

# ТЕМАТИЧЕСКИЕ И РЕГИОНАЛЬНЫЕ



## Региональная модель динамики льда.

### Часть 1. Описание модели, постановка численных экспериментов и современная динамика потока в окрестностях станции Конен

О. Рыбак<sup>1,4</sup>, Ф. Хёбрехтс<sup>1,2</sup>, Ф. Паттэн<sup>3</sup>, Д. Штайнхаге<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Bremerhaven, Germany; <sup>2</sup>Vrije Universiteit Brussel, Brussels, Belgium;

<sup>3</sup>Université Libre de Bruxelles, Brussels, Belgium; <sup>4</sup>Сочинский научно-исследовательский центр РАН

*Статья поступила в редакцию 23 июня 2006 г.*

*Представлена членом редколлегии В.Н. Голубевым*

Рассмотрены методологические аспекты реконструкции нестационарной динамики потока льда в области 600×400 км на Земле Королевы Мод в Антарктиде с помощью региональной математической модели.

#### Введение

В последнюю четверть века математические модели стали важнейшим инструментом изучения макродинамики ледниковых щитов и связей их состояния с компонентами климатической системы Земли. Модели позволяют изучать как современные щиты, так и реконструировать исчезнувшие, а также прогнозировать состояние ледниковых щитов в будущем. Традиционно комплексные трехмерные модели ледниковых щитов [10, 20 и др.] строились на основе приближения уравнений движения мелкого льда SIA (Shallow Ice Approximation) [9]. В рамках SIA-моделей считается, что деформации льда обусловлены только касательными напряжениями в вертикальной плоскости. SIA-модели накладывают ограничения на соотношение между характерной толщиной щита и горизонтальным разрешением модели, приблизительно 1:10. Это ограничение не существенно для большей части Антарктиды, однако в таком случае нельзя с надлежащей точностью описать динамику

ледниковых потоков в окрестностях ледоразделов, линии налегания, в областях со сложной топографией ложа и др. Ограничение на пространственное разрешение не позволяет ассимилировать в модели данные полевых наблюдений, получаемые с большим пространственным разрешением. Собственно, уже для описания динамики шельфового льда и переходной зоны между шельфовым льдом и ледниковым щитом приходится отходить от SIA-моделей. Для описания в таких моделях полного тензора напряжений требуются вычислительные ресурсы на порядки большие, чем это необходимо при решении задач в рамках SIA-моделей. Альтернативой служит применение аппроксимации неполного второго порядка [2]. Физический смысл ее заключается в пренебрежении сопротивлением меняющемуся градиенту напряжения сдвига в направлении движения для вертикально проинтегрированного баланса сил. В [17] показано, что этот член на два порядка меньше по величине, чем другие касательные и нормальные на-

пряжения даже для тех районов, где происходит смена режима течения, например, в непосредственной близости от ледоразделов.

Чтобы оптимизировать расчеты деформаций льда и скоростей потока в модели, в которой используется более высокая, чем в SIA, степень аппроксимации, целесообразно разбить задачу на две части: 1) имитация динамики ледникового щита на комплексной SIA-модели с относительно грубым пространственным разрешением и 2) решение уравнений движения более высокого порядка аппроксимации в ограниченной области (встроенном домене) с большим пространственным разрешением. Этот подход был реализован при моделировании и прогнозе регионального климата. Модели такого типа в англоязычной литературе носят название «nested models», а мы будем называть их встроенными. Основная задача, которая должна быть решена при построении встроенной модели, заключается в организации обмена данными между двумя суб-моделями: большой (комплексная SIA-модель, БМ) и малой (модель встроенного домена с большим пространственным разрешением, ММ). Существует два пути организации обмена данными [4]: с динамической обратной связью между большой и малой моделями и без нее. В первом случае рассчитанные в малой модели поля транслируются обратно в большую, во втором нет. Первый подход чреват разного рода вычислительны-

ми сложностями в силу потенциальной несовместимости описания физических процессов в малой и большой моделях. Так, динамическая обратная связь была причиной численной неустойчивости в [22]. Обе суб-модели использовали одни и те же системы уравнений, только во встроенном домене проводилась десятикратная пространственная детализация. В большой модели генерировались краевые условия, которые интерполировались на границе встроенного домена. Малая модель возвращала в большую рассчитанную топографию поверхности щита в совпадающих узлах сетки. По мнению авторов [22], целесообразнее использовать подход без обратной связи, что было реализовано в модели Гренландского щита [7], где во встроенном домене решались уравнения более высокого порядка точности по сравнению с SIA, но без обратной связи с внешним доменом.

В настоящей работе мы рассматриваем встроенную модель, в которой во внутреннем домене применяется как пространственная детализация, так и более высокий порядок аппроксимации по сравнению с SIA. Глобальная динамика Антарктического ледникового щита имитируется трехмерной комплексной моделью (БМ), которая детально рассмотрена в [11, 12]. Модель состоит из взаимосвязанных компонентов, описывающих эволюцию собственно ледникового щита и шельфового льда, взаимодействие щита и подстилающих пород (гляциоизостатическое приспособление земной коры), климатический форсинг и баланс массы щита. Пространственное разрешение модели составляет 20 км по горизонтали и 30 слоев по вертикали. В малой модели использован неполный второй порядок аппроксимации [18]. Ее пространственное разрешение равно 2,5 км по горизонтали и 100 слоев по вертикали.

Моделирование эволюции Антарктического щита — одно из направлений программы EPICA (European Project for Ice Coring in Antarctica), в рамках которой в 1996–2005 гг. были пробурены две скважины в Восточной Антарктиде — на франко-итальянской станции Купол Конкордия (Dome C) и немецкой станции Конен (Kohnen) на Земле Королевы Мод (рис. 1). В течение нескольких лет в этом районе проводились полевые исследования, включающие закладку шурфов и бурение мелких скважин, радиоэкозондирование и т.д. В результате были построены карты топографии ложа и скорости аккумуляции с разрешением 2,5 км, что и определило пространственное разрешение малой модели. Эти данные были ассимилированы в модели в ходе численных экспериментов.

Станция Конен расположена на слабо выраженном гребне, и на этом же гребне находится станция Купол Фуджи, приблизительно в 1200 км выше по потоку (рис. 2а) в области со сложной топографией ложа (рис. 2б). Интерпретация результатов изучения ледяного ядра требует детальных сведений о скоростях потока и деформациях льда в окрестности станции, что и послужило целью моделирования. Резуль-

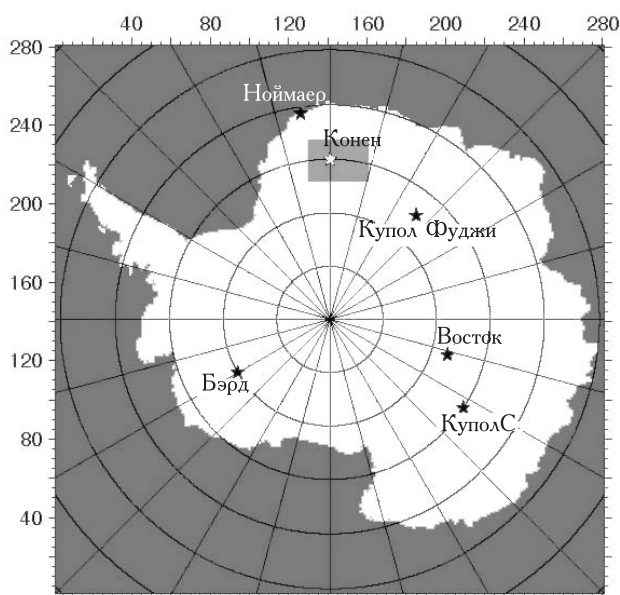


Рис. 1. Положение домена 600×400 км, соответствующего области интегрирования региональной модели (выделен прямоугольником) на карте Антарктиды. Маркировка границ дана в соответствии с нумерацией узлов пространственной сетки с шагом 20 км. Южный полюс расположен в точке с координатами (141, 141)

Fig. 1. Location of the nested domain of 600×400 km corresponding to the region of integration of the regional model (shown as grey square) on the map of Antarctica. Boundaries are marked in accordance with numbering of the spatial grid with 20 km step. South Pole is located in the point (141, 141)

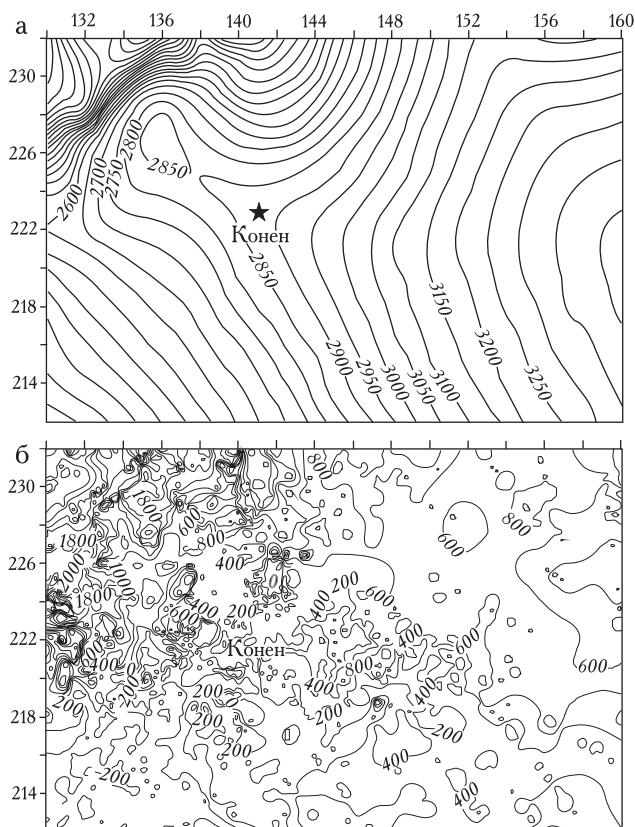


Рис. 2. Топография поверхности (а) и ложа (б) во встроеном домене (м над ур. моря)  
 Fig. 2. Surface (a) and bedrock (b) topography in the nested domain (m a.s.l.)

таты, которые обсуждаются ниже, и методы, с помощью которых они получены, были кратко представлены ранее в виде докладов на конференциях [13, 14].

### Описание модели

**Баланс сил и уравнения движения льда.** Модель динамики ледникового щита строится в предположении, что лед представляет собой несжимаемую вязкую неньютоновскую жидкость. Базовая стандартная система уравнений модели включает уравнения сохранения массы, энергии и момента количества движения. В общепринятой форме уравнения сохранения массы и энергии имеют вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla(\bar{\mathbf{v}}H) + M, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \mathbf{v}\nabla T + \Phi, \quad (2)$$

где  $H$  — толщина льда,  $t$  — время,  $M$  — баланс массы,  $\mathbf{v}$  — трехмерный вектор скорости потока,  $\bar{\mathbf{v}}$  — вектор горизонтальной скорости, осредненный по глубине,  $T$  — температура льда,  $\Phi$  — приток тепла за счет внутреннего трения. Константы в уравнениях (1) и (2) и в последующих приведены в табл. 1. Уравнение сохранения количества движения может быть записано в форме:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g}, \quad (3)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  — симметричный тензор напряжений Коши с компонентами  $\sigma_{ij}$ . После некоторых преобразований [18] уравнение (3) в скалярной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= \rho g. \end{aligned} \quad (4)$$

Интегрируя последнее уравнение из (4) от поверхности щита  $s(x,y)$  вниз до подстилающей поверхности и подставляя результат в первые два уравнения, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (2\tau_{xx} + \tau_{yy}) + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho g \frac{\partial s}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} (2\tau_{yy} + \tau_{xx}) + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho g \frac{\partial s}{\partial y}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_k \sigma_{kk}$$

и  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Уравнения (5) описывают баланс сил в аппроксимации неполного второго порядка. Пренебрегая первыми и вторыми членами в (5), получим уравнения SIA-аппроксимации:

Таблица 1

Константы, входящие в уравнения (1)–(13)

Константа	Символ	Значение	Единица измерения
Плотность льда	$\rho$	910	кг·м <sup>-3</sup>
Плотность воды	$\rho_w$	1000	кг·м <sup>-3</sup>
Коэффициент трения	$A_{sl}$	$1,8 \cdot 10^{-10}$	Н <sup>-3</sup> ·год <sup>-1</sup> ·м <sup>8</sup>
Температура плавления льда	$T_0$	273,15	К
Теплоемкость льда	$c_p$	2009	Дж·кг <sup>-1</sup> ·К <sup>-1</sup>
Гравитационная постоянная	$g$	9,81	м·с <sup>-2</sup>
Коэффициент теплопроводности льда	$k$	$6,62 \cdot 10^{-7}$	Дж·м <sup>-1</sup> ·К·год <sup>-1</sup>
Коэффициент усиления	$m$	1	

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho g \frac{\partial s}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho g \frac{\partial s}{\partial y}.\end{aligned}\quad (6)$$

Закон Глена [16] связывает напряжения и скорости деформации:  $\tau_{ij} = 2\gamma \dot{\epsilon}_{ij}$ , где

$$\gamma = \frac{1}{2} A(T^*)^{-1/n} \dot{\epsilon}_e^{(1-n)/n},$$

$\dot{\epsilon}_e$  — второй инвариант тензора скоростей деформации,  $A(T^*)$  — функция температуры, исправленной на давление,  $n=3$ . Закон Глена определяет термомеханическое сопряжение в моделях динамики ледниковых щитов.

Компоненты горизонтальной скорости для мелкого льда запишутся как [12]:

$$u(z) = -2(\rho g)^3 \left[ \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial s}{\partial x} \int_b^z A(T^*) (H-z)^3 dz + u(b) \quad (7)$$

$$v(z) = -2(\rho g)^3 \left[ \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial s}{\partial y} \int_b^z A(T^*) (H-z)^3 dz + v(b),$$

где  $u(b)$  и  $v(b)$  — компоненты скорости базального скольжения:

$$\begin{aligned}u(b) &= -A_{sl} \tau_{xz}^n(b)/Z \\ v(b) &= -A_{sl} \tau_{yz}^n(b)/Z.\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}Z &= H, & h &\geq H_{sl} \\ Z &= H + \rho_w (h - H_{sl})/\rho, & h &< H_{sl}\end{aligned}\quad (9)$$

где  $H_{sl}$  — высота уровня моря.

Компоненты горизонтальной скорости в приближении второго неполного порядка запишутся [18] как

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\eta \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \rho g \frac{\partial s}{\partial x} \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\eta \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \rho g \frac{\partial s}{\partial y},$$

где  $\eta$  — эффективная вязкость

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{1}{2} A(T^*)^{-1/n} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n}.\end{aligned}$$

На шельфе поле скорости определяется не только локально. В противоположность континентальному льду, шельфовый лед испытывает пренебрежимо малое донное трение, и касательными напряжениями в вертикальной плоскости можно пре-

небречь ( $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ ). К тому же скорости деформации (и компоненты скорости) можно считать не зависящими от глубины, поскольку углы наклона поверхности на шельфе крайне малы [10]. Таким образом, движущей силой на шельфе будут продольные градиенты нормальных и сдвиговых напряжений в горизонтальной плоскости [15]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} \left[ 2fH \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ f \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] &= \\ &= \rho g H (mA(T))^{1/n} \frac{\partial s}{\partial x}\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} \left[ 2fH \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ f \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] &= \\ &= \rho g H (mA(T))^{1/n} \frac{\partial s}{\partial y},\end{aligned}$$

где

$$f = \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n}.$$

**Большая модель** используется для имитации макродинамики Антарктического щита: эволюции топографии поверхности и толщины льда, полей температуры и скорости, включая базальное скольжение и скорость базального таяния, изостатическое приспособление, климатические условия у поверхности, баланс массы. Расчеты охватывают область, заведомо превышающую размеры континента и шельфовых ледников. Чтобы избежать дополнительных сложностей, связанных с описанием процесса откалывания айсбергов, считается, что вся область БМ представляет собой лед. Такое упрощение вполне оправдано, поскольку в цели моделирования не входит реконструкция пространственной протяженности морских льдов, и интерфейс взаимодействия с океаном отсутствует.

В рамках большой модели решаются уравнения сохранения (1), (2) и (6). Модель приспособления подстилающей поверхности под изменения массы льда состоит из эластичной литосферной плиты, под которой находится вязкий слой астеносферы. Это означает, что изостатическая компенсация включает реакцию не только на локальную нагрузку, но и на нагрузку от удаленных точек. Домен БМ имеет квадратную форму 281×281 узлов (5600×5600 км) с вертикальным разрешением 30 слоев, которые расположены неравномерно, уплотняясь по направлению к основанию щита. Вертикальная координата  $\zeta(x,y)$  безразмерная, 0 (поверхность)  $\leq \zeta(x,y) \leq 1$  (дно).

Поскольку механика деформаций на шельфе и в массе континентального льда определяется различными напряжениями, между ледниковым щитом и шельфовым льдом введена переходная зона, расположенная в окрестностях линии налегания. Переходная зона имеет ширину одного пространственного шага модели (20 км). Поток на линии налегания рассматривается как переходный от континентального к шельфовому.

Климатический форсинг модели осуществляется воздействием на баланс массы в (1) через изменение скорости аккумуляции, на (2) через изменение поверхностной температуры и посредством контроля миграции линии налегания через изменения уровня Мирового океана.

В основу параметризации среднегодового количества осадков над Антарктидой положена зависимость этой величины от давления насыщенного водяного пара при температуре конденсации на верхней границе слоя инверсии [21]. Мы используем модифицированную версию формулы [11]:

$$P_A[T_I(t)] = P_A[T_I|_{t=0}] \exp \left[ 22,47 \left( \frac{T_0}{T_I|_{t=0}} - \frac{T_0}{T_I(t)} \right) \left( \frac{T_I|_{t=0}}{T_I(t)} \right) \right] \times [1 + \beta(T_I(t) - T_I|_{t=0})], \quad (13)$$

где  $T_I(t) = 0,67T_S(t) + 88,9$ ,  $T_I$  (в градусах Кельвина) — среднегодовая температура на верхней границе приземного инверсионного слоя,  $T_S$  (в градусах Кельвина) — среднегодовая температура воздуха у поверхности шита,  $P_A[T_I|_{t=0}]$  — современная скорость аккумуляции (в м/год в ледовом эквиваленте),  $\beta$  — эмпирический коэффициент, который учитывает разного рода нетермодинамические факторы (например, изменение механизмов осадкообразования при переходе от гляциальных условий к межгляциальным и др.). В [5]  $\beta$  оценивается в  $0,035 \pm 0,012$ . Согласно нашим оценкам, основанным на анализе скоростей палеоаккумуляции и палеотемпературы в окрестностях станции Конен,  $\beta$  несколько выше —  $0,040 - 0,045$ .

Ряд приземной температуры воздуха разбивается на две составляющих: меняющуюся со временем — климатический сигнал — и стационарную часть, соответствующую современному климату. Стационарная часть определяется с учетом изменений температуры с широтой и высотой места [6]. Климатический сигнал рассчитывается по косвенным данным — длинным рядам  $\delta D$ , полученным по ледяным кернам [5, 19], исправленным на изменение среднего изотопного состава Мирового океана [23], и с использованием  $\partial T_I / \partial \delta D = 0,166 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{‰}$  [5] (рис. 3).

Считается, что уровень Мирового океана менялся пропорционально вариациям  $\delta^{18}\text{O}$  в океанических донных осадках. Мы использовали длинный изотопный ряд из [1] и масштабировали его, исходя из того, что во время последнего ледникового максимума уровень падал до отметки -130 м [3] (см. рис. 3).

**Малая модель.** В ее рамках рассматривается стационарный поток льда. Система уравнений для горизонтальной скорости потока состоит из уравнений (10), которые решаются в прямоугольной области  $241 \times 161$  узлов ( $600 \times 400$  км) с пространственным разрешением 2,5 км и вертикальным разрешением 100 слоев, расположенных равномерно. Первые и вторые производные рассчитываются как центральные разности внутри области и как односторонние разности на границе.

Уравнения (10), переписанные в конечно-разностной форме, преобразуются в систему линейных

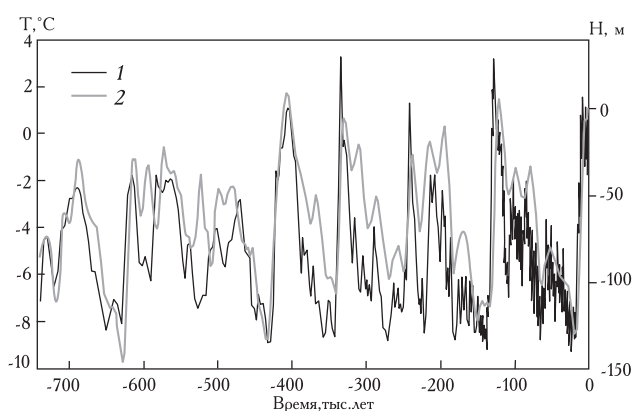


Рис. 3. Климатический форсинг. 1 — вариации температуры воздуха (левая ось), 2 — вариации уровня моря (правая ось)

Fig. 3. Climate forcing. 1 — the air temperature change (left axis), 2 — the sea level change (right axis)

алгебраических уравнений. В матричной форме их можно записать как  $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ , где  $\mathbf{x}=[x_1, \dots, x_n, \dots, x_N]$  — неизвестная переменная,  $N$  — число переменных,  $\mathbf{b}=[b_1, \dots, b_n, \dots, b_N]$  — матрица коэффициентов и  $\mathbf{A}$  — квадратная матрица элементов  $a_{ij}$  [18]. В случае, если  $\mathbf{A} \neq 0$ , единственным решением будет  $\mathbf{x}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ . Для обращения матрицы  $\mathbf{A}$  требуется около  $N^3$  операций. Однако, поскольку лишь незначительное число элементов  $a_{ij}$  отлично от нуля, то матрицу  $\mathbf{A}$  можно считать разреженной и применить для решения системы метод сопряженных градиентов.

Уравнения (10) содержат переменную  $\eta$ , которая является функцией  $u$  и  $v$ . Для решения системы используется метод последовательных подстановок Пикара и релаксационный алгоритм [8]. В качестве первого приближения используется рассчитываемое также в ММ поле скоростей в рамках SIA-аппроксимации, но с шагом 2,5 км (см. ниже).

### Объединение большой и малой моделей

**Совмещение в пространстве.** Для встраивания малой модели в большую решаются две задачи.

1. Объединение обеих моделей в одном модельном коде и обеспечение потока данных в одном направлении — от БМ к ММ. В этих целях на боковых и нижней границах домена ММ проводится интерполяция компонент горизонтальной скорости и передача их в качестве краевых условий от БМ к ММ. Температура в ММ не вычисляется и передается не только на границе, но и внутри домена ММ в совпадающих узлах с последующей интерполяцией на всю сетку ММ. Поскольку поле температуры транслируется из БМ, то очевидно, что и скорость базального скольжения целесообразно рассчитывать в БМ и передавать таким же образом, как и температуру, в ММ.

2. Обеспечение плавного перехода от БМ к ММ. В ММ ассимилируются данные полевых исследований: толщина льда и скорость аккумуляции (которая используется для расчета вертикальной скорости). Поле топографии поверхности также не обяза-

тельно совпадает в БМ и ММ (см. ниже). Их пространственное разрешение в 8 раз выше, чем БМ. По сути дела, мы имеем дело с двумя наборами или базами данных, которые, вообще говоря, не совпадают ни в общих узлах сетки, ни на границе. Чтобы плавно вписать область ММ в область БМ, вводится переходная зона, в которой поля из БМ постепенно как бы трансформируются в поля ММ. Интерполяция из узлов БМ в узлы ММ проводится бикубическими сплайнами.

**Совмещение во времени.** БМ описывает эволюцию крупномасштабных пространственных процессов с временным шагом 1 модельный год. Из ММ время исключено вообще, она генерирует стационарное поле скоростей для заданной топографии, толщины льда, распределения температуры, скоростей на границе, включая нижнюю. В численном эксперименте синхронизация БМ и ММ выполняется через фиксированные промежутки времени, определяемые целью того или иного эксперимента. Для совмещения полей топографии поверхности ( $n=sur$ ), толщины льда ( $n=ice$ ) и связанной с ней топографии ложа ( $n=bed$ ) и скорости аккумуляции ( $n=acc$ ) используется одна из двух аномальных схем (схем объединения). Запишем эволюцию модельных полей переменных  $n$ ,  $A(n,t)_S^{sim}$ , в виде:

$$A(n,t)_S^{sim} = A(n,t)_S^{obs} + A'(n,t), \quad (14)$$

где  $A(n,t)_S^{obs}$  — поле наблюдаемых значений переменной  $n$  во встроеном домене (в ММ),  $A'(n,t)$  — поправочный член: разница между значениями переменной  $n$  в БМ и ММ, также зависящая от времени. Задание поправки будет определять две различные аномальные схемы.

**Схема 1 (АС1).** Предполагается, что матрица коррекции (или матрица аномалий) вычисляется на каждом шаге и представляет собой разницу между значениями поля БМ в момент времени  $t$  и начальным значением поля в этом же узле в момент  $t_0$ , которые по определению совпадают с наблюдаемыми полями в базе данных БМ:

$$A'(n,t) = A(n,t)_B^{sim} - A_B^{obs}(n,t_0). \quad (15)$$

Далее, следуя (14), эта матрица коррекции накладывается на наблюдаемые значения соответствующих полей. В результате изменения полей в ММ такие же, как и в БМ, хотя по абсолютной величине сами поля различны. Поскольку в БМ и ММ используется одно и то же поле топографии поверхности, подстановка  $n=sur$  сводится к интерполированию модельного поля  $s(x,y)$  из сетки  $31 \times 21$  узел в сетку  $241 \times 161$  узел.

**Схема 2 (АС2).** Матрица коррекции (или матрица аномалий) вычисляется на каждом шаге и представляет собой разницу между значением поля АС1 в модельный момент времени  $t$  и момент, соответствующий

окончанию численного эксперимента, в этом же узле  $t_{end}$ :

$$A'(n,t) = A(n,t)_B^{sim} - A_B^{sim}(n,t_{end}). \quad (16)$$

Использование АС2 предполагает, что сначала проводится прогон только БМ, в котором генерируются поля  $A_B^{sim}(n,t_{end})$ , после чего в совместном прогоне совмещенной модели эти поля подставляются в (16).

Из (15) следует, что модельные поля  $n$  в ММ совпадают с наблюдаемыми в начальный момент интегрирования (модельное время — 740 тыс. л.н.) в случае использования АС1 и в конечный момент интегрирования (современное время) в случае использования АС2.

Каждая схема имеет свои достоинства и недостатки. АС1 целесообразно использовать в случае, если поставлена задача описать эволюцию поля скоростей в соответствии с эволюцией модельной топографии в БМ. Однако, если необходима точная привязка поля топографии поверхности к современным условиям, предпочтительнее использовать АС2. Дело в том, что генерируемое в БМ поле топографии поверхности не совпадает с современным реальным полем, что вполне естественно при интегрировании для почти миллиона модельных лет (если учитывать время инициации). Эти отклонения, характерный масштаб которых составляет 1–2 пространственного шага БМ незначительны при макро моделировании. Характерные для БМ отклонения от истинной топографии будут транслироваться в ММ, в результате чего в момент  $t_{end}$  поле скоростей, которое определяется топографией поверхности, будет смещено относительно истинного. Применение АС2 устранило это обстоятельство, однако вызовет смещения в топографии и поле скоростей в прошлом. Иными словами, в случае применения АС1 поле скоростей будет эволюционировать в соответствии с изменениями модельной макротопографии, а применение АС2 дает реальное поле скоростей (поскольку модельная топография совпадает с истинной) в конечный момент интегрирования  $t_{end}$ . Однако по мере движения «назад» по времени расхождения между модельными полями в ММ и БМ (с учетом всех различий в пространственном разрешении и физике описания) будут нарастать. Использование *a priori* известных результатов моделирования позволяет получить идеально совпадающую с результатами измерений картину, что немаловажно для калибровки и точных настроек модели.

#### Постановка численных экспериментов

Продолжительность численного эксперимента обуславливается длиной изотопного ряда, который используется для форсинга БМ (см. подраздел «Большая модель»). К настоящему времени самый длинный (опубликованный) ряд был получен на станции Конкордия [5], поэтому длительность численного эксперимента составила 740 тыс. модельных лет. Чтобы обеспечить «плавное» начало эволюции моде-

ли под действием климатического форсинга, численный эксперимент проходил стадию инициации продолжительностью 140 тыс. лет, которая имеет четыре этапа: 1) 0–10 тыс. лет: фиксированная топография поверхности и линия налегания; 2) 10–50 тыс. лет: фиксированная линия налегания; 3) 50–90 тыс. лет: свободная геометрия и линия налегания, климатический форсинг межледниковья (современные климатические условия); 4) 90–140 тыс. лет: то же, что и на предыдущем этапе, но с климатическими условиями, соответствующими тем, что были 740 тыс. л.н.

### Модельное поле скоростей

Рассмотрим поле амплитуд вертикально-осредненных скоростей во встроеном домене в момент времени  $t_{end}$ . Чтобы оценить, какие изменения были внесены только увеличением пространственной детализации, сравним поле, рассчитанное в БМ (рис. 4а) и ММ (рис. 4б). Оба результата получены в рамках SIA-аппроксимации, но в первом случае поле является продуктом БМ, где использован шаг в пространстве 20 км, а во втором — ММ, где шаг равен 2,5 км. Сам по себе расчет при таком пространственном шаге противоречит SIA-аппроксимации, но, как было упомянуто в подразделе «Малая модель», поле скоростей SIA используется как начальный вариант при итеративном решении уравнений (10). Очевидно, что на

рис. 4б сохраняется общая структура поля, как и на рис. 4а, однако мелких деталей стало гораздо больше. Поскольку топография поверхности одна и та же, различия обусловлены более детальным описанием толщины льда (или, что эквивалентно, топографией подстилающей поверхности). Очевидны, однако, и ограничения SIA-аппроксимации применительно к малым масштабам (имеется в виду не математический аспект ограничений, а чисто визуальный): локальное решение обуславливает мозаичную структуру поля.

Эта структура радикально меняется, когда поле скоростей, полученное в рамках SIA-аппроксимации, интегрируется дальше уже в рамках аппроксимации неполного второго порядка (см. рис. 4в). Очевидно, что мелких деталей в поле скоростей стало значительно меньше. Оно выглядит более сглаженным из-за того, что решение не является более локальным. Действие системы (10) качественно напоминает пространственное сглаживание, и поле на рис. 4в похоже на сглаженный вариант, представленный на рис. 4а, хотя, разумеется, не эквивалентно ему.

Рис. 4в и 4г иллюстрируют разницу между AC1 и AC2. Топография поверхности шита в домене ММ, рассчитанная в соответствии с AC1, отличается от истинного поля. В частности, гребень, на котором расположена станция Конен, смещен приблизительно на 20 км к северу. В соответствии с этим минимум

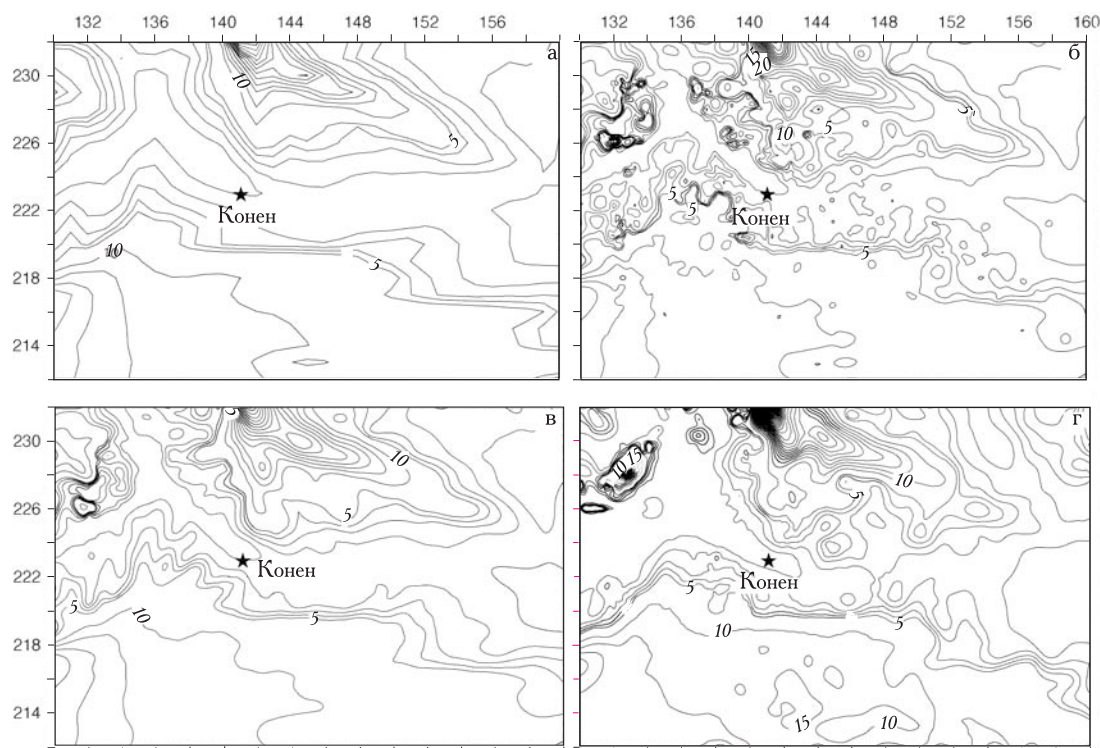


Рис. 4. Современные (в момент времени  $t_{end}$ ) амплитуды (м/год) вертикально осредненной горизонтальной скорости потока льда во встроеном домене: а — в БМ при использовании SIA-аппроксимации; б — в ММ также при использовании SIA-аппроксимации, но при восьмикратном увеличении пространственного разрешения; в — в ММ при использовании аппроксимации неполного второго порядка и AC1; г — то же, но при использовании AC2

Fig. 4. Present-day (at time  $t_{end}$ ) amplitudes (m/yr) of the vertically averaged horizontal velocities in the nested domain: (a) BM with SIA-approximation; (b) SM with SIA-approximation but using factor eight in space resolution compared to BM; (c) SM but using incomplete second order of approximation and AS1; (d) the same but using AS2

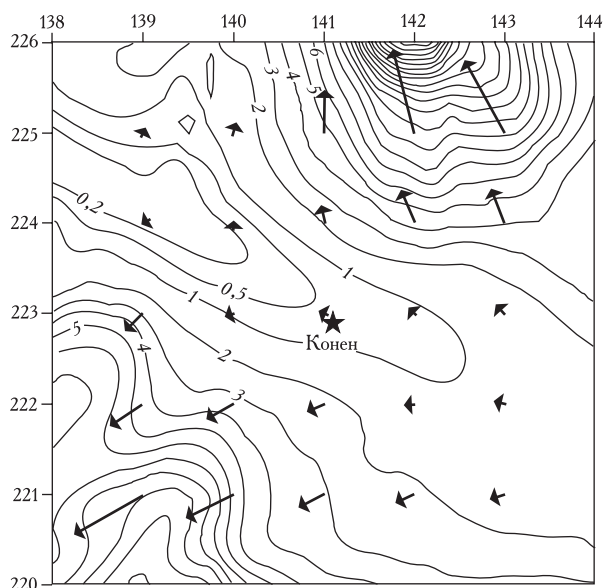


Рис. 5. Современные (в момент времени  $t_{end}$ ) амплитуды (м/год) и направления горизонтальной скорости потока льда на поверхности в окрестностях станции Конен

Fig. 5. Present-day (at time  $t_{end}$ ) amplitudes (m/yr) and of the horizontal ice-flow velocity on the surface of the ice sheet around Kohnen station

в поле скоростей также смещен к северу от станции (см. рис 4г). Применение AC2 позволяет исправить этот недостаток, и привязать ось потока к географическим координатам. На рис. 5 показано поле амплитуд и направлений скорости потока на поверхности шита в непосредственной окрестности станции Конен. Модельная амплитуда скорости в точке, соответствующей координатам станции, составляет 71 см/год, что согласуется с оценками, выполненными на основе GPS-измерений — 68 см/год (Н. Oerter, персональное сообщение).

#### Заключение

Модели, в основе которых лежит аппроксимация мелкого льда (SIA-модели) имитируют макродинамику ледниковых щитов. За рамки их возможностей выходит описание динамики отдельных областей щитов, таких как ледниковые купола и ледоразделы, области вблизи линии налегания и районы со сложной топографией подстилающей поверхности. Применение аппроксимаций более высокого порядка точности ко всему ледниковому щиту неэффективно с точки зрения объема, времени и стоимости расчетов. Чтобы имитировать динамику потока льда в ограниченной области, где требуется более высокое разрешение, чем то, которое возможно в рамках SIA-модели, применяется технология «встраивания» модели высшего порядка аппроксимации в SIA-модель. Нами разработана технология встраивания и рассмотрены способы пространственного и временного сопряжения двух типов моделей. Региональная (встроенная) модель генерирует скорость потока льда с пространственным разрешением 2,5 км в ограничен-

ной области 600×400 км на Земле Королевы Мод в Антарктиде. Сравнение модельной и измеренной скорости на поверхности шита на станции Конен показало, что модель воспроизводит современное поле скоростей с высокой точностью.

#### Благодарности

Настоящая работа была выполнена в рамках финансируемой Европейским научным фондом и Европейской комиссией программы EPICA (European Project for Ice Coring in Antarctica), которая выполняется при отдельном финансовом участии Бельгии, Великобритании, Германии, Дании, Италии, Нидерландов, Норвегии, Швейцарии и Швеции.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bassiot F.C., Labeyrie L.D., Vincent E. et al. The astronomical theory of climate and the age of the Bruhnes-Matuyama magnetic reversal. — *Earth and Planetary Science Letters*, 1994, v. 126, p. 91-108.
2. Blatter H. Velocity and stress fields in grounded glaciers: a simple algorithm for including deviatoric stress gradients. — *Journ. of Glaciology*, v. 41, № 138, 1995, p. 333-344.
3. Clark P.U., Mix A.C. Ice sheets by volume. — *Nature*, v. 406, 2000, p. 689-690.
4. Davies H.C. A lateral boundary formulation for multi-level prediction models. — *Quaternary Journ. of the Royal Meteorological Society*, v. 102, 1976, p. 405-418.
5. EPICA community members. Eight glacial cycles from an Antarctic ice core. — *Nature*, v. 429, 2004, p. 623-628.
6. Fortuin J.P.F., Oerlemans J. Parameterisation of the annual surface temperature and mass balance of Antarctica. — *Annals of Glaciology*, v. 14, 1990, p. 78-84.
7. Greve R., Mügge B., Baral D. et al. Nested high-resolution modelling of the Greenland Summit Region. — *Advances in cold-region thermal engineering and science*. Springer, 1999, p. 285-306.
8. Hindmarsh R., Payne A. Time-step limits for stable solutions of the ice sheet equation. — *Annals of Glaciology*, v. 23, 1996, p. 74-85.
9. Hutter K. Theoretical glaciology: material science of ice and the mechanics of glaciers and ice sheets. — D. Reidel, Dordrecht etc., 1983, 510 p.
10. Huybrechts P. The Antarctic ice sheet and environmental change. — *Berichte zur Polarforschung*, v. 99, 1992, 241 p.
11. Huybrechts P. Sea-level changes at the LGM from ice-dynamic reconstructions of the Greenland and Antarctic ice sheets during the glacial cycles. — *Quaternary Science Reviews*, v. 21, 2002, p. 203-231.
12. Huybrechts P., de Wolde J. The dynamic response of the Greenland and Antarctic ice sheets to multiple-century climatic warming. — *Journ. of Climate*, v. 12, 1999, p. 2169-2188.



13. Huybrechts P., Rybak O., Pattyn F., Steinhage D. Simulation of the ice-dynamical history around the EPICA DML drill site with a nested Antarctic ice sheet model. — Abstracts of the Contributions of the EGU 2<sup>nd</sup> General Assembly, Nice, France, 26-30 April, 2004, Geophys. Research Abstracts, v. 6, 2004.
14. Huybrechts P., Rybak O., Pattyn F., Steinhage D. Nested high-resolution ice-sheet modelling as a tool for dating and interpreting the EPICA DML ice core. — Abstract volume, SCAR Open Science Conference «Antarctica and the Southern Ocean in the Global System», 26–28 July, 2004, p. 224.
15. MacAyeal D.R., Rommelaere V., Huybrechts P. et al. An ice-shelf model test based on the Ross ice shelf. — *Annals of Glaciology*, v. 23, 1996, p. 46-51.
16. Paterson W.S.B. The physics of glaciers, 3<sup>rd</sup> edition. Elsevier, Oxford et al., 1994, 480 p.
17. Pattyn, F. Ice sheet modelling at different spatial resolutions: Focus on the grounding line. — *Annals of Glaciology*, v. 31, 2000, p. 211-216.
18. Pattyn F. A new three-dimensional higher-order thermomechanical ice sheet model: Basic sensitivity, ice stream development, and ice flow across subglacial lakes. — *Journ. of Geophys. Research*, v. 108 (B8), 2003, p. 2382, doi:10.1029/2002JB002329.
19. Petit J.R., Jouzel J., Raynaud D. et al. Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica. — *Nature*, v. 399, 1999, p. 429-436.
20. Ritz C., Rommelaere V., Dumas C. Modeling the evolution of Antarctic ice sheet over the last 420,000 years: Implications for altitude changes in the Vostok region. — *Journ. of Geophys. Research*, v. 106(D23), 2001, p. 31943-31964.
21. Robin G. de Q. Ice cores and climatic change. — *Philosophical Transactions of the Royal Society, London*, v. 280, ser. B., 1977, p. 143-168.
22. Savvin A., Greve R., Calov R. et al. Simulation of the Antarctic ice sheet with a three-dimensional polythermal ice-sheet model, in support of the EPICA project. II. Nested high-resolution treatment of Dronning Maud Land, Antarctica. — *Annals of Glaciology*, v. 30, 2000, p. 69-75.
23. Vimeux F., Cuffey K.M., Jouzel J. New insights into Southern Hemisphere temperature changes from Vostok ice cores using deuterium excess correction. — *Earth and Planetary Science Letters*, v. 203, 2002, p. 829-843.

#### SUMMARY

Considered in this study are methodological issues of a detailed reconstruction of the time-dependent ice flow in a limited area in Dronning Maud Land, Antarctica. The nested domain of 600×400 km is located around Kohnen Station, where the deep drilling has been completed. The key point of our approach to regional modeling consists in separation of the model macro- and regional scale ice dynamics. We couple a time-dependent 3-D comprehensive model of the whole Antarctic ice sheet employing Shallow Ice Approximation dynamics (Big Model, or BM) with a steady-state model of the incomplete second-order approximation (Small Model, or SM). All prognostic calculations take place within BM, which simulates evolution of the Antarctic ice sheet through eight glacial cycles. SM receives boundary conditions from BM at lateral boundaries through a transition zone to eliminate the effects of different spatial resolution (20 km in BM and 2.5 in SM), but there is no feed-back between SM and BM. SM assimilates the up-to-date observational data on accumulation rate and bedrock topography. In the numerical experiments we reconstruct history of variations of the surface and bed topography, accumulation rate and 3-D velocity field in the nested domain. Model estimate of the surface velocity at Kohnen is close to the observational one.