

# Zur Refraktion in Grönland

Von Manfred Stober \*

**Zusammenfassung:** Aus gegenseitigen Zenitdistanzen über einem Fjord an der Westküste Grönlands (Søndre Strømfjord) und über Schnee auf dem grönländischen Inlandeis werden Refraktionskoeffizienten  $k$  berechnet. Über dem Fjord ergibt sich im Mittel  $k = + 0,47$ . Auf dem Inlandeis zeigt  $k$  bei sonnigem Wetter einen starken Tagesgang, dagegen bei bedecktem Himmel fast konstante Werte.

Weiterhin wird die nötige Gleichzeitigkeit gegenseitiger Zenitdistanzen in Abhängigkeit der Zielweite untersucht sowie ein Vergleich zwischen Trigonometrischer Höhenmessung und Nivellement angestellt.

**Summary:** The refraction coefficient  $k$  is calculated from reciprocal vertical angle measurements over a fiord at the West coast of Greenland (Søndre Strømfjord) and over snow on the Greenland ice cap. Over the fiord the average of  $k$  is  $+ 0,47$ . On the ice cap, a strong diurnal cycle is found when the weather is sunny, but a rather constant  $k$  when the sky is covered.

In addition the necessary simultaneity of the observations in relation to the range is investigated, and trigonometric levelling is compared to the geodetic levelling.

## 1. Einleitung

Aus früheren praktischen und theoretischen Untersuchungen zur Frage des Refraktionskoeffizienten  $k$  über Eis, z. B. [1], [3], [4], [5], geht hervor, daß Betrag und Veränderung von  $k$  wesentlich größer sein können als über eisfreier Oberfläche. Dipl.-Ing. A. Karsten, Hamburg, und der Verfasser nutzten die Teilnahme an einer Kampagne der Internationalen Glaziologischen Grönland-Expedition (EGIG) 1974 zu einem Beitrag zu den speziellen Refraktionsverhältnissen in Grönland, besonders im Hinblick auf den Einsatz der trigonometrischen Höhenmessung anstelle des zeitraubenden Nivellements.

Die Höhenübertragung im West-Ost-Profil der Expedition geht von Festpunkten im eisfreien Küstenrandgebirge aus, führt dann über die Randgletscher auf das Inlandeis bis zur Höhe von ca. 3.200 m über dem Meer, so daß allein schon klimatisch und untergrundbedingt sehr verschiedenartige Refraktionsverhältnisse zu erwarten sind. Diese Verschiedenartigkeit sollte auch in den Untersuchungsgebieten zum Ausdruck kommen, was infolge mangelnder Gelegenheit nicht völlig repräsentativ gelungen war. An folgenden Orten wurden gegenseitige Zenitdistanzen gemessen:

1. Søndre Strømfjord,  $\phi = 67^\circ$ ,  $\lambda = - 52^\circ$ ; Datum 1. 7. 74; Dauerbeobachtungen von 11.15 bis 16.15 Uhr Ortszeit, Strecke 2.045 m, Ziellinie über den Fjord hinweg in ca. 10 m über Wasser und Sandbänken.  
Umgebung der Instrumentenstandpunkte felsig mit teilweise spärlichem Bewuchs. Temperatur  $+ 18^\circ$  C, Wind ca. 2 m/sec, leichtes Flimmern, sonnig.
2. Inlandeis bei T 46;  $\phi = 71^\circ,2$ ,  $\lambda = - 36^\circ,4$   
Datum 26. 7. 74, Dauerbeobachtung von 14.40 bis 18.40 Uhr Ortszeit. Strecke 858,64 m, Temperatur  $- 1,5^\circ$  C.  
Bis 17.10 Uhr OZ sonnig, leichte Brise; nach 17.10 Uhr Aufzug einer Wolkenfront, bedeckt, leichter Schneefall, Wind stärker.

## 2. Auswertemethoden

- 2.1. Zur Berechnung der Höhenunterschiede  $\Delta h$  und des Refraktionskoeffizienten  $k$  aus gegenseitigen Zenitdistanzen  $Z_A$ ,  $Z_B$  stehen folgende Formeln zur Verfügung:

$$\Delta h = a \left( 1 + \frac{Hm}{R} \right) \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{(Z_A + \delta_A) - (Z_B + \delta_B)}{2} \right) \quad (1)$$

\* Dipl.-Ing. Manfred Stober, Geodätisches Institut der Universität (TH), 75 Karlsruhe 1, Englerstraße 7.

Bei Annahme gleicher Refraktionswinkel  $\delta_A = \delta_B$  wird hieraus

$$\Delta h = a \left( 1 + \frac{Hm}{R} \right) \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{Z_A - Z_B}{2} \right) \quad (2)$$

$$k = 1 - \frac{Z_A + Z_B - 180^\circ}{\gamma} \quad (3)$$

mit dem mittleren Fehler  $m_k = \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} (m_{Z_A}^2 + m_{Z_B}^2)}$  (3')

mit  $a$  = Entfernung beider Standpunkte  
 $R$  = Erdradius

$$\gamma = \frac{a}{R} \cdot \rho ; Hm = \text{mittlere Standpunkthöhe}$$

2.2. Der mittlere Fehler  $m_Z$  der Zenitdistanzmessungen kann zweifach ermittelt werden:

a) Bei Annahme von  $\Delta h = \text{const}$ , symmetrischer Refraktion und gleicher mittlerer Zenitdistanzfehler  $m_{Z_A} = m_{Z_B}$  aus der Streuung der gefundenen Höhenunterschiede

$$m_Z = \frac{\sqrt{2}}{a} \cos^2 \left( \frac{Z_A - Z_B}{2} \right) \cdot m_{\Delta h} \cdot \rho \quad \text{mit } m_{\Delta h} = \sqrt{\frac{[(\Delta h - \Delta h)^2]}{n - 1}} \quad (4)$$

b) Aus dem mittleren Fehler der Indexverbesserung  $i$  der Zenitwinkel:

Die Indexverbesserung  $i$  ist nur langsam veränderlich (z. B. mit der Temperatur), deshalb ergibt sich aus  $i$  nach Abspaltung des langzeitigen Trends  $t$  die Verbesserung  $V_i = i - t$

$$m_i = \pm \sqrt{\frac{[V_i V_i]}{n - 1}} = m_Z \quad (5)$$

weil die Fehler der Indexverbesserung im wesentlichen die Fehler der Zenitwinkelmessung widerspiegeln. Auf diese Weise kann  $m_Z$  für beide Standpunkte getrennt angegeben werden.

2.3. Prüfung der Voraussetzung, daß die Lichtbahn symmetrisch ist.

Trifft die Voraussetzung zu und ändert sich der berechnete Refraktionskoeffizient signifikant, so muß diese Änderung sich in einer Änderung der Zenitdistanzen auf beiden Stationen gleichzeitig bemerkbar machen.

Aufschluß über diese und ähnliche Fragen gibt der Kreuzkorrelationskoeffizient  $r$

$$r(Z_A, Z_B) = \frac{\sum (Z_A - \bar{Z}_A) (Z_B - \bar{Z}_B)}{\sqrt{\sum (Z_A - \bar{Z}_A)^2 \cdot \sum (Z_B - \bar{Z}_B)^2}} \quad (6)$$

zwischen den paarweise beobachteten Variablen  $Z_A$  und  $Z_B$ .

Ändert sich der Refraktionskoeffizient, so wird der statistische Erwartungswert von  $r(Z_A, Z_B) > 0$ , ändert sich der Höhenunterschied (z. B. wegen Einsinkens), so wird  $r(Z_A, Z_B) < 0$

2.4. Einblick in das statistische Verhalten einer Beobachtungsreihe  $Z_i$  ergibt die Autokorrelationsfunktion  $r(Z, \tau)$ , wobei  $\tau$  ein äquidistanzes Zeitintervall ist.

$$r_{(Z,\tau)} = \frac{\sum (Z_i - \bar{Z}) (Z_{i+\tau} - \bar{Z})}{\sqrt{\sum (Z_i - \bar{Z})^2 \cdot \sum (Z_{i+\tau} - \bar{Z})^2}} \quad (7)$$

mit  $\tau = 5, 10, 15 \dots$  Minuten.

### 3. Ergebnisse

Für den Signifikanztest eines Refraktionskoeffizienten wird der Maximalwert  $r_{\max}$  angegeben, welcher für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 0,05$  gerade noch als Zufallswert angesehen werden kann.

#### 3.1. Søndre Strømfjord

Es wurden 66 gegenseitige Zenitdistanzen ausgewertet, die gleichzeitig oder höchstens mit 2 Minuten Zeitdifferenz gemessen wurden. Beobachtet wurde ca. alle 4 Minuten.

In Abb. 1 ist für jeden Standpunkt der zeitliche Verlauf der Zenitdistanzen und des Refraktionskoeffizienten dargestellt.

Wir erhalten folgende Werte:

##### 3.1.1. Höhenunterschied

Mittel  $\Delta h_m = 16,275 \pm 0,004$  m  
 Anzahl  $n = 66$   
 mittl. Fehler einer Bestimmung  $m_o = \pm 0,031$  m

Autokorrelationsfunktion  $r(h, \tau)$

$\tau$ [min]	$r(\Delta h, \tau)$	n	$ r_{\max} $
4	+ 0,30	65	0,25
8	+ 0,12	64	0,25
12	+ 0,01	63	0,25

##### 3.1.2. Refraktionskoeffizient k

Mittel  $k_m = + 0,47 \pm 0,02$   
 $m_o = \pm 0,15$   
 mittl. Fehler des Einzelwerts nach (3')  $m_{k_o} = \pm 0,12$   
 mittl. Fehler des Einzelwerts aus (4)  $m_{k_o} = \pm 0,10$

Autokorrelationsfunktion  $r(k, \tau)$

$\tau$ [min]	$r(k, \tau)$	n	$ r_{\max} $
4	+ 0,73	65	0,25
8	+ 0,65	64	0,25
12	+ 0,49	63	0,25

##### 3.1.3. Zenitdistanz Nord $Z_A$

Mittel =  $90^\circ 29' 04,0 \pm 0,7$   
 $\pm 2,1^{cc}$   
 $m_o = \pm 5,8 = 17,5^{cc}$   
 $r_{(Z_A, \tau = 4 \text{ min})} = + 0,48$   
 $|r_{\max}| = 0,24$

##### 3.1.4. Zenitdistanz Süd $Z_B$

Mittel =  $99^\circ 49' 8,78 \pm 2,6$   
 $\pm 22^{cc}$   
 $m_o = \pm 22^{cc}$   
 $r_{(Z_B, \tau = 4 \text{ min})} = + 0,86$   
 $|r_{\max}| = 0,24$

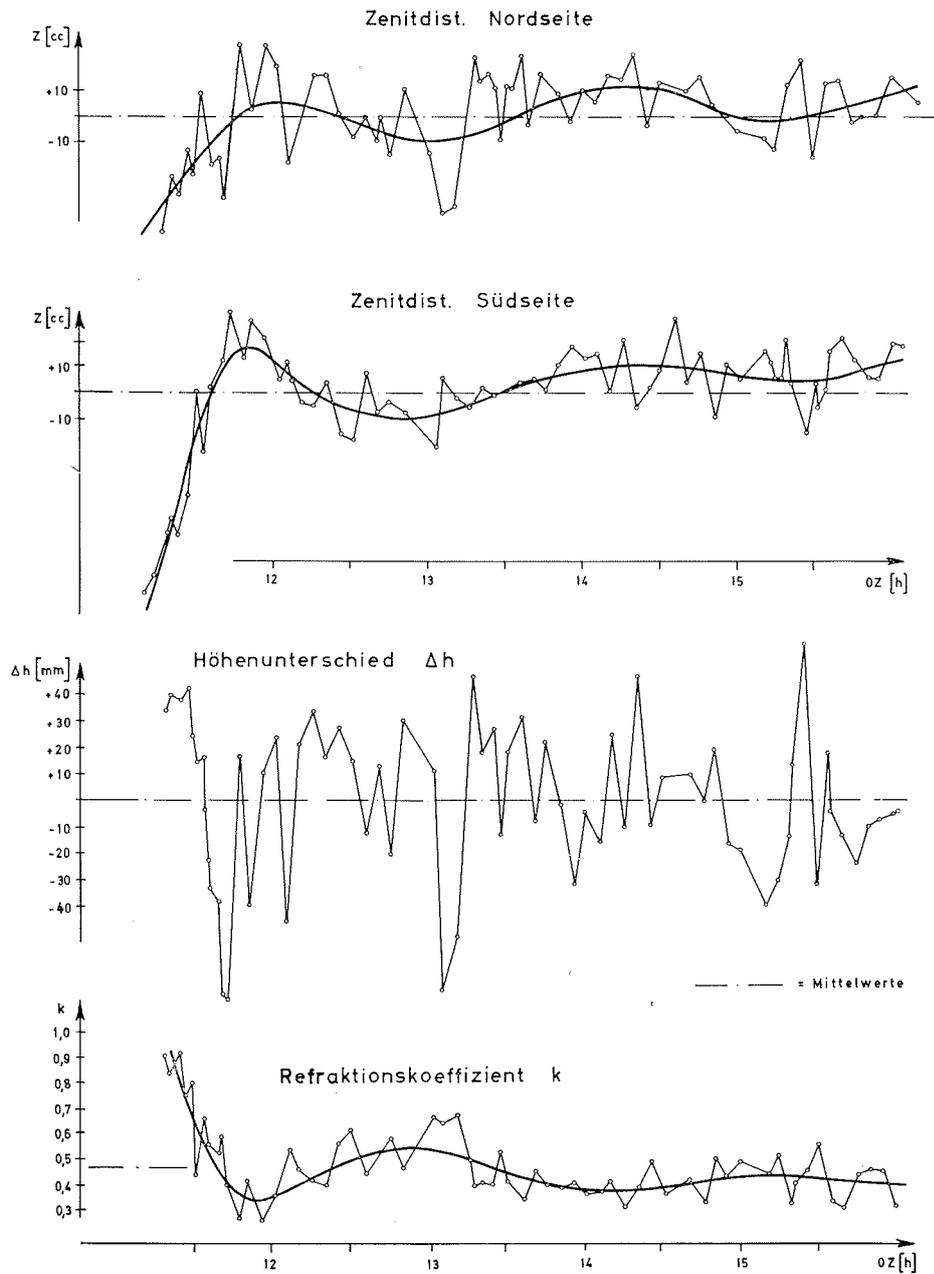


Abb. 1: Zeitlicher Verlauf der Zenitdistanzen, des Höhenunterschiedes und des Refraktionskoeffizienten — Søndre Strømfjord.

Fig. 1: Variation of vertical angles, of height difference and of the coefficient of refraction as a function of time — Søndre Strømfjord.

Kreuzkorrelation der Zenitdistanzen  $Z_A, Z_B$   
für gemessene Zenitdistanzen:  $r_{(Z_A, Z_B)} = + 0,40$   $|r_{\max}| = 0,26$   
für graphisch geglättete Zenitdistanzen:  $r_{(Z_A, Z_B)} = + 0,94$

### 3.1.5. Diskussion

Das Ergebnis dieses relativ warmen, sonnigen Tages deutet auf starke Refraktionsänderung bis 12.00 Uhr OZ, danach finden nur noch leichte Schwankungen um den Mittelwert  $k_m = + 0,47$  statt. Diese leichten Schwankungen wären in Anbetracht der Genauigkeit der Einzelwerte nicht signifikant, jedoch werden sie erhärtet durch hohe bzw. sehr hoch signifikante positive Kreuzkorrelation der gemessenen bzw. geglätteten Zenitdistanzen, was gleichzeitig ein Indiz für symmetrischen Lichtstrahlenverlauf auf beiden Stationen ist. Der Verlauf des Höhenunterschiedes ist allgemein sehr stark streuend (Maximalabweichung vom Mittel 7 cm!), es läßt sich daher aus seiner Konstanz nichts über die Realität der Refraktionsänderung bis 12.00 Uhr OZ schließen.

### 3.2. Inlandeis bei T 46

Hier wurden 37 gegenseitige und exakt gleichzeitige Zenitdistanzen beobachtet, teilweise im 5-Minuten- und teilweise im 15-Minuten-Abstand. Der Zielstrahl führte überall durch Luftschichten in Höhe von ca. 1,5 m. Die Ergebnisse sind Abb. 2 zu entnehmen.

Es fällt in Abb. 2 sofort auf, daß um 17.15 Uhr alle Kurven eine plötzliche Veränderung erfahren. Da genau um diese Zeit eine Wolkenfront aufzog, werden die Berechnungen für beide Abschnitte getrennt durchgeführt.

Die Ergebnisse:

#### 3.2.1. Höhenunterschied $\Delta h$

Autokorrelationskoeffizient

		$r_{(\Delta h_i, \Delta h_{i+\tau})}$	$ r_{\max} $
Gesamtmittel	$\Delta h_m = 1.323 \pm 0,002$ m	+ 0,66	0,37
Mittel 14.30 — 17.10	$\Delta h'_m = 1.333 \pm 0,002$ m	— 0,19	0,42
Mittel 17.10 — 18.40	$\Delta h''_m = 1.312 \pm 0,002$ m	+ 0,19	0,42

#### 3.2.2. Refraktionskoeffizient k

Gesamtmittel	$k_m = + 0,19 \pm 0,05$
Mittel 14.30 — 17.10	$k'_m = + 0,08 \pm 0,08$
Mittel 17.10 — 18.40	$k''_m = + 0,33 \pm 0,03$
Mittl. Fehler des Einzelwerts nach (3')	$m_{k_0} = \pm 0,24$
Mittl. Fehler des Einzelwerts abgeleitet aus (4)	$m_{k_0} = \pm 0,20$

Autokorrelationsfunktionen von  $\Delta h$  und k für die Zeitintervalle  $\tau$

$\tau$ [min]	$r(\Delta h, \tau)$	n	$ r_{\max} $	$r(k, \tau)$
5	+ 0,66	30	0,37	+ 0,80
10	+ 0,63	28	0,39	+ 0,72
15	+ 0,57	32	0,35	+ 0,66
20	+ 0,71	25	0,40	+ 0,68
25	+ 0,63	24	0,40	+ 0,72
30	+ 0,64	27	0,38	+ 0,66

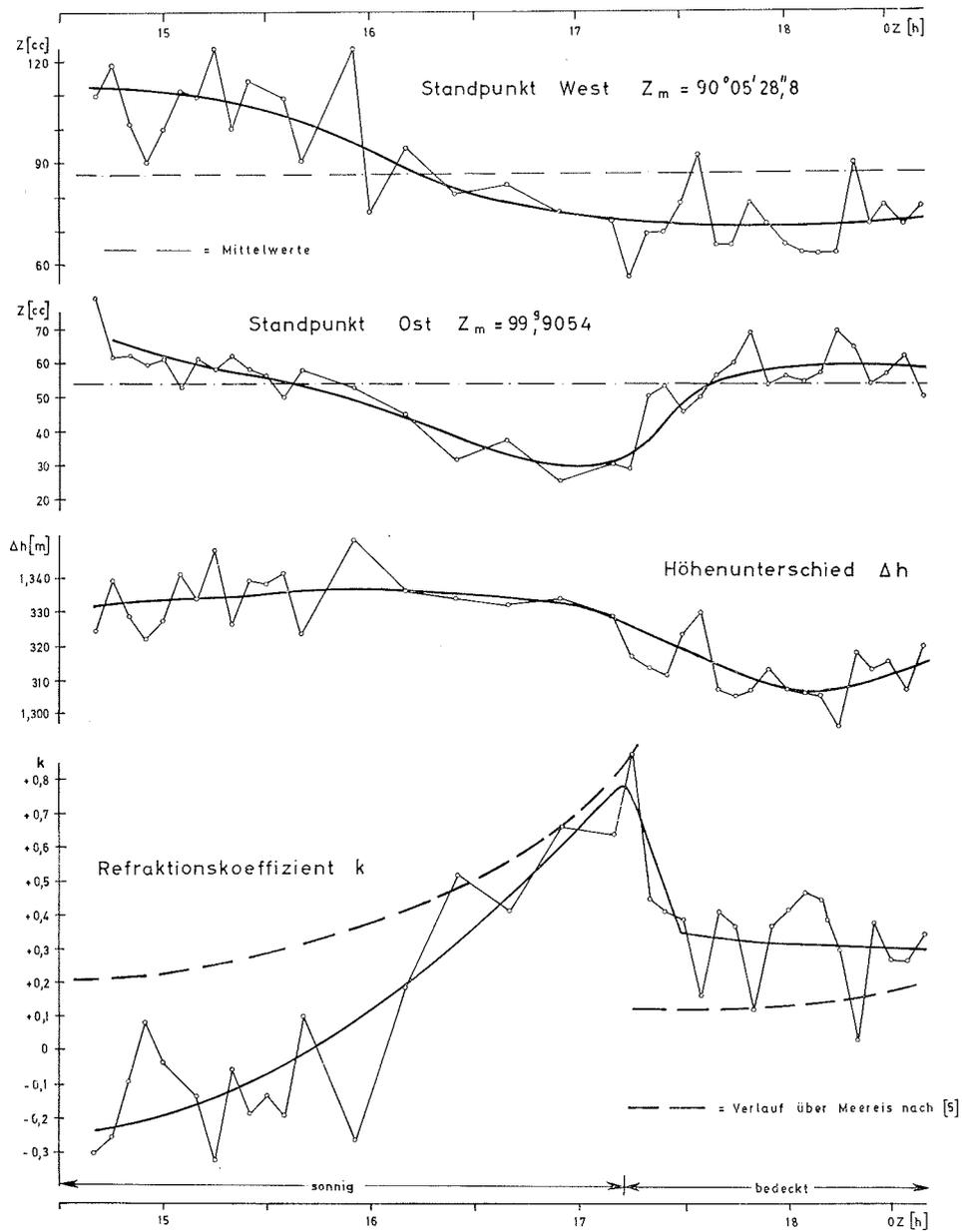


Abb. 2: Zeitlicher Verlauf der Zenitdistanzen, des Höhenunterschiedes und des Refraktionskoeffizienten — Inlandeis bei T 46.

Fig. 2: Variation of vertical angles, of height difference and of the coefficient of refraction as a function of time — ice cap near T 46.

3.2.3. Zenitdistanzen West ( $Z_A$ )

Mittel 90°05'28,8

Ost ( $Z_B$ )

99°0054

$\tau$ [min]	$r_{(Z_A, \tau)}$	n	$r_{\max}$	$r_{(Z_B, \tau)}$	n	$r_{\max}$
5	+ 0,77	31		+ 0,56	30	0,36
10	+ 0,73	28		+ 0,15	27	0,38
15	+ 0,65	30	0,39	+ 0,59	32	0,35
20	+ 0,66	27		+ 0,11	23	0,42
25				+ 0,31	24	0,40
30	+ 0,67	28		+ 0,46	26	0,39

Kreuzkorrelation der Zenitdistanzen beider Stationen

Zeitraum	$r_{(Z_A, Z_B)}$	n	$ r_{\max} $
Gesamt	+ 0,27	37	0,32
14.30 — 17.10	+ 0,73	20	0,45
17.10 — 18.40	— 0,12	17	0,48

Indexverbesserung i	West	Ost
Mittel	68 <sup>cc</sup>	140 <sup>cc</sup>
mittl. Fehler des Mittels	$\pm 3,0^{\text{cc}}$	1,3 <sup>cc</sup>
mittl. Fehler einer Beobachtung	18,3 <sup>cc</sup>	7,8 <sup>cc</sup>
Autokorrelation r	+ 0,06	+ 0,20
$r_{\max}$	0,32	0,32

3.2.4. Diskussion der Ergebnisse von T 46

Die Formeln zur Berechnung der Refraktion beruhen auf der Voraussetzung, daß das Licht eine Kreisbahn mit  $1/k$ -fachem Erdradius R durchläuft. Bis zum Aufzug der Wolkenfront um 17.10 Uhr Ortszeit ist die Kreuzkorrelation der Zenitwinkel beider Stationen

$$r_{(Z_A, Z_B)} = + 0,73 \quad \text{positiv und signifikant, danach mit} \quad r_{(Z_A, Z_B)} = - 0,12$$

dagegen nicht mehr. Die Hypothese der Kreisbahn oder zumindest symmetrischen Strahlenverlaufs ist nach 17.10 Uhr OZ abzulehnen.

Die unterschiedliche Reaktion beider Zenitwinkel besonders direkt nach Beginn der Bewölkung könnte damit erklärt werden, daß beim Standpunkt Ost Fahrzeuge unmittelbar neben dem Instrument standen, die eventuell das Mikroklima durch Abstrahlung zusätzlich beeinflusst haben. Das Instrument West dagegen befand sich in freier Umgebung.

Bis zur Störung ab 17.10 Uhr herrschten homogene Klimaverhältnisse, die beiden Standpunkte lagen in meteorologisch gleichen Bedingungen. Dies erkennt man auch klar an der guten Konstanz des Höhenunterschiedes  $\Delta h$ , trotz der starken Refraktionsänderung von  $k = - 0,3$  bis  $+ 0,6$  in diesem Zeitraum. Die Autokorrelationsfunktion des Refraktionskoeffizienten bestätigt den starken zeitabhängigen Trend.

Die Genauigkeit der Zenitwinkel ( $m_{\text{Ost}} = \pm 7,8^\circ$  bzw.  $m_{\text{West}} = \pm 18,3^\circ$ ) bedingt einen Fehler im abgeleiteten Refraktionskoeffizienten von  $m_k = \pm 0,24$ , weshalb kurzfristige Fluktuationen nicht nachweisbar sind, sondern nur der langfristige Trend.

Einen wichtigen Hinweis erhalten wir aber aus der Kreuzkorrelation des Indexfehlers  $i$  mit der zugehörigen Zenitdistanz.

$$\begin{array}{l} \text{West} \quad r_{(i,z)} = -0,60 \\ \text{Ost} \quad r_{(i,z)} = +0,22 \end{array} \quad |r_{\text{max}}| = 0,32$$

Auf West ist die Korrelation signifikant, d. h. Änderungen der Zenitdistanz sind auf Meßfehler zurückzuführen und nicht auf eventuelle kurzperiodische Refraktionsschwankungen. Auf Ost ist wegen der kleineren Zenitdistanzfehler diesbezüglich keine signifikante Aussage möglich.

Nach dem oben Gesagten erscheint es berechtigt, die Refraktionswerte graphisch zu glätten und durch eine stetige Kurve zu ersetzen. Eine Unstetigkeitsstelle entsteht nur bei Aufzug der Wolkenfront. Zum Vergleich sind in Abb. 2 noch die Kurvenstücke eingezeichnet, die Thiele/Zick [5] bei einer horizontalen Sicht für gleiche Ortszeiten und ähnliche Witterungsbedingungen fanden. Wenn auch die Beträge von  $k$  verschieden sind, so stimmt doch das generelle Verhalten gut überein. Bei Sonne und leichtem Wind ändert sich  $k$  sehr stark im Laufe der Tageszeit, bei bedecktem Himmel ist  $k$  niedriger und nur wenig veränderlich.

#### 4. Untersuchung der nötigen Gleichzeitigkeit von Zenitdistanzmessungen

Schon in [5] wurde die Frage der notwendigen Gleichzeitigkeit der beiden Zenitwinkel-messungen angeschnitten. Da der Anstieg von  $k$  mit der Zeit auf dem grönländischen Inlandeis nach den allerdings wenigen hier erhaltenen Ergebnissen noch wesentlich steiler erfolgt als über Meereis nach [5], soll hier erneut dieses für die praktische Organisation wichtige Thema diskutiert werden.

Abgesehen von sehr hochfrequenten zufälligen Änderungen von  $k$  entscheidet der Anstieg der Funktion  $k = k(t)$  mit  $t = \text{Zeit}$  über die nötige Gleichzeitigkeit.

Unter Vernachlässigung von  $\frac{Hm}{R}$  und mit

$$\begin{aligned} \delta_A &= k_A \cdot \gamma/2 ; \quad \delta_B = k_B \cdot \gamma/2 \\ \Delta k &= k_A - k_B ; \quad \Delta k \cdot \gamma/4 = d\alpha ; \quad \frac{Z_A - Z_B}{2} = \alpha \end{aligned}$$

$$\text{Wird aus (1): } \Delta h = a \cdot \text{tg} \left( \frac{Z_A - Z_B}{2} + \frac{\gamma}{4} \cdot \gamma k \right) = a \cdot \text{tg}(\alpha + d\alpha) \quad (8)$$

Eine nach dem 1. Glied abgebrochene Taylor-Entwicklung ergibt weiter:

$$d(\Delta h) = \frac{a}{\cos^2 \left( \frac{Z_A - Z_B}{2} \right)} \cdot \frac{\gamma}{4} \cdot \frac{\Delta k}{\rho}$$

und nach Vereinfachung

$$\Delta k = \frac{4R}{a^2 + h^2} \cdot d(\Delta h) \quad (9)$$

Wir fordern noch, daß der Fehler  $d(\Delta h) \leq 1$  cm bleiben soll und stellen nach (9) eine Tabelle der resultierenden  $\Delta k$  zusammen. In Formel (9) bewirkt ein größerer Höhenunterschied nur bei sehr kurzen Entfernungen einen Einfluß auf  $\Delta k$ , jedoch wird dann auch die zulässige Zeitdifferenz  $\Delta t$  ohnehin so groß ( $\Delta t = 51$  min für  $a = \Delta h = 500$  m), wie sie in der geodätischen Praxis kaum vorkommt. Es genügt deshalb,  $\Delta k$  als Funktion der Strecke  $a$  anzugeben.

Tabelle:  $\Delta k = \frac{4R}{a^2 + \Delta h^2} \cdot d(\Delta h)$  für  $d(\Delta h) = 0,01$  m  
und  $\Delta h \leq 50$  m

a [km]	0,5	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	2	3	5	10	15	20
$\Delta k$	1,01	0,40	0,25	0,18	0,13	0,10	0,06	0,03	0,01	0,003	0,001	0,0006

Auf dem grönländischen Inlandeis bei T 46 ergab sich bei Sonne  $\Delta k = 0,1/10$  min (Abb. 2); um die zulässige Zeitdifferenz  $\Delta t$  der Zenitwinkelmessungen in Minuten zu erhalten, müssen demnach alle Werte  $\Delta k$  der Tabelle mit 100 multipliziert werden.

Will man nicht streng gleichzeitig beobachten, so stellt sich die Frage nach sinnvollen Zeitdifferenzen und Zielentfernungen. Der in [5] genannte Zeitraum von 15 min begrenzt die Entfernung auf 1,3 km. Für Messungen auf dem Inlandeis sollte es im Interesse eines flotten Arbeitsfortschritts möglich sein, 10 min als höchstzulässiges Zeitintervall einzuhalten, die zugehörige maximale Entfernung beträgt damit 1,6 km.

#### 5. Gesamtfehler der Trig. Höhenmessung und Vergleich mit Nivellement

Wenn Gleichzeitigkeit mit der höchstzulässigen Zeitverschiebung  $\Delta t = 10$  min angestrebt wird, so kann im Durchschnitt mit  $t = 5$  min ein Simultaneitätsfehler  $m_{\Delta t}$  bei vielen Höhenunterschieden als zufälliger Fehler angesehen werden, und es ergibt sich aus (2) und (9) der mittlere Gesamtfehler eines Höhenunterschiedes zu

$$m_{\Delta h}^2 = \left(\frac{\Delta h}{a}\right)^2 \cdot m_a^2 + \left(\frac{a}{2\rho}\right)^2 \cdot (m_{z_A}^2 + m_{z_B}^2) + m_{\Delta t}^2 \quad (10)$$

Als Zahlenbeispiel soll die westliche Gletscherrandzone des EGIG-Profiles betrachtet werden. Die Steigung entspricht  $\Delta h/a = 0,013$ . 1959 wurden 64 km zu Fuß mit 464 Standpunkten und einem mittleren Fehler von  $m_{64 \text{ km}} = \pm 56$  mm nivelliert [2].

Mit  $m_a = 0,10$  m,  $a = 1,6$  km,  $m_{z_A} = m_{z_B} = 10''$ ,  $m_{\Delta t} = m_{5 \text{ min}} = 0,005$  m

$$\Delta h/a = 0,013$$

wird aus (10)  $m_{\Delta h} = \pm 0,018$  m

Mit trigonometrischer Höhenmessung bei Streckenlängen von 1,6 km würden sich 40 Höhenunterschiede ergeben, woraus man den mittleren Fehler

$$m_{64 \text{ km}} \approx 18 \cdot \sqrt{40} = \pm 114 \text{ mm erhält.}$$

Verglichen mit der Genauigkeit des Nivellements ist zwar eine Genauigkeits-Minderung um den Faktor 2 festzustellen, die aber noch als ausreichend für die Anschlußmessung angesehen werden kann. Die Vorteile der trig. Messung liegen bei schnellerem und bequemerem Arbeitsfortschritt sowie in der Ersparnis von 2 Personen, die beim Nivellement als Lattenhalter zusätzlich benötigt werden.

#### 6. Zusammenfassung

Die trigonometrische Refraktion wurde an zwei Standorten mit gleichzeitigen, gegenseitigen Zenitdistanzen bestimmt:

- 1.) Søndre Strømfjord, Zielstrahl über Fjord in ca. 10 m Höhe  
(66 Messungen in ca. 5 Stunden)
- 2.) Inlandeis bei T 46, Zielstrahl über Schnee in 1,5 m Höhe  
(37 Messungen in ca. 4 Stunden)

Die Refraktion über dem Fjord in ca. 10 m Höhe scheint unseren mitteleuropäischen Verhältnissen ähnlich zu sein, im Mittel des Beobachtungstages war  $k = + 0,47$ . Dieses Ergebnis steht im Einklang mit den Untersuchungen von Meier [3], der in Spitzbergen 20 m über Wasser etwa  $k = + 0,4$  fand.

Auf dem Inlandeis dagegen zeigt sich besonders bei sonnigem Wetter ein deutlicher Tagesgang mit  $k = - 0,3$  bis  $+ 0,6$  innerhalb eines Nachmittags; bei bedecktem Himmel bleibt  $k$  gegen Abend bei  $+ 0,35$  ziemlich konstant. Auch diese relativ wenigen Beobachtungen stehen im Einklang mit denen anderer Autoren.

Überlegungen über die notwendige Gleichzeitigkeit bei gegenseitigen Zenitdistanzen führten zu dem Vorschlag, bei einem zulässigen Zeitintervall von 10 min die Entfernungen auf 1,6 km zu begrenzen. Besonders im stärker geneigten Gletscherrandgebiet steht damit die trigonometrische Höhenmessung dem geometrischen Nivellement an Genauigkeit nicht wesentlich nach und ist an Schnelligkeit und Personalbedarf weit überlegen.

#### Literatur

- [1] Angus-Leppan, P. V.: Refraction over Snow and Ice Surfaces. Int. Symposium on Terrestrial Electromagnetic Distance Measurements and Atmospheric Effects on Angular Measurements, Stockholm 1974.
- [2] Mälzer, H.: Das Nivellement über das Grönländische Inlandeis 1959. Meddelelser om Grønland, Band 173, Nr. 7, Kopenhagen 1964.
- [3] Meier, S.: In: Die wissenschaftlichen Ergebnisse der deutschen Spitzbergenexpedition 1964—1965. Geod. und Geophys. Veröffentlichungen des NKGG, Reihe III, Heft 9, 1. Teil.
- [4] Lichte, H.: Geodätische Messungen auf dem grönländischen Inlandeis. ZfV 82 (1957), S. 46—50, 65—73.
- [5] Thiele, P. und Zick, W.: Zur Simultaneität von trigonometrischen Höhenmessungen über Meereis. AVN 1973, H. 11, S. 419—425.