

## Perkembangan Dalam Penentuan Model Geoid Masa Kini

**Md. Nor Kamarudin, Ph.D**  
**Ernest Khoo Hock Don**

Jabatan Kejuruteraan Geomatik  
Fakulti Kejuruteraan dan Sains geoinformasi  
Universiti Teknologi Malaysia  
e-mail : [Mdnor@fksq.utm.my](mailto:Mdnor@fksq.utm.my)

### Abstrak

Komponen ketinggian dari Global Positioning System tidak dapat memberi kejelasan yang tinggi untuk digunakan secara langsung dalam kebanyakan kerja pengukuran. Keperluan ketinggian geoid amatlah penting bagi mendapatkan ketinggian ortometrik menggunakan GPS. Pada masa kini banyak negara telah menentukan model geoid yang sesuai bagi mereka. Artikel ini akan melihat secara menyeluruh perkembangan model geoid di beberapa negara termasuk Malaysia dalam penentuan model geoid.

# i

### 1.0. Pengenalan

Peneruaan, bentuk dan saiz bumi dengan jitu dalam banyak pengiraan dan pengukuran telah dapat diterangkan oleh ahli geodesi. Permukaan rujukan pula adalah penting dalam pengiraan geodesi dan pengukuran geodetik. Terdapat tiga permukaan yang penting terlibat dalam bidang geodesi ini. Permukaan tersebut adalah seperti permukaan topografi, permukaan geoid dan permukaan elipsoid.

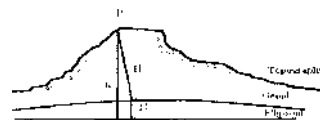
Permukaan topografi adalah tidak sekata, kompleks dan sukar untuk dimodelkan. Walau bagaimanapun permukaan ini penting kerana ia merupakan permukaan fizikal bumi dan semua pengukuran dijalankan di atasnya. Manakala permukaan elipsoid mempunyai ciri-ciri yang boleh dimodelkan dalam bentuk formula matematik. Jika bumi ini dianggap mengandungi jisim yang seragam, tarikan serta putaran bumi akan mewujudkan bentuk elipsoid. Permukaan geoid pula memberi makna yang lebih tepat kepada bentuk fizikal bumi kerana ianya menggambarkan permukaan bumi hasil dari kandungan jisim yang terdapat di dalam bumi itu sendiri.

Secara pratiknya kita boleh memperolehi nilai ketinggian elipsoid ( $h$ ) daripada cerapan GPS bagi satu-satu titik dipermukaan bumi manakala ketinggian ortometrik ( $H$ ) boleh diperolehi melalui ukuran aras jitu. Dengan mengetahui kedua-dua ketinggian tersebut kita dapat menentukan ketinggian geoid ( $N$ ) dengan jitu pada satu-satu kawasan yang dicadangkan. Ini memerlukan satu model geoid yang baik dan sesuai bagi kawasan tersebut. Rajah I. menunjukkan perhubungan antara ketiga-tiga permukaan ini dan dapat dikaitkan dengan persamaan (1) iaitu

$$h = H + N \quad (1)$$

dimana,

$h$  = ketinggian elipsoid  
 $H$  = ketinggian ortometrik  
 $N$  = Undulasi Geoid



Rajah: I  
Hubungan Antara  $H$ ,  $h$  dan  $N$

## 2.0. TEKNIK PENENTUAN KETINGGIAN GEOID

Di dalam penentuan geoid, berbagai jenis data perlu digunakan dalam perhitungan, lihat (King et al., 1985)

- (i) Ukuran gravity di atas permukaan bumi;
- (ii) Menjejak data kepada satelit dekat bumi
- (iii) Posisi 3-D daripada satelit;
- (iv) Cerapan astronomi;
- (v) Ukur aras jitu.

Secara tradisinya, tiga cara yang biasa digunakan ini adalah *astrogeodetik*, *gravimetrik* dan *geopotential*. Setiap kaedah ini mempunyai kelebihan dan kekurangan masing-masing bergantung kepada data yang ada dan kejituan ketinggian geoid yang hendak dicapai, terdapat beberapa kaedah yang boleh digunakan untuk menentukan ketinggian geoid.

Pada asasnya kesemua cara ini adalah berpandukan kepada *Kamilan Stokes'* yang diperkenalkan oleh George Gabriel Stokes dalam 1849 iaitu :-

$$S(\psi) = 1/\sin(\psi/2) - 6 \sin \psi/2 + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln(\sin \psi/2 + \sin^2 \psi/2) \quad (2)$$

Terdapat empat cara penentuan yang dicadangkan seperti : astrogeodetik geoid, geoid model dirujukan dengan geopotential, geoid gravimetrik dan geoid geometrik. *Kasenda and Kearsley (1993)* menyatakan bahawa pilihan cara penentuan ini adalah berdasarkan kepada kedudukan dan data asal yang boleh didapati. Berdasarkan kepada pernyataan ini bolehlah kita menentukan kategori geoid seperti :-

- (i) gravitimetri terrestrial
- (ii) satelit altimetry
- (iii) koefisien potensi bagi model graviti bumi
- (iv) tinggian kombinasi dari kaedah satelit dan konvensional.

Beberapa tahun kebelakangan ini, penentuan ketinggian geoid telah mengalami perubahan yang boleh dikategorikan sebagai penentuan ketinggian geoid secara *geometrik dan gravimetrik* (King et al, 1985 Gilliland, 1986). Penentuan secara astrogeodetik masih digunakan tetapi penentuan secara gravimetrik dan geopotential telah dicantumkan dibawah kategori gravimetrik.

Dari berbagai-bagai teknik penentuan model geoid yang boleh dikemukakan tetapi kesemuanya dapat dibahagikan kepada dua kumpulan utama iaitu teknik geometrik dan teknik gravimetrik. Berikut adalah beberapa teknik penentuan geoid seperti Astrogeodetik Geoid Modelling, Least Squares Collocation(LSC), Fast Fourier Technique(FFT), Geometric Geoid Prediction dan Gravimetric Geoid Prediction.

### 2.1 Geoid Astrogeodetik

Cara penentuan ini diterangkan dalam buku *Torge(1980)*, *Vanicek and Krakiwsky(1982)* dan *Bomford(1980)*. Cerapan yang perlu dilakukan untuk perhitungan dengan cara ini adalah latitud, longitud dan azimuth astronomi. Cerapan sudut ufuk, jarak dan sudut zenith serta perbezaan ketinggian juga diperlukan. Nilai gravity adalah penting untuk pelarasan penentuan geoid.

Cara ini menggunakan konsep *pesongan pugak* , dimana persamaan (3) menunjukkan sudut pesongan pugak.

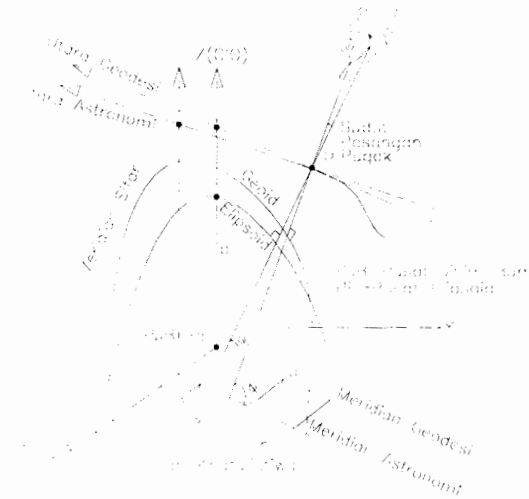
$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3)$$

$\alpha$  adalah azimuth ;  $\xi$  dan  $\eta$  merupakan komponen utara-selatan dan komponen timur-barat.  $\xi$  dan  $\eta$  adalah ditunjukkan seperti dibawah:-

$$\begin{aligned} \xi &= \Phi - \phi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \cos \phi \end{aligned} \quad (4)$$

dimana:

$\phi$  dan  $\lambda$  merupakan latitud dan longitud geodetik  
 $\Phi$  dan  $\Lambda$  merupakan latitud dan longitud astronomi



Rajah 2: Komponen-Komponen Asas Astrogeodetik Geoid Modelling

Dengan penambahan  $dN$  (perbezaan dalam ketinggian geoid) terhadap satu jarak  $ds$  memberikan satu cerun pada geoid terhadap ellipsoid.

$$\varepsilon = - dN/dS \quad (5)$$

Maka, perbezaan dalam ketinggian geoid ( $N$ ) bolehlah dihuraikan seperti dibawah :

$$N_B - N_A = - \int_A^B \varepsilon \cdot ds = - \int_A^B (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) ds \quad (6)$$

$N_B$  dan  $N_A$  adalah ketinggian geoid di point B dan A manakala untuk mendapatkan perbezaan ketinggian geoid ini formula seperti dibawah digunakan. (Vanicek and Krakiwsky, 1982)

$$N_B - N_A \cong - \sum_{i=1}^n \varepsilon_i ds_i \quad (7)$$

dimana;  $\varepsilon_i = 1/2 [ (\xi_{i-1} + \xi_i) \cos \alpha_{i-1,i} + (\eta_{i-1} + \eta_i) \sin \alpha_{i-1,i} ] \quad (8)$

## 2.2. Least Squares Collocation(LSC)

Kaedah ini merupakan satu teknik yang paling sesuai dalam penganggaraan graviti dan data topografi. Teknik ini banyak digunakan di United Kingdom seperti di University of Nottingham (Gerrard, 1990).

Dalam teknik LSC, geoid ditentukan daripada gravity anomali menggunakan fungsi kovarian yang berkaitan dengan pelbagai isyarat (Rapp *et al.*, 1988). Formulanya adalah seperti dibawah :-

$$N = C_{N_g'} (C_{g'g'} + D)^{-1} \Delta g' + N_{ref} \quad (9)$$

Dimana:

$N_{ref}$  = undulasi geoid yang dikembang daripada harmonik sfera

$\Delta g'$  = anomali udara bebas graviti

$C_{g'g'}$  = matriks kovarian, termasuk gangguan daripada koefisien potensi rujukan antara graviti anomali

$C_{N_g'}$  = pekali vektor diantara anomali dan undulasi

$D$  = matriks pepenjur bagi selisih radianse anomali gravity yang dicerap

### 2.3. Fast Fourier Technique(FFT)

Kaedah ini adalah satu kaedah yang sangat popular digunakan untuk menentukan geoid. Ia merupakan salah satu daripada dua kaedah yang paling hampir untuk menaksirkan Kamilan Stokes. Jika dibandingkan dengan cara lama menggunakan kamilan numerikal atau penjumlahan yang memakan masa yang lama terutamanya jika satu kawasan yang besar hendak dihitung. Kaedah ini membenarkan perhitungan serentak untuk Kamilan Stokes bagi semua titik menggunakan grid serentak bagi satu wilayah dengan skala yang besar. Untuk satu kawasan yang terhad dimana ( $\psi$ ) adalah sangat kecil. Fungsi Stokes adalah seperti berikut :-

$$S(\psi) \approx 2/\psi \quad (10)$$

dan jarak sferikal adalah berhubung dengan jarak mendatar melalui  $\psi = s/R$  dimana :

$s$  = Jarak mendatar

$R$  = Jejari bumi spherical

Oleh itu

$$S(s) = 2R/s \quad (11)$$

dan

$$\sin \psi \delta\psi \delta\alpha = 1/R^2 s \delta s \delta\alpha \quad (12)$$

Berdasarkan kepada unsur-unsur dan anggapan diatas, formula Stokes boleh dinyatakan seperti berikut:-

$$N = \int_0^{s_{max}} \int_0^{2\pi} 1/2\pi\gamma \int \int 1/s \Delta g(s, \alpha) s \delta s \delta\alpha \quad (13)$$

Jika dinyatakan dalam sistem koordinat rektangular formula ini adalah seperti berikut :-

$$N_{XpYp} = 1/2\pi\gamma \int \int_E \Delta g(x,y) 1/\sqrt{(Xp - X)^2 + (Yp - Y)^2} \delta x \delta y \quad (14)$$

dimana, E merupakan luas kawasan. Manakala persamaan merupakan convoluted inetgral dan bentuknya adalah seperti berikut :-

$$N_{XpYp} = 1/2\pi\gamma F^{-1}(\Delta G(x,y) LN(x,y)) \quad (15)$$

Dimana,  $\Delta G(x,y)$  dan  $LN(x,y)$  merupakan fungsi spectra dalam persamaan ini, manakala  $F^{-1}$  merupakan songsangan dalam 2 dimensi dalam operasi Fourier.  $h(x,y)$  merupakan space domain dan ia boleh diperolehi berdasarkan spectrum,  $H(x,y)$  merenusi persamaan berikut (Gerrard, S.M.E. 1990):-

$$h(x,y) = F^{-1}\{H(x,y)\} = 1/4\pi^2 \iint_{-\infty}^{\infty} H(u,v) e^{i(uv+vy)} \partial u \partial v \quad (16)$$

Penggunaan penghampiran satah dan koordinat rektangular adalah untuk data perlu di gridkan.

#### 2.4. Anggaran Geoid Geometrik

Teknik ini merupakan teknik yang paling baik dan mudah dijalankan dengan kejituan Root Mean Squares (RMS) 10-50mm. Kaedah ini hanya sesuai untuk kawasan yang kecil sahaja kerana kos membentuk jaringan kawalan pugak dengan kaedah ini adalah sangat mahal.

Olliver, (1992) telah memperkenalkan tiga kaedah secara individu untuk penentuan geoid menggunakan

(a) Global Positioning System (GPS), (b) Astrogeodetik dan (c) Model Geopotential OSU91A.

Dengan menggunakan cerapan GPS formula-formula dibawah digunakan untuk tranformasi koordinat X,Y dan Z ke latitud  $\phi$ , longitud  $\lambda$  dan ketinggian elipsoid h.

$$\tan \phi = Z - e^2 v \sin^2 \phi / (X^2 + Y^2)^{1/2} \quad (17)$$

$$\tan \lambda = Y/X \quad (18)$$

$$r = X \cos \phi \cos \lambda - v \quad (19)$$

$$r = \frac{a}{1 - e^2 \sin^2 \phi} \quad (20)$$

dimana,

$a$  = paksi semi-major elipsoid;

$\phi$  = latitud yang diperolehi daripada interasi (versi bukan interasi boleh didapati daripada, Bomford, 1980)

$\lambda$  = longitud

$e$  = eksentrisiti elipsoid

$v$  = radius lengkungan

Dengan adanya nilai h dari GPS dan H, dapatlah dikira nilai N dengan mudah menggunakan formula berikut:-

$$N_{GPS} = h_{GPS} - H \quad (21)$$

#### 2.5. Anggaran Geoid Gravimetrik

Terdapat beberapa cara memodel geoid gravimetrik diperkenalkan antaranya adalah kombinasi antara model geopotential dengan kaedah kamilan Stokes. Cara ini adalah digunakan di Australia, New Zealand, Great Britain, Malaysia, Philippine dan lain- lain. Kaedah kombinasi antara gelombang panjang dan kesan gelombang pendek adalah yang telah digunakan. Perbezaan antara geoid-ellipsoid pada setiap titik boleh diberikan dalam :-

$$N = N_L + N_S \quad (22)$$

dimana,

$N$  = pisahan geoid-ellipsoid pada titik hitungan

$N_L$  = sumbangan gelombang sederhana dan panjang;

$N_S$  = sumbangan gelombang pendek.

Manakala, gelombang panjang dan sederhana digunakan bagi penentuan ketinggian geoid adalah dikira dengan menggunakan formula yang telah diringkaskan sepenuhnya angkali potensial untuk mendapatkan kembangan harmonik sferikal.

$$N_L = kM/r\gamma \sum_{n=2}^{\infty} (a/r)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\sin\phi) \quad (23)$$

Dimana:

- $N_L$  = sumbangan gelombang sederhana dan panjang;
- $kM$  = hasil gabungan pemalar graviti geosentrik dan jisim bumi;
- $\gamma$  = purata graviti bumi
- $\phi$  dan  $\lambda$  = latitud dan longitud bumi;
- $C_{nm}$  and  $S_{nm}$  = Koefisien harmonik sfera selepas normalisasi;
- $P_{nm}(\sin\phi)$  = Legendre polinomial bagi matrik  $n \times m$  selepas normalisasi;
- $a$  = radius khatulistiwa
- $r$  = radius geosentrik pada titik hitungan;
- $n$  and  $m$  = matrik peringkat  $n \times m$ .

Kesan gelombang pendek  $N_s$  adalah dihitung dengan menggunakan cerapan terestial dengan kamilan Stokes seperti di bawah :-

$$N_s = GM/4\pi R \sigma S(\psi) \Delta g' \partial\sigma \quad (24)$$

dimana,

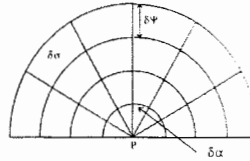
- $G$  = Pemalar graviti Newton
- $M$  = Jisim bumi, termasuk atmosfera
- $R$  = Radius model sfera bumi
- $S(\psi)$  = Fungsi Stokes' (Heiskanen and Moritz 1967)
- $\psi$  = Jerak sudut antara titik hitungan dengan  $\partial\sigma$
- $\partial\sigma$  = elemen kawasan permukaan  $\sigma$  dimana intergrasi dilakukan
- $\Delta g' = g_p - \Delta g_{\text{geopotential model}}$
- $\Delta g$  = Anomali udara bebas graviti pada permukaan bumi
- $g_p$  = graviti bagi titik  $P$  pada permukaan bumi
- $\gamma_0$  = graviti normal pada titik dimana  $P$  bersilang dengan elipsoid rujukan
- $H_p$  = tinggi otomatik  $P$

Satu teknik untuk mendapatkan  $N_s$  adalah dengan menggunakan Ring Integration approach (RINT) untuk menilai Kamilan Stokes (Kearsley *et al.*, 1993(b)). Dalam teknik ini permukaannya dibahagi kepada beberapa petak yang terdiri daripada satu ring yang berpusat (**Rajah 2**). Kekurangan teknik ini adalah pemeriksaan perlu dibuat terhadap gravity data dan kerja ini memakan masa dan kos yang tinggi. Dalam cara ini kamilan adalah dikira dengan formula berikut :-

$$N_s = C_n \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^I \Delta g_{h,i} \quad (25)$$

dimana,

- $C_n$  = sumbangan  $\Delta g$  kepada  $N$  pada setiap bahagian
- $h$  dan  $H$  = Pembilang bagi bahagian azimut
- $i$  dan  $I$  = Pembilang bagi bahagian radius.
- $\Delta g_{h,i}$  = graviti anomali purata bagi bahagian  $h, i$ .



Gambarajah 2.1. The Concentric Ring Compartments  
(Petikan dari Kearsley et.al,1993(b))

### 3.0 PENENTUAN MODEL GEOID DI BEBERAPA NEGARA

#### 3.1 Earth Global Model 96 (EGM96)

EGM96 merupakan satu geopotential model yang boleh digunakan secara global dimana perhitungannya telah mengambil kira angkali harmonik sferikal. Ia merupakan satu penyelesaian unik dengan mengambil kira beberapa faktor berikut :-

- (i) kombinasi penyelesaian pada tahap dan peringkat 70.
- (ii) Penyelesaian satu block diagonal dari 71 hingga 359
- (iii) penyelesaian quadrature pada tahap 360.

EGM96 anomali gravity adalah dikira berdasarkan kepada formula berikut:-

$$\Delta g_{gm} = GM/r^2 \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) (a/r)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (26)$$

Manakala EGM96 ketinggian anomali adalah dikira berdasarkan kepada formula berikut :-

$$NI = N_{gm} = GM/r \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) (a/r)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (27)$$

Data yang digunakan dalam penentuan model ini adalah daripada National Imagery and Mapping Agency (NIMA). Selain daripada itu data dari cerapan GPS juga digunakan. Berdasarkan **Jadual 3.1** statistik keputusan akhir EGM96 global 30' mean free-air gravity anomali adalah seperti berikut :-

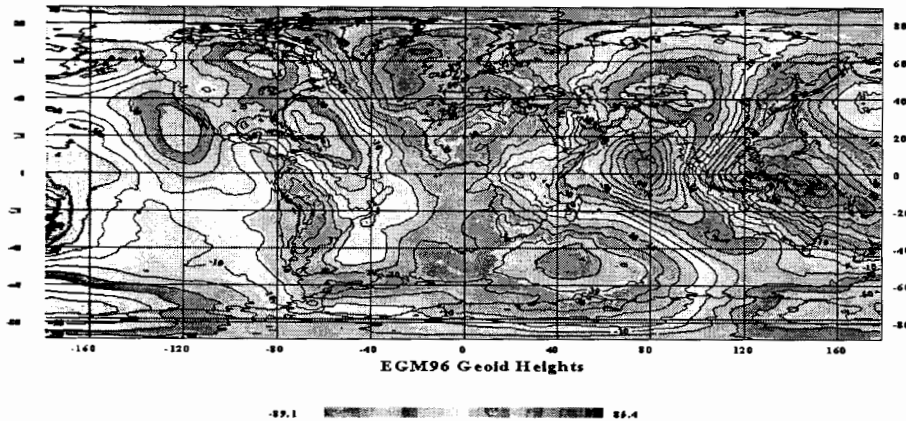
Type	NIMA Terr.30 min	NIMA Altim.30 min	OSU Terr.30 min	NIMA Terr 1 deg	Topo/Iso Fill-in 30 min
No of cells	86740	146042	1064	6500	18854
Percent of area	30.7	66.1	0.1	0.8	2.3
RMS of data (mgal)	35.2	25.6	56.7	49.1	28.0
RMS of data std deviation (mgal)	5.4	1.7	16.9	35.7	36.0

Jadual 3.1. Statistik keputusan akhir EGM96

Manakala keputusan menunjukkan geoid model ini mempunyai kejitian yang baik iaitu sisihan piawai 0.057m minima dan 1.226m maksima pada keseluruhannya.

#### 3.2. Geoid Gravimetrik Di New Zealand

New Zealand menggunakan kombinasi teknik anomali graviti terrestrial dan model geopotential untuk menentukan geoid gravimetrik. Keputusan menggunakan cara kombinasi ini menunjukkan kejitian geoidnya menghampiri 0m di bahagian selatan dan + 40m di bahagian utara.



Gambarajah 3.1 EGM model menunjukkan model geoid yang dibentuk berdasarkan kepada perhitungan.

Data perhitungannya adalah sama seperti yang digunakan untuk menentukan gravimetric geoid Australian (Gilliland, 1989) kecuali dalam kes ini gravity adalah dibetulkan dengan kesan topografi tempatan. Kesan gelombang panjang  $N_1$  ditentukan dengan menggunakan model geopotential bumi. Manakala kesan gelombang pendek  $N_2$  menggunakan data graviti terrestrial. Perbezaan antara geoid dan ellipsoid pada setiap point adalah seperti berikut:-

$$N = N_1 + N_2 \quad (28)$$

dimana

$$N_1 = \frac{GM}{yR} \sum_{n=2}^{n \text{ max } n} \sum_{m=0}^m (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \phi) \quad (29)$$

di mana

- $R$  = purata radius bumi
- $GM$  = pemalar graviti dan jisim bumi termasuk atmosfera
- $y$  = purata graviti bagi bumi
- $\phi, \lambda$  = latitud dan longitud
- $C_{nm}, S_{nm}$  = Kofisien harmonik sfera selepas normalisasi
- $P_{nm}(\sin \phi)$  = Legendre polinomial bagi matrik  $n \times m$  selepas normalisasi

Dengan ini kesan panjang gelombang pendek bolehlah ditakrifkan sebagai J.R. Gilliland (1990):-

$$N_2 = \frac{R}{4\pi y} \int \Delta g_o S(\psi) d\sigma \quad (30)$$

dimana

- $\Delta g_o$  = modified anomali udara bebas, termasuk pembetulan terrain dibetulkan untuk kesan atmosfera dan tiada kesan terhadap gelombang panjang seperti per. 3.1.2.
- $d\sigma$  = elemen permukaan bagi unit sfera
- $\psi$  = jarak sudut anantara titik hitungan dengan elemen kawasan permukaan  $d\sigma$
- $\sigma$  = cap terhadap pada titik hitungan
- $S(\psi)$  = fungsi Stokes'



Data graviti yang digunakan adalah diperolehi daripada Department of Survey and Land Information. Data ketinggian pula diperolehi berdasarkan kepada ukur aras jitu atau ukur aras trigonometri. Tetapi dalam kebanyakan kes ia diperolehi berdasarkan kepada ukuran barometrik .

### 3.3. Perhitungan Geoid Di Belanda

Dalam tahun 1988, Delft University of Technology and Rijkswaterstaat mulakan satu projek untuk menentukan geoid dengan setepat yang mungkin di Belanda. Satu jaringan gravity yang baru dibentuk dalam berbagai kawalan iaitu piawai, pertama dan kedua dengan lebih kurang 8000 point. Tambahan pula, satu kerja penentuan GPS/levelling yang berkejituan tinggi dijalankan pada 20 stasion secara berselerak dan satu cara kerja perhitungan dikaji untuk mendapatkan kejituan dalam sentimeter telah dikerjakan.

Seperti yang diketahui, penentuan geoid dengan kaedah GPS mempunyai potensi yang tinggi untuk menentukan geoid dengan kejituan yang tinggi. Untuk mendapatkan H, dimana ia digunakan untuk kebanyakan negara yang lain, ketinggian elipsoid dan ketinggian geoid adalah diperlukan. Bagi negara Belanda tujuan penentuan ini adalah untuk mendapatkan kejituan dalam sentimeter.

Terdapat tiga tujuan utama kajian ini iaitu membentuk satu jaringan gravity baru; model Geoid dalam kejituan sentimeter dan GPS/ ukur aras untuk mendapatkan maklumat ketinggian berlebihan bagi memperbaiki kesan gelombang panjang dalam penyelesaian geoid gravimetric.

Secara keseluruhannya model geoid adalah dihitung berdasarkan kepada kombinasi model geopotential dan data graviti. Kombinasi zon dalaman ini dapat diterangkan seperti persamaan dibawah (*Erik de Min, 1996*)

$$N = N_1 + N_2 = R/4\pi\gamma \int_{\sigma} St_1 \Delta g_1 d\sigma + R/4\pi\gamma \int_{\sigma} St_2 \Delta g_2 d\sigma \quad (31)$$

dimana,

$$St_1 + St_2 = St \quad (32)$$

Dalam kes ini ,adalah penting dalam pemilihan menentukan pemberat kerana ia menggunakan dua jenis data yang berlainan. Perbezaan ini dikenali sebagai kernel modifications. Untuk mencapai kejituan sentimeter dalam perhitungan model telah dilakukan pembetulan - pembetulan berikut:- (a)Pembetulan atmosfera, (b) kesan elipsoidal dan (c) sebutan taksama. Kejituan yang diperolehi berdasarkan kepada perhitungan RMS adalah 12mm bagi gelombang panjang manakala untuk gelombang pendek kejituan adalah 3mm. Secara kesimpulannya, keputusan terbaik adalah daripada kombinasi cara Meiss/Wong & Gore.Cara ini dipilih kerana ia merujuk kepada data kombinasi antara model geopotential (ggm) dan data zon dalaman.

### 3.4. Penentuan Geoid Di Laut Mediterranean

Bagi kawasan-kawasan di Laut Mediterranean, Department of Geodesy dan Surveying, dimana Aristotle University menjalankan satu kajian tentang model geoid di beberapa kawasan sekitar Laut Mediterranean. Data yang digunakan dalam kajian ini adalah

- (a) data graviti daripada beberapa negara dan kempen graviti marin,
- (b) Digital Terrain Models (DTMs) tempatan dan global,
- (c) Data altimeter satelit dari pelbagai misi
- (d) Model geopotensial OSU91A

Cara penentuan yang digunakan adalah (a)Least Squares Collocation, (b)the Fast Fourier Transform(FFT) dan (c)The Fast Hartley Transform(FHT).Projek ini dikenali sebagai GEOMED

dimana ia disokong oleh Environmental Engineering Coordinator (EEC) dibawah program sains bermula pada 1991 dan berakhir pada 1994. Projek ini pada permulaannya bertujuan untuk menentukan kejituan geoid dengan kombinasi dari pelbagai data dalam satu-satu kawasan dan menganggapkan bahawa Sea Surface Topography (SST) adalah tetap untuk mendapatkan altimetri dan gravimetri permukaan geoid. Jadual 3.2. menunjukkan statistik sifat-sifat graviti, geoid dan SST dikawasan ini.

	Western Basin		Central Basin		Eastern Basin	
	mean	sd	mean	sd	mean	sd
Graviti(mGal)	0.35	16.97	-1.11	27.02	-2.99	23.50
Geoid(m)	47.99	-3.40	38.82	7.03	25.78	10.65
SST(m)	-0.59	0.32	-0.63	0.41	1.33(0.00)	0.88(0.37)

*Jadual 3.2. statistik sifat-sifat graviti, geoid dan SST.  
(petikan daripada D.Arabelos et.al(1996))*

Secara kesimpulannya semua tujuan utama yang telah dicadangkan seperti yang dinyatakan diatas dijalankan dengan menunjukkan kejituan 2cm pada bahagian selatan Aegean Sea hingga 10cm di bahagian utaranya juga dapat memenuhi kehendak masa kini dalam bidang geodetik, oceanographic dan lain-lain. Kedua-dua penyelesaian geoid dan SST masih boleh diperbaiki kejituan terutamanya di eastern basin apabila data tidal model telah lengkap diperolehi.

### 3.5. Penentuan Geoid Di Tennessee (Amerika Syarikat)

Geoid yang berkejituan tinggi adalah penting dalam penentuan H. Maka, satu kawasan di Ohio telah digunakan sebagai kawasan ujian untuk menentukan cara yang paling baik. Dalam projek ini, 2 cara iaitu Least squares Collocation (Moritz, 1980) dan Fast Fourier Transform (FFT) digunakan untuk membandingkan perhitungan undulasi geoid. Beberapa ujian perhitungan telah dilakukan di beberapa kawasan  $1^\circ \times 1^\circ$  disekitar kawasan Ohio dan telah ditentukan dengan  $39^\circ.5 \leq \phi \leq 40^\circ.5$  dan  $276^\circ.5 \leq \lambda \leq 277^\circ.5$ . Hasil kejituan berdasarkan kepada kedua-dua cara ini adalah 2.4ppm dengan menggunakan LSC manakala 3.6ppm menggunakan FFT.

### 3.6. Penentuan Model Geoid Di Australia

Australian Surveying & Land Information Group (AUSLIG) Geodesy telah menghitung satu model Geoid yang baru bagi Wilayah Australia dan model ini dikenali sebagai AUSGEOID93.

Data yang digunakan untuk perhitungan yang bersesuaian dengan GPS system adalah :-

1. Koefisien geopotensi OSU91 diperkenalkan oleh Professor Richard Rapp, Ohio State University, USA
2. Databases 1980 Australia Graviti daripada Australian Geological Survey Organisation
3. Perisian dan teknik yang dikembangkan oleh Dr A.H.W. Kearsle, Associate Professor University of NSW. Perisian ini ditukar dan dikembangkan oleh AUSLIG, untuk digunakan di PC.

*(petakan daripada AUSLIG; National geoid model)*

Kejituan yang diperolehi daripada AUSGEOID93 dianggarkan dalam 0.5meter manakala kejituan relatif adalah dalam anggaran 2-5ppm. Satu perisian pakej yang dinamakan sebagai *Winter* digunakan untuk perhitungan. Perisian ini menggunakan konsep bi-cubic interpolation untuk menjalankan perhitungan. Berdasarkan kepada perhitungan yang dilakukan daripada AUSGEOID93 nilai N adalah berbeza dengan nilai N terdahulu dengan hanya beberapa centimeter sahaja.

### 3.7. Penentuan Model Geoid Di Great Britain

Great Britain telah menggunakan beberapa kaedah untuk menentukan model geoidnya dengan kejitian yang tinggi seperti :-

- (a) *Satellite - Doppler Geoid*
- (b) *The Satellite Altimetry Geoid*
- (c) *Spherical Harmonic Geoid.*

#### (a) Satellite-Doppler Geoid

Cerapan dengan kaedah ini telah digunakan dan data yang didapati adalah seperti berikut :-

1. koordinat xyz bagi titik yang diskala dan ditentuarah dengan betul bagi pusat jisim koordinat
  2. tinggi othomatrik bagi suatu titik
  3. semi-diameter major dan pesekan sfera di mana geoid dirujukkan
  4. anjakan datum,  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  yang diperlukan untuk memindah pusat jisim koordinat ke koordinat di sistem tempatan.
- ( petakan daripada *Satellite-Derived Geoid For Great Britain And Ireland; J.G.Olliver(1981)*)

#### (b) Satellite-Altometry Geoid

Satellite GEOS-3 mengelilingi bumi dengan altitud 843km dan mengambil penderia radar altimeter dapat mengukur jarak antara satellite dan permukaan laut. Jika kelabaran jalur bagi satu-satu satelit adalah besar/lebar maka, data yang diperolehi daripada satellite itu adalah tidak sesuai untuk menentukan geoid. Jika orbit satu-satu satellite diketahui dan pembetulan pasang surut dapat diukur maka, datanya boleh digunakan untuk tujuan penentuan geoid. Rujukan elipsoid yang digunakan adalah Geodetic Reference System 1980(Moritz,1980). Selepas perhitungan Rapp membandingkan keputusannya dengan dua analisis yang lain untuk menentukan major semi-diameter.

#### (c) Spherical-Harmonic Geoid

Kaedah ini boleh diterangkan dengan menggunakan formula dibawah ini:-

$$W = GM/r \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (a/r)^n [ \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda ] \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \right\} + 1/2 \omega^2 r \cos^2 \phi \quad (33)$$

dimana,

- $G$ =konstan graviti Newton
- $M$ =jisim bumi termasuk atmosfera
- $r$ =jarak dari pusat jisim
- $a$ =radius khatulistiwa bumi
- $\phi, \lambda$ =latitud dan longitud geosentrik
- $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  =Kofisien harmonik peringkat  $n \times m$  setelah dinormalisasi secara penuh
- $\bar{P}_{nm}(\sin \phi)$  =Fungsi Legendre setelah dinormalisasi penuh
- $\omega$  = halaju sudut bagi putaran bumi

Data yang digunakan untuk penentuan geoid adalah GEM(Goddard Earth Model) 10B. Pekali yang telah ditentukan dengan menggunakan data dari 30 putaran satellite adalah  $1654.5^\circ$ . Jenis data ini digunakan adalah disebabkan kaedah gravimetrik adalah lebih mementingkan bentuk bumi manakala saiz bumi tidak ditekankan.

### 3.8. Model Geoid Di Malaysia

Malaysia sebuah negara yang membangun dengan pesat pada masa ini perlu adakan satu model geoid yang berkejitian tinggi untuk memenuhi kehendak pembangunan masa ini. Satu kajian untuk mendapatkan satu teknik penentuan geoid yang jitu dan baik seperti dalam Majid dan Hassan (1997).

Model matematik yang digunakan dalam penentuan geoid dalam kajian ini adalah berdasarkan kepada kombinasi angkali potensial harmonik sferikal dengan data graviti terrestrial. Formula yang digunakan untuk perhitungan ketinggian geoid gravimetrik adalah diberi dalam Fashir(1991) seperti dibawah :-

$$N = N^S + N^C + \Delta N \quad (34)$$

$$N^S = R \sum_{n=2}^L \sum_{m=0}^n [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (35)$$

$$N^C = R / 4\pi\gamma \int_{\sigma}^L S(\psi) \Delta g \, d\sigma \quad (36)$$

$$\Delta N = R/2\gamma \sum_{n=2}^L \sum_{m=0}^n \Delta g_n Q_{nm}(\psi_0) \quad (37)$$

dimana,

$N^S$  : komponen gelombang panjang

$N^C$  : komponen gelombang pendek

$\Delta N$  : selisih Truncation

$$\Delta g^L = \Delta g - \Delta g^S \quad (38)$$

$$\Delta g^S = \gamma \sum_{n=2}^L (n-1) \sum_{m=0}^n [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (39)$$

$$S(\psi) = s(\psi) - \sum_{n=2}^L 2n-1/n-1 P_n(\cos \psi) - \sum_{k=1}^L 2k+1/2 T_k(\psi_0) P_k(\cos \psi) \quad (40)$$

$$S(\psi) = \operatorname{cosec} \psi/2 - 6 \sin \psi/2 + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \operatorname{Log}_e (\sin \psi + \sin^2 \psi/2) \quad (41)$$

Pekali  $T_k(\psi_0)$  boleh diselesaikan dengan persamaan linear seperti dibawah :-

$$\sum_{k=0}^L 2k+1/2 e_{nk}(\psi_0) T_k(\psi_0) = \frac{Q_n}{n}(\psi_0) \quad (42)$$

dengan;

$$e_{nk}(\psi_0) = \int_{\psi=\psi_0}^{\pi} P_n(\cos \psi) P_k(\cos \psi) \sin \psi \, d\psi \quad (43)$$

$$\frac{Q_n}{n}(\psi_0) = Q_n(\psi_0) - \sum_{k=2}^L 2k+1/k-1 e_{nk}(\psi_0) \quad (44)$$

$$\frac{Q_{nm}}{nm}(\psi_0) = \frac{Q_n}{n}(\psi_0) - \sum_{k=0}^L 2k+1/2 T_k(\psi_0) \quad (45)$$

$$Q_n(\psi_0) = \int_{\psi=\psi_0}^{\pi} s(\psi) P_n(\cos \psi) \sin \psi \, d\psi \quad (46)$$

dimana,

$$\frac{S(\psi)}{L} : \text{Stokes's Kernel selepas ubahan}$$

$Q_{nm}^L(\psi_0)$  : koefisien truncation berkaitan dengan stokes's selepas ubahan

$L$  : tahap sfera

$\bar{C}_{n,m}^*, \bar{S}_{n,m}^*$  : koefisien potensi selepas normalisasi penuh

$\bar{\phi}$  : latitud geosentrik

$\bar{\lambda}$  : longitud geosentrik

$\bar{P}_{nm}(\sin \bar{\phi})$  : fungsi Legendre berkaitan

$\Delta g^l$  : residual anomali graviti

$Q_n(\cos \psi)$  : koefisien Molodenskii truncation

$P_n(\cos \psi)$  : Polinomil Legendre peringkat  $n$

$Q_n^L(\cos \psi)$  : Koefisien truncation jenis Molodenskii sfera

$T_k(\psi)$  : Koefisien truncation selepas ubahan

$\sigma_c$  : cap sfera pada titik hitungan

(Semua persamaan diatas adalah petakan daripada .Majid et.al.(1997)).

Beberapa jenis data yang digunakan untuk perhitungan dalam penentuan model geoid adalah seperti:-

- (a) data anomali graviti terrestrial  $1^\circ \times 1^\circ$  (NIMA)
- (b) data anomali purata udara bebas graviti bebas  $30^\circ \times 30'$  (NIMA)
- (c) data anomali purata udara bebas altimetrik  $30^\circ \times 30'$  (NIMA)
- (d) purata terrestrial anomali (OSU)  $30^\circ \times 30'$
- (e) geoid Quasi kepada koefisien geoid selepas pembetulan
- (f) model koefisien geopotensi EGM96
- (g) Data anomali graviti untuk hitungan

(Petikan daripada Majid et.al.(1997))

Sebelum perhitungan Gravimetric Geoid beberapa anggapan dan perhitungan awal perlu dilakukan iaitu

- (a) Pilihan optimal integrasi Saiz Cap ( $\psi_0$ );
- (b) komponen gelombang panjang geoid ( $N^\circ$ );
- (c) reja komponen gelombang geoid ( $N^\circ$ );
- (d) titik ujian terhadap undulasi terbitan GPS.

Kejituan perbandingan antara GPS geoid dengan nilai gravimetrik menunjukkan nilai yang baik iaitu RMS 40cm sahaja. Berdasarkan kepada keputusan hasil kerja gravimetric co-geoid di Malaysia adalah sesuai dengan menggunakan data  $1^\circ \times 1^\circ$  dan  $30' \times 30'$  mean surface gravity anomaly berkombinasi dengan truncated EGM 96(70,70) spherical harmonics potential coefficient set.

### 3.9. Model Geoid Di Singapura

Singapura menggunakan cara geometric geoid prediction untuk menentukan model geoid. Kaedah ini melibatkan parameter, H(ketinggian orthometric), h(ketinggian ellipsoid) dan N(ketinggian geoid). Data yang diperolehi daripada GPS digunakan untuk perhitungan ketinggian elipsoid manakala

ketinggian geoid boleh diperolehi dengan beberapa cara dalam penyelesaian geometric geoid prediction seperti (a) Contour Map Method; (b) Surface Fitting; (c) Translation of GPS adjustment Network; (d) Bilinear Method; (e) Multiquadric Method; (f) Integrated Geodesy Adjustment Model.

$$N_{(GPS)} = h_{(GPS)} - H \quad (47)$$

Cerapan GPS dilakukan antara September 1992 hingga Januari 1993 untuk menentukan geoid model dan membentuk jaringan kawalan ukur triangulasi oleh Survey Department of Singapore (SDS), Jurong Town Corporation (JTC) dan Nanyang Technological University (NTU). Kebanyakan titik kawalan adalah ditetapkan di atas bumbung bangunan tinggi Housing and Development Board (HDB). Selain daripada itu, batu aras dan titik kawalan kadastra juga digunakan. Terdapat 63 titik kawalan ditetapkan diseluruh Singapura.

Perisian "GEOID FITTING V1.0" digunakan untuk perhitungan dan pelarasan. Satu set data diuji untuk menentukan parameter yang perlu digunakan dalam model geoid tersebut. Data ini digunakan untuk mengenalpastikan "best fit" model geoid untuk Singapura. 10 station dikenalpasti diseluruh Singapura sebagai test data. Secara kesimpulannya, purata kejituan ketinggian geoid hanya 2.8cm RMS berdasarkan kepada baseline 35km. Manakala geoid model yang ditentukan dengan 6 parameter merupakan geoid model yang paling sesuai digunakan.

#### 4.0. KESIMPULAN

Secara kesimpulannya, pemahaman tentang penentuan model geoid adalah satu tugas penting untuk seseorang jurukur dan ahli geodesi bagi mendapatkan teknik terbaik lagi sesuai untuk kegunaan negara masing-masing berdasarkan kepada kedudukan dan data yang sedia ada. Dari penulisan ini, didapati banyak negara masakini telah mula menggunakan teknik GPS digandingkan bersama teknik yang sedia ada untuk menentukan model geoid dan hasil yang diperolehi adalah sangat memuaskan.

Untuk memperolehi nilai ketinggian otometrik yang berkejituan tinggi, pada masa lalu ia diperolehi melalui kaedah ukur aras. Dengan perkembangan teknologi satelit dan sains, ketinggian otometrik telah dapat ditentukan dengan kaedah satelit. Dengan itu, penentuan geoid adalah penting dan ianya telah sama-sama berkembang dengan pesat untuk membuka satu era yang baru untuk menentukannya dengan kejituan yang tinggi.

Cara penentuan geoid yang paling asas adalah berdasarkan kepada Stokes integral dengan penyelesaian tiga sempadan yang bernilai dalam fizikal geodesi (Heiskanen and Moritz, 1967). Tetapi pada masa kini kebanyakan negara menggunakan cara kombinasi teknik dalam penentuan model geoid negara mereka. Di New Zealand kombinasi antara terrestrial anomali graviti dan model geopotensial digunakan, manakala Belanda menggunakan kombinasi model geopotensial dan data graviti zon dalaman tempatan. Di Laut Mediterranean pula Least Square Collocation (LSC), Fast Fourier Transform (FFT) dan Fast Hartley Transform (FHT) digunakan. Disebabkan hanya kejituan yang terhad boleh diperolehi dengan cara penentuan teknik astrogeodetik maka ia jarang dilakukan. Walau bagaimanapun kombinasi antara LSC dan FFT adalah biasa digunakan seperti penentuan geoid di Tennessee Amerika Syarikat. Dari segi kejituan pula dapatlah ditunjukkan bahawa LSC adalah lebih sesuai dibandingkan dengan FFT.

Satu faktor yang perlu diambil perhatian ialah pemilihan data yang akan digunakan hendaklah berdasarkan kepada bentuk dan kedudukan kawasan pengukuran itu. Contohnya, Malaysia yang terletak antara latitud  $89^{\circ}$  T hingga  $130^{\circ}$  T dan longitud  $10^{\circ}$  S hingga  $18^{\circ}$  U. Jika grid  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  digunakan akan terdapat 1145 data untuk penyelesaian. Sebaliknya jika grid  $2^{\circ} \times 2^{\circ}$  digunakan, maka data yang diperolehi adalah sangat kurang iaitu hanya 287 dan menggunakan grid  $30' \times 30'$  maka 4592 data boleh diperolehi tetapi ini memerlukan banyak masa dan kos penentuannya akan menjadi terlalu tinggi.

### Rujukan

- Sharum Ses dan Abdul Majid, 1994, "Geodesi Asas", Monograf, Fakulti Kejuruteraan dan Sains Geoinformasi, Universiti Teknologi Malaysia, Malaysia.
- Kharul Anuar dan Abdul Wahid, 1994, "Geodesi Geometrik", Monograf, Fakulti Kejuruteraan dan Sains Geoinformasi, Universiti Teknologi Malaysia, Malaysia.
- Wan Abdul Aziz dan Abdul Wahid, 1998, "Geodesi II (Ukur Geodetik)", Monograf, Fakulti Kejuruteraan dan Sains Geoinformasi, Universiti Teknologi Malaysia, Malaysia.
- Victor Khoo Hock Soon, 1996, "Geoid Model For Singapore", Thesis for Master of Engineering, School of Civil And Structural Engineering, Nanyang Technological University, Singapore.
- Heiskanen, W., and H. Moritz, 1967, "Physical Geodesy", Freeman, New York.
- Vanicek, P. and Krakiwsky, E.J., 1982, "Geodesy The Concepts", North-Holland Publishing Company, Amsterdam, Netherlands.
- Gerrard, S. M. E., 1990, "The Geoid, GPS and Levelling", Thesis for Degree of Doctor of Philosophy, University of Nottingham, United Kingdom.
- Seeber, G., 1993, "Satellite Geodesy-Foundations, Methods and Applications", Walter de Gruyter & Co., New York.
- Torge, W., 1980, "Geodesy: An Introduction", Walter de Gruyter and Co. New York.
- Bomford, G., 1980, "Geodesy" 4th Edition, Oxford University Press.
- Olliver, J.G., 1992, "Space-Derived Geoid Maps of Great Britain", Survey Review, Vol.31 No.244
- She, B.B., 1993, "A PC-Based Unified Geoid For Canada", Thesis For The Degree of Master of Science Engineering, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Alberta, Canada.
- Kearsley, A.H.W., Ahmad, Z., Harvey, B.R. and Kasenda, A., 1993(b), "Contributions To Geoid Evaluations And GPS Heighting", Uniserv S-43, School of Surveying, University of New South Wales, Kensington, Australia.
- Olliver, J.G., 1981, "Space-Derived Geoid For Great Britain and Ireland", Survey Review, Vol.26 No.202, pp.161-179.
- Erik de Min, 1996, "The Netherlands Geoid Computation Procedure", Faculty of Geodetic Engineering, Delft University of Technology.
- A.Majid and Hassan. H.F., 1997, "The Malaysian Geoid : 1997", Faculty of Geoinformation Science and Engineering, University of Technology Malaysia.
- D. Arabelos, S.D. Spatalas, I.N. Tziavos, M.J. Sevilla, J.Catalao, (1994), "Geoid and Tidal Studies in the Mediterranean Sea", Department of Geodesy and Surveying, Aristotle University of Thessaloniki, Instituto de Astronomia y Geodesia, Greece
- Rapp, R.H., and Kadir, M., 1988, "A Preliminary Geoid For The State of Tennessee", Surveying And Mapping, Vol.48, No.4, pp.251-260.
- Gilliland, J.R., 1990, "A Gravimetric Geoid For The New Zealand Region", New Zealand Surveyor, Vol.XXXII, No.276, pp.591-595.