

# Részletes beszámoló OTKA zárójelentés

## Összefoglalás

Az OTKA-pályázat senior résztvevői a BME Matematika Intézetének munkatársai, akik egyenként a differenciálegyenletek egymással rokon, de a napi munka szintjén a közvetlen együttműködést mégsem lehetővé tevő tématerületeken dolgoznak. Egymás munkáját természetesen figyelemmel kísérik, már csak a heti rendszerességgel működő műegyetemi differenciálegyenletek szeminárium keretén belül is.

Mindezek előrebocsátása mellett azzal kezdem, hogy az elmúlt négy év folyamán az eredeti terveknek megfelelően igyekeztem valamiféle súlypontot kialakítani a munka menetében. A súlypont kettős volt és maradt: végtelen dimenziós dinamika, valamint numerikus differenciálegyenletek. A részleteket illetően azonban nem minden úgy történt, ahogyan szerettem volna. A még csak 29 éves, frissen doktorált Farkas Gyula ---- -- aki akkor már két másik futó OTKA-pályázat résztvevője, de mindezzel együtt a legközelebbi munkatársam volt -- hirtelen halála ahhoz vezetett, hogy a végtelen dimenziós dinamikát (Gyula ehhez nálamnál jobban értett: a Math. Reviews-ban szereplő tizenhét szakcikke rá a bizonyíték) saját munkámban legalábbis, háttérbe kellett szorítanom. Egy másik oka ennek az volt, hogy nem akadt ember a környezetemben, aki a háromszézer Forintért megvásárolt parciális differenciálegyenletek DIFFPACK software-t használni tudta volna. Több félresikerült próbálkozás után értettem csak meg, mit is jelent valójában, és mekkora rettenetes munka a demonstrációs programok szintjét meghaladó számítógépes tapasztalatok gyűjtése, felhalmozása.

Mindezzel együtt, az OTKA-pályázat egésze szempontjából, kifejezetten pozitív fejleményekről is beszámolhatok. A legeslegfontosabb az, hogy Horváth Miklós többéves próbálkozásait siker koronázta. Miklós a végtelen dimenziós dinamika egyik klasszikus területén -- Schrödinger operátorok potenciáljának rekonstrukciója spektrális tulajdonságokból – tűzött ki maga elé nagyon ambíciózus, ám ugyanakkor roppant kockázatos célokat. Az eredmény önmagáért beszél: publikáció az *Annals of Mathematics* folyóiratban. A második számú pozitív fejlemény az, hogy – jóllehet a Műegyetem Matematikai Intézetében továbbra sincs senki, aki nemzetközi szinten értene differenciálegyenletek számítógépes megoldásához, Bánhelyi Balázs és Csendes Tibor szegedi informatikus kollégák jóvoltából sikerült numerikus tapasztalatokat "importálni", amelyek számítógépes káosz-bizonyításokban nyertek alkalmazást.

A többi az egyetem, és a differenciálegyenlet kutatások normális üzemmenetéhez tartozik – a normális jelzőt magasra tett mérce mellett használom -- : mind Gyurkovics Éva, mind Tóth János, doktoranduszaikkal – közülük D.Svirko és A.Elaiw szerzett PhD fokozatot az elmúlt négy év folyamán -- együtt szép munkát végeztek, Éva az irányításelmélet és kontrol, János pedig a kémiai kinetika területén. Éva esetében azt kell kiemelnem, hogy egész szakmai pályafutásának legaktívabb négy évét tudhatja maga mögött – joggal reménykedik a hasonló folytatásban, János pedig most is hihetetlen találékonysággal

képviselet a differenciálegyenletek a mérnökök felé, és nagy erőbedobással foglalkozik TDK-dolgozatos diákokkal.

## **A legjellegzetesebb eredmények sorravétele :**

A most következő eredmények minden szempontból lefedik a publikációs lista 52 eleme által célbavett kutatási irányok mindegyikét. Itt jegyzem meg azt is, hogy az elmúlt négy év során született ismeretterjesztő és pedagógiai tárgyú írásainkra – elsődlegesen Moson Péter, intézetünk oktatási igazgatóhelyettesének, valamint Lóczi Lajosnak és Tóth Jánosnak a tollából – a mostani OTKA beszámoló semmilyen formában sem tér ki. Megvan azoknak a saját értékük a maguk helyén, de egy kutatási beszámolóknak nem lehetnek részei. (Az 52 elemű lista tudománytörténeti írásaink közül is csak egyet tartalmaz.)

### **1.) végtelen dimenziós feladatok**

M. Horváth: Inverse spectral problems and closed exponential systems, *Annals of Mathematics* **162** (2005), 885-918.

Véges intervallumon vett Schrödinger operátornál szükséges és elégséges feltétel arra, hogy sajátértékek egy halmaza mikor határozza meg a potenciált. Ez a feltétel a sajátértékekkel felírt exponenciális függvények zártsága a megfelelő  $L_p$  terben.

M. Horváth: Inverse scattering with fixed energy and an inverse eigenvalue problem on the half-line, *Transactions of the Amer. Math. Soc.* (in print)

Félegyenesen vett Schrödinger operátor visszakeresése a sajátértékeiből és ennek a feladatnak a kapcsolata a 3-dimenziós fixenergiás inverz szórás feladat megoldásával. Ramm adott elégséges feltételt arra, hogy fáziseltolások egy halmaza meghatározza a (gömb-szimmetrikus) potenciált. Kiderült, hogy ez a feltétel szükséges is bizonyos potenciálosztályokon, és hogy az egész probléma ekvivalens az előbb említett inverz sajátérték-feladattal.

Felesleges hangsúlyoznom, hogy ez a két dolgozat ereje és minősége mennyire meghaladja az OTKA-pályázat többi ötven dolgozatának erejét, minőségét. Szinte csak a rend kedvéért említek meg két olyan dolgozatot, amelyeket Farkas Gyula minden bizonnyal nagy erővel folytatott volna.

WJ Beyn, and BM Garay, Estimates of variable stepsize Runge-Kutta methods for sectorial evolution equations with nonsmooth data, *Appl. Numer. Math.* **41** (2002), 369-400.

Becslés szemilineáris parabolikus egyenletek pontos és diszkretizált megoldásának közelségére, törtrendű Szoboljev-terekben.

BM Garay, A brief survey on the numerical dynamics of functional differential equations --- Gyula Farkas (1972-2002) in Memoriam, *Int. J. Bifurcations Chaos* **15** (2005), 729-742.

## 2.) numerikus dinamika

B Bánhelyi, T Csentes, and BM Garay, A verified optimization technique to locate chaotic regions of a Henon system, *J. Global Optimization* (in print)

B Bánhelyi, T Csentes, and BM Garay, Optimization and the Miranda approach in detecting horseshoe--type chaos by computer, *Internat. J. Bifurcation Chaos* (submitted)

Kiderült, hogy a kaotikus halmaz megkeresése adott dinamikában -- és ezzel együtt természetesen maga a számítógépes káosz-bizonyítás -- nagymértékben automatizálható a globális optimalizálás keretein belül. Közben elegendő csak Brouwer fixponttételére hivatkozni -- legalábbis a klasszikus alkalmazások nagy részében -- és nincs szükség az algebrai topológia index-elméleteinek alkalmazására.

Itt említem meg, hogy mind Gyurkovics Éva, mint Tóth János dolgozataiban gyakran van szó az általuk vizsgált jelenségek diszkretizációs, számítógépi vizsgálatáról. Megjegyzem azt is, hogy a Bielefeldi Preprint Sorozatban Lóczi Lajos most készülő *Elemi bifurkációk diszkretizálása* témájú doktori dolgozatának mintegy hatvan oldala már olvasható.

## 3.) kémiai, biológiai, villamosmérnöki alkalmazások

B Gaveau, M Moreau, and J Tóth, Master equations and path-integral formulation of variational principles for reactions, In: *Variational and Extremum Principles in Macroscopic Systems* (S. Sieniutycz, H. Farkas eds.), Elsevier, Amsterdam, 2004, pp. 315-340.

P Érdi, and J Tóth, Towards a dynamic neuropharmacology: Integrating network and receptor levels, In: *Brain, Vision and Artificial Intelligence*, (M. De Gregorio, V. Di Maio, M. Frucci and C. Musio eds.), *Lecture Notes in Computer Science* 374, Springer, Berlin, 2005, pp. 1-17.

A 2004-es dolgozat témája: áttekintés a sztochasztikus reakciókinetika általános tárgyalásának és termodinamikai kapcsolatainak legújabb eredményeiről, a 2005-ös dolgozaté pedig: a szorongás csökkentésére szolgáló hatóanyag működése teljes modelljének felvázolása a biokémiai részletektől a theta-hullámon keresztül magáig a szorongásig.

BM Garay, and J Hofbauer, Robust permanence for ecological equations, minimax, and discretization, *SIAM J. Appl. Math.* **34** (2003), 1007-1039.

A lineáris programozás Farkas lemmáját invariáns mértékekre alkalmazva kiderül, hogy a logaritmikus Ljapunov-függvények pontosan azt az *akkor és csak akkor* szerepet töltik be Kolmogorov rendszerek perzisztenciájának tanulmányozásánál, mint a hagyományos kvadratikus Ljapunov-függvények egyensúlyi helyzetek stabilitásának vizsgálatakor.

A Halmschlagel, and M Matolcsi, Minimal positive realizations for a class of transfer functions, *IEEE Transactions on Circuits and Systems, Fundamental Theory and Applications* **52** (2004), 177-180.

Diszkrét idejű rendszerek átmeneti függvényeinek egy speciális osztályához tartozó legkisebb dimenziójú pozitív realizációk megkeresése.

#### 4.) irányításelmélet és kontrol

É Gyurkovics, and T. Takács, Quadratic stabilization with H-infinity norm bound of non-linear discrete-time uncertain systems with bounded control, *Systems and Control Letters* **50** (2003), 277-289.

Diszkrét idejű nemlineáris, irányításban affin rendszerek H-végtelen irányításának vizsgálata a vezérlésekre előírt korlátok mellett. Annak bizonyítása, hogy a megoldás az algebrai mátrix Riccati egyenlet egy általánosítása segítségével határozható meg. A kapott eredmény lineáris rendszerek esetén is új, ha a vezérlésre a priori korlát adott.

FAAC Fontes, É Gyurkovics, and L Magni, Sampled-data model predictive control for nonlinear time-varying systems: stability and robustness, In: *Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control* (F. Allgöwer, L. Bregler, R. Findeisen, eds.) *LN Control and Information Sciences*, Springer, Berlin, 2006 (in print)

A Freudental-Lauterbad-ban rendezett workshop egyik “invited main lecture”-ének kibővített változataként: Eredmények a csúszó időhorizont módszer robusztus stabilizáló tulajdonságáról olyan folytonos idejű, mintavételezett rendszerekre vonatkozóan, amelyeknél folytonos stabilizáló visszacsatolás nem létezik.

Budapest, 2006 február 28.

Garay Barna témavezető