

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DU DOCTORAT EN INGÉNIERIE**

**PAR**

**ALEXANDRE PERRON**

**TRANSFERT DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT ET AUGMENTATION DE LA  
RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE CAUSÉS PAR LA PRÉSENCE DES BULLES DANS  
UNE CUVE HALL-HÉROULT**

**OCTOBRE 2006**



### Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

\*\*\*\*\*

**Directeur de thèse : László I. KISS, Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)**

**Codirecteur : Patrice CHARTRAND, École Polytechnique de Montréal (EPM)**

Soutenue le 16 octobre 2006

\*\*\*\*\*

### **Membres du Jury**

M. D. AUDET	Professeur à l'Université du Québec à Chicoutimi, Directeur du département des sciences appliquées	Président du jury
MM. L. I. KISS	Professeur à l'Université du Québec à Chicoutimi	Examineur
P. CHARTRAND	Professeur à l'École Polytechnique de Montréal	Examineur
A. CHARETTE	Professeur à l'Université du Québec à Chicoutimi	Examineur
G. HETSRONI	Professeur émérite à l'Institut des Technologies d'Israël	Examineur
Mme. N. BOUCHARD	Doyenne des études de cycles supérieures et de la recherche, UQAC	

## RÉSUMÉ

Au cours des années doctorales, deux des principaux aspects concernant le rôle des bulles dans une cuve d'électrolyse ont été étudiés : l'écoulement engendré par celles-ci et l'augmentation de la résistance électrique causée par leur présence sous l'anode. Les quatre premiers chapitres de la thèse sont principalement dédiés au premier aspect tandis que le dernier porte sur la résistance électrique.

Dans le premier chapitre, une modélisation numérique de l'écoulement engendré par les bulles a été effectuée. Pour la première fois, un modèle polyphasique euler-euler a été utilisé. Les résultats obtenus numériquement ont été comparés à ceux mesurés dans un modèle physique à eau. La comparaison a montré que le champ d'écoulement global est similaire dans les deux cas, mais que la grandeur du champ de vitesse est légèrement supérieure dans le cas du modèle numérique. Une partie de cette différence est attribuée au fait que les données quantitatives concernant le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée n'étaient pas disponibles. Au deuxième chapitre, les influences de l'inclinaison de la surface, du volume des bulles et des propriétés du liquide sur le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée sont étudiées expérimentalement. Pour l'ensemble des études réalisées, les bulles se déplaçaient en régime de mouillage complet, c.-à-d. que la bulle et la surface solide sont séparées par un mince film de liquide. Au chapitre 3, un capteur à fibres optiques a été développé pour mesurer l'épaisseur de ce film de liquide. Cette dernière est un paramètre important pour comprendre le rôle du film liquide sur le mouvement de la bulle. Le capteur tient compte de la perturbation engendrée par la présence de l'interface inférieure de la bulle. Par la suite, deux régimes asymptotiques du mouvement d'une bulle sous une surface ont été étudiés au chapitre 4. Le premier est dominé par la dissipation visqueuse associée à l'existence du film tandis que le deuxième est principalement contrôlé par l'inertie. Finalement, dans le dernier chapitre, un modèle mathématique qui évalue l'augmentation de la résistance électrique engendrée par la présence d'un grand nombre de bulles sous des conditions normales

d'électrolyse est présenté. Le modèle mathématique proposé prend comme données d'entrée les sorties du simulateur de la couche gazeuse développé à l'Université du Québec à Chicoutimi. Auparavant, une étude quantifiant l'influence de la forme de la bulle sur l'augmentation de la résistance électrique est effectuée.

## ABSTRACT

In this thesis, two of the most important consequences of the presence of the bubbles in a Hall-Héroult cell are studied: the induced flow in the electrolyte and the increase of the effective electrical resistivity of the electrolyte. The first four chapters are dedicated to the former aspect while the latter is treated in the last chapter.

In the first chapter, the flow induced by the bubbles in the electrolyte is obtained by numerical simulation. For the first time in this field, a multiphase model based on the euler-euler approach is used. The numerical results have been compared to the data measured in an industrial scale water model. The comparison has shown that the overall flow pattern is the same but the magnitude of the flow given by the numerical model is slightly higher than that measured in the physical model. A part of the difference between the two results can be attributed to the lack of information concerning the movement of a bubble under a slightly inclined surface. In the second chapter, the influence of the inclination angle of the surface, the bubble volume as well as the physical properties of the working liquid on the bubble motion are studied experimentally. In all the experiments, the single bubble and the solid plate were separated physically by a thin layer of liquid, working in the so-called complete wetting regime. In the third chapter, a multifibre optic sensor is developed in order to measure the thickness of the wetting film. The latter quantity may play an important role in the bubble motion. Two asymptotic regimes of the movement are studied in the fourth chapter: a regime dominated by the viscous dissipation associated with the existence of the wetting film and another regime controlled principally by the inertia. Finally, in the last chapter, a mathematical model which computes the increment of the electrical resistance of the electrolyte for a large number of bubbles under normal operating conditions is developed. The inputs of the proposed model are the output of a bubble simulator developed at the Université du Québec à Chicoutimi. To support these calculations, a study quantifying the influence of the bubble shape on the incremental electrical resistance is done.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier premièrement mon directeur de recherche, le professeur László Kiss, pour son soutien, sa confiance en mes possibilités, ses idées et sa générosité. Les nombreux conseils qu'il m'a prodigués (autant humains que scientifiques) au cours de cette période à la fois difficile et exigeante de ma vie, ont été pour moi d'une importance capitale. J'ai apprécié chaque minute de nos très nombreuses et longues discussions à propos de la thermodynamique, des bulles, de la vie en général, etc.... M. Kiss est grandement responsable de l'accomplissement de cette thèse. J'espère que l'avenir nous réservera beaucoup de projets communs. J'exprime mes remerciements au professeur Patrice Chartrand, mon codirecteur de recherche, pour son implication dans le projet malgré la distance qui nous séparait. J'ai grandement apprécié mon séjour à la Polytechnique. En quelques semaines, j'ai appris beaucoup sur la chimie du bain électrolytique.

Je remercie le Dr. Sándor Poncsák, mon colocataire de bureau et ami, pour son support et son aide tout au long de mes études doctorales. Depuis le tout début, il a toujours trouvé le temps de discuter de mes nombreuses interrogations. Je tiens aussi à remercier Sylvain Desgagné, Yannick Gagnon ainsi que Geneviève Desclaux pour leur soutien technique.

Il me serait impossible de ne pas mentionner l'appui inconditionnel de mes parents et amis. Cet appui m'a permis de foncer toujours plus loin et d'apprendre à apprécier mes réalisations.

Enfin, je tiens à remercier le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG), les Fonds Québécois de Recherches sur la Nature et les Technologies (FQRNT) ainsi que la compagnie ALCAN pour leur apport financier sous forme de bourses doctorales.

## LISTE DES PUBLICATIONS

Des articles basés sur les travaux contenus dans cette thèse ont été publiés (ou en voie de l'être ou soumis) dans des journaux et des conférences avec comité de lecture.

### **Journaux:**

Perron, A., Kiss, L. I., *Rise velocity of single bubbles moving under a slightly inclined surface in various liquids*, soumis au International Journal of Multiphase Flow, 2006, 20 pages.

Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák, S., *Motion of single bubbles moving under a slightly inclined surface through stationary liquids*, International Journal of Multiphase Flow, 2006, (sous presse).

Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák, S., *The influence of bubble shape and the thickness of the wetting film on the incremental electrical resistance caused by the presence of a bubble*, Journal of Applied Electrochemistry, 2006, (sous presse).

Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák, S., *Mathematical model to evaluate the ohmic resistance caused by the presence of bubbles in Hall-Héroult cells*, Journal of Applied Electrochemistry, 2006, (sous presse)

Perron, A., Kiss, L. I., Verreault, R., 2006. *A multi fiber optic sensor to measure the liquid film thickness of a bubble moving under a slightly inclined surface*, Measurement Science and Technology 17, 1594-1600.

Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák, S., 2006. *An experimental investigation of the motion of single bubbles under a slightly inclined surface*, International Journal of Multiphase Flow 32, 606-622.

**Conférences avec comité de lecture**

Perron, A., Kiss, L. I., Toulouse, D., Poncsák, S., *The influence of the anode inclination on the hydrodynamics of the Hall-Héroult cell*, CIM Light Metals 2006, 513-519.

Poncsák, S., Kiss, L. I., Perron, A., Perron, S., *The impact of the anode bottom curvature on anode gas covering in the Hall-Héroult cell*, CIM Light Metals 2006, 543-549.

Poncsák, S., Kiss, L. I., Toulouse, D., Perron, A., Perron, S., *Size Distribution of the Bubbles in the Hall-Héroult Cells*, TMS Light Metals 2006, 457-462.

Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák, S., 2005. *Regimes of the Movement of Bubbles under the Anode in an Aluminum Electrolysis Cell*, TMS Light Metals, 565-570.

Kiss, L. I., Poncsák, S., Toulouse, D., Perron, A., Liedtke, A., Mackowiak, V., 2004. *Detachment of Bubbles from their Nucleation Sites*, TMS Light Metals, Multiphase Phenomena and CFD Modeling and Simulation in Materials Processes, 159-167.

## TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	iii
ABSTRACT.....	v
REMERCIEMENTS.....	vi
LISTE DES PUBLICATIONS .....	vii
TABLE DES MATIÈRES .....	ix
LISTE DES SYMBOLES.....	xiv
LISTE DES FIGURES .....	xix
LISTE DES TABLEAUX .....	xxvi
INTRODUCTION .....	27
0.1- Problématique globale .....	29
0.1.1- Rôle et influence de la couche gazeuse .....	31
0.1.1.1- La couche gazeuse comme source de quantité de mouvement .....	32
0.1.1.2- Augmentation de la résistance du bain engendrée par la présence des bulles.....	34
0.1.1.3- Bulles et fluctuations de voltage.....	34
0.2- Objectifs du projet de recherche.....	35
0.3- Références .....	37
CHAPITRE 1 MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE ANODE DANS UNE CUVE HALL-HÉROULT.....	39
1.1- Modélisation mathématique de l'écoulement polyphasique .....	40
1.1.1- Introduction .....	40
1.1.2- Modèles mathématiques existants .....	41
1.1.3- Description du modèle mathématique .....	46
1.1.3.1- Introduction .....	46
1.1.3.2- Équations hydrodynamiques laminares.....	47

1.1.3.3- Quantité de mouvement transférée entre les phases via l'interface .....	49
1.1.3.4- Turbulence pour un écoulement monophasique.....	50
1.1.3.5- Turbulence pour un écoulement polyphasique.....	55
1.1.4- Possibilités en écoulement polyphasique avec le logiciel CFX-5.6® .....	56
1.1.5- Résultats et discussion.....	60
1.1.5.1- Géométrie utilisée.....	61
1.1.5.2- Maillage utilisé .....	61
1.1.5.3- Modèle polyphasique.....	63
1.1.5.4- Conditions aux frontières .....	67
1.1.5.5- Modèles de turbulence.....	69
1.1.5.6- Conditions initiales.....	69
1.1.5.7- Convergence .....	69
1.1.5.8- Résultats .....	70
1.2- Modélisation physique de l'écoulement polyphasique.....	74
1.2.1- Introduction .....	74
1.2.2- Discussion sur les modèles à eau.....	74
1.2.3- Description de l'expérience .....	77
1.2.3.1- Le modèle physique air-eau.....	77
1.2.3.2- Mesures avec le système <i>PIV</i> .....	78
1.2.4- Résultats .....	80
1.2.4.1- Champ d'écoulement global.....	80
1.2.4.2- Influence de l'inclinaison de l'anode sur l'écoulement engendré par les bulles.....	82
1.3- Comparaison des deux méthodologies et discussion.....	85
1.4- Références .....	88

## CHAPITRE 2

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU MOUVEMENT D'UNE BULLE SOUS UNE SURFACE INCLINÉE .....	90
---	----

2.1- Influences du volume des bulles et de l'inclinaison de la surface sur le mouvement d'une bulle .....	92
2.1.1- Introduction .....	92
2.1.2- Méthodologie expérimentale .....	99
2.1.3- Résultats et discussion .....	105
2.1.3.1- Effets du volume et de l'inclinaison de la surface sur la forme des bulles .....	105
2.1.3.2- Effet du volume des bulles sur leur vitesse terminale .....	116
2.1.3.3- Coefficient de traînée d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée .....	122
2.1.4- Conclusions .....	127
2.2- Influences des propriétés physiques du liquide sur le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée .....	129
2.2.1- Introduction .....	129
2.2.2- Méthodologie expérimentale .....	132
2.2.3- Résultats et discussion .....	135
2.2.3.1- Effet des propriétés physiques du liquide sur la forme de la bulle .....	135
2.2.3.2- Effet des propriétés physiques du liquide sur la vitesse terminale de la bulle .....	146
2.2.4- Conclusions .....	154
2.3- Références .....	156

### CHAPITRE 3

MESURE DE L'ÉPAISSEUR DU FILM LIQUIDE SITUÉ ENTRE LA BULLE ET LA SURFACE SOLIDE .....	159
3.1- Introduction .....	160
3.2- Le modèle numérique .....	166
3.2.1- Distribution spatiale de l'éclairement .....	167
3.2.2- Puissance radiante reçue par le capteur .....	169

3.3- Configuration du capteur à fibres optiques .....	173
3.3.1- Influence de l'inclinaison de la surface .....	174
3.3.2- Extraction de la contribution de la deuxième interface .....	175
3.4- Étalonnage du capteur à fibres optiques.....	177
3.5- Validation de la méthode d'extraction .....	180
3.6- Conclusions .....	183
3.7- Références .....	184

## CHAPITRE 4

VITESSE TERMINALE D'UNE BULLE SOUS UNE SURFACE LÉGÈREMENT INCLINÉE DANS DIFFÉRENTS LIQUIDES .....	186
4.1- Introduction .....	187
4.1.1- Mouvement d'une bulle sous une surface .....	187
4.1.2- Écoulement potentiel visqueux.....	191
4.2- Régime de mouvement contrôlé par le film .....	193
4.2.1- Vitesse terminale des bulles dans des liquides très visqueux.....	193
4.2.2- Épaisseur du film liquide.....	197
4.3- Régime de mouvement contrôlé principalement par l'inertie .....	203
4.3.1- Modèle ellipsoïdal pour les liquides ayant une très faible valeur de $Mo$ .....	205
4.3.2- Vitesse terminale adimensionnelle .....	211
4.3.3- Comparaison avec les expériences .....	213
4.4- Conclusions .....	218
4.5- Références .....	219

## CHAPITRE 5

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE ENGENDRÉE PAR LA PRÉSENCE DES BULLES SOUS L'ANODE.....	220
5.1- Revue de la littérature sur les modèles existants .....	221
5.1.1- Généralités .....	221

5.1.2- Modèles classiques .....	223
5.1.3- Modèles incluant le champ électrique .....	231
5.1.4- Discussion sur les modèles existants.....	235
5.2- Résistance engendrée par la présence d'une bulle unique.....	236
5.2.1- Résumé .....	236
5.2.2- Le modèle mathématique .....	237
5.2.3- Résultats et discussion.....	240
5.2.3.1- Influence de la forme de la bulle .....	241
5.2.3.2- Influence de la présence du film liquide.....	252
5.2.4- Conclusions .....	256
5.3- Résistance électrique engendrée par un ensemble de bulles .....	256
5.3.1- Résumé .....	256
5.3.2- Le simulateur de la couche gazeuse .....	257
5.3.3- Développement du modèle mathématique .....	259
5.3.4- Validation du modèle et discussion.....	264
5.3.5- Conclusions .....	271
5.4- Implémentation du modèle électrique dans le simulateur .....	272
5.5- Références .....	275
CONCLUSIONS .....	278

## LISTE DES SYMBOLES

### Abréviations

<i>ac</i>	courant alternatif
<i>Bo</i>	nombre de Bond
<i>Ca</i>	nombre Capillaire
DAC	distance anode-cathode
dc	courant continu
<i>Fr</i>	nombre de Froude
MHD	magnétohydrodynamique
N.A.	ouverture numérique
PIV	<i>particle image velocimetry</i>
<i>Mo</i>	nombre de Morton
<i>Re</i>	nombre de Reynolds
<i>Re<sub>G</sub></i>	nombre de Reynolds Gravité
<i>We</i>	nombre de Weber

### Symboles latins

<i>a</i>	diamètre d'un tube	m
<i>a</i>	semiaxe mineur de l'ellipsoïde	m
<i>A</i>	aire	m <sup>2</sup>
<i>A<sub>a</sub></i>	surface anodique	m <sup>2</sup>
<i>A<sub>ac</sub></i>	amplitude du courant ac	A
<i>A<sub>αβ</sub><sup>p</sup></i>	densité d'interface (modèle particule)	m <sup>-1</sup>
<i>A<sub>αβ</sub><sup>m</sup></i>	densité d'interface (modèle mélange)	m <sup>-1</sup>
<i>b</i>	semiaxe majeure de l'ellipsoïde	m
<i>b</i>	constante empirique (équation 3.2)	m
<i>B</i>	constante géométrique (équation 4.29)	
<i>c</i>	épaisseur du film liquide	m
<i>c<sub>αβ</sub><sup>(d)</sup></i>	coefficient (équation 1.8)	kg m <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup>
<i>C<sub>d</sub></i>	coefficient de traînée	
<i>C<sub>ε1</sub></i>	constante (équation 1.20)	
<i>C<sub>ε2</sub></i>	constante (équation 1.20)	
<i>C<sub>μ</sub></i>	coefficient de proportionnalité (équation 1.18)	
<i>d</i>	diamètre équivalent	m
<i>d</i>	diamètre extérieur d'une fibre optique	m

$d_c$	diamètre des cylindres pour simuler les bulles	m
$d_\beta$	diamètre de la particule sphérique	m
$d_{\alpha\beta}$	longueur caractéristique d'échange	m
$D$	diamètre du nez de la bulle	m
$e$	excentricité géométrique	
$e^*$	excentricité géométrique obtenue par Maxworthy (1991)	
$E(r, z)$	éclairage dans le plan horizontal	$W m^{-2}$
$E_{CL}(z)$	éclairage le long de l'axe $z$	$W m^{-2}$
$E_n$	potentiel de Nernst	V
$f_\mu$	coefficient de proportionnalité (équation 1.15)	
$f$	coefficient (équation 2.23)	
$F$	constante de Faraday	$C mol^{-1}$
$g$	accélération gravitationnelle	$m s^{-2}$
$g$	coefficient (équation 2.23)	
$h$	hauteur verticale par rapport au point de stagnation	m
$h_1, h_2, h_3$	coefficients de Lamé	m
$h_{lim}$	hauteur limite d'une bulle statique	m
$h_{max}$	hauteur maximale d'une bulle statique	m
$H$	hauteur (profondeur) d'une bulle	m
$i$	densité de courant	$A m^{-2}$
$I$	courant	A
$I$	constante (équation 2.2)	
$J$	constante (équation 2.3)	
$k$	énergie cinétique de turbulence	$m^2 s^{-2}$
$k$	nombre d'onde	$m^{-1}$
$K_G$	constante inconnue	Pa
$L$	longueur	m
$l_B$	épaisseur moyenne de la couche diphasique sous l'anode	m
$l_c$	longueur capillaire	m
$L_t$	longueur caractéristique (équation 1.18)	m
$M_\alpha$	terme source de quantité de mouvement	$kg m^{-2} s^{-2}$
$n$	indice de réfraction	
$N_p$	nombre total de phases	
$p$	pression	Pa
$p$	zone perturbée relative	
$P$	puissance radiante	W
$P_0$	puissance radiante captée à l'horizontal à $c$ donnée	W
$P_k$	taux de production de cisaillement	$kg m^{-1} s^{-3}$
$P_{max}$	puissance radiante maximale	W

$q$	résistance électrique relative d'un canal de conduction	
$q$	rayon de la couronne de fibres extérieure	m
$r_c$	rayon de courbure d'une bulle «calotte sphérique »	m
$R$	rayon de la partie circulaire avant d'une bulle	m
$R$	constante universelle des gaz	J mol <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
$r$	rapport géométrique moyen de la bulle	
$r(t)$	rapport géométrique instantané de la bulle	
$r$	rapport géométrique de la bulle de Fortin	
$r_\beta$	fraction volumique de la phase gazeuse	
$r_\perp$	amplitude de la réflexion pour la polarisation perpendiculaire	
$r_{//}$	amplitude de la réflexion pour la polarisation parallèle	
$R$	rayon de courbure de la partie avant de la bulle	m
$R_c$	rayon du cercle d'une bulle accrochée sous une surface	m
$R$	résistance électrique	$\Omega$
$R^*$	rayon de faisceau de lumière équivalent	m
$R_B$	rayon d'une bulle aplatie sous l'anode	m
$R(z)$	rayon du faisceau lumineux	m
$s$	paramètre géométrique (équation 4.6)	
$S_M$	terme source de quantité de mouvement	kg m <sup>-2</sup> s <sup>-2</sup>
$S_{MS\alpha}$	terme source massique	kg m <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup>
$t$	temps	s
$T$	température	K, °C
$T_{\alpha\beta}^k$	transfert à l'interface de $k$	s <sup>-2</sup>
$T_{\alpha\beta}^k$	transfert à l'interface de $\varepsilon$	s <sup>-2</sup>
$u$	composante de vitesse horizontale instantanée	m s <sup>-1</sup>
$u'$	fluctuations de $u$	m s <sup>-1</sup>
$u_T$	vitesse terminale de la bulle	m s <sup>-1</sup>
$U$	composante de vitesse horizontale moyenne	m s <sup>-1</sup>
$U_t$	échelle de vitesse (équation 1.15)	m s <sup>-1</sup>
$v$	composante de vitesse verticale	m s <sup>-1</sup>
$v'$	fluctuations de $v$	m s <sup>-1</sup>
$V$	volume	m <sup>3</sup>
$V^*$	voltage	V
$V_D$	volume du domaine fluide (équation 1.16)	m <sup>3</sup>
$V_T$	volume total de toutes les bulles sous l'anode	m <sup>3</sup>
$w$	rayon de la couronne de fibres intérieure	m
$w'$	fluctuations de la composante de vitesse selon $z$	m s <sup>-1</sup>
$W$	longueur de la bulle perpendiculaire à $u_T$	m
$x(t)$	position de la bulle en fonction du temps	m
$Z$	longueur de la bulle perpendiculaire à $u_T$	m

Symboles grecs

$\alpha$	angle ayant comme référence l'axe $y$ (figure 4.7)	°
$\beta$	coefficient dépendant légèrement de $Mo$ (équation 4.8)	
$\delta$	symbole de Kronecker	
$\delta$	angle d'incidence d'un rayon lumineux	°
$\varepsilon$	dissipation visqueuse	$m^2 s^{-2}$
$\phi$	angle d'inclinaison de la surface (anode)	°
$\Phi$	potentiel de vitesse dans le référentiel de la bulle	$m^2 s^{-1}$
$\Phi_0$	puissance totale émise	W
$\Phi_1$	potentiel de vitesse dans le référentiel du laboratoire	$m^2 s^{-1}$
$\varphi$	angle central (partie avant de la bulle)	°
$\Gamma_{\alpha\beta}$	débit massique par unité de volume	$kg m^{-3} s^{-1}$
$\kappa$	distance entre l'origine et les foyers de l'ellipsoïde	m
$\kappa$	conductivité électrique	$S m^{-1}$
$\lambda$	longueur d'onde	m
$\lambda$	longueur du ménisque dynamique	m
$\mu$	viscosité dynamique	$N s m^{-2}$
$\mu_t$	viscosité dynamique tourbillonnaire	$N s m^{-2}$
$\mu_{eff}$	viscosité dynamique effective	$N s m^{-2}$
$\theta$	angle d'ouverture du faisceau lumineux	°
$\theta_c$	angle de contact	°
$\Theta$	taux de couverture	
$\rho$	densité	$kg m^{-3}$
$\rho$	coefficient de réflexion (réflectivité)	
$\rho$	résistivité électrique	$\Omega m$
$\rho_{\alpha\beta}$	densité du mélange diphasique	$kg m^{-3}$
$\sigma$	tension superficielle	$N m^{-1}$
$\sigma_k$	constante pour le modèle de turbulence $k - \varepsilon$	
$\sigma_\varepsilon$	constante pour le modèle de turbulence $k - \varepsilon$	
$\nu$	viscosité cinématique	$m^2 s^{-1}$

Vecteurs

$\vec{g}$	accélération gravitationnelle	$m s^{-2}$
$\vec{n}$	normale à l'interface dirigée vers le liquide	m
$\vec{u}$	vecteur vitesse instantané	$m s^{-1}$

$\vec{U}$  vecteur vitesse moyen  $\text{m s}^{-1}$

**Tenseurs**

$\overline{D}[\vec{u}]$  tenseur du taux de déformation  $\text{s}^{-1}$

**Indices inférieurs**

$0$  électrolyte sans bulle  
 $1$  liquide  
 $2$  gaz  
 $\alpha$  phase continue  
 $\beta$  phase dispersée  
 $a$  avancement  
 $B$  électrolyte avec bulles  
 $G$  gaz  
 $L$  liquide  
 $r$  récession  
 $T$  totale (bulles + électrolyte)

**Indices supérieurs**

$*$  relié au canal de conduction électrique  
 $m$  sous-sous-modèle *mélange*  
 $p$  sous-sous-modèle *particule*

## LISTE DES FIGURES

### INTRODUCTION

Figure 0.1 : Cuve d'électrolyse de type «anodes précuites» (figure tirée de Grjotheim et Kvande (1993)). .....27

### CHAPITRE 1

Figure 1.1 : Possibilités offertes par le logiciel CFX-5.6® . .....57

Figure 1.2 : Géométrie utilisée pour le modèle numérique. Les dimensions sur la figure sont en mètre.....61

Figure 1.3 : Maillage utilisé pour le modèle mathématique en dessous de l'anode. ....62

Figure 1.4 : Agrandissement du maillage en dessous de l'anode. ....63

Figure 1.5 : Historique de convergence. ....70

Figure 1.6 : Patron d'écoulement général avec la turbulence.....71

Figure 1.7 : Patron d'écoulement en dessous de l'anode avec la turbulence.....71

Figure 1.8 : Distribution de la fraction volumique de gaz avec la turbulence .....72

Figure 1.9 : Forme de la couche de gaz en dessous de l'anode avec la turbulence .....72

Figure 1.10 : Forme de la couche d'air en dessous de la région arrondie de l'anode.....73

Figure 1.11 : Modèle physique composé de deux anodes : (1) caméra CCD, (2) LaserNd :YAG double cavités, (3) rideau laser.....77

Figure 1.12 : Patron d'écoulement moyen global obtenu avec le système PIV à une inclinaison anodique de 1°. Les dimensions sur la figure sont en mm. ....81

Figure 1.13 : Patron d'écoulement moyen global obtenu avec le système PIV à une inclinaison anodique de 3°. Les dimensions sur la figure sont en mm. ....82

Figure 1.14 : Composante de vitesse verticale moyenne dans le canal latéral à une hauteur  $y = 150$  mm en fonction de la position horizontale pour toutes les inclinaisons étudiées. ....83

Figure 1.15 : Composantes de vitesse horizontale et verticale moyennes dans la zone interpolaire en fonction de la position horizontale le long de la droite  $y = 25$  mm pour l'ensemble des inclinaisons étudié..... 84

## CHAPITRE 2

Figure 2.1 : Schéma du montage expérimental..... 101

Figure 2.2 : Identification des axes de la bulle. .... 102

Figure 2.3 : Position, vitesse instantanée et ratio des axes instantané pour deux bulles différentes en fonction du temps pour une inclinaison de  $6^\circ$ : (a)  $0.3 \text{ cm}^3$  (b)  $2 \text{ cm}^3$  ..... 104

Figure 2.4 : (a) Formes des bulles pour différents volumes. (b) Hauteur (profondeur) des bulles en fonction du volume de celles-ci..... 106

Figure 2.5 : Tendence du ratio des axes moyen en fonction du volume pour une inclinaison donnée..... 108

Figure 2.6 : Vitesses instantanées du nez et de la partie arrière d'une bulle de  $2,3 \text{ cm}^3$  avant, pendant et après la transition à une inclinaison de  $4^\circ$ . (a) bulle rampante, (b) la pénétration du film commence, (c) l'élongation maximale dans la direction du mouvement est atteinte et (d) le régime de mouillage complet..... 111

Figure 2.7 : Évolution de la longueur de la bulle durant la transition pour un volume de  $2,3 \text{ cm}^3$  et une pente de  $4^\circ$ ..... 112

Figure 2.8 : Formes caractéristiques du régime du mouillage complet d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée à une inclinaison donnée. Le volume augmente de C à F. Le mouvement des bulles est dirigé vers la droite. .... 113

Figure 2.9 : Données brutes de la vitesse terminale en fonction du diamètre équivalent... 117

Figure 2.10 :  $u_T$  en fonction de  $\phi$  pour différents  $d$ ..... 119

Figure 2.11 :  $Fr$  en fonction de  $Bo$  pour différentes inclinaisons. .... 121

Figure 2.12 :  $C_d$  versus  $Re$ . .... 123

- Figure 2.13 :  $C_d$  versus  $Bo$ . L'équation 2.19 est tracée pour les inclinaisons de  $2^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  et  $10^\circ$  tandis que l'équation 2.20 est tracée pour  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  et  $10^\circ$ . ..... 126
- Figure 2.14 :  $C_d$  versus l'angle d'inclinaison pour deux différentes bulles. .... 127
- Figure 2.15 : Illustration des différents paramètres géométriques utilisés pour caractériser la forme dynamique de la bulle dans le plan de la surface solide..... 135
- Figure 2.16 : Forme dynamique des bulles pour différents volumes dans des liquides purs à une inclinaison de  $4^\circ$ . Le mouvement est dirigé vers la droite et la forme des bulles est caractérisée par le contour de l'interface dans le plan de la surface solide. .... 137
- Figure 2.17 : Ratio des axes instantané pour des bulles en mouvement à une inclinaison de  $4^\circ$ : (a)  $0.5 \text{ cm}^3$ , (b)  $1.5 \text{ cm}^3$ , (c)  $4 \text{ cm}^3$  et (d)  $7 \text{ cm}^3$ . Les symboles utilisés pour les différents liquides purs sont présentés en (a). ..... 138
- Figure 2.18 : Vue de côté d'une bulle déformable se déplaçant vers la droite; (a) Une photo d'une déformation non stationnaire appelée saut hydraulique observable pour des bulles d'une taille intermédiaire dans des liquides ayant un faible nombre de Morton, (b) Un schéma d'un saut hydraulique quasi-stationnaire observé pour des bulles de très grande taille (Fortin et al. (1984)). ..... 139
- Figure 2.19 : Rapport des axes moyen en fonction du volume de la bulle observé dans quatre liquides purs à une inclinaison de  $4^\circ$ . ..... 142
- Figure 2.20 : Rayon de courbure au nez de la bulle  $R$  et angle  $\varphi$ , caractérisant le comportement circulaire, en fonction du volume de la bulle pour deux différents liquides visqueux à une inclinaison de  $4^\circ$  (a) glycérine et (b) propanediol. .... 143
- Figure 2.21 : (a) Variation de  $\varphi^*$  en fonction de l'angle d'inclinaison de la surface et (b) influence du nombre de Morton sur la valeur de  $\varphi^*$  à une inclinaison de  $4^\circ$  ..... 144
- Figure 2.22 : Données brutes de la vitesse terminale en fonction du diamètre équivalent pour différents liquides à une inclinaison de  $4^\circ$  (a) glycérine à différentes températures, (b) solutions aqueuses de propanediol, (c) solutions aqueuses d'isopropanol et (d) eau. .... 147
- Figure 2.23 :  $Fr$  en fonction de  $Bo$  pour une inclinaison  $4^\circ$ . (a) liquides possédant une valeur élevée de  $Mo$  et (b) liquides possédant une valeur faible de  $Mo$ . .... 149
- Figure 2.24 : Nombre de Reynolds en fonction du nombre de Bond à une inclinaison de  $4^\circ$  pour l'ensemble des liquides étudié dans ce travail..... 151

- Figure 2.25 : Variation de  $Re$  en fonction de  $Mo$  pour trois différentes valeurs de  $Bo$  pour une inclinaison de  $4^\circ$ ..... 152
- Figure 2.26 : Valeurs des paramètres  $f$  et  $g$  utilisés dans les expressions 2.23 et 2.24 pour différentes inclinaisons de surface;  $2^\circ$ ,  $4^\circ$  et  $6^\circ$ . ..... 153

### CHAPITRE 3

- Figure 3.1: Représentation schématique d'une bulle en mouvement sous une surface légèrement inclinée dans le régime de mouillage complet. .... 161
- Figure 3.2 : Capteur à fibres optiques utilisé par Ohba et al. (1984). ..... 162
- Figure 3.3 : Géométrie de la fibre émettrice. .... 167
- Figure 3.4 : Couronne composée de six fibres réceptrices. .... 170
- Figure 3.5 : Réflectivité de l'interface eau-air en fonction de l'angle d'incidence. .... 172
- Figure 3.6 : Configuration du capteur à fibres optiques. .... 173
- Figure 3.7 : Réponse du capteur en fonction de l'inclinaison de l'interface pour différentes épaisseurs de film..... 175
- Figure 3.8 : Réponses calculée pour les deux couronnes en fonction de l'épaisseur du film liquide. .... 176
- Figure 3.9 : Montage d'étalonnage du capteur. 1) cadran indicateur, 2) prisme de BK7, 3) support du prisme, 4) chariot de déplacement, 5) fibres optiques, 6) photo-diodes 7) tête du capteur. .... 179
- Figure 3.10: Prisme de BK7 ainsi que son support..... 179
- Figure 3.11 : Courbes d'étalonnage du capteur obtenues dans un système eau-BK7.. ..... 181
- Figure 3.12 : Réponses mesurées par les couronnes 1 et 2 lors de la validation. .... 182
- Figure 3.13 : Précision de la méthode d'extraction. À l'intérieur de l'intervalle d'opération de  $125 \mu\text{m}$  à  $1400$ , la précision du capteur est de l'ordre de  $5\%$ . .... 183

## CHAPITRE 4

- Figure 4.1 : Nombre capillaire  $Ca$  en fonction de  $d/l_c$  pour une bulle en mouvement dans la glycérine à différentes températures. (a)  $Mo = 2.52 \times 10^{+01}$ , (b)  $Mo = 1.47 \times 10^{+00}$ , (c)  $Mo = 8.01 \times 10^{-02}$  and (d)  $Mo = 7.18 \times 10^{-03}$ . ..... 194
- Figure 4.2 : Variation du coefficient  $\alpha$  en fonction du nombre de Morton pour des liquides ayant une forte viscosité. .... 196
- Figure 4.3 : Vue schématique du film liquide dans le système de référence de la bulle. ... 198
- Figure 4.4 : (a) Signal typique obtenu avec le capteur à fibres optiques lorsqu'une bulle passe en dessous de celui-ci. (b) Épaisseur du film en fonction du temps. Dans ce cas (a,b), le volume de la bulle est de  $3 \text{ cm}^3$ , l'inclinaison de  $8^\circ$  et le liquide est de la glycérine à  $22^\circ\text{C}$ . ..... 199
- Figure 4.5 : Épaisseur moyenne (en temps) du film en fonction du volume pour différentes inclinaisons de surface pour des bulles dans la glycérine à  $22^\circ\text{C}$ . ..... 200
- Figure 4.6 : Épaisseur du film liquide en fonction du groupe de variables introduit à la relation 4.10 pour des bulles se déplaçant dans la glycérine à  $22^\circ\text{C}$  à différentes inclinaisons. .... 202
- Figure 4.7 : (a) La partie avant de la bulle est représentée par un sphéroïde planétaire se déplaçant parallèlement à sa section circulaire. (b) Système de coordonnées orthogonal  $(\eta, \theta, \omega)$  utilisé pour décrire l'écoulement autour de la partie avant de la bulle. Le mouvement de la bulle est dirigé le long de l'axe des  $y$ . ..... 204
- Figure 4.8 : Nombre de Froude en fonction de l'angle d'inclinaison pour une bulle en mouvement dans l'eau sous une plaque inclinée. Le volume des bulles est grand ( $V \geq 10 \text{ cm}^3$ ), donc principalement contrôlé par l'inertie. .... 215
- Figure 4.9 : Eccentricité  $e$  obtenue avec l'équation 4.48 en fonction de l'angle d'inclinaison pour différents volumes de bulle. .... 2166
- Figure 4.10 : Eccentricité en fonction du nombre de Bond pour différents angles d'inclinaison. .... 2177

## CHAPITRE 5

- Figure 5.1 : Schéma pour le calcul de la résistance de l'électrolyte par la méthode classique. .... 223

Figure 5.2 : Résistivité de l'électrolyte en fonction de la DAC mesurée par Houston et al. (1988).....	225
Figure 5.3 : Représentation des bulles sous l'anode d'après Zoric et Solheim (2000).....	232
Figure 5.4 : Champ de vecteurs de courant obtenu pour un $\Theta = 50\%$ calculé par Vogt et Kleinschrodt (2003). .....	234
Figure 5.5 : Section transversale du domaine 3D. ....	238
Figure 5.6 : Formes des bulles utilisées dans ce travail. a) vue latérale, b) vue de haut. ...	242
Figure 5.7 : Définition de $\theta$ utilisé pour décrire la bulle de forme C. ....	244
Figure 5.8 : Bulle de forme D (Fortin et al. (1984)) : (a) vue latérale, (b) vue de dessous	245
Figure 5.9 : Différence de résistance électrique engendrée entre les bulles de forme <i>disque arrondi</i> et <i>cylindre tronqué</i> en fonction du volume pour les <i>bulles intermédiaires</i> . Le base de comparaison (cas de référence) est la forme du <i>disque circulaire</i> (forme A). .....	246
Figure 5.10 : Différence de résistance relative engendrée par la présence des <i>macro-bulles</i> . .....	248
Figure 5.11 : Taux de couverture des canaux de conduction en fonction du volume des bulles pour les différentes formes de bulle étudiées dans ce travail.....	251
Figure 5.12 : Différence de la résistance relative entre les différentes formes de bulle comparées au <i>disque circulaire</i> (comme référence) en fonction du volume des bulles.....	252
Figure 5.13 : Influence de l'épaisseur $c$ du film liquide pour une bulle de forme cylindrique pour trois différents volumes. ....	253
Figure 5.14 : Augmentation de la résistance électrique relative due à la présence du film liquide.....	254
Figure 5.15 : Différentes géométries utilisées. ....	254

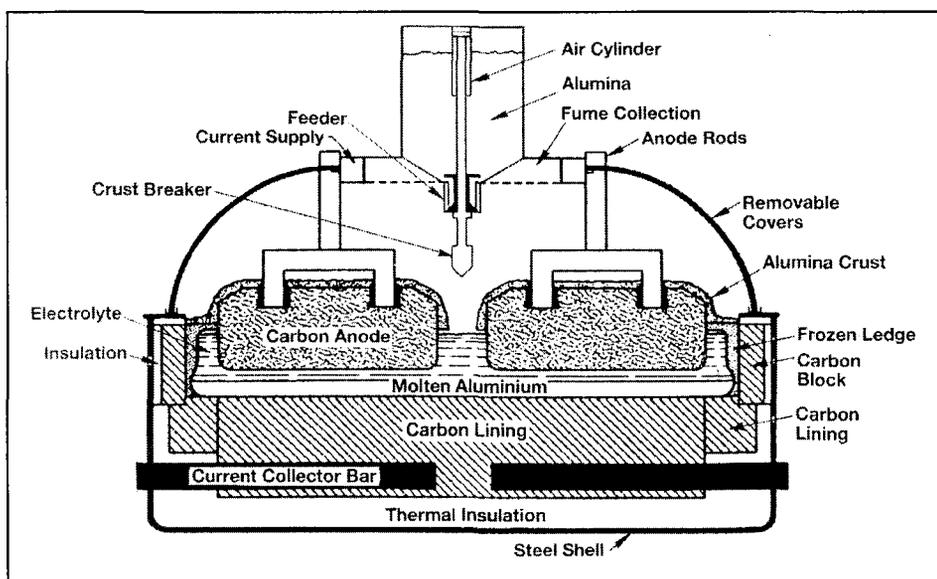
Figure 5.16 : Résistances électriques relatives calculées pour les différentes situations présentées à la figure 5.15 en fonction du diamètre des bulles.....	255
Figure 5.17 : Canal vertical parallèle. La bulle est située au centre du canal.....	260
Figure 5.18 : Valeurs des coefficients $p_n$ et $q_n$ en fonction du diamètre des bulles.....	261
Figure 5.19 : Résistance relative calculée à partir du model proposé et de la MEF pour une bulle unique.....	265
Figure 5.20 : Différentes configurations utilisées pour étudier le chevauchement entre les bulles (vue de dessous) : a) doublet, b) triplet et c) quatuor.....	265
Figure 5.21 : Résistance relative obtenue entre la MEF et le modèle mathématique pour le doublet de bulles en fonction de la distance normalisée pour différents diamètres de bulles.....	267
Figure 5.22 : Augmentation relative $AR$ de $R_T / R_0$ en fonction du nombre de bulles. ....	268
Figure 5.23 : Différence de résistance relative entre le modèle électrique et la MEF en fonction du taux de couverture. ....	269
Figure 5.24 : Différence de résistance électrique relative entre le modèle et la MEF en fonction du nombre de bulles.....	270
Figure 5.25 : Différence de résistance relative entre le modèle et la MEF en fonction du nombre de bulles à un taux de couverture autour de 50 %. ....	271
Figure 5.26: Résistance électrique relative et taux de couverture en fonction du temps (a) surface anodique $0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$ et $i = 0,6 \text{ A/cm}^2$ et (b) surface anodique $0,5 \times 1 \text{ m}^2$ et $i = 1 \text{ A/cm}^2$ .....	273
Figure 5.27: Résistance électrique relative moyenne en fonction de la densité de courant pour une anode de $0,25 \text{ m}^2$ et une de $0,5 \text{ m}^2$ .....	274

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Propriétés physiques de l'eau à 20 °C (données prises dans White (1999))...	66
Tableau 1.2 : Valeurs des différents paramètres expérimentaux utilisés.....	80
Tableau 2.1 : Limites des classes bulle <i>déformable</i> et bulle <i>bombée</i> .....	125
Tableau 2.2 : Propriétés physiques des solutions aqueuses de propanediol. ....	134
Tableau 2.3 : Propriétés physiques des solutions aqueuses d'isopropanol.....	134
Tableau 2.4 : Propriétés physiques de la glycérine à différentes températures. ....	134
Tableau 4.1 : Intervalles de validité de la relation 4.9.....	197
Tableau 4.2 : Valeurs des différents paramètres qui dépendent uniquement de l'angle l'inclinaison (données prises de Maxworthy (1991)).....	214
Tableau 4.3 : Valeurs des différents paramètres qui dépendent de $\phi$ et de $V$ (données prises de Maxworthy (1991)). ....	214
Tableau 5.1 : Principales corrélations pour estimer l'augmentation de résistivité engendrée par la présence des bulles sous l'anode. ....	235
Tableau 5.2 : Valeurs des différents paramètres utilisés.....	273

## INTRODUCTION

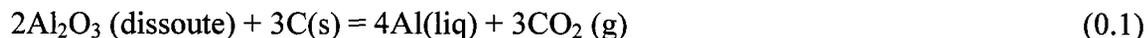
Le procédé Hall-Héroult, inventé il y a plus d'un siècle, est utilisé pour produire de l'aluminium. Au fil du temps, d'autres procédés ont été inventés, mais celui-ci est encore aujourd'hui le plus profitable économiquement. L'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), extraite de la bauxite par le procédé Bayer, est dissoute dans un électrolyte à haute température pour être dissociée dans une cellule électrolytique appelée cuve d'électrolyse (figure (0.1)). Un courant constant de l'ordre de quelque 100 kA traverse la cuve.



**Figure 0.1** : Cuve d'électrolyse de type «anodes précuites» (figure tirée de Grjotheim et Kvande (1993)).

Une cuve est composée généralement d'au moins 20 anodes. Les niveaux de bain et de métal sont d'environ 15 à 20 cm et 10 à 15 cm respectivement. La distance interpolaire (distance anode-cathode DAC) est de 4 à 5 cm. Le voltage d'une cuve en opération est de l'ordre de 4 à 5 V. L'électrolyte est principalement composé de cryolite ( $\text{Na}_3\text{AlF}_6$ ) à laquelle plusieurs additifs sont ajoutés dans le but de principalement diminuer son point de fusion et sa densité ainsi que d'augmenter sa conductivité électrique. L'alumine est injectée périodiquement dans la cuve par le haut au moyen d'un ou plusieurs injecteur(s).

Pour une cuve de type pré-cuite, les anodes sont préalablement cuites et formées dans des fours à cuisson d'anodes pouvant atteindre des températures de l'ordre de 1100 °C. Elles sont constituées de grains de coke imbriqués dans une matrice de brai. Les anodes sont fixées au cadre de la cuve par des tiges d'acier servant à la fois de conducteur électrique et de support rigide. Les cathodes sont des blocs réfractaires à base de carbone. Des barres collectrices de courant sont placées à l'intérieur des blocs cathodiques pour permettre le passage du courant à travers la cuve. La réaction électrochimique globale du procédé Hall-Héroult est :



Le gaz carbonique est produit à l'anode alors que l'aluminium liquide s'accumule à la cathode. La réaction cathodique se produit dans la réalité à l'interface bain-métal. Comme le montre l'équation 0.1, l'anode est consommée durant le procédé. Les anodes sont remplacées tous les 22 à 26 jours alternativement. Aujourd'hui, plus d'un siècle après l'invention de ce procédé, les chimistes et électrochimistes ne sont pas certains de

l'ensemble des détails des réactions chimiques se produisant dans la cuve. L'une des difficultés majeures provient du fait qu'il est très difficile de connaître la forme de certains ions en solution.

L'amélioration du procédé et la diminution des coûts de production sont des enjeux majeurs pour l'industrie. De nouvelles technologies, comme les anodes inertes, font l'objet de recherches intenses de la part des compagnies productrices d'aluminium. Avec ces anodes, la dynamique des réactions électrochimiques change et ainsi de l'oxygène est produit à l'anode. Le nombre de points à éclaircir avant de pouvoir utiliser les anodes inertes pour une production industrielle est élevé. Deux autres idées, moins compliquées à réaliser, ont vu le jour vers le début des années 1980. La première est la cathode drainée. Au lieu d'extraire le métal périodiquement et de le laisser s'accumuler au fond de la cuve, le métal est extrait en continu. Cela a pour effet de diminuer les effets magnétohydrodynamiques (MHD). La deuxième idée est la fabrication de rainures de quelques centimètres de largeur dans l'anode afin de faciliter l'évacuation des bulles sous l'anode.

### **0.1- Problématique globale**

Comme il a été mentionné précédemment, la réduction de la consommation énergétique des cuves d'électrolyse d'aluminium est encore aujourd'hui l'un des buts premiers de l'industrie. Les nouvelles générations de cuve utilisent des courants dont l'intensité est de plus en plus élevée. Les pertes énergétiques d'une cuve d'électrolyse sont

d'ordres thermiques et électriques. Les pertes thermiques des cuves vers l'environnement sont importantes. Il est estimé que les parois des cuves contribuent au tiers des pertes totales (Grjotheim et Kvande (1993)). Malheureusement, ces pertes sont nécessaires pour augmenter la durée de vie des cuves. En effet, étant donné que le bain est très corrosif, les blocs réfractaires de la cuve doivent être protégés par une épaisseur de bain solidifié que l'on appelle «gelée». L'existence de cette protection nécessite la présence d'un gradient thermique horizontal, donc de l'existence d'un flux de chaleur vers les parois.

Les pertes électriques se regroupent sous principalement deux phénomènes : le rendement Faraday et le survoltage de la cuve. Actuellement, le rendement Faraday, qui est une mesure du taux de ré-oxydation de l'aluminium liquide par le CO<sub>2</sub> présent dans le bain, excède 90% (Shekhar et Evans (1990)). Le rendement Faraday RF est défini par

$$\frac{RF}{100} = 1 - \frac{I_{perle}}{I} \quad (0.2)$$

où  $I_{perle}$  est associé aux réactions parasites et  $I$  est le courant total traversant la cuve. Par contre, encore aujourd'hui, le voltage des cuves excède le voltage thermodynamique de 1.75 V d'un facteur deux (Shekhar et Evans (1990)). La contribution majeure de cet excès de potentiel (1.8 à 2 V) est reliée au passage du courant à travers l'électrolyte. Une manière simple de diminuer le voltage de la cuve serait de diminuer la distance anode-cathode. Cette diminution d'épaisseur est gênée par la présence de la couche de bulles sous l'anode et par la présence des ondes gravitationnelles le long de l'interface bain-métal. La couche de bulles a une épaisseur moyenne de 0,5 cm (Zoric et Solheim (2000)). Les bulles peuvent

atteindre sous des effets dynamiques, une hauteur de 2 cm (Haupin (1971)). Compte tenu des risques de court-circuit et de la possibilité de réoxydation des gouttelettes d'aluminium, la DAC peut être difficilement réduite en dessous de 4 cm.

### **0.1.1- Rôle et influence de la couche gazeuse**

Les bulles de gaz sont générées sur la surface anodique à des endroits nommés sites de germination. On parle alors de germination hétérogène. Un site peut être un pore ou une microrainure ayant emmagasiné préalablement du gaz. Le mécanisme et les conditions nécessaires à l'emmagasinage ont été étudiés par Bankoff (1958) pour l'ébullition. Une fois activé, la stabilité du site dépend des facteurs physiques tels que son rayon d'orifice, sa profondeur, l'angle de contact du fluide, la compétition avec les sites voisins et la vitesse initiale à laquelle le fluide entre dans le pore (Singh et al. (1976)). Le taux de croissance d'une bulle accrochée à la surface anodique est dominé par la diffusion du gaz à travers les interfaces qui la définissent. Tout au long de la période initiale de croissance, les forces de tension superficielle sont plus importantes que les forces de poussée d'Archimède et de traînée. Pour une densité de courant constante et une vitesse de fluide donnée, chaque site a sa propre fréquence de formation de bulle. Après le détachement, la bulle glisse probablement sur un film liquide et entre dans sa deuxième période de croissance dominée par la coalescence. La vitesse relative entre les bulles, l'augmentation du volume des bulles et la taille de l'anode augmentent les probabilités de coalescer. Par la suite, les bulles subissent un changement de forme drastique lorsqu'elles franchissent le coin de l'anode

pour effectuer leur ascension quasi-verticale. Finalement, elles sortent du bain via l'interface bain-air.

#### **0.1.1.1- La couche gazeuse comme source de quantité de mouvement**

Dans une cuve d'électrolyse, il y a principalement deux sources de quantité de mouvement : la poussée d'Archimède et la force de Lorentz. Les gradients d'intensives comme la concentration et la température sont aussi des forces motrices, mais leur rôle est négligeable dans le bilan de quantité de mouvement. La contribution des bulles à l'hydrodynamique de la cuve a longtemps été négligée au profit de la MHD. Cependant, depuis plus de 20 ans, plusieurs articles publiés (Solheim et al. (1989), Purdie et al. (1993), Bilek et al. (1994) et Begunov et Gromov (1994)) ont mis en évidence l'importance de l'écoulement engendré par les bulles. De plus, avec les «nouvelles technologies» comme la cathode drainée, la contribution de la force de Lorentz devient négligeable comparativement à l'écoulement engendré par la poussée d'Archimède.

L'un des premiers rôles de la couche gazeuse est de favoriser la dissolution et le transport d'alumine aux sites réactionnels. La distribution uniforme d'alumine est un paramètre essentiel pour la stabilité opérationnelle de la cuve. Il est généralement accepté dans la littérature (Grjotheim et Kvande (1993)) qu'une faible concentration d'alumine diminue la mouillabilité de l'anode, ce qui résulte en une augmentation de l'angle de contact. Le taux de couverture de la surface anodique augmente, car les bulles ont un plus

grand diamètre pour un même volume. La coalescence et l'adhésion étant favorisées, une couche de gaz continue se forme sur l'anode. Dans cette situation d'effet anodique, le voltage de la cuve peut atteindre 40 à 80 V et la température de la cuve augmente fortement compte tenu de la résistance électrique élevée de la couche de gaz. De plus, les dynamiques des réactions électrochimiques changent et la cuve émet des gaz nuisibles (ex : fluorures de carbone).

La convection engendrée par les bulles uniformise une autre intensive qui est la température à l'intérieur du bain. À l'aide d'un modèle mathématique, Bilek et al. (1994) ont montré que le coefficient de transfert de chaleur par convection sur les parois latérales était fonction principalement de l'écoulement engendré par les bulles. Bech et al. (2001) ont obtenu les mêmes conclusions, c.-à-d. qu'en connaissant la valeur du coefficient, l'épaisseur de la gelée peut être déterminée et un bilan thermique de la cuve peut être établi.

Lorsque les bulles s'échappent de la région interpolaire, la variation de la pression hydrostatique engendre des ondes gravitationnelles sur l'interface bain-métal (Dernedde (1976)). Ces ondes voyagent en dessous de l'anode et peuvent induire une faible composante de vitesse verticale favorisant la réoxydation de l'aluminium. Cependant, dans les zones anode-anodes, les déformations de l'interface bain-métal engendrent un effet de pompage qui favorise la mise en solution de l'alumine (Dernedde (1976) et Chesonis et Lacamera (1990)). Tous les modèles physiques et mathématiques montrent l'existence d'un vortex dans les canaux latéraux. Compte tenu du haut niveau de turbulence et de convection

dans ces canaux, plusieurs articles (Bilek et al. (1994), Begunov et Gromov (1994), Dervedde (1976) et Haarberg et al. (1998)) ont montré que la majorité du transfert de masse à l'interface bain-métal (diminution du rendement Faraday) était le résultat de l'écoulement engendré par les bulles.

#### **0.1.1.2- Augmentation de la résistance du bain engendrée par la présence des bulles**

La présence des bulles sous la surface anodique gêne le passage du courant à travers l'électrolyte. Cette augmentation de résistance engendre un survoltage de l'ordre de 0,15 à 0,35 V (Hauptin (1971)). La connaissance de la contribution des bulles à la résistance totale de l'électrolyte est un paramètre essentiel servant au contrôle du niveau de métal dans une cuve en opération. Au cours des années, plusieurs modèles empiriques (Vogt (1983), Dorward (1983), Solheim et Thonstad (1986), Hyde et Welch (1997)) et théoriques (Zoric et Solheim (2000) et Vogt et Kleinschrodt (2003)) ont été élaborés. Les modèles empiriques sont principalement basés sur des paramètres moyens en temps et en espace (taux de couverture ou fraction volumique, taille des bulles) tandis que les modèles théoriques sont développés principalement pour une bulle unique.

#### **0.1.1.3- Bulles et fluctuations de voltage**

Au cours des dernières décennies, plusieurs auteurs ont mis en évidence la relation entre la dynamique des bulles et les fluctuations de voltage (Xue et Oye (1995), Richards (1998), Xue et Oye (1999), Wang et Tabereaux (2000) et Kiss et Poncsák (2002)). Le taux

de couverture d'une anode en opération est en moyenne de 50 % et varie instantanément entre 30 à 80 %. Pour une inclinaison donnée et une densité de courant nominale fixe, le taux de couverture est fonction principalement de la taille des bulles et de la géométrie de l'anode. Il a été montré expérimentalement (Richards (1998), Wang et Tabereaux (2000), Richards et al. (2003)) et numériquement (Kiss et Poncsák (2002)) que les grosses bulles engendrées par coalescence dominant le spectre des fluctuations de voltage.

## **0.2- Objectifs du projet de recherche**

L'objectif principal de ce projet de recherche est d'améliorer la compréhension du rôle des bulles dans une cuve Hall-Héroult. En d'autres mots, de donner des outils pour faciliter les modélisations physiques et numériques des écoulements polyphasiques qui comportent des bulles se déplaçant sous des surfaces légèrement inclinées. Les objectifs secondaires sont :

- Modéliser numériquement et physiquement l'écoulement engendré par les bulles dans l'électrolyte.
- Comprendre le rôle de l'inclinaison de la surface et du volume de la bulle sur la forme dynamique et la vitesse terminale des bulles.
- Comprendre le rôle de l'influence des propriétés physiques du liquide sur le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée.
- Mesurer l'épaisseur du film liquide séparant la bulle et la surface solide.

- Comprendre le rôle des différentes forces qui contrôlent le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée.
- Évaluer l'influence de la forme de la bulle sur l'augmentation de la résistance électrique.
- Développer un modèle mathématique pour évaluer l'augmentation de résistance engendrée par la présence d'un grand ensemble de bulles.

Au cours de la thèse, les deux conséquences principales de la présence des bulles, c.-à-d. le transfert de quantité de mouvement et l'augmentation de la résistance électrique effective de l'électrolyte, sont traités d'un point de vue macroscopique. Au chapitre 1, lors de la modélisation mathématique, la génération des bulles sous l'anode est approximée en injectant un flux volumétrique à travers 50 % de la surface anodique. De plus, l'influence des particules de carbone en suspension dans l'électrolyte sur l'écoulement moyen n'est pas considérée. Au chapitre 2, le mouvement d'une bulle est étudié sous une surface plane, lisse et légèrement inclinée. L'influence de la rugosité de surface n'a pas été caractérisée dans cette thèse. Au chapitre 5, la résistance électrique de l'électrolyte est calculée en assumant l'électrolyte homogène et isotropique. Les résultats sont exprimés en terme de valeur relative dans le but de caractériser la contribution des bulles sur la résistance effective de l'électrolyte. De plus, la dissolution et la distribution de l'alumine dans l'électrolyte ne sont pas traitées dans la présente thèse. Ces derniers aspects requièrent la connaissance préalable de l'écoulement engendré par la présence des bulles dans l'électrolyte.

### 0.3- Références

- Bankoff, S. G., 1958. *Entrapment of gas in the spreading of a liquid over a rough surface*, AIChE.J., 24-26.
- Bech, K., Johansen, S. T., Solheim, A. et Haarberg, T., 2001. *Coupled current distribution and convection simulator for electrolysis cells*, TMS Light Metals, 463-468.
- Begunov A. I. et Gromov, B. S., 1994. *Fluid dynamic effects of gas circulation in aluminium cells*, TMS Light Metals, 295-304.
- Bilek, M. M., Zhang W.D. et Stevens, F. J., 1994. *Modeling of electrolyte flow and its related transport processes in aluminium reduction cells*, TMS Light Metals, 323-331.
- Chesonis D. C. et Lacamera, A. F., 1990. *The influence of gas-driven circulation on alumina distribution and interface motion in a Hall-Heroult cell*, TMS Light Metals, 211-220.
- Dernedde, E., 1976. *Gas induced circulation in prebaked and soderberg cells*, TMS Light Metals, 10-23.
- Dorward R.C., 1983. *Energy consumption of aluminium smelting cells containing solid wetted cathodes*, J. Appl. Electrochem. 13, 569-575.
- Grjotheim, K. et Kvande, H. (Editors), 1993. *Introduction to aluminium electrolysis*, 2<sup>nd</sup> Edition, Aluminium-Verlag, Germany, 260 pages.
- Hauptin, A., 1971. *Scanning reference electrode for voltage contours in aluminum smelting cells*, Journal of Metals 23, 46-49.
- Haarberg, T., Solheim, A. et Johansen, S. T., 1998. *Effect of anodic gas release on current efficiency in Hall-Heroult cells*, TMS Light Metals, 475-481.
- Hyde, T. M. et Welch, B. J., 1997. *The gas under anodes in aluminium smelting cells. Part I: Measuring and modelling bubble resistance under horizontally oriented electrodes*, TMS Light Metals, 333-340.
- Kiss, L. I. et Poncsák, S., 2002. *Effect of the bubble growth mechanism on the spectrum of voltage fluctuations in the reduction cell*, TMS Light Metals, 217-224.
- Purdie, J. M., Bilek, M., Taylor, M. P., Zhang, W.D., Welch, B. J. et Chen, J. J. J., 1993. *Impact of anode gas evolution on electrolyte flow and mixing in aluminium electrowinning cells*, TMS Light Metals, 355-360.

- Richards, N., 1998. *The dynamics of components of the anodic overvoltage in the alumina reduction cell*, TMS Light Metals, 521-529.
- Richards, N., Gudbrandsen, H., Rolseth, S. et Thonstad, J., 2003. *Characterization of fluctuation in anode current density and bubble events in industrial reduction cells*, TMS Light Metals, 315-322.
- Shekhar, R. et Evans, J. W., 1990. *Modeling studies of electrolyte flow and bubble behaviour in advanced Hall cells*, TMS Light Metals, 243-248.
- Singh, A., Milkic, B. B. et Rohsenow, W. M., 1976. *Active sites in boiling*, J. Heat and Mass transfer, 401-406.
- Solheim, A. et Thonstad, J., 1986. *Model cell studies of gas induced resistance in Hall-Héroult cells*, TMS Light Metals, 397-403.
- Solheim, A., Johansen, S., Rolseth, S. et Thonstad, J., 1989. *Gas driven flow in Hall-Heroult cells*, TMS Light Metal, 245-252.
- Vogt, H., 1983. *The incremental ohmic resistance caused by bubbles adhering to an electrode*. J. Appl. Electrochem. 13, 87-88.
- Vogt, H. et Kleinschrodt H. D., 2003. *Ohmic interelectrode voltage drop in alumina reduction cells*, J. Appl. Electrochem. 33, 563-569.
- Wang, X. et Tabereaux, T., 2000. *Anodic phenomena – observation of the anode overvoltage and gas bubbling during aluminium electrolysis*, TMS Light Metals, 239-247.
- Xue, J. et Oye, H. A., 1995. *Cell voltage oscillation during aluminium electrolysis and the effect of sound and ultrasound*, TMS Light Metals, 265-271.
- Xue, J. et Oye, H. A., 1999. *Spectrum analysis of the bubbling acoustic signals through carbon anodes*, TMS Light Metals, 265-271.
- Zoric, J. et Solheim, A., 2000. *On gas bubbles in industrial aluminum cells with prebaked anodes and their influence on the current distribution*, J. Appl. Electrochem. 30, 787-794.

## CHAPITRE 1

# MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE ANODE DANS UNE CUVE HALL-HÉROULT

Dans la première section de ce chapitre, l'écoulement stationnaire engendré par la présence des bulles en dessous d'une anode de dimensions réelles est calculé à l'aide du logiciel CFX 5.6<sup>®</sup>. Un sous-modèle polyphasique euler-euler est utilisé. Les résultats numériques montrent l'existence d'un vortex dans le canal latéral ainsi que d'un écoulement contre-courant dans la zone interpolaire. Des vitesses de l'ordre de 35 cm/s ont été calculées le long de la paroi anodique et des vitesses autour de 10 cm/s en dessous de la surface anodique. Dans la deuxième section de ce chapitre, les résultats obtenus numériquement ont été comparés à ceux provenant d'un modèle physique à eau. Dans ce dernier, le champ d'écoulement a été calculé en effectuant une moyenne d'ensemble sur plusieurs patrons d'écoulement instantanés obtenus avec un système *PIV* (*Particle Image Velocimetry*). La comparaison des deux méthodes a montré que la structure générale de l'écoulement est la même, c.-à-d. présence du vortex et de l'écoulement contre-courant,

mais que la grandeur des vecteurs vitesses de la phase continue dans le cas du modèle à eau est légèrement inférieure à celle obtenue numériquement.

## **1.1- Modélisation mathématique de l'écoulement polyphasique**

### **1.1.1- Introduction**

Compte tenu de l'environnement hostile d'une cuve industrielle, deux approches ont été utilisées pour quantifier l'écoulement engendré par la présence des bulles : la modélisation numérique et la modélisation physique. Pour ce qui est de la première approche, les modèles numériques déjà existants utilisent le sous-modèle euler-lagrange. Dans ce sous-modèle, le mouvement de la phase continue est décrit par un système d'équations comprenant l'équation de la conservation de la masse ainsi que les équations de quantité de mouvement tandis que le mouvement de la phase dispersée est traité d'un point de vue macroscopique. D'après Kleinstreuer (2003), le sous-modèle euler-lagrange est utilisable si et seulement si la fraction volumique de la phase dispersée est faible. Compte tenu de la géométrie particulière de la cuve d'électrolyse dans laquelle les bulles sont générées sous l'anode, l'utilisation d'un sous-modèle euler-lagrange devient questionnable. De plus, lorsque les particules sont grandes et déformables, plusieurs difficultés surviennent (Kleinstreuer (2003)). Ainsi, un sous-modèle euler-euler a été utilisé pour modéliser l'écoulement engendré par la présence des bulles. La deuxième approche utilisée, celle de la modélisation physique, sera discutée à la section 1.2.

Au tout début de cette première section qui traite de la modélisation mathématique, une revue de littérature décrivant les principaux modèles publiés est effectuée. Par la suite, le modèle polyphasique euler-euler utilisé est décrit en détail. Finalement, les résultats obtenus en résolvant le système d'équations à l'aide du logiciel CFX 5.6<sup>®</sup> sont présentés.

### **1.1.2- Modèles mathématiques existants**

Un des premiers modèles numériques du patron d'écoulement engendré par les bulles a été publié par Purdie et al. (1993). Le modèle 3D d'une demi-anode, créé à partir du logiciel commercial Fluent<sup>®</sup>, calculait le champ d'écoulement en régime permanent autour de l'anode. À partir de ces résultats, le flux massique turbulent à l'interface bain-métal a été calculé. Les effets MHD ont été négligés dans le modèle. La distribution des bulles sphériques était assumée uniforme avec un diamètre de 1 cm. Les bulles étaient générées à 100 sites de germination distribués aléatoirement sur la surface anodique. Le modèle de turbulence utilisé pour la phase continue était le modèle  $k-\varepsilon$ . L'inclinaison de l'anode était modélisée par l'addition d'un terme source de quantité de mouvement représentant la composante horizontale de la poussée d'Archimède. Pour valider le modèle mathématique, le taux de mélange dans une cuve en opération a été mesuré à l'aide d'un traceur solide. Le traceur était injecté à un point fixe. La prise d'échantillon fréquente à des endroits fixes a permis de mesurer le taux de mélange. La concordance entre le modèle numérique et la cuve en opération a été établie. Les auteurs ont conclu que la contribution des bulles à l'écoulement du bain pouvait être significative comparativement au MHD.

Bilek et al. (1994) ont publié la suite des travaux présentés par Purdie et al. (1993). Le modèle développé est le premier modèle 3D à inclure les deux principales forces motrices qui provoquent l'écoulement dans l'électrolyte, soit la poussée d'Archimède et la force électromagnétique (MHD). La contribution de chacune de ces deux forces au mouvement global de l'électrolyte est réalisée en étudiant séparément la contribution de chacune des forces. Par la suite, les deux sources de quantité de mouvement ont été unifiées pour obtenir un patron global de l'écoulement. Une cuve d'électrolyse de 20 anodes a été modélisée. Un plan de symétrie a été utilisé pour diminuer le temps de calcul. Les hypothèses sur le modèle numérique étaient identiques à celles faites par Purdie et al. (1993). La force MHD était modélisée comme un terme source dans les équations de quantité de mouvement. Un modèle pour le transfert de masse à l'interface bain-métal a aussi été développé grâce aux résultats obtenus par les simulations. L'étude des forces motrices séparées a démontré que la force motrice gravitationnelle dominait l'écoulement présent dans l'électrolyte. Une étude de l'énergie cinétique de turbulence a montré que les bulles transféraient au bain électrolytique 10 fois plus d'énergie que la force électromagnétique dans certaines zones de la cuve. L'étude des vitesses aux parois de la cuve a permis d'identifier les forces motrices responsables du transfert de chaleur le long du périmètre de la cuve. Le transfert de chaleur le long des canaux latéraux est dominé par la convection engendrée par les bulles tandis qu'aux extrémités de la cuve, il est dominé par l'écoulement engendré par la MHD. Pour ce qui est de la dissolution et du transport de l'alumine, l'écoulement engendré par les bulles était dominant. Une étude lagrangienne d'une particule légère a montré que la force MHD avait tendance à favoriser un côté de la

cuve. Le transfert de masse à l'interface bain-métal (perte de rendement Faraday) était aussi dominé par les bulles, car il est fonction de la convection et de la diffusion turbulente de l'électrolyte.

Torstein et al. (1998) ont étudié l'influence de la largeur des canaux latéraux (de 10 à 50 cm) sur le rendement Faraday d'une cuve d'électrolyse. Un modèle numérique 2D simulant l'écoulement engendré par les gaz anodiques a été développé. Les résultats, obtenus par le logiciel Fluent<sup>®</sup> pour le champ d'écoulement, ont été utilisés pour calculer le coefficient de transfert de masse local à l'interface bain-métal à l'aide de la théorie de la couche limite. Cette étude a supposé que la totalité des pertes de courant était située à l'interface, ce qui est généralement accepté dans la littérature. Pour étudier l'effet de la largeur des canaux sur le rendement Faraday (défini à l'équation 0.2), deux types de simulation ont été réalisés : le premier supposait une interface bain-métal plane tandis que le deuxième considérait la déformation de l'interface due à la variation de pression engendrée par l'écoulement. Pour cette deuxième série, les auteurs ont préalablement calculé la forme de l'interface avant de pouvoir évaluer le rendement Faraday. De fortes amplitudes pouvant atteindre 5 cm ont été calculées. Ces valeurs étaient surévaluées, car la tension superficielle de l'interface bain-métal n'a pas été incluse dans les calculs. Pour les deux types de simulation soit l'interface plane et déformée, un maximum caractéristique situé dans le canal latéral a été calculé pour le coefficient de transfert de masse local. Cela montre la relation importante entre le rendement Faraday et l'écoulement causé par les bulles. Pour ce qui est du rendement Faraday en fonction de la largeur du canal latéral, il a

été montré que généralement, pour les deux types de simulation, le rendement Faraday diminuait lorsque la largeur du canal augmente, car l'aire de l'interface bain-métal augmente elle aussi, ce qui favorise le transfert de masse à l'interface. Finalement, une comparaison des valeurs obtenues du rendement Faraday avec des données industrielles a montré que l'interface déformée représentait mieux la réalité que l'interface plane.

Bech et al. (2001), ont publié un article sur un modèle mathématique basé sur le logiciel commercial Fluent<sup>®</sup>. Le modèle 2D calculait les champs électrique et de température dans l'électrolyte, dans les électrodes ainsi que dans les parois solides. L'écoulement engendré par les bulles dans l'électrolyte était résolu en utilisant un sous-modèle euler-lagrange. Les effets MHD ont été négligés. L'hydrodynamique de la cuve était résolue par le logiciel commercial alors que les auteurs ont implémenté la partie électrique du programme. Le simulateur permettait d'étudier les cuves traditionnelles (Soderberg et précuites) ainsi que les cellules verticales composées d'électrodes inertes. Pour les cuves traditionnelles, seulement les résultats concernant la variation du coefficient de transfert de chaleur à l'interface bain-gelée en fonction de la largeur des canaux latéraux ont été présentés. Pour ce qui est de la cellule verticale, les champs de potentiel et d'écoulement obtenus ont été présentés et l'effet de la taille des bulles a été montré. Pour des bulles de 3 mm de diamètre, la vitesse maximale de l'électrolyte était de 24 cm/s tandis que pour des bulles de 5 mm, elle était de 46 cm/s.

Kiss et al. (2002) et Poncsák et al. (1999, 2000) ont développé un modèle mathématique capable de suivre la «vie» de chaque bulle produite sur la surface anodique. Ce modèle est unique en soi. Premièrement, il n'est pas basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes, ni sur aucune méthode numérique comme les différences finies, les éléments finis ou les volumes finis. Deuxièmement, seule la composante moyenne de vitesse parallèle à la surface de l'anode dans la zone diphasique est calculée. Les effets de la MHD sont exclus. Le modèle est basé sur plusieurs bilans de quantité de mouvement. Contrairement aux modèles numériques conventionnels, ce modèle tient compte des phénomènes physiques tels que la distribution des sites de germination, la croissance des bulles, les conditions de détachement à chaque endroit et la coalescence. Ces phénomènes étant très compliqués, des modèles basés sur la physique et des observations en laboratoire sont utilisés pour leur description. En 1999, les auteurs ont montré que le taux de croissance d'une bulle individuelle était contrôlé par l'emmagasinement et la diffusion du  $\text{CO}_2$  à travers une mince couche sur la surface de l'anode. En 2000, les auteurs ont présenté les résultats montrant la relation entre l'existence des bulles et les fluctuations du taux de couverture. En 2002, les auteurs ont étudié le caractère des fluctuations de voltage d'une cuve à l'aide du modèle mathématique développé. Les calculs ont été effectués pour une anode horizontale. Il a été trouvé que la coalescence des bulles sous l'anode dominait le spectre des fluctuations. Cela implique que la loi de croissance utilisée lorsque les bulles sont attachées aux sites de germination ou la fréquence de détachement n'est pas significative. De plus, l'influence de la longueur de l'anode dans la direction de l'écoulement sur la fluctuation du taux de couverture a été montrée. Une anode deux fois plus longue présente des variations

d'amplitude quatre fois plus élevées. Cette même tendance a aussi été observée en ce qui concerne la vitesse moyenne de la couche de bulles.

### **1.1.3- Description du modèle mathématique**

#### **1.1.3.1- Introduction**

Comme il a été mentionné précédemment, le sous-modèle euler-euler est utilisé pour calculer le champ d'écoulement engendré par la présence des bulles compte tenu de la géométrie particulière d'une cuve d'électrolyse, c.-à-d. génération et déplacement des bulles sous la surface anodique.

Les équations locales et instantanées pour décrire un écoulement à deux phases ont été principalement dérivées par Delhay et Bouré (Hetsroni (1982)). Dans le sous-modèle euler-euler, chaque phase a son propre système d'équations (masse, quantité de mouvement et énergie), complété par les conditions aux interfaces. Ces équations sont, comme les équations de Navier-Stokes, des équations aux dérivées partielles non linéaires de 2<sup>ième</sup> ordre. Le système d'équations est fermé, mais la complexité de celui-ci nécessite l'utilisation de méthodes numériques pour le résoudre. Les méthodes numériques comme celle des volumes finis impliquent une moyenne sur l'espace et dans le temps. Cette double moyenne a pour effet de perdre de l'information. La fermeture du système s'obtient alors en ajoutant des lois topologiques. Par exemple, la loi topologique la plus connue pour les écoulements polyphasiques est la conservation de la fraction volumique à l'intérieur d'un

volume de contrôle. Une caractéristique topologique peut être aussi la structure physique de l'écoulement. Par exemple, dans l'ébullition, les modèles mathématiques sont valables seulement dans certaines parties des conduites. Pour résumer, la modélisation mathématique des écoulements diphasiques requiert (Hetsroni (1982)):

- Les lois de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie)
- Les lois topologiques (conservation de la fraction volumique, structure,...)
- Les lois constitutives (équations d'état, ...)
- Les lois de transfert via l'interface
- Contraintes pratiques (pression, équilibre thermodynamique, ...)

### 1.1.3.2- Équations hydrodynamiques laminaires

Pour un écoulement diphasique, l'équation de continuité pour la phase  $\alpha$  s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \vec{u}_\alpha) = S_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta} \quad (1.1)$$

où  $r_\alpha$  est la fraction volumique de la phase  $\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  est la densité de la phase  $\alpha$ ,  $\vec{u}_\alpha$  est le vecteur vitesse de la phase  $\alpha$ ,  $S_{MS\alpha}$  représente un terme source spécifié par l'utilisateur,  $N_p$  le nombre total de phases et  $\Gamma_{\alpha\beta}$  un débit massique par unité de volume de la phase  $\beta$  vers la phase  $\alpha$ . L'équation de continuité pour la phase  $\beta$  est obtenue en remplaçant dans l'équation 1.1  $\alpha$  par  $\beta$ . Les équations de la conservation de quantité de mouvement pour la phase  $\alpha$  sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(r_\alpha \rho_\alpha \bar{u}_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha (\rho_\alpha \bar{u}_\alpha \otimes \bar{u}_\alpha)) = \\ -r_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot (r_\alpha \mu_\alpha (\nabla \bar{u}_\alpha + (\nabla \bar{u}_\alpha)^T)) + S_{M\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \bar{u}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \bar{u}_\alpha) + M_\alpha \end{aligned} \quad (1.2)$$

où le terme  $\sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \bar{u}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \bar{u}_\alpha)$  représente le transfert de quantité de mouvement induit par

le transfert de masse entre les phases. Le terme  $S_{M\alpha}$  représente un terme source causé par des forces de corps. Dans le cas de bulles de gaz dans un liquide, le terme source représente la poussée d'Archimède définie par :

$$S_{M\beta} = (\rho_\beta - \rho_{ref}) \bar{g} \quad (1.3)$$

où  $\rho_{ref}$  est la densité de la phase continue. Le terme  $M_\alpha$  dans l'équation 1.2 est très important. En effet, il représente les forces interfaciales agissant sur  $\alpha$  dues à la présence des autres phases. L'étude de ce terme va constituer la prochaine sous-section. Pour les équations de la conservation de la quantité de mouvement de la phase  $\beta$ , il suffit de refaire les étapes mentionnées auparavant. En écoulement polyphasique, la conservation de la fraction volumique doit être respectée :

$$\sum_1^{N_p} r_\alpha = 1 \quad (1.4)$$

Ainsi, chaque phase introduit 5 inconnues dans le système soit,  $u_\alpha, v_\alpha, w_\alpha, p_\alpha, r_\alpha$ . Ainsi, pour la modélisation de l'hydrodynamique d'un écoulement diphasique, le nombre d'inconnues se chiffre à 10 et le nombre d'équations est de 9. La fermeture des équations

hydrodynamiques s'obtient en imposant un même champ de pression homogène pour l'ensemble des phases :

$$p = p_\alpha \quad \text{où } \alpha = 1,2 \quad (1.5)$$

### 1.1.3.3- Quantité de mouvement transférée entre les phases via l'interface

Le transfert de quantité de mouvement entre les phases s'effectue via l'interface. Par exemple, dans le cas de bulles de gaz en ascension verticale dans un liquide stagnant, le transfert d'énergie cinétique des bulles vers le liquide se produit via la force de traînée. Si  $\alpha$  représente la phase continue (liquide), le terme  $M_\alpha$  sera positif. Cependant, pour une bulle se déplaçant dans un liquide en mouvement, le signe de  $M_\alpha$  dépend de la vitesse relative entre les deux phases. Une phase peut recevoir ou perdre de la quantité de mouvement, mais évidemment le bilan global des interactions doit être nul :

$$\sum_{\alpha} M_{\alpha} = 0 \quad (1.6)$$

où

$$M_{\alpha} = \sum_{\beta \neq \alpha} M_{\alpha\beta} \quad (1.7)$$

où  $M_{\alpha\beta}$  est la force interfaciale agissant sur la phase  $\alpha$  due à la présence de la phase  $\beta$ .

Pour un écoulement diphasique où il existe des bulles (phase  $\beta$ ) et un liquide continu (phase  $\alpha$ ), le terme de transfert de quantité de mouvement agissant sur le liquide dû aux bulles à la forme suivante :

$$M_{\alpha} = c_{\alpha\beta}^{(d)} (\bar{u}_{\beta} - \bar{u}_{\alpha}) \quad (1.8)$$

Une vitesse de bulle plus grande que celle du liquide donne un terme source positif de quantité de mouvement pour le liquide. D'après l'équation 1.6, cette situation conduit à un terme source négatif de quantité de mouvement pour ce qui est de la phase gazeuse. La principale difficulté de l'équation 1.8 est l'expression du coefficient  $c_{\alpha\beta}^{(d)}$ . Ce dernier dépend généralement du logiciel commercial utilisé et une expression pour ce coefficient sera donnée à la section 1.1.4.

#### 1.1.3.4- Turbulence pour un écoulement monophasique

La turbulence est un sujet extrêmement complexe. Son caractère aléatoire, tridimensionnel, dissipatif et non linéaire la rend très difficile à modéliser. Les variables comme la pression et la vitesse varient aléatoirement autour d'une valeur moyenne. Il existe plusieurs manières de la traiter. Il y a les méthodes utilisant les lois de régression, les méthodes intégrales, les méthodes statistiques en un point, les méthodes spectrales, les méthodes probabilistes, les simulations à grande échelle et les simulations numériques directes. La plupart des logiciels commerciaux utilisent la méthode statistique en un point, c'est-à-dire, la représentation instantanée d'une quantité à l'aide d'une valeur moyenne et d'une fluctuation. Par exemple, on peut représenter la composante de vitesse instantanée selon  $x$  par :

$$u(t) = U + u' \quad (1.9)$$

où

$$U = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u dt \quad (1.10)$$

où  $\Delta t$  est une échelle de temps relativement grande comparativement à celle des fluctuations turbulentes. Pour obtenir les équations à résoudre, l'équation 1.9 et les autres décompositions sont insérées dans les équations de Navier-Stokes. En utilisant les propriétés de l'opérateur *moyenne*, les équations de Reynolds moyennées sont obtenues :

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = \nabla \cdot (-p \delta + \mu (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) - \overline{\rho \vec{u}' \otimes \vec{u}'}) + S_M \quad (1.11)$$

Le terme  $-\overline{\rho \vec{u}' \otimes \vec{u}'}$  est appelé le tenseur des contraintes de Reynolds. Il provient de la non linéarité du terme convectif. Le tenseur de Reynolds est symétrique et sa trace est définie comme étant deux fois l'énergie cinétique de turbulence :

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (1.12)$$

Le tenseur de Reynolds introduit 6 nouvelles inconnues. Le système d'équations pour un écoulement monophasé est ouvert, car il contient 10 inconnues pour seulement 4 équations. Pour fermer le système, il existe de nombreux modèles de turbulence. Dans le présent travail, l'attention se dirige vers seulement deux de ces modèles, soit le modèle à zéro équation et le modèle  $k-\varepsilon$ . Le premier est dit à zéro équation, car il n'introduit pas de nouvelles équations à résoudre tandis que le deuxième, en introduit deux nouvelles. Ces deux modèles sont basés sur l'approximation de Boussinesq qui a proposé, en 1877, une analogie entre le transport moléculaire et le transport tourbillonnaire de quantité de mouvement. En d'autres mots, cette hypothèse assume que les contraintes de Reynolds

peuvent être reliées au gradient de vitesse du mouvement moyen d'une manière analogue à la relation entre les contraintes de cisaillement et le tenseur du taux de déformation pour un fluide newtonien. Pour un fluide incompressible, on a:

$$-\overline{\rho \vec{u}' \otimes \vec{u}'} = -\mu_t (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) - \frac{2}{3} \rho k \delta \quad (1.13)$$

où le deuxième terme du côté gauche est ajouté pour s'assurer que le sens physique relié à l'équation 1.12 est respecté. En insérant l'expression 1.13 dans l'équation 1.11, on obtient :

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = \vec{B} - \nabla p' + \nabla \cdot (\mu_{eff} (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T)) + S_M \quad (1.14)$$

où  $\vec{B}$  représente les forces de corps,

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (1.15)$$

où  $\mu_t$  est la viscosité tourbillonnaire et

$$\nabla p' = p + \frac{2}{3} \rho k \quad (1.16)$$

pour un fluide incompressible. Pour la majorité des modèles à zéro, une et deux équation(s), l'équation 1.14 représente le système d'équations à résoudre où  $\mu_t$  est le paramètre clé.

La définition de la viscosité tourbillonnaire a été donnée par Prandtl et Kolmogorov (Wilcox (2002)) à la suite d'une analyse adimensionnelle :

$$\mu_t = f_\mu \rho U_t L_t \quad (1.17)$$

où  $U_t$  et  $L_t$  sont respectivement les échelles de vitesse et de longueur et  $f_\mu$  est une constante de proportionnalité. La différence parmi les différents modèles de fermeture en un point (modèles à zéro, une et deux équation(s)) est l'expression des échelles de vitesse et de longueur ( $U_t$  et  $L_t$ ). L'équation 1.17 révèle aussi un sens physique. Dans un écoulement turbulent, la majeure partie de l'énergie cinétique est contenue dans les gros tourbillons et la longueur caractéristique de la turbulence est donc celle des tourbillons qui interagissent avec l'écoulement moyen. De plus, s'il existe une forte corrélation entre l'écoulement moyen et le comportement des gros tourbillons, alors il est possible de lier la vitesse caractéristique des tourbillons avec celle des propriétés de l'écoulement moyen.

Pour le modèle à zéro équation  $\mu_t$  est calculée à partir de la vitesse moyenne et d'une longueur géométrique caractéristique. Ainsi, une valeur constante de la viscosité turbulente est calculée pour tout le domaine. Dans ce modèle, par exemple, la vitesse caractéristique est la vitesse maximale dans le domaine fluide et la longueur caractéristique peut être donnée par :

$$L_t = \frac{V_D^{1/3}}{7} \quad (1.18)$$

où  $V_D$  est le volume du domaine fluide. L'expression 1.18 dépend généralement du logiciel utilisé.

Le modèle  $k-\varepsilon$  est beaucoup plus sophistiqué et complexe que le modèle à zéro équation. Par contre, le système d'équations est augmenté de 2 équations supplémentaires,

soit celle de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et celle du taux de dissipation visqueuse  $\varepsilon$ . Il est important de mentionner que la dissipation visqueuse est reliée aux petits tourbillons présents dans l'écoulement. Dans ce modèle, les échelles de vitesse et de longueur sont données par :

$$U_t = k^{1/2} \quad L_t = \frac{k^{2/3}}{\varepsilon} \quad (1.19)$$

L'utilisation de  $\varepsilon$  provient d'un raisonnement physique. Il est surprenant que dans ce modèle, la longueur caractéristique des gros tourbillons soit exprimée en fonction d'une variable qui est reliée aux petits tourbillons. À un nombre de Reynolds élevé, lorsque l'inertie domine sur la viscosité, les gros tourbillons interagissent avec l'écoulement moyen et de l'énergie cinétique est transférée du mouvement moyen vers ceux-ci. Ce taux de transfert d'énergie est profondément lié au taux auquel les petits tourbillons dissipent l'énergie sous forme de chaleur. Sans cette cascade énergétique, une échelle de turbulence pourrait avoir une énergie qui augmenterait ou tendrait vers zéro sans limite. Dans la réalité, l'échelle de turbulence est bornée et cela justifie l'utilisation de  $\varepsilon$  dans l'expression de la longueur caractéristique de la turbulence. D'après la relation 1.17, la viscosité tourbillonnaire prend la forme suivante pour le modèle  $k$ - $\varepsilon$  :

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.20)$$

Les valeurs de  $k$  et  $\varepsilon$  sont obtenues en résolvant directement les équations de transport pour l'énergie cinétique de turbulence et celle du taux de dissipation visqueuse :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} k) - \nabla \cdot \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \nabla k \right) = P_k - \rho \varepsilon \quad (1.21)$$

et

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \varepsilon) - \nabla \cdot \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (1.22)$$

où  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  et  $\sigma_\varepsilon$  sont les constantes typiques du modèle  $k - \varepsilon$  et  $P_k$  est le taux de production de cisaillement causée par la turbulence et défini par

$$P_k = \mu_t \nabla \vec{U} \cdot (\nabla \vec{U} + (\nabla U)^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{U} (\mu_t \nabla \cdot \vec{U} + \rho k) \quad (1.23)$$

pour un fluide incompressible.

### 1.1.3.5- Turbulence pour un écoulement polyphasique

En ce qui concerne les écoulements polyphasiques, la forme des équations pour les modèles de turbulence est semblable aux équations dérivées précédemment pour une phase unique. Pour le modèle à zéro équation, généralement utilisé pour la phase dispersée (phase  $\beta$ ), la viscosité tourbillonnaire est donnée par

$$\mu_{t\beta} = f_\mu \rho U_{t\beta} L_{t\beta} \quad (1.24)$$

Pour le modèle  $k - \varepsilon$ , généralement utilisé pour la phase continue (phase  $\alpha$ ), la viscosité tourbillonnaire est donnée par

$$\mu_{t\alpha} = C_\mu \rho_\alpha \frac{k_\alpha^2}{\varepsilon_\alpha} \quad (1.25)$$

Les équations de transport deviennent :

$$\frac{\partial r_\alpha \rho_\alpha k_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \left( r_\alpha \left( \rho_\alpha \vec{U}_\alpha k_\alpha - \left( \mu + \frac{\mu_{t\alpha}}{\sigma_k} \right) \nabla k_\alpha \right) \right) = r_\alpha (P_\alpha - \rho_\alpha \varepsilon_\alpha) + T_{\alpha\beta}^{(k)} \quad (1.26)$$

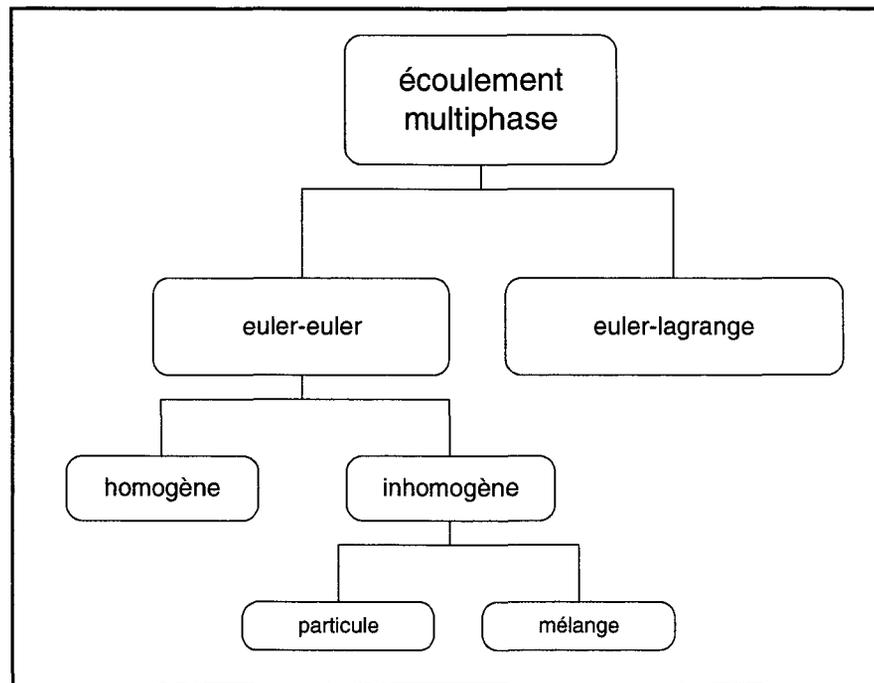
et

$$\frac{\partial r_\alpha \rho_\alpha \varepsilon_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \left( r_\alpha \left( \rho_\alpha \vec{U}_\alpha \varepsilon_\alpha - \left( \mu + \frac{\mu_{t\alpha}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon_\alpha \right) \right) = r_\alpha \frac{\varepsilon_\alpha}{k_\alpha} (C_{\varepsilon 1} P_\alpha - C_{\varepsilon 2} \rho_\alpha \varepsilon_\alpha) + T_{\alpha\beta}^{(\varepsilon)} \quad (1.27)$$

où  $T_{\alpha\beta}^{(k)}$  et  $T_{\alpha\beta}^{(\varepsilon)}$  représentent le transfert par l'interface de  $k$  et  $\varepsilon$  respectivement.

#### 1.1.4- Possibilités en écoulement polyphasique avec le logiciel CFX-5.6<sup>®</sup>

Comme il a été mentionné précédemment, le logiciel CFX-5.6<sup>®</sup> a été utilisé pour résoudre le système d'équations. Les différentes possibilités qu'offre le logiciel sont présentées à la figure 1.1. Pour ce projet, le modèle euler-euler est utilisé. Le sous-modèle *homogène* est utilisé lorsque la distribution de la phase dispersée est uniforme dans tout le domaine. En d'autres mots, dans le sous-modèle *homogène*, on suppose que les intensives des différentes phases peuvent être décrites par des champs homogènes. Évidemment, cette approche doit être rejetée dans la présente situation. Le sous-modèle *inhomogène* convient parfaitement à la présente application. La différence majeure entre le sous-sous-modèle *particule* et le sous-sous-modèle *mélange* est la description du transfert de quantité de mouvement entre les phases. En d'autres mots, cela revient à exprimer différemment le coefficient  $c_{\alpha\beta}^{(d)}$  introduit à l'équation 1.8



**Figure 1.1** : Possibilités offertes par le logiciel CFX-5.6®.

Pour le sous-sous-modèle *particule*, le coefficient  $c_{\alpha\beta}^{(d)}$  est dérivé analytiquement pour une particule sphérique en utilisant la définition du coefficient de traînée  $C_d$  et il a la forme suivante :

$$c_{\alpha\beta}^{(d)} = \frac{C_d}{8} A_{\alpha\beta}^p \rho_\alpha |\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha| \quad (1.28)$$

où  $A_{\alpha\beta}^p$  est la densité d'interface par unité de volume pour le sous-sous-modèle *particule* et elle est définie par :

$$A_{\alpha\beta}^p = \frac{6r_\beta}{d_\beta} \quad (1.29)$$

où  $d_\beta$  est le diamètre de la particule sphérique. En insérant l'équation 1.29 dans l'équation 1.8, le terme source de quantité de mouvement pour le sous-sous-modèle *particule* est donné par:

$$M_\alpha^p = \frac{C_d}{8} A_{\alpha\beta}^p \rho_\alpha \left| \vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha \right| (\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha) \quad (1.30)$$

L'établissement analytique de l'équation 1.29 fait ressortir le caractère physique de celles-ci. Cependant, il n'en est pas de même pour le sous-sous-modèle *mélange* où le coefficient  $c_{\alpha\beta}^{(d)}$  à la forme suivante :

$$c_{\alpha\beta}^{(d)} = C_d A_{\alpha\beta}^m \rho_{\alpha\beta} \left| \vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha \right| \quad (1.31)$$

où  $\rho_{\alpha\beta}$  est la densité du mélange donnée par :

$$\rho_{\alpha\beta} = \rho_\alpha r_\alpha + \rho_\beta r_\beta \quad (1.32)$$

et  $A_{\alpha\beta}^m$  est la densité d'interface par unité de volume pour le sous-sous-modèle *mélange* et elle est définie par :

$$A_{\alpha\beta}^m = \frac{r_\alpha r_\beta}{d_{\alpha\beta}} \quad (1.33)$$

où  $d_{\alpha\beta}$  est une longueur caractéristique d'interface définie par l'utilisateur. En insérant l'équation 1.31 dans l'équation 1.8, le terme source de quantité de mouvement pour le sous-sous-modèle *mélange* est :

$$M_\alpha^m = C_d A_{\alpha\beta}^m \rho_{\alpha\beta} \left| \vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha \right| (\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha) \quad (1.34)$$

Le coefficient de traînée  $C_d$  présent dans les équations 1.30 et 1.34 doit être déterminé. Le logiciel CFX 5.6<sup>®</sup> offre plusieurs modèles pour calculer le coefficient de traînée. Par exemple, dans la situation de bulles de gaz évoluant dans un liquide continu, le logiciel propose le modèle de Ishii-Zuber :

$$C_d = \max \left\{ \frac{24}{Re}, \min \left[ \frac{2}{3} \sqrt{Bo}, \frac{8}{3} \right] \right\} \quad (1.35)$$

où  $Re$  est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la particule donné par

$$Re = \frac{\rho_\alpha |\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha| d_\beta}{\mu_\alpha} \quad (1.36)$$

et  $Bo$ , le nombre de Bond est donné par

$$Bo = \frac{g(\rho_L - \rho_g) d_\beta^2}{\sigma} \quad (1.37)$$

Les différents régimes d'écoulement d'une bulle à travers une phase continue seront discutés en détail au chapitre 2. Pour le moment, il est important de mentionner que les modèles offerts par le logiciel, comme celui décrit par l'équation 1.35, sont développés pour des bulles se déplaçant dans un milieu infini. Ces modèles ne tiennent pas compte de la présence d'une paroi solide. De plus, ces modèles décrivant l'évolution du coefficient de traînée en fonction de certains nombres adimensionnels sont seulement disponibles pour le sous-sous-modèle *particule*. Pour le sous-sous-modèle *mélange*, la valeur de  $C_d$  doit être entrée par l'utilisateur.

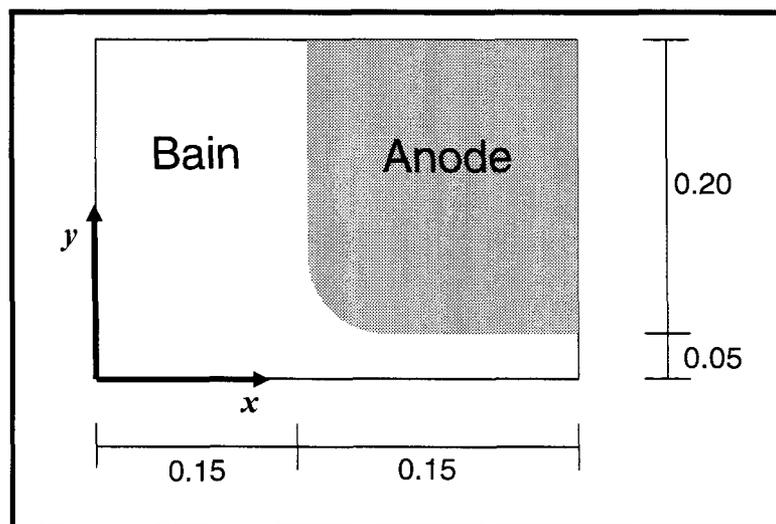
### 1.1.5- Résultats et discussion

Dans cette section, les hypothèses, la géométrie, le modèle polyphasique, les conditions aux frontières, les conditions initiales, la convergence et les résultats sont discutés.

Dans un premier temps, un modèle numérique stationnaire 2D comportant une anode a été réalisé. La convergence a été obtenue facilement en utilisant le sous-sous-modèle *particule*. Cependant, un maillage grossier a été utilisé pour cette première simulation. Ainsi, l'épaisseur de la couche de gaz sous l'anode pouvait atteindre quelques centimètres. Il est généralement accepté dans la littérature (Fortin et al. (1984) et Zoric et Solheim (2002)), que la couche diphasique sous l'anode atteint une épaisseur moyenne de 5 mm. Le premier modèle a donc été rejeté et un deuxième modèle numérique avec un maillage beaucoup plus fin a été réalisé. Cependant, la convergence du modèle a été très difficile à obtenir compte tenu du nombre élevé et de la fine taille des volumes finis. Avec le sous-sous-modèle *particule*, la convergence n'a jamais été atteinte. Il est très probable qu'avec ce modèle, un problème fondamental survienne lorsque le diamètre moyen des bulles est plus grand que la longueur caractéristique d'une maille. En d'autres mots, ce modèle ne représente plus la réalité lorsque la fraction volumique de la phase dispersée tend vers 1 à l'intérieur d'un volume fini. Ce point sera expliqué plus en détail à la section 1.1.5.3.

### 1.1.5.1- Géométrie utilisée

Les dimensions géométriques du modèle représentant une anode réelle sont montrées à la figure 1.2. Le coin de l'anode est arrondi pour tenir compte de la consommation anodique. Le rayon de courbure est de 5 cm. L'épaisseur du bain en dessous de l'anode est de 5 cm, ce qui est généralement accepté dans la littérature (Grjotheim et Kvande (1993)). La largeur du canal latéral et la profondeur d'immersion sont respectivement de 15 cm et de 20 cm. Étant donné que l'anode est horizontale, un plan de symétrie a été ajouté au centre de l'anode pour diminuer le temps de calcul.

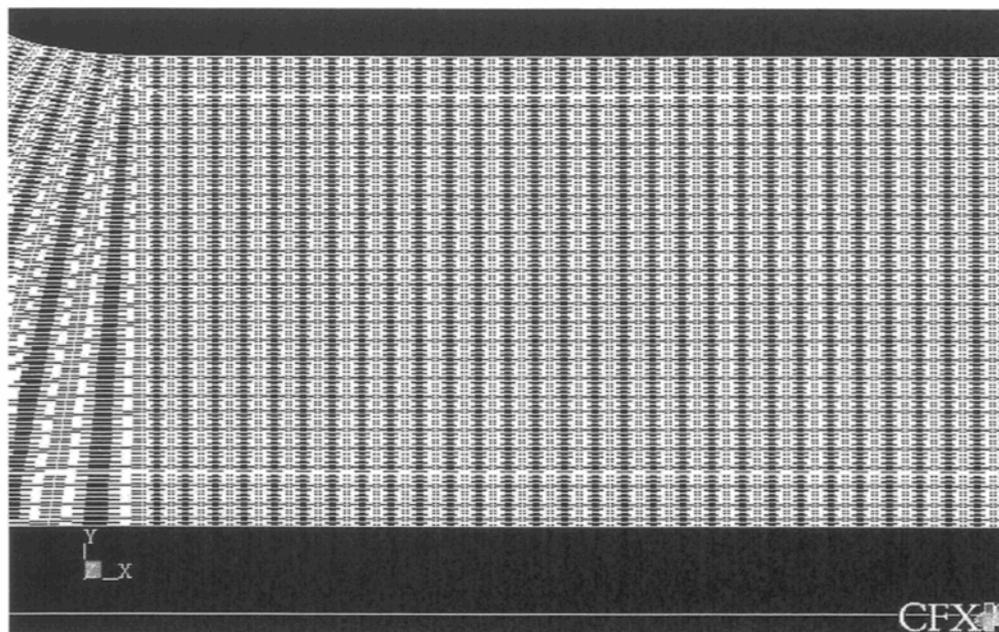


**Figure 1.2 :** Géométrie utilisée pour le modèle numérique. Les dimensions sur la figure sont en mètre.

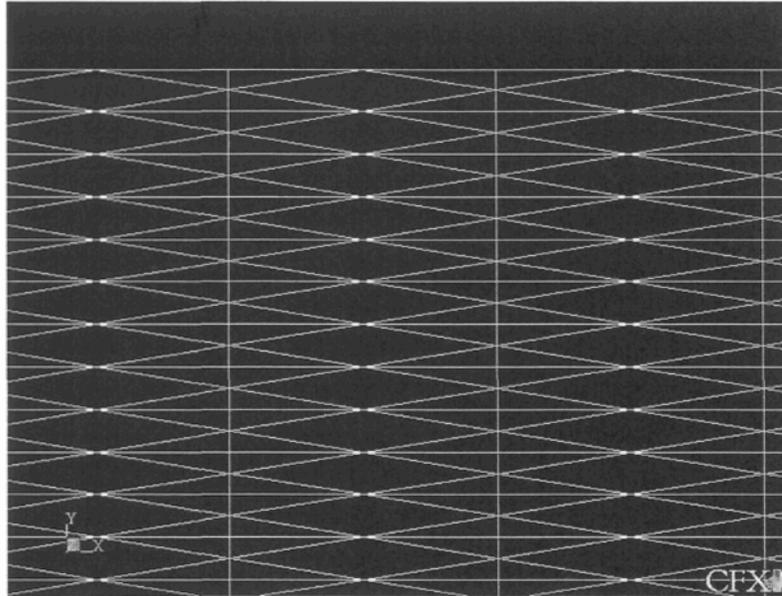
### 1.1.5.2- Maillage utilisé

Le maillage utilisé dans ce modèle est très fin compte tenu de la faible épaisseur de la couche de bulles ( $\sim 5$  mm). Le maillage est structuré de type *Patran*. Il s'agit de mailles

en forme de prismes tétraédriques. Le nombre total de mailles est de 75 000. Un maillage de 15 000 mailles en forme de prisme rectangulaire a aussi fait l'objet d'un essai mais la convergence n'a pas été atteinte. Sur la distance verticale de 5 cm, 100 mailles ont été placées. Ainsi, dans la zone interpolaire, la hauteur d'une maille correspond à 0.5 mm. Les figures ci-dessous montrent le maillage utilisé :



**Figure 1.3 :** Maillage utilisé pour le modèle mathématique en dessous de l'anode.



**Figure 1.4** : Agrandissement du maillage en dessous de l'anode.

### 1.1.5.3- Modèle polyphasique

Comme il a été mentionné précédemment, la convergence a été difficile à obtenir. Le premier modèle polyphasique utilisé a été le modèle *particule*. Aucune convergence n'a été obtenue avec ce modèle. Il est très probable que le problème provienne de la définition de la densité d'interface par unité de volume lorsque la taille des bulles est beaucoup plus grande que la taille moyenne des mailles. Rappelons que pour ce modèle, la densité d'interface est définie par :

$$A_{\alpha\beta}^p = \frac{6r_\beta}{d_\beta} \quad (1.38)$$

et le terme source de quantité de mouvement est donné par :

$$M_\alpha^p = \frac{C_d}{8} A_{\alpha\beta}^p \rho_\alpha |\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha| (\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha). \quad (1.39)$$

Avec la définition de la densité d'interface donnée en 1.38, dans la situation où une bulle est beaucoup plus grande que la taille caractéristique d'une maille, les mailles au centre de cette bulle, où l'interface n'existe pas physiquement, vont contribuer de façon maximale au terme source de quantité de mouvement, car  $r_\beta \rightarrow 1$ . Physiquement, une interface doit exister pour transférer la quantité de mouvement. Donc, dans la présente situation, le sous-modèle *particule* doit être rejeté.

Le seul autre modèle qu'offre CFX-5.6<sup>®</sup> qui est applicable dans la présente situation est le sous-sous-modèle *mélange*. Pour plusieurs raisons, ce modèle est beaucoup plus compliqué à utiliser. D'abord, l'utilisateur doit définir une longueur caractéristique d'échange pour le transfert de quantité de mouvement  $d_{\alpha\beta}$ . Ensuite, la physique de ce modèle est très abstraite. Enfin, la condition de sortie pour le gaz (*degassing condition*) n'est plus applicable. Il faut alors définir un puits de gaz.

Dans le modèle sous-sous-modèle *mélange*, les deux phases sont considérées continues. Rappelons que la densité d'interface par unité de volume est définie par l'équation 1.33 pour ce modèle polyphasique. Par exemple, le manuel de CFX-5.6<sup>®</sup> suggère une expression pour la distance caractérisant les échanges de quantité de mouvement entre les phases pour un mélange d'huile ( $\alpha$ ) et d'eau ( $\beta$ ):

$$A_{\alpha\beta}^m = \frac{6r_\alpha r_\beta}{r_\alpha d_\beta + r_\beta d_\alpha} \quad (1.40)$$

Ce qui implique que :

$$d_{\alpha\beta} = \frac{r_{\alpha}d_{\beta} + r_{\beta}d_{\alpha}}{6} \quad (1.41)$$

Dans cette situation, lorsque  $r_{\alpha} \rightarrow 0$ , on obtient :

$$A_{\alpha\beta}^m = \frac{6r_{\alpha}}{d_{\alpha}} = A_{\alpha\beta}^p \quad (1.42)$$

De même pour la phase  $\beta$  ;

$$A_{\alpha\beta}^m = \frac{6r_{\beta}}{d_{\beta}} = A_{\alpha\beta}^p \quad (1.43)$$

Les expressions 1.42 et 1.43 représentent respectivement les situations où il y a des gouttes d'huile dispersées dans l'eau et des gouttes d'eau dispersées dans l'huile. Dans le cas de l'exemple précédent, les phases tendent à se séparer et les deux situations sont physiquement possibles, les deux contribuant à l'échange de quantité de mouvement interfaciale. Dans la situation d'une cuve d'électrolyse, l'expression 1.40 n'est physiquement pas valide, car il est très peu probable de retrouver des gouttes de cryolite dans le  $\text{CO}_2$ . De plus, à l'exception de l'effet anodique, la couche diphasique est constituée de bulles de gaz dispersées dans de la cryolite. Ainsi, pour la présente situation, le système est considéré comme un modèle *mélange* du point de vue numérique tandis que du point de vue physique, le système est constitué d'une phase continue et d'une phase dispersée. Toute la compréhension de cette démarche réside dans l'interprétation physique de la densité d'interface par unité de volume. La distance caractéristique d'échange de quantité de mouvement est posée comme étant:

$$d_{\alpha\beta} = \frac{d_{\beta}}{6} \quad (1.44)$$

où  $d_\beta$  est le diamètre des bulles de cryolite. Dans cette situation, la densité d'interface par unité de volume devient :

$$A_{\alpha\beta}^m = r_\alpha \left( \frac{6r_\beta}{d_\beta} \right) \quad (1.45)$$

Entre les parenthèses de l'équation 1.45, on retrouve l'expression pour une phase dispersée. Le rôle de  $r_\alpha$  est d'une importance capitale. Avec cette définition, les mailles situées au centre des bulles ne peuvent plus contribuer au transfert de quantité de mouvement car  $r_\alpha \rightarrow 0$ .

Dans l'objectif de valider le modèle numérique avec le modèle physique décrit à la prochaine section de ce présent chapitre, un système eau-air est utilisé dans le modèle mathématique. Les données physiques de l'eau à 20°C sont présentées dans le tableau suivant :

**Tableau 1.1**

Propriétés physiques de l'eau à 20 °C (données prises dans White (1999)).

densité $\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	998
viscosité cinématique $\nu_L$ (m <sup>2</sup> /s)	1,005 x 10 <sup>-6</sup>
tension de surface $\sigma$ (N/m)	0,073

Dans le modèle *mélange*, le coefficient de traînée doit être entré par l'utilisateur.

Dans ce modèle numérique,  $C_d$  est donné en entrée par une *subroutine* Fortran. Au tout

début des études doctorales, les corrélations pour  $C_d$  d'une bulle en mouvement sous une surface légèrement inclinée (chapitre 2) n'étaient pas disponibles. Ainsi, les corrélations déjà existantes concernant le mouvement d'une bulle dans un milieu infini ont été retenues. En dessous de l'anode ( $x > 0,15$ ), la forme des bulles est considérée non sphérique et le coefficient de traîné est donné par (Tomiyama et al. (1998)):

$$C_d(x \geq 0,15) = \frac{8}{3} \frac{Bo}{Bo + 4} \quad (1.46)$$

La valeur du  $C_d(x \geq 0,15)$  est de  $8/3$  pour cette modélisation étant donné la grande taille des bulles. Pour le canal latéral ( $x < 0,15$ ), deux possibilités existent. Si la valeur du nombre de Reynolds basé sur la particule est plus petite que 1, alors le coefficient de traînée est donné par (Tomiyama et al. (1998)) :

$$C_d(x < 0,15) = \frac{24}{Re} (1 + 0,15 Re^{0,687}) \quad (1.47)$$

Autrement, le coefficient de traînée prend la valeur de  $8/3$ .

#### 1.1.5.4- Conditions aux frontières

Pour cette simulation, la densité de courant utilisée est de  $0,8 \text{ A/cm}^2$ . L'équivalence entre le débit d'air (par unité de surface)  $q$  pour le modèle numérique et la densité de courant  $i$  d'une cuve réelle est donnée par la loi de Faraday

$$q = \frac{iRT}{4FP} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{s}} \right] \quad (1.48)$$

où  $R$  est la constante universelle des gaz,  $T$  est la température absolue ( $\sim 1233$  K),  $F$  est la constante de Faraday et  $P$  est la pression. Cette dernière est la somme de la pression atmosphérique et de la pression hydrostatique. La pression de Laplace est assumée négligeable compte tenu de la taille des bulles en mouvement. Une *subroutine* Fortran simple a été développée pour tenir compte que, sous des conditions normales d'électrolyse, seulement la moitié de la surface de l'anode est active (Grjotheim et Kvande (1993)).

Pour le modèle polyphasique *particule*, CFX-5.6<sup>®</sup> offre une condition de sortie pour la phase dispersée directement utilisable. Cette condition n'est plus applicable lorsque les deux phases sont considérées comme continues du point de vue numérique (modèle *mélange*). Un terme source négatif doit être défini pour évacuer le gaz dans la partie supérieure du canal latéral. Les unités de ce terme sont [ $\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ]. L'expression proposée pour le terme source (puits) est la suivante:

$$S_{MS\beta} = -A_{\alpha\beta}^m \rho_{\beta} v_{\beta} \quad (1.49)$$

où  $v_{\beta}$  est la composante verticale de vitesse de la phase gazeuse et  $A_{\alpha\beta}^m$  est définie par l'équation 1.45. Le terme source est défini par un sous-domaine valide seulement pour  $y \geq 0,19$ . Les résultats montrent que l'efficacité de ce puits est très élevée. En plus du plan de symétrie  $yz$  ajouté pour séparer l'anode, deux plans de symétrie ont été placés sur la face avant et arrière de la figure 1.2 (plans  $xy$ ). Pour les autres parois, une condition de non glissement a été imposée pour la phase liquide et une condition de glissement libre pour la phase gazeuse.

#### **1.1.5.5- Modèles de turbulence**

Dans un premier temps, le système a été supposé purement laminaire. Une fois la convergence obtenue, le modèle  $k-\varepsilon$  a été choisi pour la phase continue (eau) et le modèle à zéro équation pour la phase dispersée (air).

#### **1.1.5.6- Conditions initiales**

Pour la première simulation purement laminaire, l'ensemble des conditions initiales a été défini par le logiciel sauf pour les fractions volumiques. La fraction volumique pour la phase continue a été initialisée à la valeur unitaire. Pour le deuxième modèle avec la turbulence, les quantités calculées pour le modèle laminaire ont servi de conditions initiales.

#### **1.1.5.7- Convergence**

La figure 1.5 présente un exemple d'un historique de convergence. Comme nous l'avons mentionné précédemment, la convergence a été très difficile à obtenir que ce soit pour le modèle laminaire ou le modèle avec la turbulence. Pour le premier modèle, un nombre de 2000 itérations a été nécessaire. Pour le deuxième, 5000 itérations ont été nécessaires. Pour les deux modèles, les temps de relaxation de certaines équations ont été diminués pour augmenter la robustesse du logiciel.

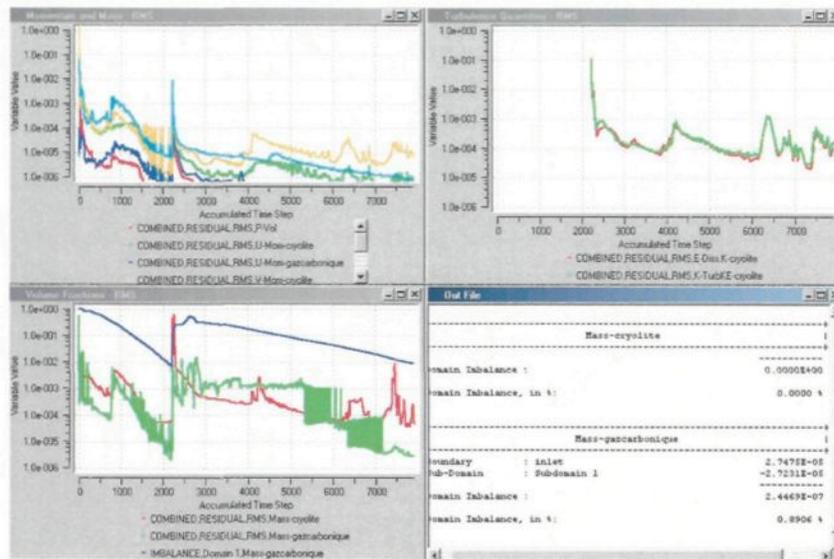


Figure 1.5 : Historique de convergence.

### 1.1.5.8- Résultats

Les figures 1.6 et 1.7 montrent le patron d'écoulement général. Premièrement, la figure 1.6 montre clairement le patron général d'écoulement; un vortex fort ( $V \sim 35$  cm/s) dans le canal latéral et un écoulement contre-courant faible ( $U \sim 0 - 15$  cm/s) dans la zone interpolaire. L'expression «contre-courant» signifie que directement en dessous de la surface anodique ( $y \rightarrow 5$  cm), la vitesse de la couche diphasique est dirigée vers la gauche tandis que proche de l'interface bain-métal ( $y \rightarrow 0$ ), la vitesse est dirigée vers la droite pour respecter l'équation de continuité.

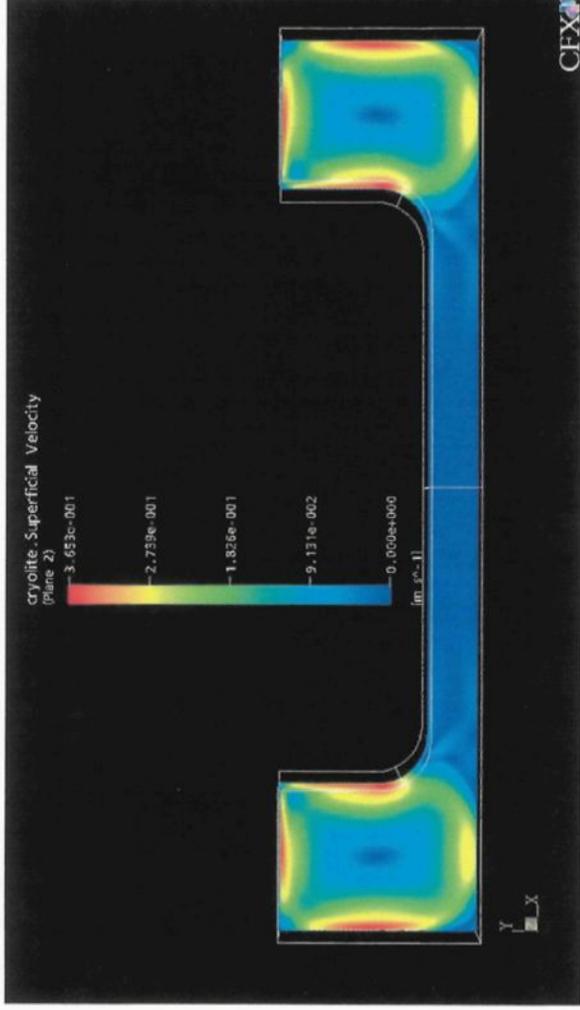


Figure 1.6 : Patron d'écoulement général avec la turbulence.

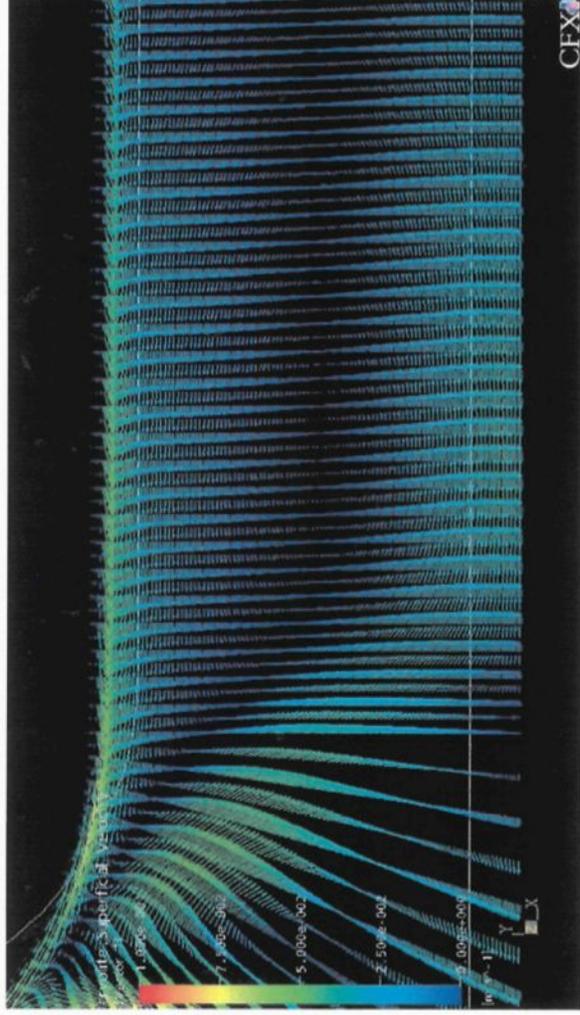
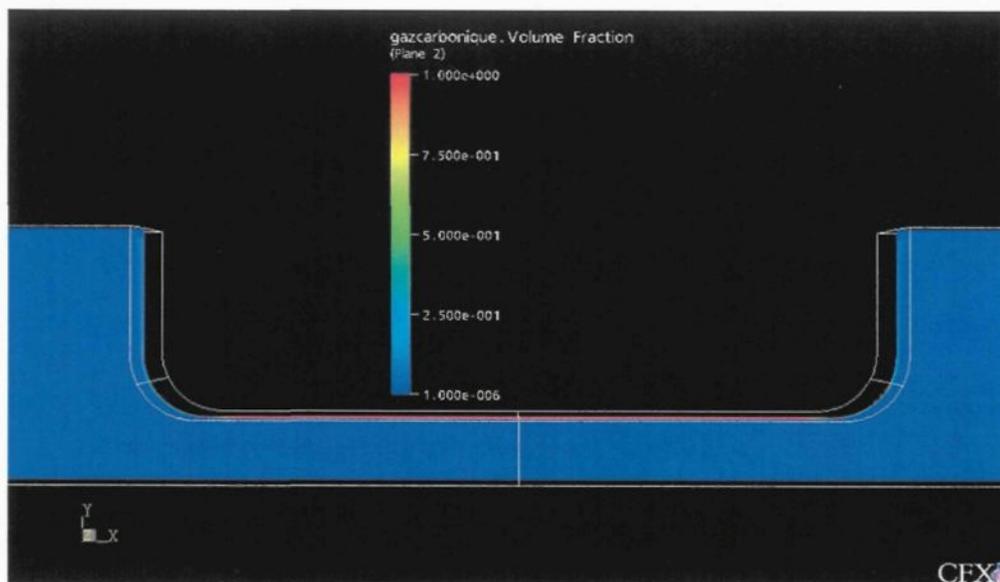
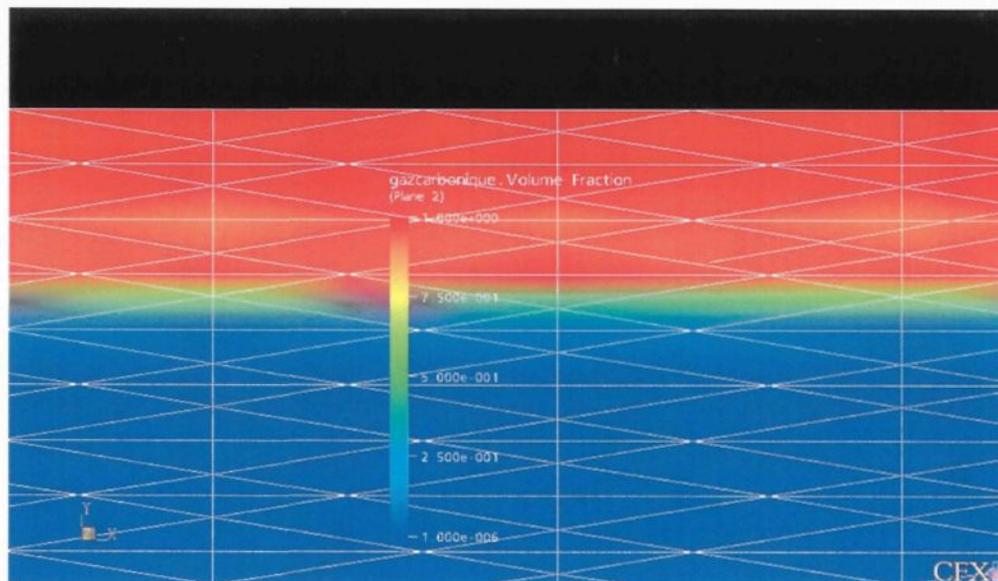


Figure 1.7 : Patron d'écoulement en dessous de l'anode avec la turbulence.

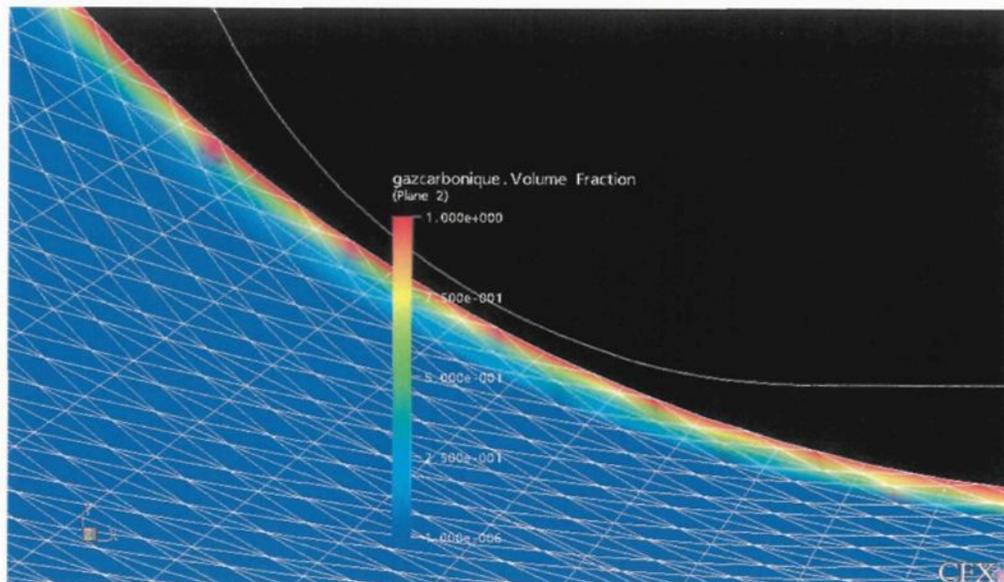
Un paramètre important est la distribution de la fraction volumique d'air. Les figures 1.8 à 1.10 suivantes montrent la distribution d'air en dessous de l'anode.



**Figure 1.8 :** Distribution de la fraction volumique de gaz avec la turbulence.



**Figure 1.9 :** Forme de la couche de gaz en dessous de l'anode avec la turbulence.



**Figure 1.10 :** Forme de la couche de gaz en dessous de la région arrondie de l'anode.

En dessous de l'anode, sous la partie horizontale de l'anode, l'épaisseur de la couche gazeuse est de 2 mm. Cette épaisseur est physiquement réaliste compte tenu du fait que l'utilisation de méthodes numériques comme celle des volumes finis enlève l'entité bulle. En dessous de la région courbée, l'épaisseur est de 1 mm. La diminution d'épaisseur en dessous de la surface courbée peut s'expliquer par l'apparition d'une composante verticale de vitesse pour les bulles ainsi que d'une augmentation de la vitesse du bain.

Le modèle numérique développé et utilisé dans cette section de ce chapitre donne des résultats en accord avec les autres modèles numériques existants (Purdie et al. (1993), Bilek et al. (1994), et Torstein et al. (1998)). Dans la section suivante, les résultats donnés par le modèle numérique sont comparés à ceux obtenus dans un modèle à eau.

## **1.2- Modélisation physique de l'écoulement polyphasique**

### **1.2.1- Introduction**

Dans l'objectif de valider les résultats de la section précédente ainsi que d'étudier l'influence de certains paramètres, un modèle physique à pleine échelle représentant une tranche d'une cuve industrielle a été construit principalement en Plexiglas<sup>®</sup>. Comme il a été mentionné précédemment, l'étude hydrodynamique d'une cuve réelle est pratiquement impossible compte tenu de son environnement hostile (bain corrosif, très hautes températures, présence d'un fort champ magnétique, ...). Plusieurs auteurs (Dernedde (1976), Fortin et al. (1984), Solheim et al. (1989), Shekhar et Evans (1990), Chesonis et LaCamera (1990), Chen et al. (1996) et Cooksey et Yang (2006)) ont étudié l'hydrodynamique d'une cuve Hall-Héroult en utilisant un modèle air-eau dans lequel les bulles sont générées en forçant de l'air comprimé à travers une plaque poreuse. Récemment, Cooksey et Yang (2006) ont mesuré l'écoulement en 2D généré par la présence des bulles en utilisant un système *PIV* (*particle image velocimetry*). Le modèle physique à pleine échelle représentait une portion d'une cuve industrielle composé de trois anodes. Les anodes étaient horizontales et le débit volumique de gaz par unité de surface correspondait à une densité de courant de  $0,9 \text{ A/cm}^2$ .

### **1.2.2- Discussion sur les modèles à eau**

Pour valider les résultats obtenus avec le modèle numérique décrit à la section précédente, un modèle à eau est parfait en ce sens que la géométrie utilisée est semblable et

que les propriétés physiques des phases sont les mêmes. De plus, les différentes conditions aux frontières permettent de rapprocher les deux méthodologies. Ainsi, les résultats sont comparables et la quantification du transfert de quantité de mouvement entre les phases peut être validée. Par contre, l'utilisation d'un modèle à eau pour simuler l'hydrodynamique d'une cuve réelle requiert une discussion plus approfondie, car il existe des différences fondamentales entre une cuve d'électrolyse et un modèle à eau. Premièrement, le mécanisme de germination des bulles n'est pas le même : pour le premier, les bulles sont générées électrochimiquement tandis que pour le deuxième, les bulles sont générées physiquement. Il est clair que ces différents mécanismes affectent la taille initiale des bulles. En effet, Quian et al. (1997) ont montré que la taille des bulles générée était plus petite pour une cellule électrolytique que pour un modèle à air comprimé. Cependant, Kiss et al. (2002) ont montré que la coalescence contrôlait principalement la dynamique des bulles sous l'anode en étudiant le spectre des fluctuations du taux de couverture produit par leur modèle mathématique. Ainsi, l'impact de la taille initiale des bulles après le détachement s'avère de moindre importance. Deuxièmement, dans la plupart des modèles à eau, il n'y a pas de couche de métal. L'interface bain-métal est représentée par une paroi solide. Cela implique que l'interface bain-métal agit toujours comme un puits de quantité de mouvement tandis que dans une cuve réelle, la contribution de l'interface (puits ou source) varie temporellement et spatialement. Troisièmement, il y a les différences géométriques comme les coins carrés des anodes et l'absence de «gelée» dans le canal latéral qui peuvent jouer un rôle non négligeable. Finalement, comme les propriétés physiques de l'eau et de la cryolite sont différentes, une analyse de similitude dynamique

est requise. La similarité requiert l'égalité des valeurs des nombres de Froude, de Reynolds et de Weber entre la cuve réelle et le modèle à eau. Pour un modèle à pleine échelle, les égalités entre ces nombres sont obtenues lorsque les tensions de surface cinématique de la cuve et du modèle sont égales ainsi que lorsque les viscosités cinématiques de la cuve et du modèle sont égales. D'un autre côté, il sera montré au chapitre 2 que le mouvement d'une bulle sous une surface inclinée à travers différents liquides peut être décrit par la relation  $Re = Re(Bo, Mo, \phi)$ . Si les propriétés physiques de la phase dispersée sont négligeables, les nombres de Morton, Bond et Reynolds sont donnés par

$$Mo = \frac{g v_L^4 \rho_L^3}{\sigma^3} \quad Bo = \frac{\rho_L d^2 g}{\sigma} \quad Re = \frac{u_T d}{v_L} \quad (1.50)$$

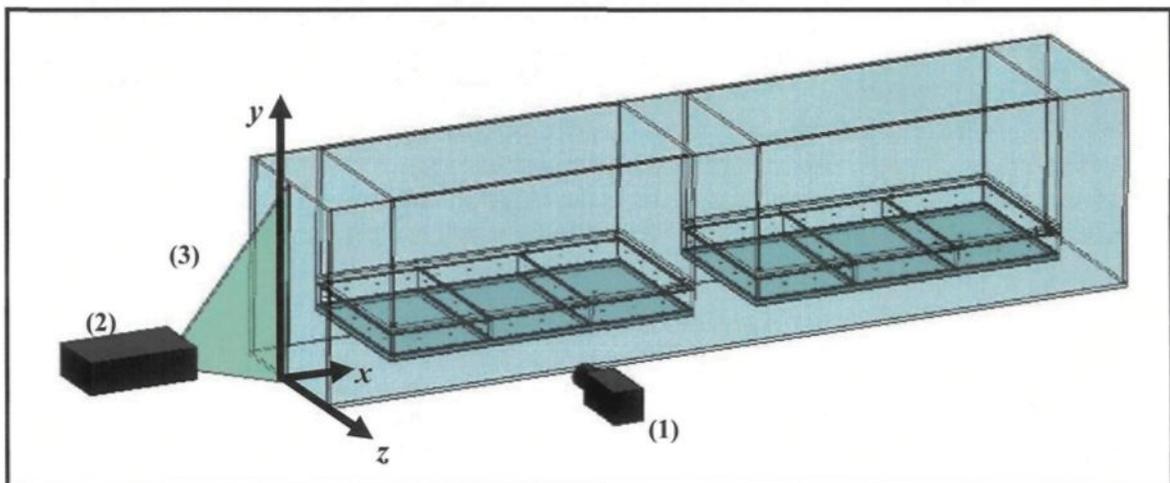
où  $\rho_L$  est la densité du liquide,  $v_L$  la viscosité cinématique,  $g$  l'accélération gravitationnelle,  $\sigma$  la tension superficielle,  $u_T$  est la vitesse terminale de la bulle et  $d$  est le diamètre équivalent de la bulle défini par  $d = (6V/\pi)^{1/3}$ , où  $V$  est le volume de la bulle. Ainsi, le nombre de Morton dépend des propriétés physiques du liquide et de l'accélération gravitationnelle. Les valeurs du nombre de Morton pour l'eau à 20 °C et la cryolite sous des conditions normales d'opération sont respectivement de  $2,59 \times 10^{-11}$  et de  $9,46 \times 10^{-11}$ . Ainsi, on peut assumer que les comportements dynamiques d'une bulle unique dans l'eau et dans la cryolite sont similaires. Cependant, l'influence des propriétés physiques du liquide sur les interactions entre les bulles, telle la coalescence, n'est pas encore bien comprise. Donc, l'écoulement induit par les bulles est seulement une approximation de la réalité. Comme l'a mentionné Cooksey et Yang (2006), le modèle air-eau peut être intéressant pour

effectuer des analyses paramétriques. Une de ces études peut être l'influence de l'inclinaison de l'anode sur l'écoulement engendré dans l'électrolyte.

### 1.2.3- Description de l'expérience

#### 1.2.3.1- Le modèle physique air-eau

Les expériences ont été réalisées dans un modèle air-eau à pleine échelle montré à la figure 1.11. Le modèle a été construit en Plexiglas<sup>®</sup>. Les dimensions de l'anode sont 100 cm de long, 50 cm de haut et 50 cm de largeur. Le modèle permet d'ajuster les dimensions de la distance anode-cathode (DAC), de la largeur du canal latéral, de la distance entre les anodes et de l'angle d'inclinaison des anodes jusqu'à 5°. Les bulles sont générées en forçant de l'air comprimé à travers une plaque de bronze poreuse simulant la semelle anodique.



**Figure 1.11 :** Modèle physique composé de deux anodes : (1) caméra CCD, (2) Laser Nd :YAG double cavités, (3) rideau laser.

Chaque anode est divisée en six compartiments pour assurer une distribution uniforme d'air sous l'anode. Un débitmètre contrôle le débit d'air pour chacun des 12 compartiments. Comme il a été mentionné à la section précédente, la relation entre la densité de courant et le débit volumique de gaz injecté par unité de surface est donnée par la loi de Faraday (équation 1.44)

### **1.2.3.2- Mesures avec le système *PIV***

Le système *PIV* est une technique optique non intrusive qui mesure le champ de vitesse dans plusieurs points d'un même plan simultanément. Les images illuminées par les deux impulsions lasers consécutives sont enregistrées. Le vecteur vitesse en un point est obtenu en mesurant la distance parcourue par une particule durant l'intervalle de temps séparant les deux impulsions. Pour permettre l'identification des particules, les deux images (image 1 et image 2) sont subdivisées en plusieurs «zones d'interrogation». Le système *PIV* utilisé lors des expériences est composé principalement d'une caméra CCD (768 x 480 pixels), d'un laser double cavités de 100 mJ, d'un synchronisateur et d'un ordinateur à double processeurs. La lumière émise par le laser passe successivement à travers une lentille cylindrique et une sphérique pour produire un rideau laser vertical d'une épaisseur d'environ de 1 mm. Le champ de vision de la caméra CCD était typiquement de 140 x 100 mm<sup>2</sup>. Ainsi, la longueur réelle de chaque pixel était d'environ de 200 µm, qui est la plus petite longueur de résolution. La taille des zones d'interrogation était de 64 x 64 pixels (12,8 x 12,8 mm<sup>2</sup>), permettant un déplacement maximal de 6,4 mm entre

deux impulsions. De fines particules étaient ajoutées à la phase liquide de manière à permettre la réflexion de la lumière. Le diamètre moyen des sphères creuses était de  $10 \mu\text{m}$  et la densité de celles-ci était de  $1,10 \text{ g/cm}^3$ . Pour être certain que les vecteurs vitesses des particules et de l'écoulement coïncident, le temps de réponse de la quantité de mouvement des particules (temps de relaxation) doit être petit. Dans les expériences réalisées, le temps de relaxation était d'environ de  $6 \mu\text{s}$  tandis que le temps entre deux pulses était de l'ordre de  $3 \text{ ms}$ .

L'écoulement engendré par les bulles a été mesuré dans le plan vertical situé à mi-chemin de la largeur du montage ( $z = 0$ ) comme montré à la figure 1.11. La géométrie du montage permet l'ajout d'un plan de symétrie dans le canal central, situé entre les deux anodes. Ainsi, seulement l'écoulement autour de l'anode de gauche a été étudié. Pour obtenir le champ d'écoulement dans l'ensemble du plan  $xy$ , la région fluide entourant l'anode de gauche a été subdivisée en 16 zones. En chaque point de chaque zone, le vecteur vitesse instantané peut être décomposé (comme l'équation (1.9)) en une composante moyenne  $\bar{U}(x, y)$  et une composante fluctuante  $\bar{u}'(x, y)$ :

$$\bar{u}(x, y) = \bar{U}(x, y) + \bar{u}'(x, y) \quad (1.51)$$

Les composantes horizontales et verticales moyennes en plusieurs points de chaque zone ont été obtenues en effectuant une moyenne d'ensemble sur les  $N$  mesures instantanées du champ de vitesse :

$$\bar{U}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_1^N \bar{u}(x, y) \quad (1.52)$$

Pour chaque zone, les 40 patrons d'écoulement instantanés ont été obtenus aléatoirement.

Le tableau 1.2 ci-dessous présente les valeurs des différents paramètres expérimentaux utilisés au cours des expériences réalisées. Étant donné que le système PIV utilisé lors des expériences est conçu pour mesurer l'écoulement d'une seule phase, la densité de courant a été fixée à  $0,6 \text{ A/cm}^2$  de manière à diminuer la densité d'interface présente dans le canal latéral.

**Tableau 1.2**

Valeurs des différents paramètres expérimentaux utilisés.

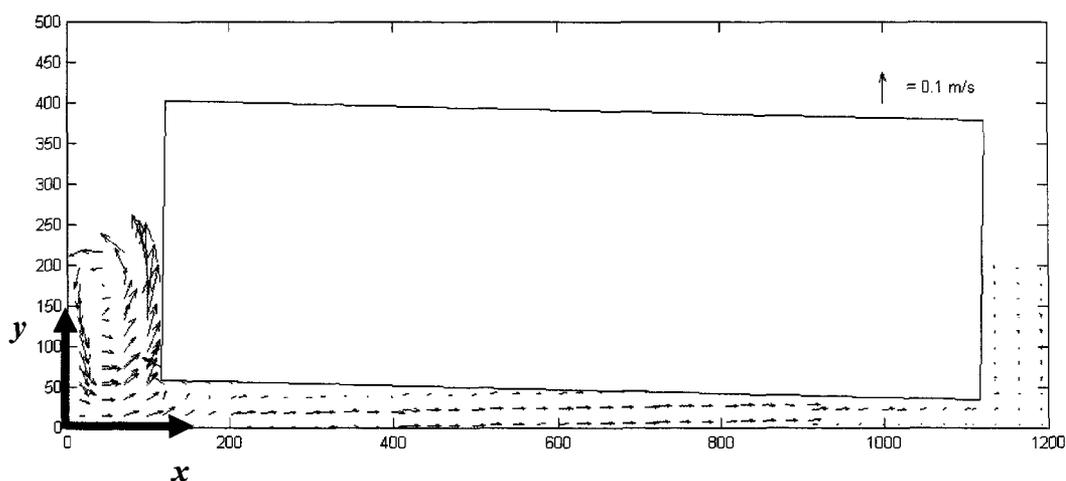
Paramètres	valeurs
inclinaison de l'anode $\phi$	$1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ et $5^\circ$
DAC (à $\phi = 0^\circ$ )	5 cm
largeur du canal latéral (à $\phi = 0^\circ$ )	12 cm
largeur du canal central (à $\phi = 0^\circ$ )	16 cm
profondeur d'immersion	25 cm
densité de courant correspondante $i$	$0,6 \text{ A/cm}^2$

## 1.2.4- Résultats

### 1.2.4.1- Champ d'écoulement global

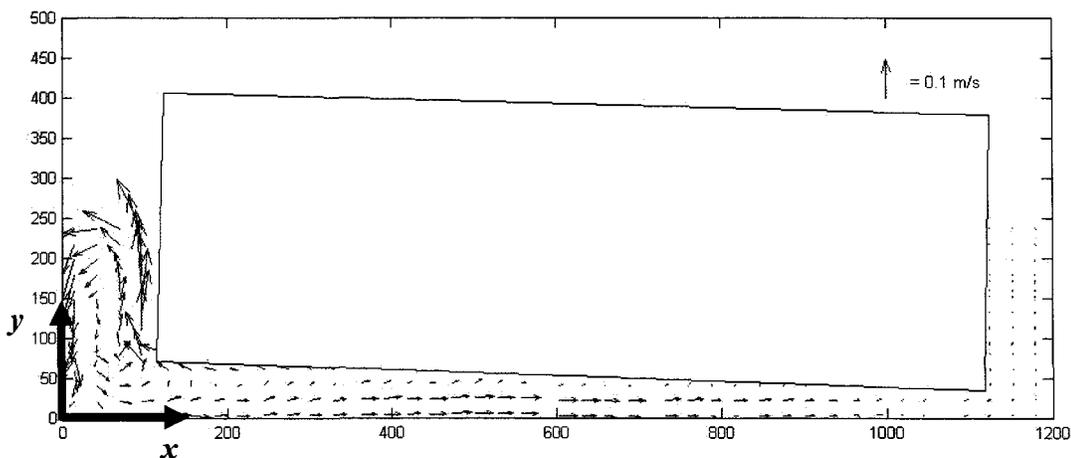
Les figures 1.12 et 1.13 montrent les patrons d'écoulement moyen globaux obtenus avec le système *PIV* pour des inclinaisons anodiques de  $1^\circ$  et  $3^\circ$ . Ici, seulement ces deux inclinaisons sont présentées, car le patron d'écoulement moyen global est le même pour l'ensemble des inclinaisons étudiées. Premièrement, la présence d'un vortex tournant dans

le sens inverse des aiguilles d'une montre est évidente. La valeur de la composante de vitesse verticale le long de la paroi anodique ( $x \rightarrow 120$  mm) est plus grande que celle le long de la paroi de la cuve ( $x \rightarrow 0$ ). Pour la première région, la composante verticale est de l'ordre de 20 cm/s tandis que pour le deuxième, elle est autour de 10 cm/s. Cette asymétrie dans le champ de vitesse est le résultat de trois phénomènes : la densité du « mélange » le long de la paroi est plus faible due à la présence des bulles de gaz, la dissipation visqueuse de l'énergie cinétique reliée à la formation des ondes gravitationnelles le long de l'interface libre et le fait que le modèle physique est en réalité tridimensionnel.



**Figure 1.12 :** Patron d'écoulement moyen global obtenu avec le système PIV à une inclinaison anodique de  $1^\circ$ . Les dimensions sur la figure sont en mm.

Dans le plan milieu du canal latéral ( $x \sim 60$  mm), la composante de vitesse est plutôt horizontale. Deuxièmement, en dessous de l'anode, la grandeur de l'écoulement soit de 5 cm/s est plus faible que dans le canal latéral. Le mouvement de la couche de bulles est dirigé vers la gauche tandis que le mouvement du liquide est dirigé vers la droite.



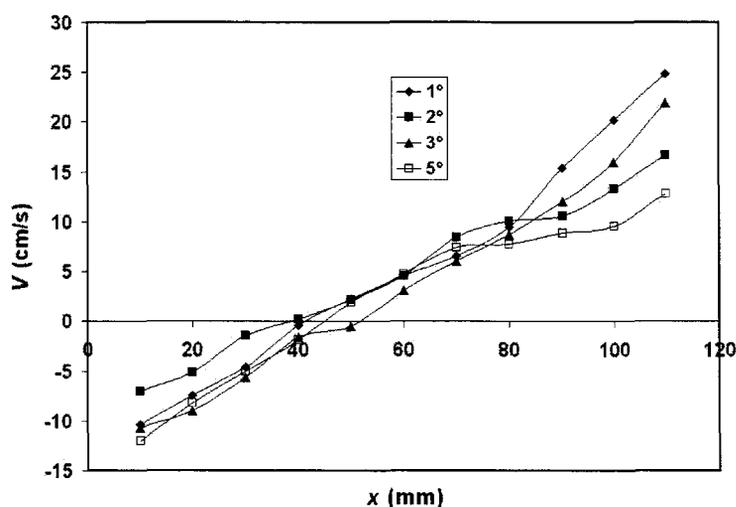
**Figure 1.13 :** Patron d'écoulement moyen global obtenu avec le système PIV à une inclinaison anodique de  $3^\circ$ . Les dimensions sur la figure sont en mm.

Le champ de vitesse dans la couche diphasique ne peut être observé compte tenu des limitations du système *PIV* utilisé. Dans le canal central ( $x > 1100$  mm), il n'y a pas d'écoulement, car la totalité des bulles sort dans le canal latéral.

#### 1.2.4.2- Influence de l'inclinaison de l'anode sur l'écoulement engendré par les bulles

Comme il a été mentionné précédemment, les résultats extraits d'un modèle à eau peuvent servir de base de comparaisons pour une étude paramétrique. La figure 1.14 montre l'influence de l'inclinaison de l'anode sur la grandeur de la composante verticale de vitesse  $V$  dans le canal latéral en fonction de la position horizontale. Les données ont été prises à  $y = 150$  mm (plan  $z = 0$ ). La composante de vitesse verticale le long de la paroi anodique ( $x \rightarrow 120$  mm) diminue lorsque l'inclinaison de l'anode augmente. La relation n'est pas monotone, mais une tendance claire est observable;  $v$  a une valeur de  $\sim 25$  cm/s à une inclinaison de  $1^\circ$  et  $\sim 13$  cm/s à  $5^\circ$ . Sur le mur opposé ( $x \rightarrow 0$ ),  $V$  est presque

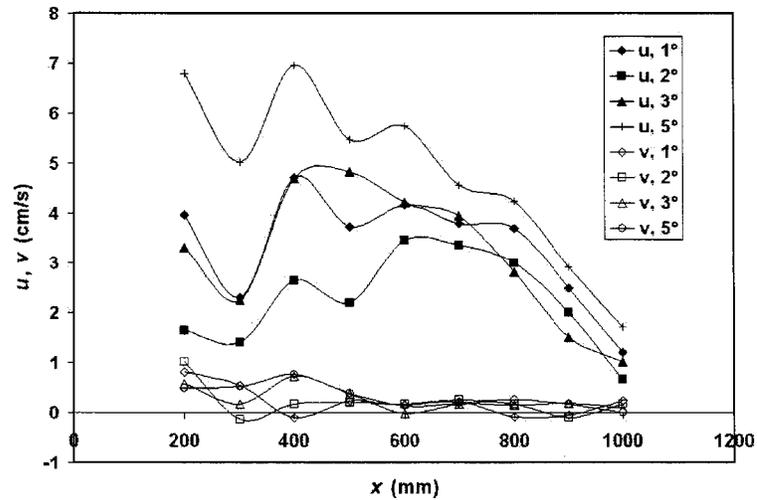
indépendant de l'angle d'inclinaison de l'anode. Sa valeur est autour de -10 cm/s. Un autre fait intéressant est que le centre du vortex n'est pas situé au centre du canal latéral. Comme le montre la figure 1.14, à une hauteur de  $y = 150$  mm, le centre du vortex est situé en  $x \sim 43$  mm. Cette translation vers la droite reflète la forte influence de la présence des bulles en ascension verticale.



**Figure 1.14 :** Composante de vitesse verticale moyenne dans le canal latéral à une hauteur  $y = 150$  mm en fonction de la position horizontale pour toutes les inclinaisons étudiées.

La figure 1.15 présente les composantes de vitesse horizontale et verticale moyennes en fonction de la position horizontale dans la zone interpolaire. Les données sont prises à une hauteur constante  $y = 25$  mm. Pour la composante de vitesse horizontale de vitesse  $U$ , il est difficile de déceler une tendance claire de l'impact de la pente de l'anode sur l'écoulement présent dans la zone anode-cathode. Néanmoins, la composante de vitesse semble diminuer légèrement lorsque l'inclinaison de l'anode diminue. De plus, le comportement des courbes en fonction de la position horizontale est similaire. La

composante de vitesse  $U$  diminue avec la distance  $x$ . Pour ce qui est de la composante de vitesse  $V$  à faibles  $x$ , sa grandeur est autour de 1 cm/s et elle est dirigée vers la surface anodique pour toutes les inclinaisons étudiées.



**Figure 1.15 :** Composantes de vitesse horizontale et verticale moyennes dans la zone interpolaire en fonction de la position horizontale le long de la droite  $y = 25$  mm pour l'ensemble des inclinaisons étudiées.

La grandeur de  $V$  décroît avec  $x$  jusqu'à une position sous l'anode de  $x = 600$  mm. Au-delà de cette position ( $x > 600$  mm), la grandeur de  $v$  devient quelques mm/s pour toutes les situations étudiées.

L'étude paramétrique effectuée dans cette section montre que l'influence de l'inclinaison de l'anode sur l'écoulement engendré par les bulles est faible dans la zone interpolaire et le long du mur  $x = 0$ . Cependant, la composante de vitesse verticale diminue avec l'inclinaison de l'anode le long de la paroi anodique ( $x = 120$  mm).

### 1.3- Comparaison des deux méthodologies et discussion

Dans la première section de ce chapitre, un modèle numérique polyphasique euler-euler a été utilisé pour simuler en régime établi l'écoulement engendré par la présence des bulles dans le bain électrolytique. Les résultats numériques ont montré l'existence d'un vortex dans le canal latéral ainsi que d'un écoulement contre-courant dans la zone intermédiaire. Des vitesses de l'ordre de 35 cm/s le long de la paroi verticale dans le canal latéral et des vitesses de 10 cm/s en dessous de la surface anodique ont été calculées.

Dans la deuxième section de ce premier chapitre, l'écoulement engendré par les bulles a été mesuré à l'aide d'un modèle physique de dimensions industrielles. Le patron d'écoulement global a été obtenu en effectuant une moyenne d'ensemble sur les résultats instantanés captés avec un système *PIV*. Le patron d'écoulement global moyen est identique à celui calculé par le modèle numérique. Par contre, la grandeur des composantes de vitesse est légèrement inférieure. Des composantes de vitesse verticale de l'ordre de 20 cm/s dans le canal latéral tandis que des composantes de vitesse horizontale de l'ordre de 5 cm/s en dessous de l'anode ont été mesurées. De plus, les résultats d'une étude paramétrique ont montré que l'influence de l'angle d'inclinaison de l'anode a peu d'impact sur la grandeur de l'écoulement global.

L'objectif de la comparaison entre les modèles numérique et physique est de vérifier si la quantification du transfert de quantité de mouvement entre les phases est similaire dans le cas des deux modélisations. La cause de cette légère différence observée entre les

modèles sont nombreuses: la géométrie légèrement différente, les densités de courant, c.-à-d.  $0,8 \text{ A/cm}^2$  pour le modèle numérique et  $0,6 \text{ A/cm}^2$  pour la modélisation physique, la nature tridimensionnelle du modèle physique, le fait que le modèle numérique ne tienne pas compte de la dissipation visqueuse associée à la présence des ondes gravitationnelles à l'interface libre air-eau et finalement, la description du transfert de quantité de mouvement entre les phases.

La géométrie des deux modèles n'est pas exactement la même, bien que très similaire : l'anode dans le modèle numérique est horizontale et courbée tandis que dans le modèle physique, elle est plane et inclinée de  $1^\circ$ . Les résultats obtenus avec le modèle à eau (présentés à la section précédente) montrent que la grandeur de l'écoulement global tend à diminuer légèrement lorsque l'inclinaison de l'anode augmente. Pour le modèle numérique, la légère courbure au coin de l'anode tend à accélérer le mouvement. Ainsi, les légères différences géométriques entre les deux modèles pourraient expliquer le fait que la grandeur de l'écoulement dans le modèle à eau est légèrement inférieure à celui calculé par le modèle numérique.

Pour ce qui est des différentes densités de courant utilisées, il est clair qu'elle est considérable du point de vue de la quantité de gaz injectée dans le modèle. Cependant, les résultats récents de Cooksey et Yang (2006) obtenus à  $i = 0.9 \text{ A/cm}^2$  dans un modèle à eau ont montré un écoulement d'une grandeur très similaire à celle obtenue avec le modèle physique décrit dans ce chapitre à  $i = 0,6 \text{ A/cm}^2$ . Ainsi, la différence de grandeur de

l'écoulement entre les modèles numérique et physique n'est pas explicable en termes de densité de courant.

La nature tridimensionnelle du modèle physique peut elle aussi contribuer à la différence observée entre les grandeurs des écoulements. De même, la dissipation visqueuse des ondes gravitationnelles à la surface libre située dans le canal latéral a été négligée dans le modèle numérique.

La disparité entre les modèles numériques et physiques répertoriés dans la littérature (incluant les deux modèles de ce chapitre) peut provenir d'une mauvaise connaissance du transfert de quantité de mouvement entre la bulle en mouvement, la surface solide légèrement inclinée et le liquide autour de celle-ci. Il est important de mentionner de nouveau que les coefficients de traînée utilisés dans la modélisation numérique sont ceux de bulles se déplaçant verticalement dans des milieux non bornés. Une revue de littérature (discutée en détail au chapitre 2) a permis de constater qu'il n'existe presque pas de données disponibles du mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée.

En résumé, la géométrie, la nature tridimensionnelle du modèle physique, la dissipation des ondes gravitationnelles et le transfert de quantité de mouvement entre les phases (via  $C_d$ ) peuvent contribuer à la différence de grandeur des écoulements des deux modélisations. Il est probable que la «bonne» concordance entre les modèles soit le résultat d'une combinaison de l'ensemble des différences mentionnées. Parmi ces contributions, il

est clair que le transfert de quantité de mouvement entre les phases n'est pas connu de manière adéquate. Ainsi, les chapitres 2, 3 et 4 de cette thèse sont dédiés à l'étude du mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée.

#### 1.4- Références

- Bech, K., Johansen, S. T., Solheim, A. et Haarberg, T., 2001. *Coupled current distribution and convection simulator for electrolysis cells*, TMS Light Metals, 463-468.
- Bilek, M. M., Zhang W.D. et Stevens, F. J., 1994. *Modeling of electrolyte flow and its related transport processes in aluminium reduction cells*, TMS Light Metals, 323-331.
- Chen, J. J. J., Shen, X., Taylor, M.P. et Welch, B. J., 1996. *A study of bath velocity distribution in a 3D water model*, TMS Light Metals, 343-350.
- Chesonis D. C. et Lacamera, A. F., 1990. *The influence of gas-driven circulation on alumina distribution and interface motion in a Hall-Heroult cell*, TMS Light Metals, 211-220.
- Cooksey, M. A. et Yang, M., 2006. *PIV measurements on physical models of aluminium reduction cells*, TMS Light Metals, 359-365.
- Dernedde, E., 1976. *Gas Induced circulation in prebaked and soderberg cells*, TMS Light Metals, 10-23.
- Fortin, S., Gerhardt, M. et Gesing A. J., 1984. *Physical modeling of bubble behavior and gas release from aluminium reduction cell anodes*, TMS Light Metals, 721-741.
- Grjotheim, K. et Kvande, H. (Editors), 1993. *Introduction to aluminium electrolysis*, 2<sup>nd</sup> Edition, Aluminium-Verlag, Germany, 260 pages.
- Hauptin, A., 1971. *Scanning reference electrode for voltage contours in aluminum smelting cells*, Journal of Metals 23, 46-49.
- Hetsroni, G. (Editeur), 1982, *Handbook of multiphase systems*, McGraw-Hill.
- Kiss, L. I. et Poncsak, S., 2002. *Effect of the bubble growth mechanism on the spectrum of voltage fluctuations in the reduction cell*, TMS Light Metals, 217-224.

Manuels d'utilisation de CFX-5.5<sup>®</sup> et CFX-5.6<sup>®</sup>

Poncsák, S., Kiss, L. I. et Bui, R. T., 1999. *Mathematical modelling of the growth of gas bubbles under the anode in the aluminium electrolysis cells*, CIM Light Metals, 57-72.

Poncsák, S., Kiss, L. I., Bui, R. T., Desclaux, P., Huni, J.-P. et Potocnik, V., 2000. *Mathematical modelling of the collective behaviour of gas bubbles under the anode*, CIM Light Metals, 139-154.

Purdie, J. M., Bilek, M., Taylor, M. P., Zhang, W.D., Welch, B. J. et Chen, J. J. J., 1993. *Impact of anode gas evolution on electrolyte flow and mixing in aluminium electrowinning cells*, TMS Light Metals, 355-360.

Quian, K., Chen, J. J. J. et Matheou, N., 1996. *Visual observation of bubbles at horizontal electrodes and resistance measurements on vertical electrodes*, J. Appl. Electrochem. 27, 434-440.

Richards, N., Gudbrandsen, H., Rolseth, S. et Thonstad, J., 2003. *Characterization of fluctuation in anode current density and bubble events in industrial reduction cells*, TMS Light Metals, 315-322.

Shekhar, R. et Evans, J. W., 1990. *Modeling studies of electrolyte flow and bubble behaviour in advanced Hall cells*, TMS Light Metals, 243-248.

Solheim, A., Johansen, S., Rolseth, S. et Thonstad, J., 1989. *Gas driven flow in Hall-Heroult cells*, TMS Light Metal, 245-252.

Tomiyama, A., Kataoka, I., Zun, I. et Sakaguchi, T., 1998. *Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions*, JSME Int. J. Ser. B. 41, 472-479.

White, F. M., 1999, *Fluid mechanics*, 4<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, 826 pages.

Zoric, J. et Solheim, A., 2000. *On gas bubbles in industrial aluminum cells with prebaked anodes and their influence on the current distribution*, J. Appl. Electrochem. 30, 787-794.

## CHAPITRE 2

### ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU MOUVEMENT D'UNE BULLE SOUS UNE SURFACE INCLINÉE

La première section de ce chapitre couvre l'étude du mouvement d'une bulle d'air se déplaçant sous une surface inclinée dans l'eau. Les effets de l'inclinaison de la surface ( $\phi$ ) et du volume de la bulle ( $V$ ) sur le nombre de Froude, basé sur la vitesse terminale de la bulle ( $u_T$ ), ont été quantifiés. Le volume des bulles a été varié de  $0,3 \text{ cm}^3$  à  $9 \text{ cm}^3$  tandis que l'inclinaison était comprise entre  $2^\circ$  et  $10^\circ$ . Pour une courbe typique de la vitesse terminale versus le volume de la bulle, il a été trouvé que l'augmentation de  $u_T$  avec  $V$  n'est pas monotone et que quatre régimes distincts existent. De plus, chacun de ces régimes est caractérisé par une forme de bulle spécifique. L'influence de l'inclinaison est plus importante aux faibles volumes et aux faibles inclinaisons. Les différents régimes sont expliqués qualitativement. Le coefficient de traînée d'une bulle se déplaçant sous une surface solide inclinée dans l'eau est présenté.

La deuxième section de ce chapitre étudie l'influence des propriétés physiques du liquide sur le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée. Le nombre de Morton a été varié de  $2.59 \times 10^{-11}$  à  $2.52 \times 10^{+01}$ . La valeur du nombre de Bond s'étale de 10 jusqu'à 150 tandis que les angles d'inclinaison  $\phi$  de  $2^\circ$  à  $6^\circ$  ont principalement été étudiés. Pour couvrir le large spectre du nombre de Morton, plusieurs liquides tels que la glycérine, l'isopropanol, l'eau et le propanediol ont été utilisés. Les résultats ont montré que la relation  $Fr = Fr(Bo, Mo, \phi)$  n'est pas adéquate pour décrire le mouvement d'une bulle lorsque le nombre de Morton varie largement. Le choix du nombre de Reynolds terminal  $Re$  comme paramètre dépendant permet de clarifier le rôle du nombre de Morton sur le mouvement d'une bulle. Pour une valeur du nombre de Bond donnée, le nombre de Reynolds basé sur la vitesse terminale d'une bulle, décroît monotonement avec le nombre de Morton. De plus, une corrélation empirique  $Re = Re(Bo, Mo, \phi)$  est donnée pour faciliter la modélisation mathématique d'écoulements polyphasiques dans lesquels des bulles se déplacent sous des surfaces légèrement inclinées.

## **2.1- Influences du volume des bulles et de l'inclinaison de la surface sur le mouvement d'une bulle<sup>1</sup>**

### **2.1.1- Introduction**

Dans la production d'aluminium, les bulles sont générées sous les anodes de carbone. Les bulles contribuent à engendrer un écoulement dans l'électrolyte (cryolite) en transférant une partie de leur quantité de mouvement via la force de traînée. Pour augmenter la compréhension du rôle des bulles sur les phénomènes de transport se produisant à l'intérieur d'une cuve d'électrolyse, les mécanismes et l'intensité du transfert de quantité de mouvement doivent être connus. Dans une cuve, il y a deux types de bulles en mouvement: les bulles en montée verticale dans les canaux latéraux et les bulles se déplaçant sous l'anode quasi-horizontales. Le premier cas a été étudié extensivement expérimentalement et théoriquement tandis que seulement quelques articles ont été publiés sur le deuxième cas. Le but de cette première section est de quantifier les effets de l'inclinaison et du volume sur le mouvement des bulles se déplaçant sous une surface légèrement inclinée. Avant de présenter les résultats, une discussion est dirigée vers le mouvement d'une bulle en ascension verticale dans un milieu infini et le mouvement d'une bulle en ascension inclinée dans un milieu fini.

Il est bien connu que pour une bulle d'air en ascension verticale dans l'eau (Clift et al. (1978)), il existe trois régimes où différents mécanismes contrôlent la vitesse terminale d'une bulle.

---

<sup>1</sup> Un article basé sur cette section a été publié dans International Journal of Multiphase Flow 32, pp. 606-622

Le diamètre équivalent  $d$ , généralement défini par

$$d = \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (2.1)$$

est utilisé pour classifier les différents régimes. La première région est caractérisée par  $d < 0,07$  cm. Dans cette zone, la bulle se comporte comme si elle était une sphère rigide, et la vitesse terminale est contrôlée par la force de traînée visqueuse. La trajectoire est rectiligne. À ( $0,07$  cm  $< d < 0,14$  cm), la force de traînée visqueuse est réduite par la circulation du gaz à l'intérieur de la bulle et la vitesse terminale augmente dans un système pur. Le lecteur est référé à Tomiyama et al. (1998) pour une revue récente. La seconde région dominée par la force de tension de surface ( $0,14$  cm  $< d < 0,6$  cm) est la plus compliquée. Plusieurs auteurs ont étudié ce régime notamment Peebles et Garber (1953), Saffman (1956), Hartunian et Sears (1957), Mendelson (1967), Ellingsen et Risso (2001) et Tomiyama et al. (2002). La formation de vortex dans le sillage de la bulle augmente la force de traînée et les bulles ne sont plus sphériques, mais plutôt des ellipsoïdes. Cette région est caractérisée par des trajectoires zigzagantes et hélicoïdales et par des valeurs de vitesse terminale dispersées. Plusieurs auteurs ont attribué ce comportement à une différence de concentration de surfactant entre la partie avant et arrière de la bulle. Récemment, Ellingsen et Risso (2001) ont montré que pour une bulle d'un diamètre équivalent de 2,5 mm, l'influence du surfactant est négligeable. Tomiyama et al. (2002) ont montré expérimentalement et théoriquement que la dispersion concernant  $u_T$  pouvait être causée par des différences lors de la libération des bulles. Les auteurs ont développé une expression pour  $u_T$  dans le régime dominé par la tension superficielle basée sur la condition

de saut de quantité de mouvement à l'interface de la bulle et en utilisant la théorie de l'écoulement potentiel. L'expression dépend du diamètre de la bulle, des propriétés physiques du fluide et de la forme de la bulle. Le troisième régime se produit lorsque  $d > 0,6$  cm. Le volume de la bulle est assez large pour former une «calotte» sphérique. La vitesse terminale est contrôlée par la force d'inertie, c.-à-d. par la force de traînée de pression. Davies et Taylor (1950), en considérant les effets de tension superficielle et de viscosité négligeables, ont obtenu une expression pour  $u_T$  valide pour les systèmes purs et contaminés :

$$u_T = I\sqrt{gr_c} \quad (2.2)$$

où  $g$  est l'accélération gravitationnelle,  $I = 0,67$  est un facteur de proportionnalité et  $r_c$  est le rayon de courbure au nez de la bulle. Haberman et Morton (1953) ont trouvé une forme plus utile de l'équation (2.2) en terme du diamètre équivalent  $d$  :

$$u_T = J\sqrt{gd} \quad (2.3)$$

où  $J = 0,72$ .

Plusieurs travaux expérimentaux et théoriques ont été publiés sur le mouvement d'une bulle à travers des milieux finis au repos. Bretherton (1961) et Goldsmith et Mason (1962) ont étudié le déplacement de longues bulles dans des tubes verticaux fermés. Une bulle est dite «longue» si sa vitesse terminale est indépendante de sa longueur (volume). Cette condition est atteinte dans les tubes verticaux lorsque la longueur de la bulle est égale à quelques diamètres du tube. Les deux articles ont montré que lorsque le liquide mouille la

paroi du tube, alors il y a un film liquide entre la bulle et la paroi lorsque la bulle est en mouvement. Goldsmith et Mason (1962) ont mesuré le profil de vitesse à l'intérieur du film liquide et leurs résultats étaient en très bon accord avec leurs prédictions théoriques. Zukoski (1966) a étudié expérimentalement l'influence de l'inclinaison de la surface sur le mouvement des longues bulles dans des tubes fermés. Il a noté que le mouvement de celles-ci était complexe parce que la géométrie de la bulle change avec l'inclinaison. En général, ses expériences ont montré que la vitesse terminale augmente vers une valeur maximale lorsque l'inclinaison diminue à partir de la verticale vers 45°. Une diminution de l'angle de 45° vers l'horizontal réduit la vitesse de propagation. Spedding et Nguyen (1978) ont aussi investigué le mouvement des bulles sous inclinaison. Ils ont montré que le nombre de Froude pour le mouvement stationnaire, défini par

$$Fr = \frac{u_T}{\sqrt{ga}} \quad (2.4)$$

où  $a$  est le diamètre du tube, augmente largement avec le volume des bulles pour des inclinaisons proches de l'horizontal. Au-delà de 2° de pente,  $Fr$  devient presque indépendant de la taille de la bulle. Ils ont mentionné qu'à faible inclinaison, le volume des bulles devait être plus grand que 20 ml pour engendrer le mouvement. Pour ce qui est de l'influence de l'inclinaison sur le mouvement des bulles, ils observèrent les mêmes tendances que Zukoski (1966).

Le nombre d'articles publié sur le mouvement des bulles sous des surfaces inclinées est faible, s'il est comparé au nombre de travaux dédié à l'étude d'une bulle en ascension verticale dans un milieu infini. Maxworthy (1991) a étudié le déplacement de larges bulles sous une plaque inclinée pour des volumes de bulles allant de  $5 \text{ cm}^3$  à  $60 \text{ cm}^3$  à des intervalles de  $5 \text{ cm}^3$ . Le fluide était de l'eau. L'inclinaison de la plaque variait de  $5^\circ$  jusqu'à  $90^\circ$  à partir de l'horizontal. La pente était augmentée par intervalles de  $5^\circ$  à l'exception des valeurs de  $55^\circ$ ,  $65^\circ$  et  $75^\circ$ . Il a été trouvé que la vitesse terminale des bulles augmente monotonement avec le volume des bulles et elle atteint une vitesse maximale à une inclinaison de  $50^\circ$ . Dans toutes les expériences, le mouvement des bulles était contrôlé par l'inertie. Chen et al. (1992) ont étudié expérimentalement le rôle de l'inclinaison de la surface, du volume des bulles et de la largeur du canal sur la vitesse terminale des bulles se déplaçant sous une surface inclinée. Les bulles étaient générées en injectant avec une seringue un volume d'air connu dans une coupole inversée. La coupole était retournée pour libérer les bulles. L'angle d'inclinaison était varié jusqu'à  $12^\circ$ , le volume des bulles de  $1$  à  $40 \text{ cm}^3$  et la largeur du canal de  $100 \text{ mm}$  à  $16 \text{ mm}$ . Il a été trouvé que la vitesse augmente monotonement avec le volume des bulles. Seulement sept points  $(V, u_T)$  ont été utilisés pour caractériser l'ensemble des volumes. Masliyah et al. (1994) ont investigué le taux de propagation de petites bulles d'air le long d'une plaque inclinée dans une solution d'eau et de glycérine. Le volume des bulles variait de  $0,0026 \text{ cm}^3$  à  $0,013 \text{ cm}^3$  et la pente de  $35^\circ$  à  $90^\circ$  à partir de l'horizontal. Les résultats ont montré que la vitesse terminale des bulles augmente monotonement avec la pente. Par contre, ils n'ont pas observé d'angle critique à laquelle la vitesse est maximale. Tsao et Koch (1997) ont étudié expérimentalement le

mouvement de très petites bulles en régime de mouillage complet sous une plaque inclinée. Le volume des bulles a été varié de  $5,23 \times 10^{-4}$  à  $1,43 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$  tandis que l'angle d'inclinaison variait de  $10^\circ$  à  $85^\circ$  à partir de l'horizontal. Il a été observé que lorsque la pente de la surface solide était plus faible que  $55^\circ$ , correspondant à  $We = 0,4$ , la bulle glissait régulièrement sous la plaque. Les auteurs ont mentionné que pour maintenir le film liquide, situé entre la bulle et le mur, il doit exister une force de portance hydrodynamique balançant la composante perpendiculaire (à la surface) de la poussée d'Archimède. En utilisant les résultats de Antal et al (1991), ils ont conclu que la contribution de la portance inertielle était trop faible pour maintenir le film liquide. Ainsi, la portance a été attribuée aux contraintes visqueuses générées dans le film liquide. À des inclinaisons plus élevées que  $55^\circ$ , ils ont observé un mouvement périodique de rebond de la bulle contre le mur sans une diminution de l'amplitude du mouvement. Les auteurs ont expliqué ce phénomène par une transformation du potentiel gravitationnel (à mesure que la bulle monte sous la surface) en énergie cinétique et en énergie de déformation de surface. DeBisschop et al. (2002) ont investigué numériquement le mouvement d'une bulle en deux dimensions dans un canal incliné en utilisant la méthode de l'intégrale de frontière et l'approximation de Stokes pour les fluides. Ils ont trouvé que la vitesse terminale de la bulle augmente monotonement avec l'angle d'inclinaison. Les résultats ont montré que pour des pentes comprises entre  $30^\circ$  et  $40^\circ$ , le mouvement de rebond de la bulle apparaissait avec une diminution possible de l'amplitude. Pour des angles plus grands que  $40^\circ$  jusqu'à la verticale, les bulles rebondissaient une seule fois. De plus, l'épaisseur du film liquide augmente avec le nombre de Bond et l'angle d'inclinaison. Normand et Miskis (2005a) ont étudié numériquement

l'ascension dans un canal incliné 2D d'une petite bulle initialement placée au centre du canal. Les valeurs des nombres de Bond et de Reynolds étaient inférieures à 10 et 100 respectivement. La pente du canal était comprise entre  $30^\circ$  et  $90^\circ$  à partir de l'horizontale. Aux faibles inclinaisons, les auteurs ont obtenu une solution régulière pour la montée de la bulle. Au-dessus d'un angle critique, leurs résultats ont reproduit le phénomène de rebond périodique observé par Tsao et Koch (1997). Dans un deuxième papier, Norman et Miskis (2005b) ont réalisé une étude numérique concernant l'ascension dans un canal incliné d'une petite bulle initialement attachée au mur solide. Les limites des nombres de Bond et de Reynolds ainsi que de l'angle d'inclinaison étaient presque les mêmes que dans leur étude précédente (Norman et Miskis (2005a)). À faibles valeurs de ces paramètres, une ascension régulière des bulles a été calculée. Pour une valeur de  $Bo$  donnée, l'augmentation de  $Re$  créait une oscillation périodique de la forme de la bulle. Pour des grandes valeurs de  $Bo$  et  $Re$ , des phénomènes tels que le détachement de la bulle de la surface solide ainsi que l'éclatement de la bulle ont été calculés. Perron et al. (2005) ont étudié le mouvement de grandes bulles sous une plaque légèrement inclinée dans un système air-eau-Plexiglas<sup>®</sup>. Lorsque la bulle est initialement attachée sous la surface avec la présence d'une ligne de contact (présence d'une tache sèche), il a été trouvé qu'il existe deux régimes distincts de mouvement si les forces de gravité surmontent les forces de rétention. En général, il y a le mouvement rampant suivi du mouvement de la bulle sur un film liquide (régime de mouillage complet). La formation du film liquide est causée par un accrochage de la ligne triple au nez de la bulle qui est lui-même causé par une inhomogénéité physique ou chimique à la surface de Plexiglas<sup>®</sup>. Cela a pour résultat de déformer la bulle et de diminuer

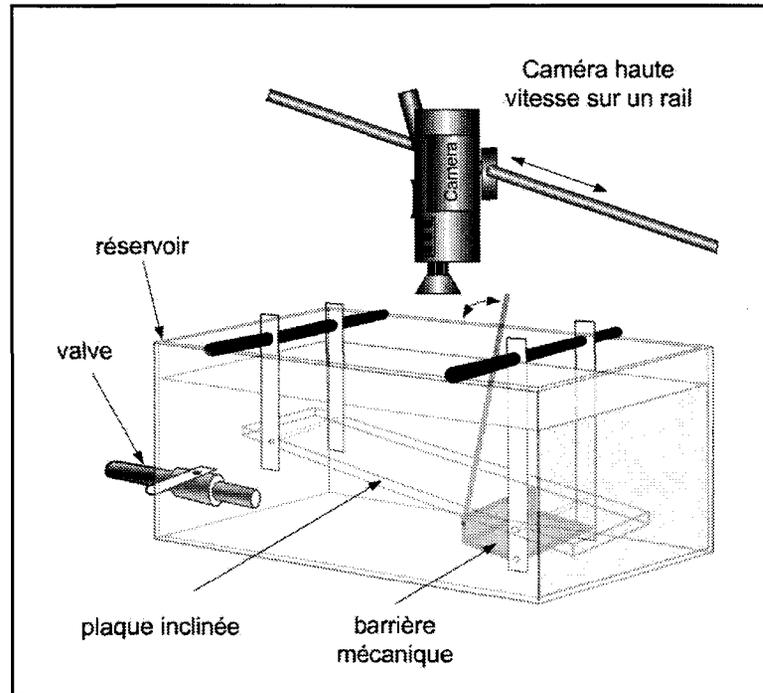
la grandeur des forces de tension de surface. La vitesse minimale qui permet l'existence du film est atteinte et la bulle commence à glisser sur celui-ci. Il a été observé que la grandeur de la vitesse terminale dans le régime rampant est un ordre de grandeur plus petit que celle dans le régime de mouillage complet. La distance parcourue par une bulle rampante est inversement proportionnelle au volume d'une bulle pour une inclinaison donnée. Si le volume excède une certaine valeur, la bulle parcourt presque la totalité de la longueur de la plaque dans le régime de mouillage complet.

Dans la série d'expérience présentée premièrement dans ce deuxième chapitre, les effets de l'inclinaison de la surface solide et du volume de la bulle sur certains paramètres caractéristiques tels que le ratio des axes instantanés et la vitesse terminale de la bulle sont investigués pour le régime de mouillage complet.

### **2.1.2- Méthodologie expérimentale**

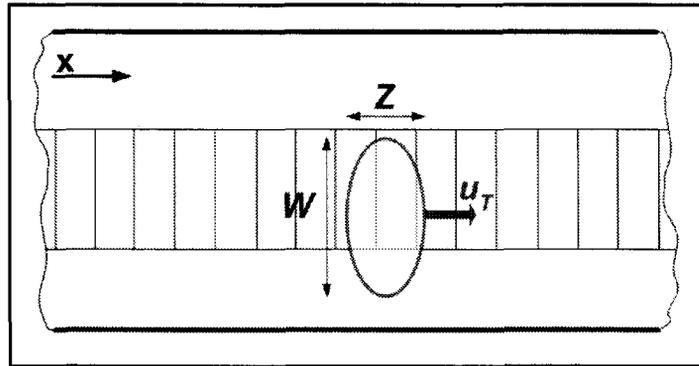
Un schéma du montage expérimental est présenté à la figure 2.1. La longueur, la largeur et la profondeur du réservoir de Plexiglas<sup>®</sup> sont respectivement de 1.20 m, 0.34 m et 0.34 m. La surface solide sous laquelle la bulle est en mouvement est représentée par une plaque de Plexiglas<sup>®</sup> d'une épaisseur de 1 cm, d'une largeur de 16 cm et d'une longueur de 90 cm. Pour éviter des déformations causées par la gravité, deux barres de métal sont ajoutées de chaque côté de la plaque. Les supports de la plaque et le réservoir permettent une inclinaison maximale de 10°. À une pente de 1°, la bulle ne pouvait pas atteindre la

vitesse minimale pour maintenir le film liquide sur l'entière longueur de la plaque. Pour cette raison, les résultats présentés sont ceux obtenus pour des inclinaisons variant de  $2^\circ$  jusqu'à  $10^\circ$ . La pente était mesurée avec un inclinomètre numérique offrant une résolution de  $0,01^\circ$  pour des angles en dessous de  $10^\circ$ . À chaque inclinaison, cinq lectures étaient prises à trois endroits différents pour s'assurer de la planéité de la plaque de Plexiglas<sup>®</sup>. Le liquide était de l'eau distillée. Les bulles d'air étaient générées par deux différentes méthodes. Pour la première, les bulles étaient créées avec une seringue de précision directement en dessous de la surface, en arrière de la barrière mécanique mobile. La tache sèche se formait instantanément. Les bulles étaient libérées simplement en abaissant la barrière doucement pour ne pas induire de mouvement dans le liquide autour de la bulle. Cette méthode était utilisée pour tous les volumes de bulle seulement à des inclinaisons élevées. À faibles pentes, pour les petites bulles, la transition du régime rampant vers le régime de mouillage complet n'avait pas lieu. Alors, pour étudier les plus petites bulles aux faibles inclinaisons, la technique de la coupole inversée décrite précédemment a été utilisée. Plusieurs expériences ont été réalisées pour vérifier s'il existait une corrélation entre la méthode de libération et la vitesse terminale des bulles. Les résultats ont montré que la vitesse terminale était indépendante de la méthode de libération. Avec les deux méthodes, le volume des bulles a pu être varié de  $0,3 \text{ cm}^3$  à  $9 \text{ cm}^3$  pour chaque pente. Le temps entre chaque bulle était assez long pour s'assurer que le liquide était au repos. La réduction de la pression hydrostatique lors de la montée de la bulle a été calculée et elle s'est avérée négligeable dans l'intervalle des inclinaisons étudiées. Durant l'ensemble des expériences, l'eau a été maintenue à  $20^\circ\text{C}$ .



**Figure 2.1** : Schéma du montage expérimental.

Pour obtenir la trajectoire de la bulle  $x(t)$ , la vitesse instantanée  $u(t)$ , la forme, le rapport des axes instantané  $r(t)$  (dans le plan de la surface solide), le rapport des axes moyen  $r$  et la vitesse terminale  $u_T$ , une caméra à haute vitesse mobile suivant la bulle a été utilisée. L'identification des l'axes de la bulle est présentée à la figure 2.2. L'axe mineur  $Z$  est parallèle au déplacement tandis que le majeur  $W$  est perpendiculaire au mouvement. Pour l'enregistrement, la résolution de la caméra haute vitesse PCI 2000 été fixée à  $476 \times 256$  pixels et le temps d'ouverture à  $1/2000$  s. Le taux d'enregistrement était de 125 images/s. Une grille transparente (5 mm/division) était placée sur la plaque de Plexiglas<sup>®</sup> pour permettre l'identification de la position de la bulle à chaque instant.



**Figure 2.2 :** Identification des axes de la bulle.

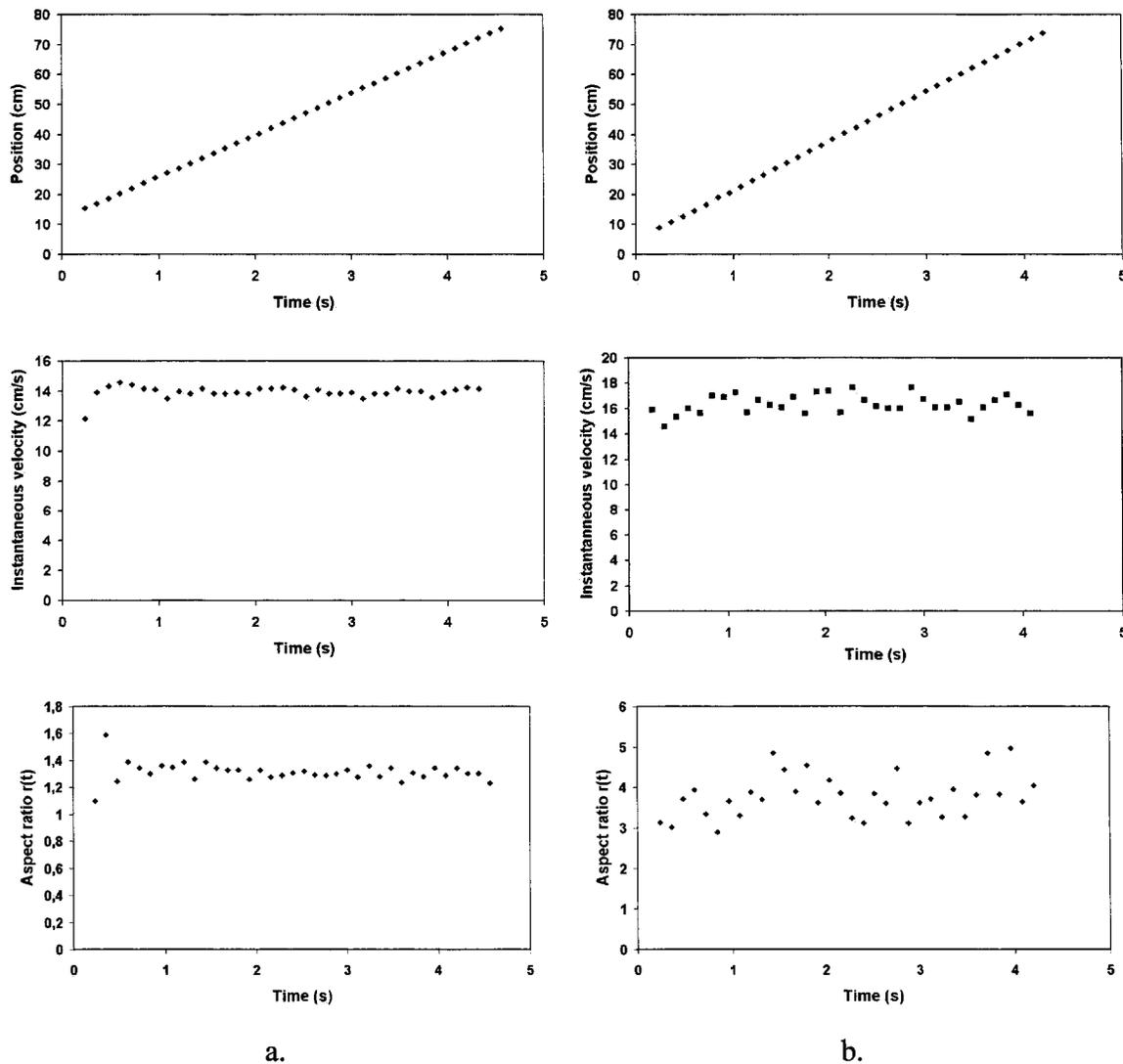
La position de la bulle était obtenue en identifiant le centre de celle-ci dans le plan de la plaque. La vitesse instantanée dans la direction  $x$  et le ratio des axes instantané étaient calculés en utilisant les simples formules suivantes :

$$u(t) = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \quad (2.5)$$

$$r(t) = \frac{W(t)}{Z(t)} \quad (2.6)$$

où le pas de temps  $\Delta t = 0.12$  s correspond à 15 images. Cette valeur peut sembler grande si elle est comparée à la valeur d'autres travaux (par exemple, Tomiyama et al. (2002)) mais il est important de mentionner que dans le présent travail, ce sont les valeurs moyennes qui sont analysées et non les oscillations de ces quantités. Le calcul de la vitesse instantanée était une information utilisée pour connaître le temps que prend une bulle pour atteindre sa vitesse terminale. Il est clair que l'identification et l'interprétation de  $u(t)$  sont plus difficiles lorsque la bulle est déformable que lorsque la bulle est presque rigide. De plus, dans le cas de bulle déformable, la distinction entre les oscillations de forme et de

trajectoire devient moins évidente. La vitesse terminale des bulles était calculée en utilisant l'équation 2.5 mais avec une longueur de parcours plus grande pour diminuer les incertitudes reliées à cette mesure. Chaque expérience a été répétée trois fois. La moyenne des vitesses terminales est présentée dans ce travail. La différence entre trois vitesses terminales mesurées pour les mêmes conditions initiales était généralement basse, soit de l'ordre de 3 %. Pour l'ensemble des mesures effectuées dans le cadre de ce présent travail, la différence maximale a été de 7 %. La position, la vitesse instantanée et le ratio des axes instantané pour deux différents volumes de bulle ( $0.3 \text{ (a)}$  et  $2 \text{ cm}^3 \text{ (b)}$ ) sont présentés à la figure 2.3 en fonction du temps pour une inclinaison de  $6^\circ$ . La petite bulle a été produite avec la méthode de la coupole inversée tandis que l'autre a été générée directement en dessous de la plaque. La bulle (a) est presque non déformable. Après une seconde, la vitesse terminale est atteinte. Du côté droit, la plus grosse bulle est déformable. Bien que les amplitudes des fluctuations soient non négligeables, la vitesse terminale est aussi atteinte après une seconde. Pour s'assurer que la vitesse terminale était atteinte pour l'ensemble des expériences, le premier point utilisé pour calculer la vitesse moyenne était toujours pris après 1,5 s de la transition menant au régime du mouillage complet.



**Figure 2.3** : Position, vitesse instantanée et ratio des axes instantané pour deux bulles différentes en fonction du temps pour une inclinaison de  $6^\circ$  : (a)  $0.3 \text{ cm}^3$  (b)  $2 \text{ cm}^3$ .

Au cours de ce chapitre, l'emphase est dirigée vers la détermination de certains paramètres caractéristiques du mouvement de la bulle tels que le ratio moyen des axes ainsi que de la vitesse terminale de la bulle. Bien que la vitesse instantanée soit calculée à chaque pas de temps, elle est seulement utilisée pour déterminer le début du régime stationnaire.

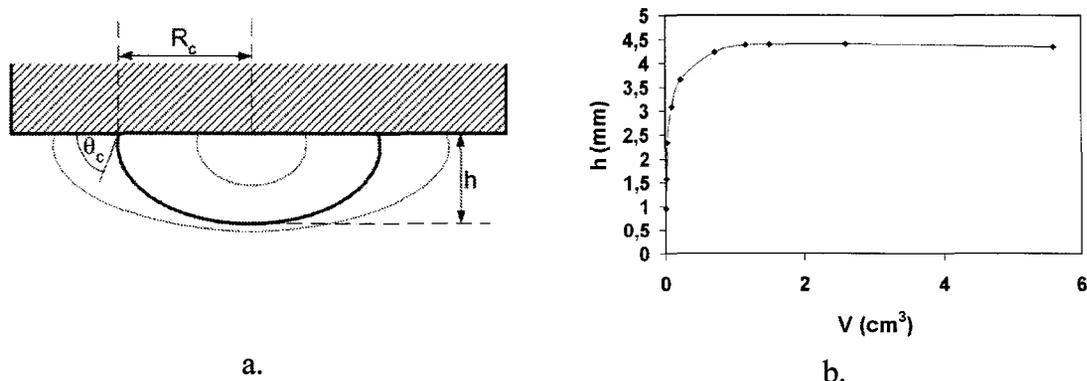
Ici, l'état stationnaire est défini lorsque la vitesse instantanée oscille autour d'une valeur moyenne. Ainsi, à partir des résultats présentés dans ce second chapitre (principalement  $u_T$  et  $r$ ), la dynamique de la bulle ne peut être décrite pleinement. De plus, la compréhension dynamique de la forme de la bulle requiert une analyse plus poussée de l'interaction entre la bulle et le liquide. La relation mécanique entre la forme de la bulle et la distribution de vorticité autour de celle-ci est très difficile à établir.

### **2.1.3- Résultats et discussion**

#### **2.1.3.1- Effets du volume et de l'inclinaison de la surface sur la forme des bulles**

La forme des bulles initialement attachée à une surface dépend fortement de sa position relative. Par exemple, il y a une différence marquée sur la forme d'une bulle dépendamment si elle se situe en dessous ou au-dessus d'une plaque horizontale. Pour le premier cas, la force de gravité presse la bulle contre la plaque tandis que dans la deuxième situation, la gravité tend à détacher la bulle de la surface. La bulle en dessous d'une surface sera en mouvement s'il y a une inclinaison suffisante ou s'il y a présence de convection tandis que pour une bulle au-dessus d'une surface, la poussée d'Archimède est libre d'agir verticalement. La figure 2.4a montre la forme d'une bulle statique attachée sous une surface horizontale pour différents volumes. Le rayon de la surface de contact  $R_c$ , la hauteur de la bulle  $h$  et l'angle de contact  $\theta_c$  sont tous définis dans la section verticale. Pour les petits volumes, les bulles sont plutôt sphériques et deviennent graduellement plus aplaties lorsque

le volume est augmenté. Pour un système air-eau-Plexiglas<sup>®</sup> l'angle de contact statique  $\theta_c$  a une valeur de  $80^\circ$  (Pruppacher et Klett (1978)). Dans le plan de la surface solide, la zone de contact apparaît comme un cercle parfait de rayon  $R_c$ . La hauteur (profondeur) d'une bulle augmente avec le volume jusqu'à une limite  $h_{max}$ . Une augmentation supplémentaire du volume diminue légèrement la hauteur jusqu'à une valeur limite  $h_{lim}$  comme le montre la figure 2.4b.



**Figure 2.4 :** (a) Formes des bulles pour différents volumes. (b) Hauteur (profondeur) des bulles en fonction du volume de celles-ci.

Les points présentés ici caractérisent une bulle d'air accrochée à une surface de Plexiglas<sup>®</sup>.

La limite maximale dans le cas statique est donnée par Hartland et Hartley (1976):

$$h_{\max} = \left( -0.190(\pi - \theta_c)^2 + 1.293(\pi - \theta_c) - 0.053 \right) \left[ \frac{\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \quad (2.7)$$

où  $\sigma$  est la tension superficielle,  $\theta_c$  est exprimé en radians et  $\rho_L$  et  $\rho_G$  sont les densités du liquide et du gaz respectivement. Pour un système air-eau-Plexiglas® à 20 °C, la hauteur maximale est de 4,44 mm tandis que la valeur limite est aussi donnée par la même référence

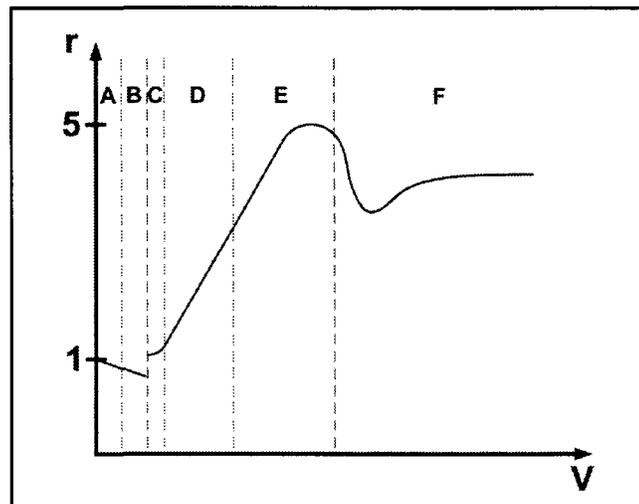
$$h_{\text{lim}} = \left[ 2(1 - \cos(\pi - \theta_c)) \frac{\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \quad (2.8)$$

et est égale à 4,18 mm.

Les bulles en mouvement sous une surface solide ont généralement une forme complexe tridimensionnelle. Fortin et al. (1984), Solheim et Thonstad (1986) et Zoric et Solheim (2000) ont observé, dans le plan perpendiculaire à la surface solide, que sous des effets dynamiques, la hauteur frontale des grosses bulles pouvait être supérieure à la hauteur statique donnée par l'équation 2.7. Cette augmentation de profondeur est le résultat de la présence d'un saut hydraulique sur le devant de la bulle. La déformation de l'interface appelée saut hydraulique, permet que le nez et l'arrière de la bulle n'aient pas la même épaisseur (voir la figure 2.18). Haupin (1971) a mesuré le gradient de voltage dans la zone interpolaire dans une cuve d'électrolyse industrielle. Il a trouvé qu'occasionnellement, il y avait contact entre sa sonde et une bulle à des distances aussi grandes que 2 cm à partir de la surface anodique. Dans des conditions d'opération normales, la hauteur maximale des bulles statiques dans un système CO<sub>2</sub>-cryolite-carbone est de 4,3 mm. Kiss et al. (2004) ont observé un mouvement périodique rotationnel de l'interface. De plus, la méthode de

visualisation à l'aide des bulles d'hydrogène utilisée par Perron et al. (2005) a permis d'observer que ce mouvement de l'interface pouvait être relié à la génération de vortex. Conséquemment, la forme (dans le plan de la surface solide) d'une bulle en mouvement sous une surface n'est plus un cercle parfait. Dans ce travail, la forme des bulles est caractérisée dans le plan de la plaque solide.

La tendance du rapport des axes moyen de la bulle en fonction du volume est présentée à la figure 2.5 pour une inclinaison donnée.



**Figure 2.5 :** Tendance du ratio des axes moyen en fonction du volume pour une inclinaison donnée.

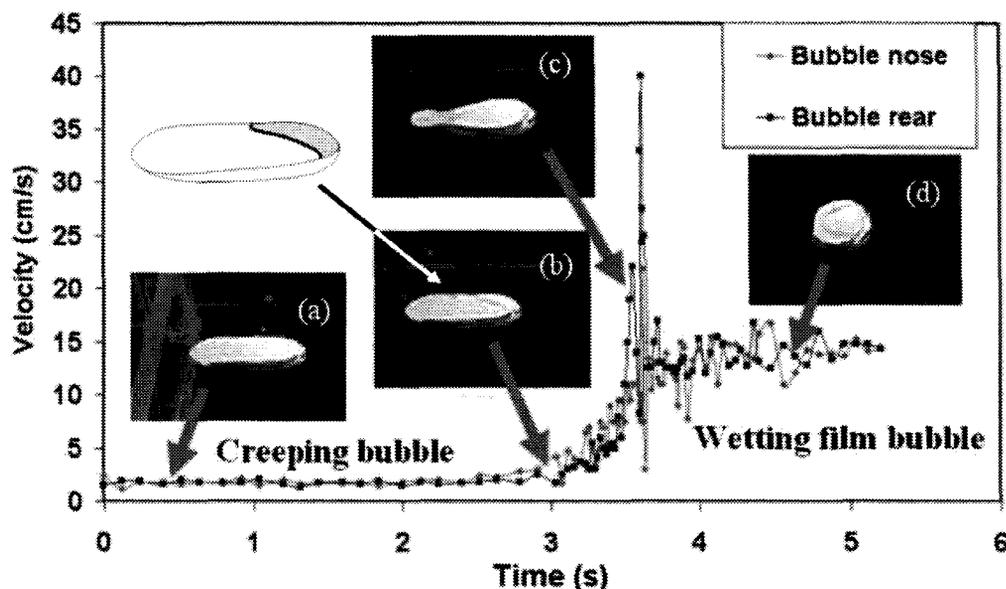
Les formes caractéristiques C, D, E et F sont présentées à la figure 2.8. Les limites d'une classe dépendent de l'inclinaison de la surface. De plus, la courbe de  $r$  présentée à la figure 2.5 est translatée vers la gauche lorsque la pente de la surface augmente. Lorsque la

pente est élevée, certaines régions telles que A, B, C et D peuvent soit disparaître ou diminuer en largeur tandis qu'à basse inclinaison, les régions E et F peuvent ne pas exister. La transition entre ces zones ou sous-régimes n'est pas drastique excepté pour la transition de B à C, comme nous allons le décrire dans quelques lignes.

Dans la zone A, la bulle est immobile. Comme il a été mentionné précédemment, lorsqu'une bulle est initialement attachée sous une surface horizontale, l'angle de contact, mesuré du côté de la phase liquide, égale la valeur d'équilibre  $\theta_c$ . L'intégrale de la force de tension de surface le long de la ligne triple égale à zéro. Lorsqu'une bulle est immobile en dessous d'une surface inclinée, l'angle de contact le long de la ligne triple diffère de sa valeur d'équilibre. L'angle de contact supérieur (au nez de la bulle) est plus petit que  $\theta_c$  tandis que celui de la partie inférieure est plus grand que  $\theta_c$ . Dans ce cas, l'angle de contact est récessif au nez de la bulle et avançant à la partie arrière de la bulle. Donc, la composante de poussée d'Archimède dans le plan est balancée par la différence entre les angles de contact. En d'autres mots, l'intégrale de la force de tension de surface le long de la ligne triple égale la composante de poussée d'Archimède. La bulle restera immobile jusqu'à ce que les angles d'avancement et de récession atteignent leur valeur critique, soit  $\theta_a$  et  $\theta_r$  ( $\theta_a > \theta_c$ ,  $\theta_r < \theta_c$ ) respectivement. La différence dans les angles de contact ( $\theta_a - \theta_r$ ) est l'hystérèse reflétant les inhomogénéités de la surface du Plexiglas<sup>®</sup>. En d'autres termes, si la surface de Plexiglas<sup>®</sup> était parfaite du point de vue physique et chimique, alors la zone A n'existerait pas. Lorsque le volume augmente, les valeurs des angles de contact approchent leur valeur critique. La gravité déforme de plus en plus la bulle jusqu'à ce que la différence

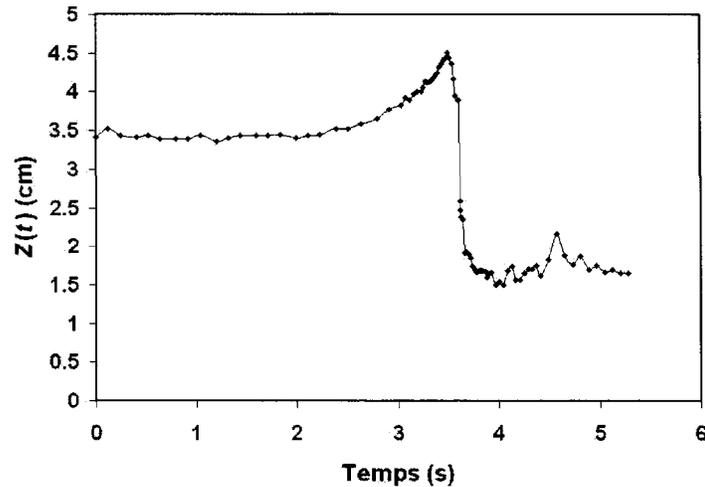
$(\theta_a - \theta_c)$  ne puisse plus balancer la force de poussée d'Archimède. À ce moment, la bulle commence à bouger. Le régime B est caractérisé par un mouvement lent fortement atténué. Il y a une compétition entre le mouillage et démouillage dynamiques de la surface. Ce phénomène est relié au mouvement de la ligne de contact. Une vitesse presque constante a été observée dans ce régime (Perron et al. (2005)). Quelques perturbations se produisent (accrochement de la ligne triple) mais le système retourne à sa valeur d'équilibre. Dans ce régime, la forme de la ligne de contact est ovale avec l'axe le plus long selon la direction du mouvement.

Lorsque le volume d'une bulle augmente pour une même inclinaison de surface, il se produit une transition du régime rampant au régime de mouillage complet. Bien que le but de ce travail soit de caractériser le mouvement d'une bulle dans le régime de mouillage complet, il peut être intéressant de décrire la transition complète en fonction du temps. La figure 2.6 montre les vitesses instantanées des parties avant et arrière de la bulle avant, pendant et après la transition. La pénétration du film liquide au nez de la bulle peut être observée sur les figures 2.6b et 2.6c. Le volume de la bulle est  $2,3 \text{ cm}^3$  et la pente de  $4^\circ$ . Les images ont été capturées en utilisant le même montage expérimental que celui présenté à la figure 2.1 mais avec un taux d'enregistrement fixé à 250 images/s. Avant 2,5 s, la bulle rampe à une vitesse plus ou moins constante, soit 2 à 3 cm/s (figure 2.6a).



**Figure 2.6 :** Vitesses instantanées du nez et de la partie arrière d'une bulle de  $2,3 \text{ cm}^3$  avant, pendant et après la transition à une inclinaison de  $4^\circ$ . (a) bulle rampante, (b) la pénétration du film commence, (c) l'élongation maximale dans la direction du mouvement est atteinte et (d) le régime de mouillage complet.

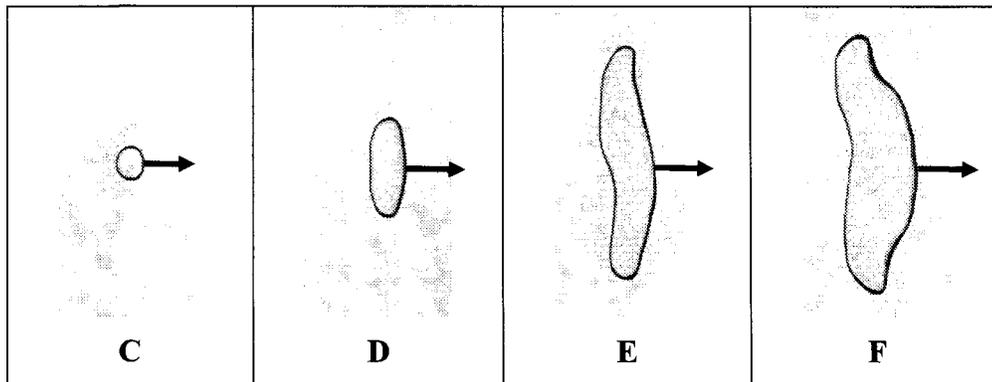
L'axe long de la bulle est parallèle à la direction du mouvement. À 3 s, le nez de la bulle rencontre un obstacle microscopique. L'accrochage de la ligne triple retarde le démoillage de la surface causant une diminution de l'angle de récession. La pénétration du film liquide commence parce que la partie arrière (avancement) roule sur la partie avant (récession) (figure 2.6b). À ce moment, le nez de la bulle et la partie arrière de celle-ci ne sont plus soumis aux mêmes forces. En effet, le nez n'est plus soumis à la force de rétention. La partie avant étant plus libre d'accélérer, une élongation de la bulle dans la direction du mouvement se produit comme le montre la figure 2.7.



**Figure 2.7 :** Évolution de la longueur de la bulle durant la transition pour un volume de  $2,3 \text{ cm}^3$  et une pente de  $4^\circ$ .

La force de gravité travaille contre les forces de rétention présente à l'arrière de la bulle, mais aussi contre la tension de surface en la déformant. Lorsque la pénétration du film liquide est complétée, à 3,5 s (juste après l'instant montré en 2.6c), la partie arrière est accélérée à une très grande vitesse de l'ordre de 40 cm/s. Cet effet dynamique transforme drastiquement la forme de la bulle. La longueur de la bulle change de 3,5 cm avant la transition à 1,5 cm après celle-ci. La transition étant complétée (figure 2.6d), la bulle glisse sur le film liquide à une vitesse de l'ordre de 14 cm/s. Comme le montrent les figures 2.6 et 2.7, la transition est drastique et évidente aussi bien en terme de forme de la bulle qu'en terme de vitesse de celle-ci. La durée de la transition est d'une seconde. À inclinaison élevée et/ou à grand volume de bulle dans un système où le mouvement est seulement engendré par la gravité, la distance parcourue par une bulle rampante devient négligeable parce que la tendance du phénomène de roulement décrit précédemment augmente dans ces

conditions. Dans une cuve d'électrolyse, où un écoulement existe, la bulle est accélérée non seulement par la gravité, mais aussi par la force de traînée. Donc, le régime rampant devient encore plus négligeable. Ceci explique pourquoi ce travail met l'emphase sur le régime de mouillage complet.



**Figure 2.8 :** Formes caractéristiques du régime du mouillage complet d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée à une inclinaison donnée. Le volume augmente de C à F. Le mouvement des bulles est dirigé vers la droite.

Pour une bulle en mouvement sur le film liquide, quatre formes caractéristiques ont été observées au cours des expériences. Lorsque le volume des bulles augmente ainsi que leur vitesse terminale (la forme des bulles passe de C à F), le rôle de l'inertie contrôlant le mouvement devient de plus en plus important. L'influence de la viscosité diminue de C à F. Quant au rôle de la tension de surface, il est plus difficile à évaluer, car il a un effet indirect sur la vitesse terminale de la bulle. Les forces de surface tendent à diminuer les déformations induites par l'écoulement engendré lui-même par le mouvement de la bulle. Cependant, il est clair que le rôle de la tension de surface devient moins important pour les

grandes bulles et que la forme de la bulle est plutôt contrôlée par des effets dynamiques. De plus, la trajectoire pour toutes les bulles s'est avérée rectiligne. Le phénomène de rebond de la bulle contre la surface solide dans le plan vertical mentionné par Tsao et Koch (1997) et calculé par DeBisschop et al. (2002) et Norman et Miksis (2005a) n'a pas été observé dans la présente situation. Il est fort probable que le volume des bulles était trop grand et l'inclinaison de la surface trop faible pour produire ce mouvement.

La forme de la bulle dans le régime C à la figure 2.8 est presque circulaire. Le rayon de courbure au nez de la bulle dans le plan de la surface solide est légèrement supérieur à celui à l'arrière de la bulle. L'amplitude des fluctuations du ratio des axes est faible comme la montre la figure 2.3a. La valeur moyenne de  $r$  est autour de 1,3. Dans le plan transversal au mouvement, l'interface se comporte comme si elle était rigide. Les bulles C sont appelées *bulles semi-rigides*. Lorsque le volume est augmenté, la forme D est obtenue. L'élongation dans la direction perpendiculaire au mouvement devient plus significative. Les oscillations de forme sont périodiques et plus prononcées que celles de la classe précédente. Le rayon de courbure aux parties avant et arrière de la bulle varie périodiquement à l'intérieur d'un certain intervalle. La courbure est positive à l'avant de la bulle tandis qu'elle est soit nulle ou légèrement négative à l'arrière de la bulle. La trajectoire de la bulle est rectiligne. La valeur de  $r$  pour cette classe de bulle est de l'ordre de 2,5. Un saut hydraulique comme celui montré à la figure 2.18a est observé dans la section verticale pour les plus grandes bulles de ce régime. Ce sous-régime est appelé *bulle ovale oscillante*. Une augmentation du volume donne la forme caractéristique E. Ces bulles

longues et tubulaires sont facilement déformables dans toutes les directions. Cependant, l'axe le plus long  $W$  de la bulle est toujours perpendiculaire à la direction du mouvement. Les courbures à l'avant et l'arrière de la bulle peuvent être positifs ou négatifs. L'amplitude des fluctuations de  $u(t)$  et  $r(t)$  est importante (figure 2.3b). Le ratio instantané des axes atteint une valeur autour de 5. Il est difficile de distinguer les oscillations de forme et de trajectoire, mais en général, la bulle suit un mouvement rectiligne. Un saut hydraulique est toujours présent dans le plan vertical à la surface solide. Les déformations peuvent être engendrées par une génération non symétrique de vortex tridimensionnels dans le sillage de la bulle. La bulle E est appelée *bulle déformable*. Le dernier sous-régime observé est particulier. Même en présence de déformations, une forme caractéristique a été observée : un renflement avec une courbure positive est toujours présent à l'avant de la bulle. Cette forme est causée principalement par des effets dynamiques parce que l'influence de la tension superficielle devient faible à ces larges volumes de bulle. À l'arrière de la bulle, la courbure est soit négative ou zéro. Similairement à la classe de bulles précédentes, il y a toujours un saut hydraulique dans le plan vertical. Deux zones minces peuvent aussi être observées aux extrémités verticales de la bulle F. L'existence de ces régions implique que le rayon de courbure change de signe à l'avant de la bulle. Bien que l'amplitude des fluctuations du ratio des axes soit moins élevée que celle de la classe E, les oscillations de forme demeurent importantes. Cette tendance (atténuation des oscillations de formes) est similaire aux résultats de Normand et Miksis (2005a) qui ont mentionné que lorsque la bulle atteint la forme de la calotte sphérique, l'amplitude des oscillations décroît. La forme F est appelée *bulle bombée*. La formation de ces extrémités est probablement provoquée par

une génération de paire de vortex symétrique. Comme il a été mentionné précédemment, la compréhension dynamique de la forme de la bulle requiert une analyse plus poussée de l'interaction entre la bulle et le liquide.

En résumé, le mouvement d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée dans le régime de mouillage complet peut être divisé en quatre sous-régimes : *bulle semi-rigide*, *bulle ovale oscillante*, *bulle déformable* et *bulle bombée*. Les forces visqueuse et de tension superficielle peuvent jouer un rôle pour les bulles de petite taille tandis que pour les grosses bulles, l'inertie contrôle principalement le mouvement. Il sera montré au cours des prochaines lignes que le coefficient de traînée des *bulles bombées* pour une inclinaison donnée est presque constant.

### **2.1.3.2- Effet du volume des bulles sur leur vitesse terminale**

Lorsqu'une bulle en ascension verticale atteint sa vitesse terminale, seulement deux forces agissent sur elle : la poussée d'Archimède et la force de traînée. Ces forces sont d'égales grandeurs, mais de directions opposées. Pour une bulle en mouvement sous une surface inclinée, c'est la composante de la poussée d'Archimède parallèle à la surface qui agit contre la force de traînée. La figure 2.9 montre les données brutes de la vitesse terminale  $u_T$  en fonction du diamètre équivalent  $d$  obtenues lors des expériences pour des inclinaisons de  $2^\circ$ ,  $4^\circ$  et  $10^\circ$ . L'augmentation de  $u_T$  avec le volume n'est pas monotone. La courbe à  $4^\circ$  peut être divisée en quatre régions presque linéaires. Il a été trouvé qu'il est

possible de relier chaque forme de bulle décrite dans la section précédente à une des quatre régions linéaires de la courbe de  $u_T$  versus  $d$ . Cette observation montre aussi que le taux d'augmentation de  $u_T$  avec le volume dépend de la forme de la bulle. À  $10^\circ$  d'inclinaison, les zones C et D n'existent pas pour les volumes de bulle étudiés dans ce travail. En dessous de 0,87 cm, il n'est pas certain que ces régions (C et D) vont exister parce qu'une vitesse minimale est requise pour maintenir la présence du film liquide. À l'autre extrémité du paramètre  $d$ , la région F existera à diamètres équivalents élevés. À faible inclinaison, le sous-régime de la bulle *semi-rigide* présente la plus importante augmentation de  $u_T$  en fonction du volume des bulles.

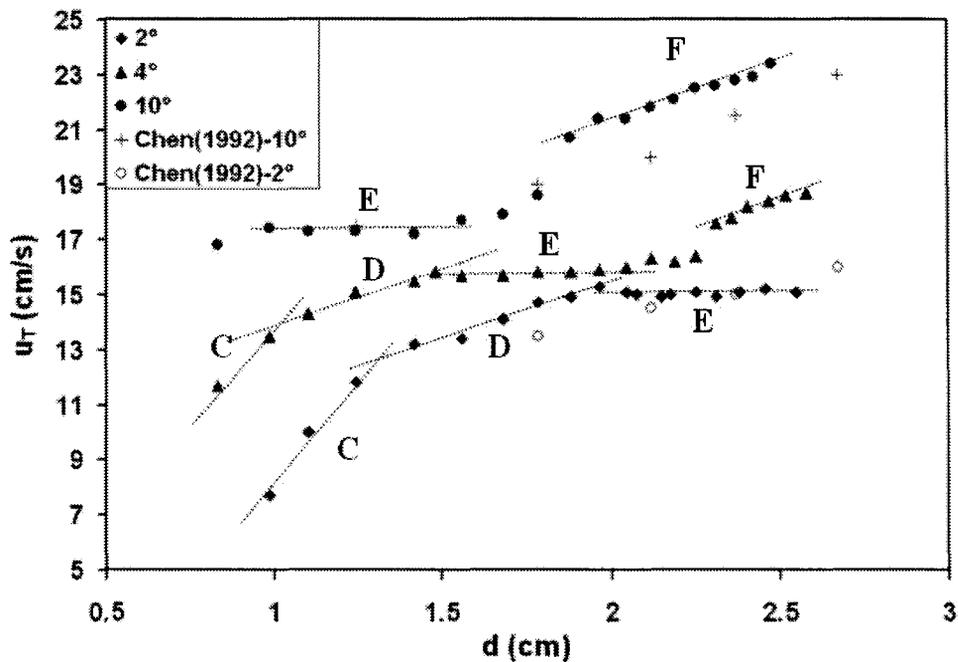
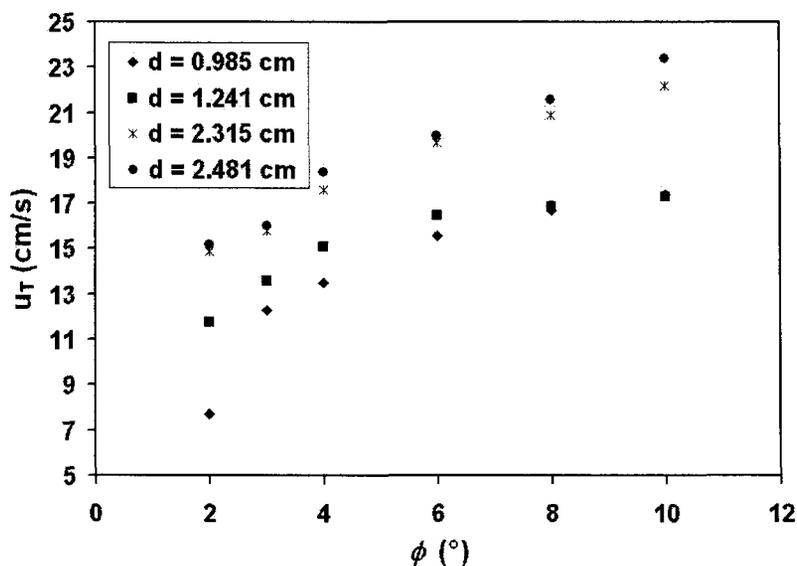


Figure 2.9 : Données brutes de la vitesse terminale en fonction du diamètre équivalent.

Dans les zones D et F, les courbes ont sensiblement la même pente, plus petite que celle dans la région C. La *bulle déformable* (région E) est intéressante. Même si le volume augmente, la vitesse terminale reste presque constante et le ratio des axes moyen, atteint une valeur maximale (figure 2.5). Pour expliquer ce phénomène, la longue bulle peut être perçue comme un cylindre ayant son axe de révolution dans la direction perpendiculaire à l'écoulement. Alors, l'écoulement autour de celui-ci est caractérisé par son diamètre. Pour une pente donnée, il a été observé que  $Z$  (servant de diamètre du cylindre) est presque constant dans ce sous régime et une augmentation de volume conduit seulement à une augmentation de la longueur du cylindre dans la direction perpendiculaire au mouvement. De plus, la longueur de la bulle étant grande, les effets d'extrémité peuvent être négligés. La bulle peut donc être considérée comme un cylindre infini. Ainsi, la vitesse terminale de la bulle est presque constante pour cette forme particulière. Les résultats obtenus par Chen et al. (1992) pour des angles de  $2^\circ$  et  $10^\circ$  sont aussi présentés. Leurs expériences ont été réalisées dans un canal d'une largeur de 100 mm. Généralement, leurs valeurs de vitesse terminale sont légèrement plus basses et leurs courbes présentent un comportement plus linéaire que celles obtenues dans le présent travail.

L'influence de l'inclinaison de la surface est montrée à la figure 2.10. Dans l'intervalle des paramètres étudiés, la vitesse terminale des bulles augmente toujours avec l'augmentation de pente pour un volume de bulle donné. Pour les bulles de petite taille, le taux d'augmentation est plus élevé pour de faibles angles tandis que pour les grosses bulles, l'augmentation est presque linéaire. Par exemple, pour une bulle d'une taille donnée, soit

$d = 0,985$  cm, le fait que l'angle d'inclinaison passe de  $2^\circ$  à  $6^\circ$  double la valeur de  $u_T$  à  $2^\circ$ . Zukoski (1966) a mentionné que l'influence de l'angle d'inclinaison sur la vitesse terminale est plutôt complexe. L'angle influence la grandeur de la composante de la poussée d'Archimède et conséquemment, il déforme la géométrie de la bulle.



**Figure 2.10 :**  $u_T$  en fonction de  $\phi$  pour différents  $d$ .

Avant de présenter les résultats sous une forme adimensionnelle, une brève discussion est faite sur les différents paramètres utilisés pour la description du système. Le problème de l'ascension d'une bulle d'air d'un diamètre équivalent  $d$  avec une vitesse terminale  $u_T$  sous une plaque inclinée présente des similarités avec celle en ascension verticale dans un milieu infini, tous deux étant sous l'effet de l'accélération gravitationnelle  $g$ . Les propriétés physiques du liquide qui influencent le mouvement de la bulle sont la densité  $\rho_L$ , la viscosité cinématique  $\nu_L$  et la tension de surface  $\sigma$ . Les valeurs des

propriétés physiques pour l'air sont très faibles comparées à celles du liquide, donc négligeables. En considérant trois grandeurs physiques telles que la masse, la longueur et le temps et en utilisant le théorème de Buckingham- $\Pi$ , le système de variables peut être réduit à trois groupements adimensionnels. La vitesse terminale étant mesurée, Maxworthy et al. (1996) ont montré que dans les faits, il y a deux paramètres indépendants tels que les nombres de Bond et de Morton (introduits au chapitre 1, équation 1.50) définis par

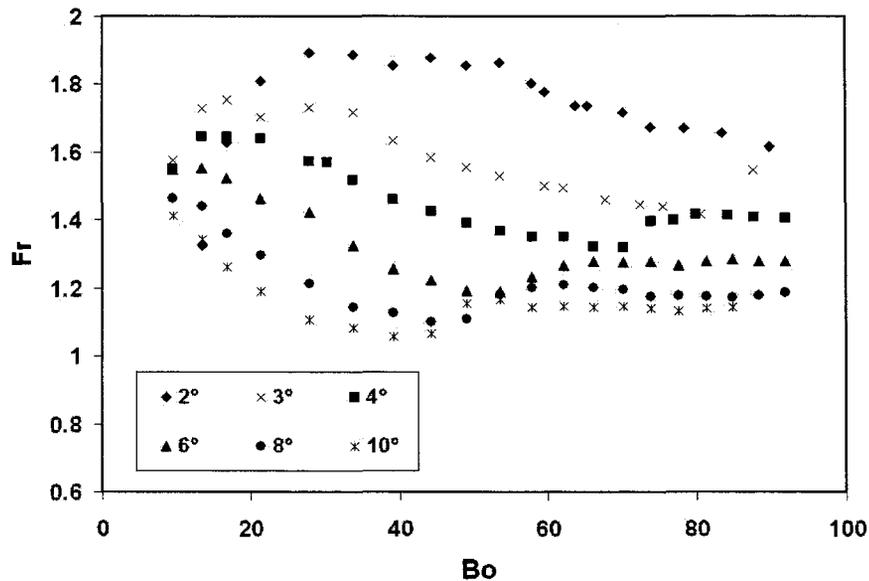
$$Bo = \frac{\rho_L g d^2}{\sigma} \quad (2.9)$$

$$Mo = \frac{g v_L^4 \rho_L^3}{\sigma^3} \quad (2.10)$$

et un groupement dépendant qui contient  $u_T$ . L'inclinaison de la surface  $\phi$ , étant déjà une quantité adimensionnelle, doit être ajoutée à la liste des paramètres indépendants. Ainsi, le système est décrit par trois groupements indépendants  $(Bo, Mo, \phi)$  et un dépendant. Le nombre de Morton est strictement relié aux propriétés physiques du liquide. Le nombre de Bond contient entre autres le diamètre équivalent de la bulle d'air. Dans cette première partie de ce présent chapitre, le liquide est de l'eau distillée pour la totalité des expériences. Ainsi, le  $Mo$  est constant et ne joue pas un rôle dans nos résultats. Les propriétés physiques de l'eau utilisées pour calculer les nombres adimensionnels ont été présentées au tableau 1.1. Maxworthy (1991) a mentionné que le nombre de Froude défini par

$$Fr = \frac{u_T}{\sqrt{dg \sin \phi}} \quad (2.11)$$

est le paramètre adimensionnel le plus approprié des points de vue dynamique et physique. La figure 2.11 montre les résultats sous une forme adimensionnelle pour toutes les inclinaisons étudiées dans ce projet.



**Figure 2.11** :  $Fr$  en fonction de  $Bo$  pour différentes inclinaisons.

Toutes les courbes au-dessus de  $3^\circ$  présentent un plateau où le nombre de Froude est presque constant lorsque  $Bo$  est élevé. Ceci implique que le ratio de l'inertie sur la force de gravité reste constant même si le volume des bulles augmente. Ce plateau correspond dans tous les cas au régime de la *bulle bombée*.

Pour résumer, les résultats montrent que la vitesse terminale, d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée dans le régime de mouillage complet, augmente avec le

volume des bulles dans l'intervalle des paramètres étudiés. L'augmentation n'est pas monotone et dépend de la forme des bulles.

### 2.1.3.3- Coefficient de traînée d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée

Pour être capable de simuler un écoulement engendré par des bulles, l'intensité du transfert de quantité de mouvement entre les deux phases doit être connue. Généralement, ceci est réalisé en ajoutant un terme source de quantité de mouvement dans les deux systèmes d'équations pour un modèle à deux fluides. Ce terme source est proportionnel au coefficient de traînée  $C_d$  et à d'autres variables. Comme il a été mentionné précédemment, la vitesse terminale d'une bulle se déplaçant sous une surface inclinée est atteinte lorsque la composante de la poussée d'Archimède parallèle à la plaque égale la force de traînée. Ici, la densité de l'air n'est pas négligée pour augmenter la précision de résultats. La composante de la poussée d'Archimède parallèle à la plaque solide est donnée par :

$$F_B = (\rho_L - \rho_G)Vg \sin \phi \quad (2.12)$$

L'expression de la force de traînée est donnée par (Clift et al. (1978)):

$$F_d = C_d A_T \frac{\rho_L u_T^2}{2} \quad (2.13)$$

En égalant les équations 2.12 et 2.13, on obtient :

$$C_d = \frac{2}{A_T} \frac{\Delta\rho}{\rho_L} \frac{1}{u_T^2} Vg \sin \phi \quad (2.14)$$

où  $\Delta\rho = (\rho_L - \rho_G)$  et  $A_T$  est l'aire frontale. On utilise la représentation classique pour une

bulle, soit  $A_T = \pi d^2 / 4$ . Le coefficient de traînée est exprimé par :

$$C_d = \frac{4}{3} \frac{\Delta\rho}{\rho_L} \frac{gd}{u_T^2} \sin\phi \quad (2.15)$$

Il existe plusieurs manières de tracer  $C_d$ . Maxworthy et al. (1996) ont proposé d'exprimer le coefficient de traînée en fonction des nombres de Morton et de Reynolds  $Re$ , ce dernier étant défini par,

$$Re = \frac{u_T d}{\nu_L} \quad (2.16)$$

Le nombre de Reynolds de la bulle basé sur son diamètre équivalent représente le ratio de l'inertie sur la force visqueuse. La figure 2.12 montre la variation de  $C_d$  versus  $Re$ . En regardant attentivement les courbes, il est facile de noter qu'il existe de fortes ressemblances entre elles et la courbe bien connue de  $C_d$  versus  $Re$  pour une bulle en ascension verticale. À faibles inclinaisons ( $2^\circ$  sur le graphique), il y a une zone où  $C_d$  diminue lorsque  $Re$  augmente.

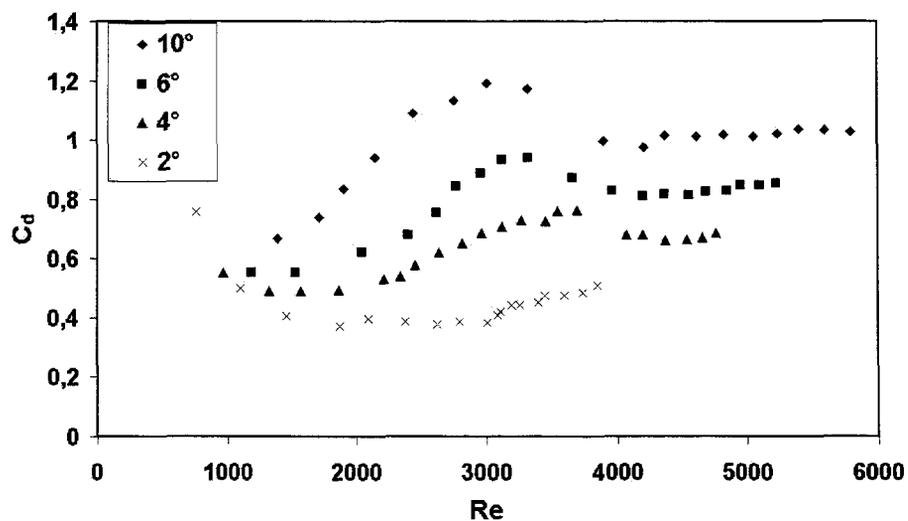


Figure 2.12 :  $C_d$  versus  $Re$ .

Pour une bulle en ascension dans un milieu infini, il est bien connu que le régime visqueux est caractérisé par une réduction du coefficient de traînée lorsque  $Re$  augmente. Ainsi, la présence de cette tendance suggère que la force visqueuse peut jouer un rôle important pour les petites bulles à faibles inclinaisons. De plus, la forme caractéristique dans cet intervalle est la *bulle semi-rigide*.

La transition vers la prochaine forme caractéristique est marquée par une augmentation du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds. Cette tendance est présente pour l'ensemble des inclinaisons étudiées. Dans cet intervalle, le  $C_d$  augmente fortement à inclinaison élevée. Le coefficient de traînée atteint une valeur maximale et diminue jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur presque constante. Ceci implique que le mouvement de la bulle est principalement contrôlé par l'inertie. Le coefficient de traînée peut aussi être exprimé en fonction du nombre de  $Bo$  comme il est montré à la figure 2.13.

Dans le but de faciliter l'application pour la modélisation mathématique, des corrélations ont été déterminées pour les *bulles déformables et bombées*. Malheureusement, le nombre de points pour les classes *semi-rigide* et *oscillante* était trop faible pour déterminer des relations valables. Pour ces classes, principalement à faibles inclinaisons, le lecteur est référé aux figures 2.12 et 2.13. Le coefficient de traînée dans le régime *déformable* est donné par

$$C_d = A(\phi) \cdot Bo^{0,450} \quad (2.17)$$

où  $A$  est

$$A(\phi) = 0.040 \cdot \phi^{0,773} \quad (2.18)$$

Ainsi,  $C_d$  est exprimé par

$$C_d = 0.040 \cdot \phi^{0,773} \cdot Bo^{0,450} \quad (2.19)$$

pour une *bulle déformable*. Dans le régime de la bulle bombée, le coefficient de traînée peut être approximé par

$$C_d = 0.354 \cdot \phi^{0,473} . \quad (2.20)$$

Dans les deux expressions, l'angle d'inclinaison est donné en degrés. Les corrélations 2.19 et 2.20 incluent toutes les données expérimentales avec un écart maximal de 5 %. Les intervalles de validité pour ces équations sont donnés au tableau 2.1.

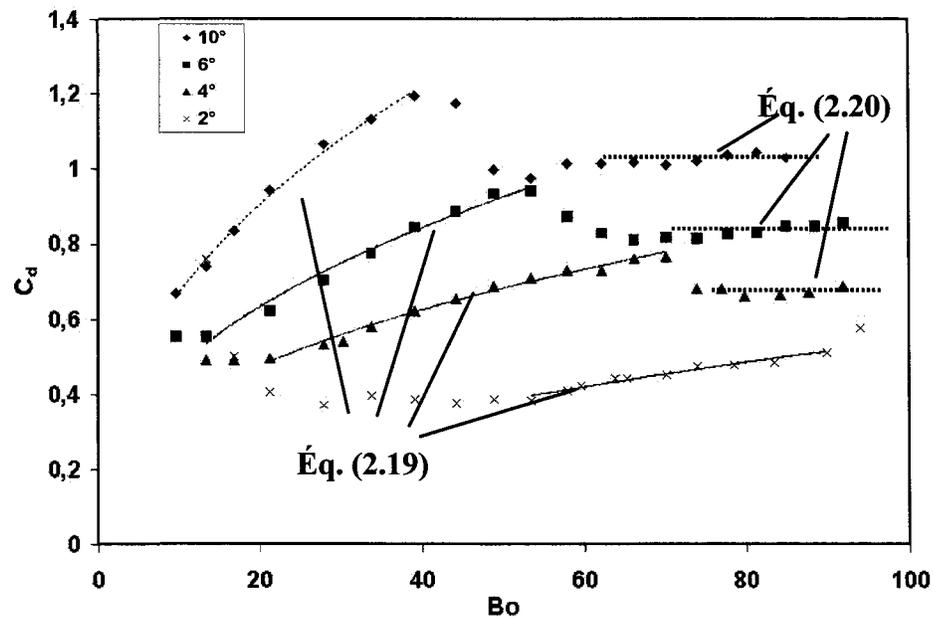
**Tableau 2.1**

Limites des classes bulle *déformable* et bulle *bombée*.

Inclinaison (°)	Bulle déformable	Bulle bombée
2	$53 \leq Bo \leq 90$	-
3	$33 \leq Bo \leq 87$	-
4	$21 \leq Bo \leq 70$	$73 \leq Bo \leq 92$
6	$13 \leq Bo \leq 53$	$57 \leq Bo \leq 92$
8	$13 \leq Bo \leq 44$	$53 \leq Bo \leq 92$
10	$9 \leq Bo \leq 40$	$48 \leq Bo \leq 85$

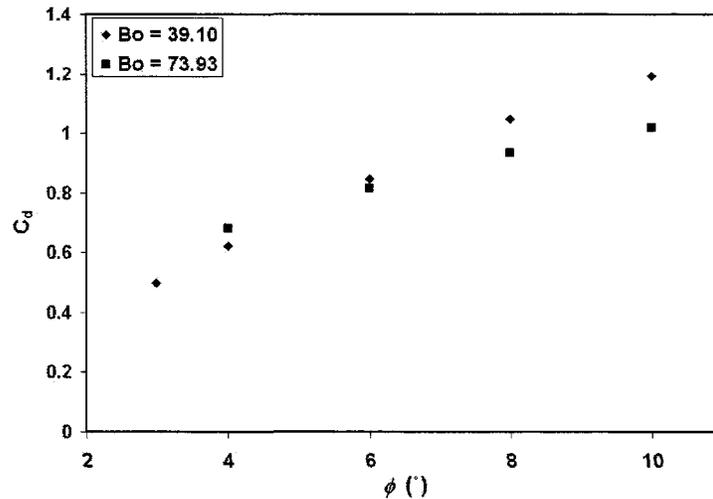
À inclinaisons élevées, presque la totalité des valeurs de  $C_d$  obtenues dans ce présent travail peut être exprimée en fonction de ces deux équations. Comme nous l'avons déjà mentionné, la transition entre la *bulle déformable* et la *bulle bombée* n'est pas drastique. Conséquemment, les valeurs de  $Bo$  présentées dans le tableau 2.1 sont seulement

approximatives. La figure 2.14 montre la variation de  $C_d$  en fonction de l'angle d'inclinaison de la surface pour deux différentes bulles.



**Figure 2.13 :**  $C_d$  versus  $Bo$ . L'équation 2.19 est tracée pour les inclinaisons de  $2^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  et  $10^\circ$  tandis que l'équation 2.20 est tracée pour  $4^\circ$ ,  $6^\circ$  et  $10^\circ$ .

Les valeurs de  $Bo = 39,10$  et  $73,93$  correspondent respectivement à la *bulle déformable* et à la *bulle bombée*. Le taux d'augmentation du coefficient de traînée avec l'angle d'inclinaison est plus élevé pour la *bulle déformable* et l'augmentation est plutôt linéaire pour les deux sous-régimes.



**Figure 2.14 :**  $C_d$  versus l'angle d'inclinaison pour deux différentes bulles.

Pour résumer, des corrélations (équations 2.19 et 2.20) pour le coefficient de traînée dans les sous-régimes *déformable* et *bombée* ont été données. À inclinaison élevée, ces équations couvrent presque la totalité des valeurs de  $C_d$  obtenues dans ce travail.

#### 2.1.4- Conclusions

Dans cette première section de ce deuxième chapitre, les influences du volume et de l'angle d'inclinaison sur la vitesse terminale d'une bulle se déplaçant sous une surface légèrement inclinée ont été étudiées en détail. La géométrie des bulles a aussi été caractérisée. L'eau distillée et l'air constituaient le système diphasique dans lequel le mouvement était engendré uniquement par la gravité. La surface solide était représentée par une plaque de Plexiglas®. Une caméra à haute vitesse suivait la bulle pour capturer les caractéristiques de celle-ci. L'angle d'inclinaison a été varié de 2° à 10°. Le nombre de

Bond se situe entre 10 et 100. Dans les intervalles des paramètres étudiés, les résultats ont montré que :

- Dans le régime de mouillage complet, l'augmentation de la vitesse terminale avec le volume de la bulle n'est pas monotone pour une inclinaison donnée. En effet, quatre sous-régimes correspondant à une forme de bulle caractéristique ont été trouvés.
- La vitesse terminale augmente avec l'angle d'inclinaison pour un volume de bulle donné. L'augmentation est beaucoup plus importante pour de faibles angles et de petits volumes. Pour les grands volumes, l'augmentation est plus linéaire.
- L'inertie contrôle principalement la vitesse terminale des *bulles bombées*. La tension superficielle et les forces visqueuses jouent un rôle à de faibles inclinaisons et à de faibles volumes.
- Le coefficient de traînée a été évalué. La forme des courbes a des similarités avec celles de l'ascension verticale d'une bulle dans un milieu infini. Des expressions de la forme  $C_d = C_d(Bo, \phi)$  pour la classe déformable (équation 2.19) et  $C_d = C_d(\phi)$  pour la classe bombée (équation 2.20) ont été données.

## **2.2- Influences des propriétés physiques du liquide sur le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée<sup>2</sup>**

### **2.2.1- Introduction**

Il a été mentionné à la première section de ce présent chapitre que le nombre d'articles publiés sur le mouvement d'une bulle sous une surface inclinée est faible. À l'exception du travail de Masliyah et al. (1994) qui ont étudié le mouvement de très petites bulles ( $0,0026 \text{ cm}^3$  à  $0,013 \text{ cm}^3$ ) sous des surfaces fortement inclinées ( $35^\circ$  to  $90^\circ$  à partir de l'horizontal), il n'existe pas d'information sur l'influence des propriétés physiques du liquide sur le mouvement d'une bulle sous une surface. Encore moins en ce qui concerne l'influence de celles-ci lorsque l'inclinaison de la surface est faible. L'objectif de cette section est d'étudier le mouvement d'une bulle unique à travers différents liquides au repos. Avant de présenter les résultats obtenus, une discussion sera faite sur l'influence du liquide sur le mouvement d'une bulle dans des milieux infinis et bornés.

Le rôle des propriétés du liquide (viscosité, densité et tension de surface) sur le mouvement d'une bulle soit en ascension verticale dans un milieu infiniment grand ou dans un tube est complexe et il n'est pas évident à décrire. Par exemple, pour isoler expérimentalement l'influence de la viscosité sur le mouvement d'une bulle, deux liquides non toxiques ayant des densités et des tensions superficielles égales, mais des viscosités différentes devraient être trouvées. Pour surmonter cette difficulté, plusieurs auteurs

---

<sup>2</sup> Un article basé sur cette section est sous presse dans le International Journal of Multiphase Flow, 2006.

utilisent le nombre de Morton, défini à l'équation 2.10, pour décrire le liquide. Les propriétés de la phase gazeuse étant négligées, le nombre de Morton dépend seulement des propriétés du liquide. Hartunian et Sears (1957) ont étudié les instabilités d'une bulle de gaz en ascension verticale dans des liquides variés non bornés. Leurs résultats suggèrent qu'il existe deux critères séparés pour décrire le début des instabilités dépendamment des propriétés physiques des liquides. Une bulle en ascension verticale caractérisée par un nombre de Reynolds de moins de 202 à travers un liquide possédant une grande viscosité sera invariablement stable tandis qu'une bulle caractérisée par  $Re > 202$  dans un liquide ayant une faible viscosité sera stable jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur critique du nombre de Weber de 1,26. Ce dernier est défini par

$$We = \frac{\rho_L u_T^2 d}{\sigma} \quad (2.21)$$

Le nombre de Reynolds terminal représente le ratio des forces hydrodynamiques ou l'inertie sur les forces visqueuses tandis que le nombre de Weber représente le rapport de l'inertie sur les forces de tension superficielle. Zukoski (1966) a étudié l'influence de la viscosité, de la tension superficielle et de l'inclinaison du tube sur le mouvement des longues bulles dans les tubes fermés. Le diamètre des tubes a été déterminé de manière à ce que la tension superficielle joue un rôle significatif sur le mouvement des longues bulles. Il a été trouvé que dans le cas des tubes verticaux, l'effet de la viscosité était négligeable si le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du tube était supérieur à une valeur de 200. Dans cette situation, les résultats ont montré que le nombre de Froude (défini par l'équation 2.4)

atteint une valeur asymptotique lorsque le nombre de Bond augmente. Pour le mouvement d'une bulle dans un tube, ce dernier est défini par

$$Bo = \frac{\rho_L g a^2}{\sigma} \quad (2.22)$$

où  $a$  est le diamètre du tube. Maneri et Zuber (1974) ont étudié le mouvement de bulles planes (bulles 2D) en fonction de la largeur du réservoir, du volume des bulles, de l'inclinaison et des propriétés physiques du liquide. Pour des bulles planes en ascension verticale, les propriétés du liquide n'affectaient pas la vitesse terminale des bulles tandis que pour les bulles en ascension inclinée, la vitesse terminale était plus élevée dans le méthanol que dans l'eau pour un volume donné. Bhaga et Weber (1981) ont étudié le mouvement de bulles uniques à travers des liquides très visqueux non bornés. Les liquides utilisés étaient un mélange eau-sucre à différentes concentrations. Le nombre de Morton variait de  $7,4 \times 10^{-04}$  à 850. Le mouvement des bulles a été caractérisé par les auteurs avec la vitesse terminale, leur forme dynamique et le sillage provoqué par leur mouvement. Ce dernier a été observé par la méthode des bulles d'hydrogène. Ils ont observé que pour  $Mo > 4 \times 10^{-03}$ , le coefficient de traînée et la forme dynamique des bulles dépendaient uniquement du nombre de Reynolds. Weber et Alarie (1985) ont mesuré la vitesse terminale de longues bulles à travers différents liquides dans des tubes inclinés. Le nombre de Morton a été varié de  $2,2 \times 10^{-11}$  to  $1,5 \times 10^{+04}$ . Les auteurs ont présenté leurs résultats en termes des nombres de Froude, Bond et Morton et l'angle d'inclinaison. Pour ce qui est de l'influence des propriétés du liquide sur le mouvement des longues bulles, ils ont observé la même tendance que Zukoski (1966). Maxworthy et al. (1996) ont étudié la

montée verticale d'une bulle non bornée dans différentes solutions de glycérine aqueuse. La valeur du nombre de Morton a été variée de  $7,7 \times 10^{-12}$  à 78. Ils ont identifié plusieurs nouveaux sous-régimes de mouvement et ils ont discuté des différents mécanismes qui pouvaient gouverner chacun des sous-régimes. Leurs résultats ont aussi montré deux tendances bien connues que lorsque le mouvement est contrôlé par l'inertie (régime de la calotte sphérique), la vitesse terminale est presque indépendante des propriétés du liquide, et que pour des liquides très visqueux, le régime de tension superficielle n'existe pas.

Dans les séries d'expériences présentées ici, l'influence des propriétés physiques du liquide sur certains paramètres caractéristiques tels que le ratio des axes moyens ainsi et la vitesse terminale de la bulle sous une surface légèrement inclinée est étudiée.

### **2.2.2- Méthodologie expérimentale**

Pour ces séries d'expériences, le montage décrit à la section 2.12 a été utilisé de nouveau. Les données expérimentales telles que la trajectoire, la forme ainsi que la vitesse terminale des bulles  $u_T$  ont été obtenues en suivant la bulle avec la caméra haute vitesse. Les paramètres d'utilisation de la caméra étaient les mêmes que ceux décrits précédemment à l'exception du taux d'enregistrement (images/s). Pour les liquides très visqueux (glycérine à 20°C), le taux d'enregistrement était de l'ordre de 60 images/s tandis que pour ceux moins visqueux (eau), le taux pouvait atteindre 250 images/s.

Dans cette section, les influences de trois différents liquides purs (excluant l'eau déjà étudiée à la section 2.1) et leurs solutions aqueuses sur le mouvement d'une bulle individuelle ont été étudiées. Les liquides sont l'isopropanol, le propanediol et la glycérine. Pour faire varier le nombre de Morton des liquides purs, deux différentes méthodes ont été utilisées. L'isopropanol et le propanediol ont été dilués avec de l'eau tandis que la glycérine a été chauffée. La densité des mélanges obtenue à partir des deux premiers liquides a été mesurée avec un pycnomètre, la tension superficielle avec un «du Nouy ring» et la viscosité avec des viscosimètres capillaires. Ces paramètres ont été mesurés trois fois pour chaque mélange et les résultats sont présentés aux tableaux 2.2 et 2.3. L'incertitude relative associée à ces mesures est plus petite que 2 %. Pour la glycérine, les propriétés physiques ont été prises à partir des tables existantes (compagnie *Dow Chemical*). Les propriétés physiques manquantes ont été mesurées. Les résultats pour la glycérine sont présentés au tableau 2.4. Dans cette deuxième section, quelques résultats concernant le mouvement des bulles dans l'eau sont repris ici. La valeur du nombre de Morton de l'eau à 20 °C est de  $2,59 \times 10^{-11}$ .

La trajectoire de toutes les bulles était rectiligne. Le phénomène de rebondissement sur la surface solide n'a pas été observé. Dans l'eau, le propanediol, dans la glycérine et dans leurs «solutions», aucune fragmentation des bulles n'a été observée. Cependant, dans l'isopropanol pure ainsi que dans ses solutions aqueuses (numéros 5 et 6, table 2.3), il arrivait fréquemment qu'une bulle se fragmente lors de sa libération. Quelques fois, pour des grandes bulles ( $V > 7 \text{ cm}^3$ ), il se produisait une fragmentation lors de l'ascension en

dessous de la plaque. Ce phénomène peut être expliqué par le fait que la tension superficielle de l'isopropanol est la plus basse de tous les liquides utilisés.

**Tableau 2.2 :**

Propriétés physiques des solutions aqueuses de propanediol.

	Propanediol	Température	Tension de surface	Densité	Viscosité	<i>Mo</i>
	(% poids)	(°C)	(N/m)	(kg/m <sup>3</sup> )	(m <sup>2</sup> /s)	
1	99,5	20	0,0406	1034,7	4,98 x 10 <sup>-05</sup>	9,97 x 10 <sup>-04</sup>
2	75	20	0,0450	1040,0	1,67 x 10 <sup>-05</sup>	9,34 x 10 <sup>-06</sup>
3	50	20	0,0493	1035,3	6,67 x 10 <sup>-06</sup>	1,79 x 10 <sup>-07</sup>
4	25	20	0,0520	1015,3	2,52 x 10 <sup>-06</sup>	2,96 x 10 <sup>-09</sup>

**Tableau 2.3 :**

Propriétés physiques des solutions aqueuses d'isopropanol.

	Isopropanol	Température	Tension de surface	Densité	Viscosité	<i>Mo</i>
	(% poids)	(°C)	(N/m)	(kg/m <sup>3</sup> )	(m <sup>2</sup> /s)	
5	99,5	20	0,0243	781,5	3,07 x 10 <sup>-06</sup>	2,89 x 10 <sup>-08</sup>
6	75	20	0,0266	844,4	3,89 x 10 <sup>-06</sup>	7,17 x 10 <sup>-08</sup>
7	50	20	0,0282	905,0	4,19 x 10 <sup>-06</sup>	1,00 x 10 <sup>-07</sup>
8	25	20	0,0318	957,6	2,86 x 10 <sup>-06</sup>	1,80 x 10 <sup>-08</sup>

**Tableau 2.4 :**

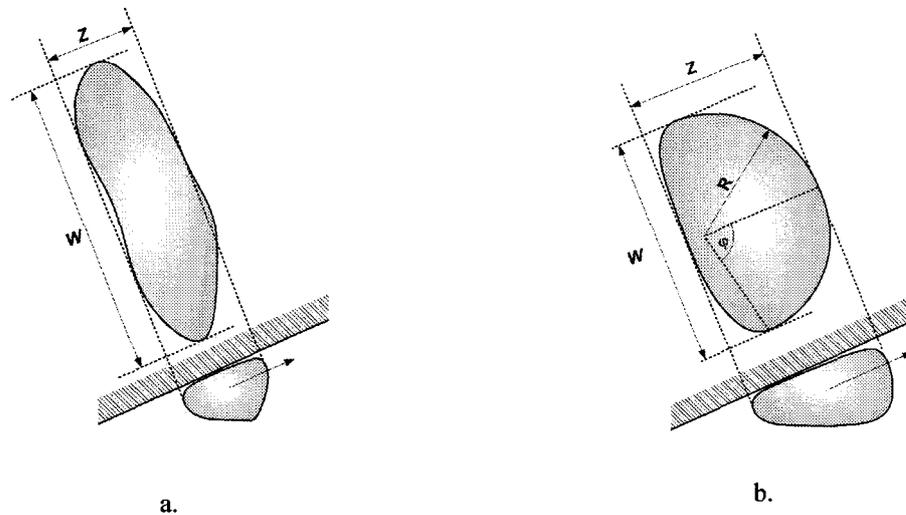
Propriétés physiques de la glycérine à différentes températures.

	Glycérine	Température	Tension de surface	Densité	Viscosité	<i>Mo</i>
	(% poids)	(°C)	(N/m)	(kg/m <sup>3</sup> )	(m <sup>2</sup> /s)	
9	99,5	22	0,0623	1257,3	7,48 x 10 <sup>-04</sup>	2,52 x 10 <sup>+01</sup>
10	99,5	31	0,0619	1252,1	3,67 x 10 <sup>-04</sup>	1,47 x 10 <sup>+00</sup>
11	99,5	41	0,0615	1246,2	1,77 x 10 <sup>-04</sup>	8,01 x 10 <sup>-02</sup>
12	99,5	50	0,0611	1240,3	9,67 x 10 <sup>-05</sup>	7,18 x 10 <sup>-03</sup>

## 2.2.3- Résultats et discussion

### 2.2.3.1- Effet des propriétés physiques du liquide sur la forme de la bulle

Dans ce travail, la forme dynamique des bulles est principalement caractérisée dans le plan de la surface solide. Les différents paramètres géométriques utilisés sont montrés à la figure 2.15. Généralement, pour des bulles semi-rigides (fig. 2.15b), il a été observé que la partie frontale des ces bulles en mouvement est de forme circulaire. Deux paramètres ont été définis pour caractériser la forme circulaire du nez de la bulle tel que le rayon de courbure  $R$  et l'angle central  $\varphi$ .

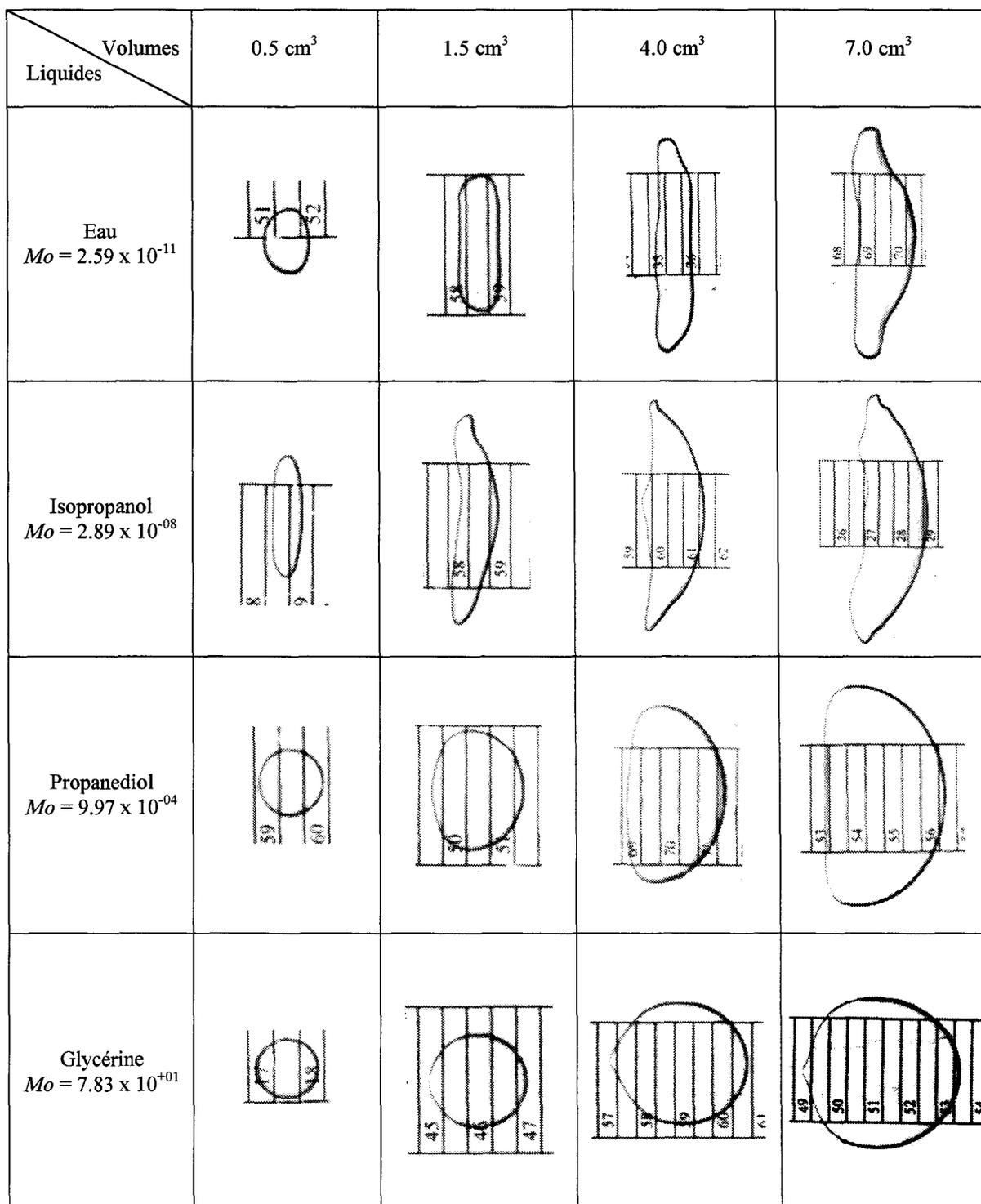


**Figure 2.15 :** Illustration des différents paramètres géométriques utilisés pour caractériser la forme dynamique de la bulle dans le plan de la surface solide.

La forme de l'interface dans la section verticale qui passe à travers axe de mouvement (plan longitudinal ou plan vertical) est décrite dans les lignes qui suivent.

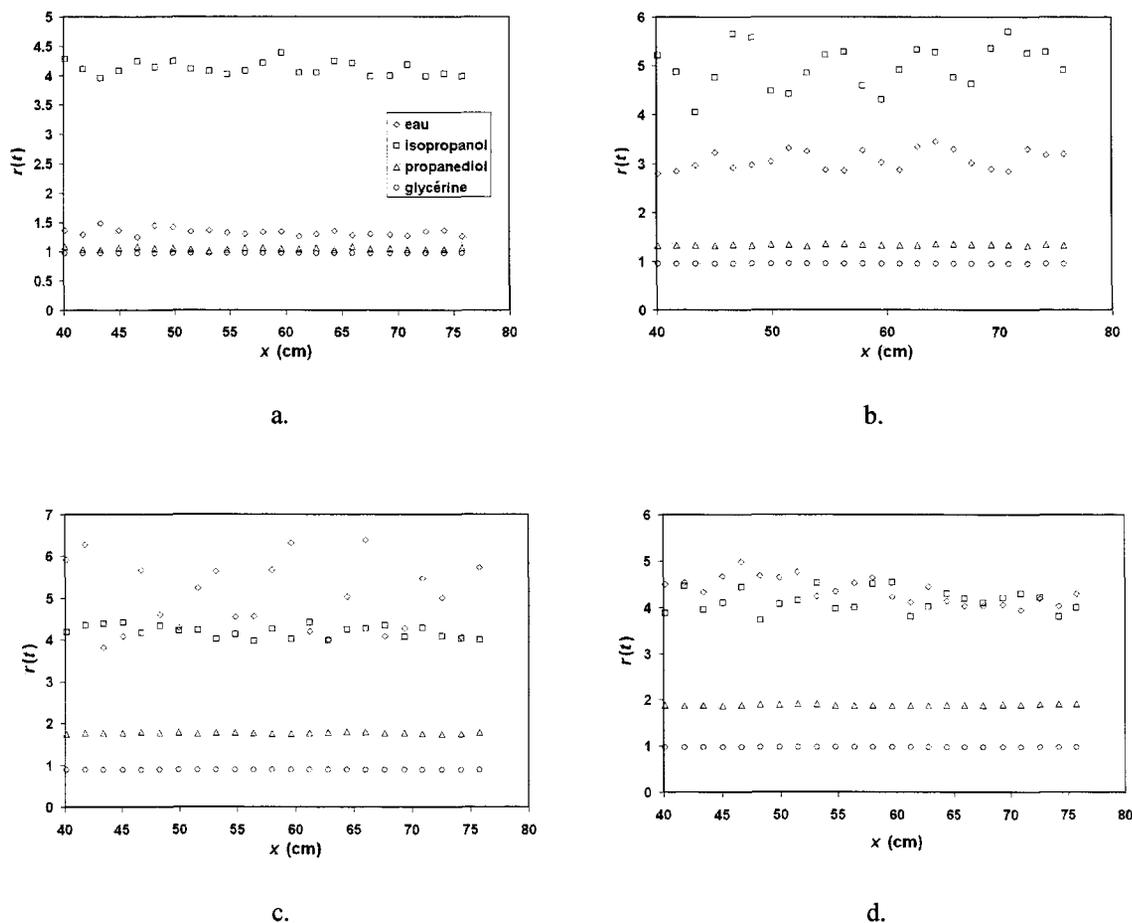
La figure 2.16 montre le fort effet des propriétés du liquide sur la forme dynamique des bulles à une inclinaison de  $4^\circ$ . Les formes présentées sur cette figure sont observées dans les liquides purs. Le mouvement est dirigé vers la droite dans tous les cas et la trajectoire des bulles était rectiligne. Les quatre volumes nominaux dans cette figure correspondent à un sous-régime de mouvement introduit à la section 2.1 de ce présent chapitre. Ces sous-régimes ont été observés pour des bulles se déplaçant dans l'eau. Le plus petit volume correspond à la *bulle semi-rigide* tandis que le second correspond à la *bulle ovale oscillante*. Les volumes de bulle de  $4,0 \text{ cm}^3$  et  $7,0 \text{ cm}^3$  caractérisent respectivement la *bulle déformable* et la *bulle bombée*. La figure 2.17 présente le ratio des axes instantané  $r(t)$  (défini à l'équation 2.6) des bulles présentées à la figure 2.16 en fonction de leur position sous la plaque dans le but d'homogénéiser l'échelle de temps.

Pour la bulle de  $0,5 \text{ cm}^3$ , l'influence des propriétés physiques du liquide est montrée dans la première colonne de la figure 2.16 ainsi que dans la figure 2.17a. Dans l'eau, la bulle a une forme presque circulaire avec un rayon de courbure légèrement plus élevé à sa partie frontale. Le ratio des axes moyen  $r$  est de 1,36 et l'amplitude des fluctuations est faible. La bulle de  $0,5 \text{ cm}^3$  dans l'isopropanol présente une forme beaucoup plus allongée dans la direction perpendiculaire au mouvement et sa valeur de  $r$  est de 4,11. De plus, l'amplitude des fluctuations est plus élevée que pour la bulle en mouvement dans l'eau. Les oscillations montrent un comportement périodique. Les fluctuations de  $r(t)$  pour les bulles de  $0,5 \text{ cm}^3$  en mouvement à travers le propanediol et la glycérine sont fortement atténuées et la forme des bulles est circulaire.



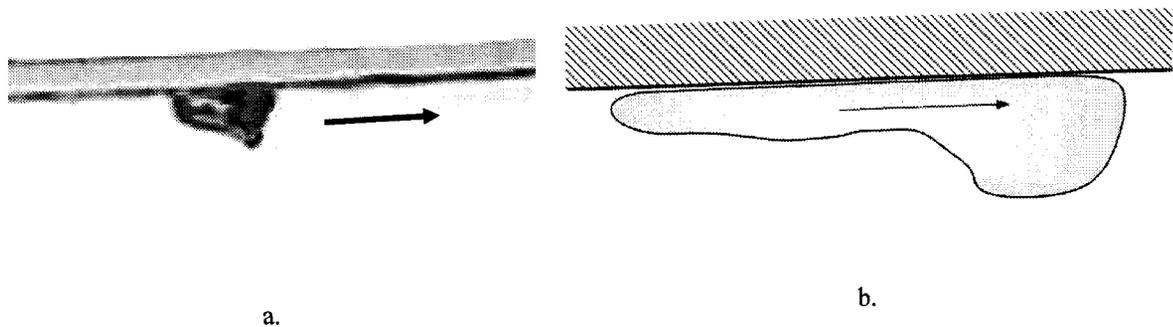
**Figure 2.16 :** Forme dynamique des bulles pour différents volumes dans des liquides purs à une inclinaison de 4°. Le mouvement est dirigé vers la droite et la forme des bulles est caractérisée par le contour de l'interface dans le plan de la surface solide.

Pour la première, la valeur moyenne du ratio des axes est de 1,05 tandis que pour la deuxième,  $r = 0,97$ . L'interface des bulles de  $0,5 \text{ cm}^3$  dans le plan vertical se comporte comme si elles étaient rigides pour l'ensemble des liquides étudiés. Le ratio des axes instantané de la bulle de  $1,5 \text{ cm}^3$  dans l'eau oscille périodiquement autour d'une valeur moyenne de 3,09. Il n'y a pas de saut hydraulique dans le plan vertical.



**Figure 2.17 :** Aspect des axes instantané pour des bulles en mouvement à une inclinaison de  $4^\circ$ : (a)  $0,5 \text{ cm}^3$ , (b)  $1,5 \text{ cm}^3$ , (c)  $4 \text{ cm}^3$  et (d)  $7 \text{ cm}^3$ . Les symboles utilisés pour les différents liquides purs sont présentés en (a).

Dans notre interprétation, la formation d'une partie frontale plus épaisse, plus profonde des grosses bulles est analogue à la formation d'un saut hydraulique dans les écoulements à surface libre. La bulle correspondante dans l'isopropanol est plus déformable et les oscillations de forme sont encore périodiques avec une valeur moyenne de  $r = 4,93$ . Dans le plan vertical, il y a une déformation non stationnaire comme montrée à la figure 2.18a. À cet instant, la partie frontale de la bulle est plus épaisse que la partie arrière. Fortin et al. (1984) ont observé que pour de très grosses bulles en mouvement sous une surface légèrement inclinée, la déformation de l'interface était presque stationnaire et que l'épaisseur de la partie avant pouvait atteindre jusqu'à 2 cm comme le montre la figure 2.18b.



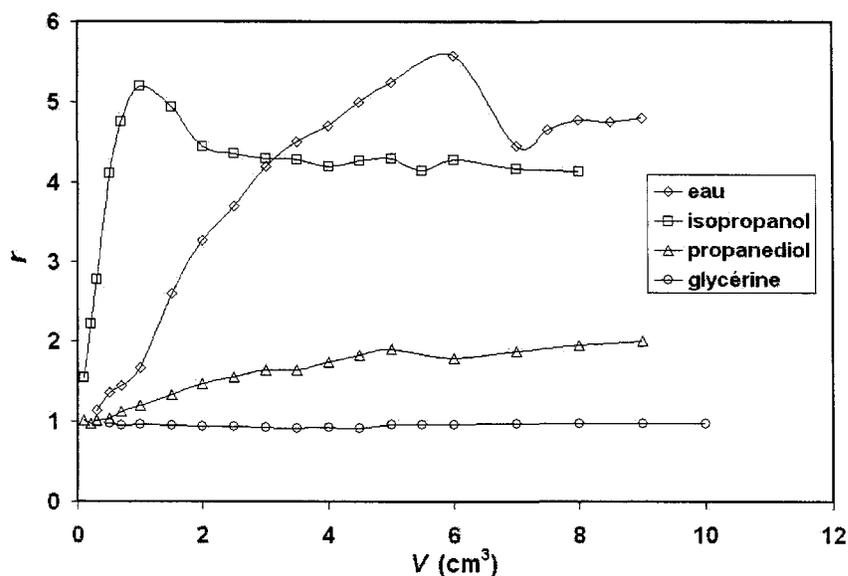
**Figure 2.18 :** Vue de côté d'une bulle déformable se déplaçant vers la droite; (a) Une photo d'une déformation non stationnaire appelée saut hydraulique observable pour des bulles d'une taille intermédiaire dans des liquides ayant un faible nombre de Morton, (b) Un schéma d'un saut hydraulique quasi-stationnaire observé pour des bulles de très grande taille (Fortin et al. (1984)).

Dans les liquides caractérisés par une valeur élevée du nombre de Morton, la forme des bulles (de  $1,5 \text{ cm}^3$ ) est fortement différente. La bulle dans le propanediol présente une forme de calotte ellipsoïdale tandis que celle dans la glycérine présente encore une forme circulaire. À la prochaine section, une distinction arbitraire sera faite entre les liquides caractérisés par une valeur élevée et faible du nombre de Morton basée sur le comportement du nombre terminal de Froude en fonction du nombre de Bond. Les valeurs moyennes de  $r$  sont 1,34 pour la première et 0,95 pour la deuxième (fig. 2.17b). L'axe de la bulle dans la direction du mouvement pour celle se déplaçant à travers la glycérine est légèrement plus grand que celui perpendiculaire au déplacement. Cette élongation est due à la formation d'une petite «queue» à l'arrière de la bulle. Cette formation est plus visible à des volumes plus élevés. Dans le plan longitudinal pour les deux dernières bulles, l'interface est rigide. La bulle de  $4,0 \text{ cm}^3$  dans l'eau est caractérisée par des fluctuations de forte amplitude autour d'une valeur moyenne de  $r = 5,06$ . Dans le plan vertical, il y a un saut hydraulique non stationnaire. La bulle correspondante dans l'isopropanol forme une sorte de boomerang toujours avec une déformation du contour de l'interface dans le plan vertical (présence d'un saut hydraulique non stationnaire). La valeur moyenne du ratio des axes est de 4,20 et la forme de la bulle est plus stable que la précédente de  $1,5 \text{ cm}^3$ . Dans les liquides visqueux, il n'y a pas de grand changement de forme désormais. Cependant, dans le propanediol, une faible tendance à diminuer la courbure à l'arrière de la bulle lorsque le volume augmente est observée. En d'autres mots, la partie arrière de la bulle tend à être droite à des volumes élevés. Les ratios des axes pour les bulles se déplaçant à travers le propanediol et la glycérine sont respectivement de 1,77 et 0,90. La forme de la bulle de

$7 \text{ cm}^3$  dans l'eau correspond la *bulle bombée* décrite à la première section de ce premier chapitre avec un rapport des axes moyen de 4,45. L'amplitude des fluctuations de forme est plus faible que pour la bulle de  $4 \text{ cm}^3$ . La forme caractéristique de la bulle dans l'isopropanol est la même que celle de  $4 \text{ cm}^3$ . Les ratios des axes des bulles se déplaçant à travers l'isopropanol, le propanediol et la glycérine sont respectivement de 4,14, 1,91 et 0,98.

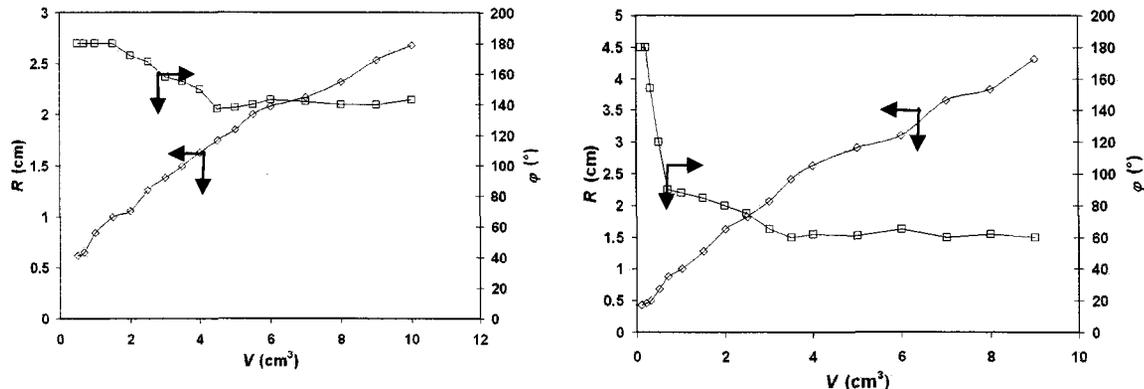
La figure 2.19 montre la moyenne temporelle du rapport des axes pour les quatre liquides purs en fonction du volume des bulles à une inclinaison de surface de  $4^\circ$ . Une observation évidente est que toutes les quatre courbes atteignent un plateau, caractérisé par une valeur de  $r$  presque constante, à des volumes différents. Dans deux cas, les courbes sont monotones tandis que pour l'eau et l'isopropanol, le plateau est précédé d'un maximum. La valeur du volume à laquelle le plateau est atteint pour chaque liquide n'est pas une fonction monotone du nombre de Morton. Cependant, la valeur presque constante de  $r$  obtenue pour chaque courbe semble être décrite par une fonction monotone de  $Mo$ . Dans la glycérine,  $r$  est indépendant de  $V$  et sa valeur est autour de 1. La figure 2.20 montre le rayon de courbure  $R$  au nez de la bulle et l'angle  $\varphi$  (voir fig. 2.15) en fonction du volume pour des bulles se déplaçant à travers de liquides caractérisés par des valeurs élevées du nombre de Morton à une inclinaison de  $4^\circ$ . Ces deux paramètres caractérisent le comportement circulaire du contour de l'interface dans le plan. À la figure 2.20b,  $\varphi$  décroît rapidement de  $180^\circ$  jusqu'à une valeur asymptotique de  $140^\circ$ . La valeur asymptotique de  $\varphi$

est dénotée par  $\varphi^*$  dans les paragraphes suivants. Pour les bulles se déplaçant à travers le propanediol, il se produit à faibles volumes une faible augmentation de  $r$  jusqu'à une valeur de  $5 \text{ cm}^3$  (fig. 2.19). À cette valeur,  $r$  atteint une valeur presque constant de 1,90. La forme circulaire du contour de l'interface est limitée à un angle de  $60^\circ$  pour des volumes de bulle intermédiaires ( $V > 3 \text{ cm}^3$ ). La diminution de l'angle  $\varphi$  à petits volumes est plus drastique que celle observée dans la glycérine.



**Figure 2.19 :** Rapport des axes moyen en fonction du volume de la bulle observé dans quatre liquides purs à une inclinaison de  $4^\circ$ .

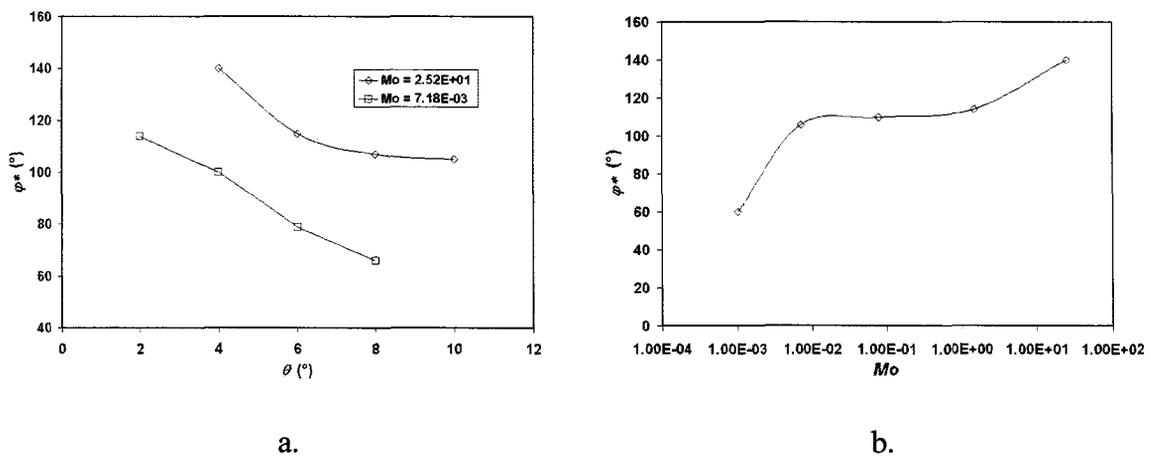
Le rayon de courbure augmente presque linéairement avec le volume pour les deux liquides visqueux. Le taux d'augmentation de  $R$  est plus grand dans le propanediol que dans la glycérine. Par exemple, pour un même volume de bulle égale à  $9 \text{ cm}^3$ ,  $R$  atteint une valeur de 4,31 cm pour le premier liquide et 2,54 cm pour le dernier.



**Figure 2.20 :** Rayon de courbure au nez de la bulle  $R$  et angle  $\varphi$ , caractérisant le comportement circulaire, en fonction du volume de la bulle pour deux différents liquides visqueux à une inclinaison de  $4^\circ$  (a) glycérine et (b) propanediol.

Dans les liquides caractérisés par de faibles viscosités, l'allure des courbes est très différente. Pour les bulles dans l'eau, il y a initialement une augmentation du rapport des axes lorsque le volume de la bulle augmente (fig. 2.19). À un volume de  $6 \text{ cm}^3$ , la valeur maximale de  $r = 5,58$  est atteinte. Une augmentation supplémentaire du volume résulte en premièrement une diminution rapide suivie d'une légère augmentation jusqu'à une valeur de 4,80. Il a été montré à la première section de ce chapitre que cette diminution de  $r$  correspond au commencement du sous-régime de la *bulle bombée* dominé principalement par l'inertie. Dans l'isopropanol, l'allure de la courbe est la même que celle de l'eau. La différence majeure est la forte augmentation de  $r$  à faibles volumes. Cette forte augmentation peut refléter le fait que la tension superficielle de l'isopropanol est trois fois plus petite que celle de l'eau.

La figure 2.21a montre la variation de la valeur asymptotique de l'angle central décrivant le caractère circulaire du nez de la bulle  $\varphi^*$  en fonction de l'angle d'inclinaison de la plaque solide  $\phi$  pour la glycérine ( $Mo = 2,52 \times 10^{+01}$ ) et le propanediol ( $Mo = 7,18 \times 10^{-03}$ ). Pour les deux liquides,  $\varphi^*$  diminue avec l'angle d'inclinaison. Pour  $Mo = 2,52 \times 10^{+01}$ , l'influence de  $\phi$  est plus forte à faibles pentes tandis que pour  $Mo = 7,18 \times 10^{-03}$ , le caractère de la diminution est plus linéaire.



**Figure 2.21 :** (a) Variation de  $\varphi^*$  en fonction de l'angle d'inclinaison de la surface et (b) influence du nombre de Morton sur la valeur de  $\varphi^*$  à une inclinaison de  $4^\circ$ .

La figure 2.21b présente l'effet du nombre de Morton sur  $\varphi^*$  pour les liquides caractérisés par une valeur élevée de  $Mo$  à une inclinaison de surface de  $4^\circ$ . L'augmentation de  $\varphi^*$  n'est pas une fonction monotone de  $Mo$ . Il y a deux augmentations de  $\varphi^*$  dans l'intervalle comprise entre  $Mo = 9,97 \times 10^{-04}$  et  $Mo = 2,52 \times 10^{+01}$ . Entre ces deux régions, il existe une

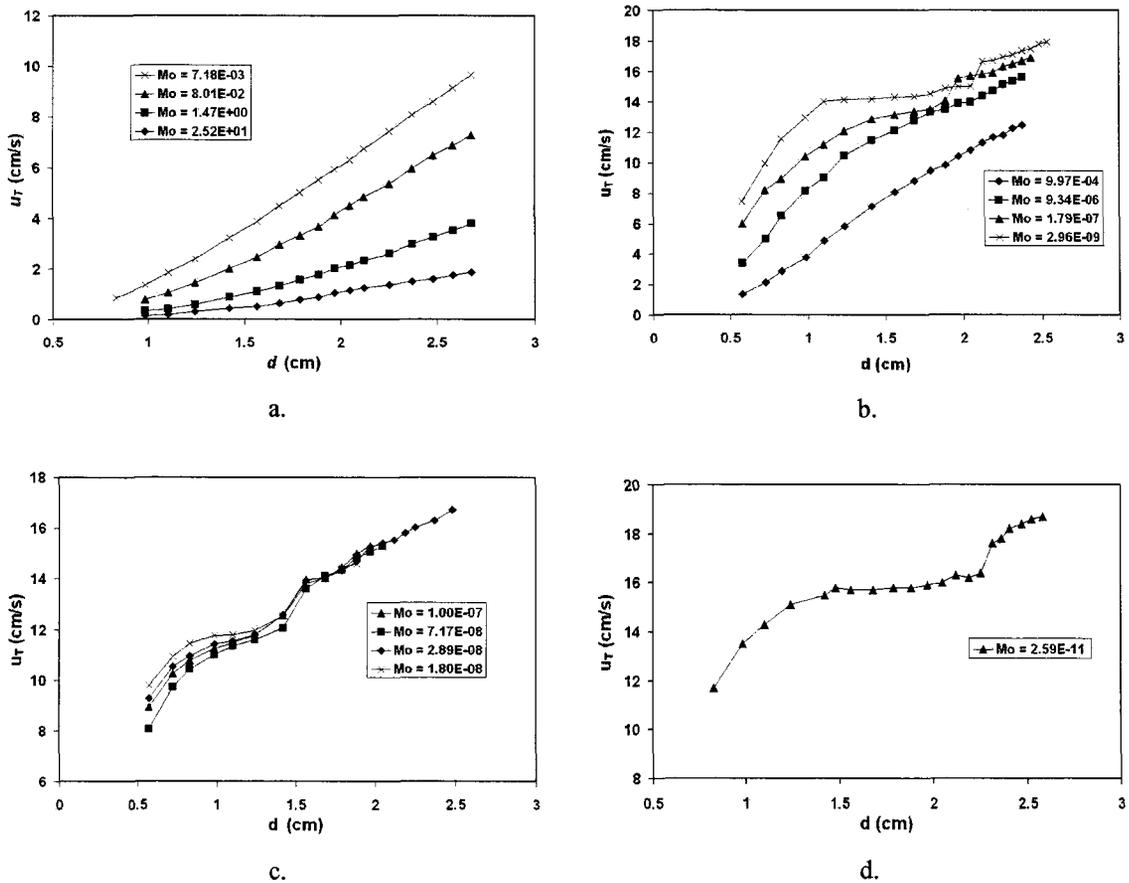
zone où  $\varphi^*$  augmente légèrement en fonction de  $Mo$ . Le même comportement a été observé pour les différentes inclinaisons.

Pour résumer, dans cette sous-section, l'influence des propriétés physiques du liquide sur la forme dynamique caractéristique de la bulle a été décrite à travers plusieurs paramètres tels que le rapport des axes moyen  $r$ , la forme générale et la présence d'un saut hydraulique dans le plan vertical ainsi que l'angle  $\varphi$  et le rayon de courbure  $R$  pour les bulles dans des liquides visqueux. D'un autre côté, il est difficile d'établir une corrélation globale entre le rapport des axes moyen  $r$  en fonction du volume de la bulle  $V$  et le nombre de Morton  $Mo$  pour un grand intervalle de ce dernier. Ceci est dû à des variations non monotones de certains paramètres en fonction de  $Mo$ . Par exemple, le taux initial d'augmentation de  $r$  avec  $V$  varie de manière non monotone avec  $Mo$  à des petits volumes. Néanmoins, quelques paramètres comme la valeur du plateau de  $r$  tendent à augmenter avec le nombre de Morton. De plus, dans les liquides visqueux, la valeur asymptotique de l'angle central  $\varphi^*$  tend à augmenter avec  $Mo$ . En d'autres mots, la forme de la bulle dans le plan de la surface solide tend à devenir «plus circulaire» lorsque  $Mo$  augmente. Dans la sous-section suivante, l'influence des propriétés physiques du liquide sur la vitesse terminale de la bulle est étudiée en détail.

### 2.2.3.2- Effet des propriétés physiques du liquide sur la vitesse terminale de la bulle

Dans la section précédente, il a été montré que les propriétés physiques du liquide ont un fort effet sur la forme dynamique des bulles. Alors, il est aussi attendu que le liquide joue un rôle prépondérant sur la vitesse terminale des bulles. Les différents liquides utilisés sont le propanediol, l'isopropanol ainsi que leurs solutions aqueuses. La glycérine a été utilisée à quatre différentes températures. La figure 2.22 montre la vitesse terminale des bulles mesurée dans les différents liquides en fonction du diamètre équivalent  $d$  pour une inclinaison de  $4^\circ$ . Les résultats obtenus précédemment pour l'eau ( $Mo = 2,59 \times 10^{-11}$ ) sont présentés de nouveau à la figure 2.22d dans le but de faciliter la comparaison entre les différents comportements. Dans l'eau, l'augmentation de la vitesse terminale avec le volume de la bulle n'est pas monotone. Chacun des quatre sous-régimes de mouvement, étant caractérisé par une forme de bulle dynamique, a été identifié (section 2.1). Pour des faibles  $d$ , il existe le sous-régime de la *bulle semi-rigide* suivi du sous-régime de la *bulle ovale oscillante*. Pour des volumes intermédiaires, il existe le sous-régime de la *bulle déformable* où la vitesse terminale est presque indépendante du volume de la bulle. Lorsque le volume de la bulle devient assez grand pour former un «boomerang»,  $u_T$  redevient fonction de  $d$  et elle augmente avec ce dernier. Les bulles caractérisées par cette forme dynamique sont appelées *bulle bombée*. Pour les «solutions» de glycérine, le comportement des courbes  $u_T$  vs  $d$  est simple comparé aux autres solutions : la vitesse terminale augmente monotonement avec  $d$ . À un diamètre équivalent donné,  $u_T$  augmente monotonement lorsque le nombre de Morton diminue. Dans les solutions de propanediol

(fig. 2.22b), les courbes caractérisées par un  $Mo$  relativement élevé présentent le même comportement que celui observé dans la glycérine tandis que pour les courbes caractérisées par un  $Mo$  relativement faible, elles présentent un comportement similaire à celui observé dans l'eau. À l'exception de la zone de transition du sous-régime de la *bulle déformable* vers celui de la *bulle bombée*,  $u_T$  diminue avec  $Mo$  à un  $d$  donné.

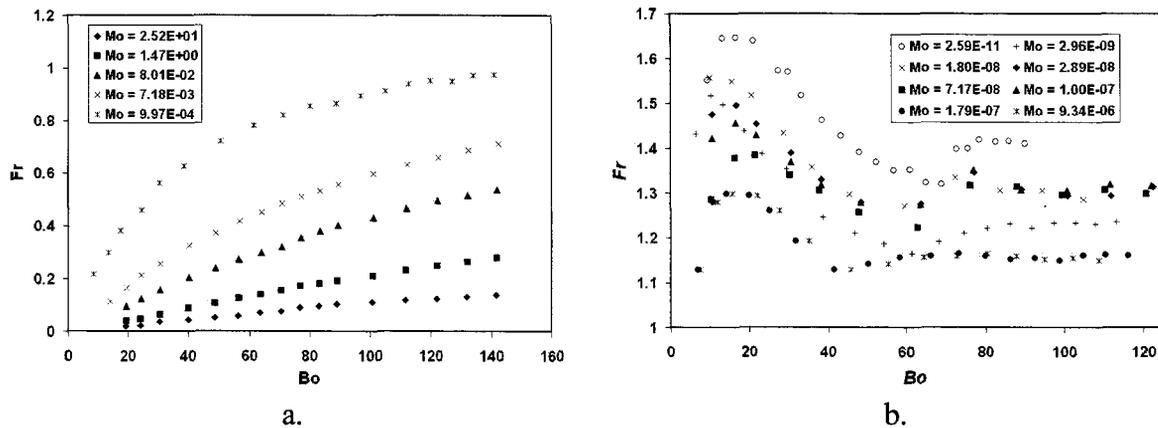


**Figure 2.22 :** Données brutes de la vitesse terminale en fonction du diamètre équivalent pour différents liquides à une inclinaison de  $4^\circ$  (a) glycérine à différentes températures, (b) solutions aqueuses de propanediol, (c) solutions aqueuses d'isopropanol et (d) eau.

Comme l'a montré le tableau 2.3, l'intervalle du nombre de Morton caractérisant les quatre solutions d'isopropanol est étroit. Cependant, les courbes de la fig. 2.22c présentent quelques phénomènes intéressants. Premièrement, pour de faibles volumes de bulle, la dynamique des bulles est influencée par un faible changement dans la valeur du nombre de Morton et la vitesse terminale n'est pas une fonction monotone de  $Mo$ . Deuxièmement, les courbes dans le sous-régime de la *bulle bombée* convergent vers une seule même si elles sont caractérisées par des nombres de Morton légèrement différents.

La figure 2.23 présente les données introduites à la figure 2.22 sous une forme adimensionnelle. Sur les graphiques, le nombre de Froude a été défini à l'équation 2.11 tandis que l'équation 2.9 présente la définition du nombre de Bond. Les résultats ont été divisés en deux groupes : les liquides caractérisés par des nombres de Morton élevés et faibles. Cette distinction abstraite a été inspirée par Harper (1972) qui a considéré que les liquides caractérisés par une faible valeur de  $Mo$  sont ceux pour lesquels la courbe  $C_d-Re$  présente un minimum. Dans le présent travail, ces liquides sont ceux qui présentent un maximum dans la courbe  $Fr-Bo$  à une inclinaison de  $6^\circ$ . Pour les liquides caractérisés par un  $Mo$  élevé, l'augmentation du nombre de Froude avec le nombre de Bond est monotone. À une inclinaison de  $4^\circ$  et à des valeurs élevées de  $Bo$ ,  $Fr$  n'atteint pas une valeur constante. De plus, à un  $Bo$  donné, le nombre de Froude augmente lorsque le nombre de Morton diminue. Pour ce groupe de liquide, la relation  $Fr = Fr(Bo, Mo, \phi)$  contenant les nombres de Froude, de Bond et de Morton ainsi que l'angle d'inclinaison de la surface solide peut décrire le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée dans le

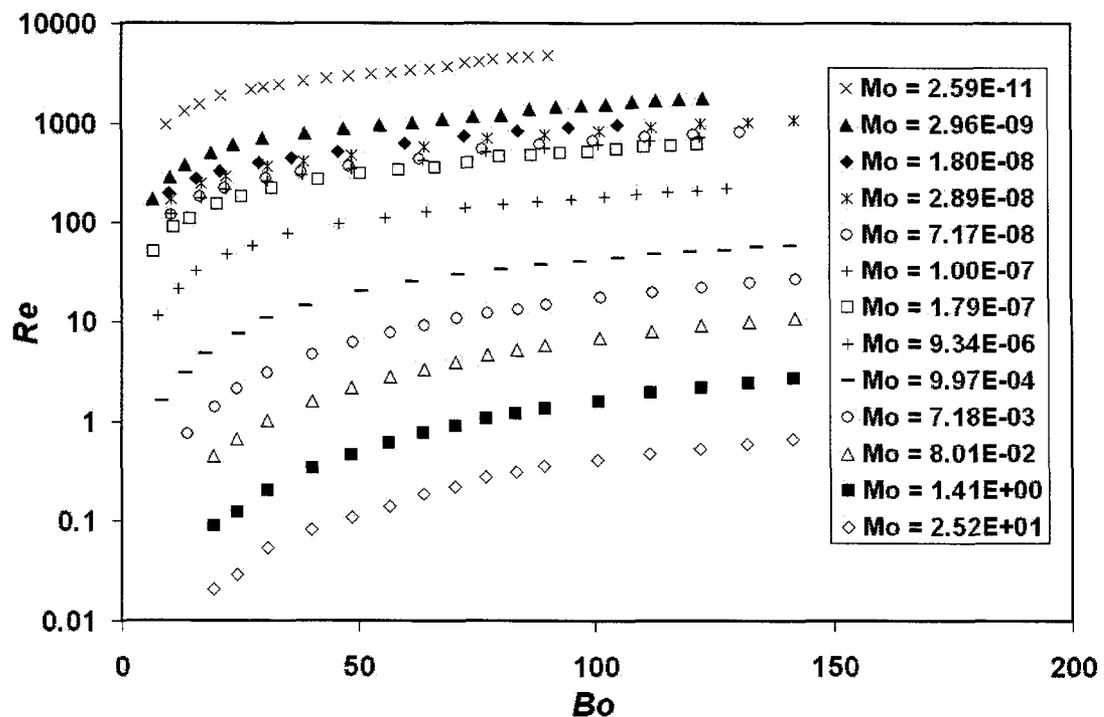
régime du mouillage complet. Pour les liquides caractérisés par une faible valeur de  $Mo$ , la description du mouvement de la bulle et du rôle de Morton sur celui-ci sont plus complexes. Premièrement, pour toutes les courbes, la variation de  $Fr$  en fonction de  $Bo$  n'est pas monotone. Deuxièmement, pour des valeurs de  $Bo$  plus grandes que  $\sim 80$ , toutes les courbes atteignent une valeur constante du nombre de Froude. Lorsque  $Fr$  devient indépendant de  $Bo$ , le sous-régime de la *bulle bombée* est atteint. Ce dernier correspond au régime bien connu de la calotte sphérique (*spherical-cap regime*) observé dans un liquide non borné (Maxworthy (1996)). En poussant plus loin l'analogie, il est bien connu que dans le régime inertiel, le mouvement de la bulle à travers un milieu infini devient presque indépendant des propriétés physiques du liquide (Hartunian et Sears (1957) et Maxworthy et al. (1996)).



**Figure 2.23 :**  $Fr$  en fonction de  $Bo$  pour une inclinaison  $4^\circ$ . (a) liquides possédant une valeur élevée de  $Mo$  et (b) liquides possédant une valeur faible de  $Mo$ .

En d'autres mots, toutes les courbes correspondant à différents nombres de Morton convergent vers une courbe unique dans le régime de la calotte sphérique. La situation d'une bulle se déplaçant sous une surface légèrement inclinée dans le régime de mouillage complet est plus complexe due à la présence du film liquide. Le mouvement de la bulle est contrôlé d'un côté par l'écoulement sur l'interface inférieure de la bulle et de l'autre côté, par la dissipation visqueuse associée à la formation du film liquide. En effet, comme nous pouvons le voir à la figure 2.23b, les courbes ne convergent pas vers une seule lorsque la valeur de  $Bo$  est élevée. De plus, la valeur asymptotique de  $Fr$  dans le régime de la *bulle bombée* n'est pas une fonction monotone du nombre de Morton. Pour l'isopropanol, comme nous l'avons mentionné précédemment, les quatre courbes convergent vers une valeur unique de  $Fr$  autour de 1,3. Cette convergence peut être due au fait que la nature du liquide est la même. La figure 2.23b montre clairement que la combinaison de nombres adimensionnels  $Fr = Fr(Bo, Mo, \phi)$  n'est pas adéquate pour décrire le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée pour un grand intervalle du nombre Morton. Premièrement, le rôle du nombre de Morton sur le mouvement de la bulle est difficile à interpréter et deuxièmement, la même combinaison de paramètres adimensionnels  $(Bo, Mo, \phi)$  donne deux différentes valeurs du nombre de Froude dans le régime de la bulle bombée. Par exemple, la valeur asymptotique de  $Fr$  dans la solution de propanediol  $Mo = 1,79 \times 10^{-07}$  et celle dans la solution d'isopropanol  $Mo = 1,00 \times 10^{-07}$  sont respectivement de 1,15 et 1,30. Le nombre de Froude représente le rapport des forces d'inertie et de gravité. Il est probable que d'un point de vue dynamique, le choix de Maxworthy (1991) ( $Fr$  étant le paramètre dépendant) ne soit pas le meilleur pour décrire le

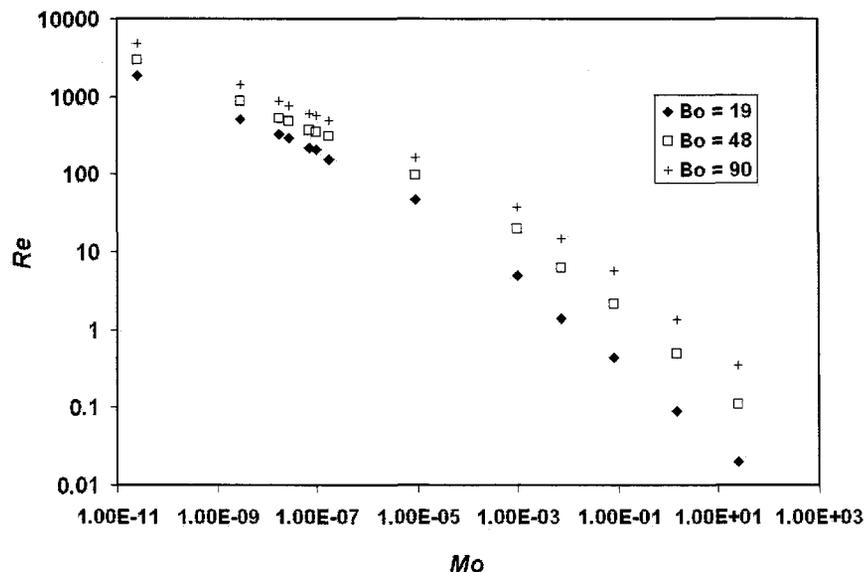
mouvement d'une bulle sous une surface inclinée lorsque le nombre de Morton varie largement. Les résultats obtenus dans ce présent travail suggèrent l'utilisation du nombre terminal de Reynolds comme étant le paramètre dépendant pour décrire le mouvement d'une bulle sous une surface. La figure 2.24 montre la variation du nombre de Reynolds en fonction du nombre de Bond à une inclinaison de  $4^\circ$  pour l'ensemble des liquides étudiés dans ce travail.



**Figure 2.24 :** Nombre de Reynolds en fonction du nombre de Bond à une inclinaison de  $4^\circ$  pour l'ensemble des liquides étudié dans ce travail.

Avec cette combinaison de nombres adimensionnels  $Re = Re(Bo, Mo, \phi)$ , le mouvement de la bulle peut être clairement caractérisé et le rôle du nombre de Morton sur ce dernier peut

être mis en évidence. La variation de  $Re$  avec  $Mo$  pour un  $Bo$  donné est monotone comme le montre la figure 2.25 et  $Re$  diminue lorsque  $Mo$  augmente. La même tendance a été observée pour des angles d'inclinaison différents.

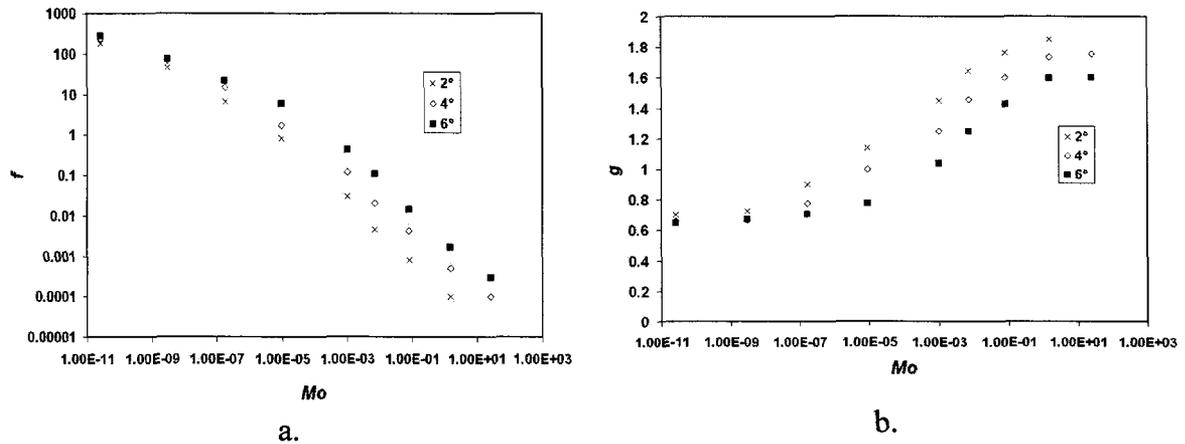


**Figure 2.25 :** Variation de  $Re$  en fonction de  $Mo$  pour trois différentes valeurs de  $Bo$  pour une inclinaison de  $4^\circ$ .

Dans le but de faciliter l'application de nos résultats pour la modélisation mathématique d'écoulement polyphasique, les résultats sont résumés dans une corrélation du nombre de Reynolds inspirée par Angelino (1996)

$$Re = fBo^g \quad (2.23)$$

où  $f$  et  $g$  sont des paramètres qui dépendent des propriétés physiques du liquide et de l'angle d'inclinaison de la surface. La figure 2.26 présente les valeurs numériques de ces paramètres pour des inclinaisons de  $2^\circ$ ,  $4^\circ$  et  $6^\circ$ .



**Figure 2.26 :** Valeurs des paramètres  $f$  et  $g$  utilisés dans l'expression 2.23 pour différentes inclinaisons de surface;  $2^\circ$ ,  $4^\circ$  et  $6^\circ$ .

Les corrélations 2.23 et 2.24 sont valides pour  $20 \leq Bo \leq 150$  dans l'intervalle du nombre de Morton variant de  $2,59 \times 10^{-11}$  à  $2,52 \times 10^{+01}$ . La déviation maximale est de l'ordre de 5 %. En rappelant que la vitesse terminale d'une bulle sous une surface inclinée est atteinte lorsque la composante de la poussée d'Archimède parallèle à la surface solide égale la force de traînée, le coefficient de traînée peut être calculé à partir de la relation suivante

$$C_d = \frac{4}{3} \left( \frac{Bo^{3/2-2g}}{f^2 Mo^{1/2}} \right) \sin \phi \quad (2.24)$$

si tous les termes  $(Bo, Mo, \phi)$  sont connus.

Pour résumer, dans cette sous-section, le rôle du nombre de Morton sur la dynamique de la bulle a été clarifié grâce à l'utilisation d'un choix approprié en ce qui concerne le paramètre dépendant. Pour un nombre de Bond donné, le nombre de Reynolds diminue monotonement avec le nombre de Morton. De plus, une corrélation empirique du

nombre terminal de Reynolds a été donnée pour faciliter l'application de nos résultats lors de modélisation mathématique polyphasique. Le choix du nombre de Reynolds comme paramètre dépendant peut refléter le rôle joué par le film liquide sur le mouvement de la bulle.

#### **2.2.4- Conclusions**

Dans cette dernière section de ce deuxième chapitre, l'influence des propriétés physiques du liquide sur la forme dynamique des bulles ainsi que sur la vitesse terminale de celles-ci a été étudiée en détail. Tous les résultats dans cette section concernent le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée dans le régime de mouillage complet, c.-à-d. que la bulle et la surface solide sont séparées par un film mince de liquide. Des bulles d'air et différents liquides (eau, isopropanol, propanediol et glycérine) ont constitué les différents systèmes diphasiques. La surface solide était représentée par une plaque de Plexiglas<sup>®</sup>. Le nombre de Bond couvre un intervalle de 10 à 50 et l'angle d'inclinaison varie de 2° à 6°. Les résultats ont montré que :

- L'effet des propriétés physiques du liquide sur la forme dynamique des bulles est complexe. Les bulles se déplaçant à travers des liquides caractérisés par des faibles valeurs du nombre de Morton sont beaucoup plus déformables que celles dans des liquides possédant un  $Mo$  élevé. En effet, la valeur maximale du rapport des axes moyen atteint une valeur 5 pour le premier cas et de 2 pour le deuxième cas. La

variation du rapport des axes moyen avec le volume de la bulle à une inclinaison donnée dépend des propriétés physiques du liquide.

- Dans les liquides possédant un nombre de Morton élevé pour une inclinaison donnée, le rayon de courbure à l'avant de la bulle  $R$  augmente monotonement avec le volume de la bulle tandis que l'angle central  $\phi$ , qui caractérise la section circulaire du contour de l'interface dans le plan de la surface solide, décroît rapidement à de faibles volumes pour ensuite atteindre une valeur presque constante à de grands volumes de bulles.
- La relation  $Fr = Fr(Bo, Mo, \phi)$  ne décrit pas sans ambiguïté le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée pour un large intervalle du nombre de Morton. Le choix du nombre de Reynolds comme étant le paramètre dépendant permet la clarification du rôle du nombre de Morton sur le mouvement de la bulle. Pour un nombre de Bond donné, le nombre de Reynolds de la bulle décroît monotonement en fonction de Morton.
- Une corrélation empirique  $Re = Re(Bo, Mo, \phi)$  est donnée pour faciliter la modélisation d'écoulement polyphasique dans l'intervalle des paramètres étudiés.

### 2.3- Références

- Angelino, H., 1966. *Hydrodynamique des grosses bulles dans les liquides visqueux*, Chem. Eng. Science 21, 541-550.
- Antal, S. P., Lahey Jr., R. T. and Flaherty, J. E., 1991. *Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow*, Int. J. Multiphase Flow 17, 635-652.
- Bhaga, D. et Weber, M. E., 1981. *Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities*, J. Fluid Mech. 105, 61-85.
- Bendiksen, K., H., 1984. *An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes*, Int. J. Multiphase flow 10, 467-483.
- Bretherton, F.P., 1961. *The motion of long bubbles in tubes*, J. Fluid Mech. 10, 166-188.
- Chen, J. J. J., Jianchao, Z., Kangxing, Q., Welch, B. J. et Taylor, M. P., 1992. *Rise velocity of air bubbles under a slightly inclined planed submerged in water*, The Fifth Asian Congress of Fluid Mechanics, 1173-1176.
- Cheung, F. B. et Haddad, K. H., 1997. *A hydrodynamic critical heat flux model for saturated pool boiling on a downward facing curved heating surface*, Int. J. Heat mass transfer 40, 1291-1302.
- Clift, R., Grace, J. R. et Weber, M.E., 1978. *Bubbles, drops, and particles*, Academic Press, New York, 380 pages.
- Davies, R. M. et Taylor, S. G., 1950. *The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes*, Proc. R. Soc. Ser. A 200, 375-390.
- DeBisschop, K. M., Miksis, M. J. and Eckmann, D. M., 2002. *Bubble rising in an inclined channel*, Phys. Fluids 14, 93-106.
- Ellingsen, K. et Risso, F., 2001. *On the rise of an ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid-induced velocity*, J. Fluid Mech. 440, 235-268.
- Fortin, S., Gerhardt, M. et Gesing, A. J., 1984. *Physical modelling of bubble behaviour and gas release from aluminum reduction cell anodes*, TMS Light Metals, 721-741.
- Goldsmith, H. L. et Mason, S. G., 1962. *The movement of single large bubbles in closed vertical tubes*, J. Fluid Mech. 14, 42-58.
- Haberman, W. L. et Morton, R. K., 1953. *Davis Taylor model Basin*, NR 715-102.

- Harper, J. F., 1972. *The motion of bubbles and drops through viscous liquids*, Adv. Appl. Mech. 12, 59-129.
- Hartland, S. et Hartley, R. W., 1976. *Axisymmetric fluid-liquid interfaces*, Elsevier Scientific Publishing Company, 782 pp.
- Hartunian, R. A., Sears, W. R., 1957. *On the instability of small bubbles moving uniformly in various liquids*, J. Fluid Mech. 3, 27-47.
- Haupin, A., 1971. *Scanning reference electrode for voltage contours in aluminum smelting cells*, Journal of Metals 23, 46-49.
- Kiss, L. I., Poncsák, S., Toulouse, D., Perron, A., Liedtke, A. et Mackowiak, V., 2004. *Detachment of bubbles from their nucleation sites*, TMS Light Metals, Multiphase Phenomena and CFD Modeling and Simulation in Materials Processes, 159-167.
- Maneri, C. C. et Zuber N., 1974. *An experimental study of plane bubbles rising at inclination*, Int. J. Multiphase Flow 1, 623-645.
- Masliyah, J., Jauhari, R. et Gray, M., 1994. *Drag coefficients for air bubbles rising along an inclined surface*. Chem. Eng. Science 49, 1905-1911.
- Maxworthy, T., 1991. *Bubble rise under an inclined plate*, J. Fluid Mech. 229, 659-674.
- Maxworthy, T., Gnann, C., Kürten, M. et Durst, F., 1996. *Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids*, J. Fluid Mech. 321, 421-441.
- Mendelson, H. D., 1967. *The prediction of bubble terminal velocities from wave theory*, A.I.Ch.E. Journal. 13, 250-253.
- Norman, C. E. and Miksis, M. J., 2005a. *Dynamics of a gas bubble rising in an inclined channel at finite Reynolds number*, Phys. Fluids 17 (2), 13 pages.
- Norman, C. E. and Miksis, M. J., 2005b. *Gas bubble with a moving contact line rising in an inclined channel at finite Reynolds number*, Phys. D 209, 191-204.
- Peebles, F. N. et Garber, H. J., 1953, *Studies on the motion of gas bubble in liquid*, Chem. Eng. Prog. 49, 88-97.
- Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák S., 2005. *Regimes of the movement of bubbles under the anode in an aluminum electrolysis cell*, TMS Light Metals, 565-570.
- Pruppacher, H. R. et Klett, J. D., 1978. *Microphysics of clouds and precipitation*, Boston : D. Reidel, 714 pages.

- Saffman, P.G., 1956. *On the rise of small air bubbles in water*, J. Fluid Mech. 1, 249-275.
- Solheim, A. et Thonstad, J., 1986. *Model cell studies of gas induced resistance in Hall-Heroult cells*, TMS Light Metals, 397-403.
- Spedding, P. L. et Nguyen, V. T., 1978. *Bubble rise and liquid content in horizontal and inclined tubes*, Chem. Eng. Sci. 33, 987-994
- Tomiyama, A., Kataoka, I., Zun, I. et Sakaguchi, T., 1998. *Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions*, JSME Int. J. Ser. B. 41, 472-479.
- Tomiyama, A., Celata, G. P., Hosokawa, S. et Yoshida, S., 2002. *Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime*, Int. J. Multiphase Flow 28 1497-1519.
- Tsao, H. K. and Koch, D. L., *Observations of high Reynolds number bubbles interacting with a rigid wall*, Phys. Fluids 9, 44-56.
- Weber, M. E. et Alarie, A., 1986. *Velocities of extended bubbles in inclined tubes*, Chem. Eng. Sci., 41, 2235-2240.
- Zoric, J. et Solheim, A., 2000. *On gas bubbles in industrial aluminum cells with prebaked anodes and their influence on the current distribution*, J. Appl. Electrochem. 30, 787-794.
- Zukoski, E. E., 1966. *Influence of viscosity, surface tension and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes*. J. Fluid Mech., 25, 821-837

## CHAPITRE 3

### MESURE DE L'ÉPAISSEUR DU FILM LIQUIDE SITUÉ ENTRE LA BULLE ET LA SURFACE SOLIDE<sup>3</sup>

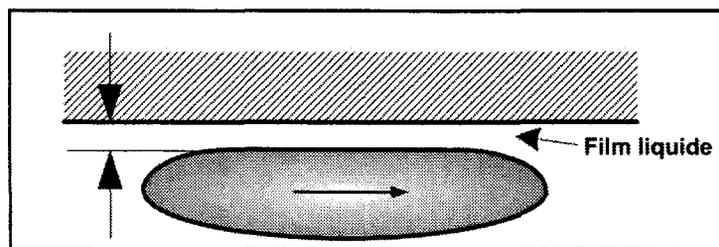
Dans ce chapitre un capteur à fibres optiques a été développé pour mesurer l'épaisseur du film liquide situé entre la bulle en mouvement et la surface solide légèrement inclinée. Le capteur tient compte de la présence de la deuxième interface de la bulle indépendamment de sa distance par rapport à la surface solide. Dans la première partie de ce chapitre, un modèle mathématique est développé dans le but de déterminer la meilleure configuration possible du capteur étant donné les contraintes du problème. Dans la deuxième partie, le montage et la méthode d'étalonnage du capteur sont présentés en détail. La méthode d'extraction du signal produit par la réflexion de la deuxième interface est validée au cours de la dernière partie de ce chapitre. Les résultats montrent que l'intervalle d'applicabilité du capteur varie de 125  $\mu\text{m}$  à 1400  $\mu\text{m}$ . Dans cet intervalle d'opération, la précision du capteur est de l'ordre de 5 %.

---

<sup>3</sup> Un article basé sur ce chapitre a été publié dans le Measurement Science and Technology 17, 606-622.

### 3.1- Introduction

Comme il a été mentionné précédemment, dans le procédé Hall-Héroult, des bulles de gaz sont générées en dessous de la surface anodique. Le mouvement de ces bulles contribue à induire un écoulement dans la cryolite en transférant au liquide une partie de leur quantité de mouvement via la force de traînée. Il est bien connu qu'un film liquide le long d'une paroi peut jouer un rôle dans les phénomènes de transport se produisant entre les phases (Clift et al. (1978)). Ainsi, l'épaisseur du film peut influencer la vitesse terminale d'une bulle se déplaçant sous une surface légèrement inclinée. De plus, dans le procédé d'électrolyse, le film peut influencer le transfert de chaleur local, les réactions électrochimiques et la résistance électrique effective de l'électrolyte. Dans le chapitre précédent, le mouvement d'une bulle sous une surface initialement attachée à la surface a été étudié. Les expériences, réalisées dans un système air-eau-Plexiglas<sup>®</sup> où le mouvement est engendré uniquement par la poussée d'Archimède, ont montré qu'il existe deux régimes de mouvement. Le premier étant la bulle rampante suivi du régime du mouillage complet. La dynamique de la bulle est fortement liée au régime de déplacement. La formation du film liquide situé entre la bulle et la surface est engendrée par une perturbation de l'équilibre tel que l'accrochement de la ligne triple à l'avant de la bulle. Cette dernière peut être causée par une impureté chimique ou physique présente sur la surface du Plexiglas<sup>®</sup>. La figure 3.1 présente un schéma d'une bulle en mouvement sous une surface légèrement inclinée. La surface solide et la bulle sont séparées par un film de liquide mince. Le mouvement de la bulle est dirigé vers la droite.

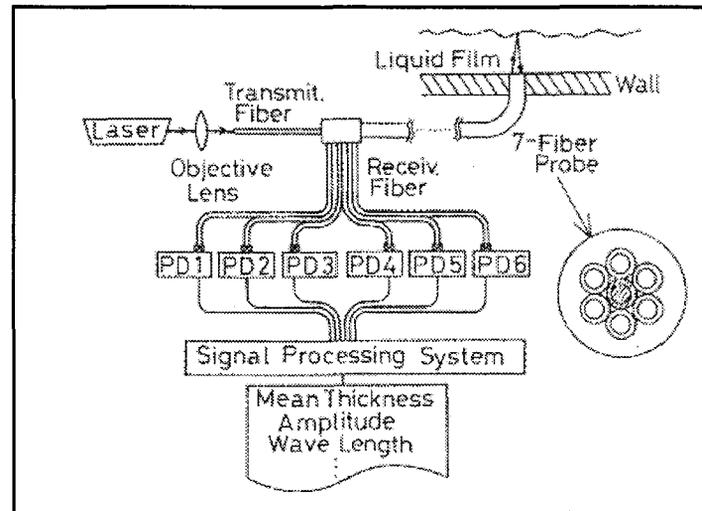


**Figure 3.1:** Représentation schématique d'une bulle en mouvement sous une surface légèrement inclinée dans le régime de mouillage complet.

Il existe un grand nombre de méthodes pour mesurer l'épaisseur d'un film liquide. Une excellente revue de ces méthodes a été réalisée par Clark (2002). Conductance, fluorescence, absorption des rayons X, laser-doppler et capteur à fibres optiques sont seulement quelques exemples des méthodes existantes. L'épaisseur du film que l'on veut mesurer dans la présente situation est trop mince pour être mesurée par des techniques d'absorption ou par des méthodes impliquant la conductance (perturbation du film liée à la sonde). D'un autre côté, le film est trop épais pour être mesuré par des techniques interférentielles. Ainsi, un capteur à fibres optiques a été choisi pour la présente application. Le rôle de ces capteurs dépend principalement de leur configuration. Ils peuvent être utilisés pour mesurer des déplacements, des températures, des pressions, des vitesses de rotation, etc. (voir Krohn (1988)). Le développement d'un capteur à fibres optiques pour mesurer l'épaisseur du film liquide situé entre une bulle en mouvement et une plaque solide légèrement inclinée est le sujet de ce chapitre.

Le principe physique impliqué dans un capteur à fibre(s) optique(s) pour mesurer l'épaisseur d'un film liquide est le même indépendamment de sa configuration et de son

nombre de fibre(s). Le capteur est généralement monté dans la paroi solide comme le montre la figure 3.2.



**Figure 3.2 :** Capteur à fibres optiques utilisé par Ohba et al. (1984).

Un capteur est généralement composé d'une fibre émettrice et d'une ou plusieurs fibre(s) réceptrice(s). La fibre émettrice est habituellement alimentée par un faisceau laser focalisé sur une de ses extrémités par un système optique de lentilles. À son autre extrémité, une fraction du faisceau laser est réfléchié par l'interface gaz-liquide respectant l'un des principes fondamentaux de l'optique qui stipule que lorsque la lumière traverse deux milieux possédant un indice de réfraction différent, il y a toujours une partie réfléchié (à faibles angles d'incidence). La portion de la lumière incidente collectée par une fibre réceptrice dépend de l'épaisseur du film liquide, de l'inclinaison de l'interface et la position relative de la fibre réceptrice par rapport à la fibre émettrice. Par la suite, à partir du signal capté par les fibres réceptrices, l'épaisseur du film peut être déduite. Certaines

configurations de capteur (Ohba et al. (1984, 1985)) permettent d'obtenir l'inclinaison de l'interface. Il est important de mentionner que le capteur doit être étalonné de manière à tenir compte de l'atténuation de la lumière dans la fibre et dans le liquide. De plus, l'étalonnage permet d'inclure les pertes reliées au couplage des fibres avec les différents constituants optiques. Ohba et al. (1984, 1985) ont été les premiers à utiliser un capteur à fibres optiques pour mesurer l'épaisseur d'un film liquide (figure 3.2). Le capteur était composé de sept fibres montées au niveau de la surface. Dans le but de déterminer l'angle d'inclinaison de l'interface, les six fibres réceptrices entourant la fibre émettrice ont été divisées en deux groupes égaux situés de chacun des côtés de l'axe dirigé perpendiculairement au plan de l'interface. Le diamètre des cœurs et l'ouverture numérique de la fibre émettrice étaient de 50  $\mu\text{m}$  et 0,2 respectivement. Le cœur des fibres et l'ouverture numérique des fibres réceptrices étaient de 80  $\mu\text{m}$  et 0,25 respectivement. Le revêtement était de 125  $\mu\text{m}$  pour toutes les fibres. Le capteur a été étalonné en substituant l'interface gaz-liquide par un miroir. Ils ont aussi développé un modèle mathématique qui calcule le comportement du capteur en fonction de l'épaisseur du film et l'inclinaison de l'interface. Les simulations et le comportement réel du capteur (étalonné avec une surface spéculaire) étaient en accord. Les résultats ont montré que le capteur était très sensible à l'inclinaison de la surface réfléchissante. En effet, la valeur du signal collecté à une inclinaison de 3° pour une épaisseur donnée pouvait atteindre deux fois la valeur captée pour une surface horizontale. Pour des épaisseurs de moins de 1 mm, la précision du capteur était faible. Dans le but de mesurer des épaisseurs de film plus petites que 1 mm, Ohba et al. (1992) ont développé un capteur composé seulement d'une fibre optique. La

fibre unique est à la fois émettrice et réceptrice. Les résultats ont montré qu'une bonne précision était obtenue pour des films liquides minces d'une épaisseur plus petite que 1 mm et que le capteur mono-fibre était très sensible à l'inclinaison de la surface réfléchissante. Par exemple, à une inclinaison de  $3^\circ$ , la puissance collectée était moins élevée d'un facteur de 50 % que la puissance obtenue dans une situation horizontale. Than et al. (1993) ont utilisé un capteur à fibres optiques composé de deux parties pour mesurer la pente, l'épaisseur et la vitesse d'une onde se déplaçant à la surface d'un film liquide. La partie en amont (en respect de la direction de l'écoulement) était composée de trois fibres, une émettrice et les deux autres réceptrices tandis que la partie en aval était seulement constituée d'une fibre réceptrice et une fibre émettrice. Un modèle numérique tenant compte de la réfraction à l'interface a été développé pour simuler le comportement du capteur. Les auteurs ont conclu qu'il était possible d'obtenir les trois paramètres mentionnés précédemment pour des ondes surfaciques de faible amplitude tandis que seulement la vitesse de l'onde pouvait être obtenue pour des ondes de forte amplitude. Yu et Tso (1995) ont développé un modèle numérique pour étudier la réponse générale d'un capteur à fibre(s) optique(s) en fonction de l'épaisseur du film liquide et de l'inclinaison de l'interface réfléchissante. Ils ont recommandé la configuration de Ohba et al. (1984) pour mesurer des épaisseurs de film comprises entre 1 mm et 4 mm et l'utilisation d'un capteur à mono-fibre pour mesurer des épaisseurs plus petites que 1 mm.

Plusieurs observations visuelles ont permis d'estimer que l'épaisseur du film liquide situé entre une bulle en mouvement et la surface solide devait être plus petite que 1,5 mm.

La principale difficulté rencontrée avec cette mesure est la présence de la deuxième interface de la bulle dans la trajectoire du faisceau de lumière. Cette interface contribue aussi à réfléchir de la lumière dans les fibres réceptrices du capteur. Ainsi, une distinction entre les différentes contributions doit être faite dans le but d'obtenir une mesure d'épaisseur avec une bonne précision. La distance entre la première et la deuxième interface pour une bulle se déplaçant sous une surface inclinée peut varier de quelques millimètres à un centimètre dépendamment principalement de la taille de la bulle. Dans l'intervalle de volumes de bulle qui sera étudiée avec ce type de capteur, la distance entre les deux interfaces est typiquement comprise entre 4 et 6 mm. Même pour un capteur mono-fibre, qui est caractérisé par une chute drastique de sa réponse avec l'épaisseur du film, la contribution de la deuxième interface ne peut être négligée et elle peut engendrer des incertitudes de l'ordre de 25 % sur les épaisseurs mesurées. De plus, les capteurs mono-fibres développés par Ohba et al. (1992) et Yu et Tso (1995) sont très sensibles à l'inclinaison de l'interface. Clark (2002) a mentionné que pour obtenir une mesure valable d'épaisseur avec un capteur mono-fibre, l'inclinaison du film liquide doit être zéro. En d'autres mots, pour mesurer l'épaisseur d'un film liquide avec un capteur composé d'une seule fibre, l'inclinaison de la surface doit être connue a priori. La suggestion de Yu et Tso (1995) d'utiliser un capteur mono-fibre pour mesurer des épaisseurs minces est basée sur le fait qu'il existe une valeur seuil d'épaisseur de film avant laquelle la lumière peut être réfléchi dans les fibres réceptrices d'un capteur à plusieurs fibres. Ainsi, la précision d'un tel capteur pour les films minces a été considérée pauvre par les auteurs. Leur conclusion

était basée sur un résultat calculé avec des fibres optiques ayant une enveloppe relativement épaisse comparée au diamètre du cœur des fibres.

Pour surmonter les difficultés rencontrées et de tenir compte de la présence de la deuxième interface, un capteur à plusieurs fibres optique est développé dans ce chapitre. Le capteur est composé de deux couronnes de fibres réceptrices. La configuration et l'optimisation du capteur sont le résultat de plusieurs simulations numériques et d'expériences en laboratoire. Le principe du capteur sera expliqué en détail dans la section suivant le développement de l'outil numérique.

### **3.2- Le modèle numérique**

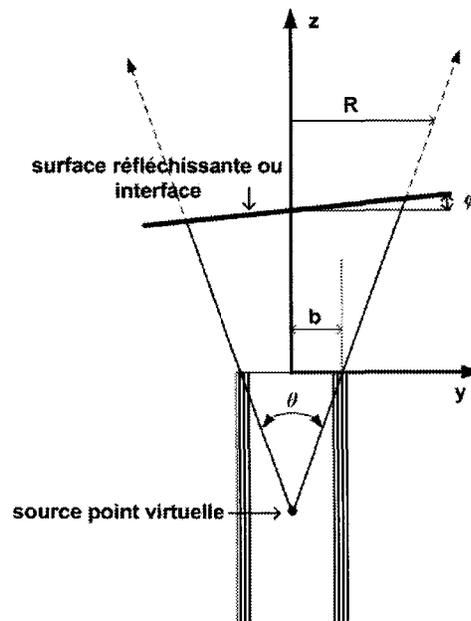
Dans cette section, un modèle numérique a été développé pour simuler le comportement général d'un capteur à fibre(s) optique(s) en fonction de l'épaisseur du film liquide et de l'inclinaison de la surface réfléchissante. Le nombre de fibres et la position relative de chacune d'elle par rapport à la fibre émettrice sont des données d'entrée du modèle numérique. L'approche numérique est similaire aux modèles développés par Ohba et al. (1984), Than et al. (1993) et Yu et Tso (1995).

### 3.2.1- Distribution spatiale de l'éclairement

La figure 3.3 présente une fibre optique émettant un faisceau laser avec un angle d'ouverture de  $\theta$ . Un point virtuel situé à l'intérieur de la fibre est assumé être la source du faisceau laser. Ohba et al. (1984) en utilisant un trou d'épingle ont mesuré l'éclairement dans le plan horizontal ( $\varphi = 0$ ) et ils ont observé que l'éclairement suit une distribution gaussienne indépendamment de la distance entre le bout de la fibre et le plan. Ainsi la distribution gaussienne de l'éclairement dans le plan horizontal est donnée par

$$E(r, z) = E_{CL}(z) \exp\left(-\frac{4r^2}{R(z)^2}\right) \quad (3.1)$$

où  $E_{CL}(z)$  est l'éclairement le long de l'axe  $z$  qui coïncide avec l'axe de la fibre émettrice et  $R(z)$  est le rayon du faisceau laser à une distance  $z$ .



**Figure 3.3 :** Géométrie de la fibre émettrice.

La distance radiale  $R(z)$  est définie lorsque l'éclairement est  $e^{-4}$  fois la valeur axiale. Les résultats obtenus par Ohba et al. (1984) ont montré que  $R(z)$  varie linéairement avec la distance  $z$  comme

$$R(z) = z \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + b \quad (3.2)$$

où  $b$  est une constante empirique avec une valeur proche du rayon du cœur de la fibre émettrice. Le paramètre  $b$  prend en compte les effets comme l'épaisseur de la gaine de la fibre, les imperfections liées au polissage et la dispersion sur la géométrie du faisceau de lumière incident. Si l'absorption du milieu est négligeable, la puissance totale émise par le point source virtuel est constante indépendamment de la distance du plan horizontal et elle est donnée par

$$\Phi_0 = 2\pi \int_0^{R(z)} E(r, z) r dr \quad (3.3)$$

En substituant l'équation 3.1 dans l'équation 3.3 et en simplifiant, on obtient

$$E_{CL}(z) = \frac{4\Phi_0}{\pi R(z)^2 [1 - \exp(-4)]} \quad (3.4)$$

Par la suite, en substituant 3.4 dans 3.1, la distribution spatiale de l'éclairement dans le plan horizontal est donnée par

$$E(r, z) = \frac{4\Phi_0 \exp[-4r^2 / R(z)^2]}{\pi R(z)^2 [1 - \exp(-4)]} \quad (3.5)$$

### 3.2.2- Puissance radiante reçue par le capteur

La lumière émise par la fibre émettrice est premièrement réfléchi à l'interface liquide-gaz et est par la suite captée par une ou plusieurs fibre(s) réceptrice(s). La puissance radiante collectée par une fibre réceptrice est calculée en utilisant une intégrale numérique. Le modèle mathématique tient compte de l'inclinaison de l'interface  $\varphi$  et de la position relative des fibres réceptrices. L'inclinaison de la surface est faible de manière à supposer que les pertes causées par le cône d'acceptation des fibres réceptrices est négligeable, c.-à-d.

$$(2\varphi + \theta/2) < \sin^{-1} \text{N.A.} \quad (3.6)$$

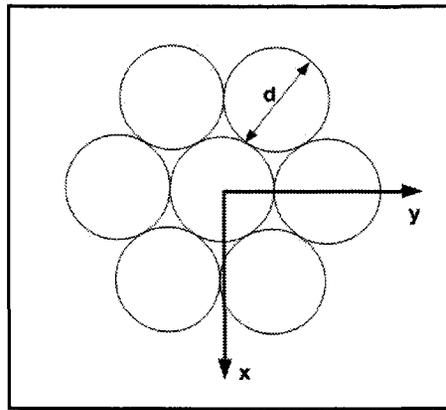
où N.A. est l'ouverture numérique des fibres réceptrices. La surface des fibres réceptrices dans le plan image est divisée en  $N$  éléments de surface  $dA_i$ . La position du centre de chacune de ces surfaces élémentaires est  $(x_i, y_i, z_i)$  où  $r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ . L'éclairement  $E(r_i, z_i)$  est évalué au centre de chacune des aires infinitésimales. La puissance radiante collectée par un élément de surface est

$$P_i = \rho E(r_i, z_i) dA \quad (3.7)$$

où  $dA = dA_1 = dA_2 = dA_3 = \text{cte}$  et  $\rho$  est la réflectivité de l'interface. Ainsi, la puissance totale captée par un capteur composé de  $M$  fibres réceptrices est donnée par

$$P = \rho \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N (E(r_i, z_i) dA) \quad (3.8)$$

Pour que l'équation 3.8 soit applicable, la position de tous les centres des aires élémentaires doit être connue dans le plan image. En connaissant la position de chaque fibre réceptrice dans ce plan, la position des aires élémentaires peut être déduite facilement. Par exemple, la position dans le plan image des six fibres réceptrices du capteur présenté à la figure 3.4 est donnée par



**Figure 3.4 :** Couronne composée de six fibres réceptrices.

$$\begin{aligned}
 x_i &= x_0 + d \sin\left(\frac{i-1}{3}\pi\right) \\
 y_i &= y_0 + d \cos\left(\frac{i-1}{3}\pi\right) \cos 2\varphi \\
 z_i &= z_0 + d \cos\left(\frac{i-1}{3}\pi\right) \sin 2\varphi
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

où  $d$  est le diamètre des fibres et l'indice  $i$  varie de 1 à 6. La coordonnée  $(x_0, y_0, z_0)$  est la position de la fibre émettrice dans le plan de l'image donnée par

$$\begin{aligned}
x_0 &= 0 \\
y_0 &= -l \sin 2\varphi \\
z_0 &= l(1 + \cos 2\varphi).
\end{aligned} \tag{3.10}$$

où  $l$  est la distance perpendiculaire à partir du bout de la fibre émettrice jusqu'à la surface réfléchissante le long de l'axe  $z$ . En d'autres mots,  $l$  est l'épaisseur du film.

Il existe une différence fondamentale entre la lumière réfléchie par une surface spéculaire (ex. miroir) et celle par réfraction (ex. interface de la bulle). Pour le premier cas, la valeur du coefficient de réflexion est indépendante de l'angle d'incidence et de l'état de polarisation de la lumière incidente tandis que dans le deuxième cas, elle est fonction de ces deux paramètres. Les amplitudes des réflexions pour les polarisations perpendiculaire et parallèle à l'interface dans un milieu isotropique sont données par Lekner (1991)

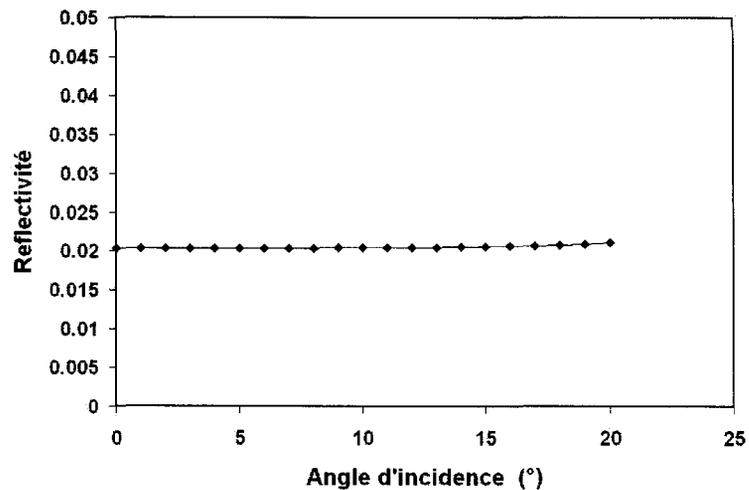
$$\left. \begin{aligned}
r_{\perp} &= \frac{kn_1 \cos \delta - \sqrt{(n_2 k)^2 - (kn_1 \sin \delta)^2}}{kn_1 \cos \delta + \sqrt{(n_2 k)^2 - (kn_1 \sin \delta)^2}} \\
r_{\parallel} &= \frac{\left[ \sqrt{(n_2 k)^2 - (kn_1 \sin \delta)^2} \right] / n_2 - [kn_1 \cos \delta] / n_1}{[kn_1 \cos \delta] / n_1 + \left[ \sqrt{(n_2 k)^2 - (kn_1 \sin \delta)^2} \right] / n_2}
\end{aligned} \right\} \tag{3.11}$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont les indices de réfraction du liquide et du gaz respectivement,  $\delta$  est l'angle d'incidence et  $k$ , le nombre d'onde donnée par  $k = 2\pi / \lambda$ , où  $\lambda = 660$  nm dans notre situation. Les expressions 3.11 sont les équations classiques de Fresnel. Si la lumière émise

par une DEL (diode electro-luminescente) est assumée polarisée aléatoirement, alors le coefficient de réflexion (réflectivité) de l'interface est donné par

$$\rho = \frac{r_{\perp}^2 + r_{\parallel}^2}{2} \quad (3.12)$$

La figure 3.5 montre la réflectivité de l'interface calculée avec les équations 3.11 et 3.12 en fonction de l'angle d'incidence pour un système eau-air. Elle montre que la réflectivité est presque constante avec une valeur de 0,0205 jusqu'à un angle d'incidence de 20°. Ainsi, l'erreur engendrée en considérant le coefficient de réflexion constant à l'interface est négligeable.

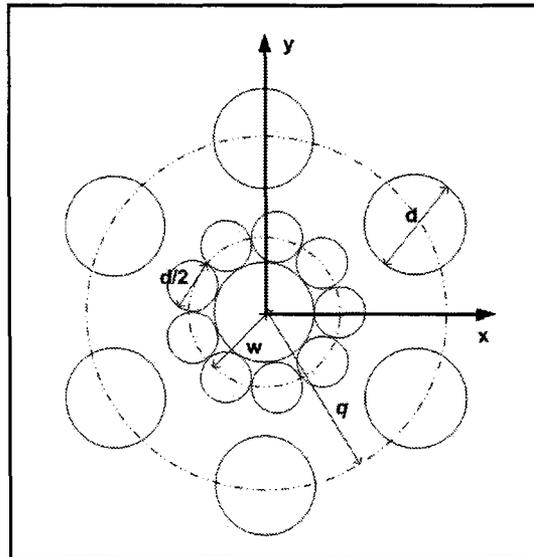


**Figure 3.5 :** Réflectivité de l'interface eau-air en fonction de l'angle d'incidence.

### 3.3- Configuration du capteur à fibres optiques

La configuration du capteur développé dans ce travail est présentée à la figure 3.6.

Le capteur est composé de 16 fibres et il est monté au niveau de la surface.



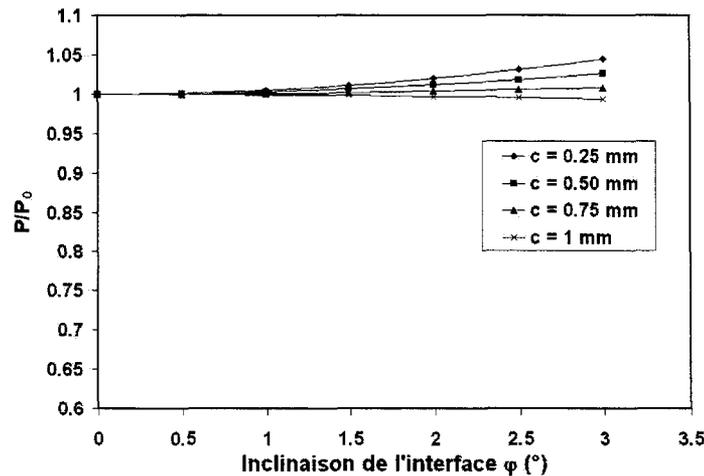
**Figure 3.6 :** Configuration du capteur à fibres optiques.

Les lettres  $w$  et  $q$  représentent respectivement les diamètres des couronnes intérieures et extérieures par rapport au centre de la fibre émettrice. La fibre émettrice est placée au centre du capteur. La couronne intérieure est composée de neuf fibres d'un diamètre  $d/2$  tandis que celle extérieure est composée de six fibres d'un diamètre  $d$ . La configuration du capteur est le résultat de simulations numériques et d'expériences en laboratoire.

### 3.3.1- Influence de l'inclinaison de la surface

Dans le présent projet, le capteur est développé pour mesurer une épaisseur moyenne du film liquide situé entre une bulle en mouvement et la surface inclinée solide. De plus, l'inclinaison n'est pas connue a priori. Alors, la configuration choisie doit réduire les effets de l'inclinaison de l'interface. De plus, la méthode d'extraction de la contribution de la deuxième interface requiert aussi une homogénéité spatiale. Cela implique que l'influence de l'inclinaison des interfaces pour les deux couronnes de fibres doit être minimisée dans le but d'obtenir un éclaircissement le plus homogène possible autour de l'axe de la fibre émettrice.

La figure 3.7 présente l'influence de l'inclinaison de l'interface calculée pour la couronne intérieure de fibres pour différentes épaisseurs de film liquide. La lumière collectée par les neuf fibres réceptrices est dirigée dans une photo-diode. L'axe  $y$  du graphique est la puissance radiante collectée  $P$  à une épaisseur de film  $c$  divisée par la puissance collectée dans le cas horizontal  $P_0$  à cette même épaisseur. L'effet de l'inclinaison jusqu'à  $3^\circ$  pour un film d'une épaisseur de 1 mm est de 0,3 %. L'influence augmente lorsque l'épaisseur diminue et atteint une valeur de 4,5 % pour une épaisseur de 0,250 mm.



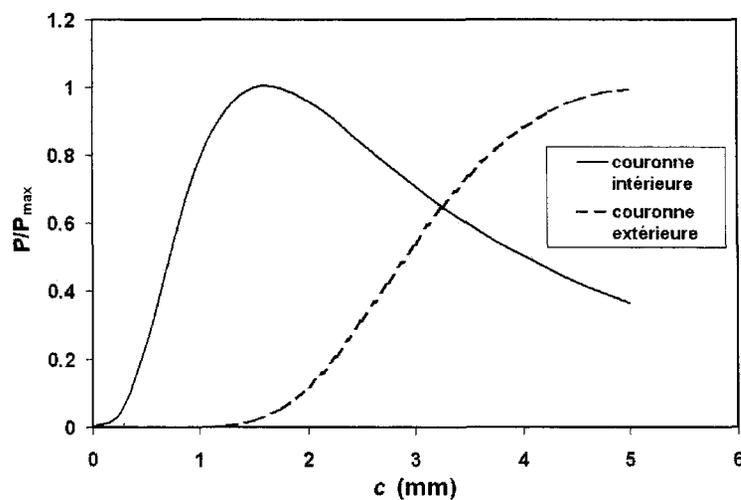
**Figure 3.7 :** Réponse du capteur en fonction de l'inclinaison de l'interface pour différentes épaisseurs de film.

Dans la situation d'une bulle en mouvement sous une surface inclinée, l'inclinaison de la première interface peut provenir de deux sources: les forces hydrodynamiques et les oscillations de l'interface. Pour ce qui est des oscillations de l'interface, les essais sont réalisés dans des liquides de haute viscosité, assurant la stabilité de la géométrie des bulles. Pour ce qui est de l'inclinaison du film engendrée par les forces hydrodynamiques, les travaux de Bretherton (1961) ont montré qu'il existe une région où le film est d'épaisseur constante. En résumé, le capteur a deux sorties: la puissance captée par la couronne intérieure de fibres  $P_1$  et la puissance captée par la couronne extérieure  $P_2$ .

### 3.3.2- Extraction de la contribution de la deuxième interface

Comme il a été mentionné précédemment, pour mesurer l'épaisseur du film liquide avec une bonne précision, la contribution de la deuxième interface doit être enlevée. Pour

surmonter cette difficulté, une deuxième couronne de fibres a été ajoutée autour de la première. La figure 3.8 montre les réponses calculées du capteur présenté à la figure 3.6 pour les deux couronnes de fibres en fonction de l'épaisseur du film liquide. Les résultats sont présentés sous une forme adimensionnelle en divisant la sortie de chaque couronne  $P_1$  et  $P_2$  par leur valeur maximale correspondante  $P_{max1}$  et  $P_{max2}$ . Pour les deux courbes, la puissance captée augmente avec l'épaisseur du film liquide jusqu'à une valeur maximale pour ensuite diminuer avec l'épaisseur. Pour la couronne intérieure, la valeur maximale est atteinte à une épaisseur de 1,75 mm tandis que pour celle extérieure, la valeur maximale est atteinte à 5 mm.



**Figure 3.8 :** Réponses calculées pour les deux couronnes en fonction de l'épaisseur du film liquide.

Le rayon  $q$  (de la couronne extérieure) a été déterminé de manière à ce que la première interface de la bulle ne contribue pas à réfléchir de la lumière dans les fibres réceptrices de la couronne extérieure. Ainsi, pour des films liquides plus petits que 1,5 mm, la sortie de la

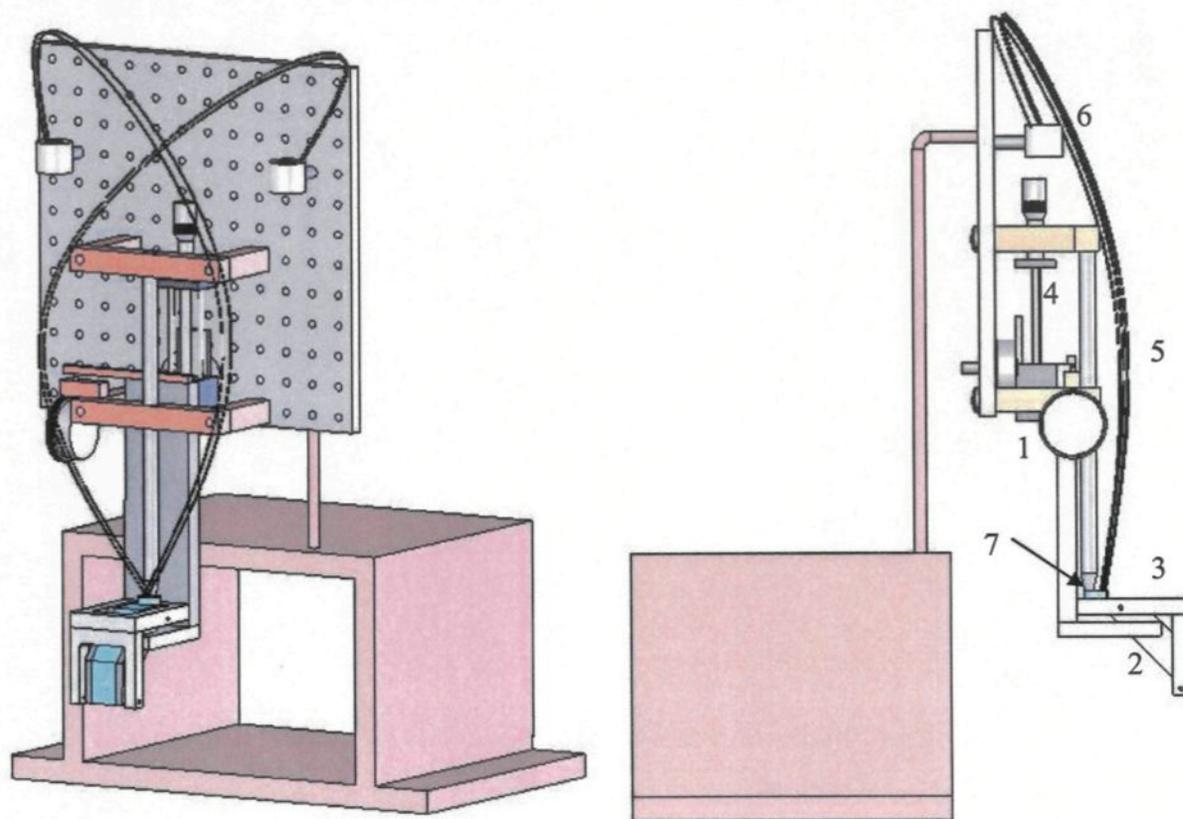
deuxième couronne provient uniquement de la deuxième interface de la bulle tandis que la sortie de la première couronne provient des deux interfaces. Pour chaque mesure, un rayon de faisceau de lumière équivalente  $R^*$  est associé numériquement à la sortie de la couronne extérieure.  $R^*$  engendre une perturbation de la même grandeur que celle mesurée. À partir de la valeur  $R^*$ , la contribution de la deuxième interface dans la couronne intérieure est calculée pour ensuite être soustraite de la valeur  $P_I$ . Alors, la contribution de la première interface peut être isolée pour être ensuite associée à une épaisseur de film.

Dans cette sous-section, la configuration du capteur a été déterminée. Elle minimise l'influence de l'inclinaison des deux interfaces. Cette configuration isole la contribution de la première interface ce qui permet d'obtenir une épaisseur de film liquide. Pour relier le voltage produit par les deux photo-diodes à l'épaisseur du film, le capteur doit être étalonné.

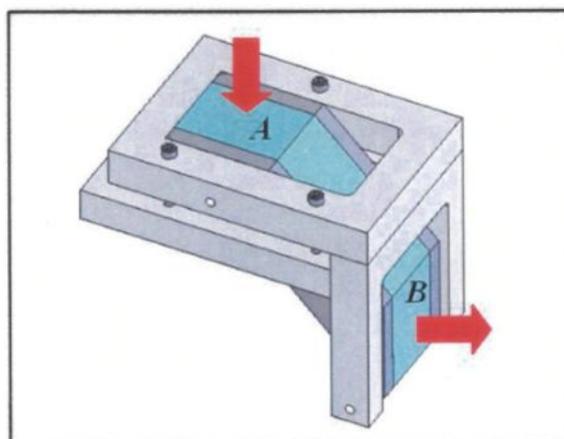
### **3.4- Étalonnage du capteur à fibres optiques**

Pour tenir compte des pertes (absorption, dispersion, couplage) associées à l'utilisation des fibres optiques, le capteur doit être étalonné. Le montage servant à l'étalonnage du capteur est présenté à la figure 3.9. Pour éviter le déplacement des fibres, la tête du capteur (7) est immobile tandis que l'interface est mobile. Le mouvement rectiligne est assuré par un chariot de déplacement (4). La distance entre l'interface et le capteur est mesurée par un cadran indicateur lié mécaniquement au chariot de déplacement. La

précision du cadran indicateur est de  $2,5 \mu\text{m}$ . La difficulté majeure rencontrée dans ce processus d'étalonnage est la représentation physique de la première interface de la bulle. Un choix simple pourrait consister en l'utilisation d'un miroir. Dans ce cas, la courbe d'étalonnage pour par exemple un système eau-air pourrait être obtenue en multipliant par 2,05 % celle obtenue avec le miroir. Cette représentation est justifiable, car il a été montré à la figure 3.5 que le coefficient de réflexion est presque constant dans notre situation. Cependant, des expériences ont montré que le miroir surestime le signal capté parce qu'il favorise les réflexions multiples. Ainsi, pour diminuer la contribution des réflexions multiples, le coefficient de réflexion de l'interface servant à l'étalonnage doit être du même ordre de grandeur que celui du système réel. Alors, un prisme de BK7 a été choisi pour représenter la première interface de la bulle. Le prisme et son support sont montrés à la figure 3.10. La longueur du prisme est de 105 mm. L'ajustement suivant les deux axes du support assure le parallélisme entre la surface du prisme et la tête du capteur. La géométrie particulière du prisme permet d'obtenir la courbe d'étalonnage pour uniquement sa première interface. Cette dernière remarque est très importante car elle ne permet pas l'utilisation d'une simple fenêtre cylindrique. Une partie de la lumière émise par la fibre émettrice réfléchi sur la surface *A* du prisme et l'autre portion est transmise et absorbée à l'intérieur de celui-ci. Après plusieurs réflexions internes sur les parois du prisme, une grande partie de la lumière restante sort via la surface *B*. Une faible partie de la lumière est réfléchi vers le capteur. Compte tenu du grand nombre de réflexions, cette lumière est dispersée à l'intérieur du prisme et les résultats expérimentaux montrent que lorsque l'épaisseur est nulle, la contribution de la surface *B* du prisme est négligeable.



**Figure 3.9 :** Montage d'étalonnage du capteur. 1) cadran indicateur, 2) prisme de BK7, 3) support du prisme, 4) chariot de déplacement, 5) fibres optiques, 6) photo-diodes 7) tête du capteur.



**Figure 3.10:** Prisme de BK7 ainsi que son support.

La valeur de l'indice de réfraction du BK7 à  $\lambda = 660$  nm est de 1,514. Dans un système eau-air, la réflectivité, donnée par les équations 3.11 et 3.12, a une valeur de 0,403 %. Ainsi, la courbe d'étalonnage pour un système eau-air peut être obtenue par l'équation suivante

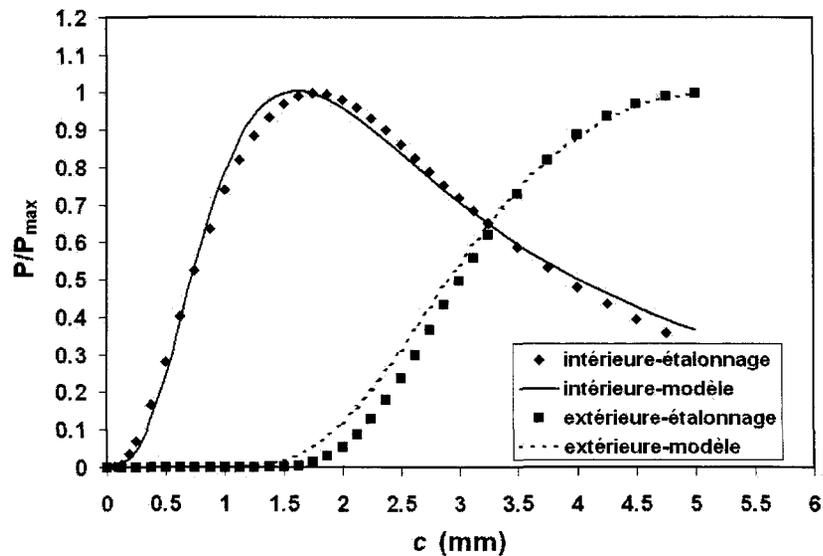
$$V_{e-a}^* = \left( \frac{\rho_{e-a}}{\rho_{e-BK7}} \right) V_{e-BK7}^* \quad (3.13)$$

où  $V^*$  est le voltage produit par la photo-diode et  $\rho_{e-a}$  et  $\rho_{e-BK7}$  sont les coefficients de réflectivité des interfaces eau-air et eau-BK7 respectivement. Les deux couronnes sont étalonnées. Évidemment, durant ce processus, le capteur est submergé dans le liquide dans lequel les expériences seront réalisées pour tenir compte de l'absorption du milieu ainsi que du comportement du capteur en fonction de l'épaisseur du film liquide. Ce dernier est très important, car l'angle d'ouverture des fibres optiques dépend de la nature du liquide.

### 3.5- Validation de la méthode d'extraction

La méthode est validée dans un système eau-air. La figure 3.11 présente les courbes d'étalonnage normalisées pour les couronnes intérieure et extérieure obtenues expérimentalement ainsi que celles calculées par le modèle numérique. Les courbes d'étalonnage présentées à la figure 3.11 sont les moyennes de 10 expériences indépendantes. La différence maximale entre les points expérimentaux pour l'ensemble des épaisseurs est inférieure à 1 %. Il y a un très bon accord entre les courbes obtenues expérimentalement et celles obtenues par le modèle numérique. Bien que l'enveloppe des

fibres ait été choisie la plus mince possible, il existe une zone pour des épaisseurs plus petites que  $100\ \mu\text{m}$  où la proportion de lumière captée par le capteur est faible.

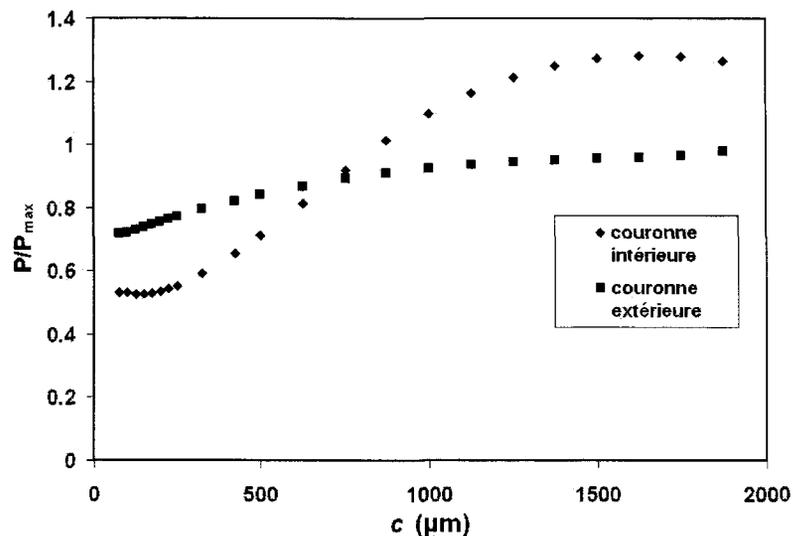


**Figure 3.11** : Courbes d'étalonnage du capteur obtenues dans un système eau-BK7.

Plusieurs expériences ont montré que la minimisation du diamètre des fibres augmente très faiblement la précision aux faibles épaisseurs. De plus, en diminuant le diamètre des fibres, l'intervalle d'opération du capteur est réduit légèrement, car la valeur maximale de puissance collectée est translatée vers la gauche.

L'incertitude globale de la méthode est difficile à évaluer parce qu'elle exige plusieurs étapes. Dans le but d'obtenir la précision de la méthode et pour la valider, une fenêtre cylindrique de BK7 d'une épaisseur de 4 mm a été utilisée pour représenter les deux interfaces d'une bulle. Un support semblable à celui présenté à la figure 3.10 a été construit.

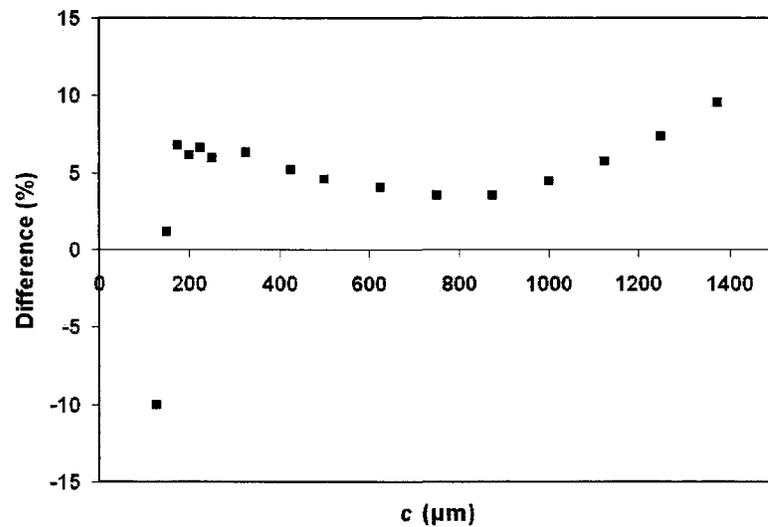
Pour chaque épaisseur du film liquide mesurée à l'aide du cadran indicateur, les puissances des couronnes 1 (intérieure)  $P_1$  et 2 (extérieure)  $P_2$  ont été enregistrées. Ces sorties sont présentées sous forme adimensionnelle à la figure 3.12. Le signal collecté par la couronne intérieure augmente monotonement avec l'épaisseur du film liquide. Le taux d'augmentation du signal est presque nul pour de faibles épaisseurs tandis qu'il augmente avec la distance. La validation du capteur est effectuée par une méthode inverse. Pour chaque point, l'épaisseur du film est calculée en utilisant seulement les deux sorties  $P_1$  et  $P_2$ . Par la suite, la valeur d'épaisseur calculée est comparée avec celle du cadran indicateur. Cette différence est présentée à la figure 3.13.



**Figure 3.12** : Réponses mesurées par les couronnes 1 (intérieure) et 2 (extérieure) lors de la validation.

Si la tolérance est fixée à 10 %, l'intervalle d'opération du capteur varie de 125 μm à 1400 μm. À l'intérieur de cet intervalle, la précision du capteur est autour de 5 %.

L'augmentation de l'écart à très faibles épaisseurs est causée par la configuration du capteur elle-même et à l'erreur commise par la méthode d'extraction. Cette limite inférieure est inévitable étant donné que la première couronne ne capte aucune lumière pour des distances plus petites que  $100\ \mu\text{m}$ . Pour des épaisseurs de film élevées, l'augmentation de l'écart peut être due à une contribution de la première interface dans la deuxième couronne. Le processus de validation a été répété quelques fois pour confirmer les conclusions concernant l'intervalle d'opération et la précision de la méthode.



**Figure 3.13 :** Précision de la méthode d'extraction. À l'intérieur de l'intervalle d'opération de  $125\ \mu\text{m}$  à  $1400$ , la précision du capteur est de l'ordre de  $5\ \%$ .

### 3.6- Conclusions

Dans ce chapitre, un capteur à plusieurs fibres optiques a été développé pour mesurer l'épaisseur du film liquide situé entre une bulle en mouvement et une plaque solide

légèrement inclinée. Le capteur est composé de deux couronnes de fibres concentriques placées autour de la fibre émettrice. Le signal capté par la couronne extérieure est analysé pour soustraire la perturbation engendrée par la présence de la deuxième interface de la bulle. La configuration du capteur est basée sur des expériences en laboratoire et des simulations numériques. Un montage expérimental a été construit pour étalonner le capteur en fonction de l'épaisseur du film. Les résultats ont montré un très bon accord entre les modèles physique et numérique. La méthode d'extraction de la deuxième interface a été validée expérimentalement. À l'intérieur de l'intervalle d'opération qui varie de 125  $\mu\text{m}$  à 1400  $\mu\text{m}$ , la précision du capteur est de l'ordre 5 %. De plus, des essais préliminaires avec des bulles réelles ont montré que le temps de réponse du système est de l'ordre de 1 ms, ce qui est amplement rapide pour nos mesures.

### 3.7- Références

Bretherton, F.P., 1961. *The motion of long bubbles in tubes*, J. Fluid Mech. 10, 166-188.

Cheung, F. B. et Haddad , K. H., 1997. *A hydrodynamic critical heat flux model for saturated pool boiling on a downward facing curved heating surface*, Int. J. Heat mass transfer 40, 1291-1302.

Clark, W. W., 2002. *Liquid film thickness measurement*, Multiphase Science and Technology 4, 1-74.

Clift, R., Grace, J. R. et Weber, M.E., *Bubbles, drops, and particles*, Academic Press, New York, 380 pages.

Krohn, D. A., 1988. *Fiber optic sensors*, Instrument Society of America, 238 pages.

Lekner, J., 1991. *Reflection and refraction by uniaxial crystal*, J. Phys. Condens. Matter 3, 6121-6133.

Ohba, K., Origuchi, T. et Shimanaka, Y., 1984. *Multi-fiber optic liquid film sensor 1*, Proceedings of the 4<sup>th</sup> Sensor Symposium, 33-37.

Ohba, K., Origuchi, T. et Takada, H., 1985. *Multi-fiber optic liquid film sensor 2*, Proceedings of the 5<sup>th</sup> Sensor Symposium, 63-67.

Ohba, K., Takada H. Kawakami N. et Nagae, K., 1992. *Twin fiber optic liquid film sensor for simultaneous measurement of local film thickness and velocity in two-phase annular flow*, The 6<sup>th</sup> International Symposium for Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, vol. 39, 1-6.

Than, C. F., Tee, K. C., Low, K. S. et Tso, C. P., 1993. *Optical measurement of slope, thickness and velocity in liquid film flow*, Smart Mater. Struct. 2, 13-21.

Tsao, H-K. et Koch, D. L., 1997. *Observations of high Reynolds number bubbles interacting with a rigid wall*, Phys. Fluids 9, 44-56.

Yu, S. C. M. et Tso, C. P., 1995. *Simulation of fiber optic sensors in determination of thin liquid film thicknesses*, Advances in Engineering Software 22, 55-62.

## CHAPITRE 4

### VITESSE TERMINALE D'UNE BULLE SOUS UNE SURFACE LÉGÈREMENT INCLINÉE DANS DIFFÉRENTS LIQUIDES<sup>4</sup>

Dans ce chapitre, deux régimes asymptotiques du mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée sont étudiés. Le premier existe lorsque la bulle se déplace à travers un liquide caractérisé par une valeur élevée du nombre de Morton. Dans cette situation, le mouvement de la bulle est contrôlé par la dissipation visqueuse associée à l'existence du mince film liquide. Une expression pour la vitesse terminale d'une bulle dans ce régime est donnée. De plus, des mesures de l'épaisseur du film, obtenues par le capteur à fibres optiques décrit précédemment, sont présentées. Le second régime du mouvement étudié dans ce chapitre existe dans des liquides caractérisés par de très faibles valeurs du nombre de Morton et principalement contrôlé par l'inertie. En utilisant la théorie de l'écoulement potentiel visqueux, une expression pour la vitesse terminale de la bulle est obtenue. La forme de la bulle proche du nez de la bulle est assumée être représentée par un

---

<sup>4</sup> Un article basé sur ce chapitre a été soumis au International Journal of Multiphase Flow, 2006

sphéroïde planétaire se déplaçant parallèlement à sa section circulaire. En sélectionnant l'excentricité  $e$  de la bulle pour obtenir la même vitesse que celle mesurée expérimentalement, la forme de la bulle peut être prédite pour des valeurs données du nombre de Bond et de l'angle d'inclinaison de la surface  $\phi$ . Les résultats ont montré que  $e$  dépend principalement de  $\phi$  comme l'a observé Maxworthy (1991) dans ces expériences.

## 4.1- Introduction

### 4.1.1- Mouvement d'une bulle sous une surface

L'objectif de ce chapitre est d'étudier deux régimes asymptotiques du mouvement pour une bulle se déplaçant sous une surface légèrement inclinée lorsque l'interface supérieure de la bulle et la surface solide sont séparées par une mince couche de liquide. Le premier régime est contrôlé par la dissipation visqueuse associée la formation (au maintien) du film liquide tandis que le deuxième est principalement contrôlé par l'inertie. Le premier régime existe principalement dans les liquides très visqueux (valeur de  $Mo$  élevée) tandis que le deuxième existe dans les liquides peu visqueux (faible valeur de  $Mo$ ). Ici, on rappelle que le nombre de Morton est défini par

$$Mo = \frac{g v_L^4 \rho_L^3}{\sigma^3} \quad (4.1)$$

Aussillous et Quéré (2002) ont étudié le mouvement d'une bulle en mouvement sous une surface légèrement inclinée à travers un liquide caractérisé par une valeur de  $Mo$

très élevée ( $1,12 \times 10^{+03}$ ). Le volume des bulles variait de  $4 \times 10^{-05} \text{ cm}^3$  à  $4,2 \text{ cm}^3$  tandis que l'inclinaison de surface variait de  $1,2^\circ$  to  $11,5^\circ$  à partir de l'horizontal. Il a été observé que la vitesse terminale de la bulle  $u_T$  augmente monotonement avec le volume de la bulle pour une inclinaison de surface donnée. Pour les grosses bulles, les auteurs ont dérivé une relation exprimant la vitesse terminale de la bulle à partir d'un bilan de forces agissant sur la bulle telle que la force de traînée composée principalement de la composante normale visqueuse, la force visqueuse associée à la formation du film liquide et la composante de la poussée d'Archimède parallèle à la surface solide. Les détails concernant la formation du film liquide seront discutés à la prochaine sous-section. La contribution de force de traînée était négligeable compte tenu du fait que le nombre Capillaire  $Ca$ , défini par

$$Ca = \frac{\mu_L u_T}{\sigma} \quad (4.2)$$

était  $\ll 1$  dans toutes les expériences. Ainsi leur relation,

$$Ca = \beta (\sin \phi)^{3/2} (d/l_c)^{9/4} \quad (4.3)$$

où  $\beta$  est un coefficient qui prend la valeur de 0,072 dans leur situation et  $d$  est le diamètre équivalent défini précédemment et  $l_c$  est la longueur capillaire définie par  $l_c = (\sigma / \rho_L g)^{1/2}$ , caractérisait la vitesse terminale d'une bulle dans le régime contrôlé par la dissipation visqueuse due à la présence du film liquide.

Maxworthy (1991) a étudié le mouvement de grosses bulles d'air dans l'eau sous une surface inclinée. Le volume des bulles était compris entre 5 cm<sup>3</sup> et 60 cm<sup>3</sup>. L'inclinaison de la surface a été variée de 5° à 90° à partir de l'horizontal. Il a été trouvé que la vitesse terminale d'une bulle augmente avec le volume de la bulle à une inclinaison de surface donnée. Pour l'ensemble des expériences réalisées dans le cadre de cette publication, le mouvement de la bulle était contrôlé principalement par l'inertie. En d'autres mots, chaque inclinaison était caractérisée par une valeur unique du nombre de Froude  $Fr$ . Ce dernier était défini par

$$Fr = \frac{u_T}{\sqrt{Rg \sin \phi}} \quad (4.4)$$

où  $R$  est le rayon de courbure caractérisant le nez de la bulle dans le plan de la surface solide. À une inclinaison de 50°, une valeur maximale de la vitesse terminale a été observée. De plus, le volume des bulles était assez large pour que le contour de l'interface dans le plan de la surface forme une sorte de calotte sphérique (*spherical cap*). L'auteur a développé un modèle théorique qui décrit l'influence de la pente sur la vitesse terminale en assumant que l'écoulement autour de la partie avant de la bulle était bien représenté par celui autour d'un sphéroïde planétaire se déplaçant parallèlement à sa section circulaire. Le modèle était principalement basé sur l'approche de Davies et Taylor (1950) c.-à-d. en négligeant les effets de viscosité et de tension superficielle. La valeur du nombre de Froude calculée avec le modèle était en relativement bon accord avec les données mesurées excepté lorsque l'inclinaison de la surface était faible ( $\phi \leq 30^\circ$ ). La vitesse sur la surface de la bulle a été obtenue en suivant la règle de Munk contenue dans Durand (1932) qui stipule

que «la vitesse sur la surface d'un ellipsoïde quelconque qui se déplace parallèlement à l'un de ces axes principaux est donnée en projetant la vitesse maximale sur le plan tangent au point d'intérêt».

Au chapitre 2, il a été montré que la relation  $Fr = Fr(Bo, Mo, \phi)$  n'est pas adéquate pour décrire sans ambiguïté le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée à travers différents liquides couvrant un large spectre du nombre de Morton. Dans cette situation, le nombre de Froude était défini avec le diamètre équivalent  $d$  comme longueur caractéristique. Le choix du nombre de Reynolds, comme paramètre dépendant, a permis de clarifier le rôle du nombre de Morton sur le mouvement de la bulle. On rappelle que le nombre de Reynolds a été défini par

$$Re = \frac{\rho_L u_T d}{\mu_L} \quad (4.5)$$

À des valeurs données du nombre de Bond  $Bo$  et de l'angle d'inclinaison de la surface  $\phi$ ,  $Re$  diminue monotonement avec  $Mo$ . Le choix de  $Re$ , comme variable dépendante, peut refléter le rôle joué par la dissipation visqueuse associée à l'existence du film sur le mouvement de la bulle. Les résultats du chapitre 2 ainsi que ceux à venir dans ce chapitre permettent, pour les volumes de bulle et les angles d'inclinaison étudiés ( $0,1$  à  $10 \text{ cm}^3$  et  $2^\circ$  à  $10^\circ$ ), de séparer en trois grandes classes le mouvement d'une bulle sous une surface légèrement inclinée en fonction principalement du nombre de Morton. Pour des bulles se déplaçant à travers des liquides caractérisés par une valeur élevée de  $Mo$  ( $Mo \geq \sim 1 \times 10^{-03}$ ),

le mouvement est principalement contrôlé par la dissipation visqueuse associée à la présence du film liquide. Dans les liquides ayant une très faible valeur de  $Mo$  (seulement l'eau dans notre cas  $Mo = 2,59 \times 10^{-11}$ ), le mouvement de la bulle peut être contrôlé par les forces hydrodynamiques telles que le stress normal visqueux, la tension superficielle (via la forme de la bulle) et l'inertie. Pour les liquides intermédiaires, c.-à-d. une valeur de  $Mo$  comprise entre  $1,00 \times 10^{-03}$  et  $2,59 \times 10^{-11}$ , le mouvement est principalement contrôlé par les forces hydrodynamiques, mais le rôle du film liquide n'est pas négligeable. Si ce dernier était négligeable, alors toutes les courbes ( $Fr$  vs  $Bo$ ) convergeraient vers une seule dans le régime dominé principalement par l'inertie (*bulle bombée*) (voir figure 2.23b).

#### 4.1.2- Écoulement potentiel visqueux

Joseph (2003) a développé une expression pour la vitesse terminale d'une bulle dans le régime de la calotte sphérique se déplaçant à travers un liquide visqueux. Le mouvement du liquide était assumé irrotationnel. Sa relation est une extension de celle de Davies et Taylor (1950) parce qu'elle tient compte des effets de la viscosité, de la tension superficielle et d'un paramètre géométrique  $s$  décrivant la courbure du nez de la bulle. L'expression pour la vitesse terminale de la bulle est le résultat d'un bilan de stress normal sur l'interface de la bulle, proche du point de stagnation. La vitesse de la bulle est donnée par

$$\frac{u_T}{\sqrt{gD}} = -\frac{8}{3} \frac{v_L(1+8s)}{\sqrt{gD^3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ 1 - 2s - \frac{16s\sigma}{\rho_L g D^2} + \frac{32v_L^2}{gD^3} (1+8s)^2 \right]^{1/2} \quad (4.6)$$

où  $D$  est le diamètre du nez de la bulle ( $D = 2R$ ). Lorsque le nez est sphérique ( $s = 0$ ) et que le liquide est idéal ( $\nu_L = 0$ ), alors l'expression de Davies et Taylor (1950) est obtenue. L'équation 4.6 montre que la viscosité tend à diminuer la vitesse terminale de la bulle et que les effets de la tension superficielle sont présents uniquement lorsque le nez de la bulle n'est pas sphérique.

Funada et al. (2005) ont développé un modèle ellipsoïdal pour décrire la vitesse d'une bulle de Taylor dans un tube circulaire en utilisant la théorie de l'écoulement potentiel visqueux. L'expression pour  $u_T$  a été obtenue en exécutant un bilan de stress normal sur l'interface de la bulle comme l'a réalisé Joseph (2003). La vitesse terminale via le nombre de Froude dépendait de la géométrie de l'ellipsoïde, des nombres de Reynolds Gravité  $Re_G$  et de Bond. Le modèle ne tenait pas compte du phénomène de drainage se produisant le long des parois du tube circulaire dû au mouvement vertical de la bulle. La géométrie de l'ellipsoïde ovale (sphéroïde obtenu par une révolution d'une ellipse autour de son axe principal) via son excentricité était déterminée de manière à obtenir la même vitesse terminale que celle mesurée pour des valeurs données de  $Re_G$  et de  $Bo$ . Le modèle était très précis autant du point de vue de la vitesse terminale que de la forme dynamique prédite.

Dans le présent chapitre, nous allons premièrement étudier l'influence des propriétés physiques du liquide sur la vitesse terminale de la bulle dans le régime dominé

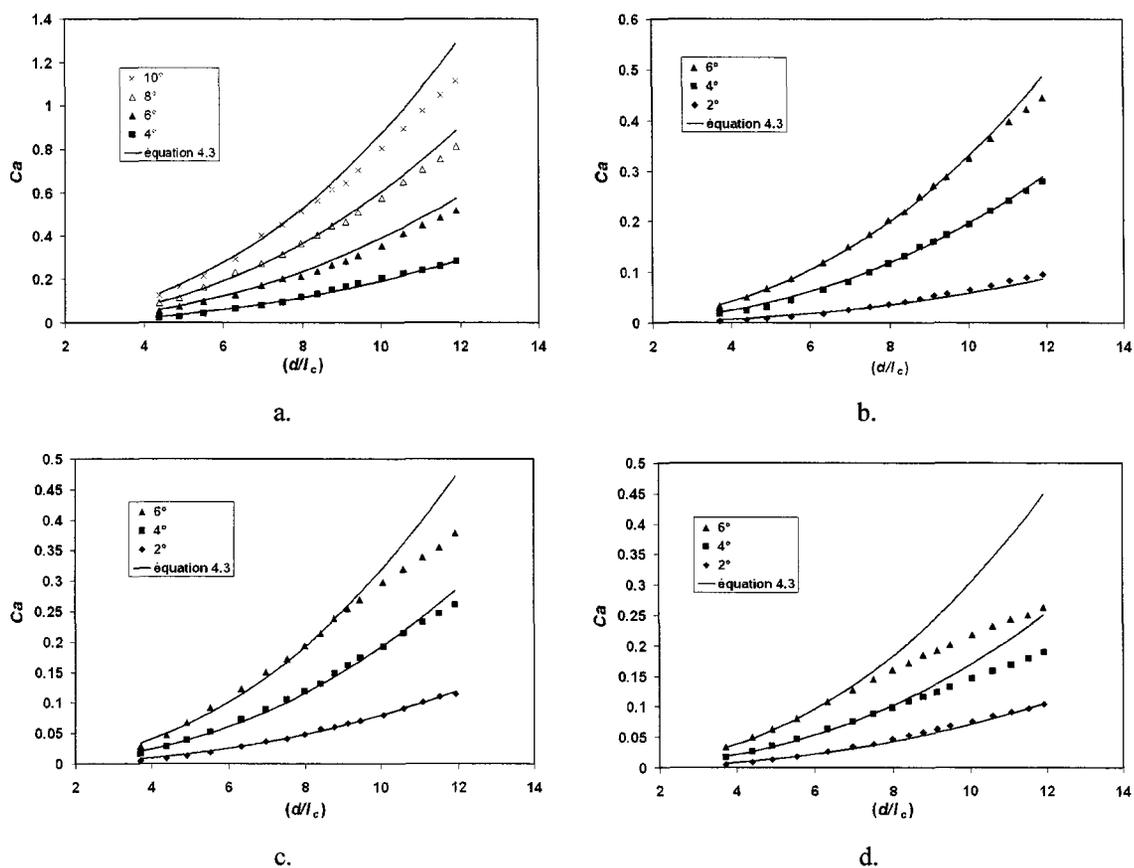
par la dissipation visqueuse associée à l'existence du film liquide. De plus, des valeurs d'épaisseur mesurées de ce film à l'aide du capteur à fibres optiques seront présentées. Deuxièmement, un modèle ellipsoïdal basé sur la théorie de l'écoulement potentiel visqueux sera développé pour une bulle se déplaçant dans un liquide ayant une faible valeur de  $Mo$ . Le modèle tient compte des effets de la viscosité et de la tension superficielle sur le mouvement de la bulle.

## **4.2- Régime de mouvement contrôlé par le film**

### **4.2.1- Vitesse terminale des bulles dans des liquides très visqueux**

Lorsque qu'une bulle atteint sa vitesse terminale, il y a égalité entre les différentes forces qui agissent sur elle. Pour une bulle qui se déplace très lentement dans un liquide caractérisé par une valeur élevée de  $Mo$  sous une surface légèrement inclinée, les forces qui contrôlent le mouvement sont la force visqueuse associée au film, la force de traînée visqueuse et la composante de la poussée d'Archimède parallèle à la surface solide. Pour une bulle en mouvement dans un liquide au repos, les deux premières forces s'opposent au mouvement tandis que la dernière tend à l'accélérer. Aussillous et Quéré (2002) ont mentionné que si le mouvement des bulles relativement grandes était dominé par la force de traînée visqueuse, alors l'augmentation de la vitesse terminale serait proportionnelle à  $d^{3/2}$ . Cela n'a pas été observé par ces derniers. D'un autre côté, si le mouvement de la bulle était contrôlé par la dissipation visqueuse liée à la présence du film liquide, alors  $u_T$  devrait

suivre une loi proportionnelle à  $(d/l_c)^{9/4}$ . Les données mesurées par les auteurs étaient très bien représentées par la relation 4.3. Cette dernière expression a été appliquée aux résultats obtenus au chapitre 2 dans la glycérine comme le montre la figure 4.1. Dans les quatre «liquides», les données mesurées sont bien représentées par la relation 4.3 pour des faibles volumes de bulles et des faibles inclinaisons. Cependant, pour des valeurs élevées de  $V$  et  $\phi$ , la tendance prédite par l'expression 4.3 ne parvient plus à décrire correctement la relation entre  $Ca$  et  $d/l_c$ .



**Figure 4.1 :** Nombre capillaire  $Ca$  en fonction de  $(d/l_c)$  pour une bulle en mouvement dans la glycérine à différentes températures. (a)  $Mo = 2,52 \times 10^{+01}$ , (b)  $Mo = 1,47 \times 10^{+00}$ , (c)  $Mo = 8,01 \times 10^{-02}$  et (d)  $Mo = 7,18 \times 10^{-03}$ .

Pour des liquides possédant une valeur du nombre de Morton très élevée (figures 4.1a et 4.1b) et pour un angle d'inclinaison élevé, le nombre capillaire  $Ca$  augmente avec  $d/l_c$  et devient de l'ordre de l'unité ( $O(1)$ ). La contribution de la force de traînée visqueuse devient alors non négligeable et devrait être incluse dans le bilan de force. La divergence à des valeurs de  $d/l_c$  élevées augmente lorsque le nombre de Morton diminue (figures 4.1a à 4.1d). Dans un liquide caractérisé par  $Mo$  élevé (figures 4.1c et 4.1d), la divergence entre les valeurs mesurées de  $u_T$  et l'expression 4.3 peut être due aux actions de la force de traînée visqueuse et même de l'inertie. L'ensemble des données rapportées par Aussillous et Quéré (2002) était bien représenté par la relation 4.3. Ceci est sûrement dû au fait que le liquide utilisé lors de leurs expériences (huile de silicone) avait un nombre de Morton très élevé, soit  $Mo = 1,12 \times 10^{+03}$ . Ainsi, la vitesse terminale d'une bulle dans l'huile de silicone à des valeurs données de volume et d'inclinaison est plus lente que celle obtenue dans la glycérine à 22°C. Par exemple, la vitesse d'une bulle ayant un diamètre équivalent  $d = 2$  cm à une inclinaison de 6° dans l'huile de silicone est autour de 1 cm/s tandis que celle dans la glycérine est le double.

Pour le régime du mouvement contrôlé uniquement par la dissipation visqueuse liée à la présence du film, il a été observé que  $\beta = \beta(Mo)$ . Ainsi, la relation 4.3 devient

$$Ca = \beta(Mo) \cdot (\sin \phi)^{3/2} \cdot (d/l_c)^{9/4}. \quad (4.7)$$

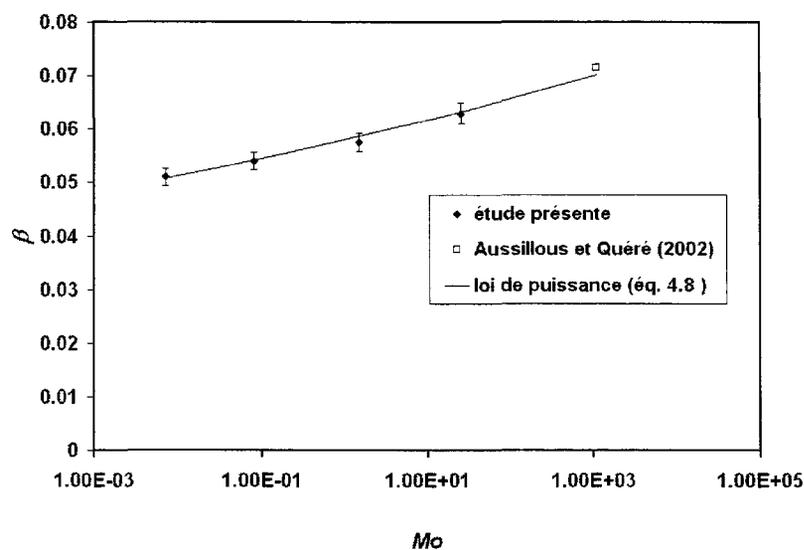
Comme le montre la figure 4.2, la variation du paramètre  $\beta$  avec  $Mo$  est faible, mais non négligeable. Le résultat obtenu par Aussillous et Quéré (2002) est aussi montré à la figure 4.2 et il est en très bon accord avec nos résultats obtenus dans la glycérine à différentes températures. La loi de puissance utilisée à la figure 4.2 est donnée par

$$\beta(Mo) = 0.058Mo^{0.027}. \quad (4.8)$$

En insérant la loi de puissance 4.8 dans la relation 4.7, on obtient

$$Ca = 0.058Mo^{0.027} (\sin\phi)^{3/2} \cdot (d/l_c)^{9/4}. \quad (4.9)$$

Les différents intervalles de validité de l'équation 4.9 sont donnés au tableau 4.1. La relation 4.9 donne la vitesse terminale d'une bulle sous une surface légèrement inclinée dans des liquides possédant une viscosité élevée.



**Figure 4.2 :** Variation du coefficient  $\beta$  en fonction du nombre de Morton pour des liquides ayant une forte viscosité.

**Tableau 4.1** : Intervalles de validité de la relation 4.9.

$Mo$	Inclinaison (°)	Limites
$2,52 \times 10^{+01}$	4	$10^* \leq Bo \leq 150^{**}$
	6	$10^* \leq Bo \leq 150$
	8	$10^* \leq Bo \leq 85$
	10	$10^* \leq Bo \leq 75$
$1,47 \times 10^{+00}$	2	$10^* \leq Bo \leq 150^{**}$
	4	$10^* \leq Bo \leq 150^{**}$
$8,01 \times 10^{-02}$	6	$10^* \leq Bo \leq 90$
	2	$10^* \leq Bo \leq 150$
	4	$10^* \leq Bo \leq 100$
$7,18 \times 10^{-03}$	6	$10^* \leq Bo \leq 80$
	2	$10^* \leq Bo \leq 150^{**}$
	4	$10^* \leq Bo \leq 65$
	6	$10^* \leq Bo \leq 50$

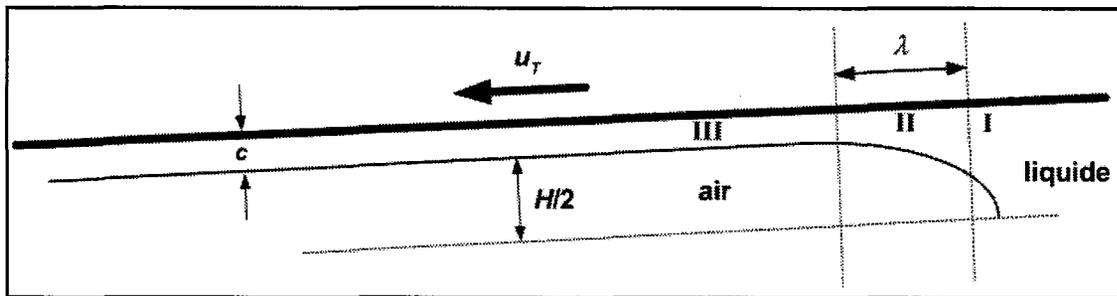
\* Plus petite valeur mesurée

\*\* Plus grande valeur mesurée

#### 4.2.2- Épaisseur du film liquide

L'épaisseur et la forme du film liquide sont deux caractéristiques importantes qui déterminent son rôle sur le mouvement de la bulle. De plus, il sera montré dans le prochain chapitre que l'épaisseur du film joue un rôle sur la distribution du champ électrique autour d'une bulle sous une surface. Bretherton (1961) a observé qu'à faible nombre Capillaire (l'effet des forces hydrodynamiques sur la forme de la bulle est négligeable), le film liquide peut être divisé en trois régions comme le montre la figure 4.3. Sur cette figure, le système de référence se déplace avec la bulle. Proche du point de stagnation, il y a la zone (I) appelée «ménisque statique» caractérisée par une courbure constante  $\sim 2/H$ , où  $H$  est la hauteur (profondeur) de la bulle, donnée par deux fois la longueur capillaire dans le cas de grandes bulles aplaties sous l'action de la gravité ( $H = 2l_c$ ). Entre l'interface supérieure de

la bulle et la surface solide, il existe une zone (III) d'épaisseur quasi-constante dénotée par la lettre  $c$  sur la figure.



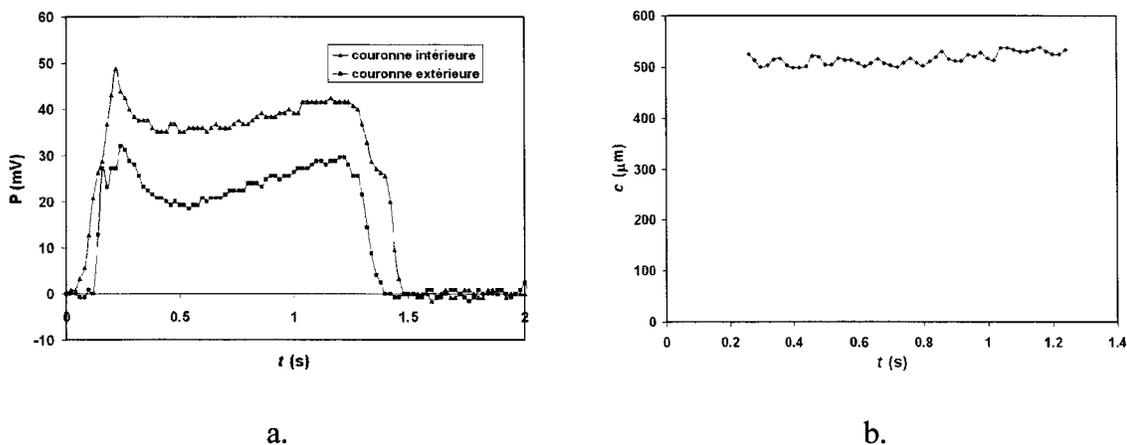
**Figure 4.3 :** Vue schématique du film liquide dans le système de référence de la bulle.

Les deux zones sont liées par un «ménisque dynamique» (II) caractérisé par une longueur  $\lambda$ . D'après Aussillous et Quéré (2002), l'écoulement à l'intérieur de ce ménisque dynamique peut être décrit par un équilibre entre la force capillaire qui tend à détruire le film et la force visqueuse qui favorise la formation de celui-ci. En égalant ces deux forces et en reliant la pression de Laplace entre les deux ménisques, il a été trouvé que l'épaisseur du film peut être décrite par la relation suivante

$$c \sim \left( \frac{\mu_L u_T l_c^{3/2}}{\sigma} \right)^{2/3} \quad (4.10)$$

dans le régime dominé par la dissipation visqueuse liée au film.

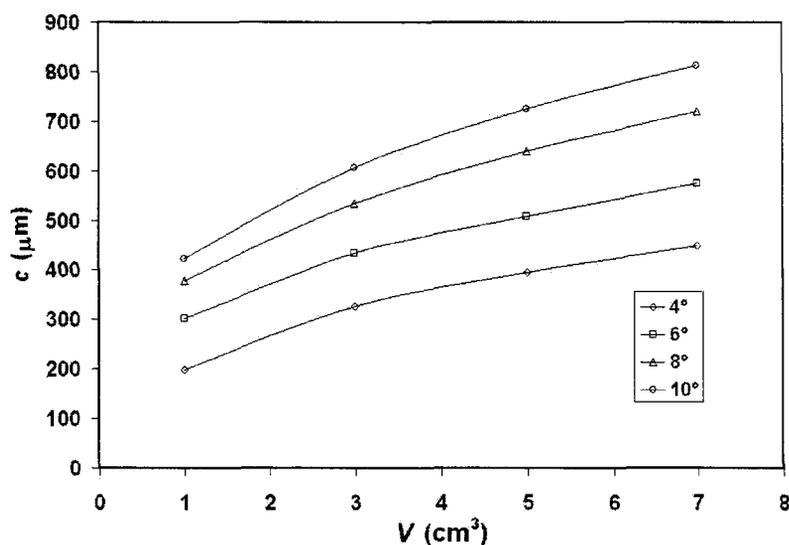
La figure 4.4a montre un signal typique obtenu avec le capteur lorsque qu'une bulle passe en dessous de celui-ci. Dans le présent cas, la bulle a un volume de  $3 \text{ cm}^3$ , l'inclinaison de la surface est de  $6^\circ$  et le liquide est de la glycérine à  $22^\circ\text{C}$  ( $Mo = 2,52 \times 10^{+01}$ ). Les courbes supérieure et inférieure représentent respectivement les signaux captés par les couronnes interne et externe. Au chapitre 3, il a été mentionné que le rayon de la couronne externe a été déterminé de manière à ce qu'elle capte seulement la lumière réfléchie par l'interface inférieure de la bulle. À la vue de la figure 4.4a, il est clair que la contribution de la deuxième interface n'est pas négligeable et qu'elle doit être absolument soustraite du signal capté par la couronne interne pour obtenir une épaisseur de film réelle. La figure 4.4b présente l'épaisseur du film liquide en fonction du temps obtenue à partir du signal capté en (a).



**Figure 4.4 :** (a) Signal typique obtenu avec le capteur à fibres optiques lorsqu'une bulle passe en dessous de celui-ci. (b) Épaisseur du film en fonction du temps. Dans ce cas (a,b), le volume de la bulle est de  $3 \text{ cm}^3$ , l'inclinaison de  $8^\circ$  et le liquide est de la glycérine à  $22^\circ\text{C}$ .

La région du film d'épaisseur quasi-constante est évidente et bien définie entre  $0,3 < t < 1,2$  s. L'épaisseur moyenne (en temps) est de  $518 \mu\text{m}$  et les faibles fluctuations sont principalement le résultat des manipulations numériques et du bruit électromagnétique de l'environnement. Le comportement ou la forme du ménisque dynamique à l'avant de la bulle ( $t < 0,3$  s) et à l'arrière de celle-ci ( $t > 1,2$  s) n'est pas caractérisé par le capteur parce que la courbure de l'interface est trop élevée dans cette région. La précision de la mesure est de l'ordre de 5 % (chapitre 3).

La figure 4.5 présente l'épaisseur moyenne (en temps) du film liquide en fonction du volume pour différents angles d'inclinaison pour une bulle se déplaçant à travers de la glycérine à  $22^\circ\text{C}$ .

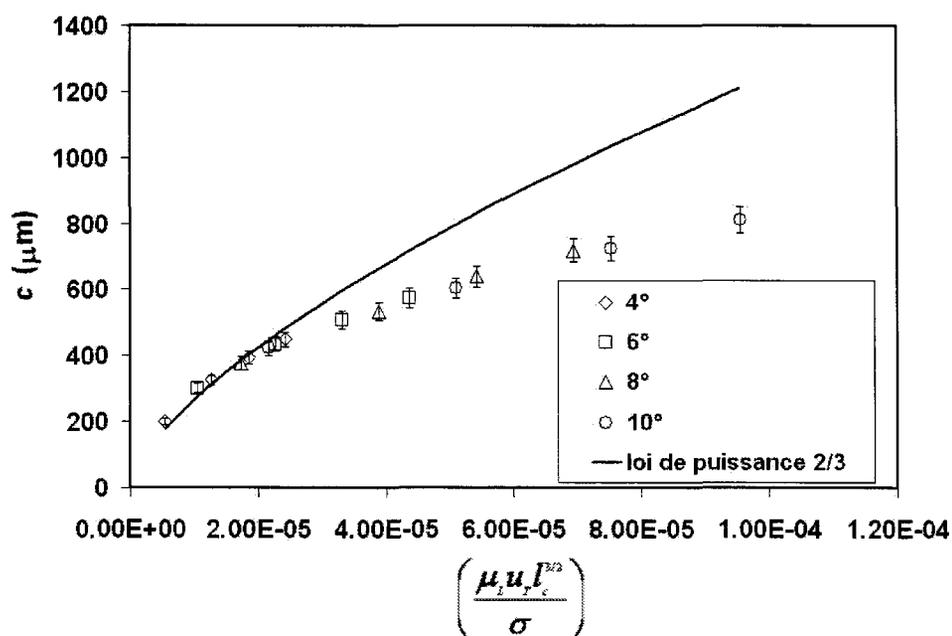


**Figure 4.5 :** Épaisseur moyenne (en temps) du film en fonction du volume pour différentes inclinaisons de surface pour des bulles dans la glycérine à  $22^\circ\text{C}$ .

Le volume varie entre  $1 \text{ cm}^3$  et  $7 \text{ cm}^3$  et la pente de  $4^\circ$  à  $10^\circ$ . Pour une inclinaison de surface donnée, l'épaisseur du film augmente monotonement avec le volume de la bulle. Le taux d'augmentation est légèrement plus élevé à faibles volumes. Pour un volume de bulle donné, l'épaisseur du film augmente avec l'angle d'inclinaison. Cette augmentation de l'épaisseur du film en fonction du volume et de l'inclinaison de la surface est en accord avec la tendance prédite par DeBisschop et al. (2002).

La figure 4.6 présente l'épaisseur du film en fonction du groupe de variables introduit à l'équation 4.10 pour le même liquide que la figure précédente. Un fait très intéressant avec ce groupe de variables est que les effets de l'inclinaison de la surface et le volume sont inclus dans la vitesse terminale  $u_T$  de la bulle. Cela résulte en une courbe unique indépendamment de l'angle d'inclinaison. Ainsi, le caractère dynamique du film est directement observable. Comme les expériences présentées sur cette figure concernent toutes le même liquide (glycérine à  $22 \text{ }^\circ\text{C}$ ), il peut être observé que l'épaisseur du film augmente lorsque la vitesse terminale de la bulle augmente. Une loi de puissance en  $2/3$ , suggérée par la relation 4.10, a aussi été tracée sur la figure 4.6. Cette loi est déduite de la balance de forces discutée précédemment et elle implique que le film est le résultat de l'action de deux forces : la visqueuse et la capillaire. Les mesures obtenues suivent cette loi pour de faibles vitesses terminales, c.-à-d. petits volumes et/ou faibles inclinaisons. À un angle de  $4^\circ$ , l'épaisseur du film pour les quatre bulles ( $1, 3, 5$  et  $7 \text{ cm}^3$ ) est bien décrite par la relation 4.10 tandis que pour des inclinaisons élevées, presque seulement les bulles d'un

volume de  $1 \text{ cm}^3$  sont bien caractérisées par la relation. À fortes inclinaisons et/ou à volumes élevés, l'épaisseur du film donnée par la relation 4.10 est surestimée comparée aux valeurs mesurées. Une comparaison attentive des résultats obtenus pour la glycérine à  $22^\circ\text{C}$  montre qu'en général, les bulles qui divergent de la loi en  $2/3$  divergent aussi de la relation 4.9 (figure 4.1). Ceci suggère la contribution d'une autre force telle que la force de traînée visqueuse qui diminue la vitesse terminale de la bulle et donc, qui diminue l'épaisseur du film liquide.



**Figure 4.6 :** Épaisseur du film liquide en fonction du groupe de variables introduit dans la relation 4.10 pour des bulles dans la glycérine à  $22^\circ\text{C}$  à des inclinaisons différentes.

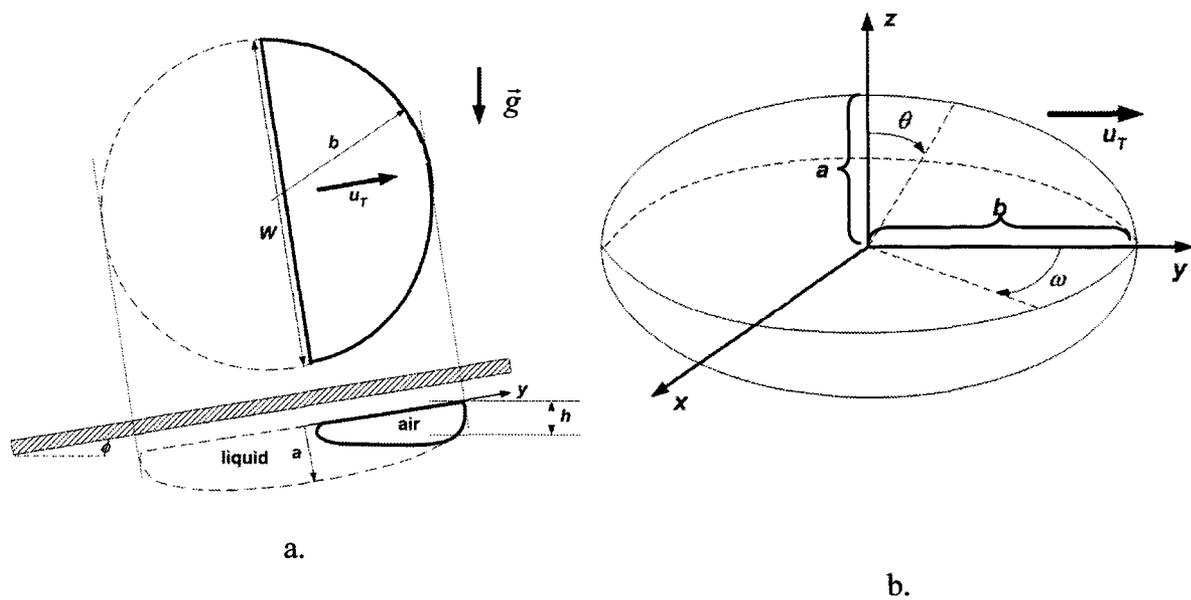
Pour résumer, dans cette section, une expression générale 4.9 (extension des résultats de Aussillous et Quéré (2002)) décrivant la vitesse terminale d'une bulle sous une

surface légèrement inclinée à travers des liquides caractérisés par une valeur élevée de  $Mo$  a été donnée. Dans cette situation, le mouvement est contrôlé par la dissipation visqueuse associée à l'existence du film liquide. L'inclinaison de la surface est plus petite que  $10^\circ$  et le nombre de Morton est plus grand que  $7,18 \times 10^{-03}$ . Les intervalles de validité de la relation 4.9 sont donnés au tableau 4.1. L'épaisseur du film liquide a aussi été mesurée avec le capteur à fibres optiques pour des bulles se déplaçant dans de la glycérine à  $22^\circ\text{C}$ . Il a été observé que pour de faibles vitesses terminales, l'épaisseur du film liquide suit la loi déduite de la balance de forces qui implique les forces visqueuse et capillaire. Lorsque  $u_T$  augmente, la différence entre la loi en  $2/3$  et les valeurs mesurées augmente.

### **4.3- Régime de mouvement contrôlé principalement par l'inertie**

Dans cette section, un modèle ellipsoïdal est développé pour calculer la vitesse terminale d'une grosse bulle se déplaçant sous une surface inclinée légèrement dans des liquides caractérisés par de faibles valeurs de  $Mo$  tel que l'eau. L'écoulement sur la partie avant de la bulle est assumé être bien représenté par l'écoulement autour d'un sphéroïde planétaire se déplaçant parallèlement à sa section circulaire comme montré à la figure 4.7a. La contribution de la force visqueuse associée à la présence du film liquide est assumée négligeable. Ainsi, dans cet intervalle de volumes de bulle ( $\geq 10 \text{ cm}^3$ ), le mouvement est principalement dominé par l'inertie. Les effets du stress normal visqueux ainsi que de la tension superficielle sur le mouvement de la bulle sont pris en compte dans le modèle général. Joseph (2003) note que «la théorie de l'écoulement potentiel visqueux donne lieu à

d'excellents résultats du point de vue physique pour des écoulements comprenant des interfaces; pour ces écoulements, la viscosité entre dans l'analyse explicitement via la balance de stress normal». La notion d'écoulement potentiel implique que le mouvement du fluide est considéré irrotationnel. En suivant la méthode de Joseph (2003) et Funada et al. (2005), la vitesse terminale d'une bulle est obtenue en exécutant un bilan de stress normal proche du point de stagnation.



**Figure 4.7 :** (a) La partie avant de la bulle est représentée par un sphéroïde planétaire se déplaçant parallèlement à sa section circulaire. (b) Système de coordonnées orthogonal  $(\eta, \theta, \omega)$  utilisé pour décrire l'écoulement autour de la partie avant de la bulle. Le mouvement de la bulle est dirigé le long de l'axe des  $y$ .

La surface de l'ellipsoïde dans le système de coordonnées  $(x, y, z)$  est donnée par l'équation

$$\frac{x^2 + y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1 \quad (4.11)$$

où  $b \geq a$  dans le présent cas. Le mouvement de la bulle est dirigé dans la direction  $y$ . L'écoulement autour du sphéroïde planétaire est plus facilement décrit dans le système de coordonnées orthogonal  $(\eta, \theta, \omega)$  (figure 4.7b) défini par

$$\begin{aligned} x &= \kappa \cosh \eta \sin \theta \sin \omega \\ y &= \kappa \cosh \eta \sin \theta \cos \omega \\ z &= \kappa \sinh \eta \cos \theta \end{aligned} \quad (4.12)$$

La surface de l'ellipsoïde correspond à  $\eta = \eta_0$ . Le semiaxe majeur  $b = \kappa \cosh \eta_0$  et le semiaxe mineur  $a = \kappa \sinh \eta_0$ . L'excentricité  $e$  du sphéroïde est donnée par

$$e = \frac{\kappa}{b} \quad (4.13)$$

où  $\kappa^2 = b^2 - a^2$ . Les éléments de ligne (coefficients de Lamé)  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$ , définis par

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = h_1^2 d\eta^2 + h_2^2 d\theta^2 + h_3^2 d\omega^2, \quad (4.14)$$

sont donnés par

$$\left. \begin{aligned} h_1^2 &= h_2^2 = \kappa^2 \sinh^2 \eta + \kappa^2 \cos^2 \theta \\ h_3^2 &= \kappa^2 \cosh^2 \eta \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

#### 4.3.1- Modèle ellipsoïdal pour les liquides ayant une très faible valeur de $Mo$

L'écoulement visqueux autour et à l'intérieur de la bulle est considéré irrotationnel.

Ainsi, il existe un potentiel à partir duquel le champ de vitesses peut être déduit  $\vec{u} = \nabla \Phi$ .

L'équation classique de Navier-Stokes pour un écoulement stationnaire, irrotationnel et incompressible

$$\nabla \left( p + \frac{1}{2} \rho |\vec{u}|^2 + \rho g z \cos \phi \right) = 0 \quad (4.16)$$

peut être intégrée pour devenir la fameuse équation de Bernoulli valide pour l'écoulement visqueux irrotationnel à l'intérieur de la bulle

$$p_G + \frac{1}{2} \rho_G |\vec{u}_G|^2 + \rho_G g z \cos \phi = K_G \quad (4.17)$$

et autour d'elle

$$p_L + \frac{1}{2} \rho_L |\vec{u}_L|^2 + \rho_L g z \cos \phi = \frac{1}{2} \rho_L u_T^2 \quad (4.18)$$

où lorsque  $y \rightarrow \infty$ , la vitesse est  $-u_T$  dans le système de coordonnées fixé à la bulle et  $K_G$  est une constante inconnue. La balance de stress normal à l'interface inclut les forces de pression, le stress normal visqueux et l'effet de la tension superficielle

$$-p_G + p_L + 2\mu(\vec{n} \cdot \overline{D}[\vec{u}] \cdot \vec{n})_G - 2\mu(\vec{n} \cdot \overline{D}[\vec{u}] \cdot \vec{n})_L + \sigma \nabla \cdot \vec{n} = 0 \quad (4.19)$$

où  $\overline{D}[\vec{u}]$  est le tenseur du taux de déformation et  $\vec{n}$  est la normale à l'interface qui pointe vers le liquide. Le long de l'interface de la bulle,  $z \cos \phi$  est remplacé par  $-h$  (montré à la figure 4.7a). La viscosité et la densité de la phase gazeuse comparées à celles de la phase liquide étant faibles, il est assumé que  $\rho_G |\vec{u}_G|^2 = 0$  à l'intérieur de la bulle et que

$2\mu(\vec{n} \cdot \overline{D}[\vec{u}] \cdot \vec{n})\big|_G = 0$ . En insérant les équations pour  $p_G$  (4.17) et  $p_L$  (4.18) dans le bilan

de stress normal (équation 4.19) à l'interface, nous obtenons

$$-K_G + \frac{1}{2}\rho_L u_T^2 - \frac{1}{2}\rho_L |\vec{u}_L|^2 + \rho_L gh - 2\mu(\vec{n} \cdot \overline{D}[\vec{u}] \cdot \vec{n})\big|_L = -\sigma \nabla \cdot \vec{n} \quad (4.20)$$

Dans le système de coordonnées orthogonal défini précédemment, certains termes de l'équation 4.20 prennent les formes suivantes :

$$\frac{1}{2}\rho_L |\vec{u}_L|^2 = \frac{1}{2}\rho_L (u_\theta)_{\eta_0}^2 + \frac{1}{2}\rho_L (u_\omega)_{\eta_0}^2 \quad (4.21)$$

$$h = b(\cos \phi \sin \alpha + \sin \phi(1 - \cos \alpha \cos \omega)) \quad (4.22)$$

où  $\alpha = \theta + \pi/2$ .

$$2\mu(\vec{n} \cdot \overline{D}[\vec{u}] \cdot \vec{n})\big|_L = 2\mu \left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} - u_\theta \frac{\kappa^2}{h_1^3} \sin \theta \cos \theta \right)_{\eta_0} \quad (4.23)$$

$$\sigma \nabla \cdot \vec{n} = \sigma \left( \frac{\tanh \eta}{h_1^3} (h_1^2 + \kappa^2 \cosh^2 \eta) \right)_{\eta_0} \quad (4.24)$$

En utilisant les équations 4.21 à 4.24, la balance de stress normal devient

$$\begin{aligned} -K_G + \frac{1}{2}\rho_L u_T^2 - \frac{1}{2}\rho_L (u_\theta)_{\eta_0}^2 - \frac{1}{2}\rho_L (u_\omega)_{\eta_0}^2 + \rho_L gb(\cos \phi \sin \alpha + \sin \phi(1 - \cos \alpha \cos \omega)) \\ - 2\mu \left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} - u_\theta \frac{\kappa^2}{h_1^3} \sin \theta \cos \theta \right)_{\eta_0} = -\sigma \left( \frac{\tanh \eta}{h_1^3} (h_1^2 + \kappa^2 \cosh^2 \eta) \right)_{\eta_0} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Les composantes de vitesse ainsi que la composante normale du tenseur du taux de déformation doivent être déterminées sur la surface de la bulle. Le potentiel de vitesse  $\Phi_1$  autour d'un sphéroïde planétaire en mouvement est donné par Lamb (1932)

$$\Phi_1 = A \sin \theta \cos \omega [\tanh \eta - \cosh \eta \cot^{-1}(\sinh \eta)] \quad (4.26)$$

où  $A$  est donné par

$$A = -\kappa u_T \frac{\sqrt{1-e^2}}{e(1+e^2) - \sqrt{1-e^2} \sin^{-1}(e)} = -\kappa u_T B \quad (4.27)$$

Il est plus convenable de travailler dans le système de coordonnées fixé à la bulle. Le potentiel  $\Phi$  de vitesse devient

$$\Phi = \kappa u_T \sin \theta \cos \omega [\cosh \eta - B(\tanh \eta - \cosh \eta \cot^{-1}(\sinh \eta))] \quad (4.28)$$

Les composantes de vitesse  $(u_\eta, u_\theta, u_\omega)$  sont respectivement

$$u_\eta = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -\frac{\kappa u_T}{h_1} \sin \theta \cos \omega \left[ \sinh \eta - B \left( \frac{1}{\cosh^2 \eta} - \sinh \eta \cot^{-1}(\sinh \eta) + 1 \right) \right] \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} u_\theta &= -\frac{1}{h_1} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\frac{\kappa u_T}{h_1} \cos \theta \cos \omega [\cosh \eta - B(\tanh \eta - \cosh \eta \cot^{-1}(\sinh \eta))] \\ &= -\frac{\kappa u_T}{h_1} \cos \theta \cos \omega \cdot f_1(\eta) \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$u_\omega = -\frac{1}{h_3} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \frac{\kappa u_T}{h_3} \sin \theta \sin \omega \cdot f_1(\eta) \quad (4.31)$$

Dans le but d'obtenir l'expression pour la composante normale du tenseur du taux de déformation, le premier terme dans l'équation 4.23 doit être évalué

$$\begin{aligned}
\frac{1}{h_1} \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} &= -\frac{1}{h_1^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{h_1^3} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -\frac{1}{h_1^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} - \frac{u_\eta}{h_1^2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
&= -\frac{\kappa u_T}{h_1^2} \sin \theta \cos \omega \left[ \cosh \eta - B \left( \tanh \eta - \frac{2 \tanh \eta}{\cosh^2 \eta} - \cosh \eta \cot^{-1}(\sinh \eta) \right) \right] - \frac{u_\eta}{h_1^2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
\frac{1}{h_1} \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} &= -\frac{\kappa u_T}{h_1^2} \sin \theta \cos \omega \cdot f_2(\eta) - \frac{u_\eta}{h_1^2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \tag{4.32}
\end{aligned}$$

Sur la surface de l'ellipsoïde,  $\eta = \eta_0$ ,  $u_\eta = 0$ , alors l'équation 4.32 devient

$$\left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} \right)_{\eta_0} = -\frac{\kappa u_T}{h_1^2} \sin \theta \cos \omega \cdot f_2(\eta) \tag{4.33}$$

et

$$\left. \begin{aligned} h_{10}^2 &= h_{20}^2 = \kappa^2 \sinh^2 \eta_0 + \kappa^2 \cos^2 \theta \\ h_{30}^2 &= \kappa^2 \cosh^2 \eta_0 \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned} f_1(\eta_0) &= \cosh \eta_0 - B(\tanh \eta_0 - \cosh \eta_0 \cot^{-1}(\sinh \eta_0)) \\ &= \frac{2e}{e(1+e^2) - \sqrt{1-e^2} \sin^{-1}(e)} \end{aligned} \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned} f_2(\eta_0) &= \cosh \eta_0 - B \left( \tanh \eta_0 - \frac{2 \tanh \eta_0}{\cosh^2 \eta_0} - \cosh \eta_0 \cot^{-1}(\sinh \eta_0) \right) \\ &= \frac{2e^2(2-e^2)}{e(1+e^2) - \sqrt{1-e^2} \sin^{-1}(e)} \end{aligned} \tag{4.36}$$

La valeur des différents termes présents dans le bilan de stress normal est évaluée proche du point de stagnation, c.-à-d.  $\theta \geq \pi/2$  où l'angle  $\alpha$  a été défini précédemment. Lorsque  $\alpha \rightarrow 0$  et  $\omega \rightarrow 0$ , nous avons

$$h_1 = \kappa \sinh \eta_0 \left( 1 + \frac{\alpha^2}{2 \sinh^2 \eta_0} + O(\alpha^4) \right) \quad (4.37)$$

$$h_3 = \kappa \cosh \eta_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha^2 + O(\alpha^4) \right) \quad (4.38)$$

$$h = b \cos \phi(\alpha + O(\alpha^3)) + b \sin \phi(\alpha^2 + O(\alpha^4)) \quad (4.39)$$

$$(u_\theta)_{\eta_0} = \frac{u_T f_1(\eta_0)}{\sinh \eta_0} (\alpha + O(\alpha^3)) \quad (4.40)$$

$$(u_\omega)_{\eta_0} = \frac{u_T f_1(\eta_0)}{\cosh \eta_0} (\alpha + O(\alpha^3)) \quad (4.41)$$

$$\left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} \right)_{\eta_0} = - \frac{u_T f_2(\eta_0)}{\kappa \sinh^2 \eta_0} \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\sinh^2 \eta_0} \right) \alpha^2 + O(\alpha^4) \right] \quad (4.42)$$

$$\nabla \cdot \vec{n} = \frac{1}{\kappa \cosh \eta_0} \left[ (1 + \coth^2 \eta_0) - \left( \frac{1 + 3 \coth^2 \eta_0}{2 \sinh^2 \eta_0} \right) \alpha^2 + O(\alpha^4) \right] \quad (4.43)$$

En utilisant le fait que les termes dans le bilan de stress n'ont pas le même ordre, l'équation 4.25 peut être divisée en deux parties; une de l'ordre de  $O(1)$  et l'autre de l'ordre de  $O(\alpha^2)$ . L'avantage majeur de cette procédure est l'élimination de la constante inconnue

$K_G$  avec la première équation. La relation de  $O(1)$  s'écrit

$$K_G = \frac{1}{2} \rho_L u_T^2 + \frac{2\mu u_T f_2(\eta_0)}{\kappa \sinh^2 \eta_0} + \sigma \left( \frac{1 + \coth^2 \eta_0}{\kappa \cosh \eta_0} \right) \quad (4.44)$$

et celle de  $O(\alpha^2)$  est

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\rho u_T^2 f_1^2(\eta_0)}{2 \sinh^2 \eta_0} - \frac{\rho u_T^2 f_1^2(\eta_0)}{2 \cosh^2 \eta_0} + \rho g b (\cos \phi + \sin \phi) \\
 & - 2\mu \left[ \frac{u_T f_2(\eta_0)}{\kappa \sinh^2 \eta_0} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\sinh^2 \eta_0} \right) + \frac{u_T f_1(\eta_0)}{\kappa \sinh^4 \eta_0} \right] = \frac{\sigma(1 + 3 \coth^2 \eta_0)}{2\kappa \sinh^2 \eta_0 \cosh \eta_0}
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

Il est important de mentionner que dans la relation en  $O(\alpha^2)$  (équation 4.45), les deux termes dans l'expression de  $h$  (équation 4.39) sont conservés pour respecter le sens physique de l'inclinaison de la surface, car lorsque  $\phi$  augmente, chacun des deux termes tend vers  $O(\alpha^2)$ .

### 4.3.2- Vitesse terminale adimensionnelle

L'équation 4.45 donne la vitesse terminale d'une bulle sous une surface inclinée dans des liquides caractérisés par des valeurs de  $Mo$  très faibles tel que l'eau. Cette relation peut être exprimée sous une forme adimensionnelle en utilisant les nombres de Froude, Bond et Reynolds Gravité définis respectivement par

$$Fr = \frac{u_T}{\sqrt{gR \sin \phi}} \quad Bo = \frac{\rho_L g R^2}{\sigma} \quad Re_G = \frac{\sqrt{gR^3 \sin \phi}}{\nu_L} \tag{4.46}$$

où  $R = b$  est le rayon de courbure du contour de l'interface dans le plan de la surface solide. Dans la présente situation,  $Bo$ ,  $Re_G$  et  $\phi$  sont les paramètres indépendants tandis

que  $Fr$  est le dépendant. En utilisant les définitions 4.46 et  $e = \kappa / R$ , l'équation 4.45 devient

$$\begin{aligned}
 & -Fr^2 f_1^2(e) e^2 (2 - e^2) + 2(\cot \phi + 1)(1 - e^2) - 4e \frac{Fr}{Re_G} \left[ f_2(e) \left( \frac{1}{2} + \frac{e^2}{1 - e^2} \right) + f_1(e) \frac{e^2}{1 - e^2} \right] \\
 & = \frac{e^2}{Bo \sin \phi} \left( \frac{4 - e^2}{1 - e^2} \right)
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

La relation 4.47 est similaire à celles obtenues par Funada et al. (2005) concernant la montée verticale de différents sphéroïdes parallèles à leur axe de révolution. L'équation 4.47 montre clairement qu'une augmentation du nombre de Bond augmente la vitesse terminale de la bulle comme cela a été observé expérimentalement. Le premier terme de gauche représente l'effet de l'inertie, le second de la gravité et le troisième du stress normal visqueux et celui du côté droit représente l'influence de la tension superficielle sur la vitesse terminale de la bulle. Comme il a été mentionné précédemment, la balance de stress normal a été réalisée en assumant que le rôle du film liquide sur le mouvement de la bulle est négligeable. Il est clair que même si la contribution du film n'est pas totalement nulle, l'expression 4.47 est encore valide. Son influence (du film) sera prise en compte dans la valeur du paramètre géométrique  $e$ . Pour des valeurs données de  $Bo$ ,  $Re_G$  et  $\phi$ , la valeur de  $e$  est déterminée de manière à obtenir la même vitesse que celle mesurée. Dans la limite lorsque  $Re_G \rightarrow \infty$ , l'expression 4.47 devient

$$Fr_\infty = \frac{1}{f_1(e) e \sqrt{2 - e^2}} \sqrt{2(\cot \phi + 1)(1 - e^2) - \frac{e^2}{Bo \sin \phi} \left( \frac{4 - e^2}{1 - e^2} \right)} \tag{4.48}$$

### 4.3.3- Comparaison avec les expériences

Les résultats expérimentaux publiés par Maxworthy (1991) concernant la vitesse d'ascension d'une bulle sous une surface dans l'eau sont utilisés pour comparer la théorie et les expériences. L'équation 4.48 est utilisée au lieu de la complète (équation 4.47) car le volume des bulles étudiées est grand ( $V \geq 10 \text{ cm}^3$ ), ce qui implique  $Re_G \geq 2 \times 10^4$  et donc que la contribution du stress normal visqueux est négligeable dans notre cas. Maxworthy (1991) a observé le fait que lorsque le mouvement de la bulle est contrôlé par l'inertie, le nombre de Froude devient presque indépendant du nombre de Bond et il est fonction uniquement de l'angle d'inclinaison. Il a aussi observé que dans cette situation, le rapport géométrique  $W/R$  et l'excentricité  $e^*$  sont seulement fonction de l'angle d'inclinaison. La longueur  $W$  est la largeur du contour de l'interface de la bulle dans le plan de la surface solide perpendiculaire au mouvement de celle-ci (montrée à la figure 4.7a). L'excentricité expérimentale  $e^*$  était obtenue en ajustant un ellipse (dans le plan vertical) sur une photographie d'une bulle en mouvement. Les tableaux 4.2 et 4.3 contiennent les valeurs des paramètres qui proviennent de Maxworthy (1991) utilisées pour la comparaison. Le tableau 4.2 liste les valeurs des paramètres qui sont fonction de l'angle d'inclinaison tandis que le tableau 4.3 présente les valeurs des paramètres qui dépendent de  $\phi$  et du volume des bulles.

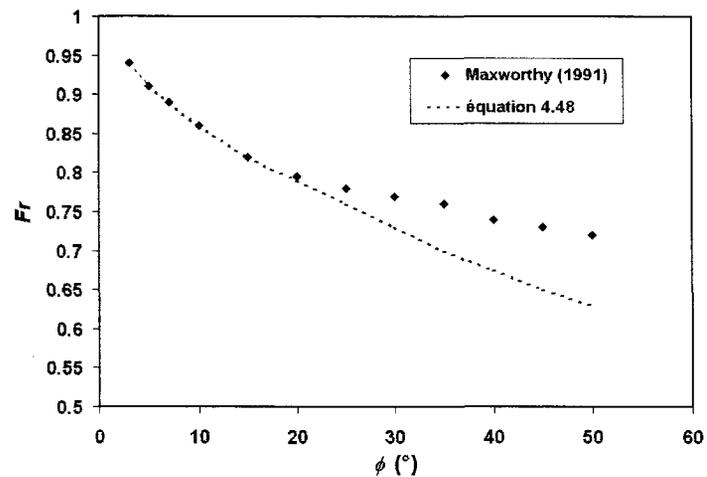
**Tableau 4.2 :** Valeurs des différents paramètres qui dépendent uniquement de l'angle d'inclinaison (données prises de Maxworthy (1991)).

Inclination (°)	$Fr$	$W/R$	$e^*$
3	0,94	1,49	0,97
5	0,91	1,53	0,97
7	0,88	1,56	0,97
10	0,85	1,60	0,96
15	0,83	1,65	0,95
20	0,82	1,68	0,94

**Tableau 4.3 :** Valeurs des différents paramètres qui dépendent de  $\phi$  et de  $V$  (données prises de Maxworthy (1991)).

$\phi$ (°)	$V=10 \text{ cm}^3$		$V=15 \text{ cm}^3$		$V=20 \text{ cm}^3$		$V=30 \text{ cm}^3$		$V=40 \text{ cm}^3$		$V=50 \text{ cm}^3$	
	$W$ (cm)	$R$ (cm)										
3	9,8	6,6	12,0	8,1	13,0	8,7	15,2	10,2	16,4	11,0	18,5	12,4
5	9,5	6,2	11,5	7,5	12,5	8,2	14,5	9,5	16,0	10,5	17,8	11,6
7	9,3	6,0	11,2	7,2	12,2	7,8	14,2	9,1	15,6	10,0	17,2	11,0
10	8,8	5,5	10,6	6,6	11,6	7,3	13,4	8,4	14,8	9,3	16,4	10,3
15	8,2	5,0	9,6	5,8	10,6	6,4	12,4	7,5	13,8	8,4	15,2	9,2
20	7,8	4,6	9,0	5,4	10,0	6,0	11,8	7,0	13,0	7,7	14,3	8,5

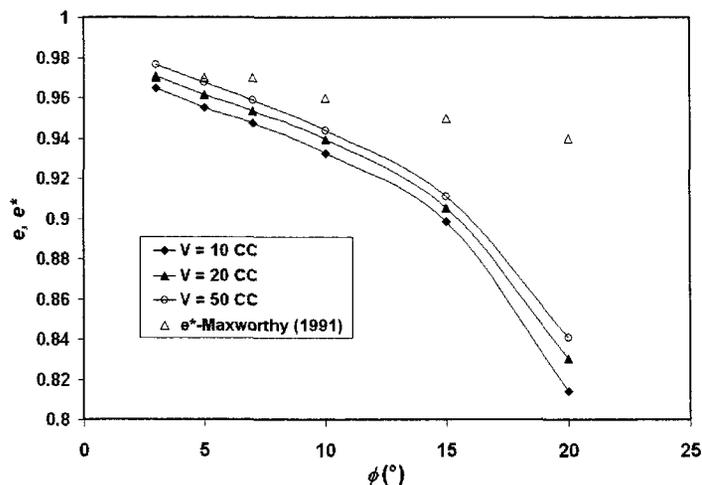
La figure 4.8 montre la valeur du nombre de Froude terminal en fonction de l'inclinaison de la surface. La courbe pointillée (équation 4.48) représente tous les volumes de bulle étudiés dans ce travail étant donné que le nombre terminal de Froude dépend uniquement de l'inclinaison de la surface lorsque le régime inertiel est atteint. Les données expérimentales provenant de Maxworthy (1991) sont très bien représentées par l'équation 4.48 pour  $\phi \leq 20^\circ$ . Pour chaque volume de bulle et chaque inclinaison de la surface, la valeur de  $R$  est prise dans le tableau 4.3 tandis que la valeur de  $e$  est sélectionnée de manière à ce que la vitesse terminale via  $Fr$  soit la même que celle mesurée.



**Figure 4.8 :** Nombre de Froude en fonction de l'angle d'inclinaison pour une bulle en mouvement dans l'eau sous une plaque inclinée. Le volume des bulles est grand ( $V \geq 10 \text{ cm}^3$ ), donc principalement contrôlé par l'inertie.

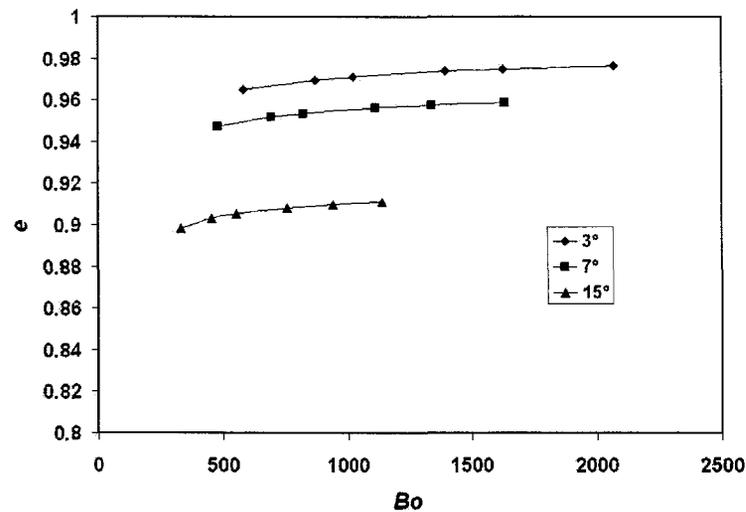
Cependant, à des inclinaisons de surface élevées  $\phi > 20^\circ$ , la valeur de  $e$  qui donne la valeur de Froude mesurée n'existe plus. Ceci peut être expliqué par le fait que la forme de la bulle proche du point de stagnation s'écarte de l'ellipsoïde lorsque la pente de la surface augmente. Les photographies de bulle en mouvement présentées dans Maxworthy (1991) (figures 4 et 12 dans son article) semblent confirmer cette hypothèse. Pour de faibles inclinaisons, la présente analyse donne la forme précise de la bulle en fonction du nombre de Bond et de la pente, c.-à-d.  $e = e(Bo, \phi)$ .

La figure 4.9 présente l'excentricité  $e$  en fonction de l'inclinaison pour différents volumes de bulle.



**Figure 4.9 :** Excentricité  $e$  obtenue avec l'équation 4.48 en fonction de l'angle d'inclinaison pour différents volumes de bulle.

L'excentricité du sphéroïde planétaire diminue avec la pente de la surface. Les valeurs obtenues par Maxworthy (1991) à partir des photographies  $e^*$  montrent aussi la même tendance, mais fortement atténuée. Cette différence peut être le résultat du fait que l'axe principal de l'ellipse ajustée (sur la photographie) ne coïncide pas avec le bord de la surface solide. Comme le montre la figure 12 de l'article de Maxworthy (1991), il y a un écart entre les deux droites parallèles (le bord la surface solide et l'axe principal de l'ellipse) qui est beaucoup plus grand que l'épaisseur du film. Ainsi, à un rayon de courbure  $R$  donné, ceci résulte en une surestimation de l'excentricité comparée aux résultats obtenus dans le présent chapitre. Donc, il est très probable que nos résultats concernant l'excentricité  $e$  obtenus à partir de l'équation 4.48 ne soient pas comparables avec ceux  $e^*$  présentés par Maxworthy (1991). La figure 4.10 montre  $e$  en fonction de  $Bo$  pour différents  $\phi$  obtenues avec l'équation 4.48.



**Figure 4.10 :** Excentricité en fonction du nombre de Bond pour différents angles d'inclinaison.

Il est clair de cette figure que premièrement, la dépendance de  $e$  avec  $Bo$  est faible, et que deuxièmement,  $e$  dépend principalement de l'angle d'inclinaison dans la situation où le mouvement est principalement dominé par l'inertie comme l'a observé Maxworthy (1991).

Dans cette section, une expression pour la vitesse terminale pour une grande bulle se déplaçant sous une surface légèrement inclinée dans l'eau a été dérivée. Dans cette situation, le mouvement de la bulle est principalement contrôlé par l'inertie. En déterminant la valeur de l'excentricité pour obtenir la même valeur de la vitesse terminale que celle mesurée par Maxworthy (1991), la forme de la bulle peut être prédite. Les résultats ont montré que  $e$  dépend principalement fonction de l'angle d'inclinaison.

#### 4.4- Conclusions

Dans ce chapitre, deux régimes asymptotiques du mouvement d'une bulle sous une surface ont été étudiés. Le premier existe lorsque la bulle se déplace à travers des liquides caractérisés par des valeurs élevées du nombre de Morton. Dans cette situation, le mouvement de la bulle est contrôlé par la dissipation visqueuse associée à l'existence du mince film liquide. Les résultats obtenus par Aussilous et Quéré (2002) sont étendus pour des liquides visqueux. L'expression 4.9 donne la vitesse terminale d'une bulle pour des inclinaisons plus petite que  $10^\circ$  et un nombre de Morton plus grand que  $7,18 \times 10^{-03}$ . Les intervalles de validité de cette relation sont donnés au tableau 4.1. Les épaisseurs mesurées pour le film liquide dans la glycérine à  $22^\circ\text{C}$  sont aussi présentées. Les mesures ont été obtenues avec le capteur à fibres optiques décrit au chapitre 3. Les résultats ont montré qu'à faibles vitesses terminales, l'épaisseur du film liquide suit la loi de proportionnalité déduite de la balance de force effectuée par Aussilous et Quéré (2002) impliquant les forces capillaire et visqueuse.

Le second régime est principalement dominé par l'inertie et il existe lorsque la bulle se déplace à travers des liquides caractérisés par valeurs de  $Mo$  très faibles comme l'eau. Une expression générale 4.48, basée sur une balance de stress normal à l'interface proche du point de stagnation, a été dérivée (Joseph (2003) et Funada et al. (2005)). Le modèle tient en compte des effets de viscosité, de tension superficielle et d'inertie sur le mouvement de la bulle. La forme de la bulle est assumée être représentée par un sphéroïde planétaire se déplaçant parallèlement à sa section circulaire. Les composantes de vitesse

ainsi que le stress normal visqueux ont été obtenus en utilisant la théorie de l'écoulement potentiel visqueux. La comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux obtenus par Maxworthy (1991) a montré que l'expression 4.48 est valide pour des angles d'inclinaison faibles ( $\phi \leq 20^\circ$ ). En déterminant la valeur de l'excentricité  $e$  pour obtenir la même vitesse terminale que celle mesurée pour des valeurs données du nombre de Bond et de l'inclinaison de la surface, la forme de la bulle peut être prédite. Les résultats ont montré que  $e$  est principalement fonction de l'angle d'inclinaison comme observée dans les expériences (Maxworthy (1991)).

#### 4.5- Références

- Aussilous, P. et Quéré, D, 2002. *Bubbles creeping in a viscous liquid long a slightly inclined plane*, Europhysics Letters 59, 370-376.
- Bretherton, F.P., 1961. *The motion of long bubbles in tubes*, J. Fluid Mech. 10, 166-188.
- Davies, R. M. et Taylor, S. G., 1950. *The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes*, Proc. R. Soc. Ser. A 200, 375-390.
- DeBisschop, K. M., Miksis, M. J. and Eckmann, D. M., 2002. *Bubble rising in an inclined channel*, Phys. Fluids 14, 93-106.
- Durand, W. F. (ed), 1932. *Aerodynamic theory 1*, Dover, 398 pages.
- Funada, T., Joseph, D. D., Maehara, T. et Yamashita, S., *Ellipsoidal model of the rise of a Taylor bubble in a round tube*, Int. J. Multiphase Flow 31, 473-491.
- Joseph, D. D., 2003. *Rise velocity of a spherical cap bubble*, J. Fluid Mech. 488, 213-223.
- Lamb, H., 1932. *Hydrodynamics*, sixth ed. Cambridge University Press, Cambridge.
- Maxworthy, T., 1991. *Bubble rise under an inclined plate*, J. Fluid Mech. 229, 659-674.

## CHAPITRE 5

# RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE ENGENDRÉE PAR LA PRÉSENCE DES BULLES SOUS L'ANODE

Il est bien connu que les bulles jouent un rôle sur le rendement énergétique des cuves d'électrolyse (Grjotheim et Kvande (1993)). Dans les chapitres précédents, nous nous sommes principalement attardés au transfert de quantité de mouvement qu'elles transfèrent au bain via la force de traînée. L'écoulement engendré par cet échange a lui-même plusieurs conséquences avantageuses et désavantageuses qui ont été décrites en détail lors du chapitre d'introduction. Heureusement, aujourd'hui les effets négatifs sont de plus en plus contrôlés. Par contre, la présence intrinsèque des bulles a un effet néfaste en ce qui concerne le passage du courant à travers l'électrolyte. La chute de potentiel à travers l'électrolyte représente environ 40 % du voltage total d'une cuve ou 67 % de toute la chaleur générée (Grjotheim et Kvande (1993)). D'après ces valeurs, il est clair que la conductivité électrique du bain est un paramètre très important à connaître pour optimiser le rendement énergétique des cuves. De plus, la contribution des bulles au voltage total de la

cuve est un paramètre de contrôle nécessaire servant à l'évaluation de la quantité de métal contenue dans la cuve.

Il existe des formules empiriques pour estimer la conductivité électrique du bain en fonction de la concentration des additifs et de la température (Grjotheim et Kvande (1993) et Choudhary (1973)). Cependant, ces expressions ne tiennent pas compte de la présence des bulles sous l'anode qui engendre une perte de potentiel de l'ordre 0.15-0.35 V (Haupin (1971)). Depuis plus de deux décennies, les scientifiques tentent d'inclure l'effet des bulles dans une expression globale pour exprimer la conductivité électrique de la cryolite, mais comme il sera mentionné dans les paragraphes suivants, ces corrélations contiennent souvent des paramètres inconnus dont leur valeur est plutôt estimée que calculée. Dans ce dernier chapitre, un modèle mathématique est élaboré pour calculer l'augmentation de la résistance électrique de l'électrolyte causée par la présence des bulles sous l'anode à partir des sorties du simulateur de la couche gazeuse développé principalement par Kiss et al. (2002). L'élaboration de ce modèle comporte une étude préliminaire de l'influence de la forme des bulles sur la résistance engendrée.

## **5.1- Revue de la littérature sur les modèles existants**

### **5.1.1- Généralités**

Dans le cas de sphères isolantes distribuées uniformément dans un milieu continu, il existe des modèles classiques pour inclure la contribution des bulles dans le calcul du ratio

des conductivités électriques. Les deux modèles les plus familiers sont celui de Maxwell (1892)

$$\frac{\kappa_B}{\kappa_0} = 1 - \frac{3r_\beta}{2 + r_\beta} \quad (5.1)$$

et celui de Bruggeman (1935)

$$\frac{\kappa_B}{\kappa_0} = (1 - r_\beta)^{3/2} \quad (5.2)$$

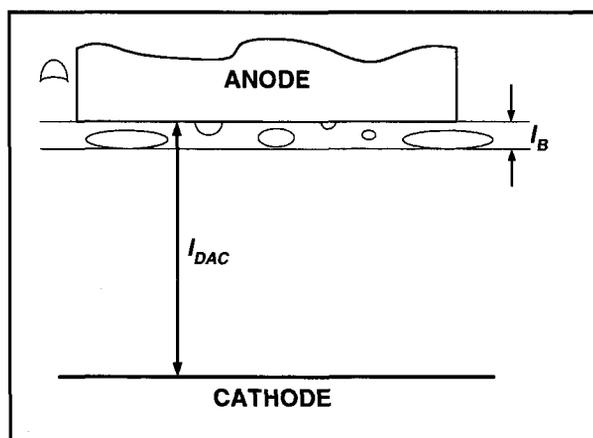
où  $\kappa_B$  et  $\kappa_0$  sont respectivement la conductivité électrique de l'électrolyte avec et sans la présence des bulles.  $r_\beta$  est la fraction volumique de gaz. La méthode classique consiste généralement à séparer la distance anode-cathode DAC en deux parties (comme le montre la figure 5.1): une représentant la couche diphasique (bulle + bain) et l'autre, la zone sans bulle. L'épaisseur de la couche diphasique est exprimée par  $l_B$  tandis que celle de la région sans bulle est  $l_{DAC} - l_B$ . La résistance totale de l'électrolyte est alors exprimée par

$$R_T = R_B + R_0 = \frac{(l_{DAC} - l_B)}{\kappa_0 A} + \frac{l_B}{\kappa_B A}. \quad (5.3)$$

L'augmentation de résistance peut aussi être exprimée de manière relative sous la forme suivante

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{l_B}{l_{DAC}} \left( \frac{\kappa_B}{\kappa_0} - 1 \right) \quad (5.4)$$

où  $\Delta R = R_B - R_0$ .



**Figure 5.1 :** Schéma pour le calcul de la résistance de l'électrolyte par la méthode classique.

### 5.1.2- Modèles classiques

Solheim et Thonstad (1986) ont été les premiers à étudier la résistance de l'électrolyte à l'aide d'un modèle à eau comme ceux décrits au chapitre 1. Le modèle permettait la mesure du volume de gaz accumulé en dessous de l'anode ainsi que l'augmentation de la résistance due à la présence des bulles. Le volume de gaz accumulé sous l'anode était obtenu en mesurant la montée du liquide dans les canaux latéraux à partir du niveau de référence qui était déterminé sans la présence des bulles. Il est important de noter que cette méthode ne fait pas la différence entre une bulle sous l'anode et une bulle en montée dans les canaux verticaux, ce qui implique que le volume de gaz sous l'anode était toujours surestimé. Cependant, cette remarque n'a pas d'influence sur les tendances observées par les auteurs. Pour ce qui est de la résistance ohmique, une lecture de l'amplitude du courant engendré par une différence de potentiel dc de 15 V permettait de la déterminer. L'influence de la densité de courant (flux volumique de gaz dans le cas d'un

modèle à eau), de la DAC, de l'inclinaison de l'anode et de la taille des bulles a été étudiée. Cette dernière était variée en changeant la tension superficielle du liquide qui simulait le bain. L'augmentation de la résistivité de l'électrolyte était donnée par

$$\frac{\rho_{eff}}{\rho_0} = 1 + \frac{l_B}{l_{DAC}} (1 - r_\beta)^{3/2} \frac{1}{r_\beta}. \quad (5.5)$$

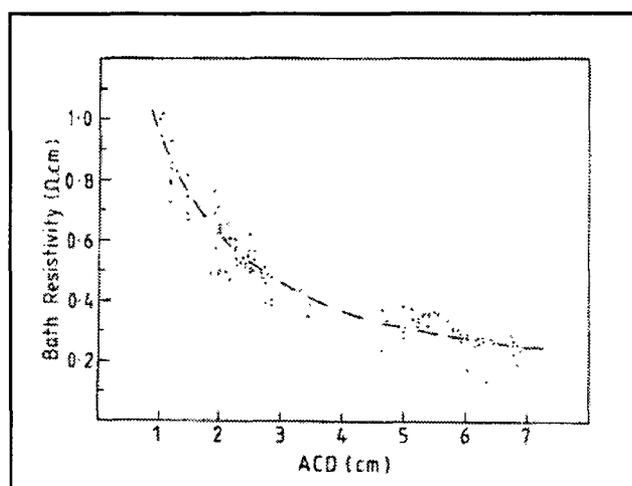
L'augmentation drastique de la résistivité lorsque la distance anode-cathode diminue a aussi été mise en évidence. Pour ce qui est de la quantité de gaz accumulée en dessous de l'anode, la valeur de  $0,25 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$  a été mesurée. L'effet de la taille des bulles était très important pour ce qui est du volume de gaz accumulé, par le fait même, de la résistance engendrée par la présence des bulles. En effet, pour une même densité de courant  $i$ , le volume de gaz accumulé est plus grand lorsque les bulles sont petites. De même, la résistance causée par les bulles est plus grande lorsque la taille des bulles est diminuée. Les auteurs ont remarqué que lorsque le propanol était utilisé pour diminuer la tension superficielle, les bulles devenaient extrêmement petites et elles formaient une multicouche. De plus, une augmentation de l'inclinaison de l'anode à partir de l'horizontal diminue le volume de gaz accumulé. De même, une diminution de la densité de courant diminue la quantité de gaz accumulée.

Houston et al. (1988) ont étudié l'influence de la composition et de la température de la cryolite sur la résistivité électrique de celle-ci. La distance anode-cathode a aussi été variée de 1 à 7 cm. Les expériences ont été réalisées sur une cuve d'électrolyse dont les dimensions ne sont pas mentionnées par les auteurs. Pour chaque DAC, une courbe du

voltage ohmique de l'électrolyte en fonction du courant a été obtenue. La résistance de la cryolite  $R_{cr}$  était simplement donnée par la pente du graphique. La résistivité effective du bain  $\rho_{eff}$  a été obtenue à l'aide de cette simple équation

$$\rho_{eff} = \frac{R_{cr} A}{l_{DAC}}. \quad (5.6)$$

La figure 5.2 montre la variation de la résistivité en fonction de la distance anode-cathode. Étant donné que l'électrolyte n'est pas homogène dû à la forte concentration de bulles en dessous de l'anode, la résistivité était fonction principalement de la DAC. Les effets de la température et de la concentration des additifs se sont avérés négligeables. La contribution des bulles est minimale à grande DAC car la fraction du volume total occupée par les bulles est petite.



**Figure 5.2 :** Résistivité de l'électrolyte en fonction de la DAC mesurée par Houston et al. (1988).

Les auteurs ont tenté de caractériser cette région par une corrélation dérivée pour un bain homogène (Choudhary (1973)) et étonnamment, les résistivités calculées étaient plus élevées que celles mesurées. Par contre, à faible DAC, la fraction volumique occupée par les bulles devient importante. C'est ce qui explique cette augmentation très marquée de la résistivité à faible DAC. De plus, en traçant  $\partial\rho_{eff} / \partial I_{DAC}$ , ils ont estimé que la hauteur de la couche de bulles était d'environ 1 cm.

Hyde et Welch (1997) ont réalisé une expérience pour le moins originale. Une cellule électrochimique capable de produire du plomb a été construite. Cette réaction ne produit pas de gaz aux électrodes. Le diamètre de l'anode était de 8 cm. La présence des bulles était simulée en ajoutant des objets de céramique dont le volume et la taille étaient connus. Le but de l'étude était de caractériser l'influence du volume de «gaz» accumulé en dessous de l'anode, la distance anode-cathode et la forme des pseudo-bulles. La résistance ohmique de l'électrolyte avec ou sans les bulles était obtenue en mesurant le voltage de la cellule lorsque le courant était arrêté subitement à l'aide d'un système d'acquisition de données à haute fréquence d'échantillonnage. Lorsque le courant était arrêté brusquement, la chute de potentiel liée à la résistance ohmique disparaissait instantanément. Par contre, l'énergie liée aux polarisations diverses se dissipait à un taux beaucoup moins rapide. Une lecture du voltage de la cellule en fonction du temps permettait d'obtenir la chute de potentiel liée au passage du courant à travers l'électrolyte. Les résultats ont montré que la forme des bulles n'était pas un paramètre majeur tandis que le volume accumulé était dominant. En effet, l'augmentation de résistance causée par la présence des bulles

augmentait linéairement avec le volume accumulé. Compte tenu de ce résultat, les auteurs ont supposé une forme de bulle unique, soit des cylindres allongés. Le diamètre des cylindres  $d_C$  était donné par :

$$d_C = l_B = \frac{V_T}{\Theta} \quad (5.7)$$

où  $V_T$  est le volume total des bulles accumulés en dessous de l'anode et  $\Theta$ , le taux de couverture. En considérant que l'augmentation de résistance engendrée par la présence des bulles se traduit par une simple diminution de la surface de conduction, une expression de la forme de l'équation 5.3 a été obtenue

$$R_T = \frac{1}{\kappa_0 A} \left[ (l_{DAC} - l_B) + \frac{l_B}{1 - \Theta} \right] \quad (5.8)$$

Aaberg et al. (1997) ont tenté de caractériser les paramètres introduits dans l'équation 5.8 de Hyde et Welch (1997) à l'aide d'une petite cellule d'électrolyse d'aluminium. Le diamètre de l'anode était de 10 cm. Le volume de gaz accumulé sous l'anode était obtenu en mesurant la montée du liquide dans les canaux latéraux à partir du niveau de référence qui était déterminé sans la présence des bulles. Le volume de gaz était obtenu de la même manière que Solheim et Thonstad (1986). En mesurant simultanément la résistance ohmique de l'électrolyte et le volume de gaz accumulé en dessous de l'anode, le diamètre des bulles et le taux de couverture introduit à l'équation 5.7 pouvaient être obtenus. Les résultats ont montré que les fluctuations de voltage étaient intimement liées à l'activité des bulles. De plus, la fréquence avec laquelle les bulles quittaient le dessous de

l'anode était dépendante de la densité de courant tandis que la distance anode-cathode n'avait peu d'influence sur celle-ci. Elle atteignait 3,2 Hz pour une densité de courant de  $1 \text{ A/cm}^2$ . Le taux de couverture moyen était de 45 % mais pouvait atteindre 90 % dans certaines situations. L'épaisseur de la couche de bulle ou le diamètre des cylindres variait entre 0,4 et 0,6 mm. Finalement, la quantité moyenne de gaz accumulé en dessous de l'anode était de l'ordre de  $0,445 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$ .

Qian et al. (1997) ont développé une nouvelle méthode basée sur l'électrochimie. Dans ce premier article d'une série de deux, la méthode développée a été validée sur des électrodes verticales pour lesquelles des corrélations qui tiennent compte de l'influence de la présence des bulles dans la région interpolaire existent. La décomposition de l'eau en milieu basique était le système électrochimique utilisé. Pour mesurer la résistance ohmique de l'électrolyte, les auteurs ont utilisé un courant dc avec une composante ac superposée. L'amplitude du courant ac  $A_{ac}$  était plus petite que le potentiel de Nernst  $E_n$  tandis que la composante dc permettait l'électrolyse de l'eau. L'utilisation d'une excitation composée était utilisée pour quantifier séparément l'impédance faradique et la réactance capacitive de la double couche. L'impédance faradique est reliée à l'énergie qu'il faut fournir pour transférer un électron de la phase solide vers la phase liquide (polarisation d'activation) et à la différence de concentration des espèces entre la surface de l'électrode et le corps de la solution (polarisation de concentration). Dans cette situation, la résistance de la solution mesurée est affectée par l'impédance et par la réactance décrites précédemment. Dans un premier temps, seule la composante ac était appliquée. Étant donné que  $A_{ac} < E_n$ , il n'y

avait pas d'électrolyse, alors la différence de phase entre un signal de référence et la valeur mesurée était uniquement due à la réactance de la double couche. Par la suite, la composante dc était additionnée à la composante ac. La différence de phase était alors le résultat de la présence de la double couche et de l'impédance faradique. Une comparaison des deux situations permettait d'isoler l'impédance reliée aux polarisations d'activation et de concentration. La méthode a été validée avec des électrodes verticales. Elle a donné des résultats en accord avec la littérature. De plus, le déphasage engendré par l'impédance faradique s'est avéré négligeable comparativement à celui causé par la double couche.

Qian et al. (1998) ont comparé la morphologie de la couche de gaz produite par un modèle à eau et une cellule électrolytique à l'aide de la méthode électrochimique publiée en 1997. La méthode développée pouvait être utilisée sur les deux modèles par l'ajout d'une électrode de référence jouant le rôle de la cathode. Pour simuler la génération des bulles dans le modèle à eau, de l'air comprimé était forcé à travers une plaque de bronze poreuse. L'aire active des anodes était de  $100 \times 40 \text{ mm}^2$ . Dans le modèle électrolytique, la production des gaz était obtenue en forçant un courant à travers une solution basique pour décomposer l'eau. Pour une même densité de courant, la résistance électrique engendrée par la présence des bulles était toujours plus élevée pour le modèle électrolytique que le modèle à eau. En effet, cette différence était de l'ordre de 20 %. Cet écart a été expliqué par le fait que le modèle à eau produisait des bulles d'une taille plus élevée que la cellule électrolytique due à la différence entre les mécanismes de génération des bulles. Les auteurs ont conclu que le modèle à eau n'était pas représentatif d'un modèle électrolytique.

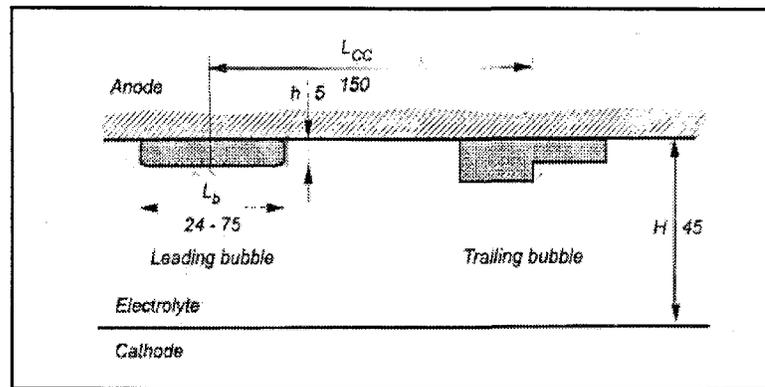
Il est important de noter que le matériau simulant l'anode n'était pas le même dans les deux situations. Il est bien connu que la mouillabilité de l'anode est un facteur important en ce qui concerne la taille des bulles au détachement, donc du volume de gaz accumulé en dessous des anodes.

Richards et al. (2003) ont publié un article très intéressant qui fait intervenir des données prises sur une cuve d'électrolyse industrielle de 180 kA et 235 kA. Les auteurs ont développé une méthode basée sur les polarisations de l'anode pour obtenir le taux de couverture des bulles en dessous des anodes. Les études ont été réalisées sur des anodes précuites traditionnelles et une équipée d'une rainure centrale d'une largeur de 1,5 cm pour faciliter l'évacuation des gaz. En utilisant une électrode de référence, les auteurs ont éliminé la contribution ohmique de l'électrolyte. La polarisation d'activation peut être représentée par l'équation de Tafel lorsque la densité de courant est faible. Il est bien connu que lorsque la densité de courant nominale de l'anode dépasse  $0,7 \text{ A/cm}^2$  (Thonstad et Hove (1964)), la polarisation d'activation d'une anode diverge de l'équation de Tafel. Les auteurs proposaient deux causes possible : la réaction électrochimique change ou l'augmentation de densité de courant causée par la présence des bulles. Les auteurs ont retenu le deuxième phénomène comme étant la cause de cette augmentation de la polarisation d'activation. Il est à noter que la polarisation de concentration a été ajoutée à la polarisation d'activation seulement pour le cas idéal. Cela implique que l'augmentation de polarisation mesurée expérimentalement était attribuée seulement à l'augmentation de la polarisation d'activation. Cette pratique est régulière, car la valeur de la polarisation de

concentration est généralement petite devant celle de la polarisation d'activation. En comparant les valeurs expérimentales des polarisations d'activation avec celles calculées par l'équation de Tafel, un rapport des densités de courant (réelle/idéale) a pu être obtenu. Ce rapport estimait directement la fraction de l'aire occupée par les bulles. Pour une densité de courant nominale de  $0,8 \text{ A/cm}^2$ , le taux de couverture était de l'ordre de 75 %. Le taux de couverture passe de 50 à 88 % lorsque la densité de courant est augmentée de 0,65 à  $1,25 \text{ A/cm}^2$ . L'ajout d'une rainure centrale s'est avéré bénéfique. En effet, le taux de couverture chutait en moyenne de 25 % avec ce dispositif.

### **5.1.3- Modèles incluant le champ électrique**

Zoric et Solheim (2000) ont été les premiers à introduire l'influence de la présence des bulles sur le champ électrique qui existe entre l'anode et la cathode. Auparavant, l'augmentation de la résistance due aux bulles était limitée uniquement à la couche de bulles. Du point de vue électrochimique, les bulles augmentent la polarisation de l'anode en augmentant la densité de courant locale tandis que du point de vue électrique, elles diminuent l'aire active de l'anode, ce qui a pour effet d'augmenter la résistance. Les auteurs ont résolu l'équation de Laplace en 2D à l'aide du logiciel Cosmos<sup>®</sup> dans la zone interpolaire. Des rectangles d'une épaisseur de 5 mm et d'une longueur variable étaient utilisés pour modéliser la présence des bulles comme le montre la figure 5.3 ci-dessous.



**Figure 5.3** : Représentation des bulles sous l'anode d'après Zoric et Solheim (2000).

La longueur des bulles  $L_b$  variait de 24 à 75 mm tandis que la distance centre à centre était maintenue constante à 150 mm. De plus, l'influence d'une épaisseur plus élevée à l'avant d'une bulle en mouvement causée par la présence du saut hydraulique (bulle de droite) a été calculée. Pour les grosses bulles d'épaisseur uniforme, les résultats des simulations ont montré qu'il existe des maximums de densité de courant aux coins des bulles. Les auteurs ont mentionné que ces maximums étaient causés par la distribution de potentiel à l'intérieur de l'anode. Lorsque qu'une bulle bloque le passage du courant, le potentiel de la surface au dessus de l'anode augmente. Alors, un gradient de potentiel horizontal existe, ce qui engendre un courant horizontal vers les extrémités des bulles. De plus, il mentionne que si la surface de l'anode est posée équipotentielle, ces maximums de densité de courant aux limites des bulles n'existeraient pas. Cette variation spatiale de la densité de courant introduit des composantes horizontales des lignes de champ ce qui augmente la résistance électrique. La présence du saut hydraulique était significative. La densité de courant locale à l'anode et à la cathode diminuait même si la fraction de la surface occupée par les bulles

demeurait constante. Cela montre l'importance de la perturbation que cause la présence des bulles dans la partie inférieure de l'électrolyte.

Vogt et Kleinschrodt (2003) (voir aussi Thonstad et al. (2004)) ont étudié la perturbation du champ électrique engendré par la présence d'une bulle sous l'anode. Les auteurs ont développé théoriquement une expression qui exprime l'augmentation de la résistance due à la présence des bulles sous l'anode.

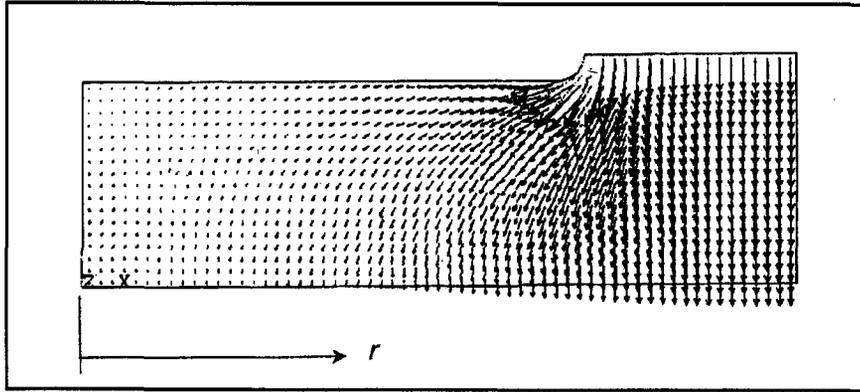
$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left( \frac{1}{1-\Theta} - 1 \right) \left( \frac{l_B}{l_{DAC}} + \frac{1 - \frac{l_B}{l_{DAC}}}{1 + K\sqrt{\Theta} \frac{l_{DAC} - l_B}{R_B}} \right) \quad (5.9)$$

où  $R_B$  est le rayon des bulles et  $K$  est un facteur qui reste à déterminer numériquement. Cette expression tient compte des deux contributions de la résistance engendrée par les bulles soit l'effet d'écran de la couche de bulle et l'effet de la déformation des lignes de champ dans la région inférieure de l'électrolyte. Pour calculer la perturbation du champ électrique causée par la présence des bulles (le facteur  $K$ ), les auteurs ont résolu l'équation de Laplace en 2D à l'aide de la méthode des éléments finis. Les surfaces anodique et cathodique étaient considérées comme équipotentielles. La figure 5.4 montre les vecteurs de courant obtenus lors d'une simulation. La déviation des lignes de champ est très marquée. La hauteur des bulles était de 0,5 cm, la zone interpolaire était de 5 cm,  $\Theta = 50\%$  et  $R_B = 100$  mm. Le courant total à la cathode était donné par

$$I = \int_0^{R_A} i(r) 2\pi r dr \quad (5.10)$$

où  $R_A$  est le rayon de la zone étudiée. La relation entre  $R_A$  et  $R_B$  est simplement donnée par le taux de couverture défini comme

$$\Theta = \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^2 \quad (5.11)$$



**Figure 5.4 :** Champ de vecteurs de courant obtenu pour un  $\Theta = 50 \%$  calculé par Vogt et Kleinschrodt (2003).

Le ratio des voltages avec et sans bulle à courant constant était obtenu par

$$\frac{V}{V_0} = \frac{I_0}{I} = \frac{V_0 \kappa_0}{I_{DAC}} \frac{1}{2 \int_0^{R_A} i(r) r dr} \quad (5.12)$$

L'ensemble des simulations a montré que la chute de potentiel ou l'augmentation de résistance engendrée par la présence des bulles était bien représentée par l'équation 5.9 avec un facteur  $K = 5$ . Les calculs ont montré que pour une taille de bulle moyenne de l'ordre de  $R_B \approx 100$  à  $150$  mm à un  $\Theta \approx 50 \%$ , la chute de potentiel associée aux bulles

calculée à partir de l'équation 5.9 pouvait être de 33 à 41 % plus élevée que celle calculée par les formules traditionnelles.

#### 5.1.4- Discussion sur les modèles existants

Le tableau 5.1 résume les principaux modèles existants pour calculer le rapport des résistivités. Les quatre premières expressions limitent l'influence des bulles à seulement la couche diphasique. Zoric et Solheim (2000) et Vogt et Kleinschrodt (2003) ont montré que l'influence des bulles ne se limitait pas seulement à la couche de bulles, mais agissait sur toute l'épaisseur de la zone interpolaire.

**Tableau 5.1 :** Principales corrélations pour estimer l'augmentation de résistivité engendrée par la présence des bulles sous l'anode.

Modèles	Auteur (s)
$\frac{\rho_{eff}}{\rho_0} = \frac{l_{DAC} - l_B}{l_{DAC}} + \frac{l_B}{l_{DAC}} \left[ (1 - r_\beta)^{3/2} - 1 \right]$	Vogt (1983)
$\frac{\rho_{eff}}{\rho_0} = 1 + \frac{l_B}{l_{DAC}} \left[ (1 - r_\beta)^{3/2} - 1 \right]$	Dorward (1983)
$\frac{\rho_{eff}}{\rho_0} = 1 + \frac{l_B}{l_{DAC}} (1 - r_\beta)^{3/2} \frac{1}{r_\beta}$	Solheim et Thonstad (1986)
$\frac{\rho_{eff}}{\rho_0} = \frac{l_{DAC} - l_B}{l_{DAC}} + \frac{l_B}{l_{DAC}} \left( \frac{1}{1 - \Theta} \right)$	Hyde et Welch (1997)
$\frac{\Delta R}{R_0} = \left( \frac{1}{1 - \Theta} - 1 \right) \left( \frac{l_B}{l_{DAC}} + \frac{1 - \frac{l_B}{l_{DAC}}}{1 + K\sqrt{\Theta} \frac{l_{DAC} - l_B}{R_B}} \right)$	Vogt et Kleinschrodt (2003)

Le calcul du ratio des résistivités à l'aide des équations présentées dans le tableau 5.1 nécessite généralement la connaissance de 3 paramètres: la distance anode-cathode  $l_{DAC}$ , l'épaisseur moyenne de la couche de bulle  $l_B$ , le taux de couverture  $\Theta$  ou la fraction volumique de gaz dans la couche de bulle  $r_B$ . À l'exception du premier, tous les autres paramètres sont reliés à la morphologie de la couche de gaz. Les valeurs de ces paramètres sont très difficiles à obtenir et sont très souvent approximatives, car elles sont obtenues sur des modèles physiques et/ou par méthodes indirectes sur des cuves industrielles. En d'autres mots, ces corrélations ne peuvent reproduire les fluctuations instantanées de voltage.

## **5.2- Résistance engendrée par la présence d'une bulle unique<sup>5</sup>**

### **5.2.1- Résumé**

L'objectif global du travail décrit dans ce chapitre est d'élaborer un modèle mathématique pour calculer l'augmentation de résistance engendrée par la présence de plusieurs bulles sous l'anode. Le modèle électrique prend en entrée les sorties du simulateur de la couche diphasique développé à l'Université du Québec à Chicoutimi depuis 2000. Le simulateur sera décrit brièvement au cours de la prochaine section. Comme le simulateur n'utilise qu'une seule forme de bulle dynamique sous l'anode (*disque arrondi*), il est évident que l'influence de la forme sur la résistance électrique doit être

---

<sup>5</sup> Un article basé sur cette section est sous presse dans le Journal of Applied Electrochemistry, 2006

évaluée a priori pour une bulle individuelle. Dans cette section, l'effet de la forme de la bulle est calculé en utilisant la méthode des éléments finis (MEF). Plusieurs formes de bulle sont étudiées. De plus, l'influence de l'épaisseur du film liquide sur la résistance électrique est aussi évaluée. Les résultats montrent que les influences de la forme de la bulle et la présence du film liquide sont faibles, de l'ordre de 5 % et 2 % respectivement.

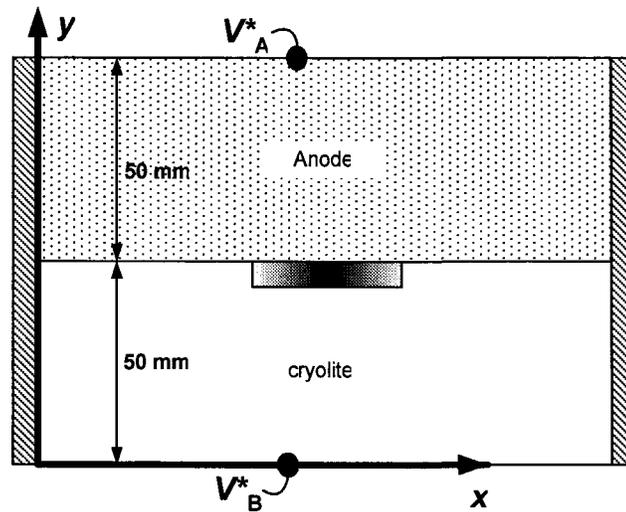
### 5.2.2- Le modèle mathématique

Pour calculer la résistance relative  $R_T / R_0$  induite par la présence des bulles sous l'anode, l'équation de Laplace

$$\nabla^2 V^* = 0 \quad (5.13)$$

est résolue à l'intérieur d'un domaine ayant comme section verticale celle présentée à la figure 5.5. Dans le but d'analyser toutes les différentes formes de bulle, un domaine tridimensionnel est utilisé. Le domaine de calcul est composé de trois zones; l'anode, la cathode et la bulle (représentée numériquement par un trou). Ainsi, les limites du système sont externes et autour de la bulle. Pour les conditions de couplage le long de l'interface anode-électrolyte, la conservation de la charge électrique requiert que la composante normale du vecteur densité de courant soit égale des deux côtés de l'interface. De plus, la composante tangentielle du vecteur champ électrique doit elle aussi être égale à travers l'interface. La distance anode-cathode est fixée à 50 mm tandis que la distance entre le plan équipotentiel ( $y = 100$  mm) et la surface cathodique ( $y = 0$ ) est fixée à 100 mm. Les valeurs

des résistivités de l'anode de carbone et de l'électrolyte sont respectivement de  $0,005 \Omega \text{ cm}$  et  $0,5 \Omega \text{ cm}$  respectivement (Zoric et Solheim (2000)).



**Figure 5.5** : Section transversale du domaine 3D.

L'expression 5.13 est une équation différentielle partielle de type elliptique. Ceci implique que les conditions de frontière sur tout le contour englobant la géométrie du problème doivent être spécifiées pour obtenir une solution. Les plans supérieurs de l'anode et de la cathode sont considérés équipotentiels (conditions de 1<sup>er</sup> ordre)

$$V^*(y = 0) = V_B^* \quad (5.14)$$

$$V^*(y = L) = V_A^* \quad (5.15)$$

Les limites verticales du système et l'interface de la bulle sont considérées isolées

$$\frac{\partial V^*}{\partial n} = 0 \quad (5.16)$$

où  $n$  est la normale aux limites du domaine ou à l'interface de la bulle. La solution de l'équation 5.13 à l'intérieur du domaine présenté à la figure 5.5 a été obtenue à l'aide de la méthode des éléments finis intégrée dans le logiciel Cosmos<sup>®</sup>. Pour étudier l'effet de la forme des bulles, un maillage comprenant 60 000 à 80 000 éléments en forme de tétraèdres est utilisé. La longueur caractéristique des éléments était plus petite que 3 mm. Pour quantifier l'effet de la présence du film sur la résistance, un contrôle d'élément a été utilisé à l'intérieur du film. La longueur caractéristique était plus petite que 0,1 mm.

Plusieurs calculs de la résistance relative  $R_T / R_0$  ont été réalisés avec une surface anodique équipotentielle (Vogt et Kleinschrodt (2003)). En d'autres mots, la distance entre les limites supérieure et inférieure a été réduite à 5 cm. La résistance relative calculée à l'intérieur de ces deux différents domaines s'est avérée presque identique. Ceci est explicable par le fait que le ratio des résistivités de l'électrolyte sur l'anode est élevé. Dans cette situation (domaine réduit), les résultats obtenus ont montré aussi des maxima proches du contour de l'interface de la bulle.

Le courant généré par une différence de potentiel à travers le domaine comprenant une bulle est donné par

$$I_T = \int_A idA = \sum_{n=1}^N i_n dA_n \quad (5.17)$$

où  $A$  est l'aire de la surface cathodique,  $N$  le nombre d'élément sur cette même surface et  $i_n$  et  $dA_n$  sont la densité de courant et l'aire du  $n^{\text{ième}}$  élément de la surface cathodique respectivement. La résistance relative est évidemment indépendante de l'ordre des conditions à la frontière, donc

$$\frac{R_T}{R_0} = \frac{V_T^*}{V_0^*} \Big|_{I=cte} = \frac{I_0}{I_T} \Big|_{V^*=cte} \quad (5.18)$$

Il est clair que ce modèle néglige quelques phénomènes. Le modèle calcule seulement la distribution primaire de courant. L'ajout du potentiel d'activation tendrait à uniformiser la distribution de courant autour de la bulle. Il assume une cathode non déformable et une forme de bulle régulière et bien définie. Il néglige aussi l'effet de la convection sur le transport des ions de sodium. En d'autres mots, le domaine est assumé homogène et isotropique. Cependant, dans ce travail, les résultats sont présentés sous une forme relative qui emphase le rôle des bulles sur la résistance totale de l'électrolyte.

### 5.2.3- Résultats et discussion

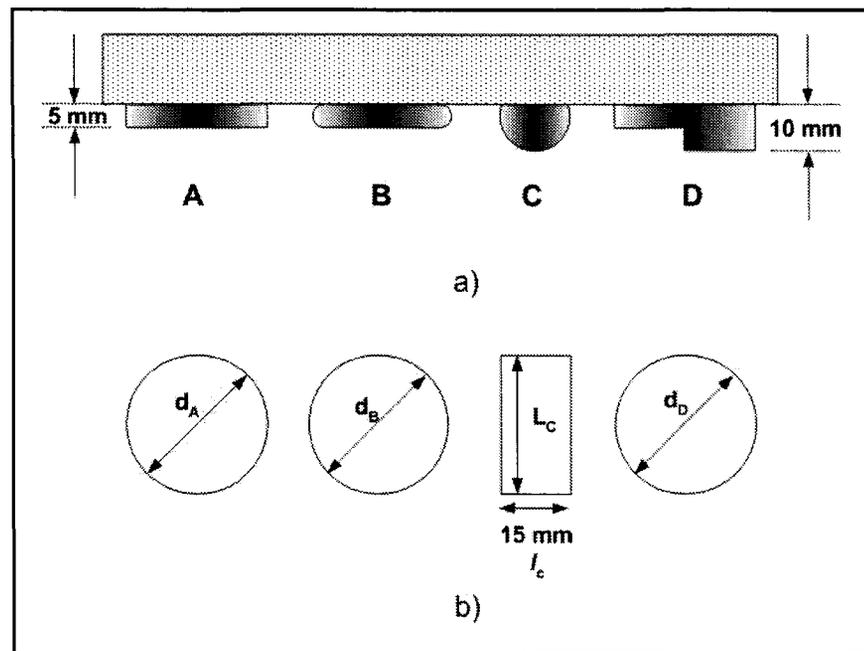
Dans cette section, l'effet de la forme de la bulle sur la résistance électrique engendrée est étudié. De plus, l'influence de l'épaisseur du film liquide sur la résistance est aussi évaluée.

### 5.2.3.1- Influence de la forme de la bulle

La forme dynamique d'une bulle dépend des forces qui agissent sur elle. Dans un système où le mouvement est uniquement provoqué par la gravité, Perron et al. (2005) ont montré qu'il peut exister deux régimes de mouvement d'une bulle initialement attachée à la surface solide : le mouvement rampant et la bulle sur le film liquide. Dans le premier cas, le mouvement est contrôlé par les forces de tension superficielle (liée au mouvement de la ligne triple), de viscosité et de poussée d'Archimède. Cependant, dans une cuve industrielle, la poussée d'Archimède n'est pas la seule force qui accélère la bulle, c.-à-d. la force de traînée due à la convection de l'électrolyte tend aussi à accélérer la bulle. La distance parcourue par une bulle dans le régime rampant est très courte dans le cas d'une cuve réelle. Conséquemment dans ce travail, la forme caractéristique de la bulle correspondante au régime rampant n'est pas étudiée dans ce travail. Le mouvement des bulles ayant un volume de quelques  $\text{cm}^3$  dans le régime de mouillage complet est principalement contrôlé par inertie. La forme dynamique de ces bulles dépend principalement du volume, de l'inclinaison de la surface et des propriétés physiques du liquide.

Les formes des bulles étudiées dans cette section sont basées sur des observations en laboratoire (chapitre 2) et sur le travail de Fortin et al. (1984) qui a observé la forme dynamique des grandes bulles. Toutes les formes dynamiques des bulles utilisées dans ce travail incluant celle de Fortin et al. (1984) ont été observées dans un système diphasique air-eau. Au chapitre 2, il a été montré que le mouvement d'une bulle sous une surface

légèrement inclinée peut être décrit à l'aide de trois paramètres adimensionnels tel que les nombres de Bond et de Morton et l'angle d'inclinaison, et le nombre de Reynolds comme variable dépendante. Si les propriétés physiques de la phase dispersée sont négligées, alors le nombre de Morton caractérise uniquement la phase continue. Les valeurs de  $Mo$  pour l'eau à 20°C et la cryolite sous des conditions normales d'opération sont respectivement de  $2,59 \times 10^{-11}$  et de  $9,46 \times 10^{-11}$ . Donc, il peut être assumé que les formes dynamiques des bulles observées dans l'eau peuvent exister dans une cuve réelle d'électrolyse. Ce fait pourrait expliquer la similarité entre les mesures de Haupin (1971) effectuées dans une cuve réelle et les formes de bulle observées par Fortin et al. (1984) dans un modèle à eau.



**Figure 5.6 :** Formes des bulles utilisées dans ce travail. a) vue latérale, b) vue de haut.

Les quatre formes de bulles étudiées sont présentées à la figure 5.6. Le volume de la bulle A est donné par

$$V_A = \frac{\pi d_A^2}{4} h_A \quad (5.19)$$

où  $h_A$  est la profondeur de la bulle et sa valeur est de 5 mm (Zoric et Solheim (2000)). La bulle A n'est pas observée dans la réalité. Cette forme simpliste est utilisée pour les calculs. La forme A est appelée disque circulaire. Bien que la bulle B ait été observée expérimentalement dans certaines conditions pour des volumes et inclinaisons faibles, la raison principale d'étudier cette forme est que le simulateur de la couche gazeuse utilise uniquement celle-ci pour les bulles en mouvement sous l'anode. Le volume de la bulle B est donné par

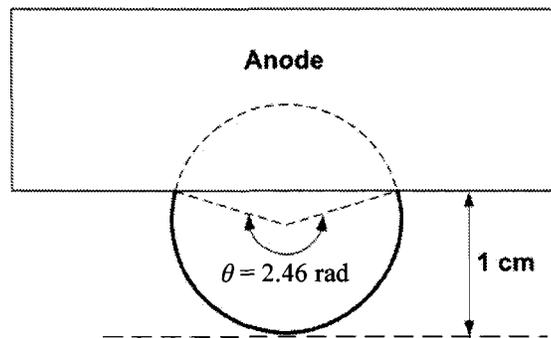
$$V_B = \pi h_B \left( \frac{d_B^2}{4} - \frac{h_B d_B}{4} + \frac{h_B}{6} \right) \quad (5.20)$$

où  $h_B = h_A$ . La profondeur de ces bulles est aussi fixée à 5 mm. Cette forme de bulle est appelée *disque arrondi*. Lorsque le volume est augmenté, les bulles deviennent plus déformables et la profondeur des bulles sous des effets dynamiques peut atteindre une profondeur plus grande de 5 mm. Cette augmentation de profondeur est créée par une perturbation (saut hydraulique) se propageant à la même vitesse que la bulle. Ce phénomène a été observé indirectement par Haupin (1971). Les formes C et D tiennent compte de cette déformation. La première forme a été observée au cours des travaux du chapitre 2 pour des volumes de bulles situés entre 5 cm<sup>3</sup> et 15 cm<sup>3</sup>. La longueur des bulles C dans la direction du mouvement  $l_c$  est plus ou moins constante à 15 mm indépendamment du volume. La longueur de la bulle dans la direction perpendiculaire au mouvement  $L_c$

augmente avec le volume. La profondeur maximale de la bulle est considérée constante à 10 mm. Le volume de la bulle C est donné par

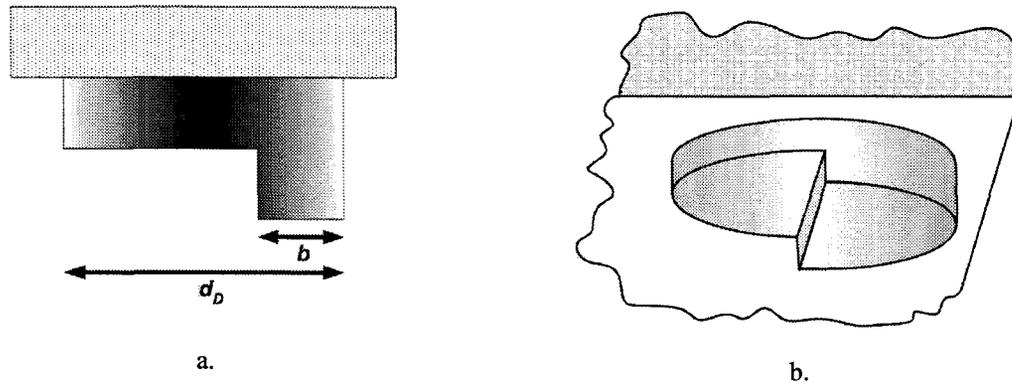
$$V_c = \frac{l_c^2 L_c}{2} \left[ \pi - \frac{(\theta - \sin \theta)}{2} \right] \quad (5.21)$$

où  $l_c = 1,5$  cm et  $\theta = 2,46$  radians sont définis à la figure 5.7.



**Figure 5.7 :** Définition de  $\theta$  utilisé pour décrire la bulle de forme C.

De là, la bulle C est appelée *cylindre tronqué*. Lorsque le volume est augmenté, la longueur de la bulle dans la direction du mouvement augmente et la forme bien connue de Fortin et al. (1984) est obtenue. La profondeur de la partie avant atteint 10 mm tandis que la profondeur de la partie arrière demeure constante à 5 mm.. Le rapport  $r = b/d_D$  est défini à la figure 5.8



**Figure 5.8 :** Bulle de forme D (Fortin et al. (1984)) : (a) vue latérale, (b) vue de dessus

Trois différentes valeurs du rapport  $r$  telles que  $1/4$ ,  $1/3$  et  $1/2$  ont été utilisées. Le volume de la forme D est donné par

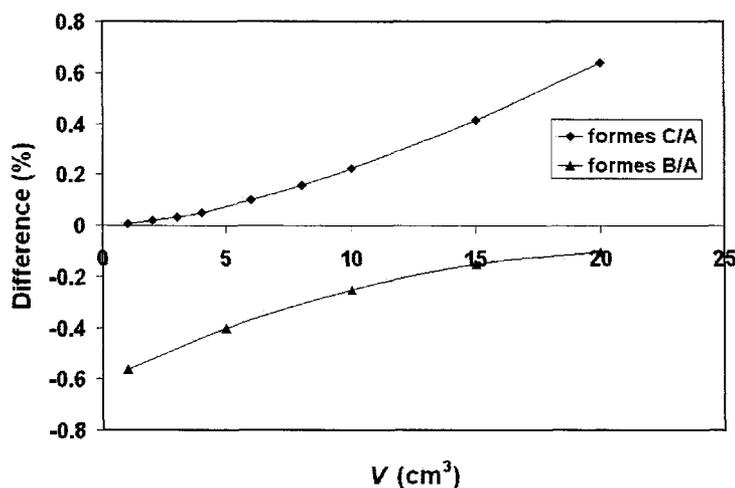
$$V_D^* = \frac{d_D^2 h_D}{8} \left[ \pi + \cos^{-1}(1 - 2r) - \frac{1}{2} \sin(2 \cos^{-1}(1 - 2r)) \right] \quad (5.22)$$

Dans les lignes suivantes, l'influence de la forme de la bulle sur la résistance électrique est présentée pour toutes les formes de bulle introduites à la figure 5.6. Le volume des bulles est divisé en deux groupes : les *bulles intermédiaires* avec un volume plus petit que  $20 \text{ cm}^3$  et celles ayant un volume situé entre  $20$  et  $80 \text{ cm}^3$  sont appelées *macro-bulles*. Le premier groupe inclut le *disque arrondi* et le *cylindre tronqué* tandis que le dernier contient uniquement la forme de Fortin et al. (1984). Tous les résultats sont présentés sous une forme relative en utilisant la bulle A (*disque circulaire*) comme cas de référence. Par exemple, la différence présentée aux figures 5.9 et 5.10 sur l'axe des  $y$  est définie par

$$difference = \left[ \frac{\frac{R_T}{R_0} \Big|_{DC} - \frac{R_T}{R_0} \Big|_{BE}}{\frac{R_T}{R_0} \Big|_{DC}} \right] * 100 = \left[ \frac{R_T \Big|_{DC} - R_T \Big|_{BE}}{R_T \Big|_{DC}} \right] * 100 \quad (5.23)$$

où *DC* et *BE* représentent respectivement la bulle de forme *Disque Circulaire* et la *Bulle Étudiée* (*disque arrondi, cylindre tronqué* et la forme de Fortin).

La figure 5.9 montre l'influence de la forme de la bulle sur la résistance électrique pour les *bulles intermédiaires*.



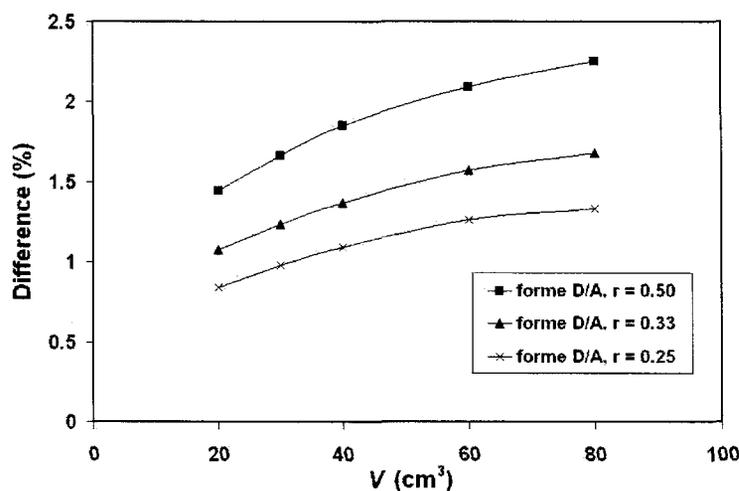
**Figure 5.9 :** Différence de résistance électrique engendrée entre les bulles de forme *disque arrondi* et *cylindre tronqué* en fonction du volume pour les *bulles intermédiaires*. Le base de comparaison (cas de référence) est la forme du *disque circulaire* (forme A).

La différence entre le *disque circulaire* (forme A) et le *disque arrondi* (forme B) a été calculée à un facteur de couverture bas pour s'assurer qu'il n'y ait pas d'interaction entre la bulle et les limites du domaine de calcul. Le taux ou facteur de couverture est défini par

$$\Theta = \frac{A_p}{A_a} \quad (5.24)$$

où  $A_p$  est l'aire projetée de la bulle sur la surface anodique et  $A_a$  est l'aire de l'anode. La différence entre le *disque circulaire* et le *cylindre tronqué* (forme C) a été évaluée sur une surface constante de  $40 \times 40 \text{ cm}^2$ . La différence augmente avec le volume pour le *cylindre tronqué* (courbe supérieure) tandis qu'elle diminue pour le *disque arrondi*. Pour le premier cas (*cylindre tronqué* versus *disque circulaire*), l'augmentation de la différence de résistance électrique ne peut être attribuée au taux de couverture parce que pour les deux bulles, il augmente proportionnellement avec le volume de la bulle. L'augmentation de la différence peut être expliquée par le fait que le *disque circulaire* provoque une déformation plus marquée et tridimensionnelle du champ électrique que le *cylindre tronqué* lorsque le volume de la bulle augmente. Pour ce dernier, les perturbations des lignes de courant restent les mêmes lorsque l'augmentation du volume est réalisée par une élongation linéaire. Pour le deuxième cas (*disque arrondi* versus *disque circulaire*), la différence est principalement causée par la forme des extrémités. L'importance de la contribution des extrémités diminue avec le volume. Alors, la différence entre les deux formes de bulle diminue avec le volume. Ces premiers résultats obtenus montrent que pour le groupe de *bulles intermédiaires* ( $V < 20 \text{ cm}^3$ ) et pour un même volume de gaz, l'erreur causée en utilisant des *disques circulaires* (forme A) au lieu des *cylindres tronqués* (forme C) pour calculer l'augmentation de résistance électrique est plus petite que 0,7 %. De plus, la différence entre le *disque circulaire* et le *disque arrondi* (forme B) est négligeable.

La figure 5.10 montre la différence de résistance électrique pour les macro-bulles, c.-à-d. des volumes de bulle compris entre  $20 \text{ cm}^3$  à  $80 \text{ cm}^3$ . Les calculs numériques ont été effectués avec des taux de couverture de 10 % basés sur le *disque circulaire* pour éviter les effets de paroi. La différence présentée sur ce graphique est aussi définie par l'équation 5.23 mais avec la forme de Fortin et al. (1984) comme «*Bulle Étudiée*».



**Figure 5.10 :** Différence de résistance relative engendrée par la présence des *macro-bulles*.

Premièrement, les valeurs de la différence sont un ordre de grandeur plus élevé que celles présentées à la figure 5.9 concernant les *bulles intermédiaires*. Deuxièmement, l'influence du rapport géométrique  $r$  sur la différence de résistance est claire et intéressante. Il nous permet de comparer la contribution des deux phénomènes responsables de l'augmentation de la résistance électrique lorsqu'une bulle est présente : l'effet d'écran et la déformation des lignes de courant sous la bulle. Pour une valeur de volume donnée, la différence entre le

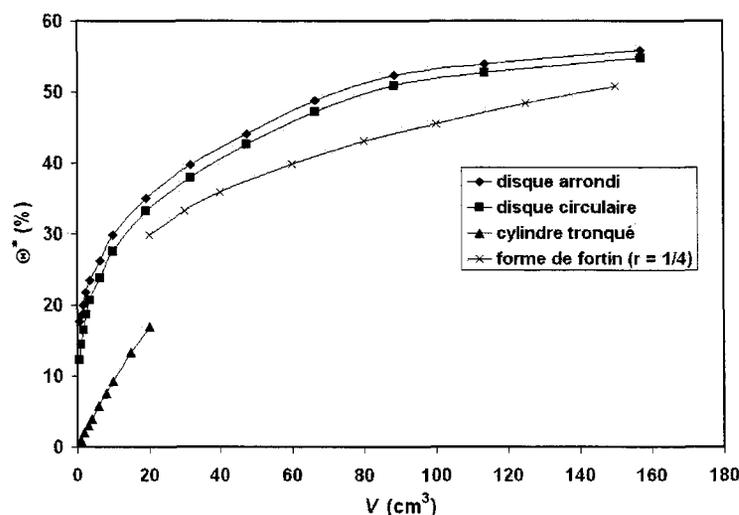
*disque circulaire* et la forme de Fortin est positive et elle augmente lorsque  $r$  augmente. Ces deux constats montrent l'importance de l'effet d'écran comparé à la perturbation des lignes de courant parce que lorsque le rapport géométrique augmente, le taux de couverture diminue. En d'autres mots, la résistance électrique totale  $R_T$  ou la résistance relative  $R_T / R_0$  due à la présence d'une bulle de Fortin diminue lorsque  $r$  augmente. De plus, pour les trois courbes présentées à la figure 5.10, la différence de résistance augmente légèrement avec le volume de la bulle. C'est aussi un résultat très intéressant, car pour un même taux de couverture, les grosses bulles provoquent une résistance électrique plus élevée que les bulles de petite taille. Ce dernier constat reflète directement la déformation du champ électrique sous la bulle. En d'autres mots, une grosse bulle déforme plus le champ électrique qu'une plus petite bulle à un même taux de couverture. La dernière conclusion assez simple peut être très importante en termes d'influence de la morphologie de la couche gazeuse sur la résistance totale de l'électrolyte due à la présence d'un ensemble de bulles sous l'anode.

Pour résumer, les résultats précédents montrent que pour un même volume de gaz, l'utilisation d'un *disque circulaire* au lieu d'une bulle ayant la forme de Fortin pour calculer l'augmentation de la résistance électrique surestime cette dernière par moins de 2 % pour les macro-bulles.

Les derniers paragraphes (calcul de la résistance relative à faibles taux de couverture) sont utiles pour comprendre le rôle des deux principales contributions à

l'augmentation de la résistance électrique lorsque qu'une bulle est présente sous la surface anodique : l'effet d'écran et la déformation des lignes de courant sous la bulle. Cependant, une question subsiste : quelle est la meilleure configuration géométrique pour calculer l'effet de la forme de la bulle sur la résistance électrique : est-ce la situation dans laquelle le volume de gaz est conservé ou lorsque la valeur du taux de couverture est maintenue constante ? Il doit être gardé à l'esprit que, dans un électrolyte sans bulle, les lignes de courant sont verticales (avec les hypothèses précédentes). La présence d'une bulle déforme le champ électrique et ainsi, une composante horizontale de ce champ est créée dans l'environnement de celle-ci. Loin de la bulle, le champ électrique est homogène et les lignes de courant sont toutes verticales. Dans le but de caractériser la taille du domaine influencé par la bulle, une région perturbée (canal de conduction) de section  $A^*$  est associée à chaque bulle. La forme de la section de ces canaux de conduction dans les cas des bulles A, B et D est circulaire tandis qu'elle est rectangulaire pour les bulles C. Dans cette étude, les limites de la zone perturbée sont déterminées lorsque la composante horizontale de la densité de courant égale à 2 % la valeur nominale de cette dernière en utilisant les solutions numériques. Pour l'évaluation de l'influence de la forme de la bulle, l'augmentation de la résistance électrique causée par un certain volume de gaz d'une forme spécifique (A à D) à l'intérieur de son canal de conduction est proposée. La section  $A^*$  du canal de conduction dépend du volume ainsi que de la forme du volume de gaz. La figure 5.11 montre la variation du taux de couverture  $\Theta^*$  pour les canaux de conduction avec une section  $A^*$  en fonction du volume des bulles pour les différentes formes étudiées dans ce travail. Pour la forme de Fortin, seulement la valeur de  $r = 0,25$  est utilisée parce qu'elle est la plus

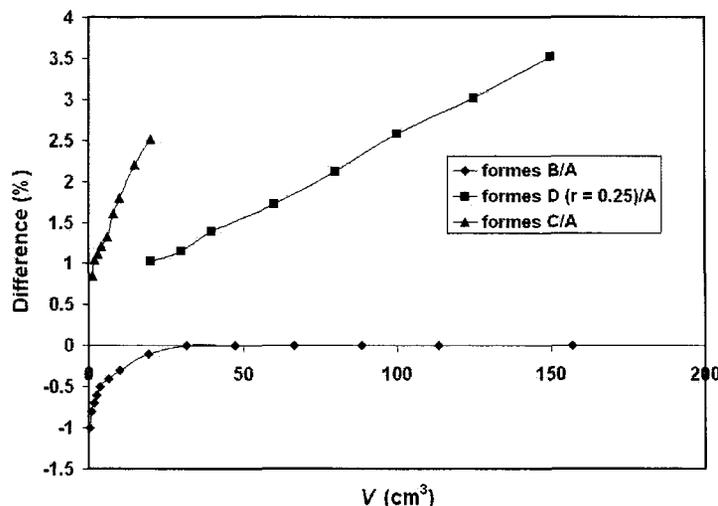
vraisemblable. En effet, les deux autres valeurs de  $r$  impliqueraient qu'il y aurait une variation de pression à l'intérieur de la bulle. Il peut être observé à partir de la figure 5.11 que la valeur du taux de couverture à l'intérieur d'un canal de conduction peut atteindre des valeurs aussi élevées que 50 %.



**Figure 5.11 :** Taux de couverture des canaux de conduction en fonction du volume des bulles pour les différentes formes de bulle étudiées dans ce travail.

La différence de résistance électrique relative (équation 5.23) pour les différentes formes de bulle comparées au *disque circulaire* (comme référence) en fonction du volume des bulles est présentée à la figure 5.12. La tendance des courbes est la même que celles présentées précédemment (calculées à de faibles taux de couverture) avec des valeurs de la différence relative légèrement plus élevées. Si les résultats concernant la forme de Fortin sont extrapolés, la différence peut atteindre 5 % pour de très gros volumes de bulle ( $V \sim 200 \text{ cm}^3$ ). D'après les interprétations de Richards et al. (2003) de mesures directes sur

des cuves industrielles, ces dernières valeurs de volume de gaz peuvent seulement être obtenues sous des anodes «neuves» (coins droits et semelle horizontale).



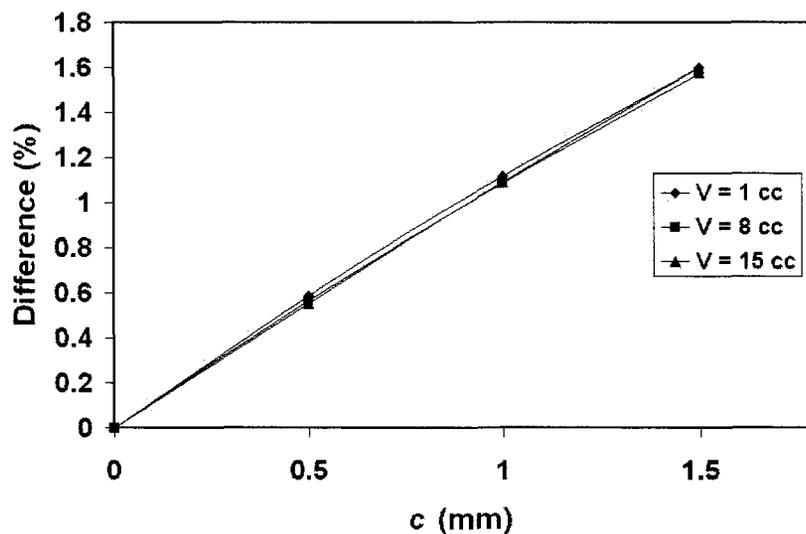
**Figure 5.12 :** Différence de la résistance relative entre les différentes formes de bulle comparées au *disque circulaire* (comme référence) en fonction du volume des bulles.

Avec cette approche de caractérisation de l'influence de la forme des bulles sur la résistance électrique calculée dans la zone perturbée, les conclusions précédentes sont encore valides.

### 5.2.3.2- Influence de la présence du film liquide

Dans les lignes qui suivent, l'effet de l'épaisseur  $c$  du film liquide sur la résistance électrique est évalué. Au chapitre 3, un capteur à fibres optiques a été développé pour mesurer l'épaisseur du film liquide. Comme l'utilisation du capteur dans une cuve réelle est impossible, l'épaisseur maximale de ce dernier a été fixée à 1,5 mm. Plusieurs calculs ont

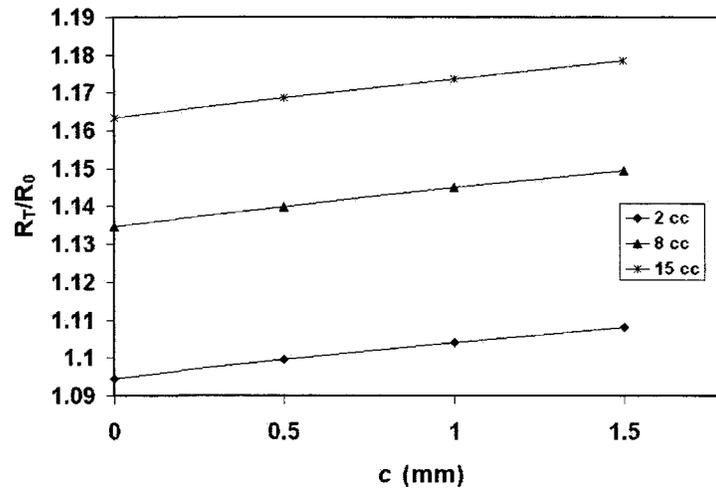
été réalisés avec différents volumes et différentes formes de bulle. La figure 5.13 montre les résultats obtenus pour une bulle en forme de *disque circulaire* pour trois volumes différents. Les calculs ont été réalisés à un taux de couverture de 30 %.



**Figure 5.13 :** Influence de l'épaisseur  $c$  du film liquide pour une bulle en forme de *disque circulaire* pour trois différents volumes.

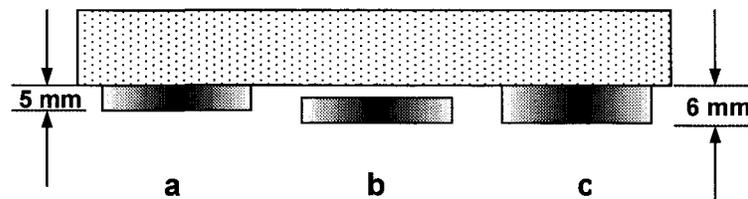
La différence de résistance électrique présentée à la figure 5.13 a la même forme que celle décrite par l'équation 5.23 mais la situation de référence est fixée lorsque l'épaisseur du film est nulle (le gaz est en contact direct avec la surface anodique). Le graphique montre que l'influence de l'épaisseur du film liquide sur l'augmentation de résistance est indépendante du volume des bulles et qu'elle augmente linéairement avec l'épaisseur. Les résultats présentés sont représentatifs de l'ensemble de tous les calculs réalisés. Ainsi, l'influence du film est plus petite que 2 % sur la résistance électrique.

Un fait intéressant (présenté à la figure 5.14) est que la résistance électrique relative augmente avec l'épaisseur. Les résultats pour trois différentes bulles sont présentés (2, 8 et 15 cm<sup>3</sup>). La forme de bulle utilisée est le *disque circulaire* et le taux de couverture est fixé à 35 %.



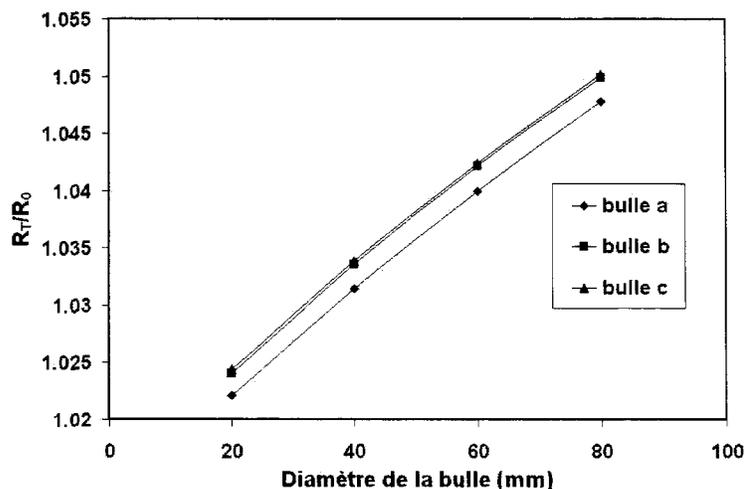
**Figure 5.14 :** Augmentation de la résistance électrique relative due à la présence du film liquide.

Pour comprendre ce phénomène, plusieurs calculs ont été réalisés avec une bulle en forme de *disque circulaire* pour quatre différents diamètres. Les géométries utilisées sont montrées à la figure 5.15.



**Figure 5.15 :** Différentes géométries utilisées.

La bulle *a* a une épaisseur de 5 mm et est attachée sous la surface. Dans la situation du centre, cette même bulle glisse sur un film liquide de 1 mm. La bulle *c* a une épaisseur de 6 mm et est attachée sous la surface. La distance anode-cathode est maintenue constante à 5 cm pour les trois situations. La résistance électrique relative a été calculée pour ces trois différentes situations en fonction du volume des bulles. Les résultats sont présentés à la figure 5.16. Les résultats de la figure 5.16 montrent que la résistance causée par la présence des bulles *b* et *c* est presque la même. Ainsi, l'augmentation de la résistance électrique avec l'épaisseur du film liquide est principalement due à une déformation plus profonde des lignes de courant. La contribution de la faible augmentation de surface conductrice causée par la présence du film liquide (situation *b*) est négligeable comparée à la déviation des lignes de courants dans la zone sous la bulle.



**Figure 5.16 :** Résistances électriques relatives calculées pour les différentes situations présentées à la figure 5.15 en fonction du diamètre des bulles.

### 5.2.4- Conclusions

Dans cette section, l'influence de la forme des bulles sur la résistance électrique relative a été évaluée par une MEF. Quatre formes différentes ont été étudiées. Trois de ces formes sont des formes observées en laboratoire. Le volume des bulles a été varié de 2 cm<sup>3</sup> à 150 cm<sup>3</sup>. L'influence du film liquide a aussi été investiguée. Les résultats ont montré que l'effet de la forme de la bulle pour un même volume de gaz sur la résistance électrique totale calculée à l'intérieur de la zone perturbée (tube de conduction électrique) est inférieur à 5 %. Les résultats de cette section confirment les conclusions de Hyde et Welch (1997) qui ont montré que l'effet de la forme des bulles, pour un même volume de gaz, est faible. De plus, l'utilisation de différentes tailles de domaine de calcul a permis d'améliorer la compréhension du rôle des deux phénomènes menant à l'augmentation de la résistance électrique lorsque qu'une bulle est présente sous l'anode. L'influence de la présence du film liquide sur l'augmentation de résistance électrique a aussi été étudiée. L'épaisseur du film a été variée jusqu'à 1,5 mm. L'effet du film liquide sur la résistance électrique totale a lui aussi été trouvé négligeable avec une valeur de moins 2 %.

## 5.3- Résistance électrique engendrée par un ensemble de bulles<sup>6</sup>

### 5.3.1- Résumé

Dans cette section, un modèle mathématique pour calculer la résistance totale de l'électrolyte à partir des sorties du simulateur a été développé. Le modèle tient compte de la

---

<sup>6</sup> Un article basé sur cette section est sous presse dans le Journal of Applied Electrochemistry, 2006

morphologie de la couche gazeuse (position, taille et forme de chaque bulle). Le modèle a été comparé à un logiciel basé sur la méthode des éléments finis (MEF) dans plusieurs situations réelles et hypothétiques. L'accord entre le modèle développé et la MEF est très bon. La différence entre les deux méthodes est de 5 % à un taux de couverture de 50 %. De plus, les calculs préliminaires montrent que la résistance engendrée par les bulles dépend fortement de la distribution de taille des bulles même à une valeur de taux de couverture constant.

### **5.3.2- Le simulateur de la couche gazeuse**

Avant d'entreprendre la description du modèle mathématique, il est nécessaire de décrire brièvement le simulateur de la couche gazeuse développé par Kiss et al. (2002, 2005) étant donné que les sorties de celui-ci sont les données d'entrée du modèle mathématique qui calcul la résistance électrique due à la présence des bulles sous l'anode. Il existe plusieurs méthodes pour calculer l'écoulement dans l'électrolyte engendré par les bulles. La dynamique des fluides numériques (CFD en anglais) a été utilisée par plusieurs auteurs (voir chapitre 1). La géométrie d'une cuve d'électrolyse suggère l'utilisation d'un modèle à fluides séparés. Bien que plusieurs auteurs tels que Purdie et al. (1993), Haarberg et al. (1998) et Bech et al. (2001) aient utilisé un sous-modèle euler-lagrange, la validité de son utilisation est questionnable dans la situation d'une cuve compte tenu de la forte fraction volumique de gaz en dessous de l'anode et de la présence de grandes bulles non sphériques (Kleinstreuer (2004)). L'utilisation d'un modèle euler-euler est plus souhaitable.

Dans ce sous-modèle, chaque phase (gaz et liquide) a son propre système d'équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie) et l'interaction entre ces deux phases est caractérisée par des conditions de saut aux interfaces. Des modèles de turbulence différents peuvent être utilisés pour chacune des phases. Les distributions de vitesse, de température, de concentration des espèces et d'intensité de turbulence dans l'électrolyte sont des sorties des modèles euler-euler. Par contre, la moyenne en espace utilisée pour résoudre les équations enlève l'identité «bulle» pour la remplacer par une fraction volumique de gaz. La difficulté majeure rencontrée avec ce type de modèle pour calculer la résistance électrique totale de l'électrolyte est de relier la fraction volumique de gaz à un taux de couverture équivalent. En d'autres mots, la morphologie de la couche de bulle n'est pas connue.

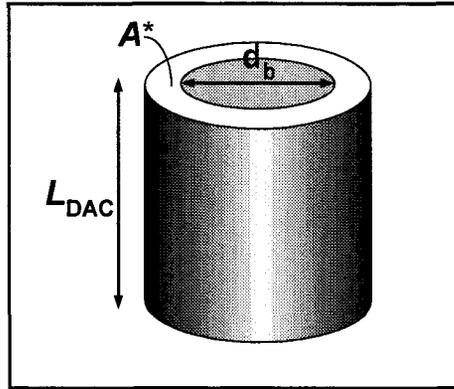
Kiss et al. (2002, 2005) ont développé un simulateur de la couche gazeuse lagrangien. Le modèle suit chaque bulle à partir de sa germination jusqu'à sa sortie via la surface libre située au-dessus du canal latéral. Le simulateur tient compte des phénomènes de coalescence entre les bulles. À chaque pas de temps, l'interaction entre les phases est calculée en résolvant plusieurs bilans de quantité de mouvement. Bien que plusieurs hypothèses et simplifications ont été faites, comme l'utilisation d'une seule vitesse de bain en dessous de l'anode et le simulateur ne tient pas compte de la turbulence, le simulateur donne des résultats en très bon accord avec les données industrielles et les modèles à eau (Kiss et al. (2005), Poncsák et al. (2006)). Avec cette approche unique, la morphologie (position et taille de chaque bulle) de la couche diphasique est connue à chaque pas de

temps. Pour les bulles en mouvement sous l'anode, le simulateur utilise seulement la forme de bulle *disque arrondi*. La section précédente a montré que la forme de la bulle et l'existence d'un film liquide n'ont presque pas d'importance sur la résistance électrique engendrée. C'est le volume des bulles qui est le facteur déterminant. Ainsi, un modèle mathématique pour calculer la résistance électrique totale est développé à partir des sorties morphologiques du simulateur. Pour des raisons de simplicité géométrique, le *disque circulaire* (forme A, figure 5.6) est utilisé lors du développement et la validation du modèle mathématique proposé dans cette section. Le volume de ces bulles est donné par la relation 5.19.

### 5.3.3- Développement du modèle mathématique

Premièrement, pour évaluer la résistance de l'électrolyte avec les bulles, l'espace interélectrode est décomposé en une multitude de canaux verticaux de conduction (introduits précédemment) contenant une bulle d'un diamètre  $d_b$  au centre. Cette méthode de décomposition de l'espace en sous-domaines est inspirée de la méthode des flux parallèles utilisée en transfert de chaleur dans les milieux granulaires. Un canal de conduction typique est montré à la figure 5.17. Le diamètre de ce canal  $d^*$  égal au diamètre de la zone perturbée causée par la présence de la bulle dans le champ électrique. Comme nous l'avons mentionné précédemment, pour un électrolyte considéré isotropique sans bulle, les lignes de courant sont verticales. Parce que les bulles déforment ces lignes, une composante horizontale du champ électrique est créée. Les limites de la zone perturbée

sont définies lorsque la composante horizontale égale 2 % de la valeur nominale de la densité de courant.



**Figure 5.17 :** Canal vertical parallèle. La bulle est située au centre du canal.

La zone perturbée relative  $p_n$  pour chaque bulle  $n$  est définie par

$$p_n = \frac{d_n^*}{d_{b,n}} \quad (5.25)$$

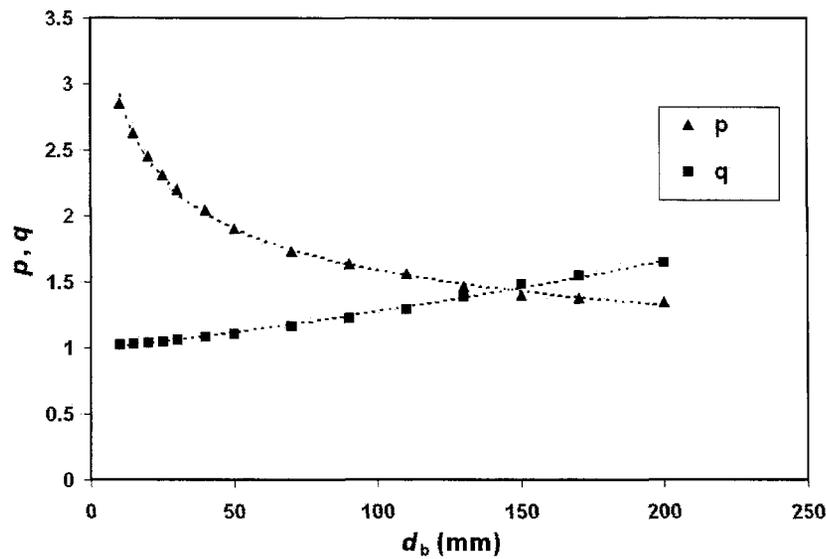
où  $d_n^*$  est le diamètre de la zone perturbée. L'aire de la section horizontale du canal pour la bulle  $n$  est donnée par

$$A_n^* = \frac{\pi}{4} (pd_b)_n^2 \quad (5.26)$$

Deuxièmement, la résistance électrique relative  $q_n$  causée par la présence de la bulle  $n$  dans son propre canal est donnée par

$$q_n = \left( \frac{R_T^*}{R_0^*} \right)_n \quad (5.27)$$

où  $R_0^*$  est la résistance du canal sans la bulle. Les valeurs de ces deux inconnus ( $p_n$  et  $q_n$ ) sont montrées à la figure 5.18 en fonction du diamètre des bulles. Les valeurs présentées sur ce graphique sont calculées avec la MEF décrite à la section précédente de ce chapitre. Pour obtenir une bonne précision de la zone perturbée, un contrôle de maillage a été utilisé le long de l'interface de la bulle.



**Figure 5.18 :** Valeurs des coefficients  $p_n$  et  $q_n$  en fonction du diamètre des bulles.

Les coefficients  $p_n$  et  $q_n$  sont donnés avec une très bonne précision ( $R^2 \geq 0.995$ ) par respectivement

$$p_n = 5.3518(d_b)_n^{-0.2634} \quad (5.28)$$

et

$$q_n = 0.9797e^{0.0026 \cdot d_{b,n}} \quad (5.29)$$

où  $d_b$  est exprimé en mm. La résistance totale du canal  $n$  est donnée par

$$R_{T,n}^* = q_n R_{0,n}^* = 4q_n \left( \frac{L_{ACD}}{\kappa_0 \pi (pd_b)_n^2} \right). \quad (5.30)$$

L'aire  $A_0^j$  est définie par

$$A_0^j = A_a - A_p^j = A_a - \sum_{n=1}^{N(j)} \left( \frac{\pi}{4} (pd_b)_n^2 \right) \quad (5.31)$$

où  $A_a$  est l'aire de l'anode et  $A_p^j$  est l'aire perturbée totale et  $N(j)$  est le nombre total de bulles au temps  $j$ . En sommant parallèlement toutes les résistances induites par la présence des bulles et la résistance de l'électrolyte sans bulle, la résistance totale de la zone interélectrode est donnée par

$$R_T^j = \frac{1}{\frac{\kappa_0 A_0^j}{L_{ACD}} + \sum_{n=1}^{N(j)} \left( \frac{\pi \kappa_0 (pd_b)_n^2}{4q_n L_{ACD}} \right)} \quad (5.32)$$

L'équation 5.32 peut aussi être réécrite sous une forme relative en divisant chaque côté par

$R_0$  ;

$$\frac{R_T^j}{R_0} = \frac{A_a}{A_0^j + \sum_{n=1}^{N(j)} \left( \frac{\pi (pd_B)_n^2}{4q_n} \right)} \quad (5.33)$$

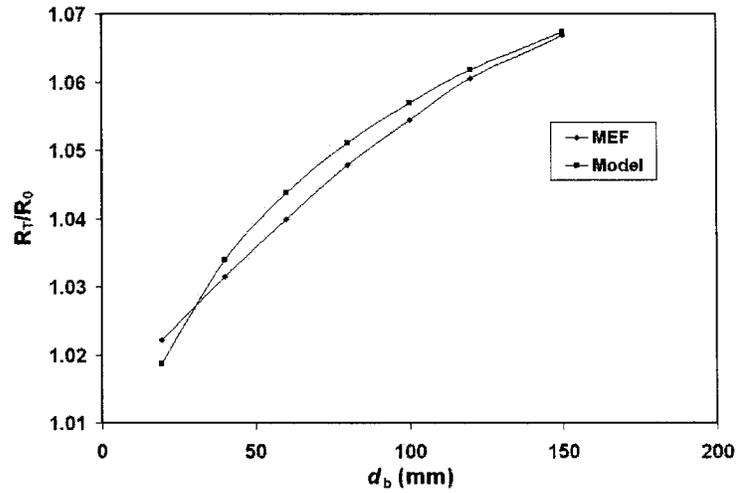
La sommation dans le dénominateur de l'équation 5.33 représente la contribution des canaux de conduction, associés aux bulles individuelles, à la résistance totale de l'électrolyte indépendamment de la taille de l'anode. Le terme  $A_0^j$  tient compte de la taille de l'anode. À des taux de couverture plus petit que  $\sim 35\%$ , l'aire de l'anode est plus grande que la zone perturbée  $A_p^j$ . Cependant, à des taux de couverture élevés, la zone perturbée calculée de cette manière peut devenir plus grande que l'aire de l'anode. Cet excès de surface de conduction virtuel est principalement le résultat du chevauchement entre les canaux de conduction. La taille de cette surface dépend de la distribution de taille des bulles, de leur nombre et de leur position. Cet excès de surface de conduction virtuel, donné par l'équation 5.31, doit être soustrait de l'aire totale perturbée dans le but d'obtenir une valeur de résistance relative avec l'aire réelle de l'anode. Cette soustraction est permise compte tenu du fait que dans quelques paragraphes, il sera montré que le chevauchement ou la superposition des canaux n'engendre pas de résistance additionnelle jusqu'à ce qu'une distance limite entre les bulles soit atteinte. Ainsi, l'équation 5.33 est utilisée pour calculer la résistance relative de l'électrolyte pour toutes les valeurs du taux de couverture.

Dans cette section, un modèle mathématique pour évaluer la résistance électrique totale de l'électrolyte a été développé. Le modèle considère une multitude de canaux verticaux liés en parallèle. Au cours de la prochaine section, la validité du modèle est investiguée.

### 5.3.4- Validation du modèle et discussion

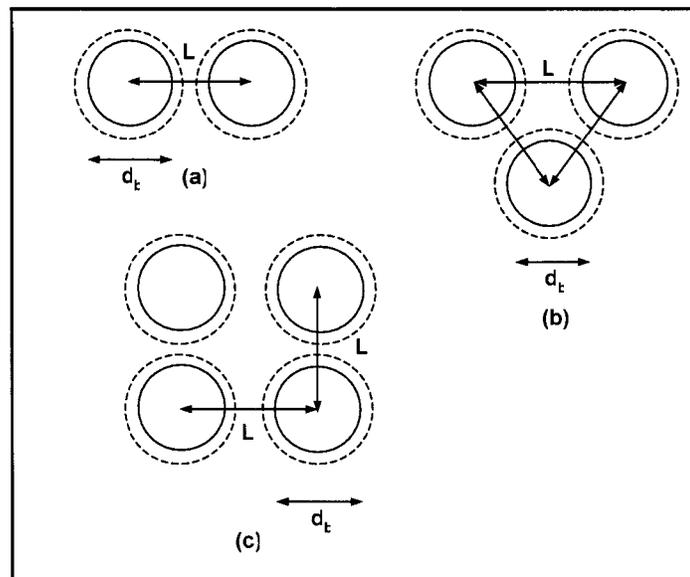
Pour valider le modèle mathématique composé principalement des équations 5.31 et 5.33, les résultats donnés par ce modèle sont comparés à ceux donnés par la MEF décrite à la section précédente. Dans une première série, l'effet du chevauchement entre les canaux de conduction a été étudié pour différents diamètres de bulle. Deuxièmement, le modèle a été validé pour un grand ensemble de bulles de différentes tailles distribuées sous l'anode aléatoirement.

La figure 5.19 montre la résistance relative causée par la présence d'une bulle seule en fonction du diamètre de la bulle. Pour éviter les effets de paroi, le taux de couverture était fixé à 10 % au cours de cette série d'essais. À l'exception des faibles diamètres,  $R_T / R_0$  calculée avec le modèle est légèrement supérieure à celle obtenue avec la MEF. Ceci est causé par la définition de la zone perturbée à 2 % de la composante de la valeur nominale de la densité de courant. La différence maximale entre les valeurs données par les deux approches est 0,3 % pour le cas d'une bulle unique.



**Figure 5.19 :** Résistance relative calculée à partir du modèle proposé et de la MEF pour une bulle unique.

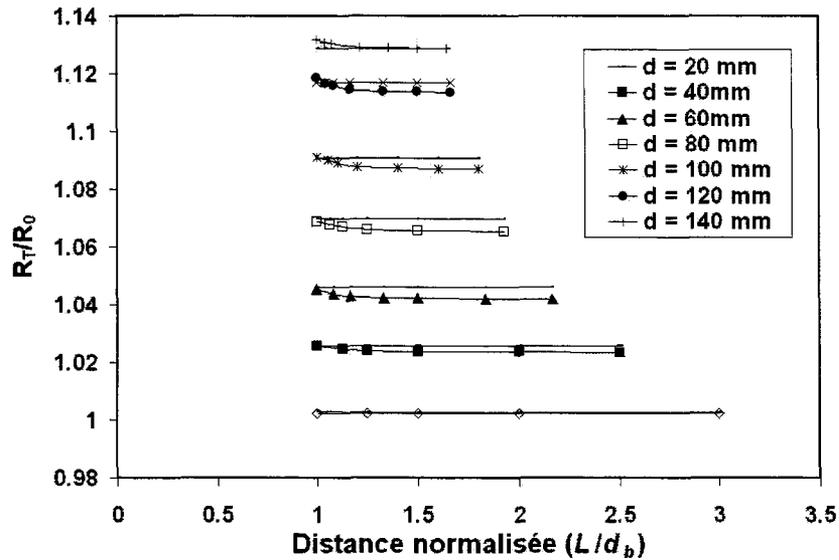
La figure 5.20 présente différentes géométries (vues du dessous) utilisées pour le doublet, le triplet et le quadruplet de bulles.



**Figure 5.20 :** Différentes configurations utilisées pour étudier le chevauchement entre les bulles (vue de dessous) : a) doublet, b) triplet et c) quatuor.

La ligne pointillée autour des bulles représente la zone perturbée. Pour étudier l'effet du chevauchement des zones perturbées sur la résistance électrique, la distance entre les bulles est diminuée successivement jusqu'à ce qu'elles se touchent. Pour chaque série d'essais, la taille des bulles est constante et le système est maintenu symétrique, c.-à-d. que le centre de chaque bulle forme soit un triangle équilatéral ou un carré.

Étant donné que le comportement de la résistance relative en fonction de la distance normalisée est similaire pour les trois différentes configurations, seulement les courbes obtenues pour le doublet sont présentées à la figure 5.21. La Distance Normalisée DN est simplement définie par le rapport de la distance entre les bulles  $L$  sur le diamètre des bulles  $d_b$ . Les lignes droites représentent les résultats obtenus par le modèle mathématique proposé (décrit principalement par les équations 5.31 et 5.33). Sept différents diamètres de bulle ont été utilisés. À des DN grandes, les bulles sont loin les unes des autres et ainsi leur zone perturbée n'est pas en contact. Lorsque la DN diminue, les zones perturbées commencent à se chevaucher, mais la résistance relative reste constante. Cette valeur constante reflète le principe de superposition des solutions pour une équation linéaire. Pour toutes les simulations effectuées incluant les trois configurations,  $R_T / R_0$  commence à augmenter légèrement autour de  $L = 1,25$ .

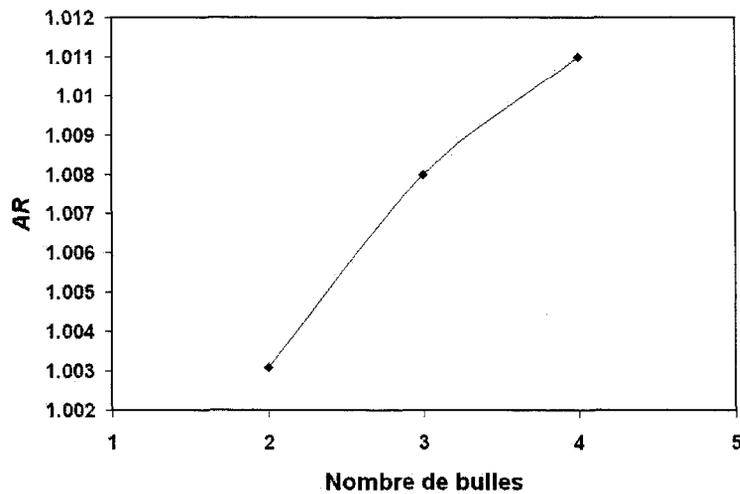


**Figure 5.21 :** Résistance relative obtenue par la MEF et le modèle mathématique entre le doublet de bulles en fonction de la distance normalisée pour différents diamètres de bulles.

À cette distance, les bulles sont si proches les unes des autres qu'elles chevauchent elles-mêmes la zone perturbée des autres bulles. Ceci résulte en une légère augmentation de la résistance relative. La figure 5.22 caractérise cette augmentation pour une bulle de 60 mm en fonction des trois configurations présentées à la figure 5.20. L'augmentation relative est définie par

$$AR = \frac{R_T / R_0 \Big|_{L/d_b = 1}}{R_T / R_0 \Big|_{L/d_b \rightarrow \infty}} \quad (5.34)$$

où le numérateur représente la situation lorsque les bulles se touchent et le dénominateur caractérise la situation lorsque les bulles sont séparées par une grande distance  $L$  entre elles.



**Figure 5.22 :** Augmentation relative  $AR$  de  $R_T / R_0$  en fonction du nombre de bulles.

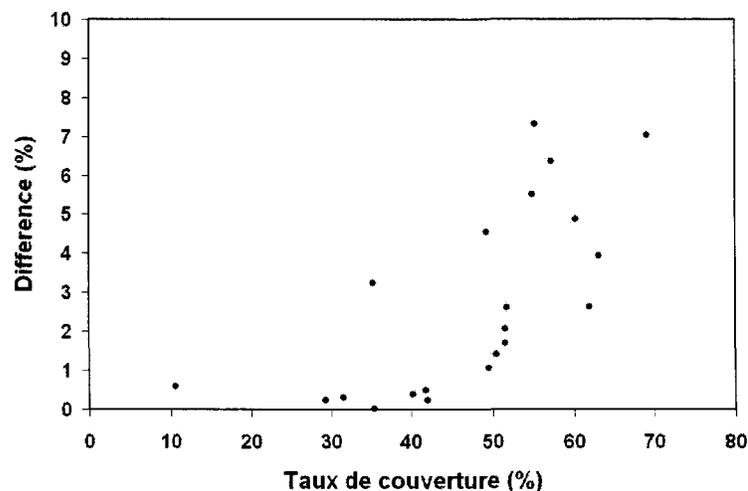
$AR$  augmente avec le nombre de bulles. Le fait qu'une bulle est à l'intérieur de la zone perturbée d'une autre bulle introduit une non linéarité dans le domaine des solutions. Le modèle mathématique ne tient pas compte de cet effet. Cependant, la différence entre ces deux situations, c.-à-d. à grandes et à petites  $DN$ , l'augmentation relative est moins de 0,79 % pour une bulle de 60 mm et moins de 1 % pour toute la série de simulations. À faible nombre de bulle, cet effet est négligeable. Malgré cette simplification, la différence de résistance relative entre le modèle mathématique et la MEF est moins de 0,8 % pour l'ensemble des configurations étudiées.

Le modèle électrique a aussi été comparé dans des situations plus complexes comprenant un nombre de bulle et un taux de couverture élevés. La figure 5.23 montre la différence de résistance électrique relative engendrée par la présence des bulles entre la

MEF et le modèle électrique en fonction du taux de couverture. La différence est définie par

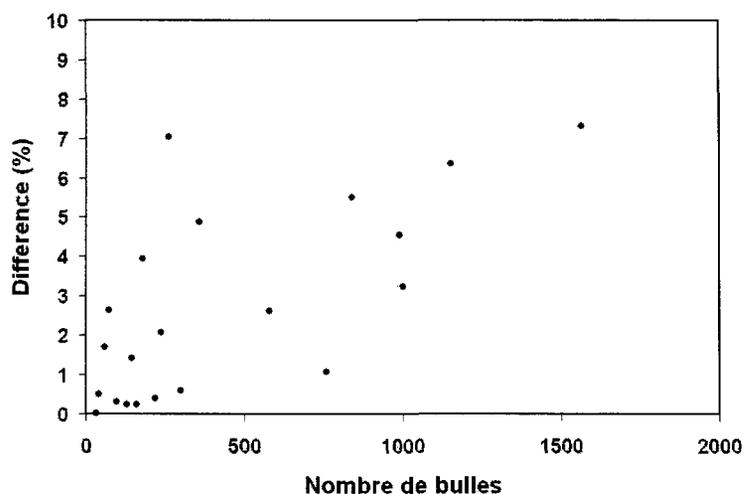
$$différence = \frac{\left| \frac{R_T}{R_0} \Big|_{MEF} - \frac{R_T}{R_0} \Big|_{modele} \right|}{\left| \frac{R_T}{R_0} \Big|_{MEF} \right|} * 100 = \frac{\left| R_T \Big|_{MEF} - R_T \Big|_{modele} \right|}{R_T \Big|_{MEF}} * 100 \quad (5.35)$$

Les simulations ont été réalisées sur une anode de taille réelle de 50 x 100 cm<sup>2</sup>. Le nombre de bulles a été varié de 32 à 1566. La distribution de taille utilisée dans chaque étude était choisie aléatoirement sauf pour les simulations qui comportaient un très grand nombre de bulles. Dans ces situations, le diamètre de bulles était de l'ordre de 15 mm. La différence maximale atteint 7 % à un taux de couverture de 70 %. La relation entre le taux de couverture et la différence n'est pas claire parce que le nombre de bulles ainsi que la distribution de taille de celles-ci jouent un rôle.

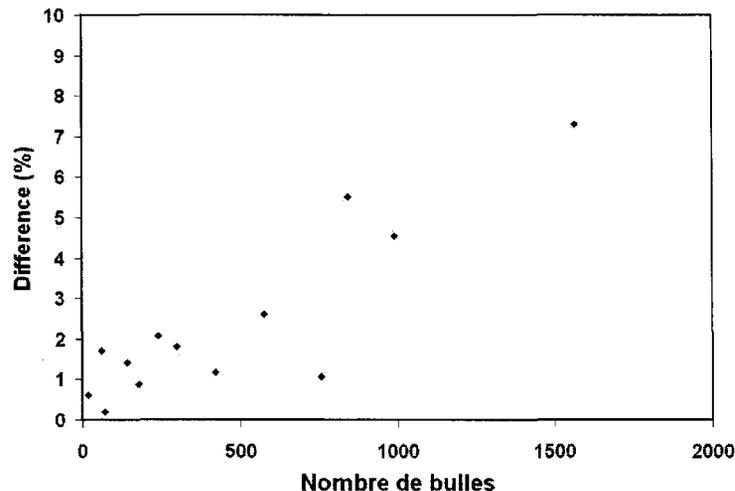


**Figure 5.23 :** Différence de résistance relative entre le modèle électrique et la MEF en fonction du taux de couverture.

Cependant, la différence semble augmenter légèrement avec le taux de couverture. Pour vérifier si une corrélation existe entre la différence et le nombre de bulles, les résultats présentés à la figure 5.23 sont tracés en fonction du nombre de bulles à la figure 5.24. La valeur de la différence est presque indépendante du nombre de bulle. La valeur moyenne de l'écart pour l'ensemble des simulations est de 2,7 %. Pour quantifier l'écart engendré par l'utilisation du modèle dans des situations d'opération normale, plusieurs essais ont été réalisés à un taux de couverture autour de la valeur de 50 %. Les résultats sont présentés à la figure 5.25. La valeur moyenne de l'écart est de 4,2 % pour des cas où le nombre de bulles excède 550 bulles. À un taux de couverture constant, l'écart augmente légèrement avec le nombre de bulles. La différence maximale de 7,3 % est atteinte pour un nombre de bulles de 1566.



**Figure 5.24 :** Différence de résistance électrique relative entre le modèle et la MEF en fonction du nombre de bulles.



**Figure 5.25 :** Différence de résistance relative entre le modèle et la MEF en fonction du nombre de bulles à un taux de couverture autour de 50 %.

Il est important de mentionner que les différences présentées dans cette section sont en valeur absolue. À bas taux de couverture (moins de 35 %), la différence est positive, c.-à-d. que la résistance calculée par le modèle est plus grande que celle calculée avec la MEF. Cette surestimation est due au fait que la zone perturbée est définie à 2 %. Inversement, pour des hauts taux de couverture, la résistance calculée à partir du modèle est plus petite. Cette sous-estimation est due au fait que le modèle ne tient pas compte de l'augmentation de résistance causée par l'introduction d'éléments non linéaires dans le domaine de solutions.

### 5.3.5- Conclusions

Dans cette section, un modèle mathématique pour calculer la résistance électrique totale de l'électrolyte a été développé. L'effet d'écran des bulles ainsi que les déformations

du champ électrique sont pris en compte en résolvant dans chaque canal vertical l'équation de Laplace. Le modèle a été validé dans plusieurs situations et il donne de bons résultats comparés à la MEF. Pour des conditions d'opération normales, l'écart entre les deux méthodes est de l'ordre de 5 %. De plus, les résultats préliminaires montrent que la résistance relative est fortement dépendante de la morphologie de la couche gazeuse même pour un taux de couverture constant. Les entrées du modèle (morphologie de la couche) sont générées par un simulateur développé par Kiss et al. (2002, 2005). L'objectif de ce projet est de relier la morphologie de la couche gazeuse à la résistance électrique engendrée par la présence des bulles sous l'anode.

#### **5.4- Implémentation du modèle électrique dans le simulateur**

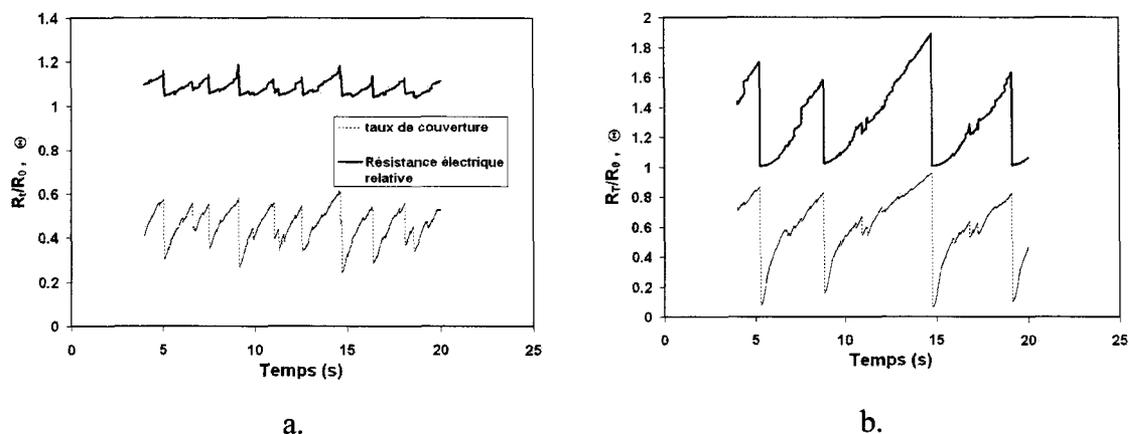
Le modèle mathématique décrit à la section précédente a été implémenté dans le simulateur de la couche gazeuse développé à l'Université du Québec à Chicoutimi. Ainsi, les fluctuations du taux de couverture et de la résistance électrique relative pour un grand ensemble de bulles peuvent être calculées en fonction du temps pour une multitude de configurations. Le système diphasique utilisé est la cryolite et le CO<sub>2</sub>. Une série d'essais a été effectuée pour quantifier les influences de la densité de courant ainsi que de la taille de l'anode sur la résistance électrique relative. Le tableau 5.2 présente les valeurs utilisées des différents paramètres lors des simulations. La durée des simulations est de 20 s. Les quatre premières secondes de chaque simulation ont été amputées, car elles correspondent au régime transitoire initial. La figure 5.26 présente la résistance relative et le taux de

couverture en fonction du temps pour deux des simulations. Dans les deux cas, le taux de couverture et  $R_T/R_0$  sont en phase et ils sont fortement couplés. Pour celle de gauche, la surface de l'anode est de  $0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$  et la densité de courant est de  $0,6 \text{ A/cm}^2$ .

**Tableau 5.2**

Valeurs des différents paramètres utilisés.

Paramètres	valeurs
inclination de l'anode	$0^\circ$
DAC	5 cm
largeur du canal latéral	20 cm
profondeur d'immersion	25 cm
température de la cryolite	$960^\circ \text{C}$
surface de l'anode	$0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$ et $0,5 \times 1 \text{ m}^2$
densité de courant $i$	$0,6 - 0,8 - 1,0 \text{ A/cm}^2$

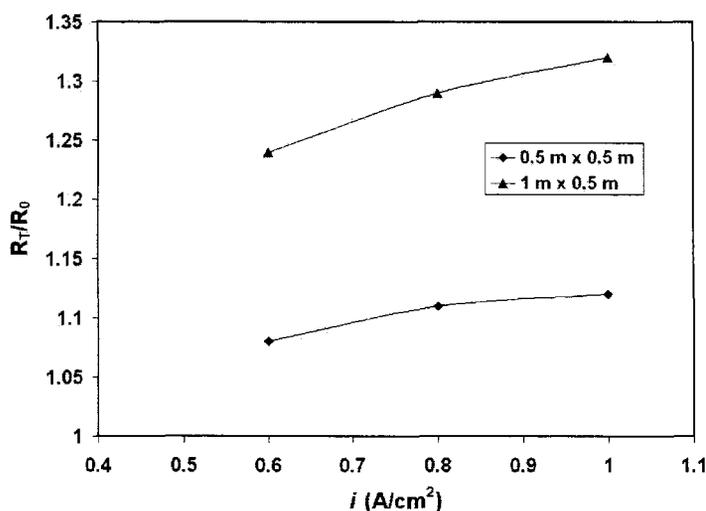


**Figure 5.26 :** Résistance électrique relative et taux de couverture en fonction du temps (a) surface anodique  $0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$  et  $i = 0,6 \text{ A/cm}^2$  et (b) surface anodique  $0,5 \times 1 \text{ m}^2$  et  $i = 1 \text{ A/cm}^2$ .

Le taux de couverture moyen est de 45,6 % et la résistance relative moyenne est de 1.08.

Pour la simulation de droite,  $i = 1 \text{ A/cm}^2$  et la  $A_a = 0,5 \times 1 \text{ m}^2$ . Le taux de couverture

moyen est de 60.3 % et la résistance moyenne est de 1.32. Un fait très intéressant est que la valeur minimale de  $\Theta$  pour la situation 5.26b est autour de 10 % tandis qu'elle est de 30 % pour le cas 5.26a. Ceci est dû au fait que la grande surface anodique favorise la formation de très grandes bulles qui effectuent un «balayage» plus significatif. Les très grandes bulles sont le résultat de l'augmentation du temps de résidence sous l'anode qui favorise la coalescence. La figure 5.27 présente la résistance électrique moyenne en fonction de la densité de courant pour les deux anodes mentionnées précédemment.



**Figure 5.27** : Résistance électrique relative moyenne en fonction de la densité de courant pour une anode de  $0,25 \text{ m}^2$  et une de  $0,5 \text{ m}^2$ .

La résistance électrique relative moyenne augmente avec la densité de courant. Cette augmentation est plus faible pour l'anode de  $0,25 \text{ m}^2$  car sa «petite» taille favorise l'évacuation des bulles produites. De même, l'augmentation du temps de résidence

favorisant la création de très grosses bulles engendre une résistance électrique relative moyenne plus élevée pour la «grande» anode à une densité de courant constante.

L'objectif de cette mini-section était seulement d'implémenter le modèle électrique développé dans cette thèse au programme du simulateur. Dans un futur proche, plusieurs essais seront réalisés pour mettre en évidence l'influence des paramètres industriels.

## 5.5- Références

- Aaberg R.J., Ranum, V., Williamson, K. et Welch, B. J., 1997. *The gas under anodes in aluminium smelting cells. Part II: Gas volume and bubble layer characteristics*, TMS Light Metals, 341-346.
- Bech, K., Johansen, S. T., Solheim A. et Haarberg, T., 2001. *Coupled current distribution and convection simulator for electrolysis cells*, TMS Light Metals, 463-468.
- Bruggeman, D. A. G., 1935. *Ann. Phys.* 24, 636-664.
- Choudhary, G., J., 1973. *Electrochem. Soc.* 120, 380-390.
- Dernedde, E. et Cambridge, E. L., 1975. *Gas induced circulation in prebaked and soderberg cells*, TMS Light Metals, 111-122.
- Dorward R.C., 1983. *Energy consumption of aluminium smelting cells containing solid wetted cathodes*, *J. Appl. Electrochem.* 13, 569-575.
- Fortin, S., Gerhardt, M. et Gesing A. J., 1984. *Physical modelling of bubble behaviour and gas release from aluminum reduction cell anodes*, TMS Light Metals, 721-741.
- Grjotheim, K et Kvande, H., 1993. *Introduction to aluminium electrolysis*, second edition, Aluminium-Verlag, 260 pages.
- Haarberg, T., Solheim, A., Johansen, S. T. et Solli, P. A., 1998. *Effect of anodic gas release on current efficiency in Hall-Héroult cells*, TMS Light Metals, 475-481.

- Haupin, W.E., 1971. *Reference electrode for voltage contours in aluminum smelting cells*, J. Metals 23, 46-49.
- Hyde, T. M. et Welch, B. J., 1997. *The gas under anodes in aluminium smelting cells. Part I: Measuring and modelling bubble resistance under horizontally oriented electrodes*, TMS Light Metals, 333-340.
- Kasherman, D. et Skyllas-Kazacos, 1991. *Effect of anode material and bath composition on bubble layer resistivity and gaseous volume fraction in an aluminium electrolysis cell with sloping anode and cathode*. J. Appl. Electrochem. 21, 716-720.
- Kiss, L. I., Poncsák, S., 2002. *Effect of the bubble growth mechanism on the spectrum of voltage fluctuations in the reduction cell*, TMS Light Metals, 217-223.
- Kiss, L. I., Poncsák, S., Toulouse, D., Perron, A., Liedtke, A. et Mackowiak, V., 2004. *Detachment of bubbles from their nucleation sites*, TMS Light Metals, Multiphase Phenomena and CFD Modeling and Simulation in Materials Processes, 159-167.
- Kiss, L., Poncsák, S. et Antille, J., 2005. *Simulation of the bubble Layer in aluminum electrolysis cell*, TMS Light Metals, 559-564.
- Kleinstreuer, C., 2004. *Two-Phase Flow Theory and Applications*, Taylor and Francis Books Inc., Chapitre 3.
- Perron, A., Kiss, L. I., Poncsák S., 2005. *Regimes of the movement of bubbles under the anode in an aluminum electrolysis cell*, TMS Light Metals, 565-570.
- Poncsák, S., Kiss, L. I., Toulouse, D., Perron, A., Perron, S., 2006. *Size Distribution of the Bubbles in the Hall-Héroult Cells*, TMS Light Metals, 457-462.
- Purdie, J. M., Bilek, M., Taylor, M. P., Zhang, W. D., Welch, B. J. et Chen, J. J. J., 1993. *Impact of anode gas evolution on electrolyte flow and mixing in aluminium electrowinning cells*, TMS Light Metal, 355-360.
- Quian, K., Chen, J. J. J. et Matheou, N., 1997. *Visual observation of bubbles at horizontal electrodes and resistance ,measurements on vertical electrodes*, J. Appl. Electrochem. 27, 434-440.
- Quian, K., Chen, D. et Chen, J. J. J., 1998. *Bubble coverage and bubble resistance using cells with horizontal electrode*, J. Appl. Electrochem. 28, 1141-1145.
- Richards, N., Gudbrandsen, H., Rolseth, S., Thonstad, J., *Characterisation of the fluctuation in anode current density and bubble events in industrial reduction cells*, TMS Light Metals, 315-322.

Solheim, A. et Thonstad, J., 1986. *Model cell studies of gas induced resistance in Hall-Héroult cells*, TMS Light Metals, 397-403.

Thonstad, J. et Hove, N. E., 1964. *On the anodic overvoltage in aluminium electrolysis*, Can. J. Chem. 42, 1542-1550.

Thonstad, J., Kleinschrodt H. D. et Vogt, H., 2004. *Improved design equation for the interelectrode voltage drop in industrial aluminium cells*, TMS Light Metals, 427-432.

Vogt, H., 1983. *The incremental ohmic resistance caused by bubbles adhering to an electrode*. J. Appl. Electrochem. 13, 87-88.

Vogt, H. et Kleinschrodt H. D., 2003. *Ohmic interelectrode voltage drop in alumina reduction cells*, J. Appl. Electrochem. 33, 563-569.

Zoric, J. et Solheim, A., 2000. *On gas bubbles in industrial aluminum cells with prebaked anodes and their influence on the current distribution*, J. Appl. Electrochem. 30, 787-794.

## CONCLUSIONS

L'objectif principal de cette thèse est d'améliorer la compréhension du rôle de la couche gazeuse concernant deux des principaux phénomènes de transport se produisant à l'intérieur d'une cuve Hall-Héroult tel que le transfert de quantité de mouvement et l'augmentation de la résistance électrique de l'électrolyte.

1. Dans un premier temps, l'écoulement engendré par les bulles a été modélisé numériquement et physiquement :
  - Le modèle polyphasique euler-euler a été utilisé pour modéliser numériquement l'écoulement engendré par les bulles. La convergence du modèle numérique a été difficile à obtenir et une expression pour la densité d'interface représentant la situation d'une cuve d'électrolyse a été donnée.
  - Les résultats du modèle numérique, particulièrement le champ de vitesse, ont été comparés à ceux obtenus dans un modèle physique à eau de taille industrielle. Ces derniers sont le résultat d'une moyenne d'ensemble de plusieurs champs de vitesse instantanés, captés à l'aide d'un système PIV. La comparaison des

champs de vitesse a montré que les patrons d'écoulement sont les mêmes, c.-à-d. présence d'un vortex dans le canal latéral et d'un écoulement contre-courant dans la zone interpolaire. La grandeur du champ de vitesse s'est avérée légèrement supérieure pour le modèle numérique. Plusieurs causes de cette disparité ont été discutées telles que les légères différences géométriques entre les deux modèles, la nature tridimensionnelle du modèle physique, le fait que la dissipation visqueuse des ondes gravitationnelles n'a été calculée dans le modèle numérique et le manque de données disponibles concernant le mouvement d'une bulle sous une surface inclinée. La dernière cause a été étudiée en détail dans cette thèse.

2. Les effets de l'angle d'inclinaison de la surface ainsi que du volume de la bulle sur le mouvement de la bulle ont été étudiés dans un système air-eau-Plexiglas<sup>®</sup> dans lequel la force motrice était uniquement la gravité.
3. Par la suite, l'effet des propriétés physiques du liquide sur le mouvement de la bulle a été caractérisé à l'aide d'un choix de paramètre représentant adéquatement la dynamique du système. Toutes ces études ont été réalisées dans le régime de mouillage complet, c.-à-d. que la surface solide et la bulle étaient séparées par un film mince de liquide.

4. Pour favoriser la compréhension du rôle du film dynamique sur le mouvement de la bulle et pour en mesurer l'épaisseur, un capteur à fibres optiques a été développé. Le capteur tient compte de la perturbation du signal causée par la deuxième interface de la bulle. Sa configuration est le résultat de simulations numériques et d'expériences en laboratoire.
5. Deux régimes de mouvement asymptotiques ont été investigués : le régime contrôlé par la dissipation visqueuse associée à l'existence du film liquide et celui dominé principalement par l'inertie. Pour ce dernier, une expression pour la vitesse terminale de la bulle qui tient compte des effets de viscosité, de tension superficielle et d'inertie a été développée à l'aide d'une balance de stress normal à l'interface.
6. Dans la dernière partie de la thèse, un modèle mathématique qui évalue l'augmentation de résistance électrique causée par la présence d'un grand nombre de bulles sous la surface anodique a été élaboré. L'idée générale de ce modèle est basée sur la méthode des flux parallèles utilisée dans le domaine du transfert de chaleur dans les matériaux granulaires. Le modèle électrique a été comparé et validé avec un logiciel commercial basé sur les éléments finis dans une multitude de situations. Pour la première fois, le modèle tient compte de la morphologie de la couche diphasique, c.-à-d. position, volume et forme de chaque bulle en mouvement. Les entrées du modèle électrique proposé sont les sorties du simulateur de la couche gazeuse développé à l'Université du Québec à Chicoutimi depuis

plusieurs années. Comme le simulateur utilise qu'une seule forme de bulle en mouvement sous l'anode (disque arrondi), une étude de l'influence de la forme de la bulle sur l'augmentation de résistance électrique a été réalisée a priori.

La présence des bulles dans la cuve d'électrolyse est un sujet passionnant et inépuisable. Plusieurs travaux sont envisagés à la suite de cette thèse :

1. La surface des anodes étant rugueuse, il serait intéressant de caractériser l'effet de la rugosité sur le mouvement d'une bulle. Dépendamment de l'amplitude des rugosités, l'existence du film liquide peut être compromise. Ainsi le mouvement des bulles sous une surface légèrement inclinée peut changer drastiquement.
2. Réaliser une modélisation tridimensionnelle de l'écoulement engendré par les bulles dans une cuve comportant plusieurs anodes avec les résultats obtenus dans cette thèse. Par la suite, ajouter la distribution de l'alumine dans l'électrolyte.
3. Effectuer un bilan thermique des parois de la cuve pour mieux comprendre le rôle des bulles sur l'épaisseur et la forme de la gelée.
4. Évaluer la fraction du courant nominal qui passe en dessous et sur le côté latéral de l'anode en fonction de la présence des bulles sous l'anode.

5. Continuer le développement du modèle électrique dans les situations où le dessous de l'anode n'est pas horizontal.
  
6. Développer une équation générale pour calculer l'augmentation de résistance électrique causée par les bulles en fonction des paramètres industriels tels que la densité de courant, la taille et la forme de l'anode et la concentration en alumine.

Dans la thèse, l'influence du film liquide sur le mouvement d'une bulle se déplaçant sous une surface a été clarifiée. Il serait aussi très intéressant d'étudier les différents effets qu'entraînerait la présence d'un mince film liquide séparant les bulles en mouvement de la surface anodique d'un point de vue chimique. Étant donné que le taux de couverture et la fraction de l'anode couverte par un tel film sont intimement liés, l'impact de l'existence du film peut avoir des conséquences importantes. Le film étant mince, il est très probable que le transfert de masse à l'intérieur de celui-ci soit contrôlé par la diffusion. Ainsi, pour de grandes bulles, il est attendu qu'une grande bulle bloque totalement le passage du courant en son centre. Par contre, la région du film autour des limites d'une bulle pourrait engendrer de l'électrolyse. Le transport de l'alumine dans ces régions serait crucial et un manque entraînerait la génération de gaz nuisibles. Parallèlement à cette discussion, un calcul dynamique tenant compte de la vitesse des bulles en mouvement et la consommation de l'alumine (ou transport des ions  $\text{Na}^+$  dans la zone périphérique du film) devrait être effectué pour vérifier si le temps nécessaire pour modifier la concentration d'alumine dans le film peut être atteint pour une bulle en mouvement.