

**ESTIMASI PARAMETER PADA SISTEM  
PERSAMAAN SIMULTAN DENGAN METODE  
*LIMITED INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD (LIML)***



=====  
**SKRIPSI**  
=====

Oleh :

**IPA ROMIKA**

**J2E004230**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2009**

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN I.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN II .....	iii
KATA PENGANTAR .....	iv
ABSTRAK .....	vi
ABSTRACT .....	vii
DAFTAR ISI .....	viii
DAFTAR TABEL .....	x
DAFTAR LAMPIRAN.....	xi
DAFTAR SIMBOL .....	xii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Permasalahan.....	4
1.3 Pembatasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan Penulisan .....	4
1.5 Sistematika Penulisan .....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....	6
2.1 Matriks dan Vektor .....	6
2.2 Distribusi Normal .....	11
2.3 Metode Kuadrat Terkecil Biasa ( <i>Ordinary Least Squares</i> – OLS).....	14
2.3.1 Regresi Linear Sederhana .....	15
2.3.2 Regresi Linear Berganda .....	18
2.4 Metode Maksimum Likelihood ( <i>Maximum Likelihood</i> <i>Methods</i> ).....	22
2.5 Sifat-Sifat Penaksir Titik .....	23
BAB III ESTIMASI PARAMETER DENGAN METODE <i>LIMITED</i> <i>INFORMATION MAXIMUM LIKELIHOOD</i> (LIML) .....	27
3.1 Sistem Persamaan Simultan .....	27
3.2 Bias Persamaan Simultan.....	28
3.3 Variabel Sistem Persamaan Simultan .....	33
3.4 Notasi Umum Sistem Persamaan Simultan .....	36

3.5	Persamaan Bentuk Reduksi ( <i>reduced-form equations</i> ) dalam Sistem Persamaan Simultan .....	39
3.6	Masalah Identifikasi.....	40
3.6.1	Tidak Teridentifikasi ( <i>unidentified / underidentified</i> ).....	41
3.6.2	Tepat Teridentifikasi ( <i>Exactly</i> atau <i>fully</i> atau <i>just Identified</i> ).....	44
3.6.3	Terlalu Teridentifikasi ( <i>overidentified</i> ).....	46
3.7	Aturan Identifikasi.....	48
3.7.1	Identifikasi Kondisi Order .....	49
3.7.1	Identifikasi Kondisi Rank .....	50
3.8	Metode Estimasi Persamaan Simultan .....	55
3.9	Metode <i>Limited Information Maximum Likelihood</i> (LIML).....	57
3.10	Contoh Penerapan Metode LIML dalam Mengestimasi Parameter pada Sistem Persamaan Simultan .....	66
3.10.1	Uji Distribusi Normal .....	69
3.10.2	Identifikasi Persamaan Model Ekonomi Makro Sederhana.....	70
3.10.2.1	Identifikasi Kondisi Order .....	70
3.10.2.2	Identifikasi Kondisi Rank .....	71
3.10.3	Estimasi Parameter Model Ekonomi Makro Sederhana dengan Metode LIML.....	74
3.10.4	Prediksi Untuk Tahun-Tahun Berikutnya .....	78
BAB IV KESIMPULAN.....		84
DAFTAR PUSTAKA .....		85
LAMPIRAN		

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Model yang paling sering ditemui dalam berbagai kasus biasanya berupa model persamaan tunggal (*single equation models*). Namun, selain model persamaan tunggal ada juga model persamaan simultan (*simultaneous equations models*) atau sistem persamaan simultan (*simultaneous equations systems*). Model persamaan tunggal yaitu model dimana hanya terdapat satu variabel tak bebas Y dan satu atau lebih variabel bebas X. Hubungan sebab akibat yang terjadi dalam model tersebut berlangsung satu arah, yaitu dari X ke Y. Namun, terkadang dalam beberapa model sering terdapat interdependensi atau saling ketergantungan antar variabel, dimana bukan hanya variabel X yang bisa mempengaruhi variabel Y, tetapi juga variabel Y bisa mempengaruhi variabel X sehingga dalam model tersebut terjadi hubungan dua arah. Model yang seperti itu disebut dengan model persamaan simultan atau sistem persamaan simultan.

Dalam model persamaan simultan terdapat lebih dari satu variabel tak bebas dan lebih dari satu persamaan yang akan membentuk suatu sistem persamaan. Jumlah persamaan dalam sistem persamaan simultan tersebut adalah sama dengan jumlah variabel tak bebas. Ciri unik dari sistem persamaan simultan adalah bahwa variabel tak bebas dalam satu persamaan bisa muncul lagi sebagai variabel bebas dalam persamaan lain dari sistem. Oleh karena itu, pemberian nama variabel bebas dan variabel tak bebas di dalam sistem persamaan simultan sudah tidak tepat lagi. Sehingga untuk selanjutnya dalam persamaan simultan

akan ada yang namanya variabel endogen dan variabel yang ditetapkan lebih dulu (*predetermined variable*). Variabel yang ditetapkan lebih dulu bisa berupa variabel eksogen sekarang, eksogen waktu lampau dan endogen waktu lampau.

Perhatikan model persamaan simultan berikut :

$$Y_{1i} = \gamma_{10} + \beta_{12} Y_{2i} + \gamma_{11} X_{1i} + u_{1i} \quad (1.1.1)$$

$$Y_{2i} = \gamma_{20} + \beta_{21} Y_{1i} + \gamma_{21} X_{1i} + u_{2i} \quad (1.1.2)$$

dengan  $Y_1$  dan  $Y_2$  merupakan variabel tak bebas yang saling bergantung atau bersifat endogen, variabel  $X_1$  merupakan variabel bebas yang bersifat eksogen, sedangkan  $u_1$  dan  $u_2$  adalah galat. Pada model persamaan simultan di atas juga dapat dilihat bahwa variabel  $Y_1$  pada persamaan pertama merupakan variabel tak bebas, tetapi pada persamaan kedua merupakan variabel bebas. Begitu pula dengan variabel  $Y_2$  yang juga mempunyai dua fungsi yaitu sebagai variabel tak bebas dan variabel bebas. Inilah yang dimaksud dengan persamaan simultan.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai estimasi parameter dari model persamaan tunggal adalah metode Kuadrat Terkecil Biasa (*Ordinary Least Squares – OLS*). Dibawah asumsi  $u \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$  dan  $E(X_i u_i) = 0$ , maka penaksir yang diperoleh dengan metode OLS akan bersifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Namun, karena pada model persamaan simultan terjadi hubungan dua arah yang mengakibatkan adanya korelasi antara variabel bebas dengan galat atau  $E(X_i u_i) \neq 0$ , maka metode OLS ini tidak dapat digunakan pada sistem persamaan simultan. Hal ini dikarenakan metode OLS tidak mampu memberikan penaksir yang bersifat tak bias serta konsisten. Oleh karena itu, pada persamaan simultan perlu metode khusus untuk memperoleh penaksir parameter yang bersifat tak bias dan juga konsisten.

Ada dua pendekatan untuk mengestimasi parameter pada sistem persamaan simultan. Pertama, metode persamaan tunggal atau yang dikenal sebagai metode informasi terbatas (*Limited Information Methods*) contohnya kuadrat terkecil tak langsung (*Indirect Least Squares - ILS*), kuadrat terkecil dua-tahap (*Two-stage Least Squares - 2SLS*), dan *Limited Information Maximum Likelihood - LIML*. Kedua, metode sistem (*System Methods*) yang dikenal sebagai metode informasi penuh (*Full Information Methods*) contohnya kuadrat terkecil tiga-tahap (*Three-stage Least Squares - 3SLS*) dan *Full Information Maximum Likelihood - FIML*.

Sebelum menentukan metode apa yang akan digunakan dalam mengestimasi parameter, maka perlu dilakukan proses identifikasi pada masing-masing persamaan dalam sistem persamaan simultan. Suatu persamaan bisa berupa tepat teridentifikasi (*exactly identified*), terlalu teridentifikasi (*overidentified*), atau tidak teridentifikasi (*unidentified*). Terdapat dua aturan dalam mengidentifikasi persamaan simultan, yaitu aturan kondisi order dan aturan kondisi rank. Aturan tersebut mempermudah penyelesaian masalah identifikasi karena lebih sederhana dan sistematis dibandingkan dengan menggunakan persamaan bentuk reduksi. Untuk persamaan yang terlalu teridentifikasi, salah satunya dapat diestimasi dengan menggunakan metode LIML.

Pada tugas akhir ini, akan dibahas estimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode LIML. Metode LIML ini menggunakan informasi yang terbatas dalam mengestimasi parameter. Informasi terbatas di sini maksudnya adalah bahwa dalam menaksir atau mengestimasi parameter untuk setiap persamaan di dalam sistem persamaan simultan, metode

tersebut hanya menggunakan informasi yang berasal dari persamaan yang bersangkutan saja tanpa menggunakan seluruh informasi yang ada pada sistem persamaan simultan. Dengan kata lain, setiap persamaan diestimasi secara individu atau sendiri-sendiri tanpa memperhatikan persamaan lainnya dalam sistem. Sehingga akan lebih sederhana dan tidak terlalu rumit dalam perhitungan nantinya. Dalam mengestimasi parameter dengan metode LIML ini akan digunakan program Maple8, SPSS 11.5 dan EViews 4.

## **1.2. Permasalahan**

Permasalahan yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah bagaimana menaksir parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode LIML.

## **1.3. Pembatasan Masalah**

Masalah yang akan dibahas pada tugas akhir ini dibatasi pada penaksiran parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode LIML, dimana persamaan dalam sistem persamaan simultan bersifat linear dan terlalu teridentifikasi (*overidentified*).

## **1.4. Tujuan Penulisan**

Penulisan tugas akhir ini bertujuan antara lain

1. Mengidentifikasi persamaan pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan aturan identifikasi kondisi order dan rank.
2. Menentukan estimator LIML pada sistem persamaan simultan.

3. Menentukan model estimator LIML pada sistem persamaan simultan.
4. Menerapkan metode LIML pada model ekonomi makro sederhana yang bersifat simultan serta melakukan prediksi untuk tahun 1995 - 2014.

### **1.5. Sistematika Penulisan**

Untuk memberikan gambaran menyeluruh mengenai penaksiran parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode LIML, tugas akhir ini terdiri dari : Bab I merupakan Pendahuluan yang berisi latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II merupakan Tinjauan Pustaka yang berisi teori dasar yang menunjang materi pokok pembahasan, yaitu matriks dan vektor, distribusi normal, metode kuadrat terkecil biasa (*Ordinary Least Square–OLS*) pada regresi linear sederhana dan regresi linear berganda, metode maksimum likelihood (*Maximum Likelihood Methods*), sifat-sifat penaksir titik yang terdiri dari sifat tak bias, *Mean Square Error* yang minimum, efisiensi dan konsistensi. Bab III berisi pembahasan mengenai estimasi parameter pada sistem persamaan simultan dengan menggunakan metode LIML, meliputi : sistem persamaan simultan, bias persamaan simultan, variabel sistem persamaan simultan, notasi umum sistem persamaan simultan, persamaan bentuk reduksi dalam sistem persamaan simultan, masalah identifikasi, aturan identifikasi yang terdiri dari identifikasi kondisi order dan identifikasi kondisi rank, metode estimasi persamaan simultan, metode LIML, contoh penerapan metode LIML dalam mengestimasi parameter pada sistem persamaan simultan pada model ekonomi makro sederhana dan analisis hasil yang diperoleh. Bab IV merupakan kesimpulan.



