszárnyú turbinás	2,3-5	3-4,5	0,1-0,2	3-4,5	1	450-1200	0,006 -	0,194 7	0,3 2	4
Kétszárnyú csöves	0,67-1,3	3	0,2	3	1	450-1200	0,007 -	0,192	0,3 1	4
Négyszárnyú csöves	1,5-2,16	3	0,2	3	1	450-1200	0,009 -	0,196	0,3 1	4

A táblázatban  $t$  a keverőlapát szélessége a többi geometriai mennyiség jelentése a 3. ábrából olvasható ki.

## 8. A szennyvíz folyadékjellemzőinek kísérleti meghatározása

Ismertetjük azokat az eszközöket és módszereket, melyek a nem-newtoni folyadék anyagi egyenletének meghatározására szolgálnak. Elemezzük ezek alkalmazhatósági feltételeit és kiválasztásuk szempontjait. Megmutatjuk továbbá, hogy a nem-newtoni folyadékok jellemzésére szolgáló folyási görbe  $\tau = \tau(D)$  nem elegendő a nem-newtoni folyadékviselkedés egzakt jellemzésére.

### 8. 1 A viszkozimetria feladata

A viszkozimetria a folyási tulajdonságok leírására szolgáló folyási görbék felvételének módszereivel és eszközeivel foglalkozik. Az eszközöket összefoglalóan viszkozimétereknek nevezzük. A szennyvizek mikro szerkezeti

szempontból durva polidiszperz rendszerek, melyekben a diszpergált részek mérete különböző, ezáltal a diszperzitás Fuzzy számként, vagy ha a statisztika alkalmazhatóságának megvannak a feltételei eloszlásfüggvénnyel jellemezhető.

A durva diszperz rendszerek egyik nem elhanyagolható jelensége a kiülepedés. Kiülepedés alatt a térfogati erők (súlyerő, tehetetlenségi erő, hidrodinamikai felhajtó erők) hatására bekövetkező koncentrációbeli inhomogenitás változásokat értjük, mely időben folyamatos, ha nem akadályozzuk meg. Láttuk, hogy a koncentráció nagymértékben befolyásolja a nem-newtoni folyadékviselkedés jellemzőit, így a kiülepedés miatt számolnunk kell annak anyagi egyenletekre gyakorolt hatásával. Ez a viszkozimetriára vonatkozóan azt jelenti, hogy csak jól homogenizált mintákat használhatunk a mérések során és csak olyan módszerek alkalmazhatók, melyek lokálisan nem gerjesztenek kiülepedési folyamatokat.

A viszkozimetriában kétféle mérési módszer használatos: az összehasonlító és az abszolút. Mivel a nem-newtoni folyadék látszólagos viszkozitása, mint korábbi munkánkban megmutattuk, függ az áramlási viszonyoktól a nyírsebességen keresztül, ezért az összehasonlító módszer nem alkalmazható. Maradnak az abszolút módszerek.

Ezek közül a következőket alkalmazzák a szennyvizek viszkozimetriájában: kapilláris viszkoziméter, állandó sebességgel mozgó golyós viszkoziméter, oszcilláló golyós viszkoziméter és a rotációs viszkoziméterek. Ez utóbbiból a hengeres, a kúp-sík és a turbinás viszkozimétert ismertjük.

## 8.2 A kapilláris viszkoziméter szennyvizek folyási görbéjének felvételére

Ez egy vízszintes hengeres cső, melyben különböző állandó értékre beállított térfogatárammal áramlik a szennyvíz. A cső kitüntetett két pontja között (mérőszakasz) ferdecsőves vagy kettős csillapított differenciáلمانométerrel mérik a nyomást. A cső térfogatárama és nyomása között hatványtípusú folyadéknál a

$$I_v = \frac{m}{3m+1} \left( \frac{1}{2K} \right)^{\frac{1}{m}} \left( \frac{dp}{dx} R \right)^{\frac{1}{m}} R^3 \pi \quad (105)$$

Bingham típusúnál pedig a

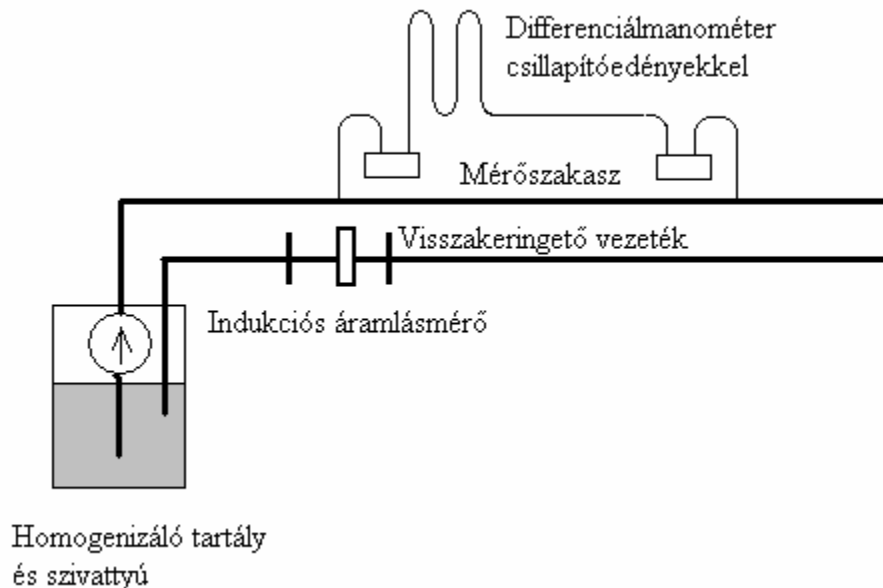
$$I_v = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dp}{dx} \left[ 1 - \frac{4}{3} \frac{r_0}{R} + \frac{1}{3} \left( \frac{r_0}{R} \right)^4 \right], \quad (106)$$

$$r_0 = \frac{2\tau_f}{\frac{dp}{dx}}$$

kapcsolat áll fenn [1]. Érzékelt mennyiségek a  $I_v$  térfogatáram és a  $\frac{dp}{dx}$  egy-ségnyi csőhosszra eső nyomás. Ezen érték párokra a fenti egyenletekből görbe illeszthető a legkisebb négyzetes eltérések maximum Likelihood elvével. Az illesztés paraméterei hatvány típusú folyadékknál a  $K$  konzisztencia állandó és az  $m$  folyási exponens. Bingham típusú folyadékknál a (2) egyenlet szerinti illesztő paraméterek a  $\tau_f$  folyási feszültség és az  $\eta$  plasztikus viszkozitás. Ezek ismeretében a folyási függvény és a látszólagos viszkozitás grafikonja meghatározható.

A mérőszakasz térfogatáramát célszerű indukciós áramlásmérővel mérni, melyet ilyen mérésekkor mindig hitelesíteni kell.

Egy ilyen viszkoziméter elrendezési rajza a 28. ábrán látható.



**28. ábra. Kapilláris viszkoziméter elvi rajza**

A berendezést szarvasmarha és sertés hígtrágyák folyási görbéinek meghatározására használták a kifejlesztők igen jó eredménnyel az 5mPas-10Pas látszólagos viszkozitás tartományban.

A viszkoziméter alkalmasnak bizonyult a tixotrópia tényének megállapítására nagy szárazanyag tartalmú szarvasmarha hígtrágyák esetében, azonban annak pontos mérésére nem volt alkalmas. Ennek oka az, hogy ebben a viszkoziméterben, ahogy azt [17]-ben megmutattuk, a nyírófeszültség az, mely a hely függvényében nem változik. A nyírósebesség viszont igen, így csak egy térben átlagolt viselkedésről képes számot adni a viszkoziméter.

További problémát jelentett a cső fala menti határrétegben a hidrodinamikai felhajtóerő okozta koncentráció változás, melyet a fal menti nyírósebesség kis értékre választásával lehetett kiküszöbölni. A nyírósebességet úgy kell megválasztani, hogy a részecskére vett

$$\text{Re} = \frac{a^2 D}{\nu} \quad (107)$$

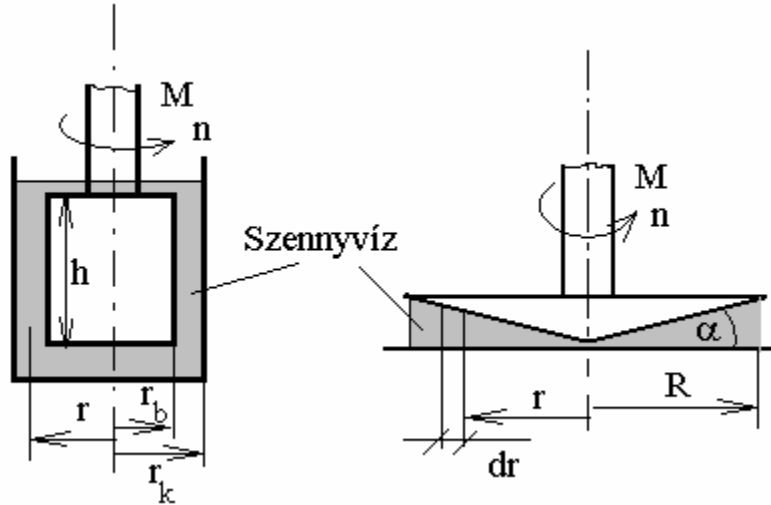
Reynolds szám, melyben  $a$  a részecske átlagos átmérője,  $D$  a nyírósebesség a határrétegben  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  pedig a hordozó folyadék kinematikai viszkozitása, fennálljon a

$$\text{Re} \leq 1 \quad (108)$$

feltétel.

### 8. 3 Hengeres és kúp-sík mérőérzékelős rotációs viszkoziméter

Laboratóriumi mérések céljára a hengeres és a kúp-sík mérőérzékelős változat terjedt el (29. ábra).



29. ábra. Hengeres és kúp-sík rotációs viszkoziméter elvi rajza

A viszkoziméter mérőfeje a mérőtest fordulatszámát és nyomatékát érzékeli, ebből kell meghatározni a folyadék folyási görbét, azaz a  $\tau = \tau(D)$  függvénykapcsolatot. Kúp sík viszkoziméter esetén ez egyszerű, hiszen a résben állandó a nyírósebesség, mivel a 29. ábra szerint

$$D = \frac{\text{sebesség}}{\text{résméret}} = \frac{2\pi n r}{r \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\omega}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (109)$$

ahol  $n$  a másodpercenkénti fordulat,  $\omega$  szögsebesség. Ha a nyírósebesség állandó, akkor a szennyvíz anyagi egyenlete szerint a nyírósebesség is az. Ezzel az ábra szerinti  $r$  sugarú  $dr$  vastagságú körgyűrűn ébredő feszültség elemi nyomatéka:  $dM = r 2\pi dr \tau$ . Ezzel a mérőfej tengelyén ébredő eredő nyomaték:

$$M = \int dM = \int_0^R r 2\pi dr \tau = \tau \frac{2}{3} R^2 \pi \quad (110)$$

A folyási függvény ezek után a  $\left( D = \frac{\omega}{\operatorname{tg} \alpha}, \tau = \frac{3M}{2R^2 \pi} \right)$  érték párokra maximum

Likelihood módszerrel illetett görbe paramétereinek meghatározása. Hatvány típusú folyadéknál ez  $K$  és  $m$ , Bingham félénél:  $\tau_f$  és  $\eta$ .

Hengeres viszkoziméternél sokkal bonyolultabb a helyzet. Ha az ábra szerinti  $r$  sugarú helyen a nyírófeszültség  $\tau$ , akkor a tengelyen ébredő nyomaték  $M = 2\pi r^2 h \tau$ , melyből

$$\tau = \frac{M}{2\pi h} r^{-2} \quad (111)$$

A  $D = \frac{dv}{dr}$  nyírósebesség a kerületi sebesség  $v = \omega r$  képletéből

$$D = \frac{dv}{dr} = -\frac{d\omega}{dr} r \quad (112)$$

ahol itt  $\omega$  a folyadék szögsebessége, mely különbözik a tengely  $\Omega = 2\pi n$  szögsebességétől, mely a

$$\Omega - \omega(r) = \int_{r_b}^r \frac{D(r')}{r'} dr' \quad (113)$$

Másrészről (111)-ből látszik, hogy  $\frac{d\tau'}{\tau(r')} = -2 \frac{dr'}{r'}$ , így áttérhetünk más változó szerinti integrációra a fenti egyenletben:

$$\omega(r) - \Omega = \frac{1}{2} \int_{\tau(r_b)}^{\tau} \frac{D(r')}{\tau'} d\tau' \quad (114)$$

Mivel a mérőedény áll, így

$$\Omega = \frac{1}{2} \int_{\tau(r_k)}^{\tau(r_b)} \frac{D(r')}{\tau'} d\tau' \quad (115)$$

melyből kapjuk, hogy

$$2M \frac{d\Omega}{dM} = D(\tau_{r_b}) - D(\tau_{r_k}) \quad (116)$$

Figyelembe véve, hogy (111)-ből  $\tau_{r_k} = \tau_{r_b} \left( \frac{r_b}{r_k} \right)^2 = \tau_{r_b} \beta$  helyettesíthető be a fenti kifejezésbe, kapjuk a kiértékelés alapjául szolgáló

$$2M \frac{d\Omega}{dM} = D(\tau_{r_b}) - D(\beta \tau_{r_b}) \quad (117)$$

függvényegyenletet. A fentieket azért tartottuk fontosnak ismertetni, mert az irodalomban többen hivatkoztak arra, hogy rotációs viszkoziméterrel nem lehet reprodukálható méréseket végezni hígtrágyákon és szennyvizeken. Ennek oka az lehet, hogy nem végezték el a fenti függvényegyenlet szerinti kiértékelést, hanem a műszergyártó által ajánlott effektív [41] nyírófeszültséget és nyírósebességet használták!

Kísérleti munkánkban mi a Haake cég Rheotest RV1 rotációs viszkoziméterét használjuk. A hengeres mérőérzékelőt az anyagi egyenletek meghatározására, a kúp-sík mérőérzékelőt pedig az ülepítőben a tiszta fázis viszkozimetriai jellemzőinek mérésére. Azért esett választásunk ez utóbbi mérőérzékelőre, mert az ülepítő kisminta kísérleteknél csak kicsiny mintatérfogatok vehetők az egyes rétegekből a folyamat lényeges megzavarása nélkül.

#### 8. 4 Turbinás mérőérzékelős rotációs viszkoziméter

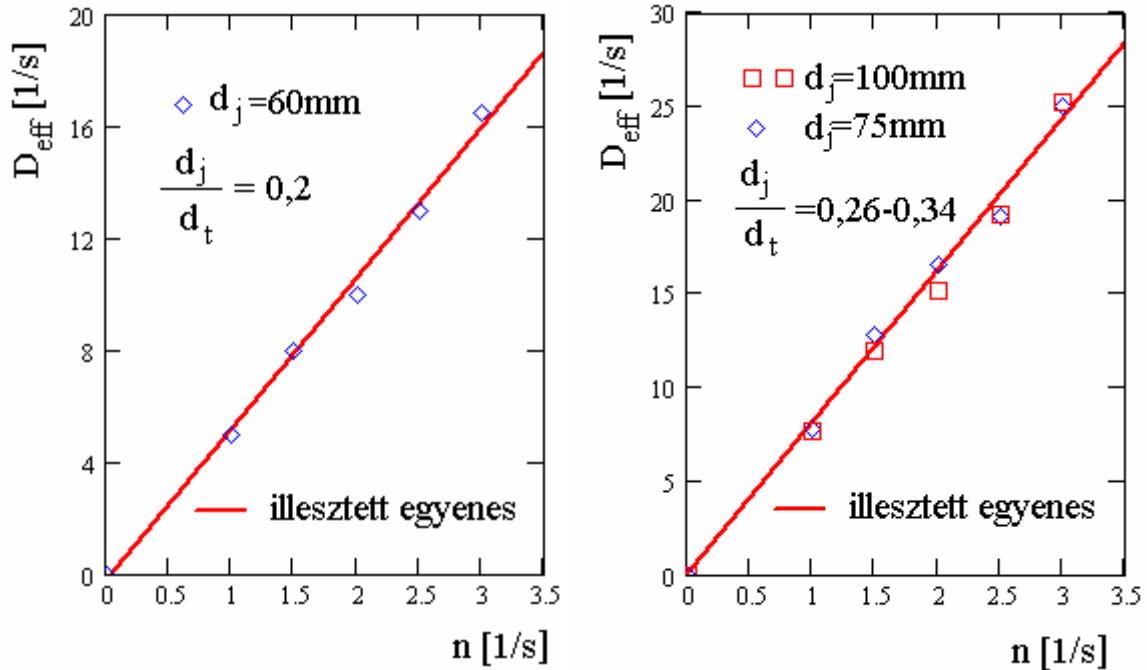
A szennyvizek szivattyúzhatóságának vizsgálatára [42], továbbá kisebb pontossági igényű üzemi mérések elvégzésére kezdtük el ennek a viszkoziméter típusnak a fejlesztését. A szennyvizek kezeléstechnikájában a szivattyúzhatóság megállapítása igen fontos, mivel a helytelen döntések súlyos üzemfolytonossági zavarokhoz vezethetnek [43].

Elve a mechanikus keverőn alapul, melynek részletes elméletét korábban már megadtuk. Itt csak a legfontosabb eredményeket idézzük fel.

Általunk és mások által kísérletileg igazolt, hogy egy mechanikus keverőben a jellemző (effektív) nyírósebesség egy adott járókerék típusnál csak a

fordulatszámától és a  $Ge = \frac{d_j}{d_t}$  geometriai hasonlósági számtól függ, ahol a

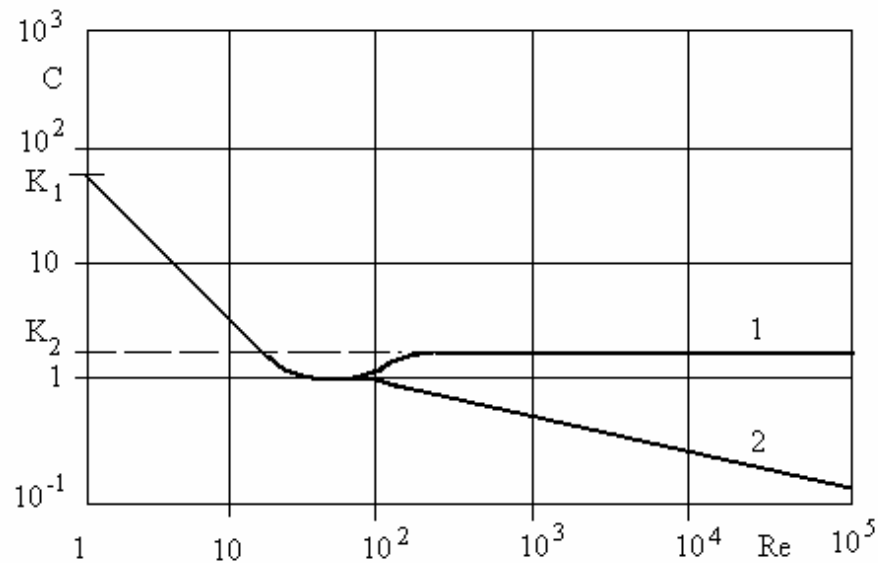
$d_j$  járókerék,  $d_t$  pedig a tartály átmérője, de nem függ a folyási exponens-től. Ezt mutatja a 30. ábra háromlapátos hajócsavar alakú járókerékre.



**30. ábra. A jellemző nyírófeszültség és a fordulatszám kapcsolata háromszárnyú járókerék esetén**

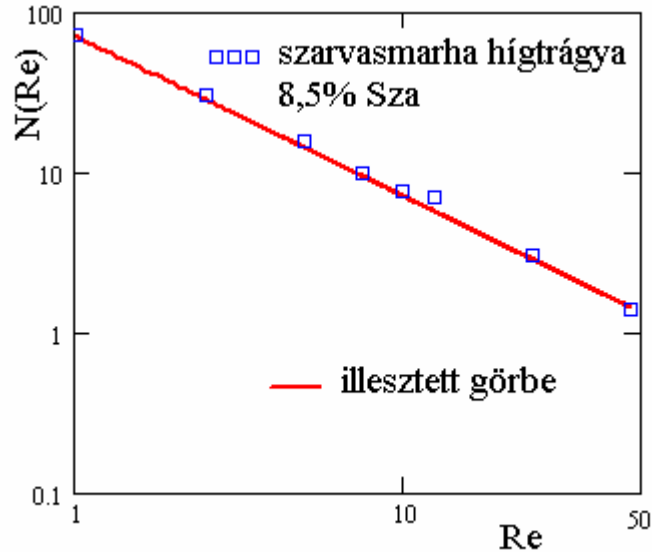
A másik alapvető eredmény az, hogy a teljesítmény szám Reynolds szám kapcsolat azonos a newtoni és a nem-newtoni folyadék esetén, ha a nem-newtoni folyadék effektív Reynolds száma azonos a newtoni folyadék Reynolds számával.

Ezt a függést mutatja a 31. ábra.





**31. ábra. A teljesítmény-szám a Reynolds-szám függvényében newtoni folyadék keverésekor**



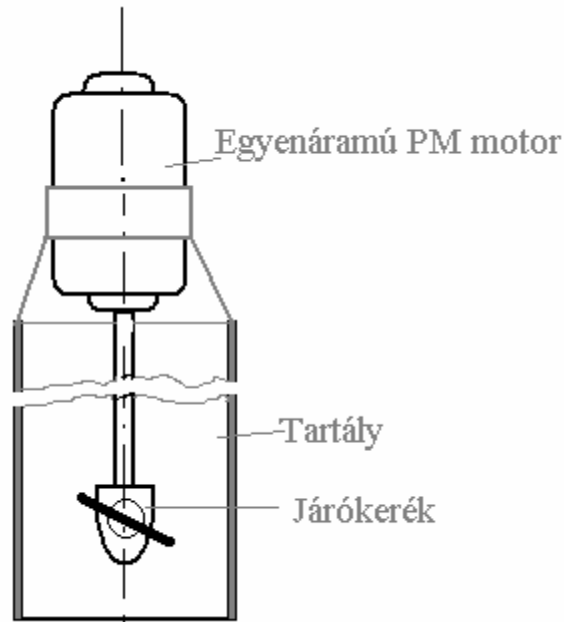
**32. ábra. A newtoni és nem-newtoni folyadék keverési görbéjének egybeesése**

A 32. ábra alapján newtoni folyadékokra ellenőrizhető az alábbi függvénykapcsolatok helyessége:

$$C := \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d_j^5} = \begin{cases} \frac{K_1}{Re}, & \text{ha az áramlás la min áris} \\ K_2, & \text{ha } Re \geq 10^4 \text{ és a szabad felszín nyugodt} \\ g(Re, He), & \text{ha } Re \geq 10^4 \text{ és a szabad felszín hullámos} \end{cases} \quad (118)$$

A viszkoziméter szempontjából minket csak az első lamináris keverési szakasz érdekel. Ezt a szakaszt mutatja a 32. ábra 8,5% szárazanyag tartalmú szarvasmarha hígtrágya keverésének esetére összehasonlítva a newtoni folyadék illesztett görbéjével. A 32. ábrából látható, hogy az egyezés kitűnő és emiatt felhasználható üzemi mérési célokra.

Turbinás mérőérzékelős rotációs viszkoziméter ezek után egy kisméretű mechanikus keverő, melynek elvi rajza a 33. ábrán látható.



**33. ábra. A turbinás rotációs viszkoziméter elvi rajza**

A mérés során változtatjuk a járókerék fordulatszámát és mérjük az össze-  
tartozó  $P$  teljesítmény és  $n$  fordulatszám értékeket.

A teljesítmény adatokból meghatározzuk a teljesítmény számokat:

$$C = \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} \quad (119)$$

ahol a  $\rho$  szennyvíz sűrűsége. A teljesítmény számokhoz a 31. ábrából kiol-  
vassuk, vagy a (118) képlet alapján meghatározzuk a

$$Re = \frac{K_1}{C} = K_1 \left( \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} \right)^{-1} \quad (120)$$

$Re$  számot, melynek definíciója:

$$Re = \frac{\rho \cdot n \cdot d_j^2}{\eta_S^*} \quad (121)$$

Ebből kiszámítjuk a látszólagos jellemző viszkozitást, mely a  $\tau = \tau(D)$  szennyvízre jellemző folyási függvényből a

$$\eta_S^* = \frac{\tau(D_{eff})}{D_{eff}} = \eta_S(D_{eff}) \quad (122)$$

alakban számolható a  $D_{eff}$  jellemző viszkozitásból. Ez utóbbi viszont a 32. ábra tanúsága szerint lineáris függvénye a fordulatszámnak

$$D_{eff} = k n \quad (123)$$

ahol  $k$  három szárnyú hajócsavar-szerű járókerékre a 32. ábra mérési eredményeiből:

$$k = \begin{cases} 8,3 \pm 0,58, & \text{ha } Ge = 0,26 - 0,34 \\ 6,2 \pm 0,38, & \text{ha } Ge = 0,20 \end{cases} \quad (124)$$

A (119) és (120) összefüggésekből

$$\eta_S^* = \frac{\rho \cdot n \cdot d_j^2}{Re} = \frac{\rho \cdot n \cdot d_j^2}{K_1} \frac{P}{\rho n^3 d_j^5} = \frac{P}{n^2 d_j^3} \quad (125)$$

Az eredmény érdekessége, hogy a jellemző látszólagos viszkozitás nem függ a szennyvíz sűrűségétől, ami fizikai szempontból el is várható, hiszen a viszkozitás és a sűrűség egymástól független anyagi jellemzők.

Ezek után hatványtípusú folyadéokra annak anyagi egyenletéből azt kapjuk, hogy

$$\eta_S^* = K(D_{eff})^{m-1} = K(k n)^{m-1} \quad (126)$$

Tehát a méréssel meghatározott  $(\eta_S^*, n)$  érték párokra kell a fenti egyenlet illesztését elvégezni. Az illesztés  $K$  és  $m$  paramétereit maximum Likelihood módszerrel határozhatjuk meg.

Bingham-féle folyadékra annak anyagi egyenletéből következik a

$$\eta_s^* = \frac{\tau_f}{D_{eff}} + \eta \quad (127)$$

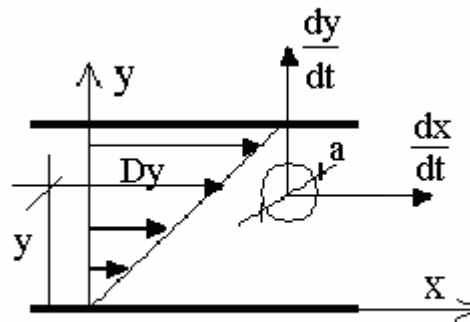
összefüggés. Itt ismét a méréssel meghatározott  $(\eta_s^*, n)$  érték párokra kell a (127) egyenlet illesztését elvégezni. Az illesztés paraméteri most a  $\tau_f$  folyási feszültség és az  $\eta$  plasztikus viszkozitás melyeket maximum Likelihood módszerrel határozhatunk meg.

## 9. Szennyvizek gravitációs fázis-elválasztási folyamatainak vizsgálata

A szennyvizek és ezen belül a mezőgazdasági szennyvizek fázis-elválasztásának egyik lehetséges módszere a gravitációs fázis-elválasztás. Bemutatunk egy analitikus és egy a nem-newtoni folyadékok hasonlóságelméletén alapuló eljárást az üleptetőben lejátszódó folyamatok tárgyalására. Az analitikus elmélet számot tud adni a rétegződés kialakulásáról és annak időbeli lefolyásáról. A hasonlóságelmélet pedig arra szolgál, hogy megadja az un. növekedési törvényeket a mérnöki tervezés számára. Először egy részecske mozgását vizsgáljuk majd az itt kapott eredményeinket átvisszük részecskehalmazok mozgására.

### 9. 1 Egy részecske mozgása az üleptető fala menti lamináris határrétegben

A részecske mozgásának leírására szolgáló egyenleteket a következő ábra alapján fogjuk levezetni.



34. ábra. Szilárd részecske mozgása a határrétegben

A részecske nem okvetlenül mozog együtt a folyadékkal. Ahhoz viszonyított relatív sebessége a 34. ábra alapján, ha feltételezzük, hogy síkbeli áramlásról van szó

$$\bar{v}_r = \left( \frac{dx}{dt} - D y, \frac{dy}{dt}, 0 \right), \quad (128)$$

ahol  $D$  az áramlás nyírósebessége. Az inhomogén sebességeloszlás és a folyadék viszkozitása miatt a részecske forgásba jön

$$\omega = \frac{1}{2} \bar{\nabla} \times \bar{v} = \left( 0, 0, \frac{D}{2} \right) \quad (129)$$

szögsebességgel.

Egy ilyen áramlásban egy részecskére a következő erők hatnak.

- Tehetetlenségi erő

$$\bar{F}_t = \frac{4}{3} a^3 \pi \rho_r \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{4}{3} a^3 \pi \rho_r \left( \frac{d^2 x}{dt^2}, \frac{d^2 y}{dt^2}, 0 \right), \quad (130)$$

ahol  $\rho_r$  a részecske sűrűsége;

- A súrlódásból származó vontató erő

$$\bar{F}_v = 6a\pi\eta\bar{v}_r = 6a\pi\eta \left( \frac{dx}{dt} - D y, \frac{dy}{dt}, 0 \right) \quad (131)$$

ahol  $\eta$  a szennyvíz viszkozitása;

- A forgás miatti Magnus-féle felhajtóerő

$$\bar{F}_M = a^3 \pi \rho \bar{\omega} \times \bar{v}_r = a^3 \pi \rho D \left( \frac{dy}{dt}, D y - \frac{dx}{dt}, 0 \right) \quad (132)$$

ahol  $\rho$  a szennyvíz sűrűsége;

- Az inhomogén sebességeloszlás miatti felhajtóerő, mely Shaffman [49] szerint

$$\bar{F}_{sa} = 6,46a^2 \rho \sqrt{D} \sqrt{\frac{\eta}{\rho}} \frac{d\bar{v}}{dt} \left( 0, D y - \frac{dx}{dt}, 0 \right); \quad (133)$$

- Súlyerő

$$\bar{F}_k = \left( 0, f^* = \frac{4}{3} a^3 \pi \rho_{cs} g, 0 \right) \quad (134)$$

ahol  $g$  a nehézségi gyorsulás. A fentieket Newton második axiómájába helyettesítve adódnak a mozgásegyenletek

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + A \frac{dy}{dt} + B \left( \frac{dx}{dt} - D y \right) &= 0, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + (A + B) \left( \frac{dx}{dt} - D y \right) &= -f \end{aligned} \quad (135)$$

ahol bevezettük a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3\alpha}{8} \frac{\rho_{Cs}}{\rho}, \quad B = \frac{9}{2a^2} \frac{\eta}{\rho} \frac{\rho}{\rho_{Cs}}, \\ C &= 1,54 \sqrt{\frac{\eta D}{\rho}} \frac{\rho}{\rho_{Cs}}, \quad f = f^* \left( \frac{4\pi a^3 \rho_{Cs}}{3} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (136)$$

A (135) differenciálegyenlet-rendszerből kifejezhető  $\frac{dy}{dt}$  a következő módon:

$$\frac{dy}{dt} = - \frac{\frac{dz}{dt} + Bz}{A + D} \quad (137)$$

Behelyettesítve ezt (135) második egyenletébe kapjuk az  $x$ -irányú relatív sebességre vonatkozó egyenletet:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2B \frac{dz}{dt} + [B^2 - (A+C)(A+D)]z = f(A+D), \quad (138)$$

$$z = \left( \frac{dx}{dt} - D y \right)$$

Mivel az  $f$  erő állandó, ennek a megoldása:

$$\frac{dx}{dt} - D y = z = C_1 e^{-(B+\lambda)t} + C_2 e^{(\lambda-B)t} + \frac{f(A+D)}{B^2 - \lambda^2} \quad (139)$$

$$\lambda^2 = (A+C)(A+D)$$

A függőleges relatív sebesség ennek ismeretében (137)-ből meghatározható:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{C_1(B+\lambda) - B}{A+D} e^{-(B+\lambda)t} + \frac{C_2(\lambda-B) + B}{A+D} e^{(\lambda-B)t} - \frac{f B}{B^2 - \lambda^2} \quad (140)$$

A megoldásokban szereplő  $C_1, C_2$  állandók a részecske kezdeti állapotából határozhatók meg. Ezekre a további vizsgálataink során nincs szükség, mivel csak a stacioner megoldást és az instabilitás tényét használjuk fel.

A (139) és (140) kifejezésekből látszik, hogy  $\lambda < B$  esetén a mindkét megoldás stabil. A tranziensek lecsengése után állandósult relatív sebességek alakulnak ki:

$$\left( \frac{dx}{dt} - D y \right)_{stac} = \frac{f(A+D)}{B^2 - \lambda^2} \quad (141)$$

$$\frac{dy}{dt}_{stac} = - \frac{f B}{B^2 - \lambda^2}$$

Ebből a két állandósult sebesség arányára adódik, hogy

$$\frac{\left( \frac{dx}{dt} - D y \right)_{stac}}{\frac{dy}{dt}_{stac}} = - \frac{(A+D)}{B} \propto a^2 \quad (142)$$

Látszik tehát, hogy a csatolás a két sebesség között a nyírósebességgel és a részecskeméret négyzetével arányos.

A (141) megoldásból az is látszik, hogy  $\lambda = B$  esetén az állandósult relatív sebességek végtelenné válnak. Ehhez a határesethez tartozó részecske méret (139)-ből

$$a^2_{krit} = 5,57 \frac{\eta}{\rho D} \left( \frac{\rho}{\rho_r} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (143)$$

Ezen részecske méret felett a részecskék mozgása instabillá válik, mely egy bonyolult intenzív mozgásban nyilvánul meg.

A (143) eredmény másként is interpretálható, hiszen a  $Re = \frac{a^2 \rho D}{\eta}$  részecskén értelmezett Reynolds szám bevezetésével az instabil mozgáshoz tartozó kritikus Reynolds szám:

$$Re_{krit} = 5,57 \left( \frac{\rho}{\rho_r} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (144)$$

Ebből  $\frac{\rho}{\rho_r} \cong 0,5 - 0,75$  esetén  $Re_{krit} \cong 3,5 - 4,2$  Reynolds szám értékeket kapunk.

## 9. 2 Részecskehalmoz mozgásegyenlete ülepitőben

A következő vizsgálatainknál feltesszük, hogy a szilárd részek nem deformálhatók a folyadék pedig newtoni. Ez nem jelenti azt, hogy a részecskehalmoz plusz folyadék együtt newtoni viselkedésű. Legyen a kiszemelt részecske relatív sebessége a folyadékhoz képest  $\bar{v}_{0rel}$ . Buggisch [44] alapján a részecske relatív sebességéről a részecskehalmoz relatív sebességére a

$$\bar{v}_{rel} = \bar{v}_{0rel} F(\alpha) \quad (145)$$

összefüggéssel térhetünk át, ahol  $\alpha$  a szilárd részek térfogat koncentrációja. Az  $F(\alpha)$  függvény nagy részecske koncentrációk esetén Richardson és Zaki [45] szerint a

$$F(\alpha) = (1 - \alpha)^m, \quad m \cong 3,7 \quad (146)$$

alakú. Most meghatározhatjuk a térelméleti leíráshoz szükséges térfogatáramsűrűségeket.



A folyadék és részecskehalmoz áramsűrűsége:

$$\bar{j}_f = (1 - \alpha)\bar{v}_f, \quad \bar{j}_r = \alpha\bar{v}_{rel} \quad (147)$$

ahol  $\bar{v}_f$  a folyadék sebessége. A teljes és a részecskehalmoz folyadékhoz viszonyított áramsűrűsége:

$$\begin{aligned} \bar{j} &= \bar{j}_f + \bar{j}_r = \bar{v}_f + \alpha\bar{v}_{rel}, \quad \bar{j}_{rf} = \bar{j}_r - \alpha\bar{j}_f = \alpha(1 - \alpha)\bar{v}_{rel} = f(\alpha)\bar{v}_{0rel} \\ f(\alpha) &= \alpha(1 - \alpha)^n, \quad n \cong 4,7 \end{aligned} \quad (148)$$

A részecskehalmoz tömegkontinuitási egyenletéből kapjuk a mozgásegyenletet:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{j}_{rf} = \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (f(\alpha)\bar{v}_{0rel}) = 0 \quad (149)$$

Ennek konkrét alakját fogjuk meghatározni és megoldani a következőkben.

### 9. 2. 1 Az áramlásmentes szedimentáció esete

Ekkor a részecske relatív sebessége

$$\bar{v}_{0rel} = \frac{\rho_r - \rho_f}{18\eta} d^2 \bar{g} \quad (150)$$

ahol  $\rho$  a sűrűség,  $\eta$  viszkozitás,  $\bar{g}$  a nehézségi gyorsulás,  $d$  pedig a részecske átmérő.

A teljes térfogatáram zérus, így a (146-149) egyenletekből a

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + v_{0rel} \frac{d f(\alpha)}{d \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial z} = 0 \quad (151)$$

mozgásegyenletet kapjuk, mely egy kinematikai hullámeqyenlet. Ennek folytonos megoldása a

$$\alpha = G(z - ct), \quad c = v_{0rel} \frac{d f(\alpha)}{d \alpha} \quad (152)$$

alakú, ahol  $G$  tetszőleges függvény, melyet a kezdeti részecske-eloszlás határoz meg. A parciális differenciálegyenletek elmélete szerint [46] a folytonos megoldáson kívül, mivel a hullámsebesség függ az amplitúdótól egyszáltal szakadós megoldás is. Ez írja le a rétegeződési folyamatot az ülepitőben.

### 9. 2. 2 A rétegződési folyamat vizsgálata

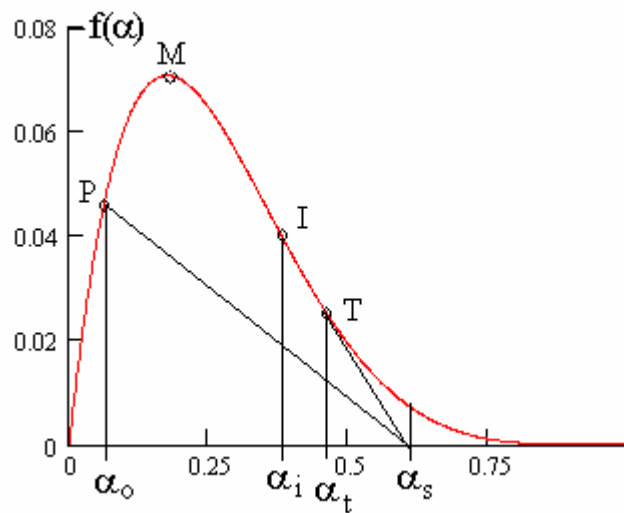
Legyen a szakadási felület két oldalán  $\alpha_1$  és  $\alpha_2$  a térfogat-koncentráció és legyen  $U$  a szakadási felület sebessége, akkor a (151) hullámegyenletből kapjuk, hogy

$$U = v_{0rel} \frac{f(\alpha_2) - f(\alpha_1)}{\alpha_2 - \alpha_1} . \quad (153)$$

Alkalmazva ezt összefüggést a szedimentálódó réteg felszínére kapjuk a szedimentáció sebességét:

$$U_s = v_{0rel} \frac{f(\alpha^*)}{\alpha_s - \alpha^*} \quad (154)$$

Itt  $\alpha_s$  ill.  $\alpha^*$  a szedimentálódó rétegben ill. az afölötti részecskehalmaz térfogat-koncentrációja.



**35. ábra. A szedimentációs mintázat magyarázatához**

A szedimentáció során többszörös rétegződés is kialakulhat a kezdeti térfogat-koncentrációtól függően:

- Abban az esetben, ha a 35. ábra szerinti  $OP\alpha_s$  háromszög bele esik az  $f(\alpha)$  grafikonjába, akkor két szakadási felület alakul ki eltérő  $U_0$  és  $U_s$  sebességgel. Az ülepítőben ilyenkor három réteg alakul ki. A legfelső tiszta folyadék réteg és két homogén eloszlású részecskehalmaz  $\alpha_0$  és  $\alpha_s$  koncentrációkkal. Az egyes rétegek sebessége:

$$U_s = v_{0rel} \frac{f(\alpha_0)}{\alpha_s - \alpha_0}, \quad U_0 = v_{0rel} \frac{f(\alpha_0)}{\alpha_0}. \quad (155)$$

A 35. ábrából kiolvasható, hogy  $U_0 > U_s$ ;

- Ha  $\alpha_0$  olyan, hogy az ábra szerinti  $P$  és  $\alpha_s$  pontokat összekötő egyenes az  $I$  inflexiós ponttól jobbra metszi a  $f(\alpha)$  görbét, akkor csak egy szakadási felület alakul ki. A szakadási felület felett tiszta folyadék van, alatta pedig inhomogén térbeli eloszlású részecskehalmaz. Az elválasztó felület sebessége:

$$U_s = v_{0rel} \frac{f(\alpha_0)}{\alpha_s - \alpha_0}. \quad (156)$$

Ha  $U_s$  kisebb, mint az  $\alpha_0$  térfogat-koncentrációhoz tartozó hullámsebesség, akkor instabil hullám alakul ki, mely gyorsan leépül. A leépülési folyamat addig folytatódik, amíg a 35. ábra szerinti  $T$  (tangenciális) pontnak megfelelő  $\alpha_i$  koncentráció nem alakul ki az alsó rétegben;

- Abban az esetben, ha  $\alpha_0$  az  $M$  és  $I$  pontoknak megfelelő térfogat-koncentrációk közé esik, akkor egy elválasztó felület alakul ki. Fölötte és alatta homogén térbeli eloszlást mutató részecskehalmaz alakul ki  $\alpha_0$  ill.  $\alpha_i$  koncentrációval. Az elválasztó felület sebessége ekkor:

$$U_s = v_{0rel} \frac{f(\alpha_0)}{\alpha_i - \alpha_0}. \quad (157)$$

### 9. 2. 3 Szedimentáció lassú áramlás jelenlétében

Az impulzus mérleg [47, 48] az ülepítőben lévő szuszpenzióra az alábbi alakú

$$\frac{d\bar{v}}{dt} + \text{Div}\bar{T}_v = \text{grad}p + [\alpha\rho_r + (1-\alpha)\rho_f]\bar{g}. \quad (158)$$

Ha feltételezzük, hogy az áramlás gyorsulásmentes, és hogy az áramlás lassú jellege miatt a viszkózus feszültség tenzor divergenciája elhanyagolható a skalár nyomás gradiense mellett, akkor a fenti mérlegből rotáció képzéssel kapjuk, hogy

$$\bar{\nabla} \times (-\text{grad}p) = 0 = \bar{\nabla} [\alpha\rho_r + (1-\alpha)\rho_f] \times \bar{g}. \quad (159)$$

Ebből következik, hogy az  $\alpha$  térfogat-koncentráció csak a  $z$ -koordinátától és az időtől függhet.

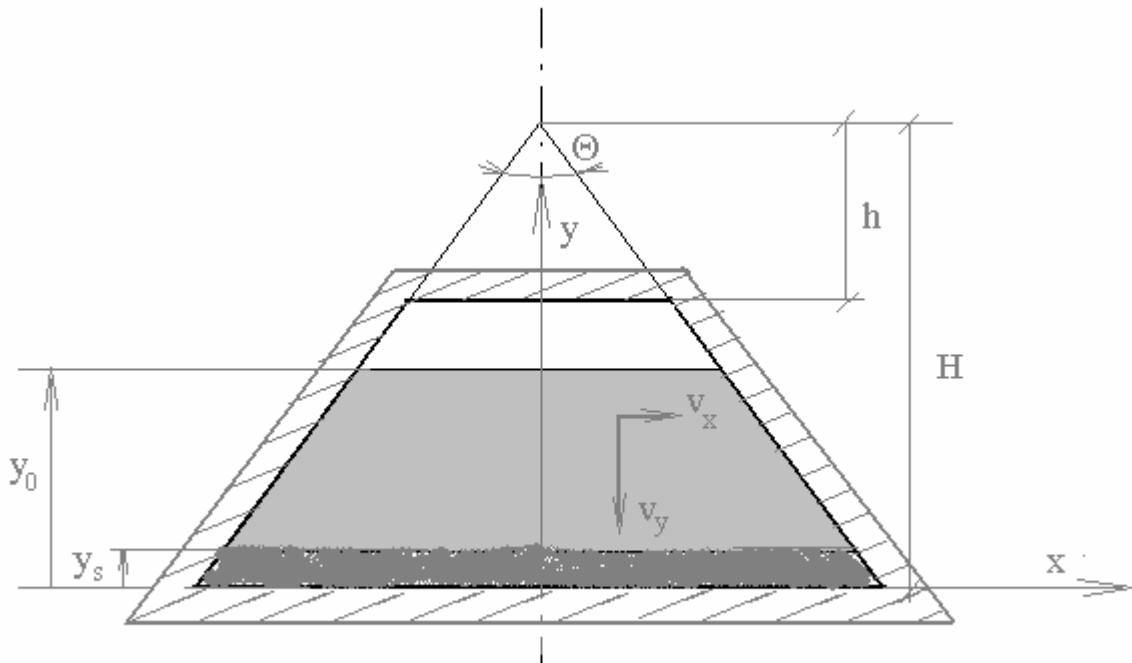
A (149) tömegkontinuitási egyenlet alkalmazásával most a

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\bar{j} + f(\alpha) \bar{v}_{0rel}) = 0, \quad (160)$$

ahol  $\bar{j}$  az áramlás térfogatárama. Ennek folytonos  $z$ -irányú megoldása:

$$\alpha = G(z - ct), \quad c = j_z + v_{0rel} \frac{df(\alpha)}{d\alpha} \quad (151)$$

A hullámsebesség növelése tehát áramlással lehetséges. Ennek gyakorlati megvalósítása csonka kúp alakú ülepítő műtárggyal lehetséges. Ezt mutatja a következő ábra



**36. ábra. Ülepítő műtárgy célszerű kialakítása a kinematikai hullámsebesség növelésére**

A nem folytonos megoldás nem fog változni, mivel mint könnyű megmutatni az áramlás térfogatárama kiesik. Tehát az áramlás kizárólag a hullámsebességet változtatja meg a szedimentációs mintázatot nem.

A határrétegben megváltozik az egy részecskére vonatkozó mozgásegyenlet: Egy részecske stacioner sebessége a (151) egyenlet szerint

$$v_{0rel} = \frac{\rho_r - \rho_f}{18\eta} d^2 \bar{g} D \frac{\frac{3}{8} \left( \frac{\rho_f}{\rho_r} \right) + 1}{\left( \frac{9\eta}{2d^2 \rho_r} \right)^2 - D \left( \frac{3}{8} \left( \frac{\rho_f}{\rho_r} \right) + 1 \right) \left[ D \frac{3}{8} \left( \frac{\rho_f}{\rho_r} \right) + 1,54 \sqrt{\frac{\eta D}{\rho_f \rho_r}} \right]} \quad (152)$$

ahol  $D$  a folyadék nyírósebessége a határrétegben.

Ezt a sebességet kell a mintázat kialakulásának vizsgálatához a (143-147) egyenletekbe helyettesíteni. Itt az előzőkhöz képest egy új jelenség léphet fel, a pillanatszerű kiülepedés jelensége. Ez amiatt lép fel, mivel nagy nyírósebességek esetén (152) nevezője nullává, a relatív sebesség pedig végtelenné válhat. Ebben az esetben a szedimentációs sebesség is végtelenné válik.

Általánosan igaz, hogy növekvő nyírósebességgel nő a kiülepedés sebessége a határrétegben.

#### 9. 2. 4 Az ülepedési folyamat hasonlóságelméleti vizsgálata

A mérnöki tervezés fontos tudni azt, hogy miként befolyásolja az ülepitő folyamatait a méret és a fizikai jellemzők megváltozása.

A geometriai adatokból adódnak a geometriai hasonlóság kritériumszámai. Ezekkel itt triviális jellegük miatt nem foglalkozunk. A határrétegen kívül az impulzusmérlegről kapjuk a

$$Pi_1 = \frac{P}{g\rho_r L}, Pi_1 = \frac{P}{g\rho_f L}, \quad (153)$$

kritériumszámokat kapjuk, melyek a jellemző  $\frac{P}{L}$  nyomás-gradienst és a sűrűségeket tartalmazza.

A szedimentációs folyamatot és a mintázatot a kinematikai hullámegyenlet (143) alakjából kaphatjuk meg:

$$Pi_3 = \frac{\Delta\alpha U}{v_{0rel} \Delta f}, \quad (154)$$

ahol  $\Delta f / \Delta\alpha$  a 35. ábra szerinti  $\alpha \mapsto f(\alpha)$  függvény húrjának iránytangense.

A (153) és (154) hasonlósági számainak kell megegyezni a kismintában és a prototípus berendezésben ahhoz, hogy az áramlások hasonlóak legyenek és

ezzel a kismintában nyert kísérleti eredményeket átvihessük a prototípus be-  
rendezésre.

### **9. 2. 5. Szennyvizek gravitációs fázisválasztásának vizsgálata kisminta kísérletekkel**

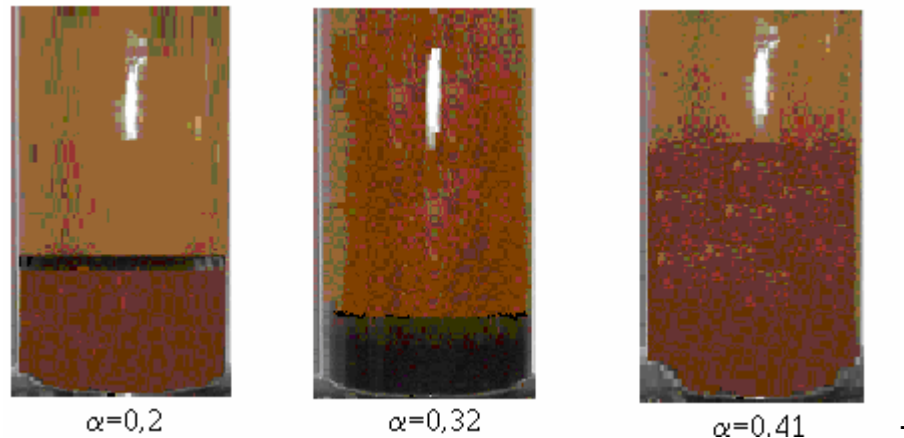
A mezőgazdasági szennyvizek fázisválasztásának egyik lehetséges módszere a gravitációs eljárás. Kutatómunkánk során a nem-newtoni folyadékok hasonlóságelméletén alapuló eljárással vizsgáljuk az üleptőben lejátszódó folyamatokat. Meghatározzuk az ülepedési folyamatot jellemző négy hasonlósági kritérium számot, melyek a kisminta kísérletek tervezéséhez szükségesek. A kisminta kísérletek alapján igazoljuk, hogy a szedimentációs folyamatot folytonos, vagy szakadásos hullámfüggvény írja le. Ez utóbbi vezet az üleptőben létrejövő rétegződéshez. Megmutatják, hogy a rétegződés mintázata attól függ, hogy mekkora a szuszpenzió kiindulási térfogat-koncentrációja. A kisminta kísérleteket a jobb megfigyelhetőség miatt laboratóriumi üvegedényben végeztük csapvíz és különböző diszperzitású fokú és sűrűségű szilárd részecskék felhasználásával. A szilárd részek és a folyadék egymáshoz képesti sűrűségét *NaCl* hozzáadásával változtattuk. Ezzel változtattuk a (153, 154) kritérium számokat.

A rétegződési mintázatot szabad szemmel értékeltük. A rétegek sebességét az üvegedény mellé helyezett milliméter beosztású mérőlécen olvastuk le. Az időt stopperrel mértük. A (153) hasonlósági számokban az *L* jellemző hosszát a folyadékoszlop magasságával a *p* nyomást a fenéknnyomással azonosítottuk.

Kísérleti munkánk egyik legfontosabb célja a rétegződési mintázat létrejöttének igazolása volt. Várakozásainknak megfelelően a mintázat megjelenik és minőségileg jól jellemezhető a 9. 2. 4 pontban leírt módon. Ezt igazolja az egy konkrét vizsgálatról készült 37. ábra, ahol feltüntettük a kezdeti térfogat koncentrációkat. Az ábrából jól látszik, hogy a mintázatot valóban a kezdeti térfogat koncentráció szabja meg.

Kísérleti munkánk másik célja az egyes rétegek kollektív ülepedési sebességének mérése és a mérési eredményeknek a (155), (156), (157) elméletileg származtatott sebességekkel történő összehasonlítása volt.

Ez az ülepedési idők meghatározása miatt fontos. Hiszen ha a kísérleti eredmények jó egyezést mutatnak az elméleti úton származtatott eredményekkel, akkor egyszerű összefüggések állnak rendelkezésünkre a kiülepedési idő meghatározására



**37. ábra. A szennyvíz ülepedési mintázata különböző részecske térfogatkoncentrációk esetén**

Megállapítottuk, hogy az elméletileg származtatott sebesség formulák kb. 6%-os hiba határon belül helyesen írják le a folyamatot. Ezt igazolja az 5. táblázat, melyben egy konkrét kisminta kísérlet eredményeit hasonlítottuk össze az elmélettel.

**5. táblázat. A kísérleti és elméleti kollektív ülepedési sebességek összevetése**

$\alpha_0$	$\alpha_i$	$v_{0rel} \times 10^4 [m/s]$	$U_{selm} \times 10^4 [m/s]$	$U_{skis} \times 10^4 [m/s]$	Hiba %
0,32	0,351	1	1,685	1,60	5,044
0,32	0,351	1,2	2,022	2,15	6,033
0,32	0,351	1,4	2,359	2,23	5,468
0,32	0,351	1,6	2,696	2,59	3,931

A kisminta vizsgálatokból tehát kiderült, hogy a kollektív szedimentációra jellemző mintázat kialakulása attól függ, hogy mekkora az ülepitő tartályban a szilárd fázis kezdeti térfogat koncentrációja.

Az, hogy mekkora szedimentációs sebesség (és kiülepedési idő) jön létre az két dologtól függ:

- az egyedi részecske szedimentációs sebességétől;
- a kialakuló mintázattól, azaz a kezdeti szárazanyag tartalomtól.

Az 5. táblázatban foglalt mérési eredményekből az a fontos eredmény adódik, hogy a kollektív szedimentáció sebessége 170-180%-a az egyedi részecske ülepedési sebességének.

## 10. Levegőztetők vizsgálata

A következőkben először olyan levegőztető berendezéssel foglalkozunk, ahol a folyadék fázis keveréséről külön keverő berendezéssel nem gondoskodunk. Az ilyen levegőztetőkben a folyadék lassú alulról felfelé áramlást végez miközben a benne felfelé mozgó levegő buborékokból oxigént vesz fel.

### 10. 1 A levegőztetőben lejátszódó anyagátadási folyamat hasonlóságelméleti vizsgálata

Az anyagátadási folyamat speciális jellegzetessége ennél a levegőztető típusnál az, hogy a légsugár formájában bejuttatott levegő gyakorlatilag nyugalomban lévő folyadékkal történő kölcsönhatása során esik szét buborékokra. A buborékok nagyságának kialakulásakor tehát járulékos effektusokat, pl. a folyadék fluktuációja, nem kell figyelembe venni.

### 10. 2 A folyamat mérlegegyenlete

A hasonlóságelméleti tárgyalást, mint korábban tettük, itt is a mérlegegyenletek és a konstitutív egyenletek alapján végezzük. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a levegőztetőben lévő fluid fázis két komponensű: oldott gáz és az azt oldatban tartó folyadék. Ez az egyszerűsítés azért is fontos, mert a bevitt levegőből biztonsággal csak az elnyelt oxigén mérhető nagy pontossággal, a többi kémiai komponens pl. a nitrogén nem. De ha meggondoljuk nem is szükséges, hiszen a szerves anyag lebomlásához egy olyan strukturált folyadékban, mint a szennyvíz oxigén szükséges. A levegőztetés pedig pontosan ennek a lebomlási folyamatnak a gyorsítását szolgálja.

A másik szempont amit figyelembe kell venni az, hogy a levegőztetőben kétfázisú áramlás jön létre. Egy fluid fázis, mely oldásban tartja az elnyelt gázokat, a másik pedig a gázfázis, mely buborékok formájában halad át a folyadékon. Az anyagátadási folyamat a buborékok határoló felületén, mint fázishatárokon játszódik le.

A folyamat analitikus leírása lehetetlen, ezért ahogy korábban is tettük a hasonlóságelmélet módszeréhez folyamadunk.

Ehhez írjuk fel az oldott oxigén koncentrációjára vonatkozó

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho c \bar{v} + \bar{j}_0) = \sigma_0 \quad (155)$$

differenciális mérlegegyenletet [50].



Itt a  $\rho$  folyadék fázis sűrűsége,  $c$  az oxigén koncentrációja a folyadék fázisban,  $\bar{v}$  a folyadék áramlási sebessége,  $\overline{j_0}$  az oxigén diffúziós tömeg áramsűrűsége és  $\sigma_0$  az oxigén tömeg produkciója a fázishatárokon történő oxigén elnyelés miatt.

Feltételezve, hogy a folyadék összenyomhatatlan, azaz  $\rho = \text{áll}$  a fenti egyenlet még a következő egyszerűbb alakban is felírható:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (c \bar{v} + \overline{j_{c0}}) = \sigma_{c0}, \quad (156)$$

ahol a  $c$  index a koncentrációra vonatkozik, azaz az egyenletben koncentráció áramsűrűség és produkció szerepel.

A mérleg felírásánál hallgatólágyosan feltételeztük azt, hogy elegendően nagyszámú gázbuborék áramlik át a folyadékon és emiatt egy durvaszemcsés kontinuum leírásban az oxigén produkcióját a térfogatban folytonos eloszlásúnak lehet tekinteni.

### 10.3 Az anyagátadási folyamat hasonlósági kritériumszámai

Modellezze ugyanazt az anyagátadási folyamatot a kisminta kísérletben a

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + \bar{\nabla}^* \cdot (c^* \bar{v}^* + \overline{j_{c0}^*}) = \sigma_{c0}^* \quad (157)$$

oxigénkoncentráció mérleg.

Kösse össze a megfelelő fizikai mennyiségeket a hasonlóságelméletben megszokott alábbi lineáris transzformáció:

$$\begin{aligned} t^* &= C_t t, & L^* &= C_L L, & c^* &= C_c c, & v^* &= C_v v, \\ j_{c0}^* &= C_j j_{c0}, & \sigma_{c0}^* &= C_\sigma \sigma_{c0} \end{aligned} \quad (158)$$

ahol  $L$  a jellemző hossz méret.

Elvégezve a kisminta kísérlet mérlegében a helyettesítéseket kapjuk, hogy

$$\frac{C_c}{C_t} \frac{\partial c}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left( \frac{C_c C_v}{C_L} c \bar{v} + \frac{C_j}{C_L} \overline{j_{c0}} \right) = C_\sigma \sigma_{c0} \quad (159)$$

A valóságos és a kisminta folyamatok anyagátadásra nézve akkor hasonlóak, ha az (159) és a (156) mérleg azonos. Ennek feltétele, mint arról egyszerű számítással meggyőződhetünk:

$$\frac{C_t C_v}{C_L} = 1, \quad \frac{C_t C_j}{C_c C_L} = 1, \quad \frac{C_t C_\sigma}{C_c} = 1 \quad (160)$$

Az első triviális kritérium figyelembe vételével ez még a

$$\frac{C_j}{C_c C_v} = 1, \quad \frac{C_L C_\sigma}{C_c C_v} = 1 \quad (161)$$

alakban is felírható.

Vizsgáljuk most meg a konstitutív egyenletek hasonlóságát!

A diffúziós folyamatra fennáll a Fick-egyenlet [50]:

$$\overline{j_{c0}} = -D \overline{\nabla} c, \quad \overline{j_{c0}}^* = -D^* \overline{\nabla}^* c^*, \quad (162)$$

ahol  $D$  az oxigén diffúziós együtthatója a folyadékban.

Amikor a buborék áthalad a folyadékon a határfelületén anyagátadási folyamat játszódik le, melynek következtében a folyadék oldott gáztartalma növekszik. Az anyagátadási folyamat sebességét a fázishatáron kialakuló diffúziós folyamat sebessége határozza meg. Maga a folyamat úgy megy végbe, hogy a fázishatáron a gáz koncentrációja a folyadék hőmérséklete által meghatározott  $c_0$  telítési értéket veszi fel. Ez a telítési érték egy un.

diffúziós határrétegen keresztül csökken le a gázkoncentráció folyadékban mérhető telítésinél kisebb értékére. A folyamat diffúziós folyamat, melynek jellemzője a gáz folyadékbéli diffúziós együtthatója. A diffúziós határréteg

$\delta$  vastagságát viszont a buborék körüli áramlási viszonyok (Reynoldszám) határozzák meg. Előfordulhat, hogy a diffúziós határréteg túlnyúlik a lamináris áramlási határrétegen. Ekkor a molekulárkinetikai diffúzió mellett turbulens diffúzió is fellép [53, 54, 55]. Ezért a folyamat  $D_b$  diffúziós állandója más lesz, mint az előbbi folyamaté. Az anyagátadási folyamatban az  $a$  területű elválasztó felületen átmenő koncentráció áram a Fick törvényből következően:

$$I = aD_b \frac{(c_0 - c)}{\delta} = aK(c_0 - c), \quad (163)$$

$$K := \frac{D_b}{\delta}$$

ahol bevezettük a  $K$  anyagátadási tényezőt. Világos, hogy ha  $a$  az egységnyi térfogatban található gázbuborékok fázisfelülete, akkor  $I = \sigma_0$ . Ezzel megkaptuk az oxigén produkcióra vonatkozó anyagi egyenletet:

$$\sigma_{c0} = K(c_0 - c), \quad \sigma_{c0}^* = K^*(c_0^* - c). \quad (164)$$

A fenti valóságos folyamatra és kismintára vonatkozó anyagi egyenletek anyagi állandóit kösse össze a

$$D^* = C_D D, \quad K^* = C_K K \quad (165)$$

transzformáció. Ezekkel az anyagi egyenletek hasonlóságának feltétele:

$$\frac{C_D C_c}{C_L C_j} = 1, \quad \frac{C_K C_c}{C_\sigma} = 1 \quad (166)$$

A (161) és (166) összefüggésekből kapjuk az anyagátadási folyamat hasonlóságát kifejező kritérium számokat:

$$\frac{C_D}{C_L C_v} = 1, \quad \frac{C_L C_K}{C_v} = 1 \rightarrow Pe = \frac{\nu^* L^*}{D^*} = \frac{\nu L}{D}, \quad Nu = \frac{K^* L^*}{D^*} \quad (167)$$

ahol  $L$  a jellemző geometriai méret.

A fenti egyenletekben:  $Nu$  a Nussel-,  $Pe$  pedig a Peclet-szám. Ezekhez jönnek az áramlások hasonlóságát kifejező korábban már levezetett hasonlósági számok.

Az irodalom a  $Pe$ -szám helyett inkább a Prandtl számot használja, melynek definíciója:

$$Pr = \frac{Pe}{Re} \quad (168)$$

A továbbiakban mi is ezzel dolgozunk.

A fenteből következik tehát, hogy a levegőztetőben lejátszódó oxigén anyagátadási folyamat hasonlóságelméleti szempontból három kritérium-számmal jellemezhető:

$$Nu, Pr, Re \quad (169)$$

Ezek a kritériumszámok azonban nem függetlenek egymástól, hiszen köztük kapcsolatot létesítenek a mérleg és az anyagi egyenletek. Ezért a kísérlettel a

$$Nu = f(Pr, Re) \quad (170)$$

függvénykapcsolatot kell meghatározni.

A függvénykapcsolatot többen kimérték [56, 57], így munkánkban ennek kimérésével nem foglalkoztunk, hanem csak összehasonlítottuk azokat.

Az összehasonlítás során megállapítottuk, hogy azok eltérő matematikai alakjuk ellenére egyenértékűek abban az esetben, ha a levegőztetőben az anyagátadás kisméretű buborékok és a folyadék között történik. Ebben az esetben egymásból levezethetők ezek a formulák.

A következőkben szükségünk lesz a gázfázis levegőztetőn belüli folyadék-fázis nélküli átlagsebességére, melynek definíciója:

$$v_{0g} := \frac{4I_{vg}}{D^2\pi} \quad (171)$$

ahol  $D$  a levegőztető tartály átmérője,  $I_{vg}$  pedig a bevezetett levegő térfogatárama.

Másrészről Fair és Allen kísérletei szerint a fázishatár felülete és a folyadékfázis átlagsebessége arányos egymással [56, 58]:

$$a = 1,6 \frac{v_{0g}}{d_b} \quad (172)$$

Mi a következőkben a (170) összefüggés Fair-féle alakját fogjuk használni [56]:

$$Nu = \frac{Kd_b}{D} = 2(1 + 0,276\sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}}) \quad (171)$$

Ebből és (172)-ből következik, hogy az oxigén produkciót nagyságát meg-  
szabó  $Ka$  tényező a

$$Ka \left[ \frac{1}{\text{óra}} \right] = 3,2 \frac{D}{d_b^2} v_{0g} \left[ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right] (1 + 0,276\sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}}) \quad (180)$$

alakban határozható meg. Ha

$$0,276\sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}} \ll 1 \quad (181)$$

akkor fenti egyenletünkből adódik, hogy

$$Ka \left[ \frac{1}{\text{óra}} \right] = 3,2 \frac{D}{d_b^2} v_{0g} \left[ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right] \quad (182)$$

Ha viszont a helyzet fordított, azaz ha

$$0,276\sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}} \gg 1 \quad (183)$$

akkor

$$Ka \left[ \frac{1}{\text{óra}} \right] = 3,2 \frac{D}{d_b^2} v_{0g} \left[ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right] 0,276\sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}} \quad (184)$$

Ebből figyelembe véve a Reynolds-szám sebesség függését kapjuk, hogy

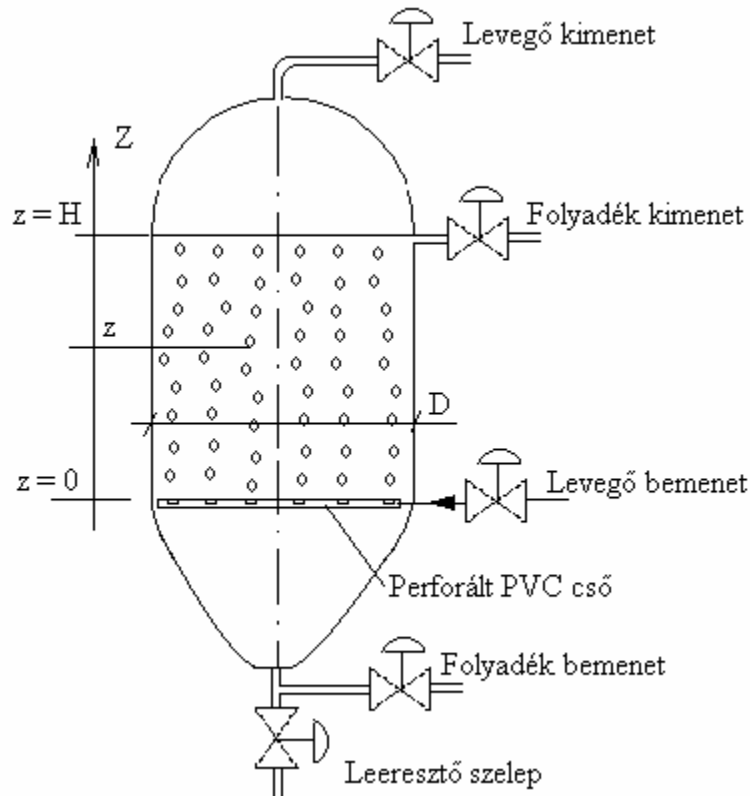
$$Ka \left[ \frac{1}{\text{óra}} \right] \propto (v_{0g})^{1,5} \left[ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \right] \quad (185)$$

Eredményünket a következőképpen fogalmazhatjuk meg: egymással áramlási és anyagátadási folyamatra nézve hasonló rendszerekben a  $Ka$  oxigénproduktions ráta hatvány függvénye a gázfázisi átlagsebességének és a sebesség hatványkitevője beleesik a [1, 1,5] intervallumba.

Látni fogjuk, hogy a kísérletek megerősítik ezt a hasonlóságelmélettel nyert eredményt.

#### 10. 4 A levegőztetőben végbemenő tranziens folyamat vizsgálata

A szennyvíznek a levegőztetőben való tartózkodási idejét tranziens vizsgálatokból lehet meghatározni.



38. ábra. A tartózkodási idő kiszámításához

A gázfázisra vonatkozóan a 38. ábra szerinti  $z$  helyen, ha feltételezzük, hogy radiális irányban tökéletes keveredés jön létre, felírhatjuk a

$$\frac{dc_{0_2}(z)}{dt} = -Ka[c_{0_2}(z) - c_{0_2tel}(z)] \quad (186)$$

differentiálegyenletet, ahol  $c_{0_2tel}(z)$  az oxigén telítési értéke a folyadék fázisban a  $z$  helyen. Az egyenlet felírásakor feltételeztük azt, hogy a buborékon belül a diffúziós folyamat gyorsabb, mint a buborék határfelületén. Ez a feltevés a vizsgálatok szerint levegőztető berendezésekre mindig teljesül.

Az egyenlet megoldása a

$$c_{0_2}(z,t) = c_{0_2tel}(z) - [c_{0_2tel}(z) - c_{0_2}(z,t=0)] e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (187)$$

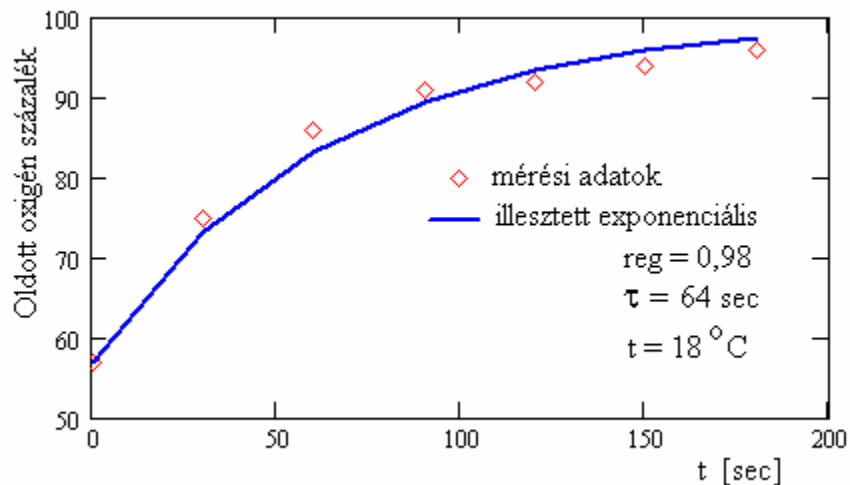
$$\tau = \frac{1}{Ka}$$

alakú, melyből látszik, hogy az oxigén felvétel folyamata exponenciális folyamat. A folyamat időállandója:

$$\tau = \frac{1}{Ka} \quad (188)$$

A mérési eredmények azt mutatják, hogy az időállandó függvénye a  $z$ -koordinátának.

Egy jellegzetes mérési sorozat feldolgozása a 39. ábrán látható. Az ábrából látható, hogy az elmélet által jóslott exponenciális függvény illeszkedése igen jó.



### 39.-ábra. Oldott oxigénkoncentráció időbeli beállása levegőztető berendezésben

Ezért a tartózkodási idő meghatározásakor a gyakorlatban egy átlagos értéket választanak. Ez pedig a  $z = H/2$  folyadékszinthez tartozó időállandó. Ezzel a tartózkodási idő:

$$\Theta = 3\tau_{z=H/2} = \frac{3}{(Ka)_{z=H/2}} \quad (189)$$

A következőkben megmutatjuk, hogy bár a (187) egyenlet helyesen írja le az oxigénkoncentráció időbeli lefolyását, a (189) egyenlet csak durva becslést ad a tartózkodási időre.

#### 10. 5 Az oldott oxigén tartalom axiális eloszlásának vizsgálata

A tartózkodási idő pontosabb meghatározására megoldjuk az anyagátadásra vonatkozó egzakt diffúzió egyenletet. A diffúzióegyenlet származtatására helyettesítsük be a (155) mérlegegyenletbe a molekuláris diffúzió (162) és az oxigénprodukciónak (163) egyenletét és tételezzük fel, hogy a tartályban csak tengelyirányú állandó sebességű áramlás van és hogy stacioner állapot valósul meg a levegőztető tartályban. Ekkor kapjuk, hogy

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - v_a \frac{\partial c}{\partial z} - Ka(c - c_0) = 0 \quad (190)$$

ahol  $v_a$  az axiális irányú áramlási sebesség a levegőztetőben. Az egyenlet-hez a következő peremfeltételek tartoznak:

$$v_a c - D \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=0} = v_a c_{be}, \quad D \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \quad (191)$$

ahol  $c_{be}$  a folyadék oldott oxigén koncentrációja a folyadék belépésének helyén.

Az egyenlet megoldása, mint arról könnyű meggyőződni, a következő alakú:



$$\frac{\frac{c(x)}{c_0} - 1}{\frac{c_{be}}{c_0} - 1} = \frac{e^{k_1 x} - \frac{k_1}{k_2} e^{(k_1 - k_2)x}}{1 - \frac{k_1}{k_2} e^{(k_1 - k_2)x} - \frac{k_1}{Pe} \left[ 1 - e^{(k_1 - k_2)x} \right]}$$

$$k_1 = \frac{Pe}{2} + \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + PeKa\Theta}$$

$$k_2 = \frac{Pe}{2} - \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + PeKa\Theta}$$
(192)

ahol bevezettük a

$$x = \frac{z}{H}, \quad Pe = \frac{v_a H}{D}, \quad \Theta = \frac{H}{v_a}$$
(193)

relatív helykoordinátát, az axiális Peclet számot és a  $\Theta$  tartózkodási időt. A mérnöki tervezéshez a levegőztetőből távozó folyadék fázis oldott oxigén tartalmának ismerete szükséges. Ez azt jelenti, hogy a (192) megoldást az  $x = 1$  értéknél kell ismerni:

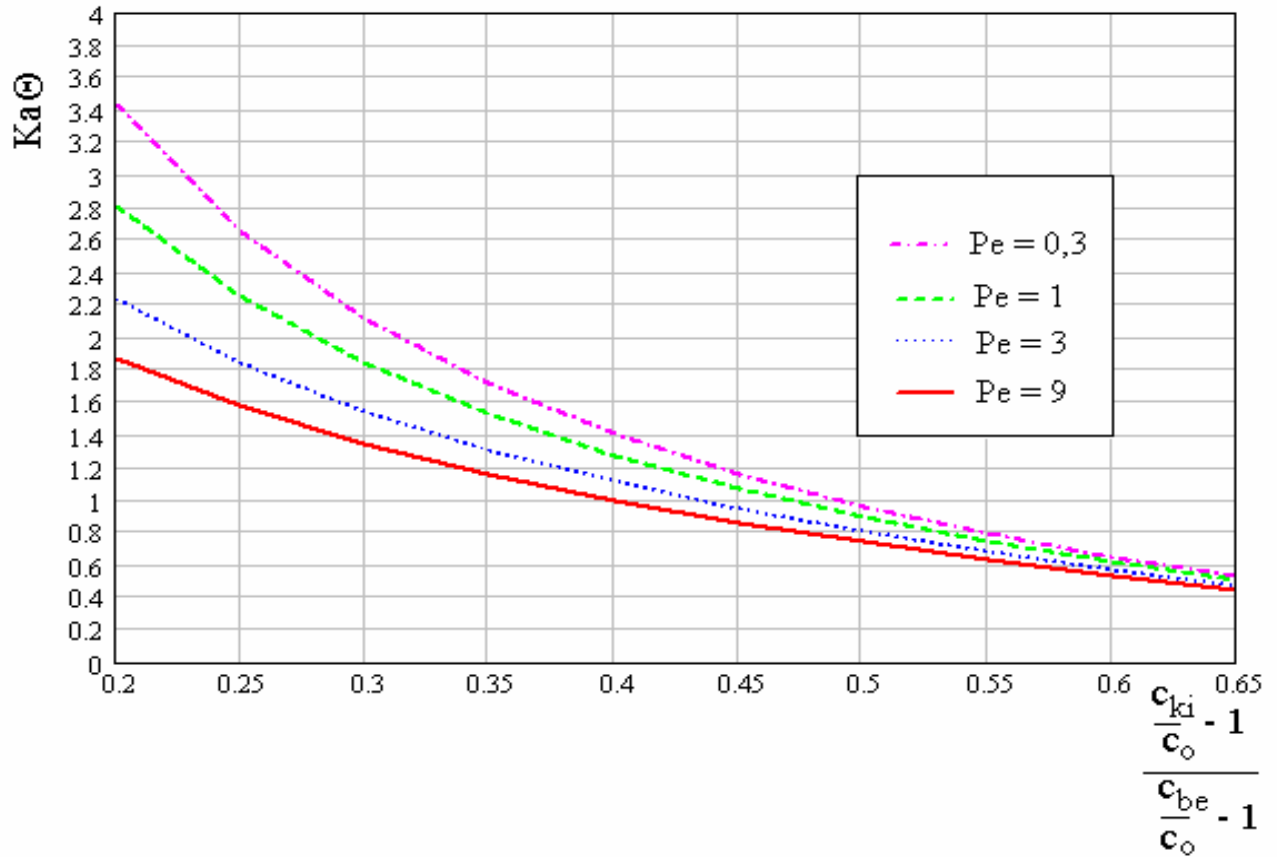
$$y_{ki} = \frac{\frac{c(x)}{c_0} - 1}{\frac{c_{be}}{c_0} - 1} \Bigg|_{x=1} = \frac{\frac{c_{ki}}{c_0} - 1}{\frac{c_{be}}{c_0} - 1}$$
(194)

Ebből a levegőztetőbe belépő folyadék relatív oldott oxigéntartalmának ismeretéből meghatározható a kilépő folyadék relatív oxigéntartalma:

$$c_{kirel} := \frac{c_{ki}}{c_0} = 1 + y_{ki}(c_{berel} - 1),$$

$$c_{berel} = \frac{c_{be}}{c_0}$$
(195)

A (192) egyenlet megoldását a Pe-szám paramétereként a következő ábra mutatja.



40. ábra. Az oldott oxigéntartalom axiális eloszlása a levegőztetőben

A diagramba foglalt megoldás használatának szemléltetését a következő példa mutatja be.

**Példa a diagram használatára.** Legyen a belépő folyadék fázis relatív oldott oxigén tartalma  $0,6$ . Azt akarjuk elérni, hogy a kimeneten az oldott oxigén tartalom  $0,9$  legyen. A Peclet-szám mérésrel meghatározott értéke:  $3$ .

Mekkora a tartózkodási idő, ha  $Ka = 1,66 \times 10^{-2} s^{-1}$ ?

A belépési és a kilépési oldott oxigéntartalmak alapján:

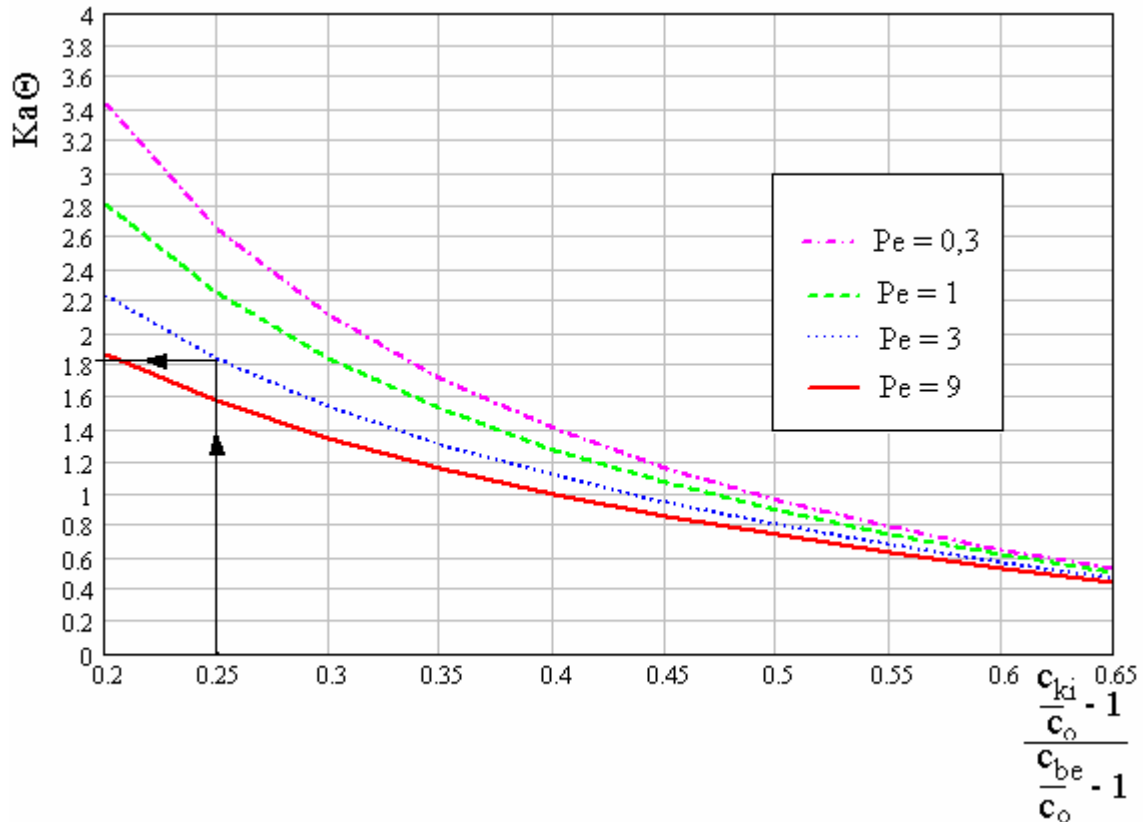
$$y_{ki} = \frac{\frac{c_{ki} - 1}{c_0}}{\frac{c_{be} - 1}{c_0}} = 0,25 \quad (196)$$

A 40. ábra szerint ehhez az értékhez a  $Pe = 3$  görbén

$$Ka\Theta = 1,815 \quad (197)$$

érték tartozik. Ebből  $Ka$  ismeretében meghatározható a tartózkodási idő:

$$\Theta = \frac{1,815}{Ka} = 109 \text{ sec} \quad (198)$$



41. ábra. A tartózkodási idő meghatározásához

A számítások gyorsabb és pontosabb elvégzése céljából kidolgoztuk a tartózkodási idő meghatározásának Mathcad programját is, melyet a függelék 1.-ben adtunk meg.

### 10. 6 Kísérlet feltételeinek megválasztása

Irodalmi adatok [59] és saját kísérleti munkánk során végzett megfigyeléseink szerint a levegőztető berendezés hidrodinamikai szempontból két jellegzetes tartományban képes üzemelni.

Az egyik amikor a gázfázis folyadék fázis nélküli átlagsebessége a levegőztetőben nem haladja meg a  $5 \text{ cm/sec}$  sebességet. Erre az áramlási típusra jellemző.

- A buborékok mozgása egyenletes és nyugodt kicsik a fluktuációk
- A buborékok koaleszcenciája (egyesülése) elhanyagolható mértékű
- A buborékok aprózódása nem figyelhető meg
- A buborék áramlás nem idézi elő a folyadék fázis nagymértékű keveredését

A leírt jellemzők alapján ezt az áramlási formát rendezett áramlásnak fogjuk nevezni.

A másik áramlási típus jellemzői:

- A buborékok jelentékeny kölcsönhatása, melynek eredménye egy méretében egyenlőtlen buborék eloszlás
- A folyadék fázis és a gázfázis jelentős mechanikai kölcsönhatása, mely a folyadék intenzív keveredését eredményezi
- A gáz-folyadék fázishatár területének jelentékeny csökkenése, amely a lassítja az oxigén átadási folyamatot.

Ez az áramlási forma, melyet rendezetlennek nevezünk a  $v_{0g} > 8 \text{ cm/sec}$  sebesség tartományban jelentkeznek.

A két áramlási tartomány között egy hosszú folytonos átmenet figyelhető meg.

Az anyagátadás szempontjából kijelölhető egy kedvező tartomány, melynél a gázfázis átlagsebessége a

$$0,4 \leq v_{0g} \leq 1,6 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \quad (199)$$

tartományba esik.

A leírtak alapján világos, hogy a megfelelő munkaminőségű levegőztető berendezés tervezésénél az egyik legfontosabb részfeladat a buborékoltató egység helyes kialakítása.

Ezt, mint láttuk, úgy kell kialakítani, hogy a rendezett tartományban működjen és a gázfázis átlagsebessége essen bele a (199) tartományba és biztosítsa a lehető legnagyobb fázishatárt a két fázis között.

Silberman [60] vizsgálatai szerint a buborékoltatók üzemében három, áramlási szempontból jól elkülöníthető tartomány figyelhető meg a buborékoltató  $d_0$  furat-átmérőjével és a gáz  $I_{vg}$  térfogatáramával definiált

$$\text{Re}_0 = \frac{4I_{vg}}{d_0\mu_g} \quad (200)$$

Reynolds-szám értékétől függően, ahol  $\mu_g$  a levegő kinematikai viszkozitása.

**Az első tartomány esetén**  $\text{Re}_0 < 200$ . Itt a buborékok elkülönülten jelennek meg a buborékoltató nyílásoknál. A buborékok átmérője a buborékoltató furatátmérőjétől függ és nem függ a levegő térfogatáramától.

**A második, un. átmeneti tartományban:**  $200 < \text{Re}_0 < 2100$ . Ebben a tartományban a buborék átmérője gyenge determinisztikus függést mutat a furatátmérőtől és a levegő térfogatáramától. A gyenge determinisztikus függéshez nagy értékű véletlenszerű zavarok társulnak, így az eredmények elentmondásosak.

A buborékok átmérője viszonylag nagy, így egy adott bevitt levegőtérfogatához kis fázishatár felület tartozik. Tehát ez a tartomány kedvezőtlen oxigénátadás szempontjából.

**A harmadik tartományban:**  $\text{Re}_0 > 2100$ . Ez az un. légsugár tartomány, mivel a buborékoltató furatainál légsugarak képződnek, melyek csak később esnek szét buborékokra.

A buborékok átmérője széles tartományban változik, azonban  $\text{Re}_0 > 6000$  Reynolds számok esetén mindig beleesik a  $[0,2 \leq d_b \leq 16\text{mm}]$  intervallumba, függetlenül a furatátmérőtől. A buborékok kisméretűek, így nagy a fázishatár felülete.

A technológiai folyamat kontrolálhatósága szempontjából ez utóbbi tartomány a legkedvezőbb, hiszen mind a fázishatár nagyságát, mind pedig a bevitt levegőmennyiséget pedig a levegő térfogatáramával tudom szabályozni. Ha tehát a buborékoltató ebben a tartományban dolgozik, akkor elegendő a levegő térfogatáramának egy határérték fölött tartása és szabályozása.

A kísérleteket a DRVV siófoki telepén végeztük egy erre a célra kialakított tartályban, melynek elrendezése azonos volt a 38. ábrán láthatóval. A kísérletek során háromféle buborékoltató berendezést használtunk. Mindháromnál közös volt az, hogy egy  $\Phi 100$  PVC csőből lett kialakítva. Ami változó volt az a furatátmérő:  $\Phi 1,5$ ,  $\Phi 2,5$ ,  $\Phi 3,2$ . A buborékoltató furatok osztása  $70\text{mm}$  volt.

A kísérletek során változtattuk a buborékoltató merülési mélységét, a Reynolds számot és a kompresszor típusát. A folyadék fázis oldott oxigéntartalmát HD2109.1K hordozható oxigénmérővel mértük.

A furatátmérőre vonatkozó (200) Reynolds számot 6000 és 26000 között változtattuk.

A kísérletekből minden esetben az oxigénproduktions rátát határoztuk meg, úgy hogy meghatároztuk a fentiekben bevezetett (lásd 39. ábra)  $Ka\Theta$  dimenzió nélküli számot, melyből a tartózkodási idő ismeretében kiszámítottuk az oxigénproduktions rátát. A tartózkodási időt a beömlő folyadék térfogatáramával változtattuk.

A kiértékeléshez szükségünk volt a Peclet-szám értékére. Ezt az irodalomban ajánlott fluoreszcens nyomjelző folyadék pontszerű beinjektálásával határoztuk meg, úgy hogy mértük annak térbeli diffúziós szétterjedésének nagyságát, mint az idő függvényét [60]. A Peclet számot diffúziós szétterjedés sebességéből Levenspiel alábbi [60]

$$\frac{\sigma^2}{t} = 2\left(\frac{1}{Pe}\right) - 2\left(\frac{1}{Pe}\right)^2 (1 - e^{-Pe}) \quad (201)$$

képletéből határoztuk meg, ahol  $\sigma$  a szétterjedés távolsága,  $t$  pedig az ehhez szükséges idő. A kiértékelésnél a diffúziós sebességet több mérés átlagából képeztük.

## 10. 7 Kísérleti eredmények

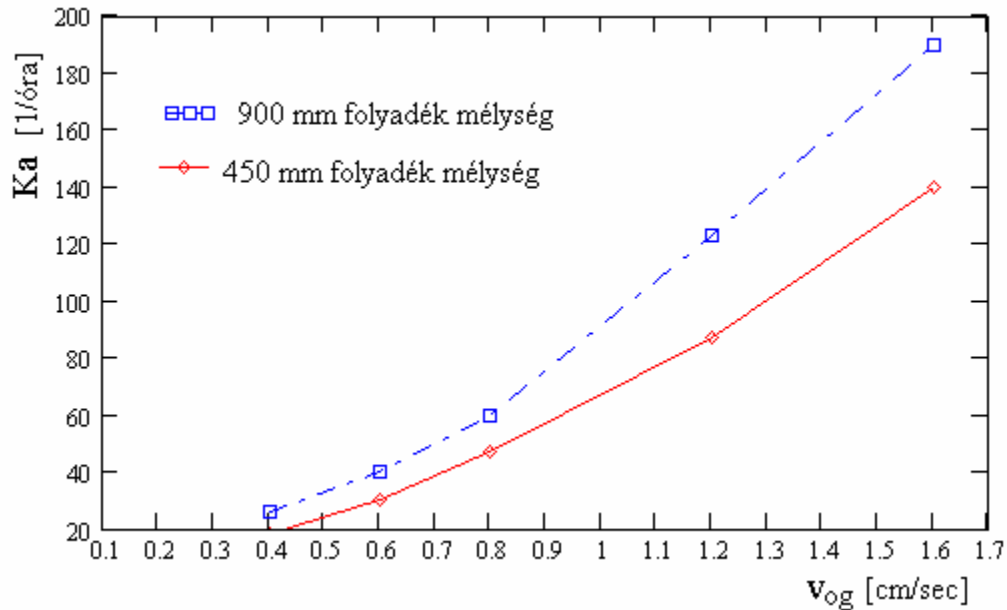
A kísérletek első alapvető célja az volt, hogy meggyőződjünk arról, hogy az elméletileg kidolgozott (182, 185) anyagátadásra vonatkozó alapösszefüggésben a buborék sebesség kitevője az előre jelzett intervallumba esik-e. Ha ez teljesül, akkor a kísérletek kiértékelésére kidolgozott elmélet helyes és a belőle nyert eredmények használhatók a gyakorlatban. Látni fogjuk, hogy ez teljesül.

A kísérletek során három dolgot vizsgáltunk.

A folyadék mélységének hatását az oxigénproduktions rátára, a buborékoltató lukátmérőjének hatását az oxigénproduktions rátára és a kompresszor típusának hatását az anyagátadási folyamatra.

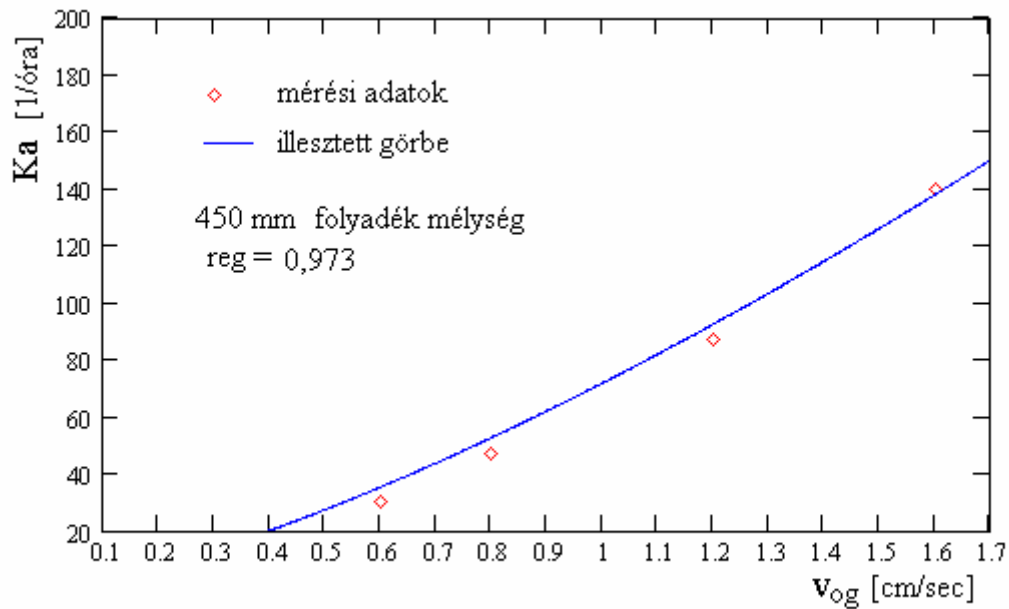
### 10. 7. 1 A folyadékszint hatása az oxigénátadási folyamatra

Ennél a kísérlet sorozatnál azt vizsgáltuk, hogy hogyan befolyásolja a levegőtető 38. ábra szerinti  $H$  geometria mérete az oxigénproduktions rátát. A kísérleteket különböző furatátmérők esetére végeztük el. A kísérletek egy jellegzetes eredményét mutatja a következő ábra, mely 1,5mm furatátmérőjű buborékoltatóra vonatkozik. A folyadék mélysége 450 és 900mm volt. A légszállítást dugattyús kompresszor szolgáltatta.



**42. ábra. A folyadék mélységének hatása az oxigénátadási folyamatra**

Az ábrából jól látszik, hogy növekvő folyadék mélység növeli az oxigénproduktions rátát. Ennek fizikai magyarázata igen egyszerű. Növekvő mélység esetén ugyanis egyidejűleg több levegőbuborék tartózkodik a levegőztetőben, így nagyobb a fázishatár felülete és emiatt az oxigénproduktions ráta. Megvizsgáltuk, hogy hogyan alakul a buboréksebesség hatványkitevője. Ehhez illesszünk regressziós görbét a mérési pontokra! A következő ábra a 900mm folyadék mélységre vonatkozó mérési adatokra illesztett görbét ábrázolja. A regressziós analízisből látszik, hogy az illeszkedés jó.



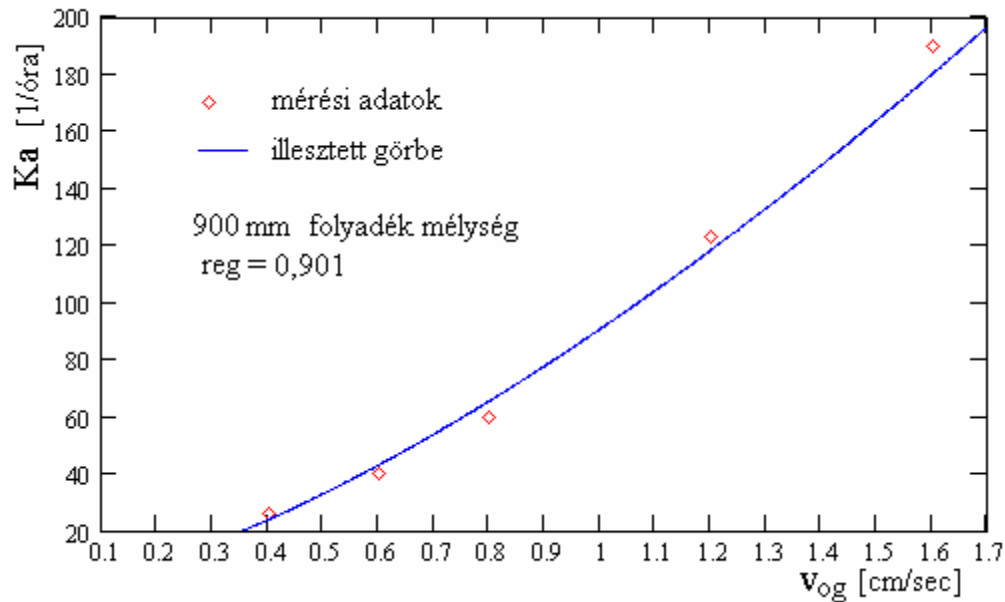
**43. ábra. Illesztett görbe a hatványkitevő vizsgálatára 450 mm folyadékmélység esetére**

Az illesztett görbe egyenlete:

$$Ka = 71,85 v_{og}^{1,41} \quad (202)$$

A 44. ábra az illesztett görbét mutatja 900 mm folyadékmélység esetére.





**44. ábra. Illesztett görbe a hatványkitevő vizsgálatára 900 mm folyadékmélység esetére**

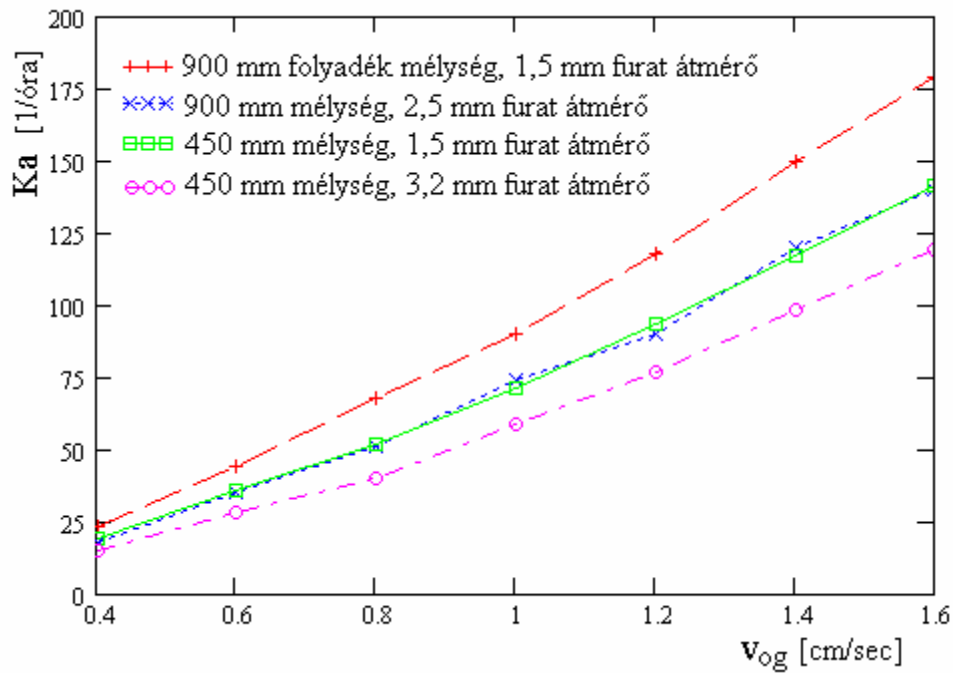
Ebben az esetben az illesztett görbe egyenlete:

$$Ka = 90,71 v_{og}^{1,46} \quad (203)$$

Az egyenletekből látszik, hogy a hatványkitevő mindkét esetben az elméletileg jóslott intervallumba esik.

### 10. 7. 2 A buborékoltató furatátmérőjének hatása az oxigénátadási folyamatra

A kísérletek azt vizsgáltuk, hogy hogyan befolyásolja a buborékoltató furatátmérőjének mérete az oxigénproduktions rátát. A kísérleteket 1,5, 2,5 és 3,2 mm furatátmérők esetére végeztük el azonos levegő térfogatáram esetére. A légszállítást dugattyús kompresszor szolgáltatta. A kísérletek eredményét a következő ábra mutatja kétféle folyadékmélység esetére.



**45. ábra. A buborékolató furat átmérőjének hatása az oxigénprodukción rátára**

A mérési eredményekből látszik, hogy a kisebb furatátmérő megnöveli az anyagátadási tényező értékét. Ennek oka az, hogy ugyanazon levegő térfogatáram esetén a kisebb furat átmérőhöz nagyobb Reynolds-szám tartozik. Ennek eredményeként kisebb méretű lesz a buborékok átlagos mérete. Ezzel azonos levegő térfogatáram esetén egyidejűleg több buborék tartózkodik a levegőztetőben. Tehát nagyobb lesz a gáz-folyadék fázishatár felülete és ezzel az oxigénprodukción rátára.

Itt is elvégeztük a regressziós görbék illesztését a módszer ellenőrzésére. A számítások eredményét a következő táblázat tartalmazza.

## 6. táblázat. A regressziós görbék adatainak összefoglalása

Regressziós görbe:

$$Ka^{[1/h]} = a v_0^b$$

Mélység mm	Furat átmérő mm	<b>a</b>	<b>b</b>	Regressziós együttható
900	1,5	90,71	1,46	0,901
900	2,5	72,59	1,45	0,880
450	1,5	71,85	1,41	0,973
450	3,2	58,54	1,51	0,986

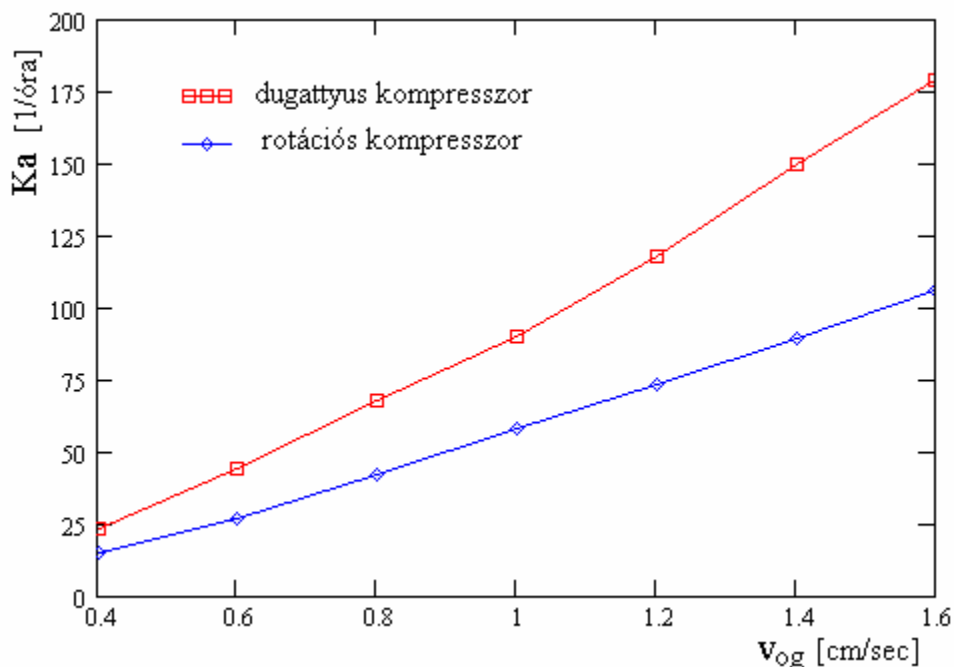
A táblázatból látszik, hogy az elmélet jó egyezésben van a mérési eredményekkel.

### 10. 7. 4 A kompresszor típusának hatása az oxigénátadási folyamatra

A levegőztetési kísérleteket dugattyús és rotációs kompresszorral végeztük. Kísérletek során azt vizsgáltuk, hogy hogyan változik az oxigénproduktionsráta az egyes kompresszor típusnál. Ennek a vizsgálatnak az volt az oka, hogy megvizsgáljuk a légszállítás egyenetlenségének következményét. A rotációs kompresszor ugyanis egyenetlesebb légszállítást biztosít, mint a dugattyús kompresszor.

Igaz továbbá az is, hogy hálózatelméleti szempontból a rotációs kompresszor térfogatáram-generátoros, a dugattyús pedig nyomás-generátoros táplálásnak felel meg. Ez azt jelenti, hogy dugattyús kompresszor esetén a buborék képződés okozta nyomásváltozások visszahatnak a légszállításra, míg a másik kompresszor típus esetén nem.

A kísérleti eredményeket a 46. ábra mutatja.



**46. ábra. A kompresszor típusának hatása az oxigénproduktions rátára**

A regressziós görbék illesztésével meghatározhatjuk az anyagátadásra vonatkozó egyenlet matematikai alakját. A számítások eredményét a 7. táblázat tartalmazza.

**7. táblázat. A regressziós görbék adatai az egyes kompresszor típusokra**

Regressziós görbe:

$$Ka^{[1/h]} = a v_{0g}^b$$

Kompresszor típusa	<i>a</i>	<i>b</i>	Regressziós együttható
Rotációs	53,39	1,39	0,891
Dugattyús	72,59	1,45	0,880

A mérési eredményekből látszik, hogy dugattyús kompresszossal nagyobb oxigénproduktions ráta érhető el, mint rotációs kompresszossal. Ennek oka megítélésünk szerint az, hogy dugattyús kompresszor esetén a légsugárban

nagyobb nyomásfluktuációk jönnek létre, amelyek elősegítik a buborékképződés folyamatát.

Ezt a véleményünket erősíti meg az a megfigyelés is, mely szerint rotációs kompresszornál a buborékoltató fölött nagyobb magasságban kezdődik a sugár buborékokra történő szétesése, mint dugattyús kompresszor esetében.

### **10. 8 Levegőztető mechanikus keverő berendezéssel**

Eddig olyan levegőztetőt vizsgáltunk, melynél nem alkalmaztunk külső energiaforrást a folyadék fázis keverésére. Nagy szóranyag tartalmú szennyvizek esetén a kiülepedés és a tixotrópia jelensége miatt a levegőztetési folyamat alatt mindig szükséges a folyadék keverése. A keverés maga sokféle módon történhet. A gyakorlatban legtöbbször mechanikus keverőket alkalmaznak. Ezért foglalkoztunk mi is korábbi munkáinkban a mechanikus keverőkkel.

Mechanikus keverőkben a folyadék mozgása turbulens, így nagy sebesség fluktuációk lépnek fel benne. A buborékoltató berendezéssel bejuttatott gáz-fázis buborékjai tehát most egy véletlenszerű intenzív fluktuációkat mutató (turbulens) sebességtérrel lépnek kölcsönhatásba. Tehát az oxigén átadás szempontjából lényeges buborék méretet és méret eloszlását egy egészen más mechanizmus hozza létre, így itt előző elméletünk egy az egyben nem alkalmazható.

#### **10. 8. 1 A mechanikus keverőben lejátszódó anyagátadási folyamat hasonlóságelméleti vizsgálata**

Az áramlási diffúzió korábban ismertetett egyenletei azonosak maradnak itt is azzal az eltéréssel, hogy a molekuláris diffúzió mellett megjelenik a turbulens diffúzió is. A turbulencia Reynolds-Schlichting egyenletei szerint a turbulens diffúzió az ún. látszólagos diffúziós együtthatóval és a látszólagos viszkozitással vehető figyelembe az anyagi egyenletekben. E két jellemző mechanikus keverőkben lényegesen nagyobb, mint a molekulárkinetikai megfelelőik.

A fenteből következik, hogy a mechanikus keverővel kombinált levegőztetőben lejátszódó oxigén anyagátadási folyamat hasonlóságelméleti szempontból szintén három kritériumszámmal jellemezhető:

$$Nu, \quad Pr, \quad Re \qquad (204)$$

Azonban ezekben a fent említett látszólagos mennyiségek szerepelnek.

Ezek a kritériumszámok nem függetlenek egymástól, hiszen köztük a mérleg és az anyagi egyenletek kapcsolatot létesítenek. Ezért a kisminta kísérletekkel ebben az esetben is a

$$Nu = f(\text{Pr}, \text{Re}) \quad (205)$$

függvénykapcsolatot kell meghatározni.

Ennek konkrét alakja ismét a Fair-féle, azonban most a fázishatár felületére a Calderbank-féle kísérleti összefüggés érvényes [62]:

$$a = 1,44 \frac{1}{d_b} \left( \frac{v_{0g}}{v_{0b}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (206)$$

ahol a buborék szabad emelkedési sebessége.

Tekintettel arra, hogy az áramlás a keverőben turbulens és a Reynolds-szám nagy, így a Fair-féle összefüggés most a

$$Nu = \frac{Kd_b}{D} = 0,552 \sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}} \quad (207)$$

alakú. Ebből és a Calderbank-féle egyenletből következik, hogy

$$Ka = 0,794 \frac{D}{d_b^2} \sqrt{\frac{v_{0g}}{v_{0b}}} \sqrt{\text{Re}} \sqrt[3]{\text{Pr}} \quad (208)$$

A fenti egyenletből a korábban követett gondolatmenettel következik, hogy egymással áramlási és anyagátadási folyamatra nézve hasonló rendszerekben a  $Ka$  oxigénproduktions ráta hatvány függvénye a gázfázis átlagsebességének és a sebesség hatványkitevője egy körüli érték.

Ez az észrevétel itt is, mint korábban egy ellenőrzési lehetőséget ad a kísérleti munka során.

### 10. 8. 2 Kísérlet eredmények

A mechanikus keverővel kombinált kisminta levegőztető berendezés elvi rajza abban különbözik a 38. ábra szerinti elrendezéstől, hogy abba egy villamos motor által hajtott tengelyre szerelt járókerék merül. Kísérleteink so-

rán, ahogy azt korábban leírtuk többféle a járókerék típust használtunk. A járókerék fordulatszámának változtatása céljából a háromfázisú hajtómotort inverterről tápláltuk.

A kísérletek során nem tapasztaltunk lényeges eltérést az oxigén anyagátadási folyamatban az egyes járókerék típusoknál. A járókerék típusának kizárólag a teljesítményszámra van hatása. Hasonlóan nem tapasztaltunk értékelhető eltérést sem az anyagátadási folyamatban sem pedig a teljesítmény viszonyokban, ha változtattuk a kompresszor típusát.

Lényeges befolyása az anyagátadási folyamatra a bevezetett levegő térfogatáramnak és a járókerék fordulatszámának van.

Kísérleti munkánk során megállapítottuk, hogy a levegőztető berendezés a bevezetett levegő térfogatáramának nagyságától függően három jellegzetes üzemmódban működhet.

Az első üzemmódban a levegő térfogatárama kicsi, azaz a korábban bevezetett volumetrikus hasonlósági szám

$$\frac{I_{vg}}{nd_j^3} < 0,02 \quad (209)$$

Itt  $d_j$  a járókerék átmérője,  $n$  pedig a fordulata.

Ekkor a folyadékfázis gáztartalma lassan nő a bevitt teljesítménnyel és a járókerék fordulatszámával.

Ahogy a járókerék fordulata tart a 3000/perc érték felé, a folyadékfázis oxigéntartalma tart a 40% határérték felé.

Ebben az üzemmódban az axiális keveredés tökéletlen.

A második üzemmódban:

$$0,02 < \frac{I_{vg}}{nd_j^3} < 0,07 \quad (210)$$

Ekkor a folyadékfázis maximális oldott oxigéntartalma független a tengelyen bevitt teljesítménytől és a járókerék fordulatszámától és az axiális keveredés tökéletes.

A folyadék fázis maximálisan elérhető oldott oxigéntartalma jó közelítéssel arányos a fázishatár területének nagyságával:

$$\varphi \cong 0,015a \quad (211)$$

A harmadik tartományban a

$$\frac{I_{vg}}{nd_j^3} > 0,07 \quad (212)$$

egyenlőtlenséggel jellemezhető.

Ekkor a levegőztető berendezésben a járókerék tengelye mentén nagymértékű buborékos oxigén kiválás és koaleszcencia figyelhető meg.

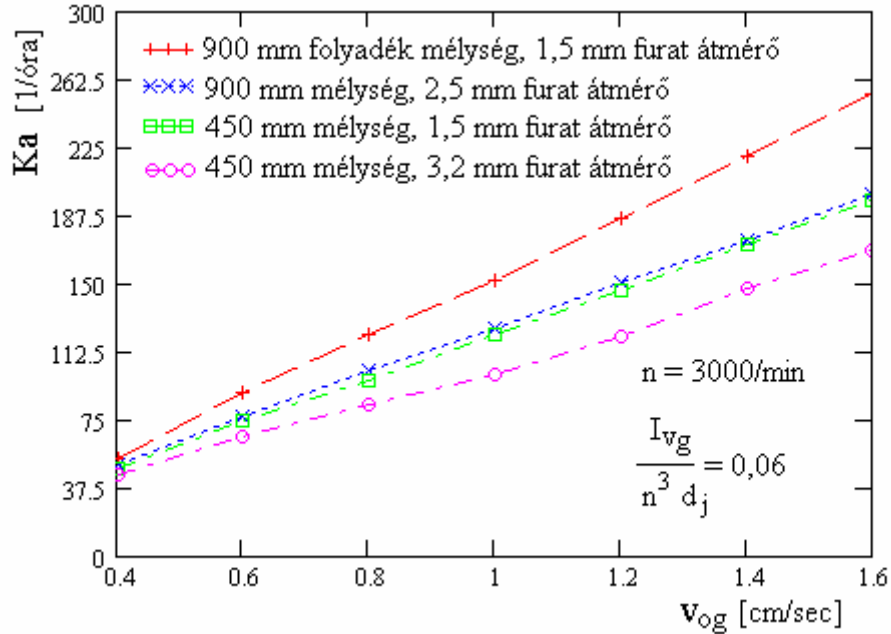
A jelenség oka nyilvánvalóan a tengely közeli nagy áramlási sebesség miatti nyomás csökkenés (Bernoulli-tétel). A lecsökkent nyomás miatt a folyadékfázis túltelítetté válik. Ennek következtében buborékos gázkiválás indul meg. Mivel ez a jelenség áramlástanilag kavitációnak tekinthető, ezért ez az üzemmód elkerülendő.

### **10. 8. 3 A buborékoltató furatátmérőjének és a folyadék mélység hatása az oxigénátadási folyamatra**

A kisminta kísérletekkel azt vizsgáltuk, hogy hogyan befolyásolja a folyadék mélység és a buborékoltató furatátmérőjének mérete az oxigénprodukciónak a rátát. A méréseket 1,5, 2,5 és 3,2 mm furatátmérők esetére végeztük el azonos levegő térfogatáram esetére. A légszállítást dugattyús kompresszor szolgáltatja. A volumetrikus hasonlósági számot 0,06-ra állítottuk be.

A kísérletek eredményét a következő ábra mutatja kétféle folyadékmélység esetére.





**47. ábra. A buborékolató furat átmérőjének és a folyadék mélységének hatása az oxigénproduktions rátára**

A mérési eredményekből látszik, hogy a kisebb furatátmérő megnöveli az anyagátadási tényező értékét. Ennek oka az, hogy ugyanazon levegő térfogatáram esetén a kisebb furat átmérőhöz nagyobb Reynolds-szám tartozik. Ennek eredményeként kisebb méretű lesz a buborékok átlagos mérete. Ezzel azonos levegő térfogatáram esetén egyidejűleg több buborék tartózkodik a levegőztetőben. Tehát nagyobb lesz a gáz-folyadék fázishatár felülete és ezzel az oxigénproduktions ráta.

Hasonlóan indokolható a folyadékmélységnek az oxigénproduktions rátára gyakorolt hatása. Ha nagyobb a folyadék mélység, akkor hosszabb a buboréksor és emiatt nagyobb a fázishatár felülete.

Az ellenőrzés és a mérnöki számítások megkönnyítésére elvégeztük a regressziós görbék illesztését. A számítások eredményét a 8. táblázat tartalmazza.

## 8. táblázat. A regressziós görbék adatainak összefoglalása

Regressziós görbe:

$$Ka^{[1/h]} = a v_{0g}^b$$

Mélység mm	Furat átmé- rő mm	<b>a</b>	<b>b</b>	Regressziós együttható
900	1,5	154,2	1,06	0,95
900	2,5	125,41	0,98	0,91
450	1,5	122,15	1,01	0,983
450	3,2	104,4	0,95	0,906

A táblázatból látszik, hogy az átlagos gázsebesség hatványkitevője jó közelítéssel egy, ami megerősíti a hasonlóságelméleti megfontolások helyességét.

## 11. A mezőgazdasági szennyvizekre vonatkozó viszkometriai vizsgálatok eredményei

A mezőgazdasági szennyvizek döntő többsége az állattartó telepekről származó hígtrágya. A hígtrágyák kezelése és mezőgazdasági hasznosítása az esetek nagy részében anyagmozgatási feladat. A szállítandó anyag reológiai sajátosságai a hidraulikus anyagmozgatás módszerét helyezik előtérbe. Ez azt jelenti, hogy a mezőgazdasági szennyvíz néha önmagában, más esetekben vízzel keverve szállítható nyomás alatt lévő zárt csővezetékben, vagy megfelelő lejtésű nyitott csatornában.

A hidraulikus anyagmozgatás mérnöki tervezéséhez ismerni kell a mezőgazdasági szennyvizek áramlástanai tulajdonságait. Ez, amint azt korábbi munkáinkban megmutattuk a szennyvíz viszkometriai függvényének kísérleti meghatározását jelenti.

### **11. 1 A mezőgazdasági szennyvizek összetétele és konzisztenciája**

A hígtrágya az almozás nélküli állattartás folyékony halmazállapotú mellékterméke, amely bélsárból, vizeletből, elcsurgó ivóvízből és technológiai vízből, valamint hulladék anyagokból álló többkomponensű, többfázisú strukturált folyadék.

A benne szuszpendált szilárd részek mérete, alakja, sűrűsége, továbbá a szuszpenzió koncentrációja tág határok között változik.

A bélsár és a vizelet mennyisége és összetétele az állatok korától, nemétől testsúlyától, hasznosításuk irányától a takarmányozás és az itatás módjától, az időjárástól, a tartási formától függően változik és egy kategórián belül is nagy eltéréseket mutat. Az ürülék hozamot az istállóban uralkodó környezeti feltételek mellett az állat élősúlya, valamint a takarmányozás és az itatás határozza meg. Ökölszabályként elfogadható, hogy sertés és szarvasmarha esetén az állat testsúlyának 10%-ának megfelelő ürülék keletkezik naponta.

Az ürülék minősége nehezen definiálható. A homogén vizelet heterogén összetételű bélsárral keveredik. Ez utóbbi különböző alakú, méretű és sűrűségű szerves és szervetlen szilárd alkotórészt tartalmaz. A benne lévő viszkoelasztikus alkotórészek következtében hajlamos az elkenődésre és a tapadásra. Ez főleg szarvasmarha hígtrágyáknál jelentős összetevő. Viszkometriai szempontból a problémát itt a tixotrópia jelensége okozza. A tixotrópia jelensége a viszkoelasztikus komponens és a kisméretű hosszúkás alakú szilárd részekből keletkező kisszilárdságú hálós szerkezet következménye. Ez a hálós szerkezet a folyadék áramlása miatti nyírófeszültség következtében fokozatosan széttöredezik és egyre kisebb látszólagos viszkozitást eredményez. Ez tehát azt jelenti, hogy a mezőgazdasági szennyvizek áramlási függvényei időben változnak. Kimérésüknél tehát a megfelelő idejű keverésről minden esetben gondoskodni kell. A keverést (főleg szarvasmarha hígtrágyák esetén) célszerű az anyagmozgatási technológia részévé is tenni, mivel csökkenti a látszólagos viszkozitást és ezen keresztül az áramlási veszteségeket is.

A mezőgazdasági szennyvizek az említettek mellett egyéb, nem ürülék eredetű összetevőket is tartalmaz.

Az ürülékhez mindig keveredik csurgalékvíz, szőr, takarmány hulladék. Esetenként belekerülhetnek darabos szilárd szennyeződések pl. fém, fa, műanyag stb., a tartási és trágyaeltávolítási technológiától függően többkevesebb technológiai víz.

Ezek az anyagok a szennyvíz mennyiségét és áramlástanai tulajdonságait egyaránt befolyásolják.

Szarvasmarha hígtrágyák esetén a szilárd részecskék mérete 40%-ban nagyobb, mint 0,2 mm. A 10 mm mérethatár feletti részecskék nem bélsár eredetűek.

Sertés hígtrágyák esetén a diszpergált szilárd részek mérete kisebb és méreteloszlásuk kisebb szórást mutat.

A trágyát 1:1 ürülék/víz hígítási arányig kövér hígtrágyának nevezi a gyakorlat. Ez olyan állattartó telepeken keletkezik, ahol mechanikus trágyaeltávolítást alkalmaznak.

A kövér hígtrágya áramlástanban értelemben nem sorolható a mezőgazdasági szennyvizek osztályába.

Ha a hígítási arány ezen határérték fölött van, akkor a hígtrágya sovány.

A hidraulikus trágyaeltávolítási technológiát alkalmazó állattartó telepeken a hígítási arány általában a 1:3-1:4 intervallumba esik.

Egy adott fajta, tartási cél és tartástechnológia esetén a keletkező szennyvíz a mérnöki gyakorlat számára jól jellemezhető a szárazanyag tartalmával.

Ennek értéke mezőgazdasági szennyvizek esetében általában a 2-15% intervallumban változik.

## 11. 2 Kísérleti eredmények

A viszkometriai méréseket Haake RV1 típusú rotációs viszkoziméterrel mértük.

A kísérletekhez szükséges szárazanyag tartalmú szennyvizet egy sűrű alapminta csapi-vízzel történő hígításával állítottuk elő.

A mérések során a  $D$  nyírósebességet a 1-400 1/sec tartományban változtattuk és mértük az egyes nyírósebességekhez tartozó  $\tau$  nyírófeszültséget.

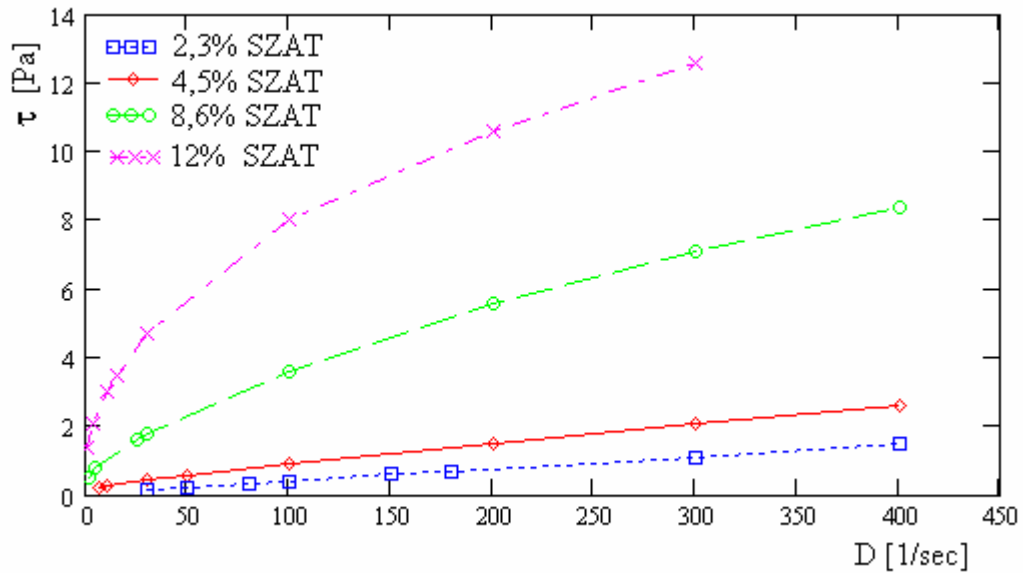
Minden méréshez öt, intenzív keveréssel előállított, így azonosnak tekinthető, mintát használtunk. Tehát minden mérési pont öt mérés átlagértékének felel meg.

A mérés eredménye minden minta esetén a folyási görbe, azaz a

$$\tau = \tau(D) \quad (213)$$

függvénykapcsolat.

A különböző szárazanyag tartalmú szarvasmarha hígtrágya folyási görbéit mutatja a következő ábra.



**48. ábra. Különböző szárazanyag tartalmú szarvasmarha hígtrágyák folyási görbéi**

Az ábrából látható, hogy kis szárazanyag tartalmú hígtrágyák esetén a szennyvíz viselkedése newtoni folyadék-szerű, míg növekvő szárazanyag tartalommal a viselkedés egyre inkább nem-newtoni. Az is látszik az ábrából, hogy a szennyvíz nagy szárazanyag tartalom esetén pszeudoképlékeny viselkedésű.

Ennek a folyadéktípusnak a reológiai leírására használják a hatványtípusú folyadék alábbi

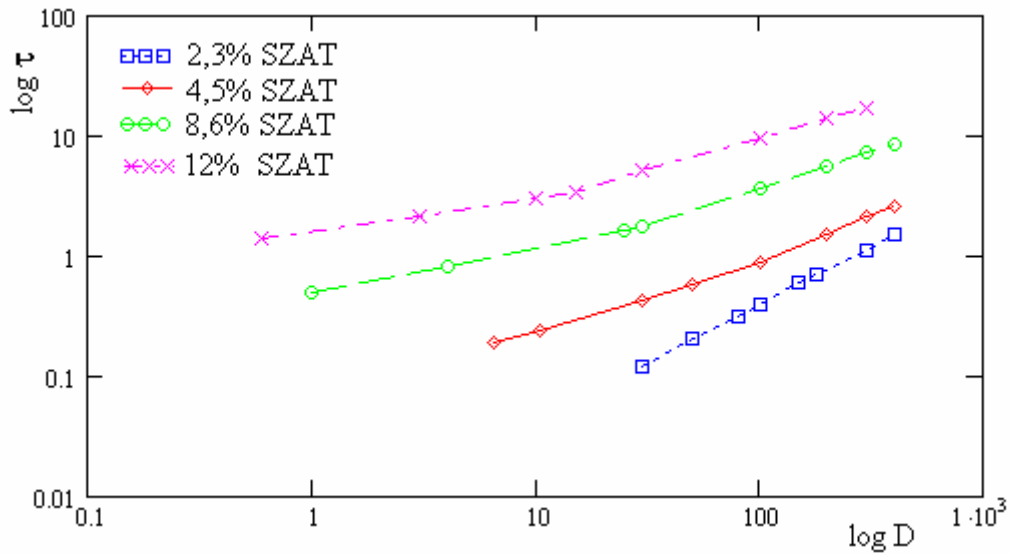
$$\tau = K D^n \quad (214)$$

alakú konstitutív (anyagi) egyenletét, ahol  $K$  a konzisztencia állandó,  $n$  pedig a folyási exponens, mely esetünkben kisebb, mint egy.

Ha a fenti típusú modellt használjuk, akkor a szennyvíz két anyagállandóval  $K$ -val és  $n$ -el jellemezhető. A kísérleti munka célja e két anyagállandó meghatározása.

A modell illesztésénél mindig célszerű megvizsgálni, hogy a teljes nyírósebesség tartományban használhatók-e ugyanazon  $K$  és  $n$  anyagállandók. Erőről a legegyszerűbben úgy győződhetünk meg, hogy a kísérleti úton meghatározott  $(D, \tau)$  érték párokat log-log skálán is ábrázoljuk.

Ezt mutatja a következő ábra szarvasmarha hígtrágya esetére.



**49. ábra. Különböző szárazanyag tartalmú szarvasmarha hígtrágyák folyási görbéi log-log skálán ábrázolva**

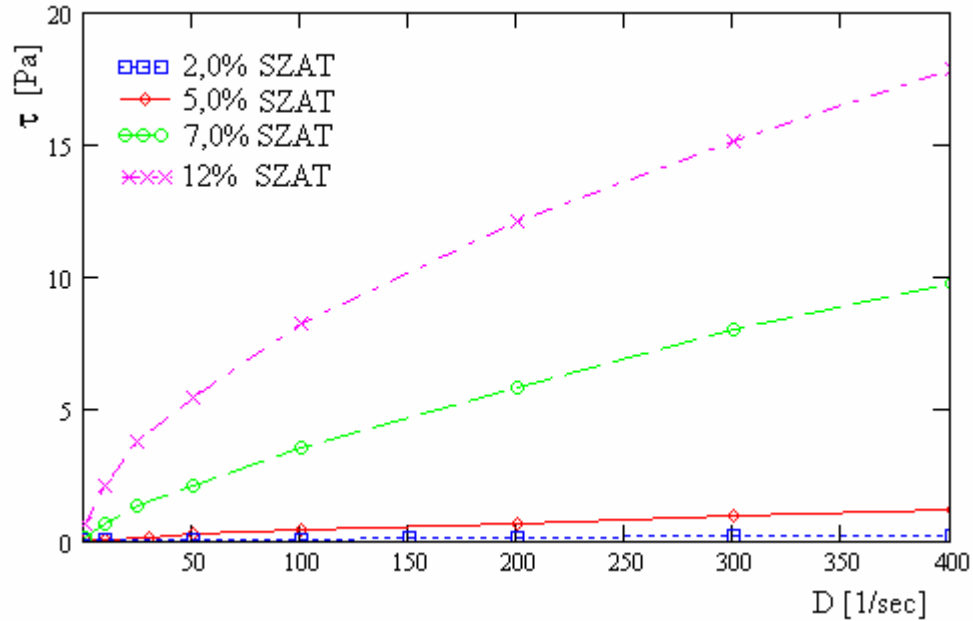
Az ábrából látszik, hogy 4,5 % szárazanyag tartalomtól kezdődően a folyási görbéknek törése van, ami azt jelenti, hogy változik a folyási exponens. Az is látszik, hogy a nagy nyírási sebességek tartományában a folyási exponens nő. Ez fizikailag azt jelenti, hogy nagy nyírósebességek esetén a nem-newtoni viselkedés a newtoni viselkedés felé közelít.

A mérési adatokra illesztett hatványtípusú folyadékmodell paraméterei (konzisztencia állandó, folyási exponens) a táblázatból olvashatók ki.

**9. táblázat. Szarvasmarha hígtrágyák reológiai állandói**

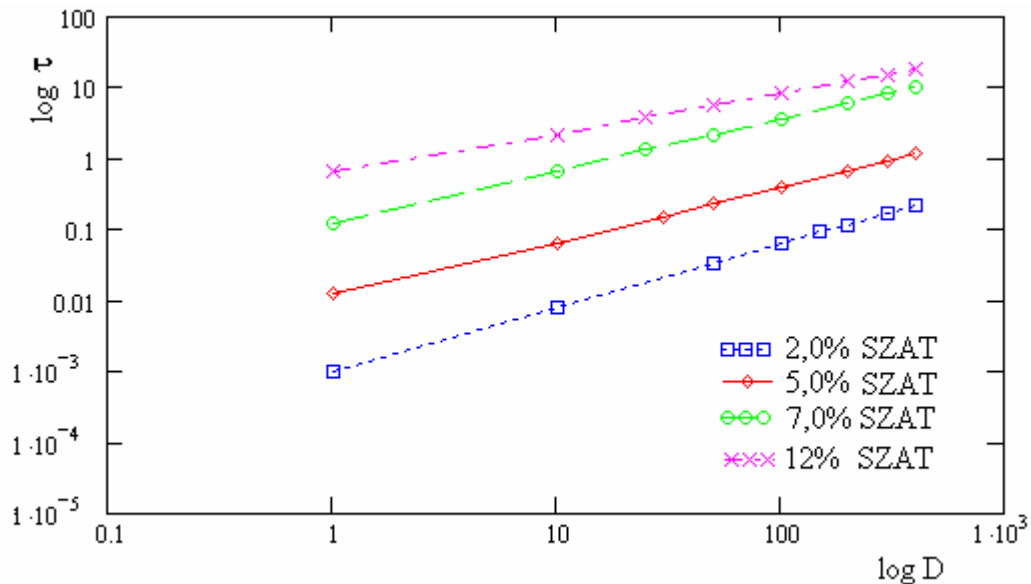
SZAT %	n	K $[Pa s^n]$	Nyírósebesség tar- tomány $[1/s]$
2,3	0,89	0,0069	25-400
4,5	0,71	0,035	15-400
5,2	0,5	0,193	2-22
5,2	0,77	0,089	22-400
7,5	0,38	0,420	1,5-20
7,5	0,69	0,125	20-400
8,6	0,43	0,461	1-25
8,6	0,65	0,201	25-400
12,0	0,4	1,476	1-24
12,0	0,53	0,798	24-400
13,5	0,38	1,97	3-40
13,5	0,54	1,089	40-250

A táblázatból látszik, hogy a folyási exponens csökken a szárazanyag tartalommal azonos nyírási sebesség tartomány esetén. A nagyobb szárazanyag tartalomhoz tartozó kisebb folyási exponens áramlástanilag azt jelenti, hogy növekvő szárazanyag tartalommal a szarvasmarha hígtrágya viselkedése egyre jobban eltér a newtoni folyadék viselkedéstől. A  $K$  konzisztencia állandó nem-newtoni folyadéknál a viszkozitás szerepét veszi át. Tehát a viszkózusság fizikai fogalmának egyfajta jellemzője. Ebből kiindulva a táblázatból kitűnik, hogy a nagyobb szárazanyag tartalmú szennyvíz viszkózusabb, mint a kisebb szárazanyag tartalmú. Sertés hígtrágyák folyási görbéi négy különböző szárazanyag tartalomra a következő ábrán láthatók.



**50. ábra. Különböző szárazanyag tartalmú sertés hígtrágyák folyási görbéi**

A modell identifikáció elvégzése előtt itt is célszerű a  $(D, \tau)$  mérési értékek párokat log-log skálán ábrázolni. Ezt mutatja az 51. ábra. Az ábrából megállapítható, hogy nincs törés a görbékben.



**51. ábra. Különböző szárazanyag tartalmú sertés hígtrágyák folyási görbéi log-log skálán ábrázolva**



Ez azt jelenti, hogy a folyási görbék a teljes nyírósebesség tartományban ugyanazon konzisztencia állandó és folyási exponens értékekkel jellemezhetők. A vizskometriai adatokra illesztett hatványtípusú folyadékmodell paraméterei (konzisztencia állandó, folyási exponens) a 10. táblázatból olvashatók ki.

**10. táblázat. Sertés hígtrágyák reológiai állandói**

SZAT %	n	K [Pa s <sup>n</sup> ]	Nyírósebesség tar- tomány [1/s]
2,0	0,896	0,001	1-400
5,0	0,712	0,02	1-400
7,0	0,77	0,123	1-400
9,0	0,56	0,389	1-400
12,0	0,42	0,620	1-400

A táblázatból látszik, hogy a folyási exponens csökken a szárazanyag tartalom növekedésével, azaz a szennyvíz viselkedése egyre jobban eltér a newtoni viselkedéstől.

A táblázatból az is kitűnik, hogy a nagyobb szárazanyag tartalmú szennyvíz viszkózusabb, mint a kisebb szárazanyag tartalmú, hiszen konzisztencia állandója nagyobb értékű.

## 12. Nem kör keresztmetszetű csővezetékek és csőarmatúrák

A mezőgazdasági szennyvízkezelés anyagmozgatásában gyakran előfordul nem kör-kéretmetszetű vezeték szakasz és csőarmatúra. A nem-newtoni folyadékok hasonlóságelméletének kidolgozásakor megmutattuk, hogy az ezen keletkező nyomásvesztések a Darcy-Weissbach-féle formulával adhatók meg:

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{D} \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (215)$$

Arra is felhívtuk a figyelmet, hogy csőarmatúrák esetén  $\xi = \lambda \frac{l}{D}$  mennyiséget tekintik a súrlódásra jellemző mennyiségnek és veszteségi tényezőnek nevezik. Ezzel a csőarmatúra nyomásvesztése a

$$\Delta p = \xi \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (216)$$

alakban írható fel.

### 12. 1 Egyenértékű csőátmérő

Nem kör keresztmetszetű csövek esetén a newtoni folyadékokhoz hasonlóan bevezethető az egyenértékű csőátmérő. Definíció szerint a  $D_e$  egyenértékű csőátmérő annak a kör keresztmetszetű csőnek az átmérője, melyen ugyanaz a nem-newtoni folyadék azonos átlagsebesség mellett  $l$  hosszúságon azonos nyomásesést hoz létre.

Megmutatjuk, hogy ez a fogalom független a folyadék típusától.

A  $\tau$  nyírófeszültségből a nedvesített kerületen keletkező erő a  $\Delta p$  nyomáskülönbségből származó erővel tart egyensúly stacioner áramlás esetén:

$$\tau K_n l = A_n \Delta p \rightarrow \Delta p = \frac{K_n}{A_n l} \tau \quad (217)$$

Az egyenértékű kör keresztmetszetű csőre ugyanezen egyenlet az alábbi alakú:

$$\Delta p = \frac{4l}{D_e} \tau \quad (218)$$

Ebből a két egyenletből kapjuk, hogy

$$D_e = \frac{4A_n}{K_n} \quad (219)$$

Foglalkozzunk most a csősúrlódási tényezővel.

Newtoni folyadékok esetén a módosított csősúrlódási tényező szorzat alakjában határozható meg:

$$\lambda^* = \varphi \lambda \quad (220)$$

ahol  $\varphi$  egy csak geometriával meghatározott un. alaktényező,  $\lambda$  pedig a kör keresztmetszetű cső csősúrlódási tényezője, mely (a cső érdekességét nem számítva) csak a Reynolds számtól függ.

Legyen most  $\lambda_n^*$  a nem-newtoni folyadék módosított csősúrlódási tényezője, mely függ a geometriától és a Reynolds számtól. Abban az esetben, ha hatványtípusú folyadék esetén  $n=1$ , akkor  $\lambda_n^* = \lambda^*$ . Másrészt viszont  $\lambda^*$  min-

dig felírható a (220) alakban. Ebből következik, hogy hatványtípusú nem-newtoni folyadékoknál a módosított csősúrlódási tényező is a (220) alakban adható meg.

Az elmondottakból következik, hogy hatványtípusú szennyvizek nem kör keresztmetszetű csövekben történő áramlásánál a nyomásveszteség a

$$\Delta p = \varphi \lambda \frac{l}{D_e} \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (221)$$

alakban adható meg. A  $\varphi$  alaktényező értéke pl. [64]-ben található.

## 12. 2 Szennyvizek áramlása csatornában, medrekben

A csatornák és medrek tipikusan nem kör keresztmetszetű csövek. Legyen a szennyvíz térfogatárama a csatornában és legyen  $A_n$  az áramlási keresztmetszet. Akkor az áramlás átlagsebessége:

$$v_a = \frac{I_V}{A_n} \quad (222)$$

Ha az áramlási keresztmetszet állandó, akkor a csatorna  $l$  hosszúságú szakaszára, melyen a csatorna szintkülönbsége  $H$  értékű felírható az általánosított Bernoulli-egyenlet:

$$\rho \frac{v_{1a}^2}{2} + p_1 + \rho g H = \rho \frac{v_{2a}^2}{2} + p_2 + \lambda^* \frac{l}{D_e} \rho \frac{v_{2a}^2}{2} \quad (223)$$

Mivel az áramlási keresztmetszet állandó és feltehető a nyomások azonos-sága kapjuk, hogy

$$H = \lambda^* \frac{l}{D_e} \rho \frac{v_a^2}{2} \quad (224)$$

Ebből az áramlás átlagsebessége:

$$v_a = \sqrt{\frac{8g}{\lambda^*}} \sqrt{\frac{D_e}{4}} \sqrt{J}, \quad (225)$$

$$J = \frac{H}{l}$$

Bevezetve a

$$r_h = \frac{D_e}{4}, \quad (226)$$

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda^*}}$$

Hidraulikai sugarat és Chézy tényezőt, kapjuk a newtoni folyadékokkal analóg Chézy formulát hatványtípusú szennyvizek esetére:

$$v_a = C\sqrt{r_h J} \quad (227)$$

### 12. 3 Egyenértékű csőhossz

Csőarmatúráknak a csővezetékekkel analóg tárgyalására vezették be az áramlástanba az egyenértékű csőhosszat. A csőarmatúrára a Darcy-Weissbach-formula, mint láttuk a (215) alakú.

Az egyenértékű csőhossz az a hossz, mely esetén azonos nyomásesés keletkezik a csövön, mint az armatúrán, azaz

$$\lambda^* \frac{l_e}{D_e} \frac{\rho v_a^2}{2} = \xi \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (228)$$

Ebből az egyenértékű csőhossz:

$$l_e = \frac{\xi}{\lambda^*} D_e \quad (229)$$

Az  $N$  db egyenes vezetékekből és  $M$  db csőszerelvényből álló szennyvíz hálózat nyomásvesztesége ezek után a

$$\Delta p = \lambda^* \frac{\sum_{i=1}^N l_i + \sum_{j=1}^M l_{ej}}{D_e} \frac{\rho v_a^2}{2} \quad (230)$$

összefüggéssel számítható. Ugyanezen összefüggés felírható a szennyvíz  $I_v = A_n v_a$  térfogatáramával is

$$\Delta p = R_h I_v^2$$

$$R_h = \frac{8\lambda^* \rho}{\pi^2} \frac{\sum_{i=1}^N l_i + \sum_{j=1}^M l_{ej}}{D_e^5} \quad (231)$$

ahol  $R_h$  a vezeték hidraulikai ellenállása. A fenti  $\Delta p = R_h I_v^2$  függvényt a szennyvízhálózat jelleggörbéjének nevezzük.

A hálózat jelleggörbék ismeretében egyszerűen meghatározható két hálózat soros ill. párhuzamos kapcsolásának eredő jelleggörbéje.

Legyen két

$$\Delta p_1 = R_{h1} I_{v1}^2, \quad \Delta p_2 = R_{h2} I_{v2}^2 \quad (232)$$

jelleggörbéjű hálózatunk. Ha ezeket sorba kapcsoljuk, akkor nyomásvesztéseik összeadódnak, miközben térfogatáramaik egyenlők lesznek. Tehát írhatjuk, hogy

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = (R_{h1} + R_{h2}) I_v^2 = R_h I_v^2, \quad (233)$$

Ebből látszik, hogy soros kapcsolás esetén a hidraulikai ellenállások összeadódnak.

Párhuzamos kapcsolásnál a két hálózat nyomásvesztése azonos lesz, térfogatáramaik pedig összeadódnak. Tehát

$$I_v = \sqrt{\frac{\Delta p}{R_{h1}}} + \sqrt{\frac{\Delta p}{R_{h2}}} \quad (234)$$

Ebből megkapjuk az eredő hidraulikai ellenállás kiszámításának módját:

$$\Delta p = R_h I_v^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{R_h}} = \frac{1}{\sqrt{R_{h1}}} + \frac{1}{\sqrt{R_{h2}}} \quad (235)$$

Mivel egy tetszőleges csőhálózat mindig előállíthat soros és párhuzamos csőhálózat részek eredőjeként, így a fenti módszerrel tetszőleges hálózatot ki lehet értékelni.

A csőarmatúrák veszteségi tényezőjének meghatározására nem-newtoni folyadékok esetére többen tettek kísérletet. Végkövetkeztetésük azonos a mi kísérletek során nyert tapasztalatunkkal: hatványtípusú szennyvizek esetén a csőarmatúra veszteségi tényezője kismértékben mindig alatta marad az azonos átlagsebességű és sűrűségű newtoni folyadék esetén mérhetőnek. A téma kimerítő ismertetése [65]-ben található.

A mérnöki gyakorlatban tehát jól használhatók a newtoni folyadékokra meghatározott veszteségi tényezők [64].

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a hidraulikai számítások szennyvizek esetére elvégezhetők, ha ismerjük a kör keresztmetszetű cső csősúrlódási tényezőjét.

Ezt lamináris és turbulens áramlás esetére egy korábbi részjelentésünkben már meghatároztuk [62].

A mérnöki számítások megkönnyítésére szennyvizek turbulens áramlására vonatkozó csősúrlódási tényező kiszámítására programot készítettünk, amelyet a 2. számú melléklet tartalmaz.

Gödöllő, 2006. 02. 27.

Dr. Szász András  
egyetemi magántanár  
témavezető

## Felhasznált irodalom

- [1] Mózes Gy. Vámos E.: Reológia és reometria. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968
- [2] Grúber J. Blahó J.: Folyadékok mechanikája, Tankönyvkiadó, Budapest 1971
- [3] Macsihin, Ju. A. - Macsihin, Sz. A.: Élelmiszeipari termékek reológiája, Mezőgazdasági Kiadó, Budapest 1987
- [4] McKelvey M. J.: Polimerek feldolgozása, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1971
- [5] Böhme G.: Strömungsmechanik nicht-newtonsche Fluide. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1981
- [6] Vincze Gy.: Nem-newtoni folyadékok áramlása, Kézirat, GATE, Fizika Tanszék 1992
- [7] Krell Ug. S., Schirser W.: Nicht - Newtonsche Flüssigkeiten, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1987
- [8] Gyarmati I.: Nemegeyensúlyi termodinamika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967
- [9] Verhás J.: Termodinamika és reológia, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1985
- [10] Truesdell C.: The non-linear Field Theories of Mechanics. Handbuch der Physik III/3. Springer-Verlag, 1965
- [11] Eiringer C. :Continuum Physics I-II. Academic Press, New York, 1971
- [12] Vincze Gy. Ann. Physik. 27 225-236, 1971
- [13] Vincze Gy. Acta Chimica Tom 75. 33-43, 1972
- [14] Astarita G. and Marucci G.: Principle of Non- Newtonian Fluid Mechanics, McGraw-Hill, New York 1984
- [15] Türk, M. Hörnig, G., Eckstadt: Bemessung von Gölledruckrohrleitungen. Forschungszentrum für Nechanisierung der Landwirtschaft, Schlieben, Bormin, Berlin, 1984
- [16] Neményi M: A nem-newtoni közegek áramlása. Gyakorlati áramlástan, szerk.: Sitkei Gy. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest, 1997
- [17] Kiss O., Vincze Gy.: A higrágya hidraulikus anyagmozgatása. Mezőgazdasági Gépészet és Építészet 4, 49-54, 1975
- [18] Harper J. C.: ASAE Paper No. 66-837, Am. Soc. Agr. Engrs, Saint Joseph, Michigan, 1976
- [19] Sitkei Gy.: Mezőgazdasági anyagok mechanikája. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1981.
- [20] Szűcs E.: Hasonlóság és modell, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1972

- [21] Becker H. A. : Dimensionless Parameters. Applied Science Publishers, London, 1976
- [22] Kafarov V.: Fundamentals of mass transfer, Mir publisher Moscow 1975
- [23] Mohilla R. Ferencz B.: Vegyipari folyamatok dinamikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1972
- [24] Fejes G. Tarján G.: Vegyipari gépek és műveletek. Tankönyvkiadó, Budapest 1973
- [25] Metzger, A. B., Otto R.E.: AIChE J. 6, 3 (1957)
- [26] Calderbank P. H., Moo-Young M.B.: Trans. Inst. Chem. Eng. 37, 26 (1959)
- [27] Godleski E. S., Smith J.C.: AIChE J. 8, 617 (1962)
- [28] Szász A. et al: I. részjelentés az OTKA T037617 kutatási témából. Gödöllő, (2002)
- [29] Szász A. et al: II. részjelentés az OTKA T037617 kutatási témából. Gödöllő, (2003)
- [30] Szász A. et al: Turbinás viszkoziméter mezőgazdasági zagyok áramlási jellemzőinek mérésére. Mezőgazdasági Technika XLV. évfolyam pp. 2-3 (2004)
- [31] Kasatkin A. G., Kafarov V. V., Panfilov M. M. Trudy MKhTI im. Mendeleeva XXIV, 413, 1957.
- [32] Kafarov V. V.: Fundamentals of Mass Transfer MIR Publishers Moscow (1975)
- [33] Metzger, A. B., Otto R.E.: AIChE J. 6, 3 (1957)
- [34] Calderbank P. H., Moo-Young M.B.: Trans. Inst. Chem. Eng. 37, 26 (1959)
- [35] Godleski E. S., Smith J.C.: AIChE J. 8, 617 (1962)
- [36] Metzner A. B., Otto R. E.: Agitation of non-Newtonian fluids A.I.Ch.E. Journal 3, 3-9 (1967)
- [37] Calderbank P. H., Moo/Young M. B. : The Power characteristics of agitators for mixing of Newtonian and non-Newtonian fluids. Trans Instn. Chem. Engrs 39 (22), 338-347, (1961)
- [38] Elsgolts L.: Differential Equations and the Calculus of Variations MIR Publishers Moscow (1970)
- [39] Szász A. et al: Strukturált folyadékok ülepedésének kisminta vizsgálata.
- MTA Agrár Műszaki Bizottság. Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás. Gödöllő. FVM Műszaki Intézet. 2005.



- [40] Szász A. et al: A mezőgazdasági szennyvizek keverésére és levegőztetésére szolgáló berendezés vizsgálata. MTA Agrár Műszaki Bizottság. Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás. Gödöllő. FVM Műszaki Intézet. 2005.
- [41] Contraves Termék Katalógus. 1990.
- [42] Neményi M.: A nem-newtoni közegek áramlása. In Gyakorlati áramlás-tan (Szerk.: Sitkey Gy.). Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest 1997.
- [43] Culp G. L.: Handbook of Sludge/Handling Processs cost and performance. In Water management series. Garland STPM Press, New York and London, 1979.
- [44] Buggisch H.: Langsame Relativbewegung von festen Partikeln in Strömungsfeldern. ZAMM 64, T3-T11 (1984)
- [45] Richardson J. F., Zaki W. N. :Sedimentation and Fluidisation, Part I, Trans. Inst. Chem. Engrs. 32, 35-63 (1954)
- [46] Elsgolts L.: Differential Equations and the Calculus of Variations MIR Publishers Moscow (1970)
- [47] Vincze Gy.: Fizika I. Gödöllő (1977)
- [48] Vincze Gy.: A surlódásmentes közeg áramlása. In Gyakorlati áramlás-tan (Szerk.: Sitkey Gy.). Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest 1997.
- [49] Shaffman P. G.: I. Fluid. Mech. 22, (1965)
- [50] Gyarmati I.: Nemegyensúlyi termodinamika. Műszaki Könyvkiadó Budapest 1967.
- [51] Szász A. et al: I. Részjelentés az OTKA T037617 témában Gödöllő 2002.
- [52] Lewics V. G.: Fizikai-kémiai hidrodinamika. Akadémiai Kiadó Budapest 1958.
- [53] Frank-Kamenetzki D. A.: Stoff- und Wärmeübertragung in der chemischen Kinetik. Springer-Verlag 1959.
- [54] Kafarov V.: Fundamentals of Mass Transfer. Mir Publishers Moscow 1975.
- [55] Fair J.R.: Chem. Eng., 67 July 3, 1967.
- [56] Calderbank P. H., Moo-Young M. B., Chem Eng. Sci., 16, 39 1961.
- [57] Allen J.: Phil. Mag., pp 323 (1920)
- [56] Braulick W., Fair J. R., Lerner B. J. AIChE J., 11, 73 (1961)
- [59] Silberman E.: Production of Bubbles by the Disintegration of Gas jets in Liquid. Proceedings 5th Midwestern Conference on Fluid Mechanics, University of Michigan, 1957.
- [60] Levenspiel O. Chemical Reaction Engineering. 2nd ed. Wily and Sons, New York 1972.

- [61] Calderbank P. H. Trans. Inst. Chem. Engrs. 1959, 37, 173.
- [62] Szász A. et all: III. Részjelentés az OTKA T037617 témában Gödöllő 2004.
- [63] Szász A. et all: A mezőgazdasági szennyvizek keverésére és levegőztetésére szolgáló berendezés vizsgálata. MTA Agrár Műszaki Bizottság. Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás. Gödöllő. FVM Műszaki Intézet. 2005.
- [64] Bohl W.: Műszaki ártamlástan. Műszaki Könyvkiadó Bp. 1983.
- [65] Rao M. A. és Anantheswaran R. C.: Rheology of non-newtonian fluids. Cornell Chicago 1982.
- [66] Szász A. et all: II. részjelentés az OTKA T037617 kutatási témából. Gödöllő, (2003)
- [67] Bense L. et all: Similarity Theory of structured agricultural fluids. Hung. Agricultural Engng. 17, 41, 2004.

## 1. számú melléklet

**Program a tartózkodási idő meghatározására**

A program bemenő adatai:

C<sub>be</sub> := 0.4      Relatív oldott oxigén tartalom a bemenetenC<sub>ki</sub> := 0.9      Relatív oldott oxigén tartalom a kimeneten

Pe := 3          A levegőztető Peclet száma

y :=  $\frac{C_{ki} - 1}{C_{be} - 1}$       Oldott oxigéntartalmakból képzett segédmenyiségK<sub>a</sub> := 0.019      [1/sec]      Oxigénproduktions ráta**Egyenlet megoldó blokk:**

x := 1          A megoldás kezdő értéke

Given

+

$$\begin{aligned}
 & e^{\frac{Pe}{2} + \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}} \left[ 1 - \frac{\frac{Pe}{2} + \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}}{\frac{Pe}{2} - \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}} \right] \\
 & \frac{1 - \frac{\frac{Pe}{2} + \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}}{\frac{Pe}{2} - \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}} \cdot e^{\left[ 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x} \right]} - \frac{\left[ \frac{Pe}{2} + \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x} \right]}{Pe} \cdot \left[ 1 - e^{\left[ 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x} \right]} \right]}{1 - \frac{\frac{Pe}{2} + \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}}{\frac{Pe}{2} - \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe \cdot x}}}
 \end{aligned}$$

$$Ka^{\oplus} := \text{Find}(x)$$

$$Ka^{\oplus} = 2.572$$

$$\ominus := \frac{Ka^{\oplus}}{Ka}$$

$$\ominus = 135.343$$

**A tartózkodási idő [sec]**

## 2. számú melléklet

### A csősúrlódási tényező kiszámítása lamináris áramlásnál

Bemenő adatok:

$Re := 300$       Reynods-szám

$n := 0.4$       Folyási exponens

+

A folyási exponenssel képzett segédfüggvény:

$$A(n) := \frac{8}{n} \cdot \left[ \frac{2 \cdot (3n + 1)}{n} \right]^n$$

A csősúrlódási tényező lamináris áramlás esetén:

$$\lambda := \frac{A(n)}{Re}$$

$$\lambda = 0.174$$

**A csősúrlódási tényező értéke**

### 3. számú melléklet

#### A csőszűrlődési tényező kiszámítása turbulens áramlásnál

Bemenő adatok:

$Re := 3500$       Reynolds-szám

$n := 0.4$       Folyási exponens

A folyási exponenssel képzett segédfüggvények:

$$A(n) := \frac{2.0}{n^{0.75}}$$

$$B(n) := \frac{0.2}{n^{1.2}} + \frac{2}{n^{0.75}} \left[ 0.602 \cdot \left( 1 - \frac{n}{2} \right) + n \cdot \log \left( \frac{6 \cdot n + 2}{n} \right) - 0.903 \right]$$

Megoldó blokk:

$$f(x) := x^{\frac{-1}{2}} - \left( A(n) \cdot \log \left( Re \cdot x^{\frac{1-n}{2}} \right) - B(n) \right)$$

$x := 0.1$       A csőszűrlődési tényező kezdő értéke

$\lambda := \text{root}(f(x), x, 0.003, 0.1)$

**+**       $\lambda = 0.016$       A csőszűrlődési tényező értéke