Yerel Görünüm Tabanlı Yüz Tanıma İçin Değişik Boyut İndirme ve Normalizasyon Yöntemlerinin İncelenmesi

Investigation of Different Dimension Reduction and Normalization Methods For Local Appearance-Based Face Recognition

Berkay Topçu, Hakan Erdoğan

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi Sabancı Üniversitesi, Orhanlı Tuzla 34956

berkayt@su.sabanciuniv.edu, haerdogan@sabanciuniv.edu

Özetçe

Yakın zamanda, yüz tanıma problemi icin verel görünüm tabanlı yöntemler sunulmuştur. Bu bildiride, farklı boyut indirme ve normalizasyon yöntemlerinin yerel görünüm tabanlı yüz tanıma üzerindeki etkilerini analiz ettik. Her imgevi esit boyutlu bloklara böldük. Altı farklı boyut indirme yöntemini bu bloklar üzerine uyguladık ve yerel görsel öznitelik vektörlerini oluşturduk. Bu yerel özniteliklerin üzerine farklı normalizasyon yöntemlerini uygulayarak ışıklandırma durumundan ve farklı yüz imgeleri arasındaki karşıtlık farklarından kaynaklanan değişiklikleri engellemeye çalıştık. Deneysel sonuçlar, boyut indirme ve normalizasyon yöntemlerine bağlı olarak üç farklı sınıflandırıcı için tanıma oranındaki artışları gösteriyor. Bu çalışmayı literatürdeki çalışmalardan ayıran temel etkenler, DCT yerine eğitilebilir boyut düşürme yöntemlerini kullanmamız ve yeni bir normalizasyon yöntemi olan blok içi normalizasyonu kullanmamızdır. En iyi sonuçların elde ettiğimiz blok boyutu 16x16, boyut indirme yöntemi aPAC ve normalizasyon yöntemi blok içi normalizasyonudur.

Abstract

Local appearance-based methods have been proposed recently for face recognition. We analyze the effects of different dimension reduction and normalization methods on local appearance-based face recognition in this paper. Each image is divided into equal sized blocks and six different dimension reduction methods are implemented for each block separately to create local visual feature vectors. On these local features, several normalization methods are applied in an attempt to eliminate the changes in lighting conditions and contrast differences among blocks of different face images. The experimental results show the improvements in recognition rates due to the effects of dimension reduction and normalization for three different classifiers. Usage of trainable dimension reduction methods instead of DCT and a new normalization method in our work (within-block normalization as referred in this paper) are two factors that makes difference from previous works in literature. The best performance is achieved using a block size of 16x16, performing dimension reduction using approximate pairwise accuracy criterion (aPAC) and applying within-block mean and variance normalization.

1. Giriş

İnsan bilgisayar arayüzü ve güvenlik uygulamalarındaki önemi nedeninyle yüz tanıma problemi, örüntü tanıma alanında en fazla önem teşkil eden problemlerden biri. Alman Federal polis teşkilatının, Frankfurt Rhein-Main uluslararası hava alanında kullandığı yüz tanıma sistemi güvenlik uygulamalarına bir örnek olarak gösterilebilir. Bu sisteme dahil olan gönüllüler sınırdan otomatik geçiş izni verilmekte. Ayrıca 2000 yılındaki başkanlık seçiminde, Meksika hükümeti seçmen sahtekarlığını önlemek için bir yüz tanıma sistemi kullandı [1].

Bu alandaki yoğun araştırmalara rağmen, yüz tanıma halen pratik uygulamalar için zor bir problem. Işıklandırma ve duruş değişiklikleriyle karşılaşıldığı açık havada yüzlerin tanınması çözülememiş bir problem olarak karşımıza çıkıyor [2]. Bu zorlukların üstesinden gelebilmek için yerel görünüm tabanlı yüz tanıma yöntemleri sunulmuştur [3]. Yerel görünüm tabanlı yüz tanıma sistemleri yüzün yerel gösterimlerini ve bunların birleşimlerini öznitelik vektörü olarak kullanır. Bu yöntemde [3], her imge üst üste gelmeyecek şekilde bloklara ayrılmış ve her blok üzerine ayrık kosinüs dönüşümü uygulanarak yerel öznitelikler çıkarılmıştır.

Çalışmamızda buna benzer bir yöntem izledik fakat yerel görsel öznitelik vektörlerinin oluşturulması için ayrık kosinüs dönüşümü yerine bloklar üzerine farklı boyut indirme tekniklerin uygulayarak öznitelik boyutunu bir imgedeki piksel sayısına göre çok daha düşük bir sayıya indirdik. Boyut indirme yöntemleri genel iki başlık altında incelenebilir: doğrusal ve doğrusal olmayan. Doğrusal boyut indirme yöntemleri daha sınırlı olmasına rağmen pek çok avantajı beraberinde getirir. Eğitilmeleri daha kolaydır, eşlemleme vektörleri, özgün eksenlerin doğrusal birleşimleri olduğundan anlam ifade ederler. Ayrıca, doğrusal yöntemler hesaplama yönünden daha kolaydır.

En iyi bilinen doğrusal eşlemlemeler temel bileşenler analizi (PCA) [5] ve doğrusal ayırtaç analizidir (LDA) [5]. Bu iki yöntemin dezavantajlarından kurtulmak için PCA ve LDA üzerinde bazı değişiklikler yapılarak yeni yöntemler önerilmiştir. aPAC [6], NPCA ve NLDA [7], NNDA [8] bu yöntemlere örneklerdir. Biz de çalışmamızda bu yöntemlerin yüz tanıma problemi üzerindeki etkilerini inceledik.

Boyut indirme yöntemlerine ek olarak, gürbüz bir yüz tanıma sistemi için farklı normalizasyon yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Böylelikle ışıklandırma değişimi gibi farklı gerçek dünya koşullarının etkileri ortadan kaldırılabilir. Yerel görünüm tabanlı yöntemler için sunulan bazı normalizasyon yöntemlerine [3,9] ek olarak, benzer problemlerin üstesinden gelebilmek için yeni bir blok içi normalizasyon yöntemi sunuyoruz.

Bildirinin ikinci kısmında doğrusal boyut indirme yöntemleri tanıtılmıştır. Normalizasyon yöntemleri üçüncü kısımda açıklanmıştır. Dördüncü ve beşinci bölümlerde deneysel sonuçlar sunulmuş ve tartışılmıştır. Yapılan tüm işler ve sonuçlar son kısımda özetlenmiştir.

2. Boyut İndirgeme Yöntemleri

Çalışmamızda, altı farklı boyut indirme yöntemini değerlendirdik: PCA, LDA, aPAC, Normalize PCA, Normalize LDA and NNDA.

Temel bileşenler analizi (PCA), veriyi düşük bir boyuta, verideki değişintiyi koruyacak şekilde eşleyen dikgen bir doğrusal dönüşümdür. İlk temel bileşen verideki en büyük değişinti yönündedir ve ikinci bileşen bir sonraki en büyük değişinti yönündedir. PCA ile boyut indirme işleminde, ilk bir kaç temel bileşen kullanılarak verinin değişintisine en çok etkiyen özellikler alınır. Böylelikle daha az miktarda veri kullanılarak, taşınan bilginin büyük kısmı korunur. Sağladığı avantajlar, hızlı ve hesaplama açısından kolay olması. Fakat PCA'in sınıf bilgisini kullanmadığını göz önüne alırsak, en fazla değişintinin olduğu bileşenlerin sınıflandırma problemi için doğru öznitelikleri içerdiğini garanti edemeyiz.

Doğrusal ayırtaç analizi (LDA), düşük boyutlu uzayda sınıfları en başarılı ayıracak vektörleri bulur. Amaç sınıf-içi saçılımı en büyük yapmaya çalışırken, sınıflar arası saçılımı en düşük seviyeye çekmektir. Sınıf-içi saçılımın, sınıflar arası saçılıma oranının determinantını en büyük hale getiren vektörler bunu sağlamaktadır. Yüksek ilintili özniteliklerin sayıca çok olmasından kaynaklanan hesap zorlukları LDA ile ilgili sıkıntıların en başında gelir. Yüz tanıma probleminde kullanılan yüz imgeleri göz önüne alındırığında, piksel değerlerinin komşu piksel değerleri ile ilintili olması, LDA'in bu problemiyle karşılaşmamıza yol açar.

LDA'in büyük problemlerinden biri de sınıflar arası uzaklığın karesini büyütürken, aykırı sınıfların bu işlemi domine etmesidir. Dolayısıla, LDA hali hazırda ayrık bulunan sınıflara daha fazla önem vererek geri kalan sınıfların birbirlerinden ayrılmasına katkıda bulunmamaktadır. Bu problemin üstesinden gelebilmek için, yaklaşık ikili doğruluk kriteri (aPAC) yöntemi sunulmuştur [6]. K-sınıflı LDA problemi ½*K*(K-1) sayıda 2-sınıf LDA problemine ayrıştırılabilir. İkili sınıflar üzerinde, Bayes hata oranına dayalı bir ağırlıklandırma kullanılarak, her sınıfın tüm boyut düşürme optimizaysonuna katkısı normalize edilebilir. Bu ağırlıklandırma yapısına yaklaşık ikili doğruluk kriteri adı verilmiştir [6].

NPCA, PCA'in genelleştirilmiş halidir. gösterilmiştir ki, PCA düşürülmüş boyutlu uzaydaki veride değişintiyi maksimize ederken aynı zamanda verinin izdüşümünde örnekler arası ikili uzaklıkların karelerinin toplamını da maximize etmektedir. PCA'ye bu açıdan bakıldığında, büyük uzaklıkların küçük uzaklıklara göre daha iyi korunduğunu görebiliriz. Büyük uzaklıkların etkisi, ikili mesafelerin karelerini normalize ederek indirgenebilir. İkili benzemezlikler kullanılarak sunulan bu yöntemde, benzemezlik ağırlıkları olarak -1/dist(ij) belirlenmiştir. Burada dist(ij), orjinal uzaydaki iki element arasındaki Euclidean uzaklığı temsil etmektedir. Böylelikle, orjinal uzayda birbirinden uzak elemanların etkisi azaltılmıştır. PCA sınıf bilgisini kullanmıyor olsa da, benzemezlik ağırlıkları üzerinde sönüm çarpanı (0 ile 1 arasında) kullanıldığında NPCA sınıfları ayırabilir [7].

NLDA, NPCA'nın geliştirmiş bir şeklidir. İkili benzemezliklere ek olarak ikili benzerlikler de probleme eklenmiştir. Böylelikle, aynı sınıfa ait elemanları yaklaştırmaya çalışırken aynı zamanda farklı sınıfa ait elemanları uzaklaştırmaya çalışmaktayız [7].

Yeterinde eğitim verisinin olmadığı durumlarda, sınıf içi saçılımı tekil matris olabilir ve LDA vektörlerinin bulunması zor olabilir. İzdüşüm uzayında, en yakın komşu sınıflandırma problemini optimize etmeyi amaçlayan en yakın komşu ayırtaç analizi (NNDA) bu problemin üstesinden gelebilmek için sunulmuştur [8]. Bu yöntem parametrik ayırtaç analizinin bir uzantısı olup, sınıf içi saçılımının tekilliğine bağlı değildir. Ayrıca LDA'den farklı olarak sınıfların normal dağılıma sahip olduğunu varsaymaz.

3. Normalizasyonlar

Yerel görünüş tabanlı yüz tanıma sistemlerinde normalizasyonlar büyük önem teşkil etmektedir. Aynı kişinin farklı imgelerinde ışıklandırma farklarının olduğu durumda performansı arttırdığı gibi yan ışıklandırma etkilerinin azaltılmasına da yardımcı olur.

3.1. Öznitelik Normalizasyonu

İki farklı öznitelik normalizasyonu kullandık. Bunlardan ilki öznitelik vektörünü uzunluğuna bölerek her gerçekleştirdiğimiz normalizasyon. Farklı parlaklık seviyelerindeki bloklar, farklı değer seviyeleri içeren görsel vektörlerine sebep olmaktadır. Uzunluk normalizasyonu olarak adlandırdığımız bu yöntemle yüksek veya düşük parlaklık seviyeli bloklardan gelen özniteliklerin etkilerini dengelemis oluruz. Her bloktan gelen özniteliği kendi uzunluğuna böleriz dolayısıyla her öznitelik vektörü birim uzunluğa sahip olur [3].

$$f_n = f / \|f\|$$

Diğer bir yöntem ise her özniteliğin katkısını dengelemek için yaptığımız vektör normalizasyonudur. Her bloktan çıkarıp uç uca eklediğimiz katsayılarımızı (f_i), eğitim verisi üzerinden öğrendiğimiz standard sapmalarına böleriz.

$$f_{n,i} = f_i / \sigma(f_i)$$

Görsel öznitelik vektörlerini değer kümesinden dolayı yüksek değerler sınıflandırma sonuçlarını domine eder. Bu katkıyı dengelemek için her öznitelik vektörü standard sapmasına bölünmüstür [3].

3.2. Blok içi Normalizasyon

Blok içi normalizasyonda her bloğu kendi içerisinde değerlendiririz. Her blok için, blok içi ortalamayı çıkarıp blok içi standart sapmaya böleriz.

$$f_{n,i} = \frac{f_i - \mu_f}{\sigma_f}$$

Blok içi ortalama, bir bloktan çıkarılan öznitelik vektörünün ortalama değeri hesaplanarak bulunur. Aynı şekilde, blok içi standard sapma için o bloktan çıkarılan

öznitelik vektörünün standart sapma değeri hesaplanır. İmge üzerindeki her bir blok, insan yüzündeki farklı bölgeleri içerdiğinden, her bloktaki farklı parlaklık seviyesi aynı kişi için bile değişiklik göstermektedir. Ayrıca ışıklandırma durumuna bağlı olarak, farklı blokların piksel değerleri arasında büyük farklılıklar oluşabilir. Dolayısıyla, aynı kişinin farklı imgelerinden çıkarılmış olan görsel öznitelik vektörleri arasında büyük farklar olması, sınıflandırma performansını düşürmektedir. Bu sorunun ortadan kaldırılmasının bir yolu her bloğu kendi içerisinde normalize etmektir.

4. Deneysel Sonuçlar

M2VTS veritabanından çıkardığımız imgeler üzerinde farklı yöntemlerin performansını sınayan deneyler gerçekleştirdik. Veritabanımız 37 farklı kişinin 40'ar imgesinden oluşmaktadır (toplam 1480 imge). Bu 40 imgenin 32 tanesi eğitim, geri kalan 8 tanesi de test aşaması için kullanılmıştır. Toplamda 1184 (32*37) imge ile sistem eğitilimiş ve 296 (8*37) imge ile sistem test edilmiştir. İmgelerin videolardan çıkarılması sırasında dikkat ettiğimiz bir nokta da eğitim ve test verilerinin imgelerimiz farklı videolardan çıkarılmasıdır. Yüz OpenCV'nin algılayıcısı aracılığıyla M2VTS yüz veritabanındaki videoların çerçevelerinden çıkarılmıştır. Göz merkezlerinin işaretlenmesi gibi herhangi bir insan etkileşimine ihtiyaç yoktur.









Şekil 1: M2VTS veritabanından örnek imgeler. Her sütunda aynı kişiye ait farklı imgeler bulunuyor.

Farklı blok boyutları, normalizasyon yöntemleri ve sınıflandırıcılar kullanarak altı boyut indirme yönteminin farklı durumlardaki performanslarını karşılaştırdık. Veritabanındaki imgeleri 48x64 boyutuna ölçekledik ve 8 ve 16 olmak üzere iki blok boyutu kullandık. 8x8 blokların içerdiği 64 pikseli 3 boyuta düşürdük. Dolayısıyla 3072 (48x64) piksellik bir imge 144 (3x48) boyuta düşürüldü. Aynı şekilde 16x16 boyutlu bir blok 256 pikselden 12 boyuta düşürüldüğünde kullandığımız imge 3072 pikselden 144 (12x12) boyuta indirilmiş oldu.

Genel PCA	77.70 %
Blok PCA (8x8)	74.32 %
Blok PCA (16x16)	74.66 %

Tablo 1: Genel ve blok PCA sonuçları (NMC)

Yerel görünüm tabanlı yöntemler kullanarak, yüz imgesinin tamamının kullanıldığı genel özyüz yaklaşımından daha yüksek tanıma oranlarına ulaşabilmemiz çalışmamızın çıkış noktasıdır. Özyüz yaklaşımı ile yerel görünüm tabanlı yüz tanıma performansları Tablo 1'de verilmiştir. Herhangi bir normalizasyonun olmadığı durumda genel PCA, yerel görünüm tabanlı yöntemden daha yüksek tanıma oranı sağlamaktadır. Fakat, normalizasyon yöntemleri tanıma

performansını arttırmakta ve genel özyüz yaklaşımından daha yüksek doğru sınıflandırma oranları sağlamaktadır.

İlk deneylerimizi, uzunluk normalizasyonunun katkısını görmek için gerçekleştirdik. Her tabloda, satırlarda farklı boyut indirme yöntemleri ve sütunlarda farklı sınıflandırıcılar yer almaktadır. Kullandığımız sınıflandırıcılar, en yakın ortalama (NMC), en yakın komşu (NNC) ve doğrusal ayırtaç sınıflandırıcısıdır (LDC).

	NMC	NNC	LDC
DCT	%78.04	%84.46	%73.99
PCA	%75.00	%80.74	%36.15
LDA	%80.41	%81.42	%47.30
aPAC	%84.12	%86.49	%46.96
NPCA	%74.66	%80.07	%37.16
NLDA	%83.78	%85.14	%50.00
NNDA	%81.08	%84.46	%29.39

Tablo 2: 8x8 bloklar için uzunluk normalizasyonu

	NMC	NNC	LDC
DCT	%82.77	%85.81	%86.15
PCA	%85.81	%80.07	%87.84
LDA	%76.35	%78.04	%82.43
aPAC	%79.39	%82.09	%83.45
NPCA	%85.81	%79.73	%87.84
NLDA	%81.42	%83.78	%85.47
NNDA	%78.38	%84.12	%76.69

Tablo 3: 16x16 bloklar için uzunluk normalizasyonu

Tablo 2'de görülen en yüksek tanıma oranı olan %86.49 aPAC yöntemi ile boyut indirilindiğinde ve NNC kullanıldığında elde edilmiştir. 16x16 blok kullanıldığında, PCA ve NPCA in %87.84 ile en yüksek tanıma oranını sağladığını görüyoruz.

	NMC	NNC	LDC
DCT	%78.04	%84.46	%85.47
PCA	%75.00	%80.74	%88.18
LDA	%79.73	%81.08	%84.12
aPAC	%84.80	%86.82	%87.50
NPCA	%76.01	%80.41	%88.18
NLDA	%83.45	%85.14	%89.53
NNDA	%77.03	%81.42	%53.38

Tablo 4: 8x8 bloklar için std sapma bölümü sonuçları

	NMC	NNC	LDC
DCT	%83.78	%85.47	%86.15
PCA	%86.49	%79.73	%87.84
LDA	%76.01	%78.04	%81.08
aPAC	%79.73	%81.76	%82.09
NPCA	%85.81	%80.07	%87.84
NLDA	%80.74	%82.77	%84.46
NNDA	%78.38	%83.78	%88.18

Tablo 5: 16x16 bloklar için std sapma bölümü sonuçları

Tablo 4'de, 8x8 bloklar için standard sapma bölümü sonuçları verilmiştir. En yüksek tanıma oranı NLDA ile LDC kullanıldığında %89.53 olarak elde edilmiştir. Yine LDC için

PCA ve NPCA %88.18 ile yakın sonuçlar vermektedir. Daha büyük blok kullanıldığında en yüksek tanıma oranını NNDA LDC ile %88.18 olarak veriyor.

Veritabanı üzerinde gerçekleştirdiğimiz son deneyleri, blok içi normalizasyonunun etkilerini görmeyi amaçlıyor.

	NMC	NNC	LDC
DCT	%80.74	%86.49	%86.49
PCA	%76.01	%76.69	%88.18
LDA	%84.80	%86.46	%86.15
aPAC	%89.19	%89.19	%88.51
NPCA	%76.01	%76.35	%87.50
NLDA	%85.47	%86.82	%87.84
NNDA	%74.32	%80.41	%86.82

Tablo 6: 8x8 bloklar için blok içi normalizasyon

	NMC	NNC	LDC
DCT	%83.45	%86.49	%86.82
PCA	%78.04	%78.72	%86.15
LDA	%87.84	%88.85	%88.51
aPAC	%90.20	%90.20	%88.85
NPCA	%78.04	%78.72	%87.16
NLDA	%90.20	%88.85	%88.18
NNDA	%80.07	%82.77	%87.16

Tablo 7 : 16x16 bloklar için blok içi normalizasyon

Blok içi normalizasyon sonuçlarını incelediğimizde 8x8 bloklar için en yüksek tanıma oranının %89.19 olarak aPAC ile sağlandığını görüyoruz. Blok boyutunu yükselttiğimizde aPAC ve NLDA uygulandığında en yüksek tanıma oranına ulaşıyoruz.

5. Tartısma

Farklı boyut indirme yöntemlerinin performansları ile ilgili yorum yapmak için öznitelik normalizasyonları ile blok içi normalizasyonları ayrı ayrı incelemeliyiz.

Öznitelik normalizasyonlarında, hem uzunluk normalizasyonu hem de standard sapma bölümü benzer yollar izliyorlar. 8x8 bloklar için uzunluk normalizasyonu sonuçları dışında, her blok boyutu ve normalizasyon için PCA ve NPCA yüksek tanıma oranları sağlıyor. Bu iki yöntemin dışında, 8x8 bloklar için uzunluk normalizasyonu en yüksek sonuç aPCA ile elde edilmiştir. 8x8 bloklarda standard sapma bölümü gerçekleştirildiğinde, öznitelik normalizasyonları ile elde edilen en yüksek tanıma oranı olan %89.53, NLDA ile elde ediliyor.

Blok içi normalizasyonunda, en iyi sonuçları veren boyut indirme yöntemi aPAC olarak karşımıza çıkıyor ve bu sonuçlar NMC ve NNC ile alınmıştır. Buna ek olarak 16x16 bloklar üzerinde uygulanan blok içi normalizasyon sonucunda NLDA de aPAC ile aynı yüksek tanıma oranını vermektedir. Öznitelik normalizasyonu ile elde edilen en yüksek tanıma oranı %89.53 iken, blok içi normalizasyon ile bu sonuç %90.20 ye yükselmiştir.

6. Sonuç

Bu çalışmamızda, farklı boyut indirme ve normalizasyon yöntemlerinin yüz tanıma problemi üzerindeki etkileri inceledik. Altı farklı boyut indirme yöntemi ve üç farklı

normalizasyon kullandık. Sınıflandırma adımında üç farklı sınıflandırıcı kullanarak, yöntemlerin sınıflandırıcılar üzerindeki etkilerini gösterdik. Veritabanımızda aynı kişinin imgeler farklılık göstermektedir. Işıklandırma ve gözlük gibi aksesuar farklılıkları dolayısıyla kullandığımız veritabanı sınıflandırma için zorluklar teşkil etmektedir. Elde ettiğimiz %90.20'lik doğru tanıma oranı, veritabanının zorluğu göz önüne alındığında başarılıdır. Tanıma oranları arasında çok büyük farklar olmasa da, en iyi performans 16x16 bloklar ile elde edilmiştir. Blok içi normalizasyonu, öznitelik normalizasyonlarından daha iyi sonuç verirken, en başarılı boyut indirme yöntemi ise aPAC olarak gözlenmiştir.

Bildiğimiz kadarıyla, aPAC, NPCA-NLDA ve NNDA, yerel görünüm tabanlı yüz tanıma problemine ilk kez bizim tarafımızdan uygulanmıştır. Buna ek olarak, farklı bir normalizasyon yöntemi, blok içi normalizasyon, yerel görünüm tabanlı yöntemde kullanmıştır. Ayrıca, yüz tanıma sistemi tam otomatik olup göz merkezlerinin işaretlenmesi gibi herhangi bir insan etkileşimine ihtiyaç duymamaktadır.

7. Kaynakça

- [1] Facial recognition system Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Facial_recognition_system
- [2] W. Zhao et al., "Face Recognition: A Literature Survey", *ACM Computing Surveys*, Vol. 35, No. 4, pp. 399-458, 2003.
- [3] H.K. Ekenel, R. Stiefelhagen, "Analysis of Local Appearance-based Face Recognition: Effects of Feature Selection and Feature Normalization", *CVPR Biometrics Workshop*, New York, USA, June 2006.
- [4] Y. Koren, L. Camel, "Visualization of Labeled Data Using Linear Transformations", *Proceedings of IEEE Information Visualization 2003* (InfoVis'03), 2003.
- [5] Duda, R.O., P.E. Hart, D.G. Stork, *Pattern Classification*, Wiley-Interscience; 2nd edition, October 2000.
- [6] M. Loog, R.P.W. Duin, R Haeb-Umbach, "Multiclass Linear Dimension Reduction by Weighted Pairwise Fisher Criteria", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 23, No. 7, July 2001.
- [7] Y. Koren, L. Camel, "Robust Linear Dimensionality Reduction", *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 10, No. 4, pp. 459-470, 2004.
- [8] X. Qiu and L. Wu, Stepwise nearest neighbor discriminant analysis, *Proceedings of International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, Edinburgh (2005), pp. 829–834.
- [9] H.K. Ekenel, R. Stiefelhagen, "Block Selection in the Local Appearance-based Face Recognition Scheme", *CVPR Biometrics Workshop*, New York, USA, June 2006.