

Verfahren zur elektronischen Kompensation der Polarisationsmodendispersion in optischen Übertragungssystemen

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Daniel Gölz

Geboren am 10.09.1977 in Weinheim

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Peter Meißner
1. Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Franko Küppers
2. Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Norbert Hanik

Tag der Einreichung: 03.07.2012

Tag der mündlichen Prüfung: 08.10.2012

D17

Darmstadt 2012

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-31297

URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/3129/>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,

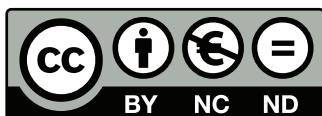
E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de

Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative-Commons-Lizenz:

Namensnennung-NichtKommerziell-KeineBearbeitung 3.0 Deutschland



<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Optische Nachrichtentechnik der Technischen Universität Darmstadt in den Jahren 2006 bis 2012.

Zuerst möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Peter Meißner für die interessante und spannende Themenstellung, die Gesprächs- und Diskussionsbereitschaft sowie für das mir entgegengebrachte Vertrauen bedanken. Es gelang ihm stets für eine entspannte und angenehme Arbeitsatmosphäre zu sorgen. Daneben geht mein Dank an Prof. Dr.-Ing. Franko Küppers und Prof. Dr.-Ing. Norbert Hanik für die Übernahme der Korreferate.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinen früheren Kollegen Dr. Stefan Böhm und Knut Schumacher, deren Vorarbeit auf dem Thema faseroptischer Übertragungssysteme einen wesentlichen Beitrag zum Gelingen meiner Arbeit darstellt. Ebenso gilt ein großer Dank allen Studenten, mit denen ich im Rahmen von Diplom- und Studienarbeiten zusammengearbeitet habe. Die Diskussionen im Laufe dieser Arbeiten waren auch für mein eigenes Weiterkommen sehr hilfreich und förderlich.

Vielen Dank an die netten Kollegen für das angenehme Arbeitsklima, die vielen Grillabende auf der Terrasse des Hans-Busch-Instituts und die gemeinsamen Aktivitäten auch außerhalb des Universitätsbetriebs. Ein großer Dank gilt meinen Zimmerkollegen, ganz besonders Dr. Benjamin Kögel und Karolina Zogal, für die unterhaltsame und kurzweilige Zeit im Büro.

Den Korrekturlesern Dr. Christian Damm, Christian Gierl, Dr. Daniel Schönherr und Dr. Jacqueline Rausch danke ich herzlich für das Aufspüren von Fehlern und für die konstruktiven Verbesserungsvorschläge.

Meiner Lebensgefährtin Jacqueline, meinen Freunden, meinen Eltern und meiner ganzen Familie gilt ein großer Dank für die Unterstützung während meines gesamten Studiums und der Promotion.

Darmstadt, im Oktober 2012

Kurzfassung

Die zunehmende Popularität von Datendienstleistungen wie IP-basierte Video- und Sprachdienste bringen ein ständiges Wachstum des weltweit übertragenen Datenvolumens mit sich. Um zukünftigen Anforderungen gewachsen zu sein, ist eine Vergrößerung der Kapazitäten der Weitverkehrsnetze unumgänglich. Die sinnvollste Lösung hierfür stellt die Erhöhung der Datenraten der einzelnen Wellenlängenkanäle von derzeit üblicherweise 10 Gbit/s auf 40 Gbit/s oder gar 100 Gbit/s dar.

Auf vielen der heute installierten Faserstrecken ist solch eine Umstellung jedoch nicht ohne Weiteres möglich. Der physikalische Effekt der Polarisationsmodendispersion (PMD) verursacht eine Verzerrung der Signalverläufe in den Fasern, was eine erhöhte Bitfehlerquote zur Folge hat. Dieser Effekt gewinnt mit zunehmender Datenrate an Gewicht, so dass Übertragungssysteme mit 40 Gbit/s und mehr oftmals nicht mehr zuverlässig arbeiten.

Diese Beschränkung kann durch die Installation neuer Glasfasern mit geringerer PMD behoben werden, was allerdings mit enormen Kosten verbunden ist. Es ist daher günstiger, den Störeinfluss der PMD durch den Einsatz optischer oder elektronischer Kompensatoren zu verringern. Die elektronischen Kompensatoren haben im Vergleich zu optischen Kompensatoren einige Vorteile: Durch die Integrierbarkeit der Schaltungen können sie wesentlich kostengünstiger und platzsparender realisiert werden. Zudem können elektronische Verfahren wesentlich schneller auf Änderungen des Übertragungskanals reagieren.

Die vorliegende Arbeit hat die Entwicklung und Optimierung von elektronischen Verfahren zur Kompensation von PMD zum Ziel. Hierbei werden zwei Schwerpunkte gesetzt, die im Folgenden erläutert werden. Untersuchungen werden mit der Simulationssoftware Matlab durchgeführt. Bewertet werden die Kompensatoren anhand ihrer Fähigkeit die Wahrscheinlichkeit von Systemausfällen zu reduzieren. Zum einen werden Kompensationsverfahren für amplitudenmodulierte, direktempfangende, optische Übertragungssysteme behandelt. Es wird ein Entscheidungsverfahren, im speziellen das Prinzip der Sequenzschätzung, auf die Anforderungen solcher Systeme angepasst und untersucht. Das Verfahren wird erstmals für die Anwendung in Polarisationsmultiplexsystemen erweitert und optimiert. Es zeigt sich, dass hierfür eine zusätzliche Polarisationsregelung erforderlich ist. Die Toleranz gegenüber PMD kann durch dieses Verfahren deutlich erhöht werden.

Zum anderen werden in dieser Arbeit elektronische Kompensatoren entworfen, die nach dem Prinzip der Signalentzerrung mithilfe linearer Filter funktionieren. Ein Einsatz in direkt detektierenden Systemen ist nur beschränkt möglich. Erst durch Überlagerungsempfang kann das volle Potential dieser Entzerrer ausgeschöpft werden, da dieses Empfangsprinzip sowohl Amplitude als auch Phase des empfangenen Signals

liefert. Zur Verarbeitung amplitudenmodulierter Signale wird eine adaptiv einstellbare Filterstruktur auf das System angepasst und eine Erweiterung zur Anwendung in Polarisationsmultiplexsystemen wird vorgenommen. Dieses Adaptionsverfahren schätzt die zu invertierende Übertragungsfunktion des Systems mithilfe einer Trainingssequenz. Erstmals wird hierbei ein Verfahren zur Adaptionsbeschleunigung eingesetzt, wodurch die Adaptionszeiten signifikant verringert werden.

Weiterhin wird die Anwendbarkeit der adaptiven Filterstruktur auf phasenmodulierte Signale untersucht. Eine blinde Adaptionsmethode, die auf die Verwendung einer Trainingssequenz verzichtet und stattdessen die konstante Hüllkurve phasenmodulierter Signale ausnutzt, wird ebenfalls für die Anwendung in optischen Übertragungssystemen mit Polarisationsmultiplex angepasst, untersucht und mit dem vorher genannten Verfahren verglichen. Beide Methoden sind in der Lage, die durch Polarisationsmodendispersion verursachten Systemausfälle deutlich zu reduzieren, wobei das blinde Verfahren erwartungsgemäß weniger gut abschneidet.

Eine Gegenüberstellung der Entscheidungsverfahren und der Entzerrer zeigt, dass Sequenzschätzer eine gute Möglichkeit bieten, direkt detektierende, amplitudenmodulierte Systeme bei hohen Datenraten betreiben zu können. Auf lange Frist werden sich allerdings Systeme mit Überlagerungsempfang durchsetzen. Lineare Filterstrukturen ermöglichen hier die vollständige Kompensation der PMD, so dass durch Kombination mit höherwertigen Modulationsformaten Datenraten von über 100 Gbit/s in optischen Übertragungssystemen realisierbar sein werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Problemstellung	3
1.1.1	PMD-Kompensation durch Enscheideverfahren	7
1.1.2	PMD-Kompensation durch Signalentzerrung	7
1.2	Kapitelübersicht	8
2	Grundlagen der Glasfaser	11
2.1	Elektromagnetische Wellen auf der Faser	11
2.2	Polarisation	18
2.2.1	Polarisationsdarstellung durch Jones-Vektoren	18
2.2.2	Polarisationsdarstellung durch Stokes-Vektoren	20
2.3	Signalverzerrende Effekte auf der Glasfaser	23
2.3.1	Chromatische Dispersion	23
2.3.2	Nichtlineare Effekte	25
2.4	Polarisationsmodendispersion	26
2.4.1	Doppelbrechung in kurzen Fasern	27
2.4.2	Modenkopplung in langen Fasern	30
2.4.3	Vektorielle Repräsentation der PMD	32
2.4.4	Statistik der Polarisationsmodendispersion	37
2.4.5	Simulation von PMD	38
3	Optisches Übertragungssystem und numerische Modellierung	43
3.1	Modulationsformate	43
3.1.1	Direkte Modulation	44
3.1.2	Elektroabsorbtiions-Modulatoren	45
3.1.3	Mach-Zehnder-Modulator	45
3.1.4	Amplitudenmodulation - OOK	47
3.1.5	Phasenmodulation	47
3.2	Polarisationsmultiplex	52
3.3	Wellenlängenmultiplex-Systeme	53
3.4	Faserverstärker	55
3.4.1	Rauschen	56
3.4.2	Optisches Signal-Rausch-Verhältnis	57
3.5	Empfänger	58
3.5.1	Direktempfang	58
3.5.2	Überlagerungsempfang	60

3.6	Simulationen	63
3.6.1	Erzeugung von pseudozufälligen Zahlenfolgen	64
3.6.2	Reduktion des Simulationsaufwandes durch Importance Sampling	68
3.6.3	Bewertung der Signalgüte	75
4	PMD-Kompensation durch Entscheidungsverfahren	79
4.1	MLSE in direkt detektierenden Übertragungssystemen	80
4.1.1	Entscheidung nach der Maximum-a-posteriori-Methode	81
4.1.2	Entscheidung nach der Maximum-Likelihood-Methode	81
4.1.3	Entscheidung nach der Maximum-Likelihood Sequence Estimation-Methode	82
4.1.4	Bewertung des MLSE-Verfahrens	88
4.2	MLSE in Polarisationsmultiplexsystemen	90
4.2.1	Anpassung des MLSE-Verfahrens für PDM-Systeme	91
4.2.2	Polarisationskontrolle	94
4.2.3	Bewertung des Verfahrens	97
5	PMD-Kompensation durch Entzerrer	101
5.1	FIR-Filter und optimale Filterkoeffizienten	102
5.2	Least Mean Squares - Verfahren	104
5.2.1	LMS-Verfahren für ein einfaches Filter	105
5.2.2	NLMS nach Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang	108
5.2.3	Fractionally Spaced Equalizer	110
5.2.4	Schrittweitensteuerung	113
5.2.5	Untersuchungen in amplitudenmodulierten Systemen	115
5.3	Constant Modulus Algorithmus	123
5.3.1	CMA-Verfahren für ein einfaches FIR-Filter	124
5.3.2	CMA nach Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang	124
5.3.3	Initialisierung des CMA-Verfahrens	125
5.3.4	Wiederherstellung der Phasenlage	127
5.3.5	Untersuchungen in phasenmodulierten Systemen	128
6	Zusammenfassung und Ausblick	133
	Anhang	137
A	Zusammenhang zwischen Polarisationsellipse und Stokes-Darstellung	137
A.1	Gleichung der Polarisationsellipse	137
A.2	Eigenschaften der Polarisationsellipse	139
A.3	Abbildung der Polarisationszustände auf die Poincaré-Kugel	142
B	Kohärenter Empfang	147
B.1	Balanced Empfänger	147
B.2	Polarisations- und Phasendiversitätsempfänger	149

C Generatorpolynome zur Erzeugung von Zufallsfolgen	155
D Adaptive Einstellung der Filterkoeffizienten	157
D.1 Einstellung der Filterkoeffizient mit dem LMS-Verfahren	158
D.2 Einstellung der Filterkoeffizienten mit dem CMA-Verfahren	159
E Untersuchung der Schrittweitensteuerung	161
E.1 Schrittweitensteuerung in Systemen mit Direktempfang	161
E.1.1 Mithilfe des Momentanfehlers	162
E.1.2 Mithilfe des Vorzeichenwechsels des Momentangradienten	162
E.2 Schrittweitensteuerung in Systemen mit Phasen- und Polarisationsdiver- sitätsempfang	163
E.2.1 Mithilfe des Momentanfehlers	164
E.2.2 Mithilfe des Vorzeichenwechsels des Momentangradienten	164
E.3 Auswertung und Vergleich der Verfahren	165
E.3.1 Auswertung mithilfe der Lernkurve	165
E.3.2 Optimierung und Vergleich der Algorithmen	167
Operatoren, Notationen, Abkürzungen und Symbole	171
Operatoren und Notationen	171
Symbolverzeichnis	172
Abkürzungsverzeichnis	178
Eigene Veröffentlichungen	181
Betreute Arbeiten	182
Literaturverzeichnis	183

1 Einführung

Aufgrund des rasanten Wachstums des Informationstechnologiesektors nimmt das Datenaufkommen und somit auch der Bedarf an größeren Übertragungskapazitäten der optischen Übertragungssysteme stetig zu. Einer der Gründe für das erhöhte Datenaufkommen sind die steigenden Nutzerzahlen. War es im Jahr 2001 nur etwa jeder dritte Bundesbürger (37,0%), der das Internet nutzte, so verdoppelte sich im Laufe von zehn Jahren der Nutzeranteil bei den über 14-jährigen auf 74,4% im Jahre 2011 [1].

Am stärksten wird die Entwicklung des Datenverkehrs durch die Zunahme von datenintensiven Internetdiensten beschleunigt. Abbildung 1.1 zeigt das weltweite monatliche Datenaufkommen des Jahres 2010 und die Prognosen bis 2015. Im Jahr 2010 hatten noch File-Sharing und Internetvideo den größten Anteil am Datenvolumen, dicht gefolgt von IP-Diensten wie Digitalfernsehen und Video-on-Demand. Die klassischen Anwendungen wie Web und E-Mail sind nur für einen Bruchteil des Verkehrs verantwortlich. Man geht von einem jährlichen Wachstum des weltweiten Datendurchsatzes von etwa 32% aus. Dementsprechend wird im Jahre 2015 erstmals ein Jahresverkehrsaufkommen von etwa 1 Zetabyte (80 Exabyte/Monat) zu verzeichnen sein. Privathaushalte verursachen im Vergleich zu Unternehmen derzeit etwa den fünffachen Datenverkehr, wobei der relative Unterschied zunimmt [2].

Die zunehmenden Datenaufkommen privater Haushalte korrelieren mit der zur Verfügung stehenden Bandbreite: Waren es vor wenigen Jahren maximal 16 Mbit/s, so sind in deutschen Großstädten für Privatanutzer derzeit Datenraten von bis zu 100 Mbit/s buchbar. Auf lange Sicht ist eine Steigerung auf 10 Gbit/s je Endkunde zu erwarten [3]. Hinzu kommt die Entwicklung, dass sich mobile Endgeräte zunehmend großer Beliebtheit erfreuen. Im Jahre 2010 wurde zwar nur etwa 1% des weltweiten Datenverkehrs durch mobile Anwendungen verursacht, doch das Wachstum in diesem Bereich liegt bei über 90% pro Jahr. Die Motivation für den Ausbau der Verkehrsnetze liegt somit auf der Hand.

Die Glasfaser bildet das Rückgrat dieses Verkehrsnetzes und ist ein konkurrenzloses Übertragungsmedium was Signaldämpfung, Kompaktheit, Verfügbarkeit des Rohstoffes, Abhörsicherheit und vor allem Bandbreite angeht. Besonders letztgenannter Punkt wird alljährlich durch neue Übertragungsrekorde bestätigt. So wurde zuletzt im Jahr

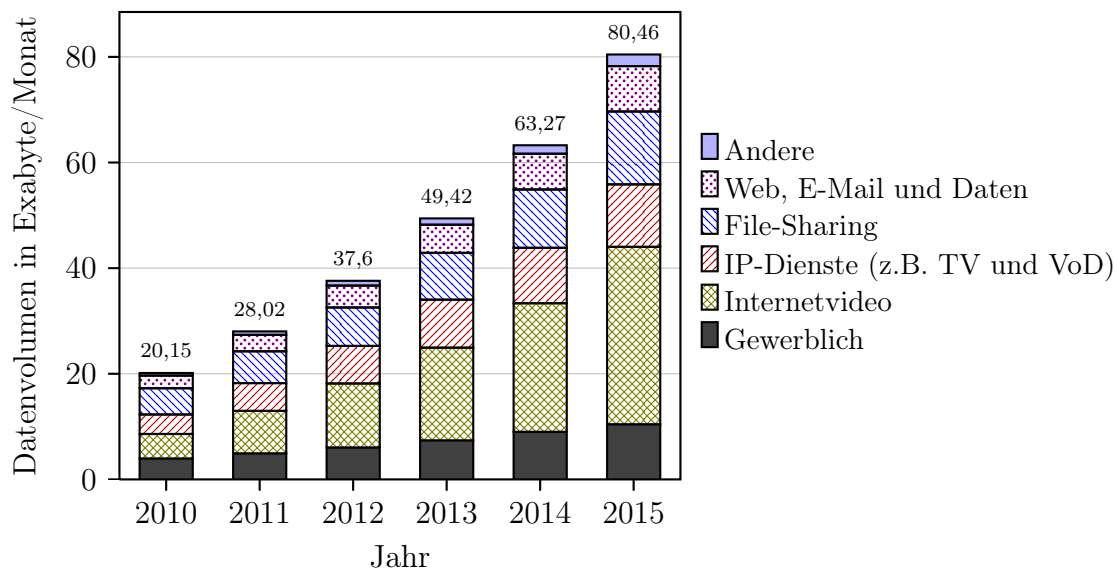


Abbildung 1.1: Prognose des weltweit aufkommenden Datenverkehrs bis zum Jahre 2015. Der durch Gewerbe erzeugte Datenverkehr macht einen geringen Anteil des Gesamtverkehrs aus. Das durch private Konsumenten erzeugte Datenaufkommen wurde in unterschiedliche Anwendungen aufgeteilt. Im Jahr 2010 waren File-Sharing und Internetvideo die Hauptverursacher, dicht gefolgt von IP-Diensten wie Digitalfernsehen (TV) und Video-on-Demand (VoD). Die Bedeutung von Internetvideo nimmt voraussichtlich stark zu und wird in Zukunft den größten Anteil des weltweiten Datenverkehrs ausmachen. Videotelefonie, Voice-over-IP und Online-Spiele wurden unter 'Andere' zusammengefasst [2].

2011 die zurzeit höchste Datenrate von 26 Tbit/s auf einem optischen Kanal gemessen [4]. Prinzipiell kann dies durch Einsatz mehrerer Wellenlängenkanäle pro Faser deutlich gesteigert werden. Kommerzielle Systeme in der Bundesrepublik werden derzeit bei Kanaldatenraten von 2,5 Gbit/s, 10 Gbit/s und auf einigen Streckenabschnitten auch 40 Gbit/s betrieben. Eine erste Testphase für 100 Gbit/s-Systeme wurde im Jahr 2011 abgeschlossen [5]. Nachteile der Fasertechnologie sind die vergleichsweise hohen Herstellungs- und Installationskosten. Vor allem in dicht bebauten Gebieten wie der Bundesrepublik sind die Kosten der Installation (Vergraben) von Faserstrecken enorm hoch. Hinzu kommt die sehr aufwändige und damit teure Verbindungstechnik, die bei der Faserinstallation erforderlich ist.

Möchte man dem eingangs genannten Wachstum des Datenaufkommens gerecht werden, so ist eine Erhöhung der Kapazität unumgänglich. Die Installation neuer Faserstrecken ist hinsichtlich wirtschaftlicher Gesichtspunkte keine sinnvolle Lösung des Problems: Der Preis pro Bit würde steigen und mit einer Erhöhung der Kosten für den Kunden einhergehen. Sinnvoll erscheint eine Steigerung der spektralen Effizienz und somit der Datenrate durch Neuentwicklung in Sende- und Empfangseinheit. Ein Beispiel

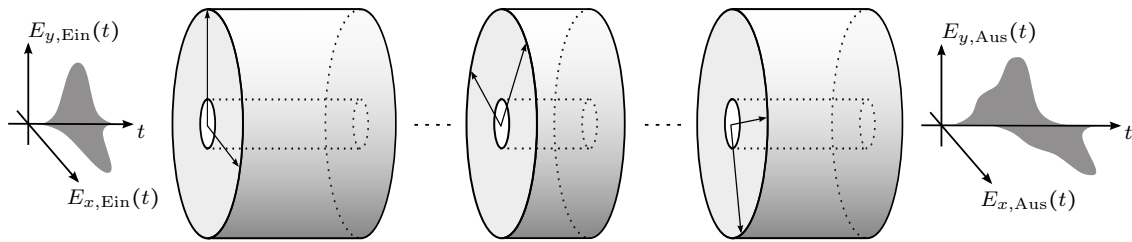


Abbildung 1.2: Polarisationsmodendispersion kann durch die Modellierung der Glasfaser als Verkettung kurzer Fasersegmente mit doppelbrechenden Eigenschaften erklärt werden.

hierfür ist der Einsatz höherwertiger Modulationsformate, aber auch andere Modifikationen sind denkbar. In der Regel gilt: Eine Vervielfachung der Datenrate führt zu 2,5-fachen Transponderkosten, also zu einer Kostenreduktion pro Bit von etwa 40 % [6]. Unter diesem Aspekt wird der Bedarf an Forschung und Entwicklung in diesem Bereich offensichtlich.

1.1 Problemstellung

Bei der Übertragung von Daten über eine Glasfaser treten, wie bei allen Übertragungsmedien, durch die physikalischen Eigenschaften des Mediums bedingte Störungen auf. So ergibt sich bei der Überbrückung großer Wegstrecken eine nicht vernachlässigbare Dämpfung, die problemlos durch breitbandige Verstärker ausgeglichen werden kann. Der chromatischen Dispersion wirkt man durch den Einsatz dispersionskompensierender Fasern entgegen. Für die in der Faser auftretende Polarisationsmodendispersion (PMD) gibt es hingegen noch keine elegante Lösung. Gerade bei hochbitratiger Übertragung von Signalen mit Datenraten ab 10 Gbit/s kann PMD zu Übertragungsstörungen und nicht tolerablen Bitfehlerquoten führen. Eine flächendeckende Aufrüstung der Netzstruktur auf Datenraten von 40 Gbit/s ist besonders in der Bundesrepublik aufgrund der hohen PMD einiger Faserstrecken nicht möglich.

Polarisationsmodendispersion führt wie andere dispersive Effekte zu Pulsverzerrung und damit verbundener Intersymbolinterferenz. Eine anschauliche Erklärung des Effekts liefert die Modellierung der Glasfaser als Verkettung kurzer Fasersegmente mit doppelbrechenden Eigenschaften (siehe Abbildung 1.2). Am Eingang der Segmente erfahren Lichtpulse eine Aufspaltung in zwei Teilsignale, die sich auf den sogenannten schnellen und langsamen Achsen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten ausbreiten. Da die Segmente zufällig zueinander ausgerichtet sind, findet an den Stoßstellen immer wieder eine Aufteilung auf die entsprechend orientierten Achsen des folgenden Segments statt. Dies kann als Mehrwegeausbreitung verstanden werden und führt zu den

Tabelle 1.1: Dargestellt sind die größtmöglichen Streckenlängen L_{\max} bei einer maximal tolerierbaren Polarisationsmodendispersion PMD_{\max} von 10 % der Bitdauer T_{Bit} bzw. Symboldauer T_{S} . Es wird zwischen Fasern mit einem PMD-Koeffizienten ($\text{PMD}_{\text{Koeff}}$) von $0,02 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ (moderne Fasern), $0,1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ und $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ unterschieden [7].

Datenrate	T_{Bit} bzw. T_{S}	PMD_{\max}	L_{\max} bei $\text{PMD}_{\text{Koeff}} =$ $0,02 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$	L_{\max} bei $\text{PMD}_{\text{Koeff}} =$ $0,1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$	L_{\max} bei $\text{PMD}_{\text{Koeff}} =$ $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$
OOK					
10 Gbit/s	100 ps	10 ps	250.000 km	10.000 km	400 km
40 Gbit/s	25 ps	2.5 ps	15.625 km	625 km	25 km
100 Gbit/s	10 ps	1 ps	2.500 km	100 km	4 km
QPSK, DQPSK mit Polarisationsmultiplex					
10 Gbit/s	400 ps	40 ps	4.000.000 km	160.000 km	6.400 km
40 Gbit/s	100 ps	10 ps	250.000 km	10.000 km	400 km
100 Gbit/s	40 ps	4 ps	40.000 km	1.600 km	64 km

eingangs genannten Signalverzerrungen.

Eine Vergrößerung der Kanaldatenrate kann nur erfolgen, wenn den durch PMD verursachten Signalstörungen und den damit verbundenen Einschränkungen entgegen gewirkt wird. Im Folgenden sollen die drei am weitesten verbreiteten Ansätze vorgestellt werden, die dafür in Frage kommen.

Installation von Fasern mit geringer PMD Zuerst zu nennen ist das Verlegen neuer Fasern, die einen wesentlich geringeren PMD-Koeffizienten $\text{PMD}_{\text{Koeff}}$ aufweisen und dadurch eine Übertragung bei höheren Datenraten zulassen. Tabelle 1.1 verdeutlicht diesen Ansatz: Bei amplitudenmodulierten Signalen (*on-off keying* (OOK)) sind PMD-Werte von bis zu etwa 10 % der Bitdauer zulässig, ohne dass die Übertragung beeinträchtigt wird [8]. Die drei Datenraten 10 Gbit/s, 40 Gbit/s und 100 Gbit/s, die zugehörige Bitdauer T_{Bit} und die daraus resultierende maximal tolerierbare Polarisationsmodendispersion PMD_{\max} sind im ersten Block der Tabelle (OOK) aufgelistet. Die letzten drei Spalten zeigen die maximal überbrückbare Faserstrecke L_{\max} für verschiedene Fasertypen mit den PMD-Koeffizienten $0,02 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$, $0,1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ und $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$.

Die Tabelle kann folgendermaßen interpretiert werden: Moderne Fasern weisen ge-

ringe PMD-Koeffizienten von etwa $0,02 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ auf. Damit können bei 10 Gbit/s und 40 Gbit/s problemlos große Strecken wie beispielsweise transozeanische Verbindungen überbrückt werden. Bei 100 Gbit/s ist eine Überbrückung von mehr als 2.500 km nicht möglich. Wesentlich kritischer ist dieses Verhalten bei Fasern mit PMD-Koeffizienten von $0,1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ oder gar $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$, wie sie teilweise im Backbone-Netzwerk in der Bundesrepublik verbaut sind. Die Reichweite bei 40 Gbit/s sinkt im ersten Fall von $\text{PMD}_{\text{Koeff}} = 0,1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ auf 625 km. Selbst nationale Verbindungen könne damit nicht flächendeckend realisiert werden. Besonders hohe Werte wie $\text{PMD}_{\text{Koeff}} = 0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ werden durch sehr alte Fasern verursacht. Selbst bei 10 Gbit/s können damit maximal 400 km überbrückt werden. Eine Steigerung der Bitrate ist in diesem Fall nicht sinnvoll. Durch Verlegen neuer Fasern mit geringem PMD-Koeffizienten kann die PMD-Toleranz zwar erhöht werden, es entstehen allerdings enorme Kosten, so dass eine vollständige Erneuerung der Faserstrecke kaum in Betracht kommt.

In installierten Systemen kann man folgende Beobachtung machen: Der PMD-Koeffizient ist nicht überall gleich, sondern es existieren einzelne Streckenabschnitte mit besonders großem PMD-Koeffizienten, welche einen dominanten Beitrag zur gesamten PMD leisten. Mithilfe neuartiger Messverfahren können diese Streckenabschnitte identifiziert und durch neue Fasern ersetzt werden [9].

Erhöhung der spektralen Effizienz Höhere Datenraten bei gleichbleibender PMD-Toleranz können durch das Vergrößern der spektralen Effizienz erreicht werden: Sendet man beispielsweise zwei Datenströme auf zueinander orthogonalen Polarisierungen (Polarisationsmultiplex) und setzt zweistufige Modulationsformate wie *quadrature phase shift keying* (QPSK) oder *differential quadrature phase shift keying* (DQPSK) ein, so können pro Symboldauer T_S vier Bits übertragen werden. Die Dauer eines gesendeten Zeichens (Symbol) und somit auch die Empfindlichkeit gegenüber PMD bleiben dabei gleich. Im zweiten Block von Tabelle 1.1 (QPSK, DQPSK mit Polarisationsmultiplex) sind die entsprechenden Werte für die Symboldauer T_S , die maximal tolerierbarer Polarisationsmodendispersion PMD_{max} und die sich daraus ergebende überbrückbare Entfernung L_{max} bei den Bitraten 10 Gbit/s, 40 Gbit/s und 100 Gbit/s dargestellt. Ein Vergleich mit dem ersten Block der Tabelle (OOK) verdeutlicht, dass bspw. eine Ver vierfachung der Bitrate von 10 Gbit/s auf 40 Gbit/s bei gleicher Reichweite möglich ist. Der Vergleich lässt eine weitere Interpretation der Tabelle zu: Bei unveränderter Bitrate kann die Symboldauer T_S auf ein Viertel reduziert werden, wodurch die PMD-Toleranz und somit die Reichweite größer werden. Die Tatsache, dass phasenmodulierte Signale eine leicht höhere PMD-Toleranz als amplitudenmodulierte Signale aufweisen, wird bei den Angaben in der Tabelle vernachlässigt.

Kompensation der PMD Ein weiterer Ansatz zur Erhöhung der Toleranz gegenüber PMD ist der Einsatz von PMD-Kompensatoren. Eine Störung über den kritischen Wert PMD_{\max} hinaus ist hierbei zulässig. Nach erfolgter Übertragung werden die Störungen kompensiert, so dass ein ungestörter Betrieb des Systems möglich ist. Es wird zwischen optischer und elektronischer Kompensation unterschieden. Optische Kompensatoren invertieren die PMD-Übertragungsfunktion der Glasfaser durch eine Anordnung optischer, doppelbrechender Bauelemente und machen dadurch die entstandenen Signalverzerrungen rückgängig. Dieses Verfahren erfordert eine sehr hohe mechanische Präzision und lässt eine kompakte Bauweise nicht zu. Zudem kann es den Kanaländerungen, die sich häufig im Abstand von Millisekunden ereignen, schwer folgen [10]. Aus diesen Gründen befinden sich optische Kompensatoren nicht mehr im Fokus von Forschung und Entwicklung.

Elektronische PMD-Kompensatoren bedienen sich digitaler Signalverarbeitung, um dem Einfluss der durch PMD verursachten Signaldegradationen entgegenzuwirken. Dabei spielt es eine wichtige Rolle, welche Empfangstechnik verwendet wird. Der in der optischen Übertragungstechnik weit verbreitete Direktempfänger wandelt die elektrische Feldstärke des übertragenen Signals mittels Photodiode in einen Photostrom, welcher proportional zur Leistung des optischen Signals ist. Diese Wandlung bringt zweierlei Nachteile mit sich: Zum einen geht jegliche Phaseninformation verloren und zum anderen werden lineare Signalstörungen, wie zum Beispiel PMD, zu nichtlinearen Signalstörungen. Im Gegensatz dazu liefern kohärente Empfänger Photoströme, die proportional zum elektrischen Feld des übertragenen Signals sind, wodurch die zuvor genannten Beschränkungen des Direktempfängers wegfallen.

Zur elektronischen Kompensation der PMD bieten sich zwei Prinzipien der digitalen Signalverarbeitung an: Zum einen gibt es Entscheidungsverfahren, im speziellen *maximum-likelihood sequence estimation* (MLSE), auch Sequenzschätzer genannt. Dieses Verfahren berücksichtigt bei der Entscheidung den Einfluss benachbarter Symbole. Hierzu wird eine Statistik der möglichen Kanalausgänge bei gegebenen Kanaleingangssequenzen (Kombinationen benachbarter Symbole) aufgenommen. Über den Vergleich der Auftrittswahrscheinlichkeit der möglichen Symbolsequenzen bei den empfangenen Signalwerten wird eine Entscheidung für die wahrscheinlichste Sequenz getroffen.

Zum anderen können sogenannte Entzerrer zur PMD-Kompensation eingesetzt werden. Das Prinzip von Entzerrern unterscheidet sich deutlich von dem der Sequenzschätzer: Mithilfe von *finite impulse response* (FIR)-Filtern wird der störende Einfluss der Übertragungsstrecke umgekehrt (entzerrt), so dass das ursprünglich gesendete Signal bestmöglich wiederhergestellt und der Einfluss durch benachbarte Symbole aufgehoben wird. Anschließend kann eine symbolweise Entscheidung durchgeführt werden.

Der Einsatz von Entscheidungsverfahren nach Direktempfang bildet einen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Den zweiten Schwerpunkt bildet die PMD-Kompensation mittels Entzerrer nach kohärentem Empfang. Diese Gebiete werden intensiv untersucht und für die Anwendung in Polarisationsmultiplexsystemen weiterentwickelt. Die Eigenschaften beider Verfahren werden nachfolgend kurz erläutert.

1.1.1 PMD-Kompensation durch Entscheidungsverfahren

Wie bereits genannt ist der Direktempfänger die in der optischen Übertragungstechnik am weitesten verbreitete Empfangstechnik. Prinzipbedingt geht dabei die Phaseninformation des Signals verloren und lineare Signalstörung wie PMD erhalten nichtlinearen Charakter. Aus diesem Grund können lineare Kompensationsprinzipien wie bspw. FIR-Filter nicht wirkungsvoll eingesetzt werden. Hier werden die oben genannten Sequenzschätzer eingesetzt, um den durch PMD hervorgerufenen Signalstörungen entgegenzuwirken. Das Prinzip wird zunächst für den Einsatz in amplitudenmodulierten Systemen mit Direktdetektion untersucht. Mithilfe der daraus gewonnenen Erkenntnisse wird ein neuartiges Verfahren entwickelt, welches das Prinzip der Sequenzschätzung derart erweitert, dass eine PMD-Kompensation in amplitudenmodulierten Systemen mit Polarisationsmultiplex möglich wird.

1.1.2 PMD-Kompensation durch Signalentzerrung

Kommt kohärenter Empfang zum Einsatz, bleibt die Linearität der Störungen wie PMD erhalten. Mit linearen Filtern, wie zum Beispiel dem FIR-Filter, können solche Störungen vollständig kompensiert werden. In dieser Arbeit wird ein Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfänger verwendet, welcher neben der Phaseninformation des Signals auch die vollständige Information über den Polarisationszustand liefert und dadurch die Detektion von Signalen mit Polarisationsmultiplex ermöglicht. Hierbei kommt ein neuartiger PMD-Kompensator zum Einsatz, der aus vier FIR-Filtern besteht. Die zugehörigen Filter-Koeffizienten werden mithilfe adaptiver Verfahren bestimmt. Zum einen wird ein als *least mean squares* (LMS) bezeichnetes Verfahren eingesetzt, das die Filterkoeffizienten unter Zuhilfenahme einer Trainingssequenz einstellt. Neu ist hierbei die Erweiterung des LMS-Verfahrens für die Verwendung in Polarisationsmultiplexsystemen und die Untersuchung von Möglichkeiten zur Beschleunigung des Adaptionsprozesses. Es erfolgt eine systematische Untersuchung des Einflusses der Filterlänge und der Quantisierung des Analog-Digital-Wandlers auf die Leistungsfähigkeit des erweiterten LMS-Verfahrens bei Verwendung amplitudenmodulierter Signale.

In zukünftigen optischen Übertragungsnetzen wird der Einsatz mehrstufiger Phasen-

modulationsformaten unumgänglich sein. In solchen Systemen bietet sich der Einsatz von blind adaptierenden Verfahren wie dem *constant modulus algorithm* (CMA) an: Dieses Verfahren nutzt die konstante Hüllkurve phasenmodulierter Signale aus, um die Einstellung der verwendeten FIR-Filter vorzunehmen. Erstmals werden LMS- und CMA-Verfahren parallel untersucht und anhand von Systemausfallwahrscheinlichkeiten miteinander verglichen.

1.2 Kapitelübersicht

Im folgenden Abschnitt soll eine kurze Übersicht über die Inhalte der einzelnen Kapitel der Arbeit gegeben werden. Im zweiten Kapitel, welches dieser Einleitung folgt, werden die physikalischen Grundlagen dargestellt, die zum Verständnis der optischen Signalübertragung notwendig sind: Nachdem das Verhalten elektromagnetischer Wellen in Glasfasern und das Prinzip der Polarisation erläutert wurden, erfolgt eine kurze Besprechung signalverzerrender Störungen wie chromatische Dispersion und nichtlineare Effekte. Daraufhin wird die Polarisationsmodendispersion eingeführt, welche in dieser Arbeit eine zentrale Rolle spielt. Mithilfe der Größen der differentiellen Gruppenlaufzeit, der Polarisationshauptzustände und des PMD-Vektors wird das Phänomen erläutert. Abschließend werden Möglichkeiten zur Modellierung PMD-behafteter Glasfasern in Computersimulationen gezeigt.

Im dritten Kapitel werden die technischen Rahmenbedingungen der betrachteten optischen Übertragungssysteme und deren numerische Modellierung besprochen. Zunächst werden die Modulationsverfahren und das Prinzip des Polarisationsmultiplex erläutert. Darauf folgt die Beschreibung des Wellenlängenmultiplex und der dort eingesetzten breitbandigen Faserverstärker, wobei die Modellierung des Rauschens der Faserverstärker ausführlich dargestellt wird. Im letzten Abschnitt des Kapitels werden die für Computersimulationen wichtigen Methoden wie die Erzeugung zufälliger Symbolsequenzen und die Varianzreduktion in Monte-Carlo-Simulationen sowie geeignete Bewertungskriterien erläutert.

Der Einsatz von Entscheidungsverfahren zur Steigerung der PMD-Toleranz in optischen Übertragungssystemen wird im vierten Kapitel behandelt. Zunächst wird das Verfahren der Sequenzschätzung (MLSE) hinsichtlich der Anwendbarkeit in direkt detektierenden Übertragungssystemen untersucht und bezüglich der Quantisierung der Signale und der erforderlichen Speichertiefe (Kanalgedächtnis) optimiert. Mithilfe der daraus gewonnenen Erkenntnisse wird ein neues Verfahren entwickelt, welches es ermöglicht die Sequenzschätzung in Systemen mit Polarisationsmultiplex einzusetzen. Dieses Verfahren wird durch einen Polarisationssteller unterstützt. Die Leistungsfähigkeit des

Verfahrens wird anhand seiner Eigenschaft, die Ausfallwahrscheinlichkeit in optischen Übertragungssystemen zu reduzieren, bewertet. Zwei Methoden zur Einstellung des Polarisationsstellers werden vorgestellt und verglichen.

Das fünfte Kapitel befasst sich mit dem Einsatz von FIR-Filtern zur Kompensation der PMD. In einem ersten Schritt wird ein einfaches FIR-Filter verwendet, um die durch PMD verursachten Störungen in einem direkt detektierenden amplitudenmodulierten System zu kompensieren. Die Adaption der Filterkoeffizienten erfolgt dabei mithilfe einer Trainingssequenz (LMS). Anschließend wird das Verfahren auf eine Struktur mit vier FIR-Filtern erweitert, um die PMD-Kompensation nach einem Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfänger zu ermöglichen. Es erfolgt eine Untersuchung für amplitudenmodulierte Systeme ohne und mit Polarisationsmultiplex. Des Weiteren werden Möglichkeiten zur Beschleunigung der Adaptionsgeschwindigkeit des LMS-Verfahrens vorgestellt. Im Anschluss wird ein blind adaptierendes Verfahren (CMA) vorgestellt, welches die Einstellung der Filterkoeffizienten ohne Trainingssequenz ermöglicht. Da dieses Verfahren nur bei phasenmodulierten Signalen eingesetzt werden kann, erfolgt eine Anpassung und Untersuchung des Verfahrens in einem System mit *differential quadrature phase shift keying* (DQPSK) und Polarisationsmultiplex. Parallel erfolgt eine Untersuchung des zuvor genannten Verfahrens (LMS) und ein Vergleich beider Verfahren.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick auf zukünftige Anwendungsfelder digitaler Signalverarbeitung in der optischen Übertragungstechnik.

2 Grundlagen der Glasfaser

Zur Datenübertragung in Weitverkehrsnetzen kommen heute nahezu ausschließlich Fasern aus Quarzglas (Siliziumdioxid) zum Einsatz. Vor allem die niedrige Dämpfung und die hohe Bandbreite verschaffen der sogenannten Singlemode-Faser (SMF) eine große Überlegenheit gegenüber der Übertragung per Kupferkabel oder Funk. Neben Fasern aus Quarzglas kommen auch Polymerfasern in der Faseroptik zum Einsatz. Sie zeichnen sich durch ihren niedrigen Preis, bedingt durch die einfachen Herstellungsprozesse, und ihre preiswerte Verbindungstechnik aus. Für Datenübertragung über lange Distanzen und mit hohen Bitraten sind Polymerfasern aufgrund von verstärkt auftretenden Dispersionseffekten und hoher Dämpfung allerdings ungeeignet.

Die Datenübertragung in faseroptischen Systemen wird im Wesentlichen beeinflusst und beschränkt durch die physikalischen Eigenschaften der SMF. Diese Eigenschaften sollen im folgenden Kapitel erläutert werden. Zunächst wird der geometrische Aufbau des Lichtleiters beschrieben. Anschließend wird auf den Einfluss der Faser auf elektromagnetische Wellen eingegangen. Hier werden zunächst Dämpfung, chromatische Dispersion und nichtlineare Effekte erläutert. Der letzte und größte Abschnitt des Kapitels soll dem Leser den Effekt der Polarisationsmodendispersion (PMD) näher bringen. Er kommt in nahezu allen hochbitratigen faseroptischen Übertragungssystemen zum Tragen und bildet die Hauptmotivation für die Entwicklung und Untersuchung der in dieser Arbeit behandelten Kompensationsverfahren.

2.1 Elektromagnetische Wellen auf der Faser

In nahezu allen Bereichen der Übertragungstechnik sind es elektromagnetische Wellen, die als Informationsträger verwendet werden. Es sind hierbei die Größen Amplitude, Frequenz, Phase und Polarisation, die moduliert werden, um die Information sowohl analogen als auch digitalen Übertragungssystemen aufzuprägen. Dabei sind es die Eigenschaften des jeweiligen Übertragungsmediums, die die Übertragung von Wellen maßgeblich beeinflussen. Die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im Medium wird allgemein durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Diese wurden in den Jahren 1861 bis 1864 von James Clerk Maxwell formuliert und lauten für ruhende Medien

in differentieller Form [11]

$$\operatorname{div} \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \quad (2.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.2)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t) \quad (2.3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t). \quad (2.4)$$

Hierbei ist \vec{B} die magnetische Flussdichte, \vec{H} die magnetische Feldstärke, \vec{E} die elektrische Feldstärke, \vec{D} die dielektrische Verschiebungsdichte, ρ die Raumladungsdichte und \vec{J} die elektrische Stromdichte. Vektorielle Größen werden in dieser Arbeit mit einem Pfeil $\{\vec{\cdot}\}$ gekennzeichnet. Das Gaußsche Gesetz 2.1 gibt den Zusammenhang zwischen dielektrischer Verschiebungsdichte und Raumladungsdichte an und beschreibt die Ladung als Quelle für das elektrische Feld. Das Gaußsche Gesetz für Magnetfelder 2.2 sagt aus, dass Magnetfelder stets quellenfrei sind. Das Faradaysche Gesetz 2.3, auch als Induktionsgesetz bekannt, gibt an, dass jedes zeitlich veränderliche magnetische Feld ein elektrisches Wirbelfeld verursacht. Das Ampèresche Gesetz 2.4, auch Durchflutungsgesetz genannt, sagt aus, dass jedes zeitlich veränderliche elektrische Feld ein magnetisches Wirbelfeld hervorruft. Die Größen \vec{D} , \vec{H} und \vec{J} sind jeweils Funktionen der Größen \vec{E} und \vec{B} . Diese Beziehungen sind materialabhängig und können sehr kompliziert sein. Sie lauten unter der Annahme linearen Verhaltens, zeitlicher Unabhängigkeit der Materialeigenschaften und isotroper Materialien

$$\vec{D}(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \quad (2.5)$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) \quad (2.6)$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \kappa(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}). \quad (2.7)$$

Hierbei ist $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon_0 (1 - \chi_E)$ die Permittivität mit der elektrischen Feldkonstanten ε_0 , der relativen Permittivität ε_r und der elektrischen Suszeptibilität χ_E . In anisotropen Materialien ist ε eine tensorielle Größe, wodurch sich Phänomene wie Doppelbrechung erklären lassen. Die Permeabilität $\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 (1 - \chi_M)$ kann über die magnetische Feldkonstante μ_0 und die relative Permeabilität μ_r bzw. die magnetische Suszeptibilität χ_M ausgedrückt werden. Für Dielektrika, zu welchen das Glas der SMF zählt, vereinfachen sich die Materialbeziehungen 2.5-2.7 zusätzlich. Unter der Voraussetzung, dass die Leitfähigkeit $\kappa = 0$ und die relative Permeabilität $\mu_r = 1$ sind, lauten die

Materialbeziehungen

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon_0 (1 - \chi_E) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (2.8)$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (2.9)$$

$$\vec{J} = 0, \quad (2.10)$$

wobei \vec{P} Polarisation genannt wird, und eine Ladungsträgerverschiebung in nichtleitenden Materialien beschreibt. Diese Polarisation darf nicht mit dem Begriff der Polarisation verwechselt werden, welcher zur Beschreibung der Orientierung elektromagnetischer Felder in Abschnitt 2.2 eingeführt wird.

Unter diesen Voraussetzungen und der zusätzlichen Annahme $\rho = 0$ vereinfachen sich die Maxwell'schen Gleichungen zu

$$\operatorname{div} \vec{D}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.11)$$

$$\operatorname{div} \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.12)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t) \quad (2.13)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t). \quad (2.14)$$

Durch Transformation der Gleichungen 2.8-2.14 in den Frequenzbereich und anschließendes Kombinieren und Umformen erhält man für homogene Materialien (konstantes ε) folgende Differentialgleichungen:

$$\Delta \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon \vec{E} = 0 \quad (2.15)$$

$$\Delta \vec{H} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon \vec{H} = 0 \quad (2.16)$$

Mögliche Lösungen dieser Differentialgleichung sind monochromatische ebene Wellen [12]

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \quad (2.17)$$

mit Frequenz ω und Wellenvektor $\vec{k} = (k_x \ k_y \ k_z)^T$. $\vec{k} \cdot \vec{r}$ ist das Skalarprodukt der beiden Vektoren. Die komplexe Amplitude \vec{E}_0 beschreibt Maximalamplitude, Polarisation und Phasenlage des elektrischen Feldes. Für das magnetische Feld \vec{H} existiert eine entsprechende Lösung, die hier und im Folgenden nicht besprochen wird. Die Beziehung zwischen der Länge des Wellenvektors (Wellenzahl k) und den Materialeigenschaften ε und μ wird durch

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (2.18)$$

hergestellt. Unter der Annahme, dass sich die Welle nur in z -Richtung ausbreitet, wird $k_x = 0$, $k_y = 0$ und $k_z = k$ und die oben genannten Zusammenhänge vereinfachen sich zu

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - kz)}. \quad (2.19)$$

Der Zusammenhang zwischen dem komplexen Brechungsindex n und der relativen Permittivität ε_r ist für Dielektrika ($\mu_r=1$) gegeben durch

$$n^2(\omega) = \varepsilon_r(\omega), \quad (2.20)$$

wodurch aus Gleichung 2.18 zusammen mit $c_0 = (\mu_0\varepsilon_0)^{-1/2}$ der Zusammenhang

$$k = n \frac{2\pi}{\lambda_0} = nk_0 \quad (2.21)$$

hervorgeht, wobei c_0 , λ_0 und k_0 jeweils die Lichtgeschwindigkeit, die Wellenlänge und die Wellenzahl im Vakuum sind. Der Brechungsindex n ist im Allgemeinen komplexwertig ($n = \text{Re}\{n\} + j\text{Im}\{n\}$). Anhand von Gleichung 2.19 zusammen mit Gleichung 2.21 ist einfach zu erkennen, dass der Realteil des Brechungsindex $\text{Re}\{n\}$ zur ortsabhängigen Oszillation des komplexen Zeigers beiträgt. Der Imaginärteil $\text{Im}\{n\}$ hingegen bewirkt eine Dämpfung der sich ausbreitenden Welle. Die Ursachen für die Dämpfung in Quarzglas lassen sich im Wesentlichen auf Absorptions- und Streueffekte zurückführen. Absorption entsteht zum einen im ultravioletten Spektralbereich durch Wechselwirkung mit Elektronen im Medium, zum anderen ist es die Anregung von Schwingungszuständen der Moleküle im infraroten Spektralbereich. Den größten Beitrag zur Dämpfung trägt allerdings die sogenannte Rayleigh-Streuung. Räumliche Brechzahlfluktuationen bewirken zufällige Ablenkung des einfallenden Lichts, also Streuung. Der Einfluss dieser Streuung ist proportional zu $\frac{1}{\lambda^4}$ [13]. Der Dämpfungsverlauf unterschiedlicher SMF ist in Abbildung 2.1 gezeigt. Besonders auffällig sind hier die starken Verluste im Wellenlängenbereich um 1390 nm. Die Ursache sind zusätzliche Absorptionsverluste, hervorgerufen durch Verunreinigungen durch OH^- -Ionen. Eine Verminderung der Verunreinigung führt zu dem Trend hin zu geringeren Faserdämpfungen, wie er in Abbildung 2.1 zu beobachten ist. Das Dämpfungsminimum liegt bei ca. 1550 nm. Aus diesem Grund hat sich für die optische Datenübertragung das C-Band bei 1530-1565 nm durchgesetzt.

Alle bisherigen Betrachtungen erfolgten für die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen in einem einheitlichen, sich örtlich nicht veränderndem Medium. In Wellenleitern ist es jedoch prinzipbedingt, Dielektrika mit unterschiedlichen Brechungsindizes zu verwenden. Dadurch kommt es zur Totalreflexion an den dielektrischen Grenzschichten und somit zur Führung der Welle. Der Querschnitt und das Brechungsindexprofil einer Stufenindexfaser sind in Abbildung 2.2 gezeigt. Um die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen in solchen Strukturen zu beschreiben, ist es notwendig die Gleichungen 2.15 und 2.16 für beide Bereiche, sowohl den Kern als auch den Mantel, zu lösen. Unter Annahme der Bedingungen für Totalreflexion und der Stetigkeitsbedingungen der Felder an den Grenzflächen ergeben sich Lösungen der Feldverteilung in den drei Raumrichtungen [11, 17]. Die in der optischen Übertragungstechnik eingesetzten Wellenleiter werden als schwach führend bezeichnet. Dies ist der Fall, wenn der

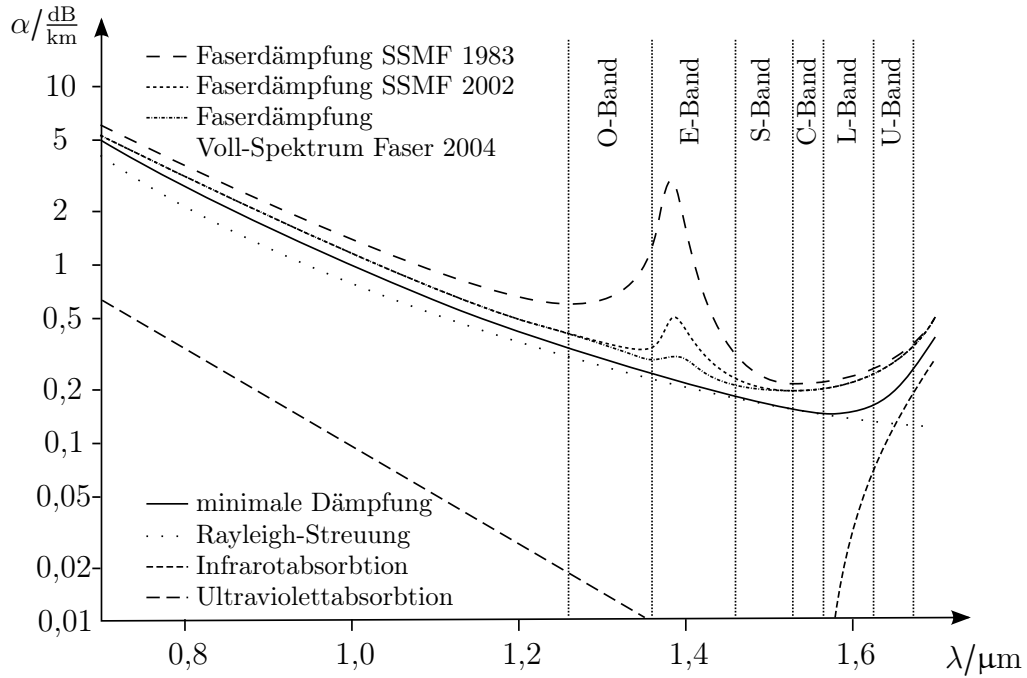


Abbildung 2.1: Spektraler Dämpfungsverlauf für unterschiedliche Glasfasern aus den Jahren 1983, 2002 und 2004. Zudem sind die verschiedenen Dämpfungsanteile, verursacht durch Rayleigh-Streuung, Infrarotabsorption und Ultraviolettabsorption, dargestellt [14–16].

Brechungsindexunterschied zwischen Faserkern und Fasermantel

$$\Delta n = \frac{n_K^2 - n_M^2}{2n_K^2} \quad (2.22)$$

$$\approx \frac{n_K - n_M}{n_K} \quad \text{wenn } n_K \approx n_M \quad (2.23)$$

sehr gering ist ($\Delta n \ll 1$). Bei einer SMF liegt dieser Wert im Bereich $\Delta n = 0,001 \dots 0,02$. Dadurch wird die Wahl des Faserkerndurchmessers r_K weniger anspruchsvoll, da das Faserdesign einer SMF mit einem Stufenindexprofil wie in Abbildung 2.2 der Definition

$$V = k_0 r_K \sqrt{n_K^2 - n_M^2} < 2,405 \quad (2.24)$$

folgen muss. Hierbei ist V der normierte Frequenzparameter, k_0 die Wellenzahl im Vakuum und r_K der Kerndurchmesser. Es kann gezeigt werden, dass bei schwach führenden Wellenleitern die in Richtung der Wellenleiterachse z orientierten Signalkomponenten E_z und H_z verschwindend klein gegenüber den anderen Komponenten sind [17, 18]. Aus diesem Grund können die Komponenten in z -Richtung vernachlässigt werden, was die Lösung der Wellengleichung stark vereinfacht. Lösungen, die eine längenunabhängige transversale Feldverteilung $\vec{E}(x, y)$ aufweisen und sich in z -Richtung ausbreiten, werden beschrieben durch

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(x, y)e^{-j\beta z}. \quad (2.25)$$

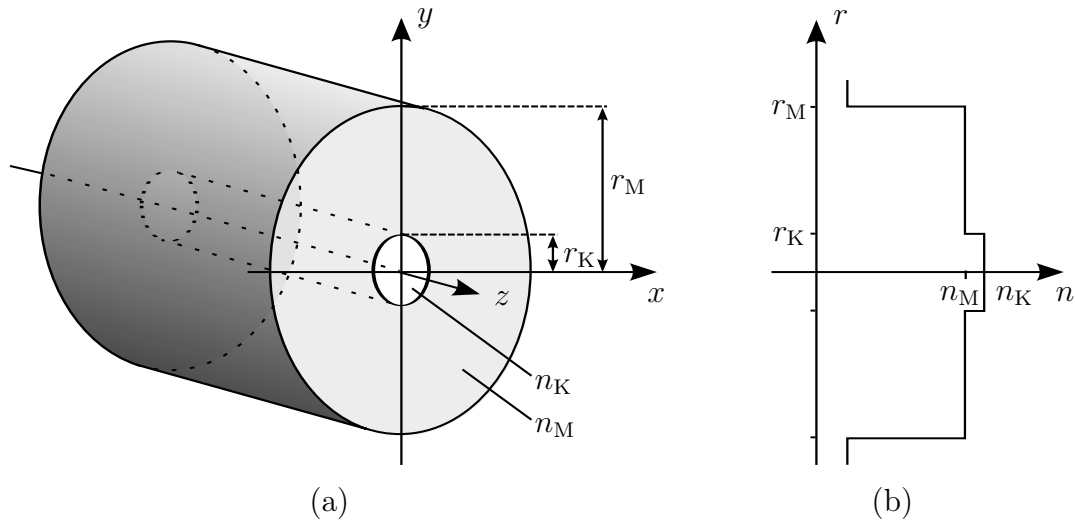


Abbildung 2.2: (a) Querschnitt und (b) Brechungsindexverlauf einer Stufenindexfaser

Entsprechendes gilt für das magnetische Feld \vec{H} . Bei der Darstellung der Lösung wurde auf die Angabe der zeitabhängigen harmonischen Oszillation verzichtet. Die Ausbreitungskonstante β ist frequenzabhängig und liegt für geführte Wellen zwischen $k_0 n_K$ und $k_0 n_M$. Da das Feld $\vec{E}(x, y)$ sich über den Kern hinaus in den Mantel der Faser hinein erstreckt, erfährt die Welle einen effektiven Brechungsindex, der im Bereich $n_M < n_{\text{eff}} < n_K$ liegt mit

$$n_{\text{eff}} = \frac{\beta}{k_0}. \quad (2.26)$$

Wegen der zylindrischen Anordnung der dielektrischen Schichten in der Faser bietet sich eine Formulierung des Problems in Zylinderkoordinaten an, wodurch der Ausdruck für das \vec{E} -Feld folgende Form annimmt:

$$\vec{E}(r, \phi, z) = \vec{E}(r, \phi) e^{-j\beta z} \quad (2.27)$$

Zusätzlich kann das transversale Feld $\vec{E}(r, \phi)$ nach den Abhängigkeiten von r und ϕ aufgeteilt werden. Berücksichtigt man nun, dass die möglichen Lösungen notwendigerweise periodisch in \vec{e}_ϕ -Richtung mit der Periode 2π auftreten, so können die Felder der geführten Moden in der Form

$$\vec{E}(r, \phi, z) = \epsilon(r) e^{-jl\phi} e^{-j\beta z} \vec{e}_t \quad (2.28)$$

dargestellt werden, wobei der Einheitsvektor \vec{e}_t die Ausrichtung des Feldes in transversaler Richtung angibt. Bis zu welchem der ganzzahligen $l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ Lösungen auftreten, hängt von den Faserparametern und der Ausbreitungskonstante β ab. In

radialer Richtung ergeben sich folgende Lösungen:

$$\epsilon(r) \sim \begin{cases} J_l(ur) & \text{für } r < r_K & \text{(Kern)} \\ K_l(vr) & \text{für } r > r_K & \text{(Mantel)} \end{cases} \quad (2.29)$$

Es ist J_l die allgemeine Bessel-Funktion der Ordnung l und K_l die modifizierte Bessel-Funktion zweiter Art der Ordnung l . Es wurde dabei angenommen, dass sich der Mantelradius gegen unendlich ausdehnt, $r_M \rightarrow \infty$. Lösungen, die für $r \rightarrow \infty$ oder $r = 0$ divergieren, wurden bereits ausgeschlossen. Die Variable $u = \sqrt{k_0^2 n_K^2 - \beta^2}$ wird als Kernparameter bezeichnet, $v = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_M^2}$ als Mantelparameter. Mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen an der Grenzfläche $r = r_K$ lässt sich die sogenannte charakteristische Gleichung aufstellen. Diese liefert eine endliche Zahl diskreter Lösungen β_{lm} für die Ausbreitungskonstante β . Die azimutale Ordnungszahl l gibt dabei die Anzahl der Feldextrema auf einem Umfang und m die Anzahl der Feldextrema in radialer Richtung an. Dies kann folgendermaßen interpretiert werden: Jedem l ist im Kernbereich die Bessel-Funktion $J_l(ur)$ zugeordnet. Durch die Abhängigkeit des Kernparameters u von β werden die Bessel-Funktionen gestaucht. Dadurch findet mit größer werdendem u eine zunehmend größere Anzahl von Maxima in radialer Richtung Platz.

Den Lösungen β_{lm} ist jeweils eine Feldverteilung (Mode) zuzuordnen. Diese werden als sogenannte LP_{lm} -Moden (linear polarisierte Moden) bezeichnet und existieren, wie oben genannt, nur unter der Voraussetzung schwacher Führung. In rotationssymmetrischen Fasern existiert zu jeder LP-Mode eine Mode mit orthogonaler Polarisation und identischer Ausbreitungskonstante. Man spricht hier von 2-fach entarteten Moden. Eine zusätzliche Entartung existiert für Moden mit $l \neq 0$, da die Wertepaare $l = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ zu identischen Lösungen führen.

Die Kombination aus den entarteten LP-Moden erfüllen ebenfalls die Eigenschaften von LP-Moden. Auch in dem Fall, dass die orthogonalen Moden unterschiedliche Amplituden und/oder eine Phasendifferenz aufweisen, ist die Bezeichnung LP-Mode zulässig, auch wenn die Welle dann im Allgemeinen elliptisch polarisiert ist [14]. Durch den normierten Frequenzparameter V wird festgelegt, welche Moden ausbreitungsfähig sind. Gestaltet man die Faser derart, dass $V < 2,405$ ist, so breitet sich nur noch der LP_{01} -Mode auf der Faser aus. Aus diesem Grund wird diese Faser als Einmoden- oder Singlemode-Faser (SMF) bezeichnet [19, 20]. Hier ist zu erwähnen, dass diese Bezeichnung nicht völlig korrekt ist. Wie zuvor genannt existieren auch hier zwei entartete Moden, die sich durch ihre Polarisation unterscheiden. Man spricht von Polarisationsmoden.

Die in einer Stufenindexfaser ausbreitungsfähigen Moden LP_{lm} besitzen jeweils unterschiedliche Ausbreitungskonstanten β_{lm} . Dies führt zu unterschiedlichen Laufzeiten

der Moden bei der Ausbreitung über die Faser. Man spricht von Modendispersion, welche zu Pulsverbreiterung und Intersymbolinterferenz (ISI) am Empfänger führt. Durch den Einsatz von SMF verhindert man den störenden Einfluss dieses Effekts.

2.2 Polarisation

Die sich in SMF ausbreitenden elektromagnetischen Wellen können in guter Näherung als Transversalwellen beschrieben werden. Wegen des geringen Brechungsindexunterschieds Δn werden die Feldlinien am Übergang zwischen Kern und Mantel kaum gebrochen. Aufgrund dieser homogenen Polarisation können die aus der Optik bekannten Methoden zur Beschreibung von Polarisationen auf die Felder in SMF angewandt werden [12]. Als Polarisation wird die Form bezeichnet, in der sich die Vektorspitze einer elektromagnetischen Welle im Ortsraum (x, y) bewegt. Im Allgemeinen beschreibt diese Bewegung eine Ellipse (elliptisch polarisiertes Licht), wie in Abbildung 2.3 gezeigt. Vereinfacht sich die Ellipse zu einer Geraden, so spricht man von linear polarisiertem Licht, wird sie zu einem Kreis, dann ist von zirkular polarisiertem Licht die Rede. Eine Möglichkeit, die Polarisation des Lichts mathematisch zu beschreiben, ist der Jones-Vektor [21]. Dieser gibt das Verhältnis der beiden Feldkomponenten zueinander sowie deren Phasenbeziehung an. Eine andere sehr gebräuchliche Beschreibung bietet der Stokes-Vektor [22]. Er ist eine abstrakte Beschreibung, bei der alle Polarisationszustände auf der Oberfläche einer Einheitskugel abgebildet werden. Im Zusammenhang mit PMD ist diese Beschreibung sehr hilfreich.

2.2.1 Polarisationsdarstellung durch Jones-Vektoren

Der Vektor des \vec{E} -Feldes von sich in z -Richtung ausbreitendem, harmonisch schwingendem und polarisiertem Licht

$$\vec{E}(z, t) = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (2.30)$$

beschreibt im Allgemeinen eine Ellipse. Die Größen $E_x = |E_x|e^{j\varphi_x}$ und $E_y = |E_y|e^{j\varphi_y}$ sind hierbei komplexe Amplituden. Die Bewegung des Vektors wird gleichermaßen durch die Veränderlichkeit des Raumes sowie die Veränderlichkeit der Zeit verursacht. Hält man die Position z im Raum fest, so beschreibt die Vektorspitze an diesem Ort eine elliptische Bewegung, wie in Abbildung 2.3a gezeigt. Hält man hingegen den Zeitpunkt t fest, so beschreibt die Vektorspitze eine Helix, die sich auf der Oberfläche eines elliptischen Zylinders befindet (siehe Abbildung 2.3b). Die Projektion dieser Rotation

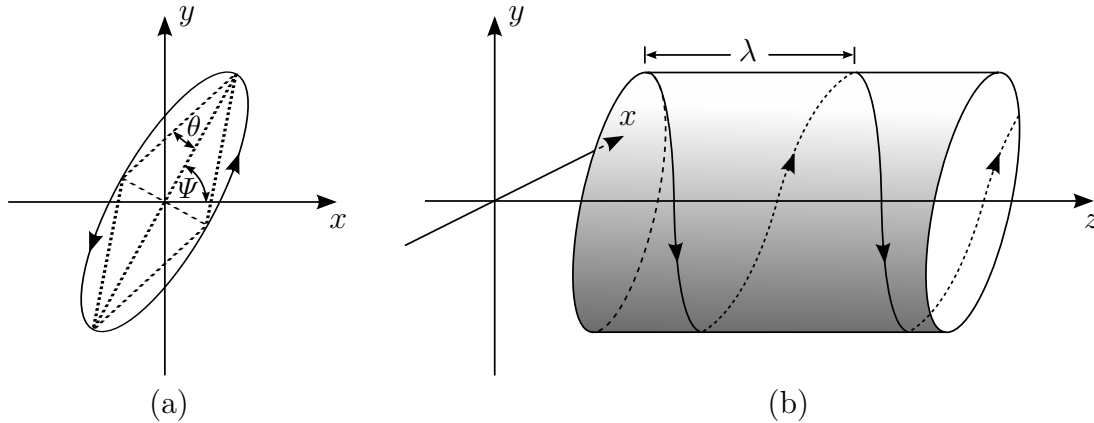


Abbildung 2.3: (a) Entwicklung der Polarisationsellipse in der x - y -Ebene an einem festen Ort z und (b) die Entwicklung des Endpunktes des elektrischen Feldvektors zu einem festen Zeitpunkt t .

auf eine Ebene lässt die gleiche Ellipse wie in Abbildung 2.3a entstehen. Lediglich die Bewegungsrichtung ist entgegengesetzt. Es ist also ausreichend die komplexen Amplituden E_x und E_y zu kennen, um die Polarisation von Licht beschreiben zu können. Der Jones-Vektor, der die Polarisation einer Transversalwelle beschreibt, lautet

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_x| \cdot e^{j\varphi_x} \\ |E_y| \cdot e^{j\varphi_y} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Häufig wird der normierte Jones-Vektor \vec{j}_n angegeben, welcher die Länge des Jones-Vektors \vec{j} auf 1 normiert. Da die gemeinsame Phase der komplexen Amplituden E_x und E_y die Polarisation nicht beeinflusst, beschränkt sich die normierte Beschreibung auf deren Phasenbeziehung $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$. Damit lautet die Beschreibung für den normierten Jones-Vektor:

$$\vec{j}_n = \frac{1}{\sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2}} \begin{pmatrix} |E_x| \\ |E_y| \cdot e^{j\Delta\varphi} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Bei einigen Sonderfällen kann aus der elliptischen Polarisation lineare bzw. zirkuläre Polarisation werden. Lineare Polarisation entsteht, wenn eine der Komponenten E_x oder E_y verschwindet, oder wenn die Phasenbeziehung zwischen den beiden Größen die Werte $\Delta\varphi = m \cdot \pi$ mit $m \in \mathbb{Z}$ annimmt. Zirkuläre Polarisation ist gegeben, wenn die beiden Feldkomponenten gleiche Amplituden haben $|E_x| = |E_y|$ und ein Phasenunterschied von $\pm\pi/2$ besteht. Man unterscheidet dann zwischen rechts- und linkszirkulärer Polarisation, abhängig von der Orientierung des Kreises in der x - y -Ebene. Die Form der zum normierten Jones-Vektor zugehörigen Polarisationsellipse kann durch die beiden Winkel Ψ und θ beschrieben werden. Diese ergeben sich aus den Größen $|E_x|$, $|E_y|$

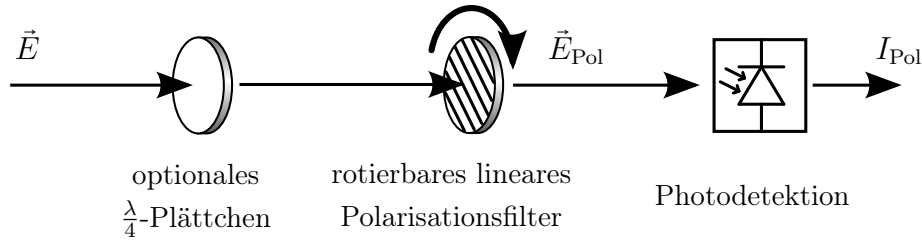


Abbildung 2.4: Aufbau zur Messung der Stokes-Parameter S_0, \dots, S_3 [14].

und $\Delta\varphi$. Die Drehrichtung der Polarisation ist von der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ abhängig. Eine ausführliche Herleitung dieser Zusammenhänge ist in Anhang A zu finden.

Für den Einsatz in Polarisationsmultiplexsystemen ist von besonderer Bedeutung, Wellen unterschiedlicher Polarisation vorliegen zu haben. Bei dieser Technik werden zwei orthogonale Polarisationen verwendet, um die Informationen zweier Kanäle bei gleicher Wellenlänge über eine Faser übertragen zu können. Durch die Orthogonalität der Polarisationen können die Kanäle am Empfänger wieder vollständig getrennt werden. Die Bedingung für die Orthogonalität zweier Polarisationen ist gegeben, wenn für das innere Produkt

$$\vec{j}_1^H \cdot \vec{j}_2 = 0 \quad (2.33)$$

gilt. Hierbei erzeugt $\{\cdot\}^H$ die konjugiert komplexe Transponierte (Hermitesche) eines Vektors oder einer Matrix.

2.2.2 Polarisationsdarstellung durch Stokes-Vektoren

Die messtechnische Erfassung von elektrischen Feldern ist wesentlich komplizierter als die Erfassung von Leistungen. Aus diesem Grund bedient man sich des 1852 von Sir Georg Gabriel Stokes präsentierten Formalismus zur Beschreibung von polarisiertem Licht [22]. Die Stokes-Parameter S_0, \dots, S_3 ermöglichen es, mit relativ einfachen Mitteln die Polarisation von elektrischen Feldern über die Messung von Intensitäten messbar zu machen. Die vier Parameter werden üblicherweise in Form des Stokes-Vektors \vec{S} notiert [14, 23]:

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle I_{ges} \rangle \\ \langle I_{0^\circ} - I_{90^\circ} \rangle \\ \langle I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \rangle \\ \langle I_{rzp} - I_{lzp} \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle E_x E_x^* + E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_x^* - E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* + E_x^* E_y \rangle \\ \langle j(E_x E_y^* - E_x^* E_y) \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |E_x|^2 + |E_y|^2 \rangle \\ \langle |E_x|^2 - |E_y|^2 \rangle \\ \langle 2|E_x||E_y| \cos(\Delta\varphi) \rangle \\ \langle 2|E_x||E_y| \sin(\Delta\varphi) \rangle \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Vektoren und Matrizen im Stokes-Raum werden in dieser Arbeit durch $\{\cdot\}$ gekennzeichnet. Es gibt unterschiedliche Verfahren um die vier Parameter S_0, \dots, S_3 zu bestimmen.

Zum einen können die benötigten Größen seriell, also eine nach der anderen, gemessen werden. Dazu bedient man sich eines Aufbaus wie in Abbildung 2.4 gezeigt. Der erste Parameter S_0 gibt die gesamte Leistung des elektrischen Feldes I_{ges} an und wird ohne vorgeschaltetes Filter gemessen. Anschließend werden nacheinander durch Vorschaltung eines entsprechend ausgerichteten linearen Polarisationsfilters die Intensitäten I_ζ der zueinander orthogonalen Polarisationsanteile bei $\zeta = 0^\circ$ und $\zeta = 90^\circ$ bzw. $\zeta = 45^\circ$ und $\zeta = -45^\circ$ gemessen. Dadurch können S_1 und S_2 bestimmt werden. Durch ein zusätzliches $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen können die Intensitäten des zueinander orthogonalen rechtszirkular polarisierten (rzp) und linkszirkular polarisierten (lzp) Lichts gemessen werden, wodurch S_3 bestimmt wird. Durch entsprechende Aufteilung des Eingangssignals können die Messungen parallelisiert werden. Die in Gleichung 2.34 gewählte Darstellung ermöglicht zusätzlich eine Berechnung des Stokes-Vektors bei bekanntem Jones-Vektor aus den Komponenten E_x und E_y .

Das Licht einer Strahlungsquelle kann sowohl polarisiert als auch unpolarisiert sein. Natürliche Lichtquellen liefern im Allgemeinen unpolarisiertes Licht. Die Polarisationszustände unpolarisierten Lichts ändern sich zufällig mit der Zeit. Bei polarisiertem Licht hingegen bleibt der Polarisationszustand über einen längeren Beobachtungszeitraum gleich. Durch $\langle \cdot \rangle$ in Gleichung 2.34 wird die zeitliche Mittelung über den Beobachtungszeitraum (Messdauer) ausgedrückt. Zur Auswertung der Polarisation einzelner Symbole eines Datensignals ist beispielsweise eine sehr kurze Messdauer erforderlich. Häufig ist Licht teilweise polarisiert. Das Verhältnis der Leistung des polarisierten Lichtanteils zur Gesamtleistung des einstrahlenden Lichts wird Grad der Polarisation, *degree of polarization* (DOP), genannt. Dieser Wert wird mit

$$\text{DOP} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (2.35)$$

angegeben. Allgemein gilt $S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$. Im Sonderfall, dass vollständig polarisiertes Licht vorliegt (DOP = 1), gilt $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$, auf die Angabe von S_0 kann dann verzichtet werden. Durch zusätzliche Normierung auf die Signalleistung erhält man den normierten Stokes-Vektor

$$\overset{\circ}{\vec{s}} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{S_0} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{E_x E_x^* + E_y E_y^*} \begin{pmatrix} E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_x^* E_y \\ j(E_x E_y^* - E_x^* E_y) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Die Endpunkte des normierten Stokes-Vektors kommen auf der Oberfläche einer Kugel mit dem Radius eins zu liegen (siehe Abbildung 2.5). Diese Kugel ist nach Henry Poincaré benannt [24]. Die Poincaré-Kugel bietet eine abstrakte Repräsentation von Polarisationszuständen und vereinfacht das Verständnis von Veränderungen, die die

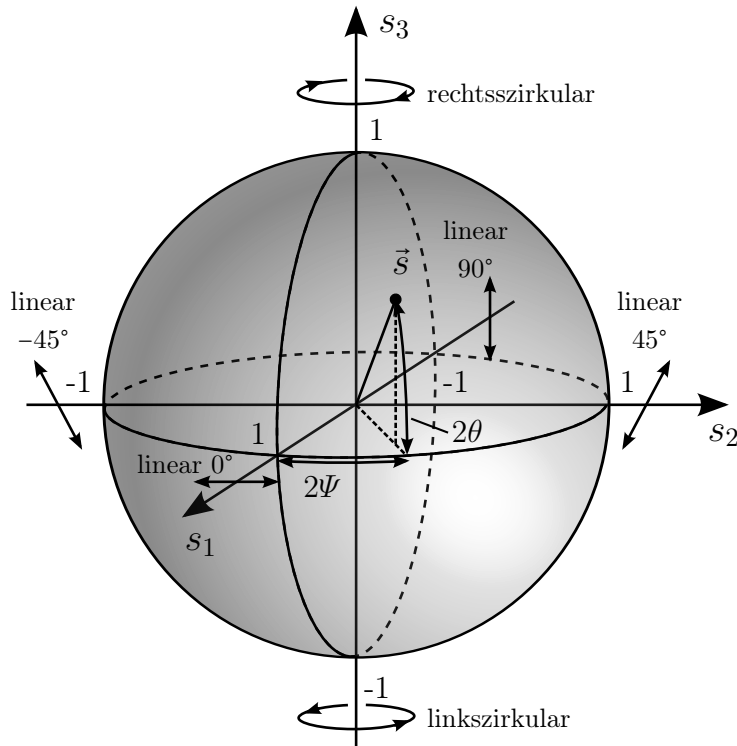


Abbildung 2.5: Poincaré-Kugel: Die Oberfläche einer Einheitskugel dient zur Darstellung des Polarisationszustandes vollständig polarisierten Lichtes.

Polarisation des Lichts bei der Übertragung über PMD-behaftete Fasern erfährt. Wie bereits genannt, ist der Polarisationszustand von polarisiertem Licht im Allgemeinen die elliptische Polarisation. Die linearen Polarisationen kommen auf dem Äquator der Poincaré-Kugel zum Liegen. Rechtszirkular polarisiertes Licht wird auf dem Nordpol und linkszirkular polarisiertes Licht auf dem Südpol abgebildet. Orthogonale Polarisationszustände liegen sich diametral gegenüber. Die Gleichung

$$\overset{\circ}{\vec{s}} = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \cos(2\Psi) \\ \cos(2\theta) \sin(2\Psi) \\ \sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

stellt den Zusammenhang zwischen dem normierten Stokes-Vektor eines Punktes $\overset{\circ}{\vec{s}}$ und den sphärischen Koordinaten $(2\Psi, 2\theta)$ des Punktes her. Für den Wertebereich der beiden Winkel gilt $0^\circ \leq 2\Psi < 360^\circ$ und $-90^\circ \leq 2\theta \leq 90^\circ$. Ψ und θ entsprechen den gleichnamigen Winkeln in Abbildung 2.3 (siehe Herleitung in Anhang A).

2.3 Signalverzerrende Effekte auf der Glasfaser

Die in Glasfasern auftretende Dämpfung des Signals ist sehr gering und stellt keine besondere Einschränkung bei der Übertragung von Daten dar. Breitbandige Verstärker ermöglichen es, die Amplituden des Signals anzuheben, so dass selbst transozeanische Übertragungen realisiert werden können. Frequenz-, leistungs- und polarisationsabhängige Effekte hingegen können starke Signaldegradationen verursachen, die besonders die Langstreckenübertragung stark einschränken. Zum einen ist es die chromatische Dispersion, bei der die Frequenzabhängigkeit von Signallaufzeiten zu Pulsverbreiterung und ISI führt. Dieser Effekt soll nur kurz erläutert werden. Er spielt in optischen Übertragungssystemen zwar eine wichtige Rolle, der Einfluss auf die Signalqualität wird jedoch durch den Einsatz von dispersionskompensierenden Fasern, im Englischen *dispersion compensating fiber* (DCF), minimiert und ist deshalb nicht Bestandteil der Untersuchungen dieser Arbeit. Neben der chromatischen Dispersion gibt es noch eine Reihe von nichtlinearen Effekten, die die Übertragung von Pulsen beeinflussen. Auch sie spielen in den Untersuchungen dieser Arbeit keine Rolle, sollen hier jedoch der Vollständigkeit halber kurz erwähnt werden. Dem Effekt der PMD wird aufgrund der zentralen Bedeutung für diese Arbeit ein eigener Abschnitt (2.4) gewidmet.

2.3.1 Chromatische Dispersion

Betrachtet man die Übertragung sehr schmalbandiger Signale über eine SMF, so kann eine lineare Abhängigkeit der Ausbreitungskonstante von der Frequenz angenommen werden. Bei der Übertragung von breitbandigen Signalen ist diese Näherung nicht mehr gültig und es müssen höhere Ordnungen der Ausbreitungskonstante berücksichtigt werden. Zunächst sei die Übertragungsfunktion für die elektrische Feldstärke der Glasfaser gegeben durch [12, 17]

$$H(\omega) = e^{-\alpha_{\text{exp}}(\omega)L - j\beta(\omega)L}. \quad (2.38)$$

Polarisationsabhängigkeiten werden hierbei vernachlässigt und es gilt

$$\vec{E}_{\text{Aus}}(\omega) = H(\omega) \cdot \vec{E}_{\text{Ein}}(\omega). \quad (2.39)$$

Der Faktor $e^{-\alpha_{\text{exp}}(\omega)L}$ beschreibt hierbei die Dämpfung der Wellen nach einer Übertragung über die Faserstrecke der Länge L . Die Größe $\alpha_{\text{exp}}(\omega)$ kann aus der in Abbildung 2.1 aufgetragenen Dämpfung α bestimmt werden. Die Ausbreitungskonstante β kann nun um die Mittenwellenlänge ω_0 herum in eine Taylor-Reihe entwickelt werden, so dass

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{\beta''(\omega_0)}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.40)$$

mit $\beta'(\omega) = \frac{d\beta(\omega)}{d\omega}$, $\beta''(\omega) = \frac{d^2\beta(\omega)}{d\omega^2}$, usw. Die Übertragungsfunktion kann nun folgendermaßen aufgeschrieben werden:

$$H(j\omega) = e^{-\alpha_{\text{exp}}(\omega)L} e^{-j(\beta(\omega_0) + \beta'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{\beta''(\omega_0)}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \dots)L} \quad (2.41)$$

$$= e^{-\alpha_{\text{exp}}(\omega)L} e^{-j\beta(\omega_0)L - j\beta'(\omega_0)\omega L + j\beta'(\omega_0)\omega_0 L + \frac{\beta''(\omega_0)}{2}(\omega - \omega_0)^2 L + \dots} \quad (2.42)$$

Im Folgenden soll die Auswirkung der einzelnen Terme auf ein Signal im Zeitbereich betrachtet werden. Der Dämpfungsterm $e^{-\alpha_{\text{exp}}(\omega)L}$ kann mit Hilfe breitbandiger Verstärker vollständig ausgeglichen werden. Die linearen Anteile im Exponenten $e^{-j\beta(\omega_0)L}$ und $e^{j\beta'(\omega_0)\omega_0 L}$ verursachen jeweils eine Phasendrehung im Zeitbereich. Dies hat keinerlei Auswirkungen auf die Signalform oder Laufzeit. Die Transformation des Teilausdrucks $e^{-j\beta'(\omega_0)\omega L}$ in den Zeitbereich verursacht dort eine Verzögerung des zu $\vec{E}_{\text{Ein}}(\omega)$ gehörenden Zeitsignals [25] um die sogenannte Gruppenlaufzeit $t_g(\omega_0) = \beta'(\omega_0)L$. Diese Auswirkung ist für schmalbandige Signale um ω_0 herum unabhängig von der Frequenz. Stellt man das Verhältnis Strecke L zur Zeit t_g her, so erhält man die bekannte Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \frac{L}{t_g} = \frac{1}{\beta'(\omega_0)}. \quad (2.43)$$

Betrachtet man nun ein Signal mit größer werdender Bandbreite $\Delta\omega$, so gewinnen die höheren Terme an Bedeutung. Um die Frequenzabhängigkeit der Gruppenlaufzeit zu beschreiben wird diese ebenfalls als Taylor-Reihe dargestellt. Berücksichtigt man bei der Entwicklung von $\beta(\omega)$ Terme bis zur zweiten Ordnung, so gilt für die Gruppenlaufzeit

$$t_g(\omega) \approx t_g(\omega_0) + t_g'(\omega_0)(\omega - \omega_0) \quad (2.44)$$

$$\approx L\beta'(\omega_0) + L\beta''(\omega_0)(\omega - \omega_0). \quad (2.45)$$

Für Signale der Bandbreite $\Delta\omega$ ist der Gruppenlaufzeitunterschied zwischen größter und kleinster spektraler Komponente

$$\Delta t_g \approx \frac{dt_g}{d\omega} \Delta\omega = L\beta''(\omega_0)\Delta\omega \quad (2.46)$$

$$\approx \frac{dt_g}{d\lambda} \Delta\lambda = LD\Delta\lambda. \quad (2.47)$$

Die Größe D wird als chromatischer Dispersionskoeffizient bezeichnet und ist gegeben durch

$$D = \frac{d}{d\lambda} \frac{1}{v_g} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta''(\omega_0). \quad (2.48)$$

Ein typischer Wert des Dispersionskoeffizienten einer SMF im Bereich des C-Bandes bei 1550 nm ist $D \approx 17 \text{ ps}/(\text{ps} \cdot \text{nm})$. Die bei der Übertragung akkumulierte Dispersion

und die entsprechenden Signaldegradationen können durch In-Reihe-Schalten von DCF kompensiert werden. Diese Fasern sind derart ausgelegt, dass ihr Dispersionskoeffizient negative Werte annimmt. Ein typischer Wert ist $D \approx -80 \text{ ps}/(\text{ps} \cdot \text{nm})$.

Chromatische Dispersion kann auf zweierlei Effekte zurückgeführt werden. Zum einen wirkt Materialdispersion. Hier verursacht die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex den Laufzeitunterschied verschiedener spektraler Komponenten. Der zweite Effekt ist die Wellenleiterdispersion. Da sich die Mode in einer SMF sowohl im Kern als auch im Mantel ausbreitet, sieht die Welle hier einen effektiven Brechungsindex n_{eff} , wobei $n_{\text{M}} < n_{\text{eff}} < n_{\text{K}}$ gilt. Aufgrund der Wellenlängenabhängigkeit des Verteilungsbildes des Modes zwischen Kern und Mantel variiert auch n_{eff} mit der Wellenlänge und somit die Ausbreitungsgeschwindigkeit.

2.3.2 Nichtlineare Effekte

Bei hohen Leistungen in der Faser sind die in Abschnitt 2.1 getroffenen Annahmen bezüglich des linearen Zusammenhangs zwischen dem elektrischen Feld und der Polarisation bzw. der Permittivität nicht mehr gegeben. Aufgrund von elastischen Stoßprozessen der Photonen mit den Elektronen des Fasermaterials, Kerr-Effekt genannt, wird der Brechungsindex der Faser mit der Leistung des Signals moduliert. Diese Gruppe von Nichtlinearitäten kann dreierlei Auswirkungen auf das Signal haben. Betrachtet man einen von mehreren sogenannten Wellenlängenkanälen (siehe Abschnitt 3.3), so kommt es durch die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Leistung zu einer Phasenmodulation in diesem Kanal, hervorgerufen durch seine eigene Leistung. Man spricht von Selbstphasenmodulation (SPM). Wird die Brechungsindexänderung von einem anderen Kanal als dem betrachteten verursacht, so spricht man von Kreuzphasenmodulation (XPM). Da der Einfluss auf den beobachteten Kanal von vielen Wellenlängen herrührt, welche alle mit unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten über die Faser wandern und somit ihre zeitliche Beziehung zum beobachteten Kanal ständig ändern, wird XPM häufig als Zufallsprozess modelliert. SPM hingegen hat deterministischen Charakter und wechselwirkt ständig mit der auftretenden chromatischen Dispersion. Aus diesem Grund muss SPM beim Entwurf von Dispersionskompensationsschemata berücksichtigt werden. Zusätzlich zu SPM und XPM tritt Vierwellenmischung, im Englischen *four wave mixing* (FWM), auf. Hierbei wird durch das Zusammenwirken dreier Wellenlängenkanäle eine vierte Frequenz generiert. Es muss die Bedingung

$$\nu_n = \nu_i + \nu_j - \nu_k \tag{2.49}$$

mit $\nu_i, \nu_j \neq \nu_k$ gelten.

Eine zweite Gruppe von nichtlinearen Effekten sind Streueffekte, zum einen stimulierte Raman-Streuung (SRS) und zum anderen stimulierte Brillouin-Streuung (SBS). SRS entsteht durch nichtelastische Wechselwirkungen von Photonen mit Glasmolekülen. Es werden einfallende Photonen von den Molekülen absorbiert und Photonen niedrigerer Energie und somit höherer Wellenlänge emittiert. Dieser Prozess erfolgt zunächst zufällig in alle Raumrichtungen. Übersteigt die Eingangsleistung eine gewisse Schwelle, so nimmt die Streuung gerichteten Charakter an - man spricht von stimulierter Streuung. In Wellenlängenmultiplexsystemen führt der Effekt dazu, dass Energie von den kurzwelligen Kanälen in die langwelligen Kanäle übertragen wird. Genutzt wird dieser Effekt in Raman-Verstärkern, wo man Pump Laser einsetzt, um das Signal eines Kanals höherer Wellenlänge zu verstärken. Die SBS beruht auf einer Wechselwirkung optischer Wellen mit akustischen Gitterschwingungen. Hier kommt es zum Energieaustausch zwischen den beiden Wellen. Regt die elektromagnetische Welle die Gitterschwingungen an und verstärkt diese, so spricht man von stimulierter Brillouin-Streuung.

2.4 Polarisationsmodendispersion

Die im letzten Abschnitt genannten Effekte tragen allesamt zur Verschlechterung der Signalgüte in optischen Übertragungssystemen bei. Im Besonderen die chromatische Dispersion gemeinsam mit SPM und XPM führen zu Pulsverbreiterung und Verzerrung. Diese Effekte sind im Design moderner Übertragungssysteme berücksichtigt, können größtenteils kompensiert werden und die verbleibenden Reststörungen sind keine limitierenden Faktoren. Ein weiterer Effekt, der bisher noch nicht besprochen wurde, ist die PMD. Sie tritt mit steigenden Bitraten zunehmend in den Vordergrund und stellt einen begrenzenden Faktor in der optischen Übertragungstechnik dar. Da sich diese Arbeit mit der Kompensation von durch PMD verursachten Störungen beschäftigt, soll dieser Effekt in einem eigenen Abschnitt genauer behandelt werden. Zunächst sollen die Ursachen und Mechanismen der Doppelbrechung in kurzen Faserabschnitten geschildert werden. Die Auswirkung auf Signale wird gezeigt. Darauf folgt der Übergang zu langen Fasern, die als Verkettung kurzer Faserstrecken modelliert werden können. Dort werden zunächst die aus dem Modell resultierende Mehrwegeausbreitung und die Modenkopplung besprochen. Im Anschluss wird der Begriff der Polarisationshauptzustände eingeführt und Eigenschaften der PMD werden mit Hilfe der Stokes-Repräsentation gezeigt. Abschließend werden statistische Eigenschaften des Effekts erläutert und ein Modell zur Simulation von PMD-behafteten Fasern eingeführt.

2.4.1 Doppelbrechung in kurzen Fasern

In Abschnitt 2.1 wurde bereits genannt, dass in einer SMF zwei entartete Moden ausbreitungsfähig sind, die sich lediglich in ihrer Polarisation unterscheiden. Diese Polarisationsmoden sind allerdings nur bei rotationssymmetrischer Verteilung des Brechungsindex n und isotropem Material entartet. In einer realen Glasfaser sind diese Bedingungen nicht gegeben, wodurch die Polarisationsmoden unterschiedliche Ausbreitungskonstanten und damit unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten auf der Faser haben. Es kann hier zwischen inneren und äußeren Ursachen unterschieden werden. Zu den inneren Ursachen zählen Kernasymmetrie und innere Spannung, was jeweils auf den Herstellungsprozess zurückzuführen ist. Die äußeren Ursachen entstehen vorwiegend bei der Faserinstallation. Hier sind Druck von außen, Verbiegungen und Torsion zu nennen [7].

In langen Faserstrecken treten diese Störungen an vielen Stellen in unregelmäßigen Abständen auf, so dass ein sich auf der Faser ausbreitendes Signal viele einzelne Störungen erfährt. Zum Verständnis der PMD ist es sinnvoll, zunächst eine kurze Faserstrecke zu betrachten. Kurze Faserabschnitte besitzen zwei orthogonale Hauptachsen, eine langsame und eine schnelle Achse, mit den unterschiedlichen Ausbreitungskonstanten β_1 und β_s . Die langsame und die schnelle Achse können jeweils durch sogenannte Eigenvektoren \vec{d}_1 und \vec{d}_s repräsentiert werden. Die Eigenvektoren sind identisch mit den orthogonalen Polarisationsrichtungen der beiden ausbreitungsfähigen Polarisationsmoden, auch Eigenmoden, im Englischen *eigen states of polarisation* (ESP), genannt. Richtet man nun die langsame Achse in x -Richtung und die schnelle Achse in y -Richtung aus, so lautet die Übertragungsfunktion des Faserabschnitts

$$\mathcal{T}_{\text{DE}}(\omega) = \begin{pmatrix} e^{-j\beta_1 L} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_s L} \end{pmatrix}. \quad (2.50)$$

Der Unterschied der Ausbreitungskonstanten

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_s = \frac{n_1\omega}{c_0} - \frac{n_s\omega}{c_0} = \frac{\Delta n_{\text{eff}}\omega}{c_0} \quad (2.51)$$

wird Doppelbrechung genannt, weshalb man ein optisches Bauteil mit solchen Eigenschaften als doppelbrechendes Element (DE) bezeichnet. Die Doppelbrechung wird häufig mit Hilfe der Differenz der effektiven Brechungsindizes $\Delta n_{\text{eff}} = n_1 - n_s$ definiert. Unter normalen Umständen ist Δn_{eff} viel kleiner als der Brechzahlunterschied Δn zwischen Kern und Mantel einer SMF. Letzterer hat üblicherweise die Größenordnung $3 \cdot 10^{-3}$, während Δn_{eff} im Bereich 10^{-7} und 10^{-5} liegt [26].

Die beiden Ausbreitungskonstanten können durch Umformung über ihren Mittelwert

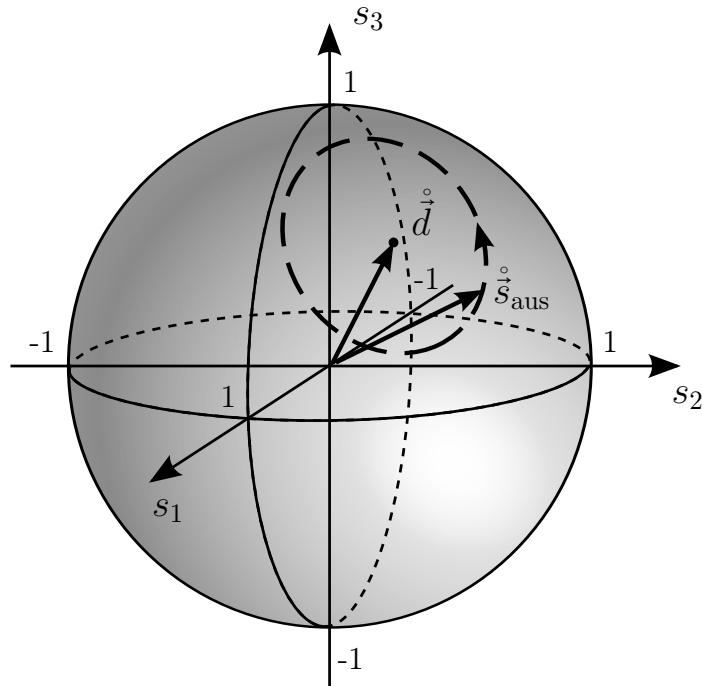


Abbildung 2.6: Bei Änderung der Faserlänge L oder der Frequenz ω beschreibt die Ausgangspolarisation eines doppelbrechenden Elementes eine Kreisbewegung um dessen Hauptzustände \vec{d}_1 bzw. \vec{d}_s auf der Poincaré-Kugel.

$\beta_{1s} = \frac{\beta_1 + \beta_s}{2}$ und eine Abweichung $\pm \frac{\Delta\beta}{2}$ dargestellt werden. Die gemeinsame Ausbreitungskonstante β_{1s} kann ausgeklammert werden und es ergibt sich

$$\mathcal{T}_{DE}(\omega) = e^{-j\beta_{1s}L} \begin{pmatrix} e^{-j\frac{\Delta\beta}{2}L} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\Delta\beta}{2}L} \end{pmatrix} = e^{-j\beta_{1s}L} \cdot \mathcal{D}(\omega). \quad (2.52)$$

Man erkennt, dass die Übertragung über ein DE einen Phasenunterschied von $\Delta\varphi = \varphi_s - \varphi_1 = \Delta\beta L$ zwischen den Eingangsgrößen induziert. Die Phasenänderung nimmt mit der Änderung der Länge L der Faser stetig zu. Die Änderung der Phase bewirkt nach Gleichung 2.32 eine Änderung der Polarisation. Beobachtet man die Polarisationsentwicklung entlang der Faser bei konstanter Frequenz, so ist es offensichtlich, dass sich der Polarisationszustand nach einer Phasendrehung um $\Delta\varphi = m \cdot \pi$ periodisch wiederholt. Die Länge des Faserabschnitts, die einer Periode dieses Vorgangs entspricht, wird als Schwebungslänge L_S bezeichnet und kann über

$$L_S = \frac{2\pi}{\Delta\beta} = \frac{2\pi c_0}{\omega(n_1 - n_s)} = \frac{\lambda_0}{n_1 - n_s} \quad (2.53)$$

berechnet werden.

Die Änderung der Faserlänge L und die damit verbundene Polarisationsänderung am Faserausgang führt bei Darstellung im Stokes-Raum zu einer Rotation der Polarisation

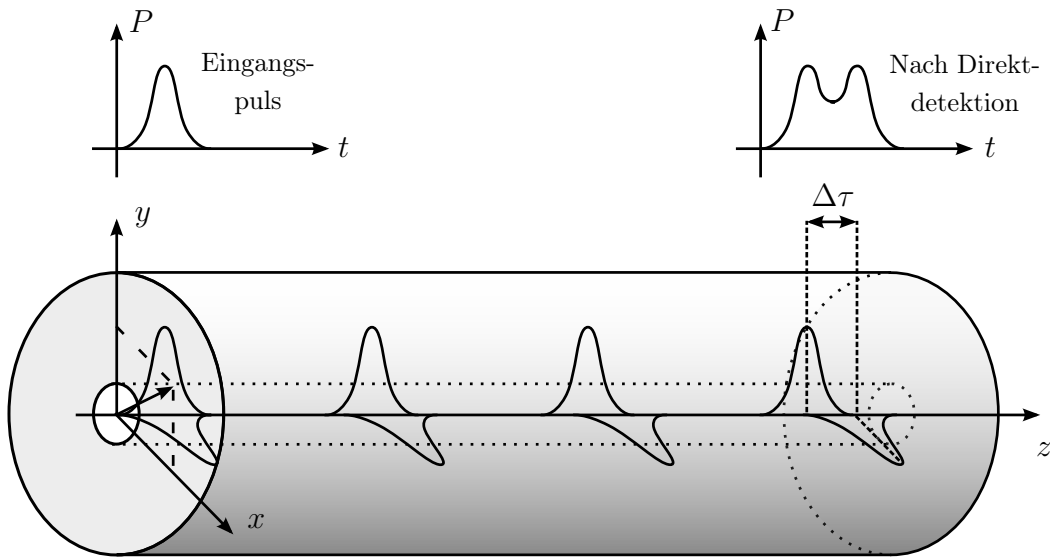


Abbildung 2.7: Ein in die Faser eingekoppelter polarisierter Puls kann als Linearkombination zweier orthogonaler Polarisationen dargestellt werden. Diese entsprechen hier den beiden Hauptachsen der Faser. Die beiden Polarisationsanteile unterliegen unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Die Differenz der Ankunftszeiten $\Delta\tau$ führt bei Direkt-detektion zu Pulsverbreiterung.

um die Hauptachsen der Faser auf der Poincaré-Kugel. Eine graphische Darstellung ist in Abbildung 2.6 zu sehen. Anhand Gleichung 2.51 ist einfach zu erkennen, dass eine Variation der Frequenz ω bei festem L zur gleichen Veränderung der Polarisation führt. Die Polarisation bewegt sich ebenfalls auf einem Kreis wie in Abbildung 2.6 gezeigt. Je näher sich die Eingangspolarisation an einer der beiden Hauptachsen befindet, desto kleiner wird der Radius des Kreises, auf dem sich die Ausgangspolarisation bewegt. Fällt die angeregte Polarisation mit einer der Hauptachsen zusammen, so findet keine längen- oder frequenzabhängige Polarisationsänderung statt.

Bei der Übertragung breitbandiger Datensignale spielt allerdings nicht die Geschwindigkeitsdifferenz einzelner spektraler Komponenten eine Rolle, sondern die Differenz der Gruppengeschwindigkeit. Abbildung 2.7 verdeutlicht dieses Verhalten anhand der Übertragung eines Pulses über ein DE. Polarisationen können grundsätzlich als Superposition zweier orthogonaler Polarisationen dargestellt werden. In diesem Fall bilden die beiden Einheitsvektoren $\vec{e}_x = (1 \ 0)^T$ und $\vec{e}_y = (0 \ 1)^T$ die orthogonalen Hauptachsen des DE und eignen sich somit als Orthonormalbasis zur Darstellung der Eingangspolarisation. Die Eingangspolarisation ist so gewählt, dass die Leistung gleichmäßig auf die schnelle und die langsame Achse aufgeteilt wird. Bedingt durch die unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten auf den Hauptachsen kommt es zu einer zeitlichen Differenz $\Delta\tau$ in den Ankunftszeiten. Dieser Laufzeitunterschied wird im Englischen und

in der Fachliteratur als *differential group delay* (DGD) bezeichnet. $\Delta\tau$ kann bestimmt werden durch [26]

$$\frac{\Delta\tau}{L} = \frac{d\Delta\beta}{d\omega} = \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{c_0} + \frac{\omega}{c_0} \frac{d\Delta n_{\text{eff}}}{d\omega} \approx \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{c_0}. \quad (2.54)$$

Bei der kohärenten Überlagerung der beiden Pulse an einem Direktempfänger führt dieser Effekt zu Pulsverbreiterung und zur Überlagerung benachbarter Pulse (ISI) bei der Datenübertragung über die Faser. Koppelt man das Licht vollständig in eine der beiden Hauptachsen ein, so breitet sich der Puls ungestört auf der Faser aus. Wie bereits genannt, führt die Einkopplung in die Hauptachse eines DEs bei Betrachtung im Stokes-Raum zu einer Frequenzunabhängigkeit des Ausgangspolarisationszustandes. Diese grundlegende Eigenschaft der Hauptzustände ist der Ausgangspunkt zur Bestimmung der Hauptzustände von realen Fasern.

2.4.2 Modenkopplung in langen Fasern

Beobachtet man nun eine reale Faser, so kann diese nicht mehr mit den Eigenschaften doppelbrechender Elemente beschrieben werden. Da die inneren und äußeren Einflüsse zufällig verteilt entlang der Faserstrecke auftreten, kann man die reale Faser als Verkettung vieler DE auffassen, wie es in Abbildung 2.8 dargestellt ist. Die einzelnen DE induzieren verschiedene Laufzeitunterschiede $\Delta\tau$, was durch die unterschiedlichen Elementlängen zum Ausdruck gebracht wird, und sind zufällig zueinander ausgerichtet. Wird nun ein Puls mit zufälliger Orientierung in das erste DE eingekoppelt, so findet eine Aufteilung zwischen der schnellen und langsamen Achse, also den beiden Polarisationsmoden, statt. Beim Übergang zum folgenden DE koppeln die beiden Moden aus den Hauptachsen des ersten DE jeweils in die Hauptachsen des nächsten DE, so dass es dort zu einer Verdoppelung der möglichen Ausbreitungspfade kommt. Dieser Vorgang wird als Modenkopplung bezeichnet. Eine Faser, die aus N doppelbrechenden Abschnitten besteht, hat demnach 2^N mögliche Ausbreitungspfade. Ein kurzer Puls erfährt eine Aufweitung wie in 2.8 beispielhaft dargestellt [12]. Diese Form der Pulsaufweitung, verursacht durch Mehrwegeausbreitung infolge von zufällig auftretender Doppelbrechung, wird als Polarisationsmodendispersion (PMD) bezeichnet. PMD verursacht ISI und stellt einen der limitierenden Effekte in hochbitratigen Fasernetzen dar. Die Anzahl der möglichen Pfade, die dem Licht bei seiner Ausbreitung zur Verfügung stehen, wird in einer realen Faser unendlich groß und dementsprechend komplex wird die Beschreibung der Ausbreitung.

Im Folgenden soll der Effekt der PMD mathematisch beschrieben werden. Alle hier genannten Zusammenhänge sind eine Zusammenfassung der ausführlichen Herleitung in [14]. Vernachlässigt man polarisationsabhängige Verluste und klammert man die

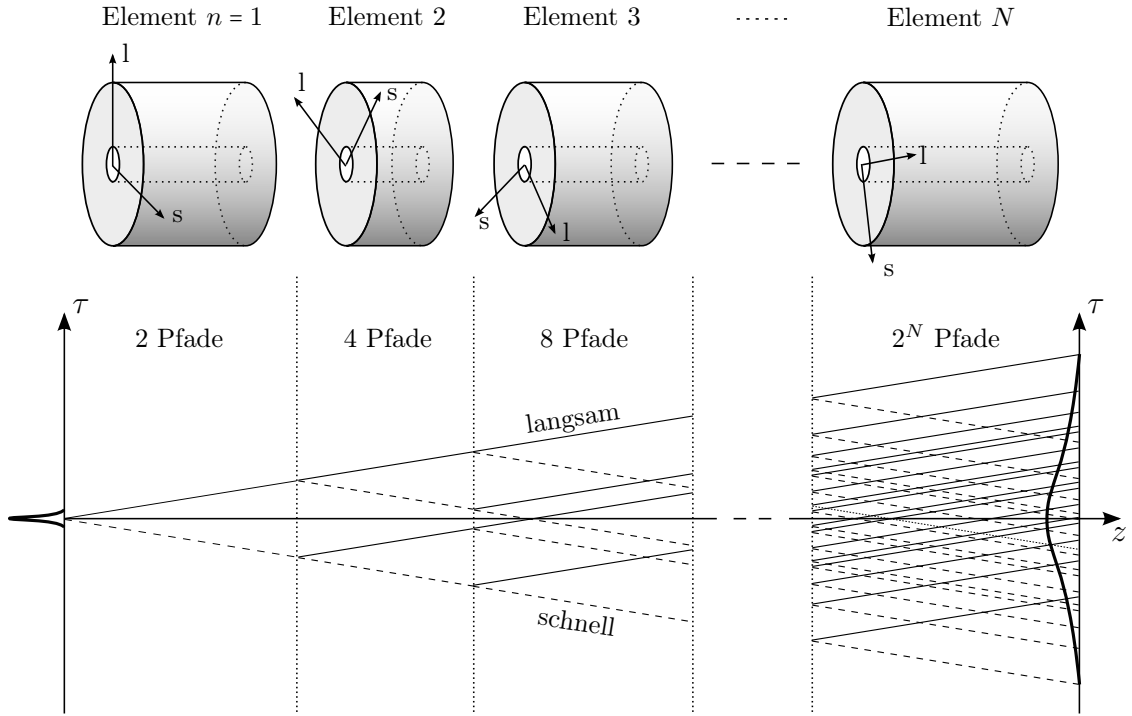


Abbildung 2.8: Eine lange Faserstrecke kann als Verkettung vieler doppelbrechender Elemente modelliert werden. Am Eingang eines jeden doppelbrechenden Elements werden die Eingangsgrößen in zwei orthogonale Teilsignale, ein langsames und ein schnelles, aufgespalten. Wird ein sehr kurzer Puls in die Faserstrecke eingekoppelt, so verzweifacht sich an jeder Koppelstelle die Anzahl der möglichen Pfade, so dass eine Strecke aus N Elementen 2^N Pfade hat. Die Übertragung über eine Faser kann demnach als Mehrwegeausbreitung aufgefasst werden. Die unterschiedlichen Laufzeiten τ der Komponenten des Signals führen zur Aufweitung des übertragenen Pulses.

Dämpfung α_{exp} der Faser und die gemeinsame Ausbreitungskonstante $\beta_{\text{ls}}(\omega)$ aus, so kann die Übertragungsfunktion einer Faserstrecke durch die frequenzabhängige Matrix

$$\mathcal{T}_{\text{PMD}}(\omega) = e^{-(\alpha_{\text{exp}} + j\beta_{\text{ls}}(\omega))L} \mathcal{U}(\omega) \quad (2.55)$$

beschrieben werden. Die Matrix

$$\mathcal{U}(\omega) = \begin{pmatrix} u_1(\omega) & u_2(\omega) \\ -u_2^*(\omega) & u_1^*(\omega) \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

beschreibt die frequenzabhängige Verzögerung der Polarisationsmoden. Vernachlässigt man polarisationsabhängige Verluste, so gilt Energieerhaltung. Die Matrix ist dann unitär und es ist

$$|u_1(\omega)|^2 + |u_2(\omega)|^2 = 1. \quad (2.57)$$

Bemerkenswert ist, dass selbst in sehr langen Fasern zwei orthogonale Hauptachsen existieren, die sehr ähnliche Eigenschaften besitzen wie die Hauptachsen kurzer Faser-

abschnitte (DE). Die den Hauptachsen zugeordneten Polarisationszustände werden im Englischen als *principal states of polarisation* (PSP) bezeichnet. Werden diese Polarisationszustände am Fasereingang angeregt, so darf eine Änderung der Frequenz in einem schmalen Frequenzband am Eingang zu keinerlei Änderungen des Ausgangssignals führen (siehe Abschnitt 2.4.1). Dieser Ansatz führt zu der Eigenwertgleichung

$$[\mathcal{U}(\omega)^{-1}\mathcal{U}'(\omega) - jk\mathcal{E}] \cdot \vec{p}_{\text{ein}\pm} = \vec{0}. \quad (2.58)$$

Es ist $\mathcal{U}'(\omega)$ die Ableitung der Jones-Matrix $\mathcal{U}(\omega)$ nach der Kreisfrequenz ω , $\vec{p}_{\text{ein}\pm}$ sind der schnelle (+) und der langsame (-) PSP am Fasereingang und \mathcal{E} die Einheitsmatrix. Als Lösung für die Eigenwerte k_{\pm} erhält man

$$k_{\pm} = \pm\sqrt{|u'_1(\omega)|^2 + |u'_2(\omega)|^2}, \quad (2.59)$$

wobei die Lösung k_+ dem schnellen und k_- dem langsamen PSP entspricht. Eine ausführliche Beschreibung des Ansatzes und der entsprechenden Lösung ist in [14] und [27] zu finden. Den beiden PSPs $\vec{p}_{\text{ein}\pm}$ können die Gruppenlaufzeiten τ_{\pm} zugeordnet werden. Die Laufzeitdifferenz kann nach [28] mit

$$\Delta\tau(\omega) = \tau_- - \tau_+ \quad (2.60)$$

$$= 2\sqrt{|u'_1(\omega)|^2 + |u'_2(\omega)|^2} \quad (2.61)$$

$$= k_+ - k_- \quad (2.62)$$

angegeben werden. Die PSPs am Fasereingang können entsprechend über die Eigenvektoren der Matrix $\mathcal{U}^{-1}(\omega)\mathcal{U}'(\omega)$ bestimmt werden:

$$\vec{p}_{\text{ein}\pm} = \text{Eigenvektor}\{j\mathcal{U}'(\omega)\mathcal{U}^{-1}(\omega)\}. \quad (2.63)$$

Die PSPs am Eingang der Faser $\vec{p}_{\text{ein}\pm}$ werden durch die Faser gedreht, so dass für diese am Faserausgang

$$\vec{p}_{\text{aus}\pm} = \mathcal{U}(\omega)\vec{p}_{\text{ein}\pm} \quad (2.64)$$

gilt. Durch Einsetzen von Gleichung 2.64 in Gleichung 2.58 können die PSPs am Faserausgang $\vec{p}_{\text{aus}\pm}$ auch als Eigenvektoren der Matrix $\mathcal{U}'(\omega)\mathcal{U}(\omega)$ bestimmt werden.

2.4.3 Vektorielle Repräsentation der PMD

Eine abstrakte und sehr elegante Art PMD darzustellen bietet der PMD-Vektor

$$\overset{\circ}{\vec{\tau}} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \Delta\tau(\omega)\overset{\circ}{p}_-(\omega). \quad (2.65)$$

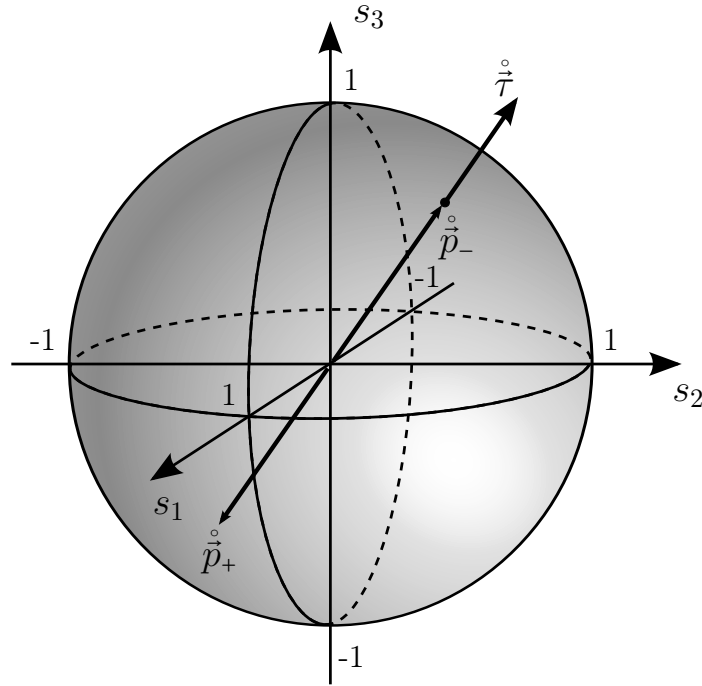


Abbildung 2.9: Der PMD-Vektor zeigt in Richtung des langsamen PSPs $\overset{\circ}{p}_-$ und hat die Länge $\Delta\tau(\omega)$. Diese Darstellung gilt sowohl für den Vektor am Eingang als auch für den Vektor am Ausgang der Faser. Lediglich die Orientierung der PSPs ist unterschiedlich.

Er ist im dreidimensionalen Stokes-Raum definiert. Seine Länge entspricht der in Gleichung 2.62 bestimmten Doppelbrechung $\Delta\tau(\omega)$, seine Richtung entspricht der des langsamen PSPs $\overset{\circ}{p}_-$ (siehe Abbildung 2.9). Diese Darstellung erfolgt im rechtszirkularen Stokes-Raum, in dem die rechtszirkulare Polarisation bei $\overset{\circ}{s}_{\text{rzt}} = (0 \ 0 \ 1)^T$ zum Liegen kommt.¹ Durch die vektorielle Repräsentation ist es möglich, das Phänomen der PMD durch eine kompakte Größe darstellen zu können. Ähnlich wie bei den PSPs im Jones-Raum kann hier mit

$$\overset{\circ}{\tau}_{\text{aus}} = \overset{\circ}{\mathcal{R}} \overset{\circ}{\tau}_{\text{ein}} \quad (2.66)$$

ein Zusammenhang zwischen PMD-Vektor am Fasereingang $\overset{\circ}{\tau}_{\text{ein}}$ und am Faserausgang $\overset{\circ}{\tau}_{\text{aus}}$ hergestellt werden. $\overset{\circ}{\mathcal{R}}$ ist hierbei eine im Stokes-Raum definierte 3×3 -Matrix, welche der Matrix \mathcal{U} im Jones-Raum entspricht. Die in Gleichung 2.66 dargestellte Transformation ermöglicht es, den Gesamt-PMD-Vektor von verketteten optischen Bauelementen anzugeben. Ist beispielsweise der PMD-Vektor am Ausgang eines Systems gesucht, so werden zunächst die bekannten PMD-Vektoren der Teilsysteme mit Hilfe von Gleichung 2.66 durch die folgenden Systeme hindurch zum Ausgang hin trans-

¹Die ursprüngliche Definition des PMD-Vektors, wie sie in [29] dargestellt ist, erfolgt im linkszirkularen Stokes-Raum. Dementsprechend zeigt der PMD-Vektor dort in Richtung des schnellen PSPs.

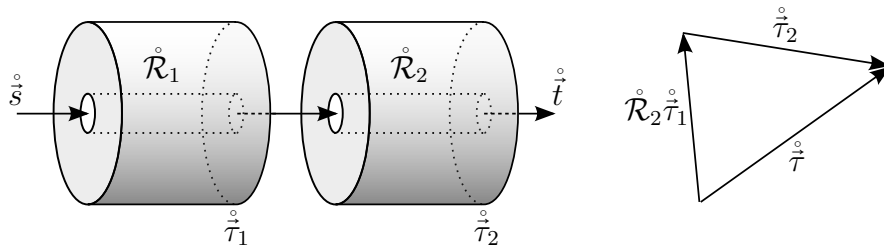


Abbildung 2.10: Hintereinanderschaltung zweier Vektoren

formiert. Dort können die transformierten Vektoren der Teilsysteme durch Vektoraddition zum Gesamt-PMD-Vektor aufaddiert werden. Ein einfaches Beispiel, bestehend aus zwei Teilsystemen, ist in Abbildung 2.10 zu sehen. Die Verkettungsregel, mit der die Summe der beiden intrinsischen PMD-Vektoren $\overset{\circ}{\tau}_1$ und $\overset{\circ}{\tau}_2$ bestimmt werden kann, lautet

$$\overset{\circ}{\tau} = \overset{\circ}{\mathcal{R}}_2 \overset{\circ}{\tau}_1 + \overset{\circ}{\tau}_2. \quad (2.67)$$

Diese Beschreibung gibt die Verkettung der PMD erster Ordnung wieder, die Frequenzabhängigkeit des PMD-Vektors ist hier nicht berücksichtigt. Die frequenzveränderlichen Komponenten des PMD-Vektors können jedoch auf ähnliche Weise aufsummiert werden [30].

Die Matrix $\overset{\circ}{\mathcal{R}}$ beschreibt neben der Transformation des PMD-Vektors auch die Transformation von Polarisationszuständen vom Eingang zum Ausgang hin. Die Polarisation am Faserausgang kann demnach durch

$$\overset{\circ}{s}_{\text{aus}} = \overset{\circ}{\mathcal{R}} \overset{\circ}{s}_{\text{ein}} \quad (2.68)$$

angegeben werden. Die Änderung der Ausgangspolarisation bei fester Eingangspolarisation in Abhängigkeit von der Frequenz ist durch [31]

$$\frac{d\overset{\circ}{s}_{\text{aus}}}{d\omega} = \overset{\circ}{\tau}_{\text{aus}} \times \overset{\circ}{s}_{\text{aus}} \quad (2.69)$$

gegeben. Dieser Zusammenhang ist als Gesetz der infinitesimalen Rotation bekannt. Es ist einfach zu erkennen, dass bei Anregung des PSPs ($\overset{\circ}{\tau}_{\text{aus}} = \overset{\circ}{s}_{\text{aus}}$) das Kreuzprodukt null wird, die Ausgangspolarisation also keine Änderung mit der Frequenz erfährt. Diese Eigenschaft wurde bereits bei der Betrachtung von DE festgestellt und bei der Bestimmung der PSPs ausgenutzt.

PMD höherer Ordnung

Bei Betrachtung breiter spektraler Bereiche besitzen sowohl die PSPs $\overset{\circ}{p}$ als auch die DGD $\Delta\tau$ eine Abhängigkeit von der Winkelfrequenz ω . Der PMD-Vektor kann um

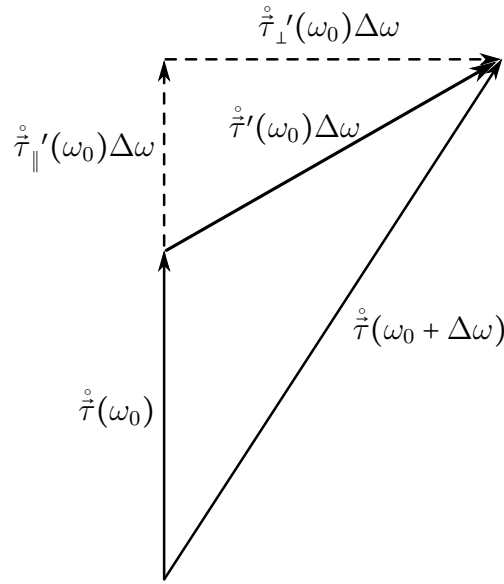


Abbildung 2.11: Darstellung des PMD-Vektors $\overset{\circ}{\tau}$ und der Komponenten der PMD zweiter Ordnung. Die Änderung des PMD-Vektors $\overset{\circ}{\tau}$ mit der Änderung der Kreisfrequenz setzt sich zusammen aus einer Komponente senkrecht zur Richtung des PMD-Vektors erster Ordnung und einer Komponente parallel zum PMD-Vektors erster Ordnung.

eine Mittenfrequenz ω_0 herum in eine Taylorreihe entwickelt werden. Dadurch kann die PMD den Gliedern der Taylorreihe entsprechend in verschiedene Ordnungen unterteilt werden:

$$\overset{\circ}{\tau}(\omega) = \underbrace{\overset{\circ}{\tau}(\omega_0)}_{\text{PMD erster Ordnung}} + \underbrace{\overset{\circ}{\tau}'(\omega_0) \cdot (\omega - \omega_0)}_{\text{PMD zweiter Ordnung}} + \underbrace{\overset{\circ}{\tau}''(\omega_0) \cdot \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2}}_{\text{PMD dritter Ordnung}} + \dots \quad (2.70)$$

$\overset{\circ}{\tau}'(\omega) = \frac{d\overset{\circ}{\tau}(\omega)}{d\omega}$, $\overset{\circ}{\tau}''(\omega) = \frac{d^2\overset{\circ}{\tau}(\omega)}{d\omega^2}$ usw. sind hierbei die Ableitungen des PMD-Vektors nach der Kreisfrequenz. Bestimmt man die PMD zweiter Ordnung nun durch Ableiten von Gleichung 2.65 nach ω , so erhält man

$$\frac{d\overset{\circ}{\tau}(\omega)}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} (\Delta\tau(\omega) \cdot \overset{\circ}{p}_{\pm}(\omega)) \quad (2.71)$$

$$= \Delta\tau'(\omega) \cdot \overset{\circ}{p}_{\pm}(\omega) + \Delta\tau(\omega) \cdot \overset{\circ}{p}'_{\pm}(\omega). \quad (2.72)$$

Da PSPs $\overset{\circ}{p}_{\pm}(\omega)$ Einheitsvektoren sind, die auf der Oberfläche der Poincaré-Kugel enden, muss die Ableitung der PSPs $\overset{\circ}{p}'_{\pm}(\omega)$ stets tangential zur Kugeloberfläche orientiert sein. Somit stehen die beiden Terme in Gleichung 2.72 senkrecht aufeinander und werden im Folgenden durch $\overset{\circ}{\tau}'_{\parallel}(\omega) = \Delta\tau'(\omega) \cdot \overset{\circ}{p}_{\pm}(\omega)$ und $\overset{\circ}{\tau}'_{\perp}(\omega) = \Delta\tau(\omega) \cdot \overset{\circ}{p}'_{\pm}(\omega)$

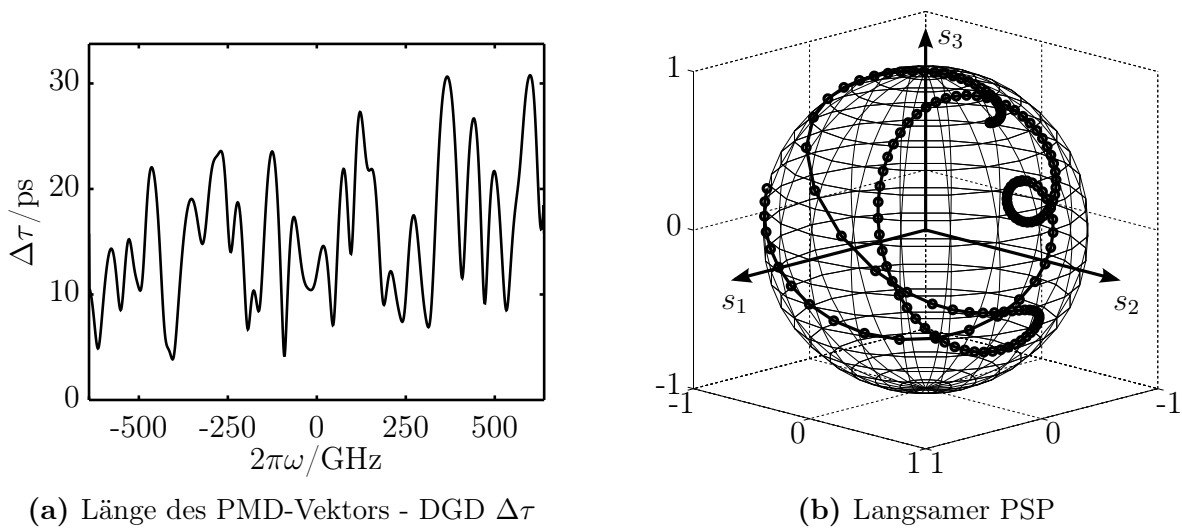


Abbildung 2.12: Länge des PMD-Vektors $\Delta\tau$ und dessen Richtung (langsamer PSP) in Abhängigkeit von der Frequenz ω einer Faserrealisierung mit einer mittleren DGD von $\langle\Delta\tau\rangle = 15,7$ ps. Die Trajektorie des langsamen PSPs entspricht nur einem kleinen Ausschnitt des links dargestellten DGD-Verlaufs.

ausgedrückt. Wird die Winkelfrequenz nun um $\Delta\omega$ variiert und betrachtet man den PMD-Vektor an der Stelle $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, so kann Gleichung 2.70 als

$$\overset{\circ}{\vec{\tau}}(\omega_0 + \Delta\omega) \approx \overset{\circ}{\vec{\tau}}(\omega_0) + \overset{\circ}{\vec{\tau}}'_{\parallel}(\omega_0)\Delta\omega + \overset{\circ}{\vec{\tau}}'_{\perp}(\omega_0)\Delta\omega \quad (2.73)$$

geschrieben werden. Die Terme oberhalb PMD zweiter Ordnung wurden hierbei vernachlässigt. In Abbildung 2.11 ist dieser Zusammenhang graphisch dargestellt. Durch die Variation der Winkelfrequenz um $\Delta\omega$ kommt es zum einen zu einer Änderung $\overset{\circ}{\vec{\tau}}'_{\parallel}(\omega_0) \cdot \Delta\omega$ des PMD-Vektors parallel zu seiner Richtung. Dies ist eine reine Änderung der Länge $\Delta\tau(\omega)$ und wird als polarisationsabhängige chromatische Dispersion (PCD) bezeichnet. Der zweite Teil der Änderung $\overset{\circ}{\vec{\tau}}'_{\perp}(\omega_0)\Delta\omega$ erfolgt senkrecht zum PMD-Vektor $\overset{\circ}{\vec{\tau}}(\omega_0)$ und wird Depolarisation genannt. Die Entwicklung des PMD-Vektors ist in Abbildung 2.12 am Beispiel einer Faser mit $\langle\Delta\tau\rangle = 15,7$ ps dargestellt. Abbildung 2.12a zeigt den Betrag des PMD-Vektors (DGD) über einem breiten Frequenzfenster, in Abbildung 2.12b ist die Entwicklung der Richtung des PMD-Vektors (langsamer PSP) in einem kleineren Frequenzbereich zu sehen.

Auch DE können PMD-Vektoren zugeordnet werden. Der PMD-Vektor eines DE ist vergleichbar mit dem PMD-Vektor erster Ordnung einer langen Faser. Er hat die Länge $\Delta\tau$ und zeigt in Richtung des langsamen Hauptzustandes (ESP) $\overset{\circ}{\vec{d}}_1$, ist jedoch nicht von der Frequenz abhängig.

2.4.4 Statistik der Polarisationsmodendispersion

Betrachtet man eine reale Faser, so wird die Doppelbrechung sich dort kontinuierlich mit zunehmender Distanz z der Faserstrecke verändern. Der PMD-Vektor ändert sich in Folge dessen zufällig und ohne Vorzugsrichtung im Stokes-Raum. Dieser zufällige Charakter der PMD ist zur Bewertung von PMD-behafteten Systemen sowie zur Entwicklung geeigneter PMD-Emulatoren bzw. Simulatoren von großer Bedeutung. Der PMD-Vektor $\overset{\circ}{\vec{\tau}}$, dessen Länge $\Delta\tau$ und die drei Komponenten τ_k mit $k = 1, 2, 3$ werden im Folgenden als Zufallsgrößen betrachtet. Zufallsgrößen werden in dieser Arbeit durch Fettschreibung gekennzeichnet. Die Zufallsvariablen τ_k sind statistisch unabhängig, so dass die Entwicklung des PMD-Vektors mit einem dreidimensionalen Random-Walk-Prozess verglichen werden kann [32]. Wählt man die Schrittweite des Random-Walk-Prozesses sehr klein, so kann die Entwicklung des PMD-Vektors mit der Brownschen Molekularbewegung beschrieben werden, was einem Wiener-Prozess entspricht. Die τ_k folgen dabei jeweils einer mittelwertfreien Gauß-Verteilung

$$\text{pdf}_{\tau_k}(\tau_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\tau_k^2}{2\sigma^2}} \quad (2.74)$$

mit der Varianz σ^2 . Unter der Voraussetzung, dass der PMD-Vektor am Fasereingang $z = 0$ gleich $\overset{\circ}{0}$ ist, nimmt die Varianz proportional mit der Strecke z zu, also $\sigma^2 \sim z$. Die Länge des PMD-Vektors ist gegeben durch

$$\Delta\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2}. \quad (2.75)$$

Da die Wahrscheinlichkeitsdichten $\text{pdf}_{\tau_k}(\tau_k)$ statistisch unabhängig sind, kann die Wahrscheinlichkeitsdichte des PMD-Vektors $\text{pdf}_{\overset{\circ}{\vec{\tau}}}(\overset{\circ}{\vec{\tau}})$ über die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte

$$\text{pdf}_{\overset{\circ}{\vec{\tau}}}(\overset{\circ}{\vec{\tau}}) = \text{pdf}_{\tau_1}(\tau_1) \cdot \text{pdf}_{\tau_2}(\tau_2) \cdot \text{pdf}_{\tau_3}(\tau_3) \quad (2.76)$$

ausgedrückt werden. Hieraus kann die Wahrscheinlichkeitsdichte der DGD $\Delta\tau$, die ja der Länge des PMD-Vektors entspricht, abgeleitet werden. Man erhält

$$\text{pdf}_{\Delta\tau}(\Delta\tau) = \begin{cases} \frac{32 \cdot \Delta\tau^2}{\pi^2 \langle \Delta\tau \rangle^3} e^{-\frac{4 \cdot \Delta\tau^2}{\pi \langle \Delta\tau \rangle^2}} & \text{für } \Delta\tau \geq 0 \\ 0 & \text{für } \Delta\tau < 0. \end{cases} \quad (2.77)$$

Diese Funktion folgt einer Maxwell-Verteilung. Beachtenswert ist, dass die Maxwell-Verteilung durch ihren Erwartungswert $\langle \Delta\tau \rangle$ vollständig bestimmt ist. Das Beispiel einer solchen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit $\langle \Delta\tau \rangle = 3,5$ ps ist in Abbildung 2.13 zu sehen. Der Erwartungswert ist mit der Standardabweichung σ der drei $\text{pdf}_{\tau_k}(\tau_k)$ über den Zusammenhang

$$\langle \Delta\tau \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sigma \quad (2.78)$$

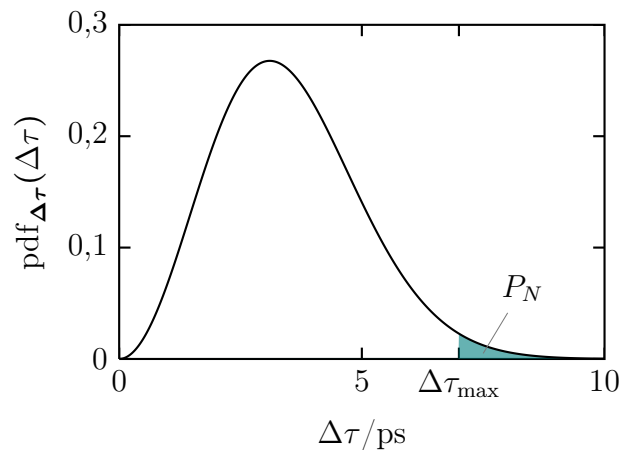


Abbildung 2.13: Maxwell-verteilte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der DGD

verknüpft. Damit gilt für den Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert der DGD und der Faserlänge L : $\langle \Delta\tau \rangle \sim \sqrt{z} = \sqrt{L}$. Die höheren Momente der Maxwell-Verteilung können ebenso über den Erwartungswert ausgedrückt werden. Für das zweite Moment gilt

$$\langle \Delta\tau^2 \rangle = \frac{3\pi}{8} \langle \Delta\tau \rangle^2 = \Delta\tau_{r.m.s}^2, \quad (2.79)$$

welches auch durch die Wurzel des quadratischen Mittels $\Delta\tau_{r.m.s}$ ausgedrückt werden kann.

Der Mittelwert der DGD $\langle \Delta\tau \rangle$ wird häufig als PMD einer Faser bezeichnet und in der Einheit Pikosekunden (ps) angegeben. Faserhersteller geben üblicherweise einen PMD-Koeffizienten $\text{PMD}_{\text{Koeff}}$ an, welcher die Einheit Pikosekunden pro Wurzelkilometer $\left(\frac{\text{ps}}{\sqrt{\text{km}}}\right)$ hat. Es gilt der Zusammenhang [7]

$$\langle \Delta\tau \rangle = \text{PMD}_{\text{Koeff}} \cdot \sqrt{L}. \quad (2.80)$$

Werden M Faserstrecken mit den Mittelwerten $\langle \Delta\tau_m \rangle$, mit $m = 1, 2, \dots, M$, hintereinander geschaltet, so ergibt sich für die mittlere Gesamt-DGD

$$\langle \Delta\tau \rangle_{\text{ges}} = \sqrt{\sum_{m=1}^M \langle \Delta\tau_m \rangle^2}. \quad (2.81)$$

2.4.5 Simulation von PMD

Um rechnergestützte Untersuchungen von PMD-behafteten Faserübertragungssystemen durchführen zu können, werden numerische Fasermodelle benötigt, die die tatsächlichen Eigenschaften von Fasern möglichst gut abbilden. Man bedient sich der gleichen

Modelle, die auch zur Emulation von PMD, also zur Nachbildung PMD-behafteter Systeme aus diskreten Bauteilen, verwendet werden. Eine ganze Reihe von Emulatoren ist in [33] aufgeführt. Sie alle beruhen auf dem Prinzip des Wellenplättchen-Modells. Dabei wird die Faser durch eine Anzahl von N doppelbrechenden Elementen nachgebildet, die einen dazugehörigen PMD-Vektor $\overset{\circ}{\tau}_i$ mit der DGD $\Delta\tau_i$ besitzen. Durch zufällige Verdrehung der Plättchen zueinander oder durch eine Polarisationsverdrehung an den Koppelstellen (siehe Abbildung 2.14) erfolgt eine zufällige Orientierung der einzelnen Vektoren $\overset{\circ}{\tau}_i$ zueinander. Für eine große Anzahl identischer DE entspricht dies einem Random-Walk-Prozess mit Schrittweite $\Delta\tau_i$ und zufälliger Orientierung. Aufgrund der diskreten Schrittweite ist eine Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsdichte der DGD durch Gleichung 2.77 nicht mehr zulässig. Die Wahrscheinlichkeitsdichte eines solchen Prozesses kann durch

$$\text{pdf}_{\Delta\tau, \text{Mod}}(\Delta\tau, N, \Delta\tau_i)|_{N \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{54}{\pi N^3}} \frac{\Delta\tau^2}{\Delta\tau_i^3} e^{-\frac{3\Delta\tau^2}{2N\Delta\tau_i^2}} \quad (2.82)$$

angegeben werden [14, 32]. Wird dieser Ausdruck mit Gleichung 2.77 verglichen, so kann der Zusammenhang

$$\Delta\tau_i = \sqrt{\frac{3\pi}{8N}} \langle \Delta\tau \rangle \quad (2.83)$$

hergestellt werden. Er besagt, dass zur Simulation einer Faser mit einer mittleren DGD von $\langle \Delta\tau \rangle$ N Plättchen mit einer DGD von jeweils $\Delta\tau_i$ benötigt werden. In einer realen Faser kann $\Delta\tau$ unendlich große Werte annehmen. Die numerisch erzeugte Faser hingegen kann nur Werte bis hin zum Höchstwert

$$\Delta\tau_{\max} = N \cdot \Delta\tau_i = \sqrt{\frac{3\pi N}{8}} \langle \Delta\tau \rangle \quad (2.84)$$

liefern. Die Fläche P_N unter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für Werte größer $\Delta\tau_{\max}$ (siehe Abbildung 2.13), wird mit

$$P_N = \int_{\Delta\tau_{\max}}^{\infty} \text{pdf}_{\Delta\tau}(\Delta\tau) d(\Delta\tau) \quad (2.85)$$

berechnet und entspricht der Auftrittswahrscheinlichkeit $P(\Delta\tau > \Delta\tau_{\max})$ der Ereignisse oberhalb des Schwellwertes $\Delta\tau_{\max}$. Sollen Systeme durch Simulation hinsichtlich der Auftrittswahrscheinlichkeit bestimmter Ereignisse untersucht werden, dann muss sichergestellt werden, dass diese Ereignisse in der Simulation erzeugt werden. So sind beispielsweise für Weitverkehrsnetze häufig Ausfallzeiten von 30 Sekunden pro Jahr und weniger gefordert. Das entspricht einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_{\text{Ausfall}} \leq 9,5 \cdot 10^{-7}$. Wählt man die Zahl der Plättchen $N = 10$, so ist $P_N = 1,38 \cdot 10^{-6}$, was zur Untersuchung der im Beispiel geforderten Ausfallwahrscheinlichkeiten nicht geeignet ist. Eine

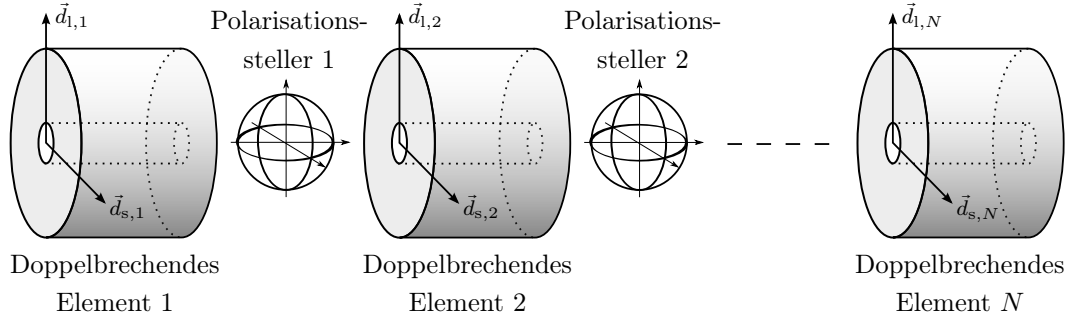


Abbildung 2.14: Anordnung von doppelbrechenden Elementen zur Simulation PMD-behafteter Fasern. Zwischen den Elementen werden durch Polarisationssteller die PMD-Vektoren der doppelbrechenden Elemente zufällig zueinander ausgerichtet.

Anpassung von N ist erforderlich. Mit der Wahl von $N = 20$ wird $P_N = 5,88 \cdot 10^{-13}$. Damit können problemlos Ausfallwahrscheinlichkeiten im Bereich 10^{-9} bis 10^{-6} untersucht werden.

Wie bereits genannt, kann die Faser zum einen durch eine reine Verdrehung der N DE zueinander simuliert werden. Die DE haben dabei jeweils die bekannte Übertragungsfunktion

$$\mathcal{D}_i = \begin{pmatrix} e^{j\omega \frac{\Delta\tau_i}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\omega \frac{\Delta\tau_i}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.86)$$

mit gleichem $\Delta\tau_i$. Die Verdrehung der Plättchen zueinander wird durch Anmultiplizieren der Matrix

$$\mathcal{O}_i = \begin{pmatrix} \cos \rho_i & -\sin \rho_i \\ \sin \rho_i & \cos \rho_i \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

umgesetzt. Die Winkel ρ_i sind dabei gleichverteilt im Intervall $[0; 2\pi[$. Im Stokes-Raum entspricht diese Multiplikation einer Verdrehung des PMD-Vektors entlang einer Kreisbahn hinter jedem DE. Es bedarf dementsprechend vieler DE um eine zufällige Bewegung im Stokes-Raum zu erzeugen und um eine Maxwellverteilung zu approximieren. Durch eine zusätzliche Verdrehung mit Hilfe der Matrix

$$\mathcal{P}_i = \begin{pmatrix} e^{j\frac{\phi_i}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\phi_i}{2}} \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

und einer Gleich-Verteilung von ϕ_i im Intervall $[0; 2\pi[$ kann der PMD-Vektor in jede beliebige Richtung im Stokes-Raum gedreht werden. Dadurch kann man in diesem Modell mit weniger Plättchen N auskommen als in dem erstgenannten Ansatz. Eine zusätzliche Variation der $\Delta\tau_i$ bringt keine zusätzliche Genauigkeit, was die Annäherung der Maxwell-Verteilung angeht [34], kann jedoch verwendet werden, um periodische

Wiederholungen im Spektrum der PMD zu vermeiden [35]. Die Übertragungsmatrix der simulierten Faser lautet

$$\mathcal{U}(\omega) = \prod_{i=1}^N \mathcal{P}_i(\omega) \mathcal{O}_i(\omega) \mathcal{D}_i(\omega). \quad (2.89)$$

Das Produkt der beiden Matrizen \mathcal{P}_i und \mathcal{O}_i kann hier auch als Polarisationssteller verstanden werden, der jeweils zwischen den doppelbrechenden Elementen \mathcal{D}_i sitzt und die intrinsischen PMD-Vektoren τ_i der DE zufällig zueinander ausrichtet. Das Modell einer auf diese Weise simulierten Faser ist in Abbildung 2.14 dargestellt. Aus Gründen der einfacheren Implementierbarkeit ist in Gleichung 2.89 dem ersten DE ein zusätzlicher Polarisationssteller vorangestellt, welcher in der Abbildung nicht gezeigt ist.

3 Optisches Übertragungssystem und numerische Modellierung

Im vorangegangenen Kapitel wurden die physikalischen Eigenschaften der Singlemode-Faser (SMF) erörtert. Um Kompensatoren für Polarisationsmodendispersion (PMD) hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit mit Unterstützung von Computern untersuchen zu können, ist es notwendig, das gesamte System vom Sender über Verstärker bis hin zum Empfänger in der Simulationsumgebung zu berücksichtigen. In diesem Kapitel soll zunächst die Signalgeneration im Sender und das Prinzip des Polarisationsmultiplex besprochen werden. Anschließend folgt die Beschreibung der Funktionsweise und der Modellierung der in optischen Übertragungssystemen eingesetzten breitbandigen Faserverstärker. Die Empfängerprinzipien - der Direktempfänger und der Überlagerungsempfänger - werden anschließend besprochen. Um zuverlässige Ergebnisse mithilfe numerischer Simulationen erzeugen zu können, ist es wichtig geeignete Zahlenfolgen zu übertragen und durch eine angemessene Häufigkeit von Versuchsdurchführungen die Streuung der Ergebnisse auf ein vertretbares Maß herabzusetzen. Aus diesem Grund wird ein Verfahren zur Generierung von pseudozufälligen Zahlensequenzen eingeführt. Zudem wird eine Methode zur Varianzreduktion in numerischen Simulationen vorgestellt. Abgeschlossen wird mit den Kriterien zur Bewertung der Güte von Übertragungssystemen.

3.1 Modulationsformate

Zur Datenübertragung über SMF müssen in der Sendeeinheit die digitalen Daten zunächst dem Trägersignal aufmoduliert werden. Neben der klassischen Amplitudenmodulation werden in modernen faseroptischen Übertragungssystemen höherwertige Modulationsformate eingesetzt. Neben der Amplitude können sowohl die Phase als auch die Polarisation des Signals moduliert werden. Vor allem die Modulation der Phase ist in optischen Übertragungssystemen von Interesse, da phasenmodulierte Signale toleranter gegenüber Störungen durch chromatische Dispersion und PMD sind. Zudem ist es erstrebenswert die spektrale Effizienz zu steigern, indem mehr als eine In-

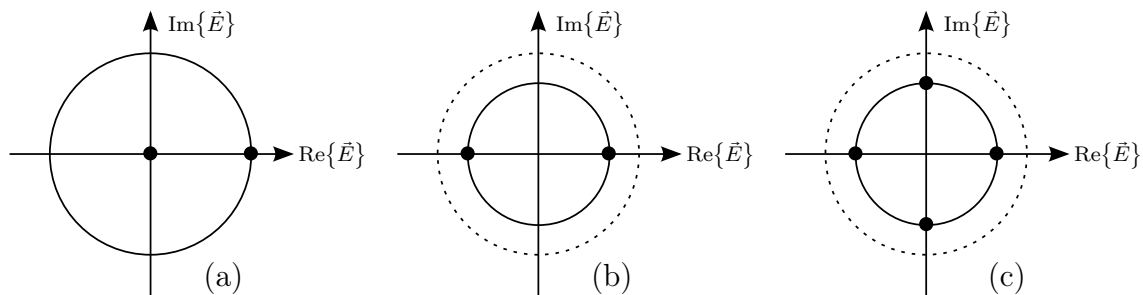


Abbildung 3.1: Phasenzustandsdiagramme der Modulationsformate OOK (a), BPSK und DBPSK (b), QPSK und DQPSK (c)

formationseinheit (Bit) pro Symbol übertragen werden. Dies kann durch mehrstufige Amplituden- bzw. Phasenmodulation oder durch Kombination von beidem erreicht werden. Der Gewinn an spektraler Effizienz geht hierbei allerdings auf Kosten der Rauschtoleranz [6, 36].

In dieser Arbeit wird zum einen die zweistufige Amplitudenmodulation, im Englischen *on-off keying* (OOK), eingesetzt. Daneben sind auch die zweistufige und vierstufige Phasenmodulation, im Englischen *binary phase shift keying* (BPSK) und *quadrature phase shift keying* (QPSK) sowie deren differentielle Varianten *differential binary phase shift keying* (DBPSK) und *differential quadrature phase shift keying* (DQPSK) von Interesse. Diese Modulationsformate lassen sich am besten anhand ihrer Konstellationsdiagramme (siehe Abbildung 3.1) unterscheiden. Bei dieser Darstellung wurde auf gleiche optische Durchschnittsleistung normiert, weshalb sich bei OOK eine größere Amplitude des elektrischen Feldes ergibt.

Bevor näher auf die Modulationsformate eingegangen wird, sollen zunächst die unterschiedlichen Modulationstechnologien erläutert werden. Sie bilden die Grundlage für die Erzeugung optischer Signale.

3.1.1 Direkte Modulation

Eine wichtige Position nehmen direkt modulierte Laser (DML) ein. Sie stellen die einfachste Möglichkeit dar, Daten einem optischen Träger aufzuprägen. Der Laserstrom wird mit der zu übertragenden Information moduliert, wodurch der Laser der logischen Information entsprechend an- und ausgeschaltet wird. Daraus resultiert die bereits erwähnte Amplitudenmodulation OOK. Der Nachteil dieser Art der Modulation ist das Auftreten eines sogenannten Chirps. Mit der Änderung der Ladungsträgerdichte beim Ein- und Ausschalten des Lasers wird auch der Brechungsindex des Materials verändert, was zu einer Frequenzänderung an den Pulsflanken führt. Dadurch entsteht zum

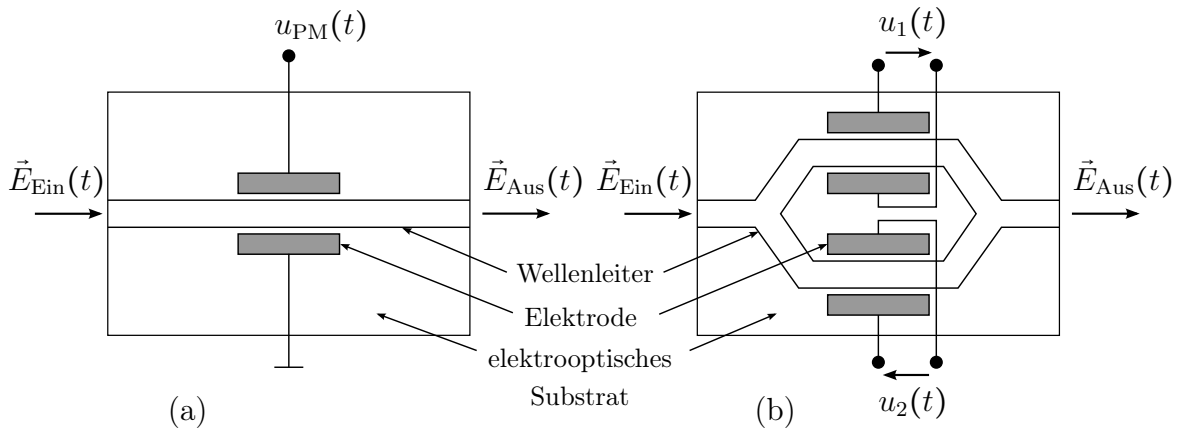


Abbildung 3.2: Phasenmodulator (a) und Mach-Zehnder-Modulator (b): Durch Anlegen einer Spannung wird der Brechungsindex des Wellenleiters und dadurch die Phase des Signals moduliert. Beim Mach-Zehnder-Modulator interferieren die Teilsignale am Ende der beiden Pfade, wodurch verschiedene Phasen- als auch Amplitudenzustände realisiert werden können.

einen eine Aufweitung des Spektrums und zum anderen kommt es zu verstärkten Signalverzerrungen aufgrund von Wechselwirkung mit der chromatischen Dispersion der Faser. Direkt modulierbare Laser erlauben Datenraten bis zu 40 Gbit/s [37], kommen allerdings aufgrund der zuvor genannten Beschränkungen kaum in Langstreckenübertragungen zum Einsatz.

3.1.2 Elektroabsorptions-Modulatoren

Die Gruppe der Elektroabsorptions-Modulatoren (EAM) bieten eine weitere Möglichkeit, Signaleigenschaften zu modulieren [38]. Hierbei durchläuft das Licht eines Dauerstrich-Lasers, im Englischen *continuous wave laser* (CW-Laser), eine Halbleiteranordnung. Durch Anlegen einer Spannung können die Bandabstände und somit auch die Absorptionseigenschaften des Halbleiters beeinflusst werden. Im Ausgangszustand, bei großem Bandabstand, erscheint das Medium für die Wellenlängen des Lasers zunächst transparent, wird der Bandabstand kleiner, erhöht sich die Absorption. Allerdings wird durch das elektrische Feld auch der Brechungsindex moduliert und es tritt, wie bei DML, ein Chirp auf.

3.1.3 Mach-Zehnder-Modulator

Der am häufigsten in der optischen Übertragungstechnik eingesetzte Modulator ist der Mach-Zehnder-Modulator (MZM). Bei diesem Modulator wird die Tatsache ausge-

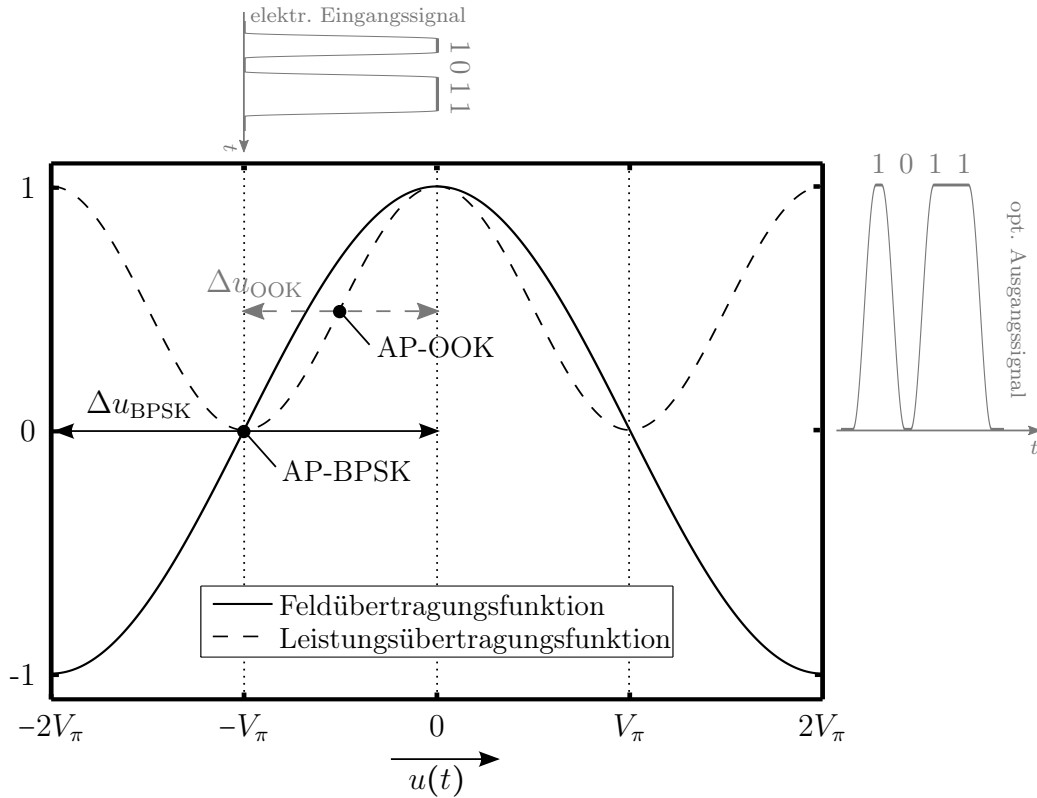


Abbildung 3.3: Übertragungsfunktion des Mach-Zehnder-Modulators: Zu sehen sind die Feldübertragungsfunktion und Leistungsübertragungsfunktion sowie Arbeitspunkte (AP) für Amplitudenmodulation (OOK) und zweistufige Phasenmodulation (BPSK).

nutzt, dass in bestimmten Kristallen der Brechungsindex durch Anlegen einer Spannung moduliert werden kann (Pockels-Effekt). Durch diesen Ansatz kann ein einfacher Phasenmodulator (siehe Abbildung 3.2a) realisiert werden. Seine Übertragungsfunktion lautet

$$\vec{E}_{\text{Aus}}(t) = \vec{E}_{\text{Ein}}(t) e^{j\varphi_{\text{PM}}(t)} = \vec{E}_{\text{Ein}}(t) e^{j \frac{u_{\text{PM}}(t)}{V_\pi} \pi}. \quad (3.1)$$

Hierbei ist V_π die Spannungen, die notwendig ist, um ein Phasendrehung von π hervorzurufen. Im MZM wird das Licht eines CW-Lasers auf zwei Pfade aufgeteilt, wobei sich in beiden Pfaden ein Phasenmodulator befindet. Diese können unabhängig voneinander angesteuert werden. Anschließend werden die beiden Signalpfade wieder zusammengeführt, so dass die Teilsignale interferieren (siehe Abbildung 3.2b). Die Feldübertragungsfunktion des MZM lautet unter Vernachlässigung der gemeinsamen Phase

$$\frac{\vec{E}_{\text{Aus}}(t)}{\vec{E}_{\text{Ein}}(t)} = \frac{1}{2} (e^{j\varphi_1(t)} + e^{j\varphi_2(t)}) = e^{j \frac{\varphi_1(t) + \varphi_2(t)}{2}} \cos\left(\frac{\varphi_1(t) - \varphi_2(t)}{2}\right), \quad (3.2)$$

wobei $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ die durch die Spannungen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ hervorgerufene Phasenänderungen im oberen bzw. unteren Zweig des MZM sind. Der Zusammenhang

zwischen Phasenänderung und Spannung lautet

$$\varphi_1(t) = \frac{u_1(t)}{V_{\pi_1}}\pi \quad \text{und} \quad \varphi_2(t) = \frac{u_2(t)}{V_{\pi_2}}\pi. \quad (3.3)$$

Wie bereits beim einfachen Phasenmodulator sind V_{π_1} und V_{π_2} die Spannungen, die notwendig sind, um in den Zweigen jeweils einen Phasenhub von π zu erzeugen. Anhand von Gleichung (3.2) kann man erkennen, dass beim Anlegen identischer Spannungen $u_1 = u_2$ und bei identischen Faktoren $V_{\pi_1} = V_{\pi_2}$ eine reine Phasenmodulation stattfindet. Eine sehr häufig verwendete Beschaltung des MZM ist der sogenannte Gegentakt- oder auch *push-pull*-Betrieb. Dort setzt man $u_1(t) = -u_2(t) = \frac{u(t)}{2}$ und $V_\pi = V_{\pi_1} = V_{\pi_2}$, wodurch der Phasenterm in Gleichung (3.2) verschwindet und die Feldübertragungsfunktion

$$\frac{\vec{E}_{\text{Aus}}(t)}{\vec{E}_{\text{Ein}}(t)} = \cos\left(\frac{u(t)}{2V_\pi}\pi\right) \quad (3.4)$$

lautet. Somit ist ein Chirp-freier Betrieb möglich. Durch Quadrieren des Betrages der Feldübertragungsfunktion erhält man die Leistungsübertragungsfunktion

$$\frac{P_{\text{Aus}}}{P_{\text{Ein}}} = \frac{|\vec{E}_{\text{Aus}}(t)|^2}{|\vec{E}_{\text{Ein}}(t)|^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{u(t)}{V_\pi}\pi\right). \quad (3.5)$$

Sowohl Feld- als auch Leistungsübertragungsfunktion des MZM im Gegentakt-Betrieb sind in Abbildung 3.3 gezeigt.

3.1.4 Amplitudenmodulation - OOK

Zur Erzeugung amplitudenmodulierter Signale wird das elektrische Datensignal $u(t)$ durch eine additive Gleichspannung von $u_{\text{DC}} = -\frac{V_\pi}{2}$ in den Arbeitspunkt AP-OOK der Leistungsübertragungsfunktion verschoben und um den Arbeitspunkt herum mit einer Spitze-zu-Spitze-Spannung von $\Delta u_{\text{OOK}} = V_\pi$ moduliert. Ein möglicher Verlauf des elektrischen Treibersignals und des zugehörigen optischen Ausgangssignals sind in Abbildung 3.3 in grauer Farbe dargestellt. Auch ist der Einsatz der eingehend beschriebenen DML und EAM zur Erzeugung amplitudenmodulierter Signale möglich. Vor allem auf kurzen Strecken und bei Datenraten bis 40 Gbit/s dominieren diese beiden Technologien. In Weitverkehrsnetzen und bei hohen Datenraten ab 40 Gbit/s ist der MZM nach wie vor das Mittel der Wahl.

3.1.5 Phasenmodulation

Zur Erzeugung phasenmodulierter Signale sind DML und EAM prinzipbedingt ungeeignet. Hier kommen reine Phasenmodulatoren bzw. MZM zum Einsatz. Möglichkeiten zur Generierung solcher Signale sollen in den folgenden Abschnitten erläutert werden.

BPSK - DBPSK

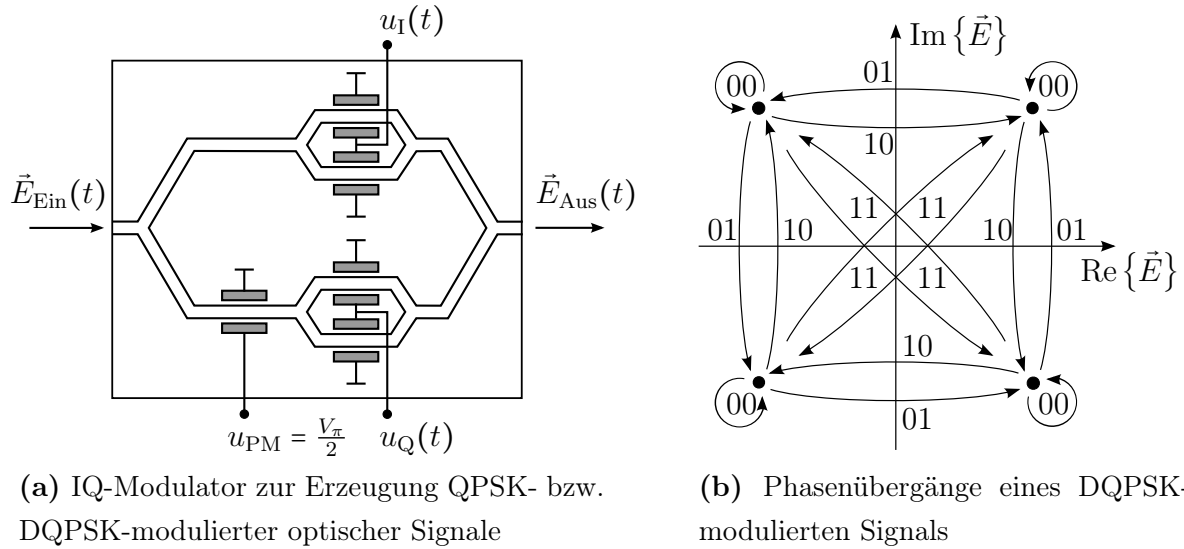
Bei BPSK werden die logischen Zustände $\langle 0 \rangle$ und $\langle 1 \rangle$ auf den Phasenzuständen 0 und π abgebildet. Der Vorteil gegenüber Amplitudenmodulation ist der größere Abstand zwischen den Signalzuständen bei gleicher mittlerer Leistung, vergleiche hierzu Abbildungen 3.1a und 3.1b. Eine Möglichkeit ist es, einen reinen Phasenmodulator zu verwenden (Abbildung 3.2a). Dies hat den Vorteil, dass das Signal eine konstante Hüllkurve aufweist. In den Symbolübergängen bewegt sich das Signal allerdings kontinuierlich zwischen den Phasenzuständen. Wünschenswert wäre jedoch ein sprunghafter Wechsel zwischen den Zuständen 0 und π an der Symbolgrenze. Dies kann durch entsprechende Modulation der Eingangsspannung eines MZM im Gegentakt-Betrieb erreicht werden. Wird der Modulator im Arbeitspunkt AP-BPSK der Feldübertragungsfunktion in Abbildung 3.3 betrieben und das Signal entsprechend mit dem Spitze-zu-Spitze-Wert $\Delta u_{\text{BPSK}} = 2V_\pi$ moduliert, so erfährt das elektrische Feld am Modulatorausgang einen Vorzeichenwechsel, was einem Phasensprung von 0 nach π entspricht. Der Nachteil von binärer Phasenmodulation ist die Notwendigkeit die absolute Phasenlage des Signals zu kennen, da die Zustände ansonsten nicht unterscheidbar sind. DBPSK umgeht diesen Punkt, indem die Informationen auf die Phasenänderung zwischen aufeinanderfolgenden Symbolen abgebildet werden, wobei 0 der logischen Null entspricht und π der logischen Eins. Die logischen Informationen müssen hierzu entsprechend vorverarbeitet werden. Der Nachteil differentieller Codierung ist, dass bei der Differenzbildung benachbarter empfangener Symbole das additive Signalrauschen der Einzelsymbole aufaddiert wird und sich dadurch das Signal-Rausch-Verhältnis verschlechtert.

QPSK - DQPSK

Die quaternäre Phasenmodulation ist ein mehrstufiges Modulationsformat, das jeweils zwei Bit auf einem Symbol abbildet. Die Signalgeneration erfolgt mit einem IQ-Modulator, der durch eine Anordnung aus einem Phasenmodulator und zwei MZM (siehe Abbildung 3.4a) den Imaginär- und den Realteil in zwei Zweigen erzeugt und anschließend überlagert. Die beiden MZM arbeiten im gleichen Modus wie bei BPSK und DBPSK, der Phasenmodulator wird fest eingestellt, so dass er eine Phasendrehung um $\frac{\pi}{2}$ hervorruft. Die Übertragungsfunktion lautet

$$\frac{\vec{E}_{\text{aus}}(t)}{\vec{E}_{\text{ein}}(t)} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{u_I(t)}{2V_\pi} \pi\right) + j \frac{1}{2} \cos\left(\frac{u_Q(t)}{2V_\pi} \pi\right). \quad (3.6)$$

Der obere Zweig des IQ-Modulators ist für die Modulation des Realteils und der untere für die Modulation des Imaginärteils zuständig. Ein solcher IQ-Modulator bildet die vier Bit-Kombinationen $\langle 00 \rangle$, $\langle 01 \rangle$, $\langle 10 \rangle$ und $\langle 11 \rangle$ auf den Phasenzuständen $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$,



(a) IQ-Modulator zur Erzeugung QPSK- bzw. DQPSK-modulierter optischer Signale

(b) Phasenübergänge eines DQPSK-modulierten Signals

Abbildung 3.4: IQ-Modulator und mögliche Phasenzustände bei DQPSK

$-\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{3\pi}{4}$ ab. Andere Realisierungen des Modulators bilden diese vier Symbole auf den Phasenzustände $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ und π ab, wie im Beispiel in Abbildung 3.1c gezeigt. In beiden Fällen folgt die Zuordnung der Symbole auf Phasenzustände einer Gray-Kodierung. Diese stellt sicher, dass benachbarte Symbole im Phasenraum sich in nur einem Bit unterscheiden und dass der Abstand der Symbole $\langle 00 \rangle$ und $\langle 11 \rangle$ maximal ist. Durch entsprechende Vorkodierung der Information für die Modulatoreingänge kann hier das differenzielle Modulationsformat DQPSK erzeugt werden. Die Phasendifferenzen benachbarter Symbole können die Werte $0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$ und π annehmen, was

Tabelle 3.1: Phasenzustände bei quaternärer Phasenmodulation: Bei QPSK werden die Symbole (Bit-Kombinationen) festen Zuständen im Phasenraum zugeordnet, wobei in der Praxis die beiden hier gezeigten Varianten (Variante 1 und Variante 2) zum Einsatz kommen. Bei DQPSK hat sich die Zuordnung der Symbole zu den hier gezeigten Phasendifferenzen durchgesetzt.

Symbole	QPSK - $\varphi_{IQ,Var.1}$	QPSK - $\varphi_{IQ,Var.2}$	DQPSK - $\Delta\varphi_{IQ}$
$\langle 00 \rangle$	0	$\frac{\pi}{4}$	0
$\langle 01 \rangle$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\langle 10 \rangle$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$
$\langle 11 \rangle$	π	$-\frac{3\pi}{4}$	π

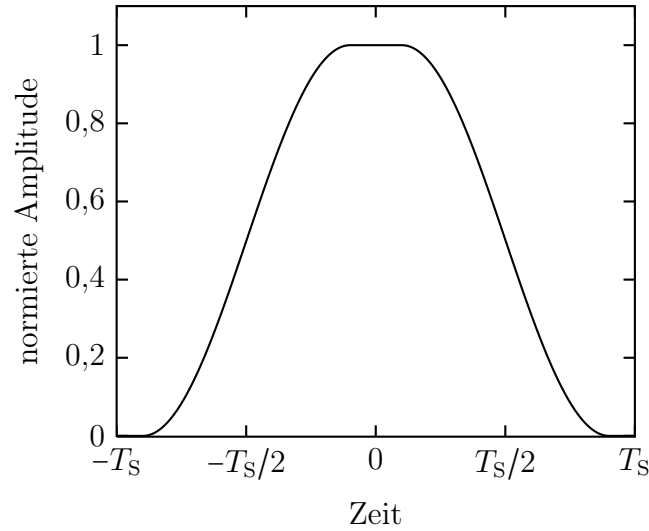


Abbildung 3.5: Für NRZ-kodierte Modulationsformate verwendete *raised-cosine* Pulsform.

auch hier den Bit-Kombinationen $\langle 00 \rangle$, $\langle 01 \rangle$, $\langle 10 \rangle$ und $\langle 11 \rangle$ entspricht. Die absolute Phase spielt zur Dekodierung von DQPSK keine Rolle. Abbildung 3.4b zeigt die möglichen Übergänge mit den zugehörigen Bit-Kombinationen. In Tabelle 3.1 sind noch einmal die Symbole und ihre entsprechenden Phasenzustände für QPSK und DQPSK zusammengefasst [39].

Allgemein sieht das elektrische Feld des modulierten Signals wie folgt aus:

$$\vec{E}_{\text{Mod}}(t) = |\vec{E}_{\text{CW}}(t)| \cdot d_{\text{Mod}}(t) \cdot e^{j(\omega_{\text{CW}}t + \varphi_{\text{Mod}}(t))} \vec{e}_t \quad (3.7)$$

$$\text{mit } |\vec{E}_{\text{Mod}}(t)| = |\vec{E}_{\text{CW}}(t)| \cdot d_{\text{Mod}}(t) \quad (3.8)$$

Dabei ist $\vec{E}_{\text{CW}}(t)$ das Signal des CW-Lasers, der mit der Frequenz ω_{CW} schwingt und dessen Zeitabhängigkeit lediglich durch Intensitäts- und Phasenrauschen des Lasers verursacht wird. Intensitäts- und Phasenrauschen des Lasers wurden bei den Untersuchungen in dieser Arbeit vernachlässigt. Die Größe $d_{\text{Mod}}(t)$ repräsentiert die zeitliche Änderung der Hüllkurve des Signals, welche abhängig ist vom Modulationsformat. Der Term $\varphi_{\text{Mod}}(t)$ repräsentiert die dem Modulationsformat entsprechende Phasenänderung und \vec{e}_t ist der Einheitsvektor in transversaler Richtung. Er modelliert die Polarisationseigenschaften des optischen Signals in der Faser. Die Form der Hüllkurve hängt zum einen von der konkreten Realisierung des Modulators ab, zum anderen existieren zwei geläufige Kodierungen, namentlich *non-return-to-zero* (NRZ) und *return-to-zero* (RZ), die die Signalform zusätzlich beeinflussen. Bei Verwendung von NRZ bleiben die Signalwerte bei den Übergängen zwischen gleichen Symbolen konstant. Bei RZ fällt die Signalamplitude zwischen zwei Symbolen auf den Wert 0 ab. NRZ-kodierte Signale können problemlos mit den beschriebenen Modulatorschaltungen generiert werden. Zur

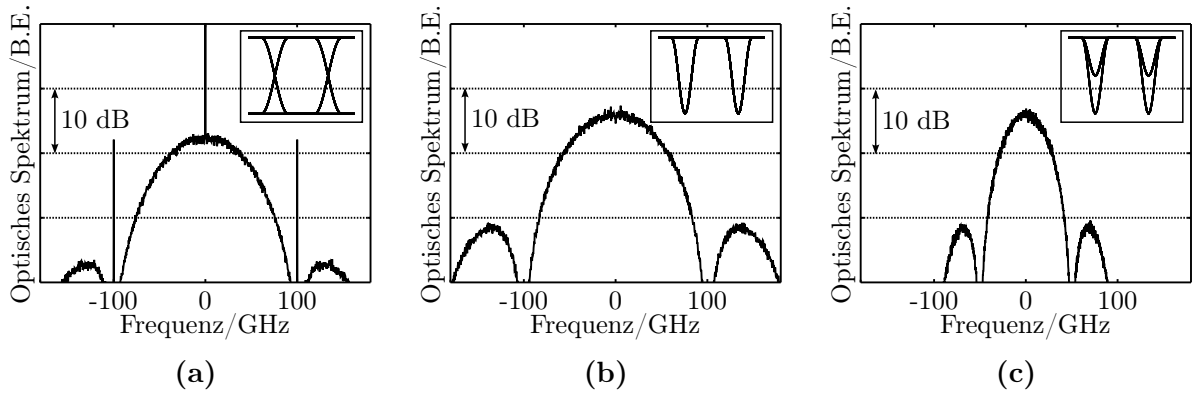


Abbildung 3.6: Gezeigt sind die optischen Spektren der Modulationsformate OOK (a), DBPSK (b) und DQPSK (c) und die zugehörigen Augendiagramme (jeweils rechts oben).

Erzeugung von RZ-kodierten Signalen wird meist ein zusätzlicher MZM nachgeschaltet um den NRZ-kodierten Signalen die RZ-Pulsform aufzuprägen. In dieser Arbeit werden ausschließlich NRZ-kodierte Signale verwendet. Die Hüllkurve eines einzelnen NRZ-kodierten Symbols wird durch eine sogenannte *raised-cosine* (RC)-Pulsform modelliert. Dieser Puls ist abschnittsweise durch

$$d_{S, NRZ}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq \left| \frac{t}{T_S} \right| < \frac{1-r}{2} \\ \cos^2 \left(\frac{\pi}{2r} \left(\left| \frac{t}{T_S} \right| - \frac{1-r}{2} \right) \right) & \text{für } \frac{1-r}{2} \leq \left| \frac{t}{T_S} \right| < \frac{1+r}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.9)$$

definiert [40]. Der Faktor r beeinflusst hierbei die Flankenform des Pulses, wobei $r = 1$ einen \cos^2 -förmigen Puls und $r = 0$ einen Rechteckpuls erzeugt. Aufgrund der \cos^2 -förmigen Flanken ergibt die Summe aus zwei identischen benachbarten Pulsen ein konstantes Niveau im Bereich zwischen den Pulsen. Die Hüllkurve eines einzelnen Symbols ist in Abbildung 3.5 gezeigt. Ausnahme bildet die $\langle 0 \rangle$ bei OOK, die mit dem konstanten Wert null in die Generation des Zeitsignals eingeht. Abhängig davon, ob der Empfänger die Leistung oder das elektrische Feld des übertragenen Signals detektiert, wird Gleichung (3.9) für die Modellierung des zeitlichen Verlaufs der Leistung oder des elektrischen Feldes verwendet.

Die Spektren der vorgestellten Modulationsformate sind in Abbildung 3.6 gezeigt, die zugehörigen Augendiagramme sind jeweils in der rechten oberen Ecke visualisiert. Das Spektrum des OOK in Abbildung 3.6a setzt sich zusammen aus einem kontinuierlichen Anteil, der sich aus der Form eines einzelnen Pulses ergibt, und aus diskreten Spitzen bei der Trägerfrequenz und bei ganzzahligen Vielfachen der Symbolrate. Abbildung 3.6b zeigt das optische Spektrum von DBPSK. Die Form des kontinuierlichen Anteils ist dem des OOK sehr ähnlich, sowie auch die Bandbreite des Signals. Allerdings fehlen aufgrund der Mittelwertfreiheit des Basisbandsignals die Spitzen bei der

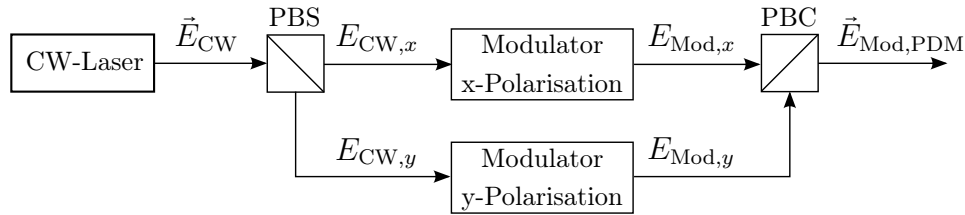


Abbildung 3.7: Anordnung zur Erzeugung von PDM-Signalen: Das Licht eines CW-Lasers wird mit einem Polarisationsstrahlteiler in zwei Signale orthogonaler Polarisation aufgetrennt. Die unabhängig voneinander modulierten Teilsignale werden anschließend wieder zusammengeführt.

Trägerfrequenz und bei den vielfachen der Symbolrate. Bemerkenswert ist das fehlende Nullniveau im Augendiagramm, was typisch ist für phasenmodulierte Signale. Das Spektrum von DQPSK ist in Abbildung 3.6c gezeigt. Es unterscheidet sich vom Spektrum des DBPSK lediglich durch die Breite, was auf die Halbierung der Symbolrate zurückzuführen ist. Im Augendiagramm erscheint ein zusätzliches Niveau, was durch die Übergänge zwischen den Symbolen mit Phasenabstand $\pi/2$ verursacht wird.

3.2 Polarisationsmultiplex

Die Nutzung von Polarisationsmultiplex, im Englischen *polarisation division multiplex* (PDM), gewinnt in der optischen Übertragungstechnik zunehmend an Bedeutung. So wurde im Jahr 2011 unter Verwendung von PDM erstmals eine Distanz von 12.000 km bei einer Datenrate von 200 Gbit/s überbrückt [41]. In PDM-Systemen werden Daten bei gleicher Frequenz auf orthogonalen Polarisationsrichtungen übertragen, wodurch eine höhere spektrale Effizienz erreicht wird. Aufgrund ihrer Orthogonalität können die Signale am Empfänger vollständig voneinander getrennt werden. In dieser Arbeit werden Kompensationsverfahren für den Einsatz in solchen PDM-Systemen entwickelt und untersucht. Ein Aufbau zur Erzeugung von PDM-Signalen ist in Abbildung 3.7 zu sehen. Zur Erzeugung von PDM-Signalen wird zunächst das Licht eines CW-Lasers mithilfe eines Polarisationsstrahlteilers, im Englischen *polarization beam splitter* (PBS), in zwei orthogonale Teilsignale zerlegt. Diese beiden Signale können nun unabhängig voneinander in Intensität bzw. Phase moduliert werden. Anschließend werden die Signale mithilfe eines *polarization beam combiners* (PBC) wieder zusammengeführt. Es gilt

$$\vec{E}_{CW}(t) = \begin{pmatrix} E_{CW,x} \\ E_{CW,y} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{E}_{Mod,PDM}(t) = \begin{pmatrix} E_{Mod,x} \\ E_{Mod,y} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Zur Modellierung in Computersimulationen ist es notwendig, Paare orthogonaler

Jones-Vektoren zu generieren. Die Orthogonalität zweier komplexer Vektoren ist gegeben, wenn für das innere Produkt

$$\vec{j}_x^H \cdot \vec{j}_y = 0 \quad (3.11)$$

gilt, siehe auch Gleichung (2.33). Hierbei sind \vec{j}_x und \vec{j}_y die Ausgangspolarisationen des PBS. Der Operator $\{\cdot\}^H$ erzeugt die konjugiert komplexe Transponierte (Hermitesche) eines Vektors oder einer Matrix. Wie in Kapitel 2.4 genannt, führt das Einkoppeln eines Signals in eine der beiden Hauptachsen der Faser $\vec{p}_{\text{ein}\pm}$ zu einer in erster Ordnung unverzerrten Übertragung. Gleiches gilt für PDM-Signale, wenn die beiden Signalpolarisationen \vec{j}_x und \vec{j}_y identisch mit den beiden Hauptachsen sind. Die zu erwartenden Signalverzerrungen sind am größten, wenn die Signalleistungen der einzelnen Polarisationen gleichermaßen auf die Hauptachsen aufgeteilt werden. Ein Maß für die Aufteilung der Leistung zwischen langsamer und schneller Hauptachse ist der Leistungskoppelfaktor

$$\gamma = \frac{P_l}{P_l + P_s} \quad (3.12)$$

mit den Leistungen in langsamer und schneller P_l und P_s . Somit können die Polarisationen \vec{j}_x und \vec{j}_y in Abhängigkeit der beiden Faser-Hauptachsen $\vec{p}_{\text{ein}\pm}$ und des Leistungskoppelfaktors γ angegeben werden:

$$\vec{j}_x = \sqrt{\gamma} \vec{p}_{\text{ein}+} + \sqrt{1 - \gamma} \vec{p}_{\text{ein}-} \quad (3.13)$$

$$\vec{j}_y = \sqrt{1 - \gamma} \vec{p}_{\text{ein}+} - \sqrt{\gamma} \vec{p}_{\text{ein}-} \quad (3.14)$$

Mit dieser Darstellung ist eine Untersuchung der Abhängigkeit des Systemverhaltens von γ möglich. Im Speziellen ist aber die Untersuchung des ungünstigsten Falles $\gamma = 0,5$ zur Bewertung der entwickelten Entzerr- und Entscheidungsverfahren von Interesse. Auch eine zufällige Wahl von γ ist denkbar.

3.3 Wellenlängenmultiplex-Systeme

Die Einführung Erbium-dotierter Faserverstärker, im Englischen *erbium doped fiber amplifier* (EDFA), Anfang der 1990er Jahre eröffnete die Möglichkeit, mit geringem Kostenaufwand eine hohe Verstärkung der optischen Leistung über ein große Bandbreite zu erreichen. Dadurch wurde die Entwicklung der Signalübertragung im Wellenlängenmultiplex, im Englischen *wavelength division multiplex* (WDM), vorangetrieben. Es wird zwischen weitem und dichtem WDM unterschieden. Die englischen Entsprechungen lauten *coarse wavelength division multiplex* (CWDM) und *dense wavelength division multiplex* (DWDM). CWDM definiert ein grobes Raster von Wellenlängkanälen mit einem Kanalabstand von 20 nm [42], wobei der Anwendungsschwerpunkt

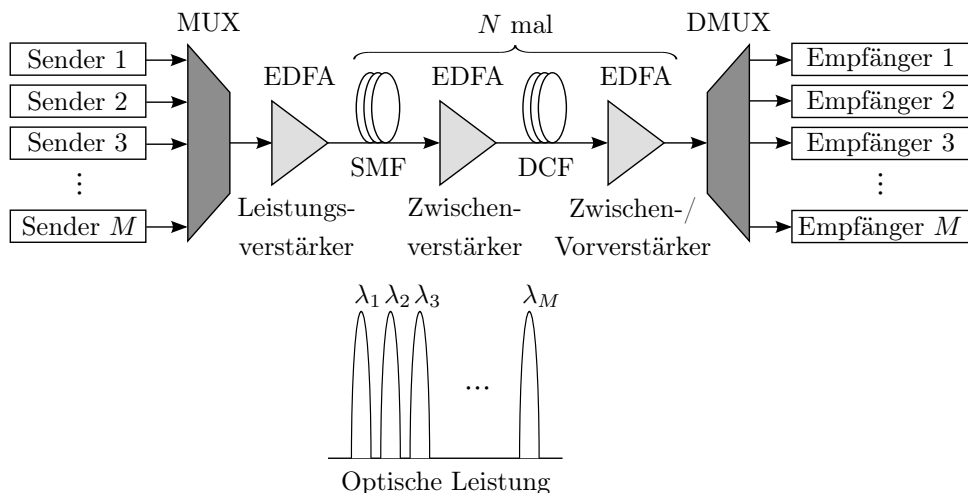


Abbildung 3.8: Aufbau eines WDM-Systems nach [12, 39].

auf der Kurzstreckenübertragung liegt. DWDM hat ein wesentlich dichteres Wellenlängenraster mit dem Anwendungsschwerpunkt in Weitverkehrsnetzen. Es erlaubt Kanalabstände von 12,5 GHz, 25 GHz, 50 GHz, 100 GHz (ca. 0,8 nm) und mehr, wobei das Raster der zentralen Wellenlängen einen Ankerpunkt bei 193,1 THz (1552,52 nm) hat [43].

Angepasst an mögliche Arbeitsbereiche der EDFA ergeben sich verschiedene Übertragungsbänder, wobei das am häufigsten genutzte das C-Band (*conventional*) mit Wellenlängen im Bereich 1530 – 1565 nm ist. Unterhalb des C-Bands schließt sich das S-Band (*short*) mit 1460 – 1530 nm und oberhalb das L-Band (*long*) mit 1565 – 1625 nm an [38]. Bei Verwendung des 100 GHz-Rasters im C-Band, wie in heutigen Weitverkehrsnetzen üblich, können bis zu 40 WDM-Kanäle realisiert werden. Datenraten von 10 Gbit/s sind hier üblich. In modernen DWDM-Systemen [44, 45] wird durch den Einsatz engerer Raster (50 GHz oder 25 GHz) die Anzahl der nutzbaren Kanäle verdoppelt oder gar vervierfacht. Zudem können durch Kombination von Bändern (vorrangig C- und L-Band) zusätzliche Kanäle pro Faser bereitgestellt werden.

Abbildung 3.8 zeigt ein faseroptisches WDM-System. Dort werden die einzelnen Signale der M Wellenlängenkanäle zunächst unabhängig voneinander moduliert und anschließend in einem Multiplexer (MUX) zusammengeführt. Nach einer Vorverstärkung wird das Signal in die Übertragungsstrecke geführt, welche aus N 60 – 100 km langen Abschnitten besteht. Die eigentliche Überbrückung der Strecke erfolgt auf der SMF. Durch eine Zwischenverstärkung mit EDFA werden die Verluste durch die Faserdämpfung ausgeglichen. Anschließend erfolgt die Kompensation der chromatischen Dispersion der SMF mithilfe dispersionskompensierender Fasern, im Englischen *dispersion compensating fiber* (DCF). Deren Dämpfungsverluste müssen ebenfalls durch

Zwischenverstärker ausgeglichen werden. Am Ende der Übertragungsstrecke sitzt ein Vorverstärker, der den Signalpegel in den Empfangsbereich des Empfängers anhebt. Im nächsten Schritt werden die Wellenlängenkanäle in einem Demultiplexer (DMUX) wieder getrennt, bevor sie dann in den Empfängern ausgewertet werden. Als MUX und DMUX haben sich *arrayed-waveguide gratings* (AWG) durchgesetzt. Der AWG nutzt das interferometrische Prinzip aus, um verschiedene Wellenlängen räumlich zu trennen und zeichnet sich gegenüber anderen Techniken durch geringe Einkoppelverluste, geringe Polarisationsabhängigkeit und große Nebenzkanalunterdrückung aus. Zudem lässt sich das Prinzip einfach in integrierter Optik realisieren. Der Einsatz der breitbandigen EDFA macht elektrische Regeneratoren überflüssig. Der somit optisch transparente Netzaufbau ermöglicht hohe Flexibilität was Erweiterung und Umgestaltung des Systems angeht. Unterschiedliche Modulationsformate und Datenraten können parallel in einer Faser übertragen werden und lediglich auf Sender und Empfängerseite müssen Modifikationen vorgenommen werden.

Bei einkanaliger Datenübertragung über Glasfaser treten die bereits beschriebenen Effekte der chromatischen Dispersion, der Selbstphasenmodulation (SPM) und der PMD auf. In WDM-Systemen treten zusätzlich Wechselwirkungen zwischen den Kanälen auf. Kreuzphasenmodulation (XPM) verursacht eine Modulation der Signal-Phase eines betrachteten Kanals durch die Leistungsfluktuationen anderer Kanäle. Die Vierwellenmischung, auch *four wave mixing* (FWM) genannt, erzeugt neue, zusätzliche spektrale Komponenten, deren Frequenz in WDM-Systemen ungünstigerweise auf dem Kanal-Raster liegen. Ähnliche Auswirkungen zeigt die stimulierte Raman-Streuung (SRS). Sie entzieht den Signalen Leistung bei hohen Frequenzen und verschiebt sie hin zu niedrigeren Frequenzen, wodurch dort Signalstörungen entstehen.

Durch additives Rauschen entstehen weitere Signalstörungen. Zum einen sind es die EDFA, die prinzipbedingt Rauschen verursachen. Jeder EDFA im System addiert Rauschleistung und verschlechtert somit das optische Signal-Rausch-Verhältnis. Zusätzlich tritt elektrisches Rauschen im Empfänger auf. Dieses wird zum einen geprägt vom Schrotrauschen der Photodiode, welche die optisch-elektrische Wandlung durchführt, und zum anderen vom thermischen Rauschen der ihr angeschlossenen Verstärkerschaltung [13]. Als elektro-optische Wandler kommen zumeist *pin*-Photodioden aber auch Avalanche-Photodioden (APD) zum Einsatz.

3.4 Faserverstärker

Wie im vorangegangenen Abschnitt bereits genannt, werden zur Signalverstärkung in optischen WDM-Systemen sogenannte EDFA eingesetzt. Der prinzipielle Aufbau eines

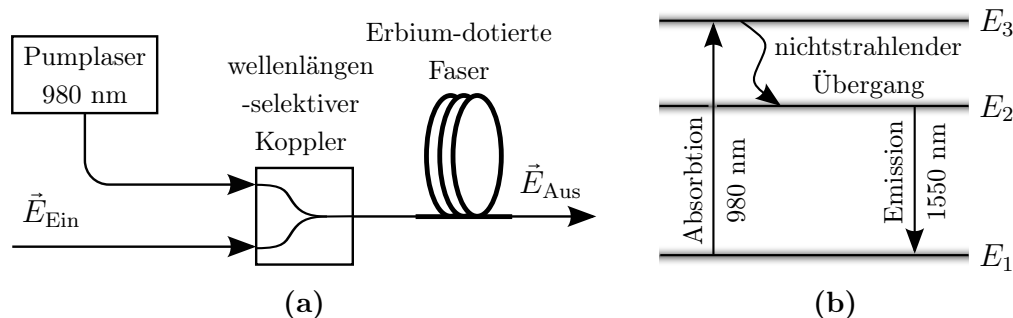


Abbildung 3.9: Prinzipieller Aufbau eines EDFA (a) und Energieniveaus und Übergänge in Erbium-dotierten Fasern (b)

solchen Verstärkers ist in Abbildung 3.9a gezeigt. Kernstück dieses Verstärkers bildet eine Erbium-dotierte Silizium-Faser. Hierbei werden drei Energieniveaus der Erbium-Ionen ausgenutzt (siehe Abbildung 3.9b). Zunächst werden mithilfe eines Pump-Lasers bei einer Wellenlänge von 980 nm die Erbium-Ionen vom niedrigsten der drei Niveaus E_1 auf das höchste Niveau E_3 gebracht. Innerhalb von $1 \mu\text{s}$ fällt dieser Zustand auf das Niveau E_2 , wobei $E_1 < E_2 < E_3$ gilt. Die Verweildauer auf diesem Niveau beträgt 10 ms, also wesentlich länger als auf dem Niveau E_3 [12]. Trifft nun ein Photon auf eines dieser Ionen, so kommt es zur stimulierten Emission. Das Ion fällt vom Niveau E_2 auf E_1 und emittiert dabei ein Photon gleicher Wellenlänge, gleicher Phase, gleicher Richtung und gleicher Polarisation. Nun kommt hinzu, dass sich durch den sogenannten Stark-Effekt die Energieniveaus der Erbium-Ionen in der Faser zu Energiebändern ausweiten. Dadurch kann beispielsweise eine gleichzeitige Verstärkung der Wellenlängenkanäle des C-Bands ($\Delta\lambda = 35 \text{ nm}$) erreicht werden [19].

3.4.1 Rauschen

Bleibt das Auftreffen eines Photons aus, so fällt das Elektron nach ca. 10 ms auf das niedrigste der oben genannten Niveaus (E_1) zurück und emittiert dabei ein Photon zufälliger Orientierung. Diese spontane Emission von Photonen wird dem Signal als Rauschen überlagert. Hinzu kommt der Effekt, dass spontan emittierte Photonen beim Auftreffen auf angeregte Erbium-Ionen zu einer stimulierten Emission führen. Es kommt zur Verstärkung der spontanen Emission, weshalb man von *amplified spontaneous emission* (ASE)-Rauschen spricht. Die von einem EDFA generierte Rauschleistung kann berechnet werden über

$$P_{\text{ASE}} = 2n_{\text{sp}}(G - 1)h\nu B_0, \quad (3.15)$$

mit dem Populations-Inversionsfaktor n_{sp} , dem Verstärkungsfaktor des Faserverstärkers G , dem Planckschen Wirkungsquantum h , der optischen Frequenz ν sowie der

Bandbreite B_0 eines optischen Filters, hinter dem die Leistung gemessen wird. Der Populations-Inversionsfaktor gibt die Besetzungsinversion zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand an. Misst man die Rauschleistungsdichte N_0 im optischen Band B_0 , so erhält man die Rauschleistung

$$P_{\text{ASE}} = N_0 B_0. \quad (3.16)$$

3.4.2 Optisches Signal-Rausch-Verhältnis

Das im EDFA generierte Rauschen kann als additives weißes gaußverteiltes Rauschen verstanden werden, das dem verstärkten Signal überlagert wird. Das Ausgangssignal des Verstärkers ist dann gegeben durch

$$\vec{E}_{\text{Aus}}(t) = \vec{E}_{\text{Ein}}(t) \cdot \sqrt{G} + \vec{N}_{\text{ASE}}(t), \quad (3.17)$$

wobei $\vec{N}_{\text{ASE}}(t)$ eine komplexe mittelwertfreie normalverteilte Zufallsvariable mit der Varianz $\sigma^2 = P_{\text{ASE}}$ ist. Ein wichtiges Maß für die Signalgüte in optischen Übertragungssystemen ist das optische Signal-Rausch-Verhältnis, im Englischen *optical signal-to-noise ratio* (OSNR), das als Verhältnis der mittleren Signalleistung P_{Sig} zur Rauschleistung P_{ASE} innerhalb der optischen Bandbreite B_0 definiert ist. Zusätzlich wird eine Normierung des Quotienten auf eine Referenzbandbreite vorgenommen [46]:

$$OSNR = \frac{P_{\text{Sig}}}{P_{\text{ASE}}} \cdot \frac{B_0}{B_{\text{Ref}}} \quad (3.18)$$

Mit $P_{\text{ASE}} = N_0 B_0$ erhält man den bekannten Ausdruck

$$OSNR = \frac{P_{\text{Sig}}}{N_0 B_{\text{Ref}}} = \frac{P_{\text{Sig}}}{P_{\text{ASE,Ref}}}. \quad (3.19)$$

Häufig wird die Referenzbandbreite $B_{\text{Ref}} = 12,5 \text{ GHz}$ ($0,1 \text{ nm}$) gewählt.¹ Zur Modellierung des additiven Rauschsignals ist es notwendig, die Rauschleistung innerhalb der Simulationsbandbreite B_{Sim} als Funktion des geforderten OSNR zu bestimmen. Berücksichtigt man, dass $\vec{N}_{\text{ASE}}(t)$ zwei orthogonale Komponenten in Richtung der Polarisationen in x - und in y -Richtung aufweist und zudem eine Inphase- und eine Quadraturkomponente besitzt, so kann die Varianz für die 4 Komponenten durch Umformung von Gleichung (3.18) jeweils mit

$$\sigma_{\text{ASE}/4}^2 = \frac{1}{4} P_{\text{ASE}} = \frac{P_{\text{Sig}} B_{\text{Sim}}}{OSNR \cdot B_{\text{Ref}}} \quad (3.20)$$

angegeben werden.

¹Dieser Wert entspricht einer von vielen optischen Spektrumanalysatoren verwendeten Auflösungsbandbreite. Moderne Geräte haben höhere Auflösungen, jedoch bezieht man sich aus Gründen der Vergleichbarkeit auf $0,1 \text{ nm}$ ($12,5 \text{ GHz}$ bei 1550 nm).

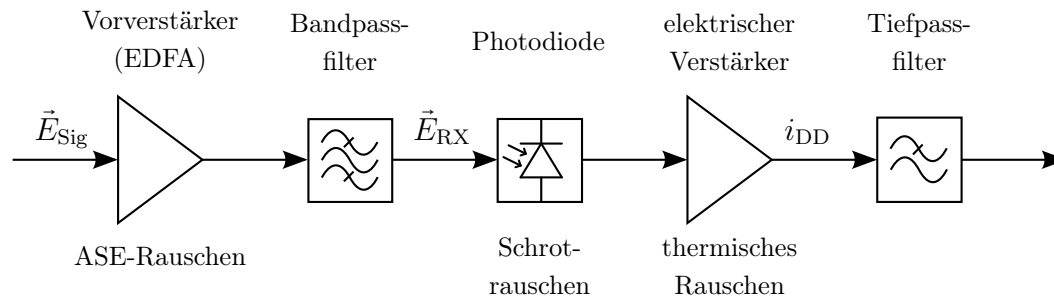


Abbildung 3.10: Vereinfachter Aufbau eines Direktempfängers

3.5 Empfänger

Um die dem Licht aufgeprägten Informationen am Empfänger zurückgewinnen zu können, ist es zunächst erforderlich das optische Signal in ein elektrisches Signal zu wandeln. Elektrische Signale können dann, falls notwendig, mit Verfahren der elektrischen Signalverarbeitung aufbereitet und letztendlich die digitale Information zurückgewonnen werden. Der Empfänger übernimmt die Abwärtsmischung des empfangenen Signals. Hier stehen unterschiedliche Technologien zur Verfügung. Beim Direktempfang, im Englischen *direct detection* (DD), wird das Signal am Empfängereingang mittels einer Photodiode direkt in das Basisband umgesetzt. Der Strom der Photodiode ist proportional zur Leistung des optischen Signals, wodurch das elektrische Signal keine Phaseninformation des elektrischen Feldes in der Faser enthält. Dadurch sind Phasenmodulationsverfahren nur in beschränkter Komplexität und mit erhöhtem Aufwand realisierbar. Zudem können elektrische Kompensationsverfahren hier nur begrenzt wirken. Das zweite Verfahren ist der sogenannte Überlagerungsempfang, auch kohärenter Empfang genannt. Hier entstehen durch Überlagerung des optischen Datensignals mit dem Dauerstrichsignal eines Lokaloszillators und anschließender Photodetektion mehrere Mischprodukte, wovon eines proportional zum elektrischen Feld des Signals in der Faser ist. Dieses Empfangsprinzip bietet ein wesentlich größeres Potential zum Einsatz von Phasenmodulationsformaten sowie zur elektrischen Kompensation von Signalstörungen, da die Signale nach Betrag und Phase vorliegen.

3.5.1 Direktempfang

Die Struktur eines Direktempfängers ist in Abbildung 3.10 gezeigt. Ein Vorverstärker hebt die Leistung des optischen Signals an, bevor die Leistung durch die Photodiode detektiert wird. In WDM-Systemen sitzt dieser Vorverstärker vor dem Wellenlängendemultiplexer, so dass ein Verstärker alle Kanäle versorgt. Das von den optischen Verstärkern induzierte ASE-Rauschen wird dem Nutzsignal $\vec{E}_{\text{Sig}}(t)$ überlagert. Die Photodiode

detektiert die gesamte Lichtleistung nach dem Zusammenhang

$$i_{\text{PD}}(t) = S_{\text{D}} P_{\text{opt}}(t), \quad (3.21)$$

wobei S_{D} die Empfindlichkeit der Photodiode ist. Diesem Photostrom wird zusätzlich durch die Photodiode verursachtes Schrotrauschen n_{Schrot} und thermisches Rauschen n_{th} des elektrischen Verstärkers überlagert. Der Gesamtstrom am Ausgang des Direktempfängers hat daher die folgende Form:

$$i_{\text{DD}}(t) = S_{\text{D}} P_{\text{opt}}(t) + n_{\text{Schrot}} + n_{\text{th}} \quad (3.22)$$

In dieser und den folgenden Überlegungen werden die Verstärker als reine Rauschquellen betrachtet. Die Verstärkungsfaktoren haben den Wert $G = 1$. Die optische und elektrische Filterung werden nicht berücksichtigt. Die optische Leistung am Eingang der Photodiode beträgt demnach

$$P_{\text{opt}}(t) = \vec{E}_{\text{RX}}(t) \cdot \vec{E}_{\text{RX}}(t)^*, \quad \text{wobei } \vec{E}_{\text{RX}}(t) = \vec{E}_{\text{Sig}}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}}(t). \quad (3.23)$$

Das ASE-Rauschen \vec{N}_{ASE} wird in zwei orthogonale Komponenten zerlegt, wovon eine parallel und eine senkrecht zum Datensignal polarisiert ist:

$$\vec{N}_{\text{ASE}}(t) = \vec{N}_{\text{ASE}\parallel}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}\perp}(t) \quad (3.24)$$

Der Strom des Direktempfängers ist somit

$$\begin{aligned} i_{\text{DD}}(t) &= S_{\text{D}} \left[\vec{E}_{\text{Sig}}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}\parallel}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}\perp}(t) \right] \left[\vec{E}_{\text{Sig}}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}\parallel}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}\perp}(t) \right]^* \\ &\quad + n_{\text{Schrot}} + n_{\text{th}} \\ &= S_{\text{D}} \underbrace{\left| \vec{E}_{\text{Sig}}(t) \right|^2}_{\text{Signalleistung}} + S_{\text{D}} \underbrace{2\text{Re} \left\{ \vec{E}_{\text{Sig}}(t) \vec{N}_{\text{ASE}\parallel}(t) \right\}}_{\text{Signal-ASE-Rauschen}} + S_{\text{D}} \underbrace{\left[\left| \vec{N}_{\text{ASE}\parallel}(t) \right|^2 + \left| \vec{N}_{\text{ASE}\perp}(t) \right|^2 \right]}_{\text{ASE-ASE-Rauschen}} \\ &\quad + n_{\text{Schrot}} + n_{\text{th}}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Bei der Umformung von Gleichung (3.25) zu Gleichung (3.26) wurde ausgenutzt, dass das Skalarprodukt orthogonal polarisierter Signalkomponenten gleich null ist. Neben der detektierten Signalleistung existieren zwei zusätzliche Rauschterme. Zum einen gibt es das ASE-ASE-Rauschen, das der momentanen Rauschleistung der beiden orthogonale Komponenten $\vec{N}_{\text{ASE}\parallel}(t)$ und $\vec{N}_{\text{ASE}\perp}(t)$ entspricht. Hinzu kommt das Signal-ASE-Rauschen, dessen Intensität mit der Signalamplitude moduliert wird, was zur Folge hat, dass Symbole mit verschiedenen Signalpegeln (z.B. null und eins) unterschiedlich stark gestört werden. Bei ausreichend großen Signalpegeln und kleinen Rauschbandbreiten dominiert Signal-ASE-Rauschen gegenüber dem ASE-ASE-Rauschen [36]. Beim Einsatz optischer Verstärker ist die optische Leistung am Empfänger üblicherweise so hoch, dass das Schrotrauschen und das thermische Rauschen vernachlässigt werden können [47], was auch für die numerischen Untersuchungen mittels Computersimulationen in dieser Arbeit angenommen wurde.

3.5.2 Überlagerungsempfang

Der Nachteil des Direktempfängers ist, dass er lediglich einen zur Leistung des datentragenden Signals proportionalen Strom liefert. Dies schränkt die Möglichkeit des Einsatzes höherwertiger Modulationsformate und von Algorithmen zur digitalen Signalverarbeitung stark ein. Das Verfahren des Überlagerungsempfangs eröffnet die Möglichkeit, das Signal durch Überlagerung mit einem Lokaloszillator (LO) zu einer Zwischenfrequenz hin oder in das Basisband abwärts zu mischen. Das Ausgangssignal ist proportional zum elektrischen Feld am Empfängereingang. Einfache Schaltungen zum Überlagerungsempfang, wie der balanced Empfänger (siehe Anhang B.1) sind mit der Einschränkung behaftet, nur den Realteil des empfangenen Signals zu liefern und polarisationsabhängig zu sein. Das bedeutet, dass eine Abstimmung der Polarisierungen von LO und empfangenem Signal aufeinander notwendig ist. Abbildung 3.11 zeigt den Aufbau eines optischen Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfängers, welcher die Problematik der Phasen- und Polarisationsabhängigkeit behebt. Dies geschieht allerdings auf Kosten der Empfängerempfindlichkeit, da die Signale auf vier Pfade aufgeteilt werden. Das Signal am Empfängereingang ist als Summe des datentragenden Signals und des überlagerten ASE-Rauschens gegeben:

$$\vec{E}_{\text{RX}}(t) = \vec{E}_{\text{Sig}}(t) + \vec{N}_{\text{ASE}}(t) \quad (3.27)$$

Mithilfe eines PBS wird das Signal in zwei orthogonale Polarisationsanteile zerlegt und räumlich getrennt, so dass zwei Teilsignale

$$\vec{E}_{\text{RX},x}(t) = \vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \quad \text{mit} \quad (3.28)$$

$$\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) = |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| e^{j(\omega_{\text{Sig}}t + \varphi_{\text{Sig},x}(t))} \vec{e}_x \quad (3.29)$$

und

$$\vec{E}_{\text{RX},y}(t) = \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \quad \text{mit} \quad (3.30)$$

$$\vec{E}_{\text{Sig},y}(t) = |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| e^{j(\omega_{\text{Sig}}t + \varphi_{\text{Sig},y}(t))} \vec{e}_y \quad (3.31)$$

im x - und y -Zweig des Systems vorliegen. Mit dem Signal des LO wird genauso verfahren. Es wird angenommen, dass der LO linear polarisiert ist und dass die Einkopplung in den PBS derart erfolgt, dass in beiden Pfaden gleiche Leistung vorliegt. Für die Signalkomponenten hinter dem PBS gilt dann

$$\vec{E}_{\text{LO},x}(t) = |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)| e^{j(\omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{LO}}(t))} \vec{e}_x \quad (3.32)$$

und

$$\vec{E}_{\text{LO},y}(t) = |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)| e^{j(\omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{LO}}(t))} \vec{e}_y \quad \text{mit} \quad |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)| = |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)|. \quad (3.33)$$

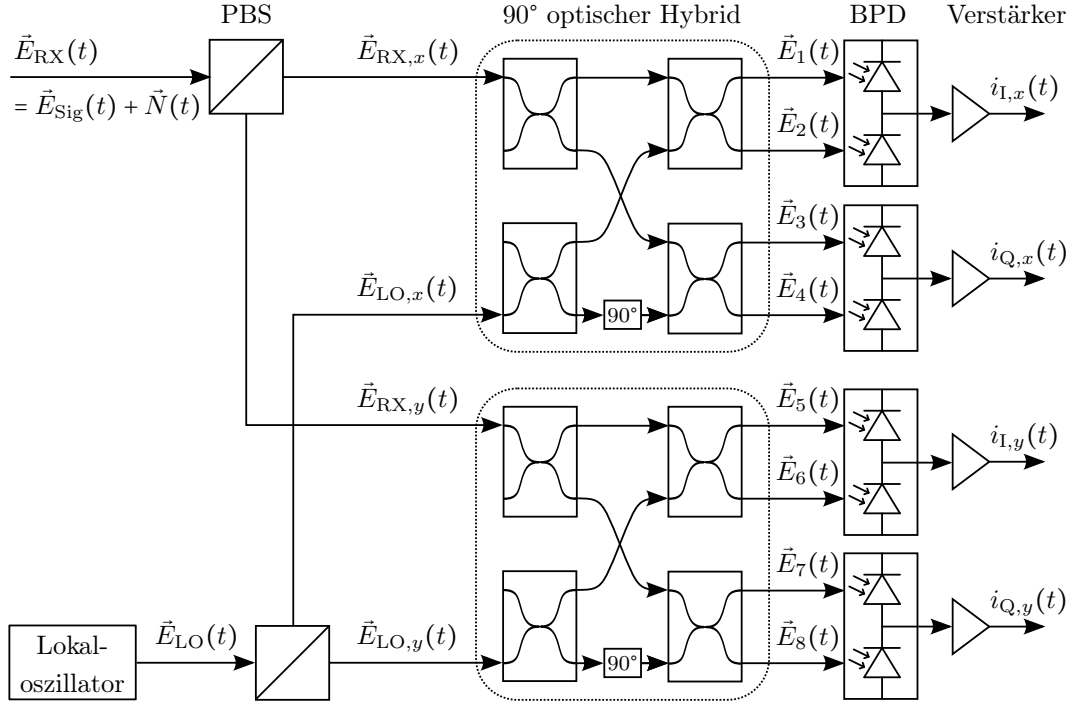


Abbildung 3.11: Polarisations- und Phasendiversitätsempfänger: Das empfangene Signal und das Signal des Lokaloszillators werden jeweils an einem Polarisationsstrahlteiler (PBS) in zwei orthogonale Komponenten (hier durch die Indizes x und y gekennzeichnet) aufgeteilt. Die Teilsignale werden in den beiden optischen 90°-Hybriden überlagert und mittels balanced Photodetektoren (BPD) in elektrische Ströme gewandelt.

Die x - bzw. y -Polarisationskomponenten des empfangenen Signals und des LO werden jeweils in einen optischen 90°-Hybriden geführt, wo es zur Überlagerung der Signale kommt. Eine detaillierte Beschreibung des 90°-Hybriden und der Signalverläufe ist in Anhang B.2 gegeben. Die Ausgangsfelder $\vec{E}_1(t) \dots \vec{E}_8(t)$ der beiden optischen Hybriden sind durch

$$\vec{E}_{1/5}(t) = \frac{1}{2} (\vec{E}_{RX,x/y}(t) - \vec{E}_{LO,x/y}(t)) \quad (3.34)$$

$$\vec{E}_{2/6}(t) = \frac{j}{2} (\vec{E}_{RX,x/y}(t) + \vec{E}_{LO,x/y}(t)) \quad (3.35)$$

$$\vec{E}_{3/7}(t) = \frac{j}{2} (\vec{E}_{RX,x/y}(t) + j\vec{E}_{LO,x/y}(t)) \quad (3.36)$$

$$\vec{E}_{4/8}(t) = -\frac{1}{2} (\vec{E}_{RX,x/y}(t) - j\vec{E}_{LO,x/y}(t)) \quad (3.37)$$

gegeben. Die Ausgänge der balanced Photodetektoren (BPD) liefern die Differenzströme, die die Real- und Imaginärteile der beiden Polarisations Ebenen des empfangenen Signals repräsentieren. Hierbei wird mithilfe der Verstärker an den Ausgängen der BPD

sichergestellt, dass das Vorzeichen der Differenzströme korrekt ist:

$$\begin{aligned}
 i_{I,x}(t) &= i_2(t) - i_1(t) = S_D |\vec{E}_2(t)|^2 - S_D |\vec{E}_1(t)|^2 \\
 &= S_D \underbrace{\operatorname{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}}_{\text{Signal-LO Produkt}} + S_D \underbrace{\operatorname{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}}_{\text{LO-ASE-Rauschen}}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
 i_{Q,x}(t) &= i_3(t) - i_4(t) = S_D |\vec{E}_3(t)|^2 - S_D |\vec{E}_4(t)|^2 \\
 &= S_D \operatorname{Im} \{ \vec{E}_{\text{Sig},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \} + S_D \operatorname{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}
 i_{I,y}(t) &= i_6(t) - i_5(t) = S_D |\vec{E}_6(t)|^2 - S_D |\vec{E}_5(t)|^2 \\
 &= S_D \operatorname{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} + S_D \operatorname{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
 i_{Q,y}(t) &= i_7(t) - i_8(t) = S_D |\vec{E}_7(t)|^2 - S_D |\vec{E}_8(t)|^2 \\
 &= S_D \operatorname{Im} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} + S_D \operatorname{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Hierbei ist S_D die Empfindlichkeit der Photodiode. Gleichanteile sowie der Signal-ASE-Rauschterm fallen durch den BPD weg (siehe Anhang B.2). Es bleiben das Signal-LO-Produkt sowie das LO-ASE-Rauschen. Das Signal-LO-Produkt ist der gesuchte Signalanteil, der die gesendete Information enthält. Die gaußförmige Verteilung der Amplituden des ASE-Rauschen bleibt durch die lineare Transformation auch im elektrischen Bereich gaußförmig [48]. Das ASE-Rauschen dominiert, wie auch beim Direktempfänger, das Schrotrauschen der Dioden und das thermische Rauschen der elektrischen Verstärker. Aus diesem Grund sind diese in den vorangegangenen Formulierungen nicht enthalten und werden in den Computersimulationen in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Die vier Ausgangssignale des Empfängers können getrennt prozessiert werden. Durch Zusammenfügen der Real- und Imaginärteile können alternativ komplexwertige Darstellungen für die Signale der x - und y -Polarisation gefunden werden. Diese lauten

$$\begin{aligned}
 i_x(t) &= i_{I,x}(t) + j i_{Q,x}(t) \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)| e^{j(\omega_{\text{Sig}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{Sig},x}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t))} + S_D \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)| e^{j(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF},x}(t))} + S_D \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

und

$$\begin{aligned}
 i_y(t) &= i_{I,y}(t) + j i_{Q,y}(t) \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},y}^*(t)| e^{j(\omega_{\text{Sig}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{Sig},y}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t))} + S_D \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},y}^*(t)| e^{j(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF},y}(t))} + S_D \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t).
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Hierbei sind $\omega_{ZF} = \omega_{\text{Sig}} - \omega_{\text{LO}}$ und $\varphi_{ZF}(t) = \varphi_{\text{Sig}}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t)$ jeweils die Frequenz und Phasendifferenz zwischen Signal und Lokalszillator der Polarisationskomponenten. Durch die Wahl von ω_{ZF} kann der Operationsmodus des Empfängers festgelegt werden. Bei $\omega_{ZF} = 0$ spricht man von Homodynempfang, das Signal wird direkt ins Basisband abwärts gemischt. Die exakte Regelung der Frequenz des LOs ist allerdings sehr aufwändig. Lässt man den LO in der Nähe der Signalfrequenz frei laufen, so entstehen Abweichungen, die wesentlich kleiner sind als die halbe Modulationsbandbreite ($\omega_{ZF} \ll \frac{\omega_b}{2}$). Man spricht von Intradynempfang. Die geringe Abweichung des LO zur tatsächlichen Signalfrequenz kann im Nachhinein durch digitale Signalverarbeitung korrigiert werden. Wird das Signal in einen Zwischenfrequenzbereich gemischt, der deutlich oberhalb der halben Modulationsbandbreite ($\omega_{ZF} \gg \frac{\omega_b}{2}$) liegt, so spricht man von Heterodynempfang [49]. Bei der kohärenten Übertragung in optischen Übertragungssystemen haben sich Homodynempfang und Intradynempfang durchgesetzt. Anhand von Gleichung (3.42) und (3.43) kann man erkennen, dass das datentragende Signal mit dem Betrag der Feldstärke des LO multipliziert wird. Dies ist vergleichbar mit einer rauschfreien optischen Verstärkung und hat eine Empfindlichkeitssteigerung des Empfängers zur Folge.² In EDFA-verstärkten Systemen ist dieser Gewinn gering [39]. Der Grund für die Entwicklung heutiger kohärenter Übertragungssysteme liegt in der Möglichkeit des Einsatzes höherwertiger Modulationsformate und der damit verbundenen Steigerung der spektralen Effizienz. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Anwendbarkeit von Algorithmen der digitalen Signalverarbeitung zur Kompensation von Signalstörungen.

3.6 Simulationen

Um sinnvolle Aussagen über die Eigenschaften von PMD-Kompensationsverfahren mithilfe von Computersimulationen machen zu können, werden unter anderem Systemausfallwahrscheinlichkeiten ohne und mit Kompensator verglichen. Hierzu ist es erforderlich geeignete Signalfolgen zu übertragen und eine ausreichende Anzahl der Ereignisse zu generieren, die für Ausfälle verantwortlich sind. Es werden im folgenden Abschnitt ein Verfahren zur Erzeugung von Zufallszahlensequenzen, ein Verfahren zur Varianzreduktion in Monte-Carlo-Simulationen und verschiedene Kriterien zur Bewertung der Signalgüte in optischen Übertragungssystemen vorgestellt.

²Dies war eine der wesentlichen Motivationen für die Entwicklung kohärenter Systeme. Mit der Einführung optischer Faserverstärker wurde diese Entwicklung unterbrochen.

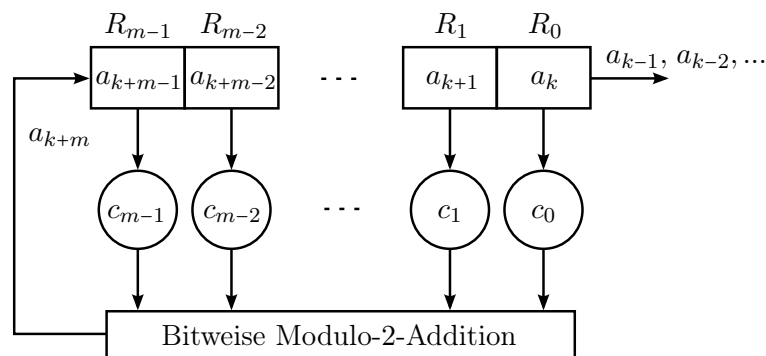


Abbildung 3.12: Schieberegister zur Erzeugung von pseudozufälligen Symbolsequenzen

3.6.1 Erzeugung von pseudozufälligen Zahlenfolgen

Die durch PMD verursachte Pulsverbreiterung führt zur gegenseitigen Störung mehrerer zeitlich benachbarter Pulse, Intersymbolinterferenz (ISI) genannt. Deshalb ist es bei Systemuntersuchungen von großer Bedeutung Signale zu übertragen, die möglichst viele unterschiedliche Bitmuster enthalten. Pseudozufällige Bitsequenzen, im Englischen *pseudo random binary sequence* (PRBS), die nach einer festen Vorschrift mithilfe von rückgekoppelten Schieberegistern erzeugt werden, besitzen diese Eigenschaft. Eine PRBS der Länge $2^m - 1$ enthält, abgesehen von der Nullfolge $\{0; 0; \dots; 0\}$, alle Bit-Kombinationen, die mit einer Folge von m Bits erzeugt werden können. Wie der Name sagt, enthalten diese Sequenzen Zeichen aus der Menge $\{0; 1\}$. Möchte man Übertragungssysteme mit höherwertigen Modulationsformaten untersuchen, so bestehen die Signalfolgen aus Kombinationen von Zeichen aus einem erweiterten Alphabet. Neben der Beeinflussung zeitlicher Nachbarn bewirkt PMD in PDM-Systemen ein Übersprechen zwischen den beiden orthogonalen Polarisierungen. Die Verwendung von PDM kann als zusätzliche Erweiterung des Alphabets interpretiert werden. Ziel ist es, als Erweiterung der PRBS, pseudozufällige Zahlenfolgen, im Englischen *pseudo random number sequence* (PRNS) zu generieren, die möglichst viele Kombinationen der Zeichen eines Alphabets enthalten.

Ein rückgekoppeltes Schieberegister, wie es zur Erzeugung pseudozufälliger Zahlenfolgen verwendet wird, ist in Abbildung 3.12 gezeigt. Es besteht aus m Speichersegmenten R_0, \dots, R_{m-1} , in denen die entsprechenden Signalwerte a_k, \dots, a_{k+m-1} gespeichert sind. Durch Multiplikation der Signalwerte mit den Faktoren c_0, \dots, c_{m-1} und anschließende Addition erhält man das rückgekoppelte Signal. Mit jedem Operationsschritt werden die gespeicherten Werte um eine Stelle nach rechts aus dem Register heraus geschoben. Der Wert aus der Rückkoppelung a_{k+m} wird in der frei gewordenen Speicherstelle abgelegt. Die Speicherinhalte können dabei unterschiedliche Werte aus einem

Tabelle 3.2: Repräsentationen der Elemente des Galois-Feldes GF(8)

Dezimal	Binär	Polynomial
0	0 0 0	0
1	0 0 1	1
2	0 1 0	x
3	0 1 1	$x + 1$
4	1 0 0	x^2
5	1 0 1	$x^2 + 1$
6	1 1 0	$x^2 + x$
7	1 1 1	$x^2 + x + 1$

Alphabet \mathbb{S} annehmen. Abhängig davon, welches Modulationsformat eingesetzt wird und ob PDM zum Einsatz kommt, müssen die Symbole eine Kombination von bis zu $b = 4$ Bit repräsentieren, wie zum Beispiel bei der Übertragung mit QPSK/DQPSK in Kombination mit PDM. Das Alphabet besteht aus $q = 2^b$ Symbolen und bildet die Menge $\mathbb{S} = \{0; 1; 2; \dots; 2^b - 1\}$. Solche begrenzte Zahlenmengen werden Galois-Felder GF(q) genannt. In diesen geschlossenen Zahlkörpern sind die Rechenoperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division derart definiert, dass das Ergebnis der Operationen stets in der gleichen Zahlenmenge abgebildet wird. Auch die Faktoren c_n sind Elemente von \mathbb{S} . Diese Elemente können auf unterschiedliche Weise dargestellt werden. Drei mögliche Darstellungsarten sind in Tabelle 3.2 am Beispiele des Galois-Feldes GF(8) gezeigt. Wird der zulässige Zahlenraum bei einer Multiplikation zweier Elemente A und B überschritten, so wird das Ergebnis der Operation als Rest nach einer Division durch ein felderzeugendes Polynom $p(x)$ definiert:

$$A \otimes B = A \cdot B \bmod p(x) \quad (3.44)$$

Durch diese Modulo-Operation mit dem Polynom $p(x)$ wird das Ergebnis wieder in \mathbb{S} abgebildet. Felderzeugende Polynome der Galois-Felder GF(2^b) sind vom Grad b und haben Koeffizienten aus $\mathbb{S} = \{0; 1\}$. Sie sind irreduzibel, das bedeutet, sie lassen sich nicht weiter in Elemente von \mathbb{S} zerlegen [50]. Ein mögliches felderzeugendes Polynom zu dem oben gezeigten Galois-Feld GF($2^b = 8$) ist $p(x) = x^3 + x + 1$ mit der Binärdarstellung $\langle 1011 \rangle$. Die Multiplikation zweier Elemente kann entweder in Binär- oder in

Polynomialdarstellung geschehen. Bei der Addition bedient man sich einer Exklusiv-Oder-Verknüpfung der zu addierenden Elemente A und B , was einer bitweisen Addition ohne Übertrag (Modulo-2-Operation) entspricht³:

$$A \oplus B = (A + B) \bmod_{\text{bit}} 2 \quad (3.45)$$

Das rückgekoppelte Signal wird dementsprechend mit der Rekursionsgleichung

$$a_{k+m} = c_{m-1} \otimes a_{k+m-1} \oplus c_{m-2} \otimes a_{k+m-2} \oplus \dots \oplus c_1 \otimes a_{k+1} \oplus c_0 \otimes a_k \quad (3.46)$$

bestimmt. Der Ausgang eines solchen Schieberegisters erzeugt stets periodische Zufallsfolgen von Symbolen. Tritt eine bereits dagewesene Symbolkombination erneut auf, bedeutet dies, dass eine Periode durchlaufen ist und dass die Zufallsfolge sich wiederholt. Folglich hat die Initialisierung der Schieberegistereinträge keinen Einfluss auf die Form der Zufallsfolgen sondern nur auf den Startpunkt innerhalb der Zufallsfolge. Lediglich die Nullfolge ist nicht als Initialisierung zulässig, da dabei $a_{k+m} = 0$ im Rückkoppelzweig erzeugt wird und der Ausgang des Generators immerzu null liefern würde. Die maximale Periodendauer eines solchen Schieberegisters, also die längste erzeugbare Folge von Symbolen, hat die Länge $q^m - 1 = (2^b)^m - 1$. Um eine Folge maximaler Länge zu erzeugen benötigt man ein primitives Polynom vom Grad m , welches die Koeffizienten für das Schieberegister liefert [51]. Diese sogenannten Generatorpolynome haben die Form

$$g(x) = x^m + x^{m-1}c_{m-1} + x^{m-2}c_{m-2} + \dots + x^1c_1 + x^0c_0. \quad (3.47)$$

Tabellen mit Generatorpolynomen zur Erzeugung von Symbolen aus den Galois-Feldern GF(2), GF(4) und GF(8) in Registern der Länge m sind im Anhang C gegeben. Soll beispielsweise eine Zufallsfolge mit Elementen des GF(16) und der Länge 4095 ($m = 3$) erzeugt werden, so lautet das Generatorpolynom $p(x) = x^3 + 4x + 2$. Daraus kann man unmittelbar die Rückkoppelfaktoren des Schieberegisters ablesen. Sie lauten

$$c_0 = 2, c_1 = 4, \quad (3.48)$$

alle anderen Faktoren haben den Wert null. Die rekursive Gleichung lautet damit

$$a_{k+m} = 4 \otimes a_{k+1} \oplus 2 \otimes a_k. \quad (3.49)$$

Es gibt keine mathematischen Verfahren zur Bestimmung primitiver Polynome. Ähnlich wie bei Primzahlen werden Generatorpolynome zufällig erzeugt und dann auf Primitivität getestet [52].

³Das Prinzip soll am Beispiel der Addition der binären Zahlen 101 und 001 verdeutlicht werden:

101 \oplus 001 = (101 + 001) $\bmod_{\text{bit}} 2$ = 100, wobei stellenweise die Operationen $(1 + 0) \bmod 2 = 1$, $(0 + 0) \bmod 2 = 0$ und $(1 + 1) \bmod 2 = 0$ durchgeführt wurden.

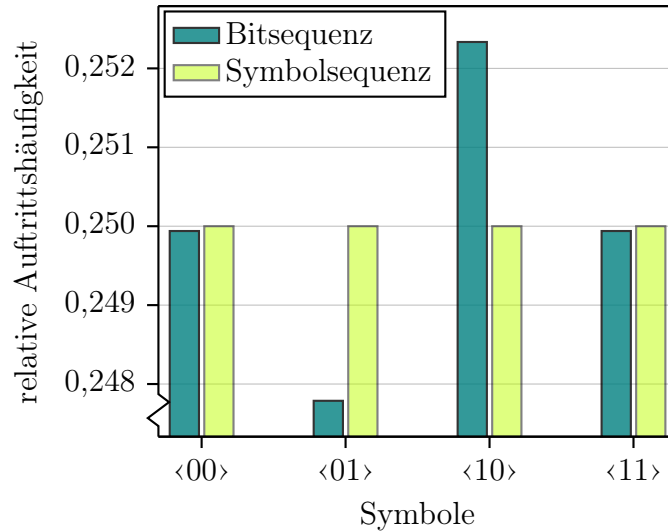


Abbildung 3.13: Relative Auftrittshäufigkeit der Symbole $\langle 00 \rangle$, $\langle 01 \rangle$, $\langle 10 \rangle$ und $\langle 11 \rangle$, generiert durch Kombination zweier Bitsequenzen mit Elementen aus $\mathbb{S} = \{0, 1\}$ bzw. durch direkte Erzeugung einer Zufallsfolge von Symbolen aus $\mathbb{S} = \{00, 01, 10, 11\}$ [53].

In kommerziellen Simulationsprogrammen ist häufig nur die Generation von binären Zufallsfolgen implementiert. Möchte man die Datenübertragung mittels höherwertiger Modulationsformate oder in PDM-Systemen simulieren, so ist man darauf angewiesen mehrere binäre Zufallsfolgen derart zu kombinieren, dass neue zufällige Symbolfolgen entstehen, deren Symbole einem erweiterten Alphabet zuzuordnen sind. Hierbei ist jedoch nicht gewährleistet, dass alle Symbole mit der gleichen Häufigkeit auftreten. Im ungünstigsten Fall treten bestimmte Symbolkombinationen gar nicht auf. Abbildung 3.13 zeigt die relativen Auftrittshäufigkeiten der Symbole $\langle 00 \rangle$, $\langle 01 \rangle$, $\langle 10 \rangle$ und $\langle 11 \rangle$ des Galois-Feldes $\text{GF}(4)$ in einer Zufallsfolge der Länge 2^{16} . Im ersten Beispiel wurde die Folge durch Kombination zweier binärer Zufallsfolgen der Symbole $\langle 0 \rangle$ und $\langle 1 \rangle$ erzeugt (■), im zweiten Beispiel wurde der Symbolstrom direkt nach den oben erläuterten Vorschriften aus Elementen des $\text{GF}(4)$ erzeugt (■). Es ist deutlich zu erkennen, dass nur im zweiten Fall eine Gleichverteilung der Symbole gewährleistet ist. Betrachtet man die Auftrittshäufigkeit von Kombinationen dieser Symbole mit Nachbarsymbolen, werden die Unterschiede noch deutlicher. Unter Umständen werden einige Kombinationen zeitlicher Nachbarn gar nicht erzeugt. Besonders für die im folgenden Kapitel untersuchten Entscheidungsverfahren ist es von großer Bedeutung, dass das Übertragungssystem mit möglichst vielen Kombinationen benachbarter Symbole angeregt wird. Aus diesem Grund ist der Einsatz des vorgestellten PRNS-Generators unumgänglich.

3.6.2 Reduktion des Simulationsaufwandes durch Importance Sampling

Die in dieser Arbeit entwickelten Verfahren sollen bezüglich ihre Anwendbarkeit in optischen Übertragungssystemen untersucht werden. Hierzu werden Bewertungskriterien wie Bitfehlerquote und Systemausfallwahrscheinlichkeit bestimmt und für verschiedene Szenarien miteinander verglichen. Eine analytische Bestimmung dieser Bewertungskriterien ist aufgrund der komplexen Verknüpfung der zufälligen Störungen nicht möglich. Neben semi-analytischen Verfahren bieten sich numerische Verfahren zur Bestimmung an. Sind, wie im vorliegenden Fall, die statistischen Verteilungen der zufälligen Störgrößen bekannt, so können die gesuchten Ausgangsgrößen durch Monte-Carlo-Simulationen bestimmt werden. Dabei werden eine Vielzahl von Faserrealisierungen generiert, um Systemausfallwahrscheinlichkeiten hinsichtlich bestimmter Kriterien zu bestimmen. Bei geforderten Ausfallwahrscheinlichkeiten in der Größenordnung von 10^{-6} (siehe Abschnitt 2.4.5) wird eine entsprechende Anzahl von Faserrealisierungen benötigt, um zuverlässige Aussagen treffen zu können. Um den Rechenaufwand der Monte-Carlo-Simulationen zu reduzieren, wird ein als *importance sampling* (IS) bekanntes Verfahren eingesetzt. Dabei werden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen einer Zufallsgröße (z.B. der Verdrehungswinkel des Plättchenmodells der Faser, siehe Abschnitt 2.4.5) derart verzerrt, dass unwahrscheinliche Ereignisse (z.B. sehr große DGD-Werte) provoziert werden. Für eine korrekte Darstellung der Ausgangsgrößen ist es notwendig, die Ausgangswerte wieder zu entzerren. Durch günstige Wahl der Verzerrung sinkt dabei die Varianz der Messwerte. Die folgenden Beschreibungen von Simulationsmethoden sind eine Zusammenfassung der in [54] und [55] dargestellten Zusammenhänge zum Thema IS.

Monte-Carlo-Simulationen

Es soll nun eine Zufallsgröße \mathbf{g} betrachtet werden, die von mehreren Zufallsvariablen $\mathbf{x}^{(n)}$ abhängig ist. \mathbf{g} könnte bspw. die Bitfehlerquote eines Übertragungssystems oder die PMD einer Glasfaser sein. Bei den Zufallsvariablen könnte es sich zum Beispiel um die Orientierungen der Polarisationssteller des Plättchenmodells der Faser handeln. Diese Zufallsvariablen können in einem Vektor $\vec{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)})$ zusammengefasst werden. Von Interesse sei nun die Wahrscheinlichkeit P , dass $\mathbf{g}(\vec{\mathbf{x}})$ in einen bestimmten Wertebereich W fällt. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit kann als Erwartungswert einer Indikatorfunktion $I_W(\mathbf{g}(\vec{\mathbf{x}}))$ dargestellt werden. Die Indikatorfunktion nimmt dabei den Wert $I_W(\mathbf{g}) = 1$ an, falls $\mathbf{g}(\vec{\mathbf{x}})$ in den Bereich W fällt, ansonsten wird

$I_W(\mathbf{g}) = 0$. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist durch das N -dimensionale Integral

$$P = \int_{\vec{x}} I_W(\mathbf{g}(\vec{x})) \text{pdf}_{\vec{x}}(\vec{x}) d\vec{x} = E \{I_W(\mathbf{g}(\vec{x}))\} \quad (3.50)$$

gegeben. Hierbei sind $\text{pdf}_{\vec{x}}(\vec{x})$ die Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Zufallsvariablen $\mathbf{x}^{(n)}$. Der Ausdruck $E \{ \cdot \}$ beschreibt den Erwartungswert einer Zufallsvariablen. Die Abhängigkeit der Größe \mathbf{g} von den Zufallsvariablen $\mathbf{x}^{(n)}$ ist häufig kompliziert und analytische Lösungen existieren oft nicht. Mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen kann ein Schätzwert \tilde{P} der Wahrscheinlichkeit P gefunden werden:

$$\tilde{P} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I_W(\mathbf{g}(\vec{x}_m)) \quad (3.51)$$

Der Vektor $\vec{x}_m = (x_m^{(1)}, x_m^{(2)}, \dots, x_m^{(N)})$ enthält jeweils eine Realisierung $x_m^{(n)}$ der Zufallsvariablen $\mathbf{x}^{(n)}$ entsprechend der zugehörigen Verteilung $\text{pdf}_{\mathbf{x}^{(n)}}(x^{(n)})$. Für den Erwartungswert des Schätzwerts gilt

$$E \{ \tilde{P} \} = P. \quad (3.52)$$

Die Effizienz eines Monte-Carlo-Simulators kann anhand der erreichbaren Genauigkeit der zu schätzenden Größe beurteilt werden. Hierzu wird untersucht, wie viele zufällige Realisierungen M notwendig sind um eine gewisse Varianz zu erreichen. Zunächst soll die Varianz der Indikatorgröße I_W bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{I_W}^2 &= E \{ I_W(\mathbf{g})^2 \} - E \{ I_W(\mathbf{g}) \}^2 = P - P^2 = P(1 - P) \\ \text{mit } I_W(\mathbf{g})^2 &= I_W(\mathbf{g}) \end{aligned} \quad (3.53)$$

Die Varianz der geschätzten Wahrscheinlichkeit \tilde{P} ist dementsprechend⁴

$$\sigma_{\tilde{P}}^2 = \frac{\sigma_{I_W}^2}{M} = \frac{P(1 - P)}{M}. \quad (3.54)$$

Betrachtet man nun die relative Streuung $\sigma_{\tilde{P}}/P$ für sehr kleine Wahrscheinlichkeiten $P \ll 1$, so gilt

$$\frac{\sigma_{\tilde{P}}}{P} \approx \frac{1}{\sqrt{MP}}. \quad (3.55)$$

In Weitverkehrsnetzen sind geforderte Ausfallzeiten von maximal einer halben Minute pro Jahr durchaus üblich. Dies entspricht einer Ausfallwahrscheinlichkeit des Systems in der Größenordnung von etwa 10^{-6} . Ein Blick auf Gleichung (3.55) macht klar, dass eine

⁴Wenn eine Zufallsgröße \mathbf{x} (hier I_W) normalverteilt ist mit dem Mittelwert μ und der Streuung σ^2 , dann ist der Mittelwert $\langle \mathbf{x} \rangle$ über M Realisierungen von \mathbf{x} (hier \tilde{P}) normalverteilt mit den Parametern μ und $\frac{\sigma^2}{M}$. Die Zufallsgröße $\langle \mathbf{x} \rangle$ ist auch annähernd normalverteilt mit den Parametern μ und $\frac{\sigma^2}{M}$, wenn die dazugehörige Grundgesamtheit einer beliebigen Verteilung mit Mittelwert μ und Streuung σ^2 genügt. [56]

sehr große Anzahl M von Realisierungen benötigt wird, um akzeptable Genauigkeiten bei der Schätzung von \tilde{P} zu erzielen.

Möchte man nun zusätzlich die Varianz der durch die Simulation ermittelten Wahrscheinlichkeit angeben, so kann der Schätzwert

$$\tilde{\sigma}_{I_W}^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (I_W(g(\tilde{x}_m)) - \tilde{P})^2 \quad (3.56)$$

verwendet werden. Die Varianz der geschätzten Wahrscheinlichkeit \tilde{P} lautet

$$\tilde{\sigma}_P^2 = \frac{\tilde{\sigma}_{I_W}^2}{M}. \quad (3.57)$$

Varianzreduktion durch Importance Sampling

Wie gerade genannt, erfordert die Untersuchung seltener Ereignisse mithilfe von Monte-Carlo-Simulationen aufgrund der großen Anzahl benötigter Zufallsrealisierungen einen sehr hohen Rechenaufwand. Werden die seltenen Ereignisse durch die Zustände hervorgerufen bei denen $\text{pdf}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})$ besonders klein ist, bietet es sich an, durch eine Verzerrung der Wahrscheinlichkeitsdichte diese seltenen Ereignisse verstärkt zu provozieren. Man nennt diese Methode IS. Gleichung (3.50) wird in etwas anderer Form geschrieben:

$$P = P' = \int_{\tilde{\mathbf{x}}} I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot \frac{\text{pdf}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})}{\text{pdf}'_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})} \cdot \text{pdf}'_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x}) d\tilde{x} \quad (3.58)$$

$$= E' \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \} \quad \text{mit} \quad L(\tilde{x}) = \frac{\text{pdf}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})}{\text{pdf}'_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})} \quad (3.59)$$

Hierbei sind P und P' identisch. Der Apostroph kennzeichnet, dass die Wahrscheinlichkeit unter Verwendung der verzerrten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $\text{pdf}'_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})$ bestimmt wird. Diese soll die seltenen Ereignisse verstärkt hervorrufen. Betrachtet man bspw. das Plättchenmodell der PMD-behafteten Faser (siehe Abbildung 2.14), so wäre es sinnvoll, die Verteilung der Winkel der Polarisationssteller zwischen den Plättchen derart zu verzerren, dass die intrinsischen PMD-Vektoren der einzelnen Plättchen in die gleiche Richtung zeigen. Dadurch würde der PMD-Vektor, und somit auch die differentielle Gruppenlaufzeit, *differential group delay* (DGD), besonders groß werden. $E' \{ \cdot \}$ ist der Erwartungswert bezüglich der verzerrten Verteilung $\text{pdf}'_{\tilde{\mathbf{x}}}(\tilde{x})$. Die Größe $L(\tilde{x})$ ist ein Korrekturfaktor, der die Indikatorfunktion derart gewichtet, dass die Erwartungswerte

$$E' \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \} = E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \} \quad (3.60)$$

und somit auch die Wahrscheinlichkeit P und P' gleich sind. Die Wahrscheinlichkeit P' kann mit

$$\tilde{P}' = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I_W(g(\tilde{x}'_m)) \cdot L(\tilde{x}'_m) \quad (3.61)$$

geschätzt werden, wobei \tilde{x}'_m Realisierungen des Zufallsprozesses mit der Verteilung $\text{pdf}'_{\tilde{x}}(\tilde{x})$ sind. Die Varianz der verzerrten Indikatorfunktion $I'_{W'} = I_W \cdot L$ lautet

$$\begin{aligned}\sigma_{I_{W'}}^2 &= E' \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}}))^2 \cdot L(\tilde{x})^2 \} - E' \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \}^2 \\ &= \int_{\tilde{x}} I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \cdot \text{pdf}'_{\tilde{x}}(\tilde{x}) d\tilde{x} - P^2 \\ &= E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \} - P^2.\end{aligned}\quad (3.62)$$

Die Varianz der geschätzten Wahrscheinlichkeit \tilde{P} ist nun

$$\sigma_{\tilde{P}}^2 = \frac{\sigma_{I_{W'}}^2}{M} = \frac{E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \} - P^2}{M}.\quad (3.63)$$

Ein Vergleich zwischen der Varianz ohne und mit IS (siehe Gleichungen (3.53) und (3.62)) zeigt, dass sich die beiden Ausdrücke in den Summanden $E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \}$ und $E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \}$ unterscheiden. Durch geeignete Wahl des Korrekturfaktors $L(\tilde{x})$, bzw. der verzerrten Wahrscheinlichkeitsdichte $\text{pdf}'_{\tilde{x}}(\tilde{x})$, kann die Varianz verringert werden ($E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \cdot L(\tilde{x}) \} < E \{ I_W(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}})) \}$). Die Varianz der Indikatorfunktion $I'_{W'}$ kann mithilfe des Ausdrucks

$$\tilde{\sigma}_{I_{W'}}^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (I_W(\mathbf{g}(\tilde{x}'_m)) \cdot L(\tilde{x}'_m) - \tilde{P})^2\quad (3.64)$$

geschätzt werden. Daraus folgt, dass die Varianz des Schätzers \tilde{P}' mit

$$\tilde{\sigma}_{\tilde{P}'}^2 = \frac{\tilde{\sigma}_{I_{W'}}^2}{M}\quad (3.65)$$

angegeben werden kann.

Die Wahl von $\text{pdf}'_{\tilde{x}}(\tilde{x})$ bei gegebenem $\text{pdf}_{\tilde{x}}(\tilde{x})$ ist nicht trivial. Bei ungünstiger Wahl kann $L(\tilde{x}) > 1$ werden, was eine Vergrößerung der Varianz mit sich bringt. Wie man $\text{pdf}'_{\tilde{x}}(\tilde{x})$ im Falle einer PMD-behafteten Faser bestimmen kann, wird im kommenden Abschnitt besprochen. Abbildung 3.14 zeigt beispielhaft die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der DGD $\text{pdf}_{\Delta\tau}(\Delta\tau)$ einer Faserrealisierung mit einer mittleren DGD von $\langle \Delta\tau \rangle = 3$ ps. Die linke Kurve (—) zeigt die Verteilung ohne IS. Die wenigen Ereignisse $\Delta\tau > 6$ ps sollen hier für die seltenen Systemausfälle verantwortlich sein. Bei der rechten Kurve (---) wurde die Wahrscheinlichkeitsdichte der zufälligen Orientierung der Plättchen des Fasermodells derart verändert, dass die Verteilung $\text{pdf}_{\Delta\tau}(\Delta\tau)$ zu höheren DGD-Werten hin verschoben ist. Es fallen nun deutlich mehr Ereignisse in diesen Raum.

Oftmals reicht eine einzelne verzerrte Verteilung nicht aus, da bspw. größere DGD-Bereiche untersucht werden sollen. In diesem Fall kann man J unterschiedliche Wahr-

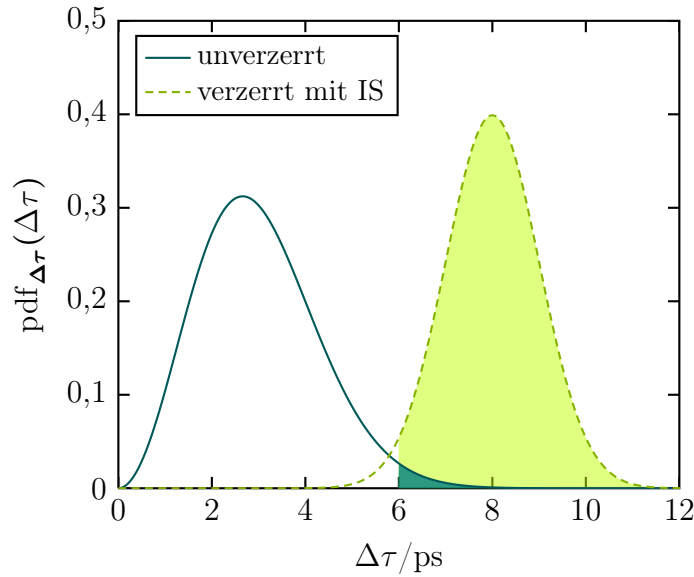


Abbildung 3.14: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der DGD, erzeugt mit unverzerrten, zufälligen Faserparametern und mit durch IS verzerrten Faserparametern.

scheinlichkeitsdichten $\text{pdf}'_{\vec{x},j}(\vec{x})$ verwenden um den gesamten zu untersuchenden Bereich abzudecken. Da die Ereignisse einer Simulation hierbei aus verschiedenen Verteilungen resultieren, werden den Ereignissen unterschiedliche, den Verteilungen entsprechende Gewichte $w_j(\vec{x})$ zugeordnet. Die Schätzung der Wahrscheinlichkeit P und deren Varianz erfolgt dann über die Gleichungen

$$\tilde{P}' = \sum_{j=1}^J \tilde{P}'_j = \sum_{j=1}^J \frac{1}{M_j} \sum_{m=1}^{M_j} w_j(\vec{x}'_{j,m}) I_W(g(\vec{x}'_{j,m})) \cdot L_j(\vec{x}'_{j,m}) \quad (3.66)$$

und

$$\tilde{\sigma}_{\tilde{P}'}^2 = \sum_{j=1}^J \tilde{\sigma}_{\tilde{P}'_j}^2 = \sum_{j=1}^J \frac{1}{M_j(M_j - 1)} \cdot \sum_{m=1}^{M_j} (w_j(\vec{x}'_{j,m}) I_W(g(\vec{x}'_{j,m})) \cdot L_j(\vec{x}'_{j,m}) - \tilde{P}'_j)^2, \quad (3.67)$$

wobei M_j jeweils die Anzahl der Realisierungen mit der Verteilung $\text{pdf}'_{\vec{x},j}(\vec{x})$ ist. Da die Varianz die Summe der gewichteten Varianzen der J untersuchten Bereiche ist, wirkt sich eine ungünstige Wahl von $w_j(\vec{x})$ unmittelbar auf die gesamte Varianz aus. Die Methode der ausgleichenden Heuristik [57] bietet hier eine einfache und zuverlässige Lösung:

$$w_j(\vec{x}) = \frac{M_j \text{pdf}'_{\vec{x},j}(\vec{x})}{\sum_{l=1}^J M_l \text{pdf}'_{\vec{x},l}} \quad (3.68)$$

Das Gewicht $w_j(\vec{x})$ ist demnach dort am größten, wo die Verteilung $\text{pdf}'_{\vec{x},j}$ die größten Werte annimmt.

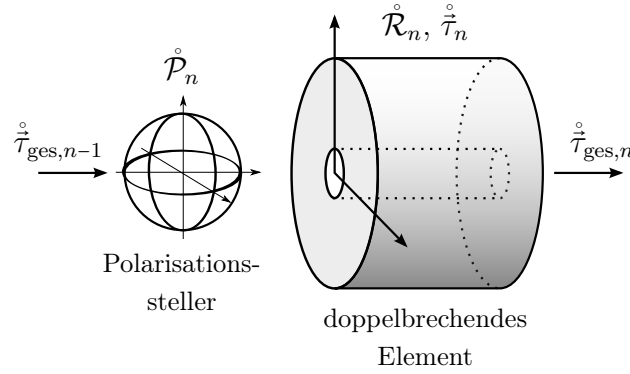


Abbildung 3.15: Gezeigt ist der n -te Abschnitt eines PMD-Emulators bestehend aus einem linear doppelbrechenden Element und vorgeschaltetem Polarisationssteller.

Faserrealisierungen mit Importance Sampling

Die Faserrealisierungen, die zur Untersuchung der PMD-Kompensatoren zum Einsatz kommen, werden nach dem Prinzip des Plättchenmodells (siehe Abschnitt 2.4.5) generiert. Da hier seltene Ereignisse wie durch PMD verursachte Systemausfälle untersucht werden sollen, bietet es sich an das Verfahren des IS auf das Plättchenmodell anzuwenden. Um geeignete Verzerrungen der Zufallsgrößen des Plättchenmodells finden zu können, ist es notwendig die entsprechenden Mechanismen kurz zu wiederholen. Die Faser werde als Verkettung von linearen doppelbrechenden Elementen realisiert, wobei an den Schnittstellen zwischen zwei doppelbrechenden Elementen jeweils ein Polarisationssteller sitzt (siehe Abbildung 2.14). Die n -te Kombination aus Polarisationssteller und doppelbrechendem Element ist in Abbildung 3.15 gezeigt. Der dort gezeigte Abschnitt hat die Übertragungsfunktion $\overset{\circ}{\mathcal{R}}_n \overset{\circ}{\mathcal{P}}_n$ mit der Übertragungsfunktion des doppelbrechenden Elements $\overset{\circ}{\mathcal{R}}_n$ und der des Polarisationsstellers $\overset{\circ}{\mathcal{P}}_n$. $\overset{\circ}{\tau}_n$ ist der intrinsische PMD-Vektor des doppelbrechenden Elements. Die Drehmatrix des Polarisationsstellers rotiert den PMD-Vektor aus dem vorangegangenen Abschnitt derart, dass eine zufällige, gleichverteilte Orientierung des PMD-Vektors im ganzen Stokes-Raum gewährleistet ist. Nach der Verkettungsregel (siehe Gleichung (2.67)) ist der PMD-Vektor am Ausgang des n -ten Abschnitts

$$\overset{\circ}{\tau}_{ges,n} = \overset{\circ}{\mathcal{R}}_n \overset{\circ}{\mathcal{P}}_n \overset{\circ}{\tau}_{ges,n-1} + \overset{\circ}{\tau}_n \quad (3.69)$$

$$= \overset{\circ}{\mathcal{R}}_n \overset{\circ}{\mathcal{P}}_n \left(\overset{\circ}{\tau}_{ges,n-1} + \overset{\circ}{\mathcal{P}}_n^{-1} \overset{\circ}{\tau}_n \right), \quad (3.70)$$

wobei für linear doppelbrechende Elemente $\overset{\circ}{\tau}_n = \overset{\circ}{\mathcal{R}}_n \overset{\circ}{\tau}_n$ gilt. Der gesamte PMD-Vektor nach dem n -ten Element $\overset{\circ}{\tau}_{ges,n}$ wird maximal, wenn $\overset{\circ}{\tau}_{ges,n-1}$ und $\overset{\circ}{\mathcal{P}}_n^{-1} \overset{\circ}{\tau}_n$ in die gleiche Richtung zeigen. Im Folgenden soll ein Koordinatensystem im Stokes-Raum derart ausgerichtet sein, dass der PMD-Vektor $\overset{\circ}{\tau}_{ges,n}$ auf der s_1 -Achse liegt. Die Orientierung von

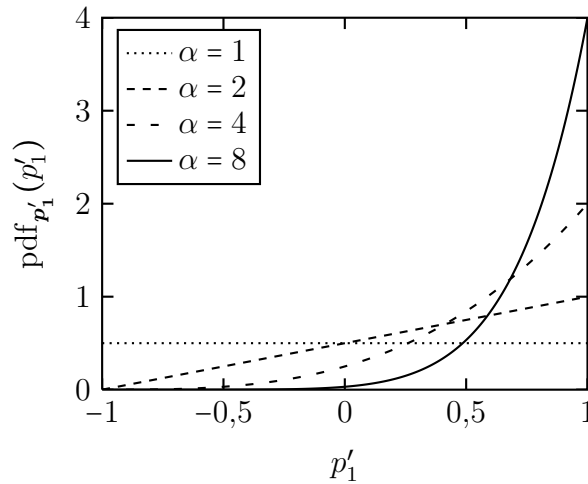


Abbildung 3.16: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen in Abhängigkeit des Verzerrungsfaktors α .

$\mathring{\mathcal{P}}_n^{-1} \mathring{\tau}_n$ kann in diesem Raum durch die Richtung eines Zufallsvektors $\mathring{\mathbf{p}} = (\mathbf{p}_1; \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3)^T$ beschrieben werden. Sind die Elemente \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 und \mathbf{p}_3 gleichverteilt im Intervall $[-1, 1]$ und lässt man nur Realisierungen zu, für die $|\mathring{\mathbf{p}}| \leq 1$ gilt, so erhält man eine gleichmäßige Abdeckung aller Raumrichtungen. Möchte man nun erreichen, dass bevorzugt hohe DGD-Werte erzeugt werden, so kann dies durch eine Verzerrung der Verteilung von \mathbf{p}_1 zum Wert eins hin erreicht werden. Hierzu werden die Realisierung, die der verzerrten Wahrscheinlichkeitsdichte folgen, mithilfe einer nichtlinearen Funktion generiert [14]:

$$p'_{1,n} = f(p_n) = 2p_n^{\frac{1}{\alpha}} - 1 \quad \text{mit} \quad p_n = \frac{p_{1,n} + 1}{2} \quad (3.71)$$

Die Variable p_n ist gleichverteilt im Intervall $[0, 1]$ und α ist ein ganzzahliger Verzerrungsfaktor mit $\alpha \geq 1$. Für $\alpha = 1$ ergibt sich die Gleichverteilung im Intervall $[-1, 1]$. Der Vorteil dieser Transformation ist, dass bekannte Zufallsgeneratoren zur Erzeugung von p_n verwendet werden können. Die verzerrte Wahrscheinlichkeitsdichte kann mithilfe der Transformation der unverzerrten Wahrscheinlichkeitsdichte bezüglich Gleichung (3.71) bestimmt werden:

$$\text{pdf}_{p'_1}(p'_1) = \frac{\text{pdf}_{p_1}(p_1)}{\left| \frac{df(p_1)}{dp_1} \right|} = \begin{cases} \frac{\alpha}{2} \left(\frac{1+p'_1}{2} \right)^{\alpha-1} & \text{für } -1 \leq p'_1 \leq 1 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (3.72)$$

$$\text{mit } p_1 = f^{-1}(p'_1). \quad (3.73)$$

Einige resultierende Wahrscheinlichkeitsdichten sind in Abbildung 3.16 gezeigt. Es ist deutlich zu sehen, dass $\text{pdf}_{p'_1}(p'_1)$ mit zunehmendem α zum Wert 1 hin verzerrt wird.

Der Korrekturfaktor kann mit

$$L = \prod_{n=1}^N \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1 + p_{1,n}}{2} \right)^{1-\alpha} \quad (3.74)$$

bestimmt werden, wobei $p_{1,n}$ die tatsächliche Realisierung von \mathbf{p}_1 des n -ten Plättchens ist.

Anstelle der Zufallsgröße \mathbf{p}_1 können auch andere Parameter verzerrt werden, um hohe DGD-Werte zu provozieren. Auf die Polarisationssteller zwischen den Plättchen kann zum Beispiel verzichtet werden, wenn man stattdessen die Plättchen zufällig zueinander verdreht. Besonders hohe DGD erhält man, wenn die schnelle und die langsame Achse der einzelnen Plättchen aufeinander ausgerichtet sind. Hier würde man die Wahrscheinlichkeitsdichte der Winkel zwischen den Plättchen derart verzerren, dass die Plättchen mit erhöhter Wahrscheinlichkeit die gleiche Orientierung haben.

Der Fokus des bisher beschriebenen Verfahrens lag auf der Erzeugung hoher DGD-Werte. Allerdings ist PMD höherer Ordnung ebenso von Interesse, besonders bei der Untersuchung von Kompensationsverfahren. Auch PMD höherer Ordnung kann verstärkt erzeugt werden, indem zusätzlich zur Verzerrung des PMD-Vektors in s_1 -Richtung eine schrittweise Drehung in der s_1 - s_3 -Ebene entlang der Faser stattfindet. Eine ausführliche Beschreibung hierzu ist in [55] zu finden.

3.6.3 Bewertung der Signalgüte

Um die in dieser Arbeit entwickelten Verfahren anhand computergestützter Simulationen miteinander vergleichen zu können ist es notwendig passende Bewertungskriterien zu verwenden. Das übliche Kriterium zur Bewertung der Güte von Signalen ist die Bitfehlerquote. Zudem existieren noch andere Bewertungskriterien wie die durch die Störung induzierte Signalleistungseinbuße, die Augenöffnung, die Verschlechterung der Augenöffnung und der Q-Faktor. Diese werden der Vollständigkeit halber kurz vorgestellt, jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

Bitfehlerquote

Die Bitfehlerquote, im Englischen *bit error ratio* (BER)⁵, kann allgemein als Wahrscheinlichkeit einer Fehlentscheidung am Empfänger in gestörten digitalen Übertragungssystemen verstanden werden. Wenn die Verteilung der Signalzustände am Empfänger bekannt ist, kann die Bitfehlerquote analytisch bestimmt werden. Häufig sind

⁵Der häufig verwendete Begriff Bitfehlerrate ist nicht ganz korrekt, da bei einer Rate stets Bezug auf die Zeit genommen wird. Gerade der fehlende Bezug zur Zeit oder Symbolrate erlaubt eine Vergleichbarkeit von Systemen mithilfe der Bitfehlerquote.

die Zusammenhänge zwischen Systemeingang und Systemausgang derart kompliziert, dass ein analytischer Ausdruck nicht existiert. In Messungen und Simulationen wird zur Bestimmung der BER eine definierte Folge von Zeichen übertragen. Durch Vergleich der empfangenen Bitfolge mit der gesendeten Bitfolge kann die Anzahl der fehlerhaften Bits bestimmt werden. Für die Bitfehlerquote gilt dann

$$BER = \frac{\text{Anzahl der fehlerhaften Bits}}{\text{Gesamtzahl der Bits}}. \quad (3.75)$$

Die BER ist die Größe, die letztendlich herangezogen wird, um die Güte von optischen Übertragungssystemen zu bewerten und zu überwachen. Bitfehlerquoten von $BER = 10^{-12}$ und weniger sind zur Gewährleistung der Qualität moderner Datendienste gefordert. Um solche BER erzielen zu können, werden Verfahren der vorwärts gerichteten Fehlerkorrektur, *forward error correction* (FEC), eingesetzt. FEC-Verfahren der dritten Generation erreichen einen Kodierungsgewinn von über 10 dB [58]. Dadurch wird es möglich eine BER von ungefähr 10^{-3} auf die geforderten 10^{-12} und weniger abzusenken. Der Nachteil der Systembewertung mittels BER ist, dass diese Größe keine Rückschlüsse auf die Ursachen der Störung zulässt. Hier bietet beispielsweise die Analyse des Augendiagramms wesentlich mehr Möglichkeiten.

Power Penalty

Ein weiteres Kriterium zur Systembewertung bietet die Signalleistungseinbuße, im Englischen *power penalty* (PP). Dabei wird die Signalleistung des gestörten Signals mit der Signalleistung des ungestörten Signals bei gleicher BER verglichen. Der Einfluss der Störung wird dabei als Leistungseinbuße interpretiert. Dadurch kann jede Signalstörung gleichermaßen interpretiert werden. Das PP stellt eine geeignete Größe für den Systementwurf da. Die PP-Werte der einzelnen Störungen können addiert werden und ermöglichen die Ermittlung einer entsprechenden Leistungsreserve, die beim Systementwurf zu berücksichtigen ist. Zur Ermittlung der PP ist es erforderlich die Signalleistung, die zur geforderten BER führt, durch Leistungsvariation zu bestimmen. Dies würde zu einer weiteren Steigerung des ohnehin sehr großen Simulationsaufwandes in Monte-Carlo-Simulationen führen. Aus diesem Grund ist dieses Bewertungskriterium für die Anwendung in solchen Simulationsverfahren ungeeignet.

Augendiagramm

Das Augendiagramm bietet die Möglichkeit den zeitlichen Verlauf eines Signals zu bewerten. Zur Erzeugung eines solchen Diagramms werden aus dem Signal Ausschnitte

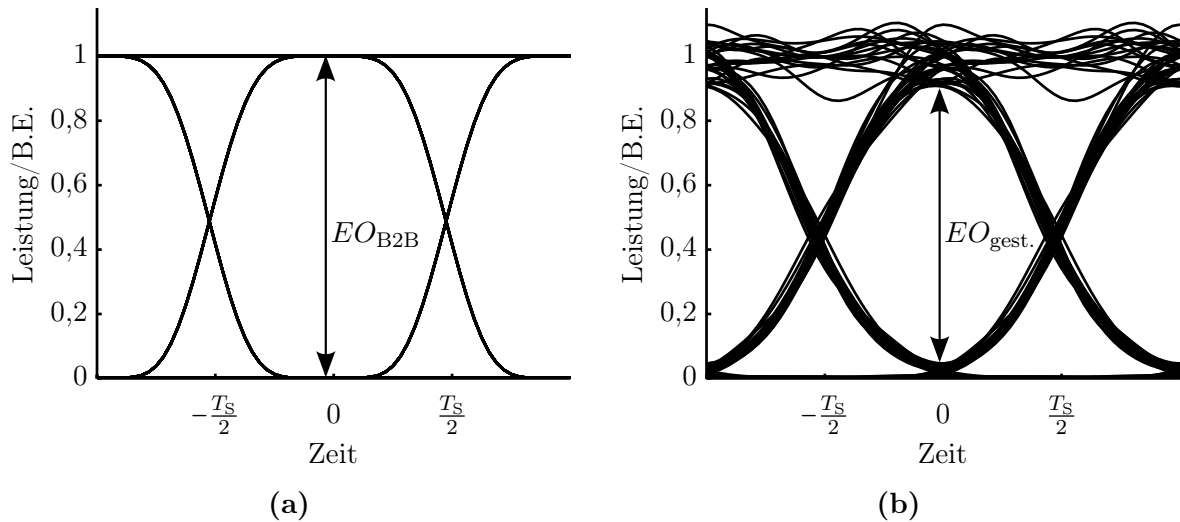


Abbildung 3.17: Augendiagramme eines OOK-Signals: (a) Back-to-Back und (b) nach Übertragung über ein System mit einer mittleren DGD von $\langle \Delta\tau \rangle = 10$ ps und $OSNR = 30$ dB.

gleicher Länge jeweils um die Symboldauer T_S verzögert herausgeschnitten und überlagert (siehe Abbildung 3.17). Diese Darstellung liefert eine graphische Überlagerung der Störeinflüsse zu den verschiedenen Zeitpunkten und erlaubt es, charakteristische Merkmale der verschiedenen Störungen zu unterscheiden. Abbildung 3.17a zeigt das ungestörte Signal, das die Veränderung durch die Übertragungsstrecke nicht erfahren hat, *back-to-back* (B2B) genannt. In Abbildung 3.17b haben zwei Störgrößen auf das Signal gewirkt. Zum einen ist es PMD, die Signalverzerrung und -verbreiterung zur Folge hat, wodurch sich das Auge sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung schließt. Bei größer werdender PMD macht sich zudem die Beeinflussung durch breiter werdende Nachbarpulse (ISI) bemerkbar. Hinzu kommt das Rauschen, das sich vor allem in Amplitudenschwankungen äußert und dadurch das Auge in vertikaler Richtung schließt. Gut zu erkennen ist die Signalpegelabhängigkeit des Rauschens: Im $\langle 1 \rangle$ -Niveau ist das überlagerte Rauschen deutlich zu erkennen, im $\langle 0 \rangle$ -Niveau des Signals ist es verschwindend gering. Die vertikale Augenöffnung, *eye opening* (EO), ist ein Maß dafür, wie hoch die verbleibende Toleranz gegenüber zusätzlichen Störungen ist. Die Einbußen, die die Augenöffnung durch die Störungen des Übertragungssystems erfährt, *eye opening penalty* (EOP) genannt, ist durch

$$EOP = 10 \log_{10} \left(\frac{EO_{B2B}}{EO_{gestört}} \right) \quad (3.76)$$

gegeben, wobei EO_{B2B} und $EO_{gestört}$ die Augenöffnungen des ungestörten (B2B) und des gestörten Signals sind. Zur Analyse von phasenmodulierten Signalen bietet es sich an, die Augendiagramme vom Real- oder Imaginärteil des komplexwertigen Signals

getrennt darzustellen oder das Augendiagramm der Signalleistung zu untersuchen. Eine weitere Möglichkeit bietet die Darstellung des Signalverlaufs in der komplexen Ebene in einem sogenannten IQ-Diagramm (siehe Abbildung 3.1).

Q-Faktor

Der Q-Faktor ist ein weiteres Kriterium der Signalgüte. Hierbei wird zunächst die Differenz des mittleren $\langle 1 \rangle$ -Pegels μ_1 und des mittleren $\langle 0 \rangle$ -Pegels μ_0 als Maß für die Augenöffnung ohne Rauschen ermittelt. Dies wird ins Verhältnis zur Summe der Streuungen der beiden Pegel (σ_1 und σ_0) gesetzt:

$$Q = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (3.77)$$

Für normalverteiltes Rauschen gilt der Zusammenhang

$$BER \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{Q}{\sqrt{2}} \right). \quad (3.78)$$

Zur Bestimmung des Q-Faktors phasenmodulierter Signale können die Gleichungen (3.77) und (3.78) auf die Augendiagramme von Real- oder Imaginärteil des Signals angewendet und anschließend gemittelt werden [59].

4 PMD-Kompensation durch Entscheideverfahren

Im vorangegangenen Kapitel wurden bereits zwei der in der optischen Nachrichtentechnik verwendeten Empfängertypen, der Direktempfänger und der Überlagerungsempfänger, besprochen. Beide liefern ein elektrisches Ausgangssignal, das nach einer Analog-Digital-Wandlung mithilfe von Verfahren der digitalen Signalverarbeitung aufbereitet werden kann. Der Überlagerungsempfänger kann die detektierten Signale nach Amplitude, Phase und Polarisierung liefern und bietet somit die Möglichkeit mithilfe einfacher linearer Entzerrer Signalstörungen zu kompensieren. Der Empfänger selbst ist jedoch sehr komplex und aufwändig. Direktempfänger hingegen liefern nur die Amplitude des Signals, sind aber einfach aufgebaut und dementsprechend günstig.

Das Potential der PMD-Kompensation mit linearen Filtern, sogenannten Entzerrern, kann aufgrund der Empfangscharakteristik des Direktempfängers nur begrenzt ausgeschöpft werden. Hier bieten sogenannte Sequenzschätzer eine geeignete Lösung. Das Funktionsprinzip von Entzerrern ist, das ursprünglich gesendete Signal so gut wie möglich wiederherzustellen, um anschließend mithilfe einer gedächtnislosen Entscheidung die enthaltene Information zurückzugewinnen. Ganz im Gegensatz dazu bezieht ein Sequenzschätzer die Störungen durch benachbarte Symbole in die Entscheidung mit ein und berücksichtigt damit das Gedächtnis des Übertragungskanals. Hierzu ist es notwendig eine Statistik der möglichen Kanalausgänge bei gegebenen Kanaleingangssequenzen bereitzustellen. Durch Vergleich der tatsächlich empfangenen Symbolsequenzen mit den möglichen gesendeten Sequenzen kann die ähnlichste der Sequenzen ermittelt werden.

Im Folgenden soll die Theorie zu Sequenzschätzern erläutert werden, ausführliche Herleitungen sind in [40, 60, 61] zu finden. Anschließend wird die Anwendbarkeit in amplitudenmodulierten, direkt empfangenden, optischen Übertragungssystemen untersucht und angepasst. Daraufhin wird das Konzept der Sequenzschätzer für die Anwendung in Polarisationsmultiplexsystemen erweitert und untersucht.

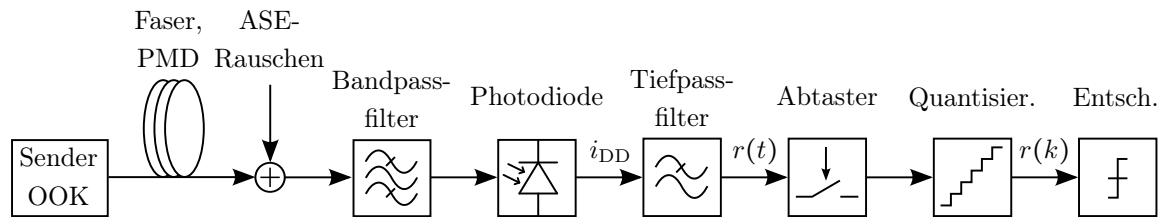


Abbildung 4.1: Einfaches Modell eines direkt detektierenden amplitudenmodulierten Übertragungssystems: Der Übertragung folgt eine optische Bandpassfilterung und die optisch-elektrische Wandlung mittels Photodiode. Nach dem Tiefpassfilter wird das elektrische Signal quantisiert, abgetastet und einem Entscheider zugeführt.

4.1 MLSE in direkt detektierenden Übertragungssystemen

Abbildung 4.1 zeigt ein einfaches Modell eines optischen Übertragungssystems mit Direktempfang, welches durch Polarisationsmodendispersion (PMD) und *amplified spontaneous emission* (ASE)-Rauschen gestört ist. Die Signale sind amplitudenmoduliert, im Englischen *on-off keying* (OOK). Nach der optisch-elektrischen Wandlung an der Photodiode und einer Tiefpassfilterung des elektrischen Signals findet eine Quantisierung mit 2^Q Stufen und eine Abtastung mit der Abtastrate $R_{\text{Abt}} = \frac{1}{T_{\text{Abt}}}$ statt. Die Größe T_{Abt} ist hierbei die Zeit, die zwischen zwei Abtastungen liegt. Unter Vernachlässigung der Quantisierung liefert die ideale Abtastung des Empfangssignals $r(t)$ das Signal

$$r(k) = r(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_{\text{Abt}}) \quad (4.1)$$

mit der diskreten Zeit k und dem Dirac-Stoß δ . Aufgabe des Entscheiders ist es festzulegen, welchem der möglichen gesendeten Symbole der empfangene Wert am ehesten entspricht. In Systemen, deren Kanal Intersymbolinterferenz (ISI) verursacht, ist es sinnvoll ein Entscheidungsverfahren einzusetzen, welches den Einfluss durch Nachbarsymbole berücksichtigt. Hier bietet sich die Methode der *maximum-likelihood sequence estimation* (MLSE) an. Um dieses Verfahren verstehen zu können, sollen zunächst die beiden Methoden *maximum a posteriori* (MAP) und *maximum-likelihood* (ML) besprochen werden.

Im Folgenden werden zeitlich zufällig auftretende Symbole \mathbf{d} aus einem Alphabet $\mathbb{S} = \{d_m \text{ mit } m = 1; 2; \dots; M\}$ über einen gestörten Kanal übertragen. Das Alphabet bei amplitudenmodulierten Signalen wie OOK wird bspw. durch $\{0; 1\}$ gebildet. Empfangen werden die gestörten Werte r . Aufgabe des Entscheiders hinter dem Empfänger ist es, aus dem Wert r ein Symbol \tilde{d} zu schätzen, welches mit höchster Wahrscheinlichkeit einem der Symbole d_m zuzuordnen ist. Hierzu betrachtet man die sogenannten

a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten der Symbole d_m , welche gegeben sind durch die modifizierte Form der Bayesschen Formel

$$P(\mathbf{d} = d_m | r) = \frac{P(r | \mathbf{d} = d_m) P(\mathbf{d} = d_m)}{P(r)} = P(\mathbf{d} = d_m) \frac{\text{pdf}_{r|\mathbf{d}=d_m}(r | \mathbf{d} = d_m)}{\text{pdf}_r(r)} \quad (4.2)$$

mit

$$\text{pdf}_r(r) = \sum_{m=1}^M \text{pdf}_{r|\mathbf{d}=d_m}(r | \mathbf{d} = d_m) P(\mathbf{d} = d_m). \quad (4.3)$$

$P(\mathbf{d} = d_m | r)$ ist hierbei die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Symbols d_m unter der Bedingung, dass r beobachtet wurde. $P(\mathbf{d} = d_m)$ wird a-priori-Wahrscheinlichkeit genannt und ist die bereits vor der Beobachtung bekannte Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Symbole d_m . Die Größe $\text{pdf}_{r|\mathbf{d}=d_m}(r | \mathbf{d} = d_m)$ ist eine bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF), sie entspricht den WDF der einzelnen Symbole. Der Nenner $\text{pdf}_r(r)$ bildet die Summe aller WDF, wobei diese mit den jeweiligen a-priori-Wahrscheinlichkeiten gewichtet sind [61].

4.1.1 Entscheidung nach der Maximum-a-posteriori-Methode

Eine Entscheidung mithilfe der Bayesschen Formel kann getroffen werden, indem man sich für das Symbol entscheidet, das die größte a-posteriori-Wahrscheinlichkeit (*maximum a posteriori*) liefert. Der Nenner hat keinen Einfluss auf die Entscheidung, da er unabhängig vom gesendeten Symbol ist, und braucht bei der Entscheidung nicht berücksichtigt werden. Die Regel für die Entscheidung lautet

$$\tilde{d} = \arg \max_m P(\mathbf{d} = d_m | r) = \arg \max_m P(\mathbf{d} = d_m) \text{pdf}_{r|\mathbf{d}=d_m}(r | \mathbf{d} = d_m). \quad (4.4)$$

4.1.2 Entscheidung nach der Maximum-Likelihood-Methode

Da die a-priori-Wahrscheinlichkeiten in digitalen Übertragungssystemen üblicherweise für alle M Symbole gleich sind, können sie mit $P(\mathbf{d} = s_m) = \frac{1}{M}$ angegeben werden und sind bei der Entscheidung nicht zu berücksichtigen. Die Entscheidungsregel lautet dann

$$\tilde{d} = \arg \max_m \text{pdf}_{r|\mathbf{d}=d_m}(r | \mathbf{d} = d_m), \quad (4.5)$$

woraus sich *maximum likelihood* als Name der Entscheidungsmethode ableitet. Diese Methode kann auch verwendet werden, wenn die a-priori-Wahrscheinlichkeiten unbekannt sind.

Die Entscheidung mithilfe der ML-Methode soll anhand des Beispiels eines direkt-empfangenden amplitudenmodulierten Übertragungssystems erläutert werden. Die beiden bedingten WDF $\text{pdf}_{r|\mathbf{d}=0}(r | \mathbf{d} = 0)$ und $\text{pdf}_{r|\mathbf{d}=1}(r | \mathbf{d} = 1)$ sind in Abbildung 4.2 zu

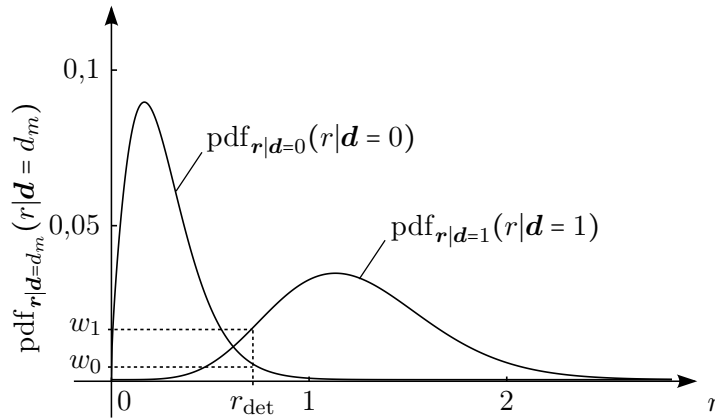


Abbildung 4.2: Beispiel der bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der beiden logischen Zustände $\langle 0 \rangle$ und $\langle 1 \rangle$. Zusätzlich sind exemplarisch ein detektierter Signalwert r_{det} und die zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten w_0 und w_1 eingezeichnet.

sehen. Bei gegebener Beobachtung r_{det} soll eine Entscheidung für eines der Symbole aus $\mathbb{S} = \{0, 1\}$ getroffen werden. Die a-priori-Wahrscheinlichkeiten der beiden Symbole sind gleich, sie lauten $P(\mathbf{d} = 0) = P(\mathbf{d} = 1) = \frac{1}{2}$. Der Vergleich der bedingten WDF an der Stelle r_{det} liefert $w_1 > w_0$ mit $w_1 = \text{pdf}_{r|\mathbf{d}=1}(r_{\text{det}}|\mathbf{d} = 1)$ und $w_0 = \text{pdf}_{r|\mathbf{d}=0}(r_{\text{det}}|\mathbf{d} = 0)$, weshalb die Entscheidung $\tilde{d} = 1$ getroffen wird.

4.1.3 Entscheidung nach der Maximum-Likelihood Sequence Estimation-Methode

Für Übertragungskanäle ohne ISI liefern die MAP- bzw. ML-Methode das optimale Ergebnis, was die Bitfehlerquote, *bit error ratio* (BER), angeht. Sobald der Kanal eine dispersive Störung wie bspw. PMD erfährt, kommt es zu einer gegenseitigen Beeinflussung benachbarter Symbole. Man spricht von einem gedächtnisbehafteten Kanal. Eine symbolweise Entscheidung wie bei MAP und ML ist nicht mehr sinnvoll. Beim Empfang einer Symbolsequenz $\vec{r}(k)$ der Länge N

$$\vec{r}(k) = (r(k); r(k-1); \dots; r(k-N-1)) \quad (4.6)$$

soll eine Entscheidung

$$\tilde{\mathbf{d}}(k) = (\tilde{d}(k); \tilde{d}(k-1); \dots; \tilde{d}(k-N-1)) \quad (4.7)$$

getroffen werden, die der wahrscheinlichsten der möglichen Symbolsequenzen

$$\vec{d}_n = (d_n(k); d_n(k-1); \dots; d_n(k-N-1)) \quad (4.8)$$

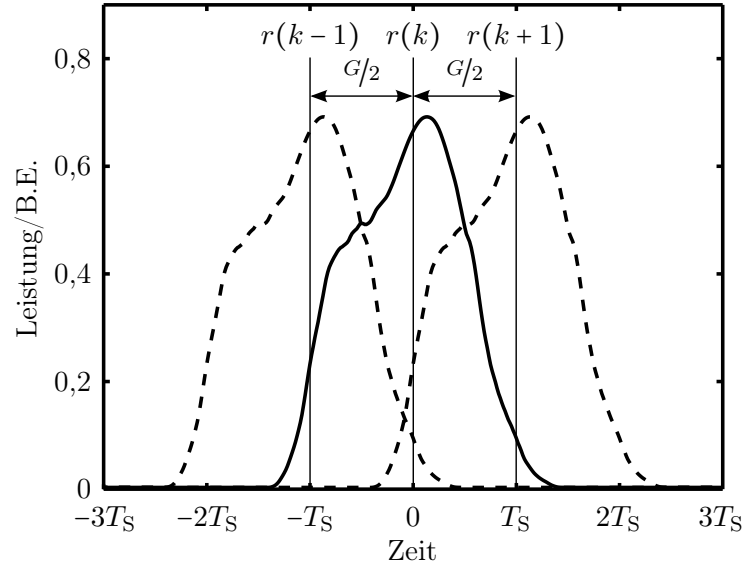


Abbildung 4.3: Zeitversetzte Überlagerung eines $\langle 1 \rangle$ -Pulses, der über eine PMD-behaftete Faser übertragen wurde. Die Pulsverbreiterung resultiert in einer Beeinflussung der Nachbarsymbole. Die Tragweite wird als Gedächtnis G bezeichnet.

entspricht. Die einzelnen Elemente d_n seien im Folgenden aus $\mathbb{S} = \{0, 1\}$, wodurch 2^N unterschiedliche Kombinationen für \vec{d}_n existieren. Die Entscheidungsregel lautet dann

$$\tilde{d} = \arg \max_n \text{pdf}_{\vec{r}|\vec{d}=\vec{d}_n}(\vec{r}|\vec{d} = \vec{d}_n). \quad (4.9)$$

In optischen Übertragungssystemen mit üblichen Filterbandbreiten können aufeinanderfolgende Signalwerte $r(k)$ als statistisch unabhängig angenommen werden [62]. Damit können die bedingten WDF $\text{pdf}_{\vec{r}|\vec{d}=\vec{d}_n}(\vec{r}|\vec{d} = \vec{d}_n)$ als Produkt der einzelnen WDF $\text{pdf}_{r(k)|\vec{d}=\vec{d}_n}(r(k)|\vec{d} = \vec{d}_n)$ dargestellt werden. Die Entscheidungsregel wird dementsprechend durch

$$\tilde{d} = \arg \max_n \prod_{k=1}^N \text{pdf}_{r(k)|\vec{d}=\vec{d}_n}(r(k)|\vec{d} = \vec{d}_n) \quad (4.10)$$

ausgedrückt. Durch Bildung des Logarithmus kann das Produkt in eine Summe umgewandelt werden. Da es sich beim Logarithmus um eine monoton steigende Funktion handelt, ist eine Vernachlässigung des Logarithmus zulässig:

$$\tilde{d} = \arg \max_n \sum_{k=1}^N \log [\text{pdf}_{r(k)|\vec{d}=\vec{d}_n}(r(k)|\vec{d} = \vec{d}_n)] \quad (4.11)$$

$$= \arg \max_n \sum_{k=1}^N \text{pdf}_{r(k)|\vec{d}=\vec{d}_n}(r(k)|\vec{d} = \vec{d}_n). \quad (4.12)$$

Die Komplexität des Empfängers kann signifikant reduziert werden, wenn das Gedächtnis des Kanals berücksichtigt wird. Verdeutlicht wird der Begriff des Gedächtnisses in

Tabelle 4.1: Mögliche Symbolsequenzen \vec{d}_n und zugehörige Übergänge der *finite state machine* eines Kanals mit Gedächtnis $G = 2$

Sequenz	Übergang	Wahrscheinlichkeitsdichte
0 0 0	$00 \xrightarrow{0} 00$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=000}(r(k) \vec{d} = 000)$
0 0 1	$01 \xrightarrow{0} 00$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=001}(r(k) \vec{d} = 001)$
0 1 0	$10 \xrightarrow{0} 01$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=010}(r(k) \vec{d} = 010)$
0 1 1	$11 \xrightarrow{0} 01$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=011}(r(k) \vec{d} = 011)$
1 0 0	$00 \xrightarrow{1} 10$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=100}(r(k) \vec{d} = 100)$
1 0 1	$01 \xrightarrow{1} 10$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=101}(r(k) \vec{d} = 101)$
1 1 0	$10 \xrightarrow{1} 11$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=110}(r(k) \vec{d} = 110)$
1 1 1	$11 \xrightarrow{1} 11$	$\text{pdf}_{r(k) \vec{d}=111}(r(k) \vec{d} = 111)$

Abbildung 4.3. Zu sehen sind drei $\langle 1 \rangle$ -Symbole, die jeweils über eine PMD-behaftete Faser übertragen wurden. Betrachtet man das mittlere Symbol $r(k)$, das zum Zeitpunkt $t = 0$ detektiert wird, so ist zu erkennen, dass sowohl Informationen vom vorangegangenen Symbol $r(k - 1)$ als auch vom nachfolgenden Symbol $r(k + 1)$ interferieren. Ebenso beeinflusst das mittlere Symbol seine beiden Nachbarn in den Zeitpunkten $-T_S$ und T_S . Diese als Gedächtnis G bezeichnete Reichweite eines Symbols ist im PMD-behafteten Kanal näherungsweise symmetrisch und nimmt daher nur geradzahlige Werte an. Im Beispiel ist $G = 2$.

Aufgrund des Kanal-Gedächtnisses G können die möglichen Symbolkombinationen $\vec{d}_n(k)$ und die zugehörigen WDF abschnittsweise betrachtet werden. Die durch das Gedächtnis beeinflussten Symbolabschnitte lauten

$$\vec{d}_{G,n}(k) = (d_n(k + G/2); \dots; d_n(k); \dots; d_n(k - G/2)) \quad (4.13)$$

mit den zugehörigen WDF $\text{pdf}_{r(k)|\vec{d}=\vec{d}_{G,n}}(r(k)|\vec{d} = \vec{d}_{G,n})$. Die Anzahl der möglichen Symbolkombinationen innerhalb der Abschnitte und der zugehörigen WDF beträgt 2^{G+1} . Die Auswertung erfolgt nach wie vor über die volle Länge der empfangenen Sequenz. Der Unterschied liegt darin, dass die Symbolkombinationen $\vec{d}_{G,n}(k)$ innerhalb der möglichen Sequenzen $\vec{s}_n(k)$ wiederholt auftreten. Ein solches System kann als endlicher Automat, im Englischen *finite state machine* (FSM), mit 2^G Zuständen verstanden und modelliert werden. Allgemein beschreibt eine FSM ein System mit einer begrenzten

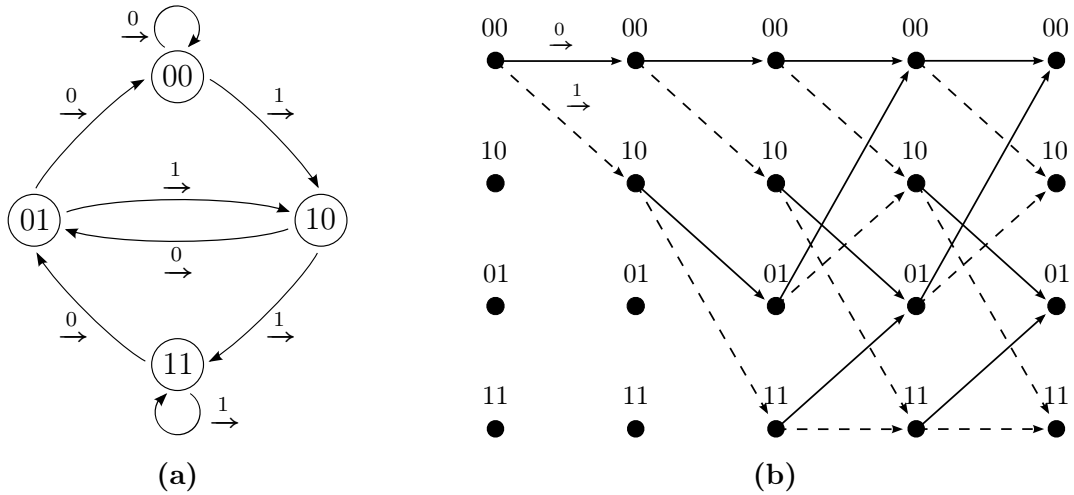


Abbildung 4.4: Zustände der FSM-Modellierung eines Kanals mit Gedächtnis $G = 2$ (a) und dazugehöriges Trellis-Diagramm (b). Ein Zustandswechsel kann durch eine logische $\langle 0 \rangle$ (—) oder eine logische $\langle 1 \rangle$ (---) hervorgerufen werden.

Anzahl von Zuständen mit bedingten Übergängen zwischen den Zuständen. Dies soll im Folgenden am Beispiel eines Systems mit dem Gedächtnis $G = 2$ erläutert werden. Die acht möglichen auftretenden Symbolsequenzen $\vec{d}_{G,n}(k) = (d_n(k+1); d_n(k); d_n(k-1))$ eines solchen Kanals sind in der ersten Spalte von Tabelle 4.1 aufgeführt. Die ersten beiden Zeichen $(d_n(k); d_n(k-1))$ können als aktueller Zustand der zugehörigen FSM verstanden werden, wobei die vier möglichen Zustände (00), (01), (10) und (11) lauten. Das Auftreten der Sequenz $\vec{d}_{G,n}(k)$ ist als Übergang

$$(d_n(k); d_n(k-1)) \xrightarrow{d_n(k+1)} (d_n(k+1); d_n(k)) \quad (4.14)$$

zum folgenden Zustand zu verstehen. Dabei sind jeweils zwei Übergänge möglich, was davon abhängig ist, ob als nächstes eine Null ($d_n(k+1) = 0$) oder eine Eins ($d_n(k+1) = 1$) gesendet wird. Das Zustandsdiagramm einer solchen FSM ist in Abbildung 4.4a gezeigt. Die Bedingungen für die Übergänge sind dort durch $\xrightarrow{0}$ bzw. $\xrightarrow{1}$ gekennzeichnet. Die Tatsache, dass jeder der Zustände zu sich selbst oder zu einem der anderen Zustände führt, erlaubt die Darstellung des Signalverlaufs in einem sogenannten Trellis-Diagramm (siehe Abbildung 4.4b). Zur Generierung des hier gezeigten Trellis-Diagramms wurde von einer bekannten Anfangssequenz (00) ausgegangen und alle im Folgenden möglichen Übergänge eingezeichnet. Nach einer zweistufigen Einschwingphase sind alle vorkommenden Zustände erreicht. Der Vorteil dieser Darstellung ist, dass die Größe des Diagramms trotz exponentiell zunehmender Pfadzahl 2^N linear mit N wächst. Die Übergänge entsprechen dem Auftreten der Symbolsequenzen $\vec{d}_{G,n}(k)$, die zugehörigen WDF $\text{pdf}_{r(k)|\vec{d}=\vec{d}_{G,n}}(r(k)|\vec{d}=\vec{d}_{G,n})$ werden als Metriken der jeweiligen Pfadabschnitte bezeichnet.

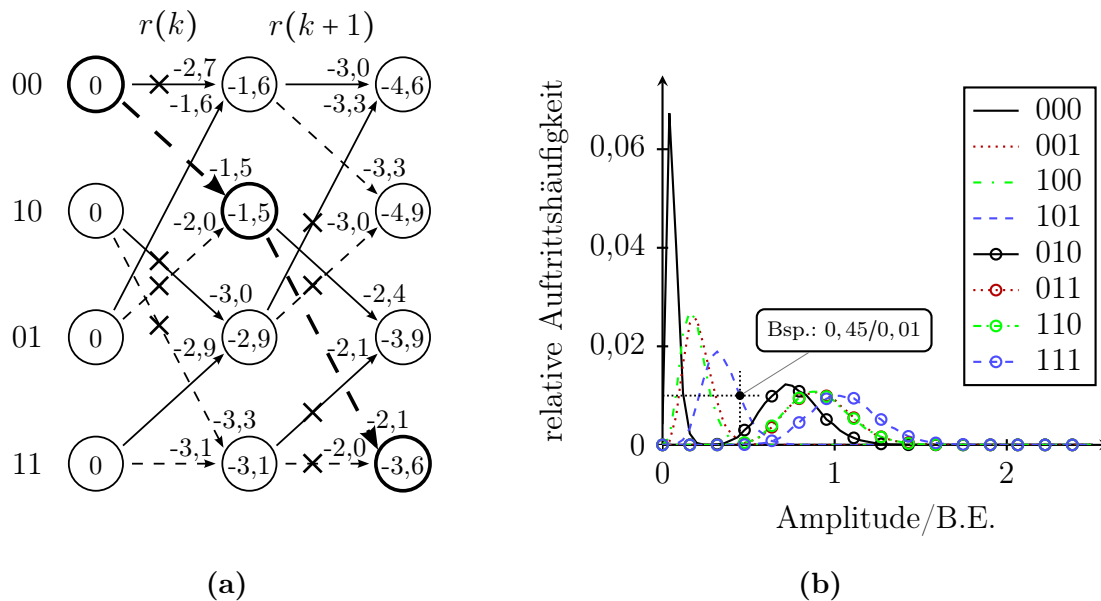


Abbildung 4.5: Im Beispiel (a) ist die Detektion einer Sequenz mittels Viterbi-Algorithmus visualisiert. Den Anfangsknoten wurde jeweils die Metrik 0 zugewiesen. Die Pfadmetriken werden aus den Histogrammen (b) bestimmt. Die Amplituden der empfangenen Werte sind in 2^6 Quantisierungsstufen unterteilt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird im Trellis der Logarithmus der relativen Auftrittshäufigkeiten angegeben.

Zur Bestimmung dieser WDF existieren verschiedene Verfahren, die in [63, 64] beschrieben sind. In dieser Arbeit wird ein Histogramm-basiertes Verfahren verwendet. Durch die Auswertung einer dem Empfänger bekannten Signalsequenz (Trainingssequenz) werden die WDF aufgenommen und in einer sogenannten Lookup-Tabelle hinterlegt. Diese durch Beobachtung gewonnenen Häufigkeitsverteilungen werden als Histogramme bezeichnet. Die auszuwertenden empfangenen Signalwerte $r(k)$ werden dabei linear quantisiert mit 2^Q Quantisierungsstufen. Die Histogramme sind dementsprechend in 2^Q Sektionen aufgeteilt. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Metriken stellt die Modellierung der WDF als Chi-Quadrat-Verteilung dar, wobei die zugehörigen Parameter aus dem empfangenen Signal geschätzt werden.

Viterbi-Algorithmus

Zur Bestimmung des wahrscheinlichsten Pfades im Trellis-Diagramm kommt der in der Übertragungstechnik sehr bekannte Viterbi-Algorithmus [65] zum Einsatz. Dessen Prinzip kann durch die folgenden drei Schritte beschrieben werden [60]. Das Vorgehen wird zudem in Abbildung 4.5a anhand eines Beispiels visualisiert:

1. Dem Knoten des Ausgangszustands des Trellis-Diagramms wird die Metrik 1 bzw.

0 zugewiesen, was davon abhängt, ob die Auswertung über die Produktbildung (Gleichung (4.10)) oder die über Summenbildung (Gleichung (4.11)) erfolgen soll. Knoten sind im Beispiel durch Kreise dargestellt.

2. Man geht einen Zweig tiefer in den Trellis. Die Metriken aller Zweige werden aus den Histogrammen (Abbildung 4.5b) notiert. Hierbei werden die den Übergängen entsprechenden WDF betrachtet (siehe Tabelle 4.1). Wird z.B. der Wert mit der Amplitude 0,45 empfangen, so nimmt die relative Auftrittswahrscheinlichkeit des Symbols (101) den Wert 0,01 an (siehe Wertepaar in der Abbildung). Diese relative Auftrittswahrscheinlichkeit entspricht der Metrik des Übergangs $(01) \xrightarrow{1} (10)$ und wird an der entsprechenden Stelle im Trellis eingetragen. In Abbildung 4.5a sind die Logarithmen der Auftrittshäufigkeiten angegeben, die Metrik des Beispiels lautet dementsprechend $\log(0,01) \approx -2,0$. Die verbleibenden sieben Zweigmetriken werden auf gleiche Weise ermittelt.

Für alle Zustände zu diesem Zeitpunkt werden die Metriken des Vorgängers und die Zweigmetriken des zum jeweiligen Zustand führenden Zweigs multipliziert bzw. addiert. Dann werden jeweils die Metriken der zu einem Knoten führenden Zweige verglichen. Der Pfad mit der größten Metrik wird zum sogenannten *survivor* erklärt und alle anderen Pfade, die zum selben Zustand führen, werden gelöscht. Gelöschte Pfade werden mit einem Kreuz markiert.

3. Die Anweisungen aus Punkt 2 werden solange wiederholt, bis das Ende des Trellis-Diagramms erreicht ist. Von allen *survivor*-Pfadern am Endzustand repräsentiert derjenige mit der größten Gesamtmetrik die mit der höchsten Wahrscheinlichkeit gesendete Sequenz.

Die Idee hinter diesem Prinzip ist, dass alle Pfade, die durch einen gemeinsamen Zustand (Knoten) führen, nach diesem Zustand unabhängig von ihrem vorherigen Verlauf die gleichen Teilmetriken aufweisen. Als Teilmetrik ist hier die Summe der Pfadmetriken hinter dem Knoten zu verstehen. Wenn die Teilmetriken nach dem Knoten also die gleichen sind, muss der Pfad, der bis zu diesem Zustand die niedrigere Metrik hatte, auch die niedrigere Gesamtmetrik aufweisen und ist damit für die Entscheidung irrelevant. Durch den schrittweisen Ausschluss möglicher Pfade wird das Finden der optimalen Lösung deutlich vereinfacht. Anstatt alle 2^N möglichen Pfade vergleichen zu müssen, steht die optimale Lösung unmittelbar nach dem Durchlaufen des Trellis fest. Zur Beschleunigung des Verfahrens können Parallelitäten der Pfade im Trellis ausgenutzt werden, was hier allerdings nicht ausführlich beschrieben werden soll.

In optischen Übertragungssystemen werden kontinuierlich Daten übertragen, wodurch die Länge N der auszuwertenden Sequenzen beliebig lang werden kann. Der Datenstrom wird üblicherweise in Blöcke der Länge $N_B \leq N$ unterteilt, so dass die De-

tektion mit verfügbarer Hardware durchgeführt werden kann. Zwischen den Datenblöcken kann die Trainingssequenz zur Aktualisierung der Histogramme erneut gesendet werden.

4.1.4 Bewertung des MLSE-Verfahrens

Im Folgenden wird das MLSE-Verfahren mithilfe von Computersimulationen auf die Anwendbarkeit in einem direkt detektierenden, amplitudenmodulierten (OOK) Übertragungssystem mit einer Bitrate von $R_{\text{Bit}} = 40 \text{ Gbit/s}$ untersucht. Die Signale werden mit *non-return-to-zero* (NRZ) kodiert. Ein solches System ist in Abbildung 4.1 zu sehen, wobei der Entscheider hier dem MLSE-Verfahren entspricht. Nach der Abtastung mit der Rate $R_{\text{Abt}} = R_{\text{Bit}}$ findet eine Analog-Digital-Wandlung mit 2^Q Quantisierungsstufen statt, bevor die Daten dem MLSE-Verfahren zugeführt werden. Dementsprechend haben die Histogramme 2^Q Amplitudenstufen.

Es werden Systemausfallwahrscheinlichkeiten ohne PMD-Kompensation und mit Einsatz des MLSE-Verfahrens für verschiedene Quantisierungsstufen Q des Analog-Digital-Wandlers und für unterschiedliche Gedächtnisgrößen G bestimmt. Die Gedächtnisgröße G entspricht hierbei dem Gedächtnis, das durch das MLSE-Verfahren berücksichtigt wird. Das tatsächliche Gedächtnis des Kanals ist nicht bekannt und kann von der eingestellten Größe G abweichen. Das Übertragungssystem und das Kompensationsverfahren werden in Matlab implementiert. Dem Datensignal wird ASE-Rauschen überlagert. Die Rauschleistung wird, wie in Kapitel 3 beschrieben, über das optische Signal-Rausch-Verhältnis, *optical signal-to-noise ratio* (OSNR), definiert. Es wird ein OSNR von 17 dB angenommen. Dies entspricht zum einen üblichen Werten in optischen Übertragungssystemen, zum anderen liefert es eine für Monte-Carlo-Simulationen ausreichende Anzahl an Bitfehlern. Die Referenzbandbreite ist $B_{\text{Ref}} = 0,1 \text{ nm}$. Ein Systemausfall tritt ein bei einer Bitfehlerquote von unter 10^{-3} . Zur Erzeugung der PMD-behafteten Fasern wird *importance sampling* (IS) verwendet. Um die Untersuchung von Ausfallwahrscheinlichkeiten von unter 10^{-6} zu ermöglichen, werden die Fasern mit je 20 doppelbrechenden Elementen modelliert. Durch dieses Modell wird auch PMD höherer Ordnung generiert. Zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeiten werden pseudozufällige Bitfolgen der Länge 2^{13} übertragen, anschließend werden die Bitfehler gezählt. Es werden pro Messpunkt 1100 Faserrealisierungen auf das Ausfallkriterium hin untersucht. Die maximale Signalleistung am Systemeingang beträgt 1 mW. Die Bandbreite des optischen Filters beträgt $B_{\text{opt}} = 2,5 \cdot R_{\text{Bit}}$. Als elektrisches Tiefpass-Filter kommt ein Besselfilter fünfter Ordnung mit der Bandbreite $B_{\text{el}} = 0,75 \cdot R_{\text{Bit}}$ zum Einsatz.

Zur Erzeugung der Histogramme wird im einfachsten untersuchten Fall ($G = 2, Q = 4$)

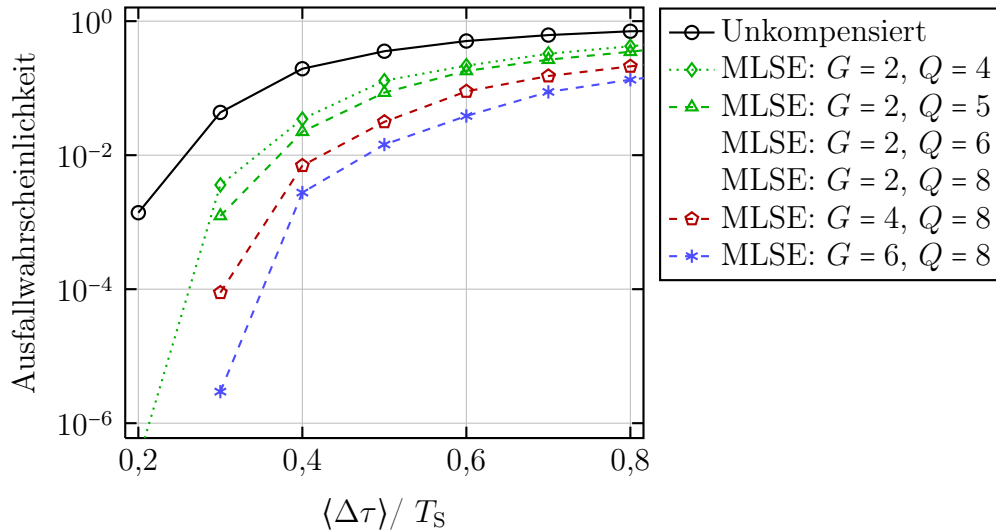


Abbildung 4.6: Ausfallwahrscheinlichkeiten für MLSE mit Gedächtnis $G = 2$, $G = 4$ und $G = 6$ bei unterschiedlichen Quantisierungen Q .

eine Trainingssequenz von 2^{13} Bits übertragen und ausgewertet. Werden G bzw. Q erhöht, so nehmen die Anzahl der aufzuzeichnenden Histogramme und die Datenpunkte pro Histogramm zu. Dementsprechend ist eine Anpassung der Länge der Trainingssequenz vorzunehmen. Im Fall mit der höchsten Komplexität ($G = 6$, $Q = 8$) werden dann ca. $2 \cdot 10^6$ Bits für die Aufnahme der Histogramme verwendet.

In Abbildung 4.6 sind die Ausfallwahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Quantisierungen Q des Analog-Digitalwandlers bei fester Gedächtnislänge $G = 2$ sowie für unterschiedliche Gedächtnisgrößen G bei fester Quantisierung $Q = 8$ dargestellt. Alle gezeigten Operationsmodi verringern die Wahrscheinlichkeit eines Systemausfalls deutlich. Zunächst sollen die Kurven bei Variation der Quantisierung näher betrachtet werden. Mit der Quantisierung $Q = 4$ werden die Ausfallwahrscheinlichkeiten für $\langle \Delta\tau \rangle = 0,2 \cdot T_{\text{Bit}}$ bereits unter den von Systembetreibern geforderten Wert von 10^{-6} gesenkt. Wird die Quantisierung weiter erhöht, ist bei $\langle \Delta\tau \rangle = 0,2 \cdot T_{\text{Bit}}$ eine ausfallfreie Operation möglich. Nennenswert ist, dass eine Steigerung über $Q = 5$ hinaus keine weitere Verbesserung der Leistung des Entscheidungsverfahrens bewirkt. Diese Beobachtung deckt sich mit den Ergebnissen aus [66]. Für die Gedächtnislängen $G = 4$ und $G = 6$ ist ein sehr ähnliches Verhalten bezüglich der Variation von Q zu beobachten. Die Kurven sind aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht gezeigt.

Bei Steigerung des Gedächtnisses G nimmt die Leistungsfähigkeit des Kompensators erwartungsgemäß zu. Für Werte oberhalb von $G = 6$ ist eine weitere Zunahme der Leistung des Verfahrens zu erwarten. Diese werden aufgrund der hohen Komplexität und der damit verbundenen Rechenzeiten nicht untersucht. Bei hohen Quantisierun-

gen, großem Gedächtnis und bei Taktraten oberhalb von 10 Gbits/s steigt der Anspruch an die digitalen Signalprozessoren enorm. Aus diesem Grund beschränkt man sich bei der Realisierung solcher Kompensatoren auf niedrigere Quantisierungen [67]. Kommerziell verfügbare MLSE-Kompensatoren arbeiten mit Gedächtnislängen von $G = 2$ und $G = 4$ (vier Zustände und 16 Zustände) und einer Quantisierung von $Q = 4$ [68]. Sobald die Geschwindigkeit der Signalprozessoren es zulässt, ist eine Erhöhung auf $Q = 5$ empfehlenswert, wie die Untersuchungen in diesem Abschnitt gezeigt haben. Die Wahl der Gedächtnislänge sollte von der Stärke der Störung abhängig gemacht werden. Das Erhöhen der Abtastrate auf $R_{\text{Abt}} = 2R_{\text{Bit}}$ kann zu einer weiteren Steigerung der Performanz führen. Der Grund dafür ist, dass der Algorithmus dadurch unanfälliger bezüglich Schwankungen des Abtastzeitpunkts ist [62]. Dies wird hier allerdings nicht untersucht, da zum einen von einer idealen Abtastung ausgegangen wird und zum anderen die Komplexität des MLSE-Algorithmus durch die größere Abtastrate weiter erhöht würde. Besonders das im nächsten Schritt entwickelte und untersuchte Verfahren zur Anwendung der MLSE-Methode in Systemen mit *polarisation division multiplex* (PDM) wäre mit dieser erhöhten Komplexität schwer realisierbar.

4.2 MLSE in Polarisationsmultiplexsystemen

Es wurde gezeigt, dass das Prinzip der Sequenzschätzung (MLSE) geeignet ist, um Systemausfälle in amplitudenmodulierten Übertragungssystemen mit Direktempfang signifikant zu reduzieren. Eine Erhöhung der Taktrate zur Steigerung der Kapazität ist grundsätzlich wünschenswert, allerdings ist der Betrieb vieler elektrischer Bauteile in Sender und Empfänger bei höheren Bandbreiten oftmals nicht möglich. Die spektrale Effizienz eines Übertragungskanal, also die Bitrate pro Bandbreite, kann durch Einsatz von PDM verdoppelt werden, ohne den Symboltakt zu erhöhen. In diesem Abschnitt soll das MLSE-Verfahren für die Anwendung in einem amplitudenmodulierten, direkt detektierenden PDM-System erweitert und angepasst werden.

Ein solches Übertragungssystem ist in Abbildung 4.7 gezeigt. Es ist eine Erweiterung des in Abbildung 4.1 gezeigten Systems. Die Daten werden auf zwei Sendeeinheiten aufgeteilt. Die optischen Signale, die jeweils orthogonal polarisiert sind, werden im *polarization beam combiner* (PBC) zusammengeführt (siehe hierzu auch Kapitel 3.2). Nach der Übertragung werden die Signale mithilfe eines Polarisationsstrahlteilers, *polarization beam splitter* (PBS), wieder in zwei orthogonale Komponenten aufgeteilt. Nach der opto-elektrischen Wandlung prozessiert die MLSE-Einheit die im Symboltakt abgetasteten Daten. Ein elektronisch geregelter Polarisationssteller, *polarization controller* (PC), passt die Polarisation derart an, dass eine für die MLSE-Einheit güns-

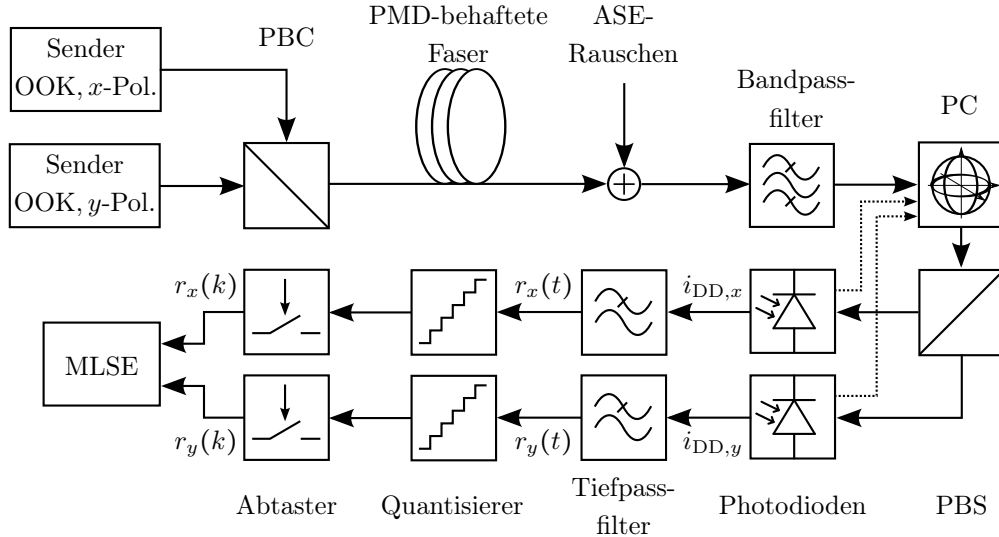


Abbildung 4.7: Modell eines direkt detektierenden, amplitudenmodulierten Übertragungssystems mit Polarisationsmultiplex. Die Signale der beiden Polarisierungen werden getrennt erzeugt, mithilfe eines *polarisation beam combiner* (PBC) zusammengeführt und nach der Übertragung im Polarisationsstrahlteiler (PBS) wieder getrennt. Die quantisierten und abgetasteten Photoströme der Signale der beiden Polarisierungen werden anschließend im MLSE-Block prozessiert, dessen Leistung durch einen Polarisationssteller (PC) verbessert wird.

tige Trennung der Polarisierungen im PBS erfolgt.

4.2.1 Anpassung des MLSE-Verfahrens für PDM-Systeme

Zur Anpassung des MLSE an ein PDM-System ist eine geeignete Beschreibung der Symbolkonstellationen notwendig. Als Symbole werden die möglichen Kombinationen von Polarisationsnachbarn bezeichnet. Diese Symbole $d_n = \begin{pmatrix} d_{x,n} \\ d_{y,n} \end{pmatrix}$ sind hierbei aus der Menge $\mathbb{S} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ zu wählen. Zusammen mit den wechselwirkenden zeitlichen Nachbarn bei einem Kanal mit Gedächtnis G ergeben sich die möglichen Symbolsequenzen

$$\vec{d}_{G,n}(k) = \begin{pmatrix} d_{x,n}(k + G/2); \dots; d_{x,n}(k); \dots; d_{x,n}(k - G/2) \\ d_{y,n}(k + G/2); \dots; d_{y,n}(k); \dots; d_{y,n}(k - G/2) \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Dies entspricht einer Erweiterung der Sequenzen des MLSE aus Gleichung (4.13). Als Regel für die Entscheidung sind wie zuvor die Gleichungen (4.10)-(4.12) anwendbar. Auch hier ist eine Modellierung als *finite state machine* (FSM) zulässig, allerdings ist die Anzahl der möglichen Übergänge wesentlich größer. Die Übergänge für einen Kanal mit dem Gedächtnis $G = 2$ sehen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} d_{x,n}(k); d_{x,n}(k-1) \\ d_{y,n}(k); d_{y,n}(k-1) \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{pmatrix} d_{x,n}(k+1) \\ d_{y,n}(k+1) \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} d_{x,n}(k+1); d_{x,n}(k) \\ d_{y,n}(k+1); d_{y,n}(k) \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

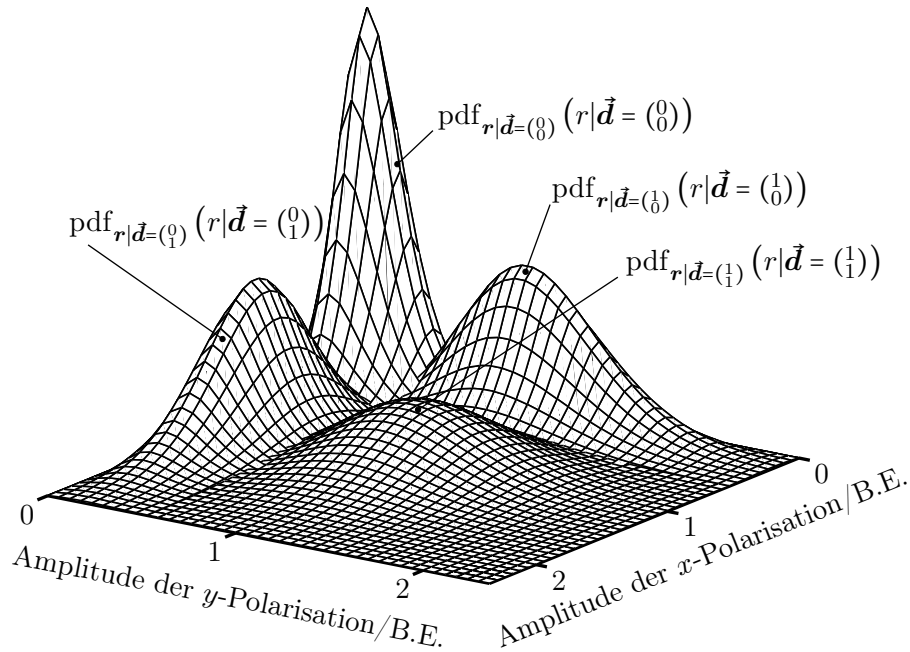


Abbildung 4.8: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen eines gedächtnisfreien Systems mit Polarisationmultiplex. Gezeigt sind die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der vier möglichen Symbole.

Das zugehörige Trellis-Diagramm hat nun nicht mehr 2^G , sondern 2^{2G} Zustände. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (WDF) können als zweidimensionale Funktionen aufgefasst werden. Es müssen $2^{2(G+1)}$ statt der zuvor $2^{(G+1)}$ Histogramme aufgenommen werden. Eine graphische Darstellung wird selbst bei kleinem G sehr unübersichtlich. Aus diesem Grund wurde als Beispiel ein gedächtnisfreier optischer Übertragungskanal ($G = 0$) gewählt. Abbildung 4.8 zeigt eine analytische Näherung der vier zugehörigen WDF $\text{pdf}_{r|\vec{d}=\vec{d}_n}(r|\vec{d} = \vec{d}_n)$.

Zur besseren Verständlichkeit der folgenden Beschreibung ist es sinnvoll, die vier möglichen Symbole s_n als Jones-Vektoren von Polarisationszuständen zu interpretieren. Das Symbol $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist linear in x -Richtung polarisiert, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist dementsprechend linear in y -Richtung polarisiert und für $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ergibt sich linear polarisiertes Licht, das um 45° zur x -Achse verdreht ist. Da beim Senden des Symbols $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ keine Leistung übertragen wird, ist es nicht sinnvoll diesem Symbol einen Polarisationszustand zuzuweisen. Den Symbolen können jeweils Stokes-Vektoren zugeordnet werden, was in Tabelle 4.2 dargestellt ist.

Setzt man das MLSE-Verfahren mit der zuvor beschriebenen Anpassung des Trellis-Diagramms und der Histogramme im optischen PDM-System ein, so zeigt sich, dass das Potenzial stark vom Polarisationszustand am Eingang des PBS abhängig ist. Zur

Tabelle 4.2: Stokes-Vektoren der vier Symbole d_n bei einem Gedächtnis von $G = 0$

Symbol, Jones-Vektor	Stokes-Vektor $\overset{\circ}{\mathbf{S}}$	normierter Stokes-Vektor $\overset{\circ}{\mathbf{s}}$
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$(0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$	-
$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$(1 \ -1 \ 0 \ 0)^T$	$(-1 \ 0 \ 0)^T$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$(1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$	$(1 \ 0 \ 0)^T$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$(2 \ 0 \ 2 \ 0)^T$	$(0 \ 1 \ 0)^T$

besseren Verständlichkeit soll die Problematik am Beispiel eines Kanals mit sehr geringer PMD und einem OSNR von 20 dB bei einer Referenzbandbreite $B_{\text{Ref}} = 0,1 \text{ nm}$ erläutert werden. Das Gedächtnis sei $G = 0$. Üblicherweise findet aufgrund der PMD und der zufälligen Einkopplung der Signale in die Faser ein Übersprechen zwischen den beiden Eingangspolarisationen statt. Dadurch enthalten die beiden Polarisations Ebenen nach dem PBS im Allgemeinen Informationen beider Sendepolarisationen. Im Idealfall liegt die Polarisation der empfangenen Symbole $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ in der x -Ebene und die Polarisation der Symbole $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in der y -Ebene des PBS. Das zugehörige Histogramm ist in Abbildung 4.9a zu sehen. Es wurde hierbei eine zweidimensionale Draufsicht gewählt, eine dreidimensionale Darstellung würde der in Abbildung 4.8 entsprechen. Die zugehörigen Polarisationszustände für diesen Fall sind in Abbildung 4.9b gezeigt. Die lineare Polarisation in x -Richtung liegt bei $\overset{\circ}{\mathbf{s}} = (1 \ 0 \ 0)^T$, die lineare Polarisation in y -Richtung bei $\overset{\circ}{\mathbf{s}} = (-1 \ 0 \ 0)^T$. Es wurde zusätzlich angenommen, dass keine Phasenverschiebung zwischen den beiden Komponenten aufgetreten ist. Das bedeutet, dass das Symbol $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear polarisiert ist und auf $\overset{\circ}{\mathbf{s}} = (0 \ 1 \ 0)^T$ zum Liegen kommt. Die Streuung der Symbole ist auf das ASE-Rauschen zurückzuführen. Eine Detektion mithilfe des MLSE ist auch bei Gedächtnislängen $G \neq 0$ problemlos möglich. Fallen die Polarisationszustände der $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ -Symbole nicht mit den entsprechenden Ebenen des PBS zusammen, so kommt es zu einer Verschiebung der WDF, was zunächst keine Einschränkung der Leistungsfähigkeit hervorruft.

Es existieren ungünstige Kombinationen aus Einkoppelung in die Faser und der PMD der Faser, bei denen sich die Polarisationszustände der beiden Symbole den Polen $(0 \ 0 \ 1)^T$ und $(0 \ 0 \ -1)^T$ nähern oder gar auf ihnen zum Liegen kommen, was in Abbildung 4.10b dargestellt ist. Für die zugehörigen Histogramme bedeutet dies, dass ihr Verlauf immer ähnlicher wird und sie sich zunehmend überlappen (siehe Abbildung 4.10a). Eine optimale Entscheidung nach dem MLSE-Kriterium ist bei zu großer Ähn-

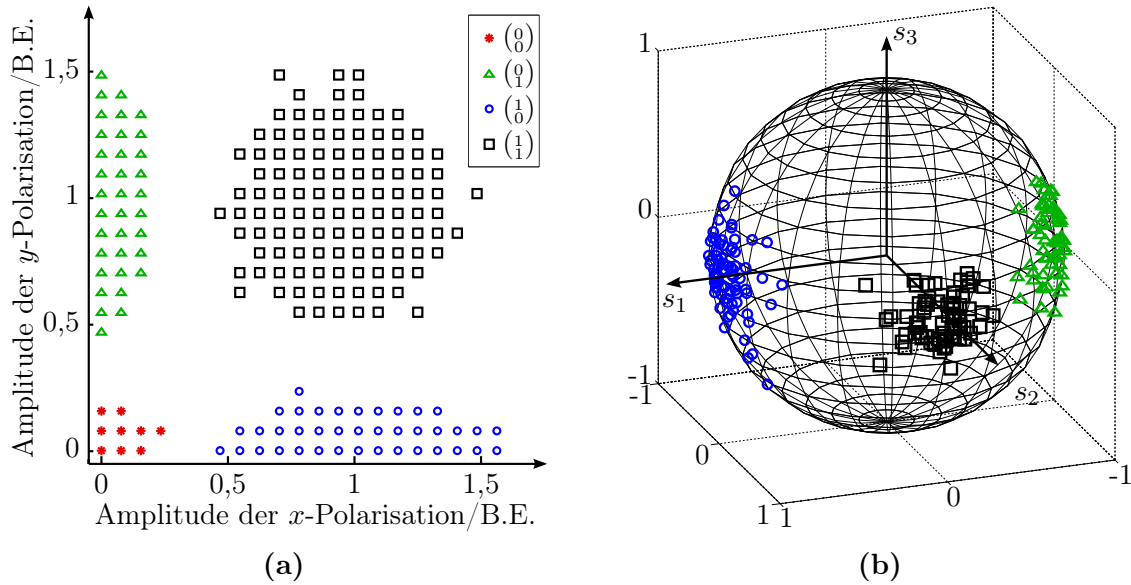


Abbildung 4.9: Draufsicht des dreidimensionalen Histogramms eines Kanals mit Gedächtnis $G = 0$ und vernachlässigbarem Polarisationsübersprechen (a) und die zugehörigen Polarisationszustände auf der Poincaré-Kugel (b). Die Histogramme wurden mit einer Quantisierung von $Q = 5$ pro Achse aufgenommen. Auf das Höhenprofil wurde zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet.

lichkeit der Histogramme nicht mehr möglich. Dieses Verhalten kann dadurch erklärt werden, dass der Polarisationszustand rechts- und linkszirkular polarisiertem Licht entspricht. Wird zirkular polarisiertes Licht in zwei orthogonale, linear polarisierte Komponenten aufgeteilt, wie es im PBS geschieht, so liegt anschließend in beiden Zweigen gleiche Leistung vor, unabhängig davon, ob rechts- oder linkszirkular polarisiertes Licht eintrifft. Dies führt zu gleichen Amplituden im Histogramm und die Unterscheidbarkeit der Symbole geht verloren. Aus diesem Grund ist eine zusätzliche Polarisationskontrolle unumgänglich, welche die Polarisation derart verändert, dass das soeben geschilderte Szenario vermieden wird. Der zu Beginn des Abschnitts genannte Polarisationssteller übernimmt diese Aufgabe. Es wurden hierbei zwei Verfahren zur Einstellung der Polarisation untersucht. Sie sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

4.2.2 Polarisationskontrolle

Die Polarisationskontrolle soll derart erfolgen, dass die Polarisation eines der beiden Symbole $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ überwacht wird und in den Zustand $(-1 \ 0 \ 0)^T$ oder $(1 \ 0 \ 0)^T$ gedreht wird. Dadurch wird eine Trennung der WDF, wie in Abbildung 4.10a durch Pfeile angedeutet, hervorgerufen. Aufgrund der Orthogonalität der beiden Symbole bewegt sich das jeweils andere Symbol gleichzeitig zum gegenüberliegenden Polarisations-

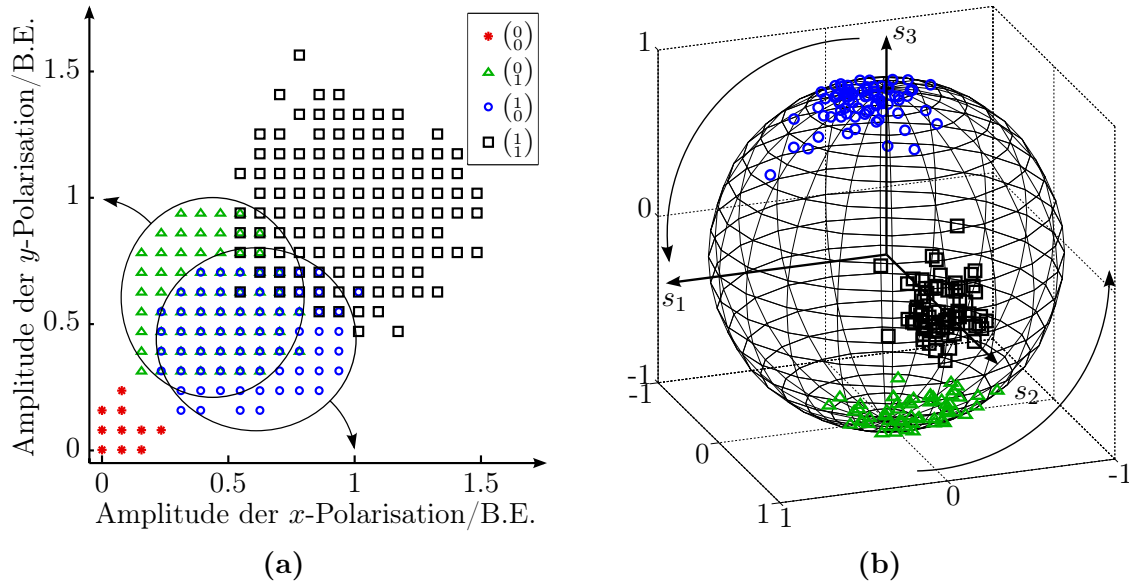


Abbildung 4.10: Draufsicht des dreidimensionalen Histogramms eines Kanals mit Gedächtnis $G = 0$ und starkem Polarisationsübersprechen (a) und die zugehörigen Polarisationszustände auf der Poincaré-Kugel (b). Die Histogramme wurden mit einer Quantisierung von $Q = 5$ pro Achse aufgenommen. Auf das Höhenprofil wurde zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet. Die Pfeile deuten an, in welche Richtung die Korrektur durch den Polarisationssteller erfolgt.

tionszustand. Das Symbol $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ kommt dabei im Allgemeinen auf dem Schnittkreis der Poincaré-Kugel mit der s_2 - s_3 -Ebene zum Liegen, was für die Funktion des MLSE-Verfahrens ausreicht.

Messung der Polarisation Eine Möglichkeit der Polarisationskontrolle ist, die Polarisation bei der Übertragung des Symbols $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ zu messen. Daraus kann die Einstellung des PC berechnet werden, die erforderlich ist, um das Symbol in den gewünschten Polarisationszustand zu drehen. Hierzu wird während einer Initialisierungsphase, die noch vor dem Aufzeichnen der Histogramme erfolgt, eine Serie des Symbols $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ übertragen.

Die Polarisation kann beispielsweise gemessen werden, indem ein Teil des Signals vor dem PBS ausgekoppelt und einem Polarisationsmessgerät zugeführt wird. Dieser Schritt kann umgangen werden: Durch geschickte Ansteuerung des *polarization controller* (PC) ist mit dem vorhandenen Aufbau eine sequenzielle Polarisationsmessung

(siehe Kapitel 2.2.2, Abbildung 2.4) realisierbar, die den Stokes-Vektor

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle I_{ges} \rangle \\ \langle I_{0^\circ} - I_{90^\circ} \rangle \\ \langle I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \rangle \\ \langle I_{rzp} - I_{lzp} \rangle \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

liefert. Die Messung ist folgendermaßen durchzuführen: Ohne Einfluss des PC sind die Photoströme $i_{DD,x}(t)$ und $i_{DD,y}(t)$ der beiden Polarisierungen des PBS proportional zu I_{0° und I_{90° . Rotiert man nun die Polarisation um $\frac{\pi}{2}$ um die s_3 -Achse, so sind die Photoströme proportional zu I_{45° und I_{-45° . Eine zusätzliche Drehung um die s_1 -Achse um $\frac{\pi}{2}$ liefert I_{rzp} und I_{lzp} . Diese drei Messungen werden nacheinander durchgeführt, wobei jeweils über 20 Symbole gemittelt wird. Die Komponente S_0 kann als Summe von S_1 , S_2 und S_3 bestimmt werden.

Eine Rotation der Polarisation durch den PC kann mathematisch durch Multiplikation des Jones-Vektors mit folgender Matrix beschrieben werden:

$$\mathcal{R}_{PC} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{PC} & -\sin \theta_{PC} \cdot e^{-j\phi_{PC}} \\ \sin \theta_{PC} \cdot e^{j\phi_{PC}} & \cos \theta_{PC} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Hierbei verursacht der Winkel θ_{PC} eine Rotation des Polarisationszustandes um $2\theta_{PC}$ um die s_3 -Achse der Poincaré-Kugel. Der Winkel ϕ_{PC} bewirkt eine Rotation um ϕ_{PC} um die s_1 -Achse. Die Einstellungen des PC, die erforderlich sind, um die Größen aus Gleichung 4.17 bestimmen zu können, sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Tabelle 4.3: Erforderliche Winkeleinstellungen θ_{PC} und ϕ_{PC} zur Messung der Polarisation

	θ_{PC}	ϕ_{PC}
\mathbf{S}_1 ($I_{0^\circ}, I_{90^\circ}$)	0	0
\mathbf{S}_2 ($I_{45^\circ}, I_{-45^\circ}$)	$\pi/4$	0
\mathbf{S}_3 (I_{rzp}, I_{lzp})	$\pi/4$	$\pi/2$

Anschließend können die erforderlichen Korrekturwinkel bestimmt werden, nach denen der PC eingestellt werden muss, um eine optimale Operation des MLSE zu ermöglichen. Die Rotation um die s_1 -Achse kann für alle S_2 und S_3 über

$$\phi_{PC} = -\arctan\left(\frac{S_3}{S_2}\right) \quad (4.19)$$

bestimmt werden. Bei der Bestimmung des Winkels θ_{PC} sind vier Fälle zu unterscheiden, welche in Tabelle 4.4 aufgeführt sind.

Tabelle 4.4: Berechnung des Winkels θ_{PC} in Abhängigkeit der Stokes-Parameter S_1 und S_2

	$S_1 > 0$	$S_1 < 0$
$S_2 > 0$	$\theta_{\text{PC}} = -\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$	$\theta_{\text{PC}} = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$
$S_2 < 0$	$\theta_{\text{PC}} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$	$\theta_{\text{PC}} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$

Suche des Maximums Die eben vorgestellte Methode erfordert eine Berechnung der optimalen Einstellungen. Möchte man diese Berechnung umgehen, so kann das Optimum alternativ durch Suchen ermittelt werden. Auch hier muss in einer Initialisierungsphase eine Serie des Symbols $\binom{0}{1}$ übertragen werden. Währenddessen tastet der Polarisationssteller systematisch den Stokes-Raum ab, um die Einstellung zu finden, bei der maximale Leistung in den x -Zweig eingekoppelt wird. Das orthogonal polarisierte Symbol $\binom{0}{1}$ wird in dieser Einstellung bestmöglich in den y -Zweig des PBS eingekoppelt. Zur vollständigen Abtastung der Oberfläche der Poincaré-Kugel werden die Winkel in den Bereichen $\theta_{\text{PC}} = 0 \dots \pi$ in N_{PC} Schritten und $\phi_{\text{PC}} = 0 \dots \pi$ in $\frac{N_{\text{PC}}}{2}$ Schritten variiert. Dies entspricht einer Drehung um 2π um die s_3 -Achse bzw. einer Drehung um π um die s_1 -Achse. Die Leistung im x -Zweig wird währenddessen aufgezeichnet. Die Leistung der $N_{\text{PC}} \cdot \frac{N_{\text{PC}}}{2}$ Messungen wird jeweils über 20 Symbolauern gemittelt. Die Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit des Verfahrens von der Anzahl der verwendeten Messpunkte wird am Ende des Abschnitts anhand von Systemausfallwahrscheinlichkeiten diskutiert.

4.2.3 Bewertung des Verfahrens

Das erweiterte MLSE-Verfahren soll nun auf die Anwendbarkeit in einem direkt detektierenden, amplitudenmodulierten (OOK) Übertragungssystem mit PDM untersucht werden. Die Symbolrate des Systems beträgt nun $R_S = 50 \text{ GBd/s}$, woraus sich eine Bitrate von $R_{\text{Bit}} = 100 \text{ Gbit/s}$ ergibt. Die Abtastung erfolgt mit einer Rate von $R_{\text{Abt}} = R_S$, also einmal pro Symbol. Wie bereits zuvor werden die Signale auch hier einer Analog-Digital-Wandlung mit 2^Q Quantisierungsstufen unterzogen, bevor die Daten dem MLSE-Verfahren zugeführt werden. Alle weiteren Parameter sind so gewählt wie bei der Untersuchung des einfachen MLSE-Verfahrens. Auch das Fasernmodell und die Bewertungskriterien sind identisch. Aus diesem Grund sind die Werte der Simulationsparameter in Tabelle 4.5 zusammengefasst.

Zunächst soll die MLSE-Methode untersucht werden, bei der die Einstellung des PC über die Messung des Polarisationszustandes erfolgt. Da sich die Quantisierung von $Q = 5$ bei den vorangegangenen Betrachtungen als sinnvoll erwiesen hat, wird

Tabelle 4.5: Simulationsparameter zur Bewertung des MLSE-Verfahrens für PDM-Systeme

Parameter	Wert
Modulationsformat	NRZ-OOK-PDM
Symbolrate R_S	50 GBd/s
Bitrate R_B	100 Gbit/s
Abtastrate R_{Abt}	R_S
Maximale Signalleistung	1 mW
OSNR	17 dB
Bandbreite elektrisches Filter B_{el}	$0,75 \cdot R_S$
Bandbreite optisches Filter B_{opt}	$2,5 \cdot R_S$
PRBS-Länge für BER-Messung	2^{13}
Plättchenzahl des Fasermodells	20
Faserrealisierungen pro Messpunkt	1100
Ausfallkriterium	$BER \geq 10^{-3}$
Quantisierung Q	5
Gedächtnis G	2,4

diese Einstellung für alle Untersuchungen in diesem Abschnitt verwendet. Abbildung 4.11 zeigt die Systemausfallwahrscheinlichkeiten bei den Gedächtnislängen $G = 2$ und $G = 4$ und der Quantisierung des Analog-Digitalwandlers $Q = 5$. Ohne Kompensation ist die Ausfallwahrscheinlichkeit wesentlich größer als in einem System ohne PDM, was auf das Übersprechen zwischen den Polarisationskanälen zurückzuführen ist. Die Einstellungen mit Gedächtnis $G = 2$ und Quantisierungen erzielt keine Verbesserung gegenüber der unkompensierten Ausfallkurve. Wie bereits bei den Untersuchungen des einfachen MLSE-Verfahrens wächst auch hier die Leistungsfähigkeit des Kompensators mit zunehmendem G , so dass für $G = 4$ eine deutliche Reduktion der Systemausfallwahrscheinlichkeiten zu verzeichnen ist. Mit dieser Einstellung ist für $\langle \Delta\tau \rangle = 0,2 \cdot T_S$ eine ausfallfreie Operation möglich. Die Einstellung $G = 6$ wurde nicht untersucht, da die damit verbundene Komplexität des Verfahrens enorme Rechenzeiten erfordern würde.

Wird der PC durch das Maximieren der Leistung im x -Zweig eingestellt, so ist das Ergebnis zusätzlich von der Anzahl der verwendeten Messpunkte $N_{PC} \cdot \frac{N_{PC}}{2}$ abhängig. Die Ausfallkurven verschiedener Werte N_{PC} für $G = 4$ und $Q = 5$ sind in Abbildung 4.11 gezeigt. Eine Anzahl von $N_{PC} \cdot \frac{N_{PC}}{2} = 4 \cdot 2$ Messpunkten reicht nicht aus, um eine Performanz zu erzielen, wie sie bei gleichem G und Q mit der Methode mit Polari-

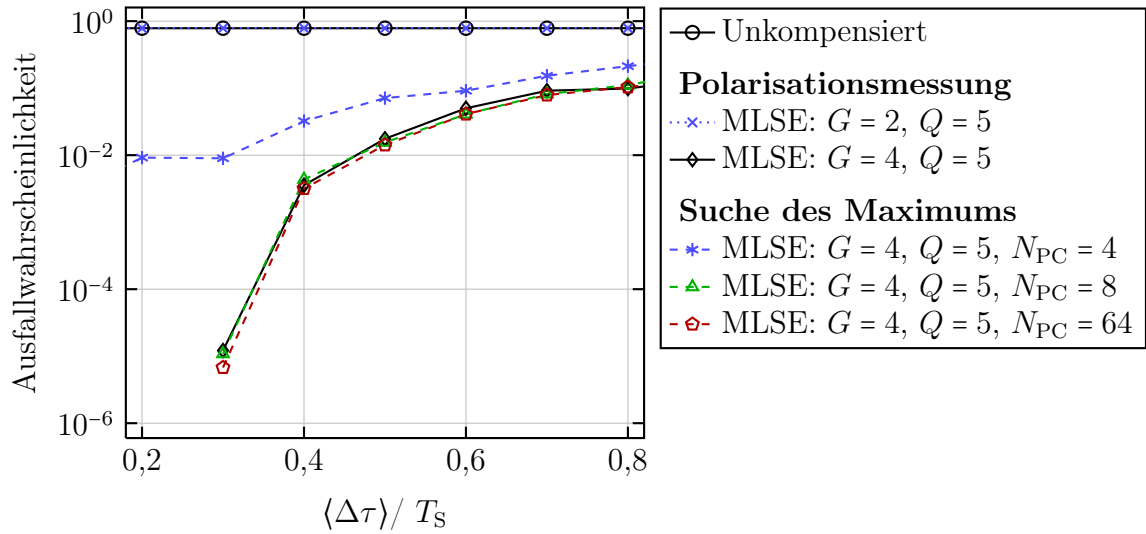


Abbildung 4.11: Ausfallwahrscheinlichkeiten für MLSE mit Gedächtnis $G = 2$ und $G = 4$ bei unterschiedlichen Quantisierungen Q .

sationsmessung erzielt werden kann. Diese Einstellung entspricht einer Unterteilung der Poincaré-Kugel in acht gleich große Sektoren. Die eingeschränkte Leistungsfähigkeit ist naheliegend. Doch bereits ab $8 \cdot 4$ Messpunkten werden die Leistungen der beiden Verfahren nahezu identisch. Ein weiteres Erhöhen der Messpunkte bis hin zu $N_{PC} \cdot \frac{N_{PC}}{2} = 64 \cdot 32$ bringt keinen weiteren Leistungszuwachs. Die Zwischenschritte wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht gezeichnet.

Abschließend lässt sich sagen, dass das hier entwickelte MLSE-Verfahren eine potenzielle Möglichkeit darstellt, PDM auch in amplitudenmodulierten Systemen mit Direktempfang einsetzen zu können. Zu empfehlen ist eine Quantisierung von $Q = 5$ und ein Gedächtnis von mindestens $G = 4$. Die Polarisationsanpassung vor dem PBS ist dabei unverzichtbar. Sie ermöglicht eine größtmögliche Trennung der beiden Informationskanäle am PBS. Erst dadurch kann das MLSE-Verfahren ohne Einschränkungen eingesetzt werden.

5 PMD-Kompensation durch Entzerrer

Im vorangegangenen Kapitel wurden Entscheidungsverfahren zur Kompensation von Polarisationsmodendispersion (PMD) in optischen Übertragungssystemen untersucht. Diese ermöglichen eine signifikante Reduktion der Systemausfälle. Eine weitere Möglichkeit zur PMD-Kompensation bieten lineare Filter, sogenannte *finite impulse response* (FIR)-Filter. Solche Filter werden als Entzerrer bezeichnet und unterscheiden sich in ihrem Wirkprinzip von den Entscheidern: Sie werden derart eingestellt, dass die durch PMD und andere Effekte entstandenen Signalverzerrungen und die dadurch hervorgerufene Intersymbolinterferenz (ISI) bestmöglich umgekehrt, also kompensiert werden. Das Signal ist anschließend ISI-frei, so dass eine symbolweise Entscheidung stattfinden kann. In direkt detektierenden Systemen können lineare Filter nur begrenzt wirken, da durch die Direktdetektion zum einen die Phaseninformation des Signals verloren geht und zum anderen sämtliche linearen Störungen zu nichtlinearen Störungen werden. Da nach kohärenter Detektion sowohl Amplitude als auch Phase des Signals zur Verfügung stehen und dabei die Linearität von Störungen erhalten bleibt, ist im Idealfall eine vollständige Kompensation von linearen Signalstörungen wie PMD möglich.

Im ersten Abschnitt des folgenden Kapitels wird zunächst das Prinzip von FIR-Filtern und die Optimierung der Filterkoeffizienten im Sinne des Quadrats der kleinsten Fehler eingeführt. Im zweiten Abschnitt wird das Verfahren namens *least mean squares* (LMS) zur adaptiven Bestimmung dieser Lösung erläutert. Am Beispiel eines amplitudenmodulierten, direkt detektierenden Systems wird die Wirkungsweise des LMS-Verfahrens verdeutlicht. Für den Einsatz in Systemen mit *polarisation division multiplex* (PDM) sowie Phasen- und Polarisationsdiversitäts (PPD)-Empfang (siehe Kapitel 3.5.2) ist eine Erweiterung des Verfahrens auf eine Struktur mit vier FIR-Filtern notwendig. Der Abschnitt schließt mit einer Untersuchung und Anpassung des *normalized least mean squares* (NLMS)-Algorithmus an amplitudenmodulierte Systeme mit Direktempfang bzw. PPD-Empfang. Bei Letzterem erfolgt eine Unterscheidung zwischen Systemen mit einem Polarisationskanal und mit zwei Polarisationskanälen (PDM). Es erfolgt ein kurzer Vergleich mit dem Entscheidungsverfahren *maximum-likelihood sequence*

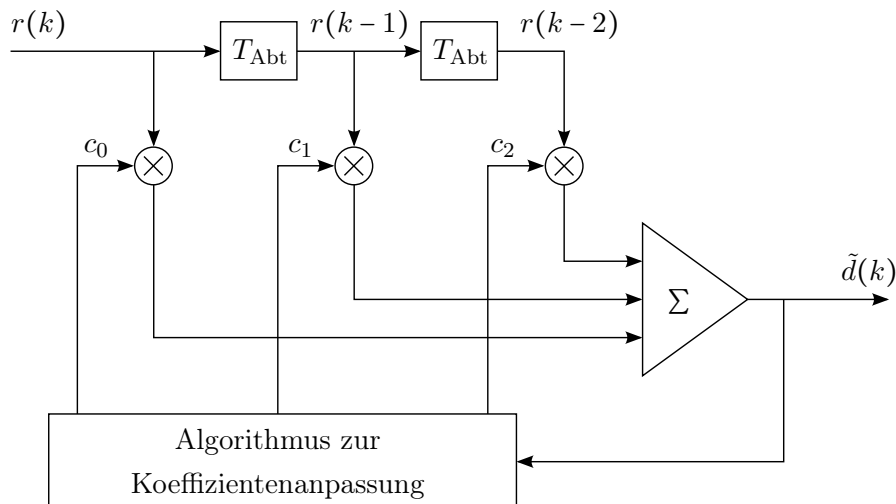


Abbildung 5.1: Beispiel eines FIR-Filters mit drei Filterkoeffizienten: Die Signalwerte im Speicher des Filters werden hierbei mit den Koeffizienten c_n gewichtet und anschließend aufsummiert. Die Anpassung der Koeffizienten kann durch unterschiedliche Verfahren realisiert werden.

estimation (MLSE) aus Kapitel 4.

Der Nachteil des NLMS-Verfahrens ist die erforderliche Übertragung einer dem Sender bekannten Symbolsequenz während einer Trainingsphase. Aus diesem Grund wird im letzten Abschnitt ein blind adaptierendes Verfahren, der sogenannte *constant modulus algorithm* (CMA), besprochen. Prinzipbedingt kann dieses Verfahren ausschließlich für phasenmodulierte Signale eingesetzt werden. Das Verfahren wird an die Anforderungen eines durch PMD gestörten optischen Übertragungssystems mit PDM angepasst. Parallel erfolgt ein Vergleich mit dem NLMS-Verfahren.

5.1 FIR-Filter und optimale Filterkoeffizienten

Im Folgenden soll die Funktionsweise eines FIR-Filters, auch Transversalfilter genannt, erläutert und die optimale Lösung der Filterkoeffizienten hergeleitet werden. Abbildung 5.1 zeigt das Beispiel eines solchen Filters. Allgemein liegen in dessen Speicher der aktuelle Signalwert $r(k)$ und die $N-1$ vorangegangenen, im Abstand T_{Abt} abgetasteten Werte an. Die Abtastung soll zunächst im Symboltakt R_S , also im Abstand $T_{\text{Abt}} = \frac{1}{R_S}$, erfolgen. Die anliegenden Werte werden jeweils mit den Koeffizienten c_n gewichtet und anschließend aufsummiert. Die Eingangswerte und die Koeffizienten können in vektorieller Schreibweise dargestellt werden und lauten

$$\vec{r}(k) = (r(k); r(k-1); \dots; r(k-N+1))^T \quad (5.1)$$

und

$$\vec{c}(k) = (c_0(k); c_1(k); \dots; c_{N-1}(k))^T. \quad (5.2)$$

Die Filterkoeffizienten können abhängig vom Kanal fest eingestellt oder adaptiv an sich ändernde Kanalbedingungen angepasst werden. Der Ausgang eines Filters mit N Koeffizienten lautet

$$\tilde{d}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n(k)r(k-n) = \vec{c}^T(k)\vec{r}(k), \quad (5.3)$$

wobei $\tilde{d}(k)$ eine Näherung des ursprünglich gesendeten Signalwerts $d(k)$ ist. Der Fehler dieser Näherung beträgt

$$e(k) = \tilde{d}(k) - d(k). \quad (5.4)$$

Eine optimale Lösung der Filterkoeffizienten, die eine maximale Übereinstimmung von $\tilde{d}(k)$ mit $d(k)$ liefert, kann durch die Minimierung des mittleren Fehlerquadrats, *minimum mean square error* (MMSE), gefunden werden. Die Vorschrift hierfür lautet

$$J = E \{ |d(k) - \tilde{d}(k - k_0)|^2 \} \rightarrow \min_{\vec{c}}, \quad (5.5)$$

wobei die zu minimierende Kostenfunktion J der Erwartungswert des quadratischen Fehlers ist. Der Wert k_0 verursacht eine Verzögerung des Filterausgangs bezüglich des Vergleichswertes. Dadurch können nicht-kausale Übertragungsfunktionen realisiert werden, was bei Übertragungskanälen mit Gedächtnis wie beispielsweise der PMD-behafteten Faser notwendig ist. Im Beispiel aus Abbildung 5.1 würde man $k_0 = 1$ setzen, so dass der Koeffizient c_1 den aktuellen Wert gewichtet und die Filterkoeffizienten c_0 und c_2 jeweils den zukünftigen und den vorangegangenen Signalwert in die Entzerrung mit einbeziehen. Davon ausgehend, dass das Gedächtnis des Kanals annähernd symmetrisch ist, wird bei gerader Anzahl von Koeffizienten $k_0 = \frac{N}{2}$ gesetzt. Bei ungeradem N wird $k_0 = \frac{N+1}{2}$ gewählt. Dadurch liegt der aktuelle Signalwert am Koeffizienten $c_{\frac{N}{2}}$ bzw. $c_{\frac{N+1}{2}}$.

Bei der Lösung von Gleichung (5.5) entsteht ein System linearer Gleichungen, die sogenannten Wiener-Hopf-Gleichungen. Ausführliche Herleitungen können in [69–71] gefunden werden. Durch Notation des Gleichungssystems in Matrix-Form erhält man

$$\mathcal{A}_{rr} \cdot \vec{c}_{\text{opt}} = \vec{a}_{rd} \quad (5.6)$$

mit der Autokorrelationsmatrix

$$\mathcal{A}_{rr} = E \{ \vec{r}\vec{r}^H \} = \begin{pmatrix} a_{rr}(0) & a_{rr}^*(1) & \dots & a_{rr}^*(N-1) \\ a_{rr}(1) & a_{rr}(0) & \dots & a_{rr}^*(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{rr}(N-1) & a_{rr}(N-2) & \dots & a_{rr}(0) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

und dem Kreuzkorrelationsvektor

$$\vec{a}_{rd} = (a_{rd}(0); a_{rd}(-1); \dots; a_{rd}(-N + 1))^T. \quad (5.8)$$

Dabei entsprechen die Elemente der Autokorrelationsmatrix jeweils der Autokorrelationsfunktion mit unterschiedlichen Verschiebungen i

$$a_{rr}(i) = E \{r(k)r(k-i)\}. \quad (5.9)$$

Analog dazu stehen im Kreuzkorrelationsvektor die Kreuzkorrelationen zwischen dem Werten $r(k)$ des empfangenen Signals und den ungestörten Werten $d(k)$, also

$$a_{rd}(i) = E \{r(k)d(k-i)\}. \quad (5.10)$$

Die Invertierbarkeit der Autokorrelationsmatrix voraussetzend sind die optimalen Filterkoeffizienten dementsprechend durch

$$\vec{c}_{\text{opt}} = \mathcal{A}_{rr}^{-1} \cdot \vec{a}_{rd} \quad (5.11)$$

gegeben.

5.2 Least Mean Squares - Verfahren

Gleichung (5.11) stellt die optimale Lösung für die Filterkoeffizienten dar. Üblicherweise sind die Autokorrelationsmatrix \mathcal{A}_{rr} und der Kreuzkorrelationsvektor \vec{a}_{rd} nicht bekannt und müssen geschätzt werden. Zudem ändern sich die statistischen Eigenschaften in optischen Übertragungssystemen häufig mit der Zeit, so dass ein regelmäßiges Nachführen der Koeffizienten erforderlich ist. Daraus resultieren zwei wichtige Anforderungen für einen Algorithmus zur Koeffizientenanpassung:

- Eine von beliebigen Koeffizienten ausgehende Adaption soll möglich sein
- Auf die Bestimmung der Autokorrelationsmatrix sowie des Kreuzkorrelationsvektors sollte verzichtet werden

Diese Eigenschaften bringt der LMS-Algorithmus mit sich. Sein Funktionsprinzip soll im Folgenden beschrieben werden. Die Herleitung erfolgt dabei in zwei Schritten über das Newton-Verfahren und das Gradienten-Verfahren [71]. Im Anschluss wird der Algorithmus derart erweitert, dass er in der Lage ist, die beiden komplexwertigen Ausgangssignale eines PPD-Empfängers zu prozessieren. Darauf aufbauend werden die Verfahren für die Anwendung in einem direkt detektierenden System mit einem Informationskanal und für die Anwendung in kohärent detektierenden Systemen mit und ohne Polarisationsmultiplex angepasst und untersucht.

5.2.1 LMS-Verfahren für ein einfaches Filter

Zunächst wird die Ableitung der Kostenfunktion J nach den Filterkoeffizienten \vec{c} notiert und die Bedingung für die optimale Lösung (Gleichung (5.6)) eingesetzt:

$$\begin{aligned}\nabla_{\vec{c}} \{J(\vec{c})\} &= \left(\frac{\partial J}{\partial c_0}; \frac{\partial J}{\partial c_1}; \dots; \frac{\partial J}{\partial c_{N-1}} \right)^T \\ &= 2(\mathcal{A}_{rr}\vec{c} - \vec{a}_{rd}) \\ &= 2\mathcal{A}_{rr}(\vec{c} - \vec{c}_{\text{opt}})\end{aligned}\tag{5.12}$$

Ein Auflösen nach \vec{c}_{opt} liefert

$$\vec{c}_{\text{opt}} = \vec{c} - \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{rr}^{-1} \nabla_{\vec{c}} \{J(\vec{c})\}.\tag{5.13}$$

Hierbei wird, von einem beliebigen \vec{c} ausgehend, eine Korrektur um $-\frac{1}{2}\mathcal{A}_{rr}^{-1}\nabla_{\vec{c}}\{J(\vec{c})\}$ durchgeführt, welche unmittelbar zur optimalen Lösung führt. Ersetzt man den Vorfaktor $\frac{1}{2}$ durch eine Konstante b und führt zu jedem Zeitpunkt k eine Aktualisierung der Koeffizienten durch, so erhält man die Adaptionsgleichung des sogenannten Newton-Verfahrens:

$$\vec{c}(k+1) = \vec{c}(k) - b \cdot \mathcal{A}_{rr}^{-1} \nabla_{\vec{c}} \{J(\vec{c})\} |_{\vec{c}=\vec{c}(k)}\tag{5.14}$$

Durch die Multiplikation mit \mathcal{A}_{rr}^{-1} zeigt der Korrekturterm immer in Richtung der optimalen Lösung, und erlaubt daher die schnellstmögliche Einstellung der Koeffizienten. Da \mathcal{A}_{rr} oft nicht verfügbar und die Invertierbarkeit nicht in jedem Fall gegeben ist, wird \mathcal{A}_{rr}^{-1} im nächsten Schritt durch die Einheitsmatrix \mathcal{E} ersetzt. Die Adaptionsgleichung lautet dann

$$\vec{c}(k+1) = \vec{c}(k) - b \cdot \nabla_{\vec{c}} \{J(\vec{c})\} |_{\vec{c}=\vec{c}(k)}.\tag{5.15}$$

Die Adaption findet nun in Richtung des Gradienten statt, weshalb man vom Gradienten-Verfahren spricht. Eine Möglichkeit, den Gradienten zu schätzen, wäre, eine Mittelung des quadratischen Fehlers $|e(k)|^2$ über eine bestimmte Anzahl von Messwerten durchzuführen. Alternativ kann die Mittelung entfallen und die Ableitung des Momentanfehlers als Schätzung des Gradienten verwendet werden. Die Schätzung des Gradienten lautet dann

$$\tilde{\nabla}_{\vec{c}} \{J(\vec{c})\} = \nabla_{\vec{c}} \{|e(k)|^2\} = -2e(k)\vec{r}^*(k).\tag{5.16}$$

Setzt man diesen sogenannten Momentangradienten in Gleichung (5.15) ein, so erhält man die Adaptionsgleichung des bekannten LMS-Algorithmus

$$\vec{c}(k+1) = \vec{c}(k) + \mu \cdot e(k)\vec{r}^*(k),\tag{5.17}$$

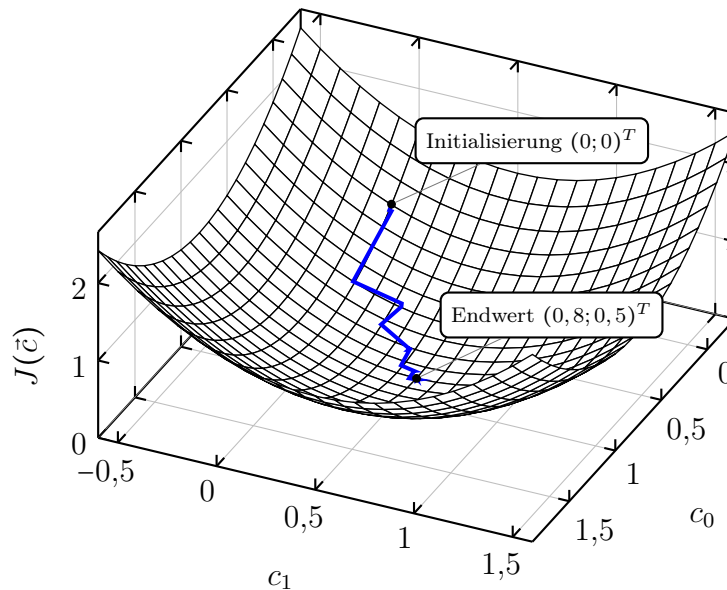


Abbildung 5.2: Beispiel des Adaptionsvorgangs eines Filters mit zwei Koeffizienten nach dem NLMS-Algorithmus: Die Initialisierung erfolgt mit dem Nullvektor. Während des Adaptionsprozesses bewegen sich die Koeffizienten scheinbar zufällig, nähern sich allerdings im Mittel entlang des Gradienten der optimalen Lösungen.

wobei die Größe $\mu = 2b$ als Schrittweite bezeichnet wird. Geht man von der statistischen Unabhängigkeit aufeinanderfolgender Werte im Signalvektor $\vec{r}(k)$ aus, so ändert der Momentangradient mit jedem Adaptionsschritt zufällig seine Richtung, wobei die Filterkoeffizienten sich der optimalen Lösung nähern. Am Ende des Adaptionsvorganges bewegen sich die Koeffizienten dann zufällig um die optimale Lösung herum. Wie groß dabei der mittlere Fehler ist, hängt von der Schrittweite μ ab. Je kleiner μ , desto kleiner ist die verbleibende Abweichung vom Optimum. Zudem wird mit der Schrittweite μ die Geschwindigkeit festgelegt, mit der der Algorithmus in Richtung der optimalen Lösung konvergiert, wobei große Schrittweiten schnelle Konvergenz zur Folge haben. Um die Konvergenz des Algorithmus gewährleisten zu können, muss ein geeigneter Wert für μ gefunden werden. Durch eine zusätzliche Normierung des Aktualisierungsterms in Gleichung (5.17) auf die momentane Signalenergie im Transversalfilter ist eine Konvergenz für Werte $0 < \mu < 2$ sichergestellt [71]. Die Signalenergie kann mit $\|\vec{r}\|^2 = \vec{r}^H(k)\vec{r}(k)$ geschätzt werden, wobei der Operator $\|\cdot\|$ die Euklidische Norm kennzeichnet. Daraus resultiert der als NLMS bekannte Algorithmus, der nach der Vorschrift

$$\vec{c}(k+1) = \vec{c}(k) + \frac{\mu}{\sigma + \vec{r}^H(k)\vec{r}(k)} \cdot e(k)\vec{r}^*(k) \quad (5.18)$$

adaptiert. Hierbei ist σ eine kleine Konstante, die verhindert, dass der Adaptionsschritt bei sehr kleinen Signalleistungen zu groß wird. Abbildung 5.2 zeigt ein Beispiel des Ad-

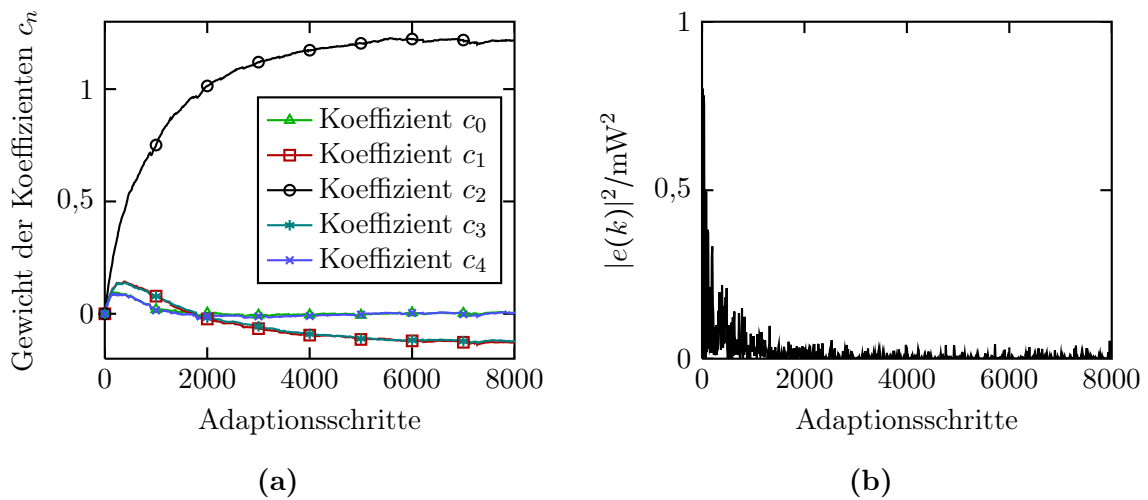


Abbildung 5.3: Verlauf der Koeffizienten des Transversalfilters mit $N = 5$ (a) und der zugehörige verbleibende quadratische Momentanfehler (b) über der Anzahl der Adaptionsschritte des NLMS-Algorithmus.

aptionsprozesses mittels NLMS-Algorithmus für ein Filter mit zwei Koeffizienten. Die Koeffizienten wurden mit $\vec{c} = (0; 0)^T$ initialisiert. Die Richtung der einzelnen Adaptionsschritte scheint zufällig zu sein, folgt aber im Mittel dem Gradienten der Fehlerfläche $J(\vec{c})$ und findet den Weg zum Optimum bei $\vec{c}_{\text{opt}} = (0, 8; 0, 5)^T$.

Die Initialisierung der Koeffizienten spielt beim LMS/NLMS-Verfahren keine bedeutende Rolle. Häufig wird eine Initialisierung mit dem Nullvektor $\vec{c} = (0; \dots; 0; \dots; 0)^T$ durchgeführt. Als günstig hat sich die Initialisierung mit einem Vektor erwiesen, der an mittlerer Stelle den Wert Eins annimmt und sonst Null ist: $\vec{c} = (0; \dots; 0; 1; 0; \dots; 0)^T$.

Erläuterung anhand eines Beispiels

Wie eingangs genannt, ist das Potential von Entzerrern nach der Direktdetektion aufgrund der fehlenden Phaseninformation und der Nichtlinearität zuvor linearer Störungen beschränkt. Allerdings bietet diese Konfiguration aufgrund ihrer Einfachheit eine günstige Möglichkeit, das Verhalten von Entzerrern zu erläutern. Das entsprechende System ist im vorangegangenen Kapitel 4.1, Abbildung 4.1, dargestellt, wobei der adaptive Entzerrer vor dem Entscheider eingesetzt wird. In Abbildung 5.3a ist der Verlauf der Koeffizienten eines Filters mit $N = 5$ Filterkoeffizienten bei einer Abtastrate von $R_{\text{Abt}} = R_S$ während der Adaptionphase dargestellt. Abbildung 5.3b zeigt den zugehörigen quadratischen Momentanfehler. Im Beispiel wird eine Faserrealisierung mit mittlerer DGD $\langle \Delta\tau \rangle = 15$ ps verwendet. Die Schrittweite wird hierbei auf $\mu = 0,01$ gesetzt. Nach etwa 6000 Adaptionsschritten findet keine signifikante Änderung der Koeffizien-

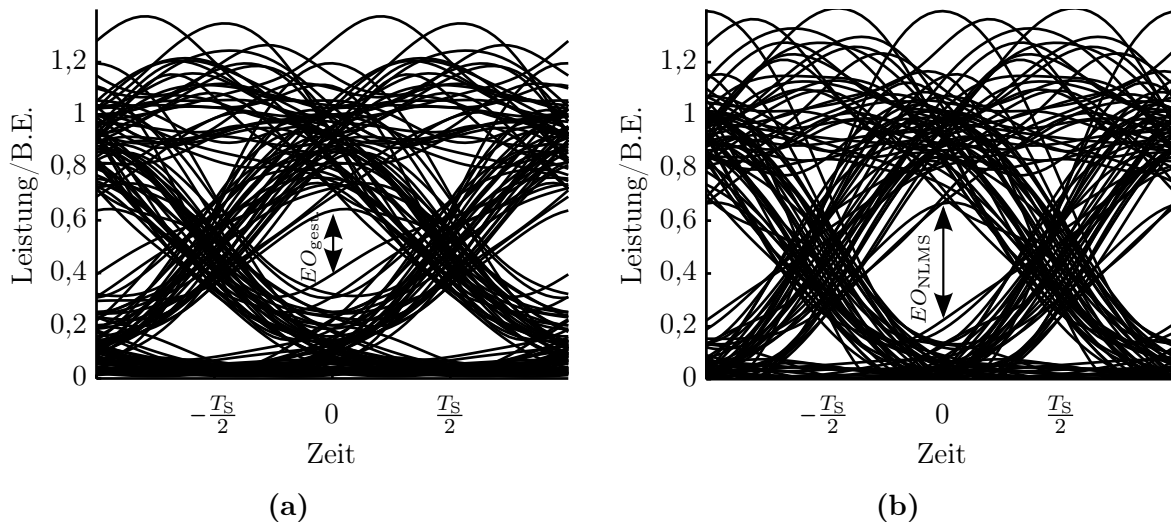


Abbildung 5.4: Augendiagramme eines OOK-Signals nach der Übertragung über einen PMD-gestörten Kanal mit einer mittleren DGD von $\langle \Delta\tau \rangle = 15$ ps und $OSNR = 20$ dB (a) und nach der Entzerrung mithilfe eines Transversalfilters mit $N = 5$ Filterkoeffizienten und einem Abtastwert pro Symbol (b).

ten mehr statt. Die Abnahme des quadratischen Momentanfehlers erfolgt oberhalb von 3000 Adaptionsschritten nur noch in einer Größenordnung, die in der Abbildung nicht mehr beobachtbar ist. Bemerkenswert ist die Symmetrie der Koeffizienten, die sich bei der Kompensation von PMD häufig ergibt. Allerdings ist sie in Abhängigkeit von der Faserrealisierung unterschiedlich stark ausgeprägt.

In Abbildung 5.4 sind die zugehörigen Augendiagramme vor und nach der Entzerrung zu sehen. Die Augenöffnung, *eye opening* (EO), des entzerrten Signals EO_{NLMS} ist deutlich größer als die des gestörten Signals $EO_{gest.}$, was in einer geringeren Bitfehlerquote und dadurch in geringeren Systemausfallwahrscheinlichkeiten resultiert. Eine ausführliche Untersuchung des Verfahrens erfolgt am Ende des Abschnitts 5.2.

5.2.2 NLMS nach Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang

Der in Kapitel 3.5.2 beschriebene Empfänger mit Phasen- und Polarisationsdiversität (PPD) liefert die vier Ströme $i_{I,x}(t)$, $i_{I,y}(t)$, $i_{Q,x}(t)$ und $i_{Q,y}(t)$, womit das empfangene Signal vollständig beschrieben wird. Durch Zusammenfassen des Inphase- und Quadraturteils der x - bzw. y -Polarisationen erhält man die beiden Signale $i_x(t) = i_{I,x}(t) + ji_{Q,x}(t)$ und $i_y(t) = i_{I,y}(t) + ji_{Q,y}(t)$. Eine zusätzliche Tiefpassfilterung liefert die Empfangssignale $r_x(t)$ und $r_y(t)$ (siehe Abbildung 5.5). Nach der Abtastung und der Quantisierung werden die beiden Signale $r_x(k)$ und $r_y(k)$ einer Einheit zur digitalen Signalverarbeitung (DSV) zugeführt. Dort können Algorithmen zur Kompen-

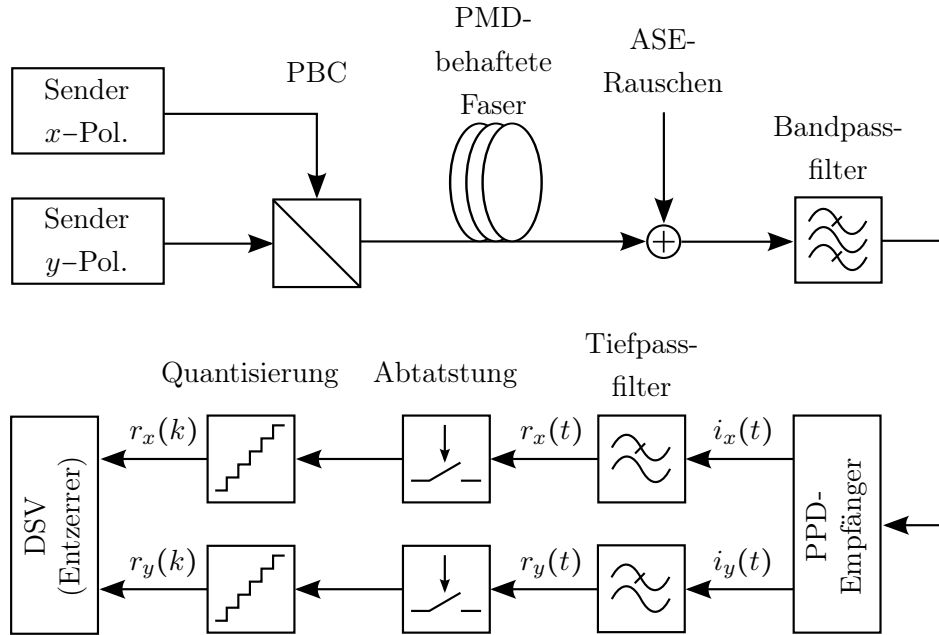


Abbildung 5.5: Modell eines kohärenten Übertragungssystems mit Polarisationsmultiplex. Die Signale der beiden Polarisierungen werden getrennt erzeugt, mithilfe eines Polarisationsstrahlteilers (PBC) zusammengeführt und nach der Übertragung von einem Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfänger (PPD) detektiert. Nach Abtastung und Quantisierung des Signals erfolgt die Entzerrung und Entscheidung in der Einheit zur digitalen Signalverarbeitung (DSV).

sation unterschiedlicher Störungen und zur Schätzung verschiedener Signalparameter implementiert werden. Eine ausführliche Übersicht wird in [72] gegeben. In diesem Abschnitt wird die DSV-Einheit zur Kompensation der PMD mittels LMS-Verfahren eingesetzt. Hierzu ist der LMS-Algorithmus auf eine Filterstruktur mit vier FIR-Filtern zu erweitern (siehe Abbildung 5.6). Die beiden Ausgangssignale der Filterstruktur sind durch

$$\tilde{d}_x(k) = \tilde{c}_{xx}^T(k) \tilde{r}_x(k) + \tilde{c}_{xy}^T(k) \tilde{r}_y(k) \quad (5.19)$$

$$\tilde{d}_y(k) = \tilde{c}_{yx}^T(k) \tilde{r}_x(k) + \tilde{c}_{yy}^T(k) \tilde{r}_y(k) \quad (5.20)$$

gegeben. Die entsprechenden Fehler $e_x(k)$ und $e_y(k)$ lauten

$$e_p(k) = d_p(k) - \tilde{d}_p(k) \quad \text{mit } p \in \{x, y\}, \quad (5.21)$$

woraus sich die beiden Kostenfunktionen

$$J_p(k) = E \{|e_p(k)|^2\} \quad \text{mit } p \in \{x, y\} \quad (5.22)$$

ergeben. Die ausführliche Herleitung der Adaptionvorschrift des LMS-Algorithmus für die hier diskutierte Filterstruktur ist in Anhang D.1 gezeigt. Nach einer zusätzlichen

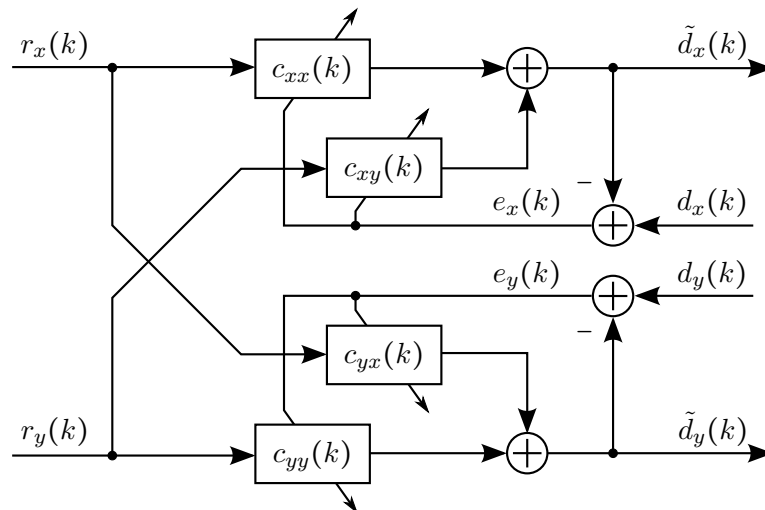


Abbildung 5.6: Filter-Struktur des NLMS-Algorithmus wie sie zur Kompensation der PMD nach einem Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfänger verwendet wird.

Normierung, äquivalent zur Normierung des NLMS-Algorithmus für einzelne Filter, lauten die Adaptionsgleichungen

$$\bar{c}_{pq}(k+1) = \bar{c}_{pq}(k) + \frac{\mu}{\sigma + \|\bar{r}_q^*(k)\|^2} \cdot e_p(k) \bar{r}_q^*(k) \quad \text{mit } p, q \in \{x, y\}. \quad (5.23)$$

Der PPD-Empfänger kann auch zum Empfang von Signalen mit nur einem Polarisationskanal verwendet werden. In diesem Fall werden nur die beiden oberen Filter c_{xx} und c_{xy} und die zugehörigen Adaptionsgleichungen verwendet.

5.2.3 Fractionally Spaced Equalizer

Eingangs wurde eine Abtastung des empfangenen Signals im Symboltakt angenommen. Für die Abtastrate gilt hierbei $R_{\text{Abt}} = R_S$, die Abtastperiode ist dementsprechend $T_{\text{Abt}} = T_S$. Alle bisher gezeigten Verfahren zur Bestimmung der Filterkoeffizienten sind auch bei Abtastung in Bruchteilen der Symboldauer $T_{\text{Abt}} = \frac{K}{M} \cdot T_S$ ($K, M \in \mathbb{N}$) anwendbar [40]. Das Verhältnis $\frac{M}{K} = \frac{R_{\text{Abt}}}{R_S}$ wird hierbei als relative Abtastrate bezeichnet. Diese Form der Abtastung wird in der Literatur häufig als *fractionally spaced equalizer* (FSE) bezeichnet. In dieser Arbeit wird ausschließlich der Fall $K = 1$ betrachtet, wobei die relative Abtastrate den Wert M annimmt. Durch die Abtastung im Abstand $T_{\text{Abt}} = \frac{1}{M} \cdot T_S$ liegen pro Symbol M Abtastwerte vor. Abbildung 5.7a zeigt die Filterung mit einem FIR-Filter, wie es in Abbildung 5.1 zu sehen ist. Dabei bleibt die Abtastrate unverändert. Eine anschließende Reduktion der Abtastrate (*downsampling*) um den Faktor M ($\downarrow M$) ist notwendig, um eine Entscheidung im Symboltakt treffen zu können.

Die einfachste Form des *downsampling* stellt die Reduktion auf den jeweils M -ten

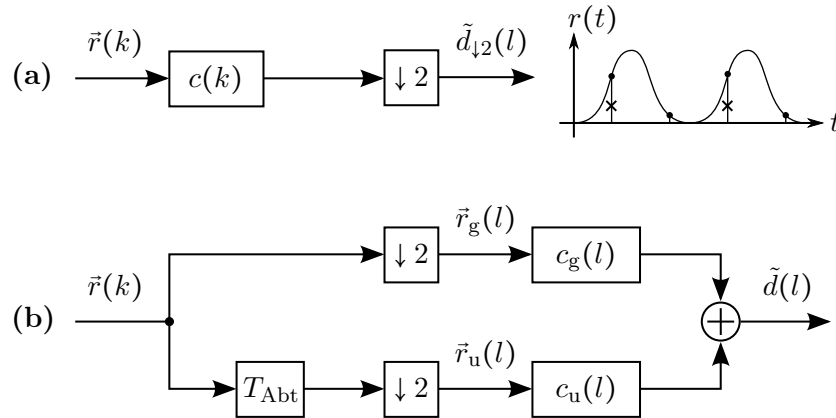


Abbildung 5.7: Reduktion der Abtastrate beim FSE bei einer Überabtastung von zwei Werten pro Symbol: Möglich ist ein Verwerfen jedes zweiten Werts (hier mit dem ersten Wert startend) nach der Filterung (a) oder eine Reduktion der Abtastrate während des Filtervorgangs mithilfe sogenannter mehrphasiger Filter (b).

Wert pro Symbol durch das Verwerfen der anderen $M - 1$ Werte dar, so dass das Ausgangssignal

$$\tilde{d}_{(\downarrow M)}(l) = \tilde{d}(k = l \cdot M + \Delta M) \quad (5.24)$$

lautet. Hierbei sind k und l jeweils die diskrete Zeit vor bzw. nach dem *downsampling*. Die Größe ΔM ist eine Phasenverschiebung, die festlegt, welcher der M Werte des Symbols auf das reduzierte Signal übertragen wird. Abbildung 5.7a verdeutlicht das Prinzip an einem Beispiel mit einem amplitudenmodulierten Signal. Die Kreuze markieren die Signalwerte, die beim *downsampling* verworfen werden. Die Wahl von ΔM entscheidet im Beispiel darüber, ob der Abtastwert am Rand des Symbols oder Richtung Symbolmitte liegt, wodurch die Güte des Signals mit reduzierter Abtastrate maßgeblich beeinflusst wird.

Das Prinzip mehrphasiger Filter (*polyphase filter*) ermöglicht eine Reduktion der Abtastrate während der FIR-Filterung [73–75]. Dabei wird das verwendete FIR-Filter bei einer Reduktion um den Faktor M in M parallele Filter aufgeteilt, so dass die Filterkoeffizienten die Signalwerte $r(l \cdot M + \Delta M)$ enthalten, mit $\Delta M \in \{0, 1, \dots, M - 1\}$. Das Prinzip soll an einem Beispiel mit $M = 2$ erläutert werden. Diese Konfiguration wird bei den Untersuchungen in den Abschnitten 5.2.5 und 5.3.5 eine wichtige Rolle spielen.

Die Filterkoeffizienten $c_n(k)$ eines Filters der Länge N (geradzahlig) werden in zwei parallele Filter halber Länge aufgeteilt, welche die Koeffizienten mit geradzahligem bzw. ungeradzahligem Index n enthalten. Die beiden Vektoren mit den Filterkoeffizienten lauten

$$\tilde{c}_g(l) = (c_0(l); c_2(l); \dots; c_{N-2}(l))^T \quad (5.25)$$

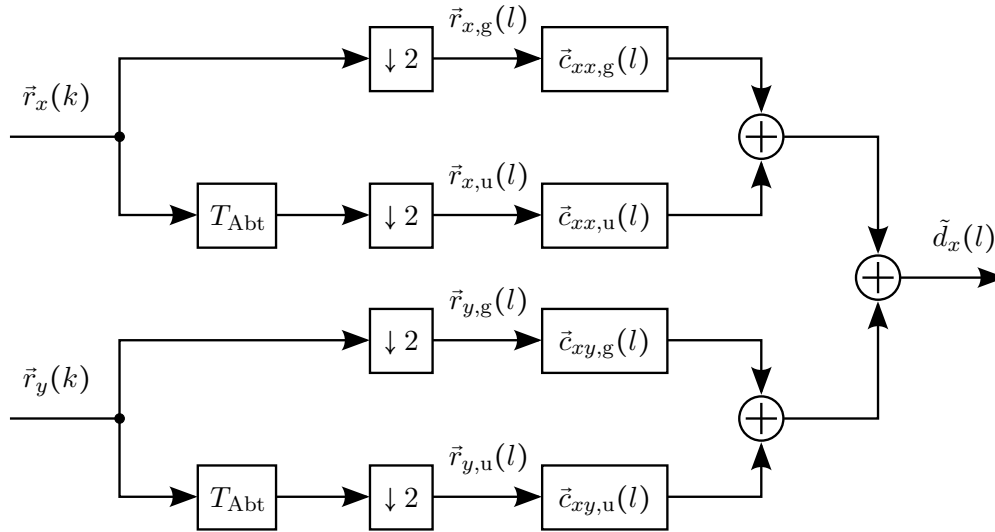


Abbildung 5.8: Realisierung der Abtastratenreduktion im x -Zweig der Filterstruktur zur Anwendung nach einem Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfänger, siehe Abbildung 5.6. Die Reduktion der Abtastrate im y -Zweig erfolgt entsprechend.

und

$$\vec{c}_u(l) = (c_1(l); c_3(l); \dots; c_{N-1}(l))^T. \quad (5.26)$$

Die Signalwerte $r(k)$ aus Gleichung (5.1) werden den zugehörigen Filterkoeffizienten entsprechend in einen geraden und ungeraden Anteil aufgetrennt. Demnach lauten die beiden Signalvektoren

$$\vec{r}_g(l) = (r(2l); r(2l-2); r(2l-4); \dots; r(2l-N+2))^T \quad (5.27)$$

und

$$\vec{r}_u(l) = (r(2l-1); r(2l-3); r(2l-5); \dots; r(2l-N+1))^T. \quad (5.28)$$

Eine graphische Darstellung dieses Beispiels ist in Abbildung 5.7b zu sehen. Das Ausgangssignal der Filterstruktur lautet

$$\vec{d}(l) = \vec{c}_g^T(l)\vec{r}_g(l) + \vec{c}_u^T(l)\vec{r}_u(l), \quad (5.29)$$

der Fehler zwischen dem ursprünglich gesendeten Symbol $d(l)$ und dem Filterausgang $\vec{d}(l)$ beträgt

$$e(l) = \vec{d}(l) - d(l). \quad (5.30)$$

Eine adaptive Einstellung der Filterkoeffizienten erfolgt gemäß Gleichung (5.18), wobei eine parallele Adaption der Koeffizienten von $\vec{c}_g(l)$ und $\vec{c}_u(l)$ durchgeführt wird.

Eine Erweiterung der Filterstruktur aus Abbildung 5.6 zur Reduktion der Abtastrate mithilfe mehrphasiger Filter erfolgt auf gleiche Weise. Abbildung 5.8 zeigt die entsprechende Umsetzung für den Zweig der Filterstruktur, der $\vec{d}_x(k)$ bzw. $\vec{d}_x(l)$ liefert.

5.2.4 Schrittweitensteuerung

Die Schrittweite μ ist eine wichtige Größe bei den bisher besprochenen adaptiv einstellbaren Filtern. Über die Wahl von μ wird festgelegt, wie groß die Anpassung der Filterkoeffizienten pro Adaptionsschritt ist. Bei der Wahl der Schrittweite steht der Nutzer vor folgendem Dilemma: Bei großer Schrittweite ist eine schnelle Konvergenz der Koeffizienten zu erwarten. Allerdings ist mit einem großen Restfehler zu rechnen, da die Filterkoeffizienten sich am Ende des Adaptionprozesses in großen Schritten um das Optimum herum bewegen. Durch die Wahl kleiner Schrittweiten nähern sich die adaptiv bestimmten Koeffizienten im Mittel stärker dem Optimum, es sind jedoch große Konvergenzzeiten in Kauf zu nehmen. Man muss also stets zwischen kleinem Restfehler und schneller Konvergenz wählen.

Es ist naheliegend, dass dieses Problem durch eine Anpassung der Schrittweite während des Adaptionprozesses gelöst werden kann. Eine zunächst große Schrittweite wird während der Koeffizientenadaption in eine kleine Schrittweite überführt. In [76] und [77] werden verschiedene Verfahren zur Schrittweitensteuerung (SWS) untersucht und verglichen. Die wichtigsten Ergebnisse sind in Anhang E zusammengefasst.

Grundsätzlich lassen sich Prinzipien zur SWS in Fehler-basierte und Gradienten-basierte Verfahren unterteilen:

- Erstere berücksichtigen den quadratischen Momentanfehler bei der Anpassung der Schrittweite, wobei ein sich verringernder Fehler als Annäherung zum Optimum verstanden wird und eine Reduktion der Schrittweite zur Folge hat.
- Die Verfahren der zweiten Gruppe betrachten den Richtungswechsel des Gradienten $\nabla_{\tilde{c}} \{|e(k)|^2\} = -2e(k)\tilde{r}(k)^*$. Aufeinanderfolgende Vorzeichenwechsel des Gradienten deuten hierbei die Nähe zum Optimum an und verlangen eine Reduktion der Schrittweite.

Das Fehler-basierte Adaptionsverfahren von Kwong et al. [78] hat sich in den Untersuchungen als besonders einfach und zugleich robust erwiesen. Die Anpassung der Schrittweite wird dabei nach der Vorschrift

$$\mu'(k+1) = \beta_{\text{SWS}} \cdot \mu(k) + \lambda_{\text{SWS}} \cdot |e(k)|^2 \quad (5.31)$$

durchgeführt, wobei $\beta_{\text{SWS}} \in]0, 1[$ ein Erinnerungsfaktor ist, der angibt, wie stark der Einfluss der vorangegangenen Schrittweite ist. Die Größe λ_{SWS} gewichtet den quadratischen Fehler und dessen Einfluss auf die Aktualisierung der Schrittweite. Um eine Divergenz der Schrittweite zu vermeiden, wird eine Obergrenze μ_{max} eingeführt. Die Untergrenze μ_{min} soll zu kleine Schrittweiten und ein dadurch hervorgerufenen Festfahren der Adaption des NLMS-Algorithmus verhindern. Die Schrittweite wird unter

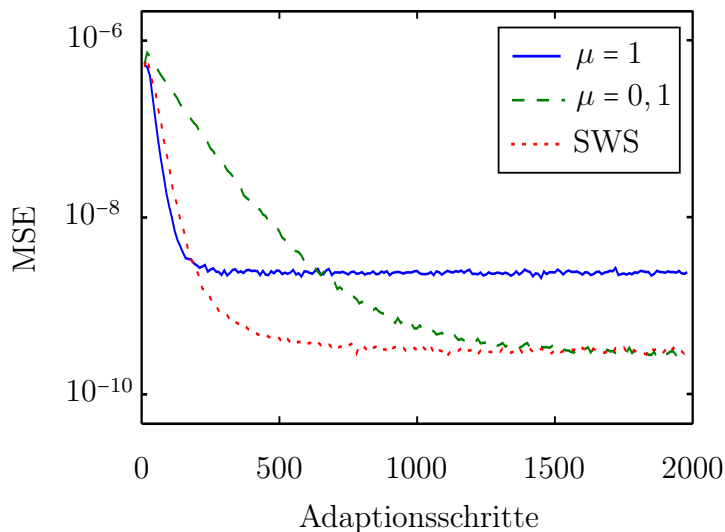


Abbildung 5.9: Drei Beispiele für Lernkurven des NLMS-Algorithmus bei festen Schrittweiten $\mu = 1$ und $\mu = 0,1$ und bei Einsatz der Schrittweitensteuerung nach Kwong.

Berücksichtigung dieser beiden Größen durch

$$\mu(k+1) = \begin{cases} \mu_{\max}, & \text{falls } \mu'(k+1) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, & \text{falls } \mu'(k+1) < \mu_{\min} \\ \mu'(k+1) & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.32)$$

bestimmt. Abbildung 5.9 zeigt beispielhaft den Verlauf des mittleren quadratischen Fehlers, im Englischen *mean square error* (MSE), des NLMS-Adaptionsvorgangs in einem amplitudenmodulierten System mit Direktempfang. Gezeigt werden die sogenannten Lernkurven für die beiden festen Schrittweiten $\mu = 1$ und $\mu = 0,1$ und bei Verwendung der SWS von Kwong et al.

Die SWS kann für die Anwendung in der Filterstruktur mit vier FIR-Filtern (siehe Abbildung 5.6) angepasst werden. Aufgrund der unterschiedlichen Fehler $e_x(k)$ und $e_y(k)$ der beiden Ausgänge ist bei der Schrittweite in Gleichung (5.23) eine Unterscheidung zwischen μ_x und μ_y durchzuführen. Geeignete Werte für β_{SWS} und λ_{SWS} für die SWS in Systemen mit Direktempfang bzw. PPD-Empfang sind in Anhang E aufgeführt. Ein Nachteil des hier genannten SWS-Verfahrens ist die Abhängigkeit der optimalen Einstellungen von der Signalleistung im Entzerrer, was eine entsprechende Anpassung der beiden Größen β_{SWS} und λ_{SWS} erforderlich macht.

5.2.5 Untersuchungen des NLMS-Verfahrens in amplitudenmodulierten Systemen

Das in den vorangegangenen Abschnitten erläuterte NLMS-Verfahren für einzelne FIR-Filter und für die Filterstruktur bestehend aus vier FIR-Filtern soll im Folgenden mithilfe von Computersimulationen für die Anwendung in amplitudenmodulierten Übertragungssystemen untersucht und angepasst werden. Zunächst soll die Verwendung eines einzelnen Filters in einem direkt detektierenden System betrachtet werden. Im Anschluss werden die Untersuchungen erweitert auf ein System mit PPD-Empfang. Da die Daten hierbei nicht im Polarisationsmultiplex (PDM) übertragen werden, beschränkt sich der Entzerrer auf ein Paar der vier Filter der in Abbildung 5.6 gezeigten Struktur. Es erfolgt ein Vergleich mit den Ergebnissen des Entscheidungsverfahrens, das in Kapitel 4.1 vorgestellt und für direkt detektierende Systeme angepasst wurde. Des Weiteren wird die Filterstruktur für die Verwendung in einem PDM-System optimiert, wobei die Filter-Struktur mit vier Filtern zum Einsatz kommt. Abschließend werden die Ergebnisse mit denen des MLSE-Verfahrens für PDM-Systeme verglichen.

Tabelle 5.1: Simulationsparameter der Untersuchung des NLMS-Verfahrens in amplitudenmodulierten Systemen

Parameter	Wert
Modulationsformat	NRZ-OOK
Symbolrate R_S	40 GBd/s
Bitrate R_{Bit}	40 Gbit/s
Maximale Signalleistung	1 mW
OSNR	17 dB
Bandbreite elektrisches Filter B_{el}	$0,75 \cdot R_S$
Bandbreite optisches Filter B_{opt}	$2,5 \cdot R_S$
PRBS-Länge für BER-Messung	2^{13}
Plättchenzahl des Fasermodells	20
Faserrealisierungen pro Messpunkt	1100
Ausfallkriterium	$BER \geq 10^{-3}$
rel. Abtastverhältnis $M = R_{\text{Abt}}/R_S$	1,2
Filterlänge N	3,5,7 bzw. 6,10,14
Quantisierung Q	4,5,6,8

NLMS in direkt detektierenden Systemen

Zur Untersuchung des NLMS-Verfahrens in einem direkt detektierenden, amplitudenmodulierten Übertragungssystem (*on-off keying* (OOK)) werden, wie bereits bei den Untersuchungen in Kapitel 4, Systemausfallwahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Parametervariationen mithilfe von Computersimulationen bestimmt. Der Systemaufbau ist in Abbildung 4.1 zu sehen. Die Bitrate des Systems beträgt $R_{\text{Bit}} = 40 \text{ Gbit/s}$. Das optische Bandpass-Filter hat eine gaußförmige Übertragungsfunktion. Als elektrisches Tiefpass-Filter wird ein Besselfilter fünfter Ordnung verwendet. Die Untersuchungen erfolgen für unterschiedliche Abtastraten R_{Abt} . Prinzipiell ist eine analoge Realisierung von FIR-Filtern möglich [79]. Allerdings entsprechen Implementierungen der Algorithmen in Form von digitalen Schaltungen dem Stand der Technik, weshalb die Signale auch hier einer Analog-Digital-Wandlung mit 2^Q Quantisierungsstufen unterzogen werden. Bei der Verarbeitung der Signale NLMS-basierter Entzerrer werden verschiedene Filterlängen N betrachtet. Die Filterlängen sind dabei ganzzahlige Vielfache des relativen Abtastverhältnisses $M = R_{\text{Abt}}/R_{\text{Bit}}$, so dass eine Realisierung als mehrphasiges Filter möglich ist. Die verwendeten Simulationsparameter sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 5.10 zu sehen. Die Kurven in Abbildung 5.10a zeigen die Ausfallwahrscheinlichkeiten für die relativen Abtastverhältnisse $M = 1$ und $M = 2$. Zusätzlich werden die Filterlängen N derart variiert, so dass das Filter in der Lage ist, neben dem zu entzerrenden Symbol die Werte der 2, 4 bzw. 6 Nachbarsymbole zu speichern. Die Filterlängen sind dementsprechend $N = 3$, $N = 5$ und $N = 7$ bei einer Abtastung im Symboltakt ($M = 1$) bzw. $N = 6$, $N = 10$ und $N = 14$ bei einer Überabtastung mit $M = 2$. Eine weitere Erhöhung der Abtastrate ist nicht sinnvoll: Die Leistung von Entzerrern kann dadurch zwar noch leicht gesteigert werden [14], allerdings wäre dafür ein unverhältnismäßig größerer Rechenaufwand in Kauf zu nehmen. Die Signalwerte werden in diesem ersten Schritt nicht quantisiert, so dass die hier gezeigten Kurven ideale Ergebnisse liefern, die im nächsten Schritt als Referenz für die Untersuchung der Quantisierung Q verwendet werden. Der Entzerrer ist zwar in der Lage die Ausfallwahrscheinlichkeiten um den Faktor 20 zu verbessern, kann diese jedoch nicht unter die von Systembetreibern geforderte Grenze von 10^{-6} absenken. Weder die Variation der Abtastrate noch die Erhöhung der Anzahl Filterkoeffizienten hat einen wesentlichen Einfluss auf die Leistung des Entzerrers. Dieses Verhalten ist zurückzuführen auf die Direktdetektion, bei der die Phaseninformation des Signals verloren geht. Zudem erhalten lineare Störungen wie PMD durch die Quadratbildung des Photostromes nichtlinearen Charakter. Abbildung 5.10b zeigt das Verhalten bei quantisierten Signalwerten am Beispiel $M = 2$ und $N = 6$. Erwartungsgemäß verschlechtert sich die

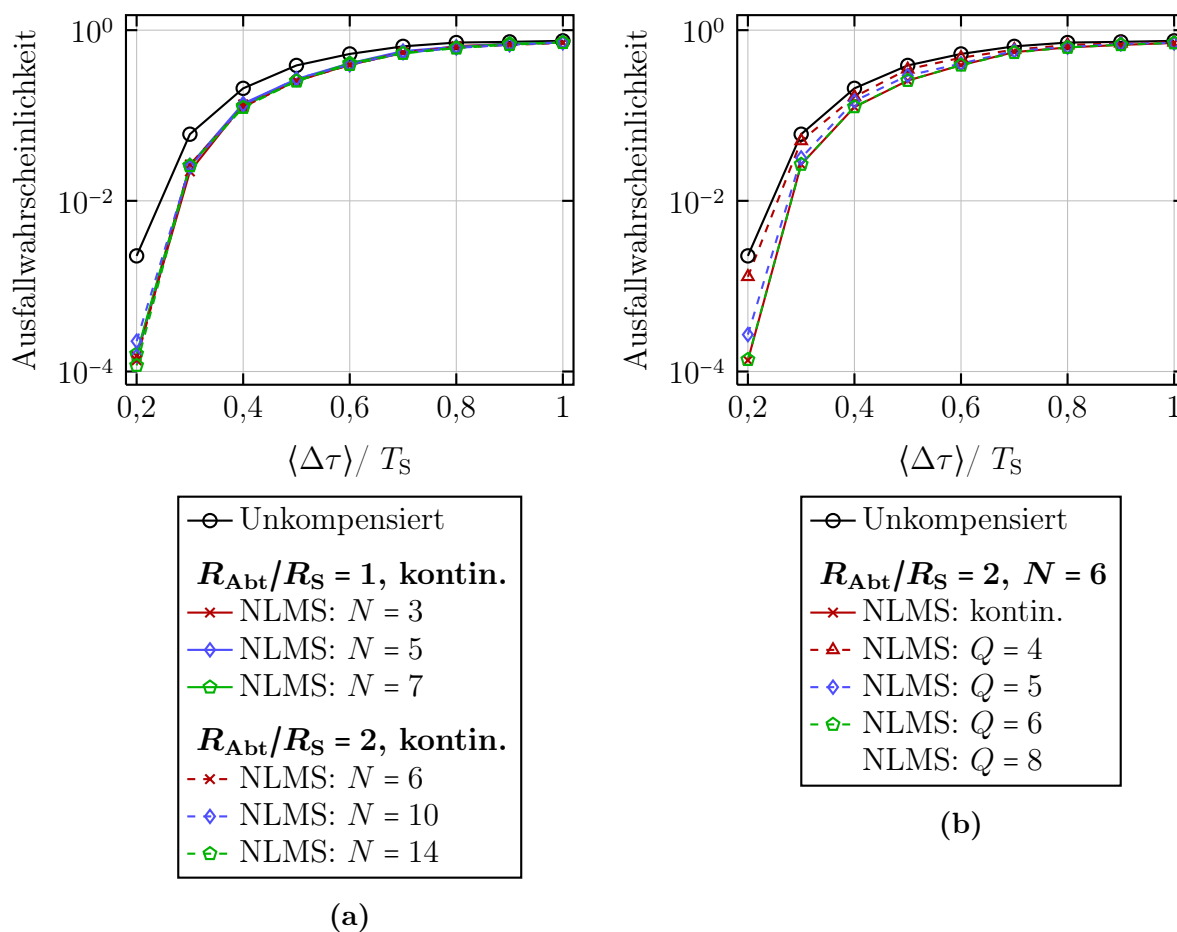


Abbildung 5.10: Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Entzerrung mit dem NLMS-Verfahren für die relativen Abtastverhältnisse $M = 1$ und $M = 2$ bei unterschiedlichen Filterlängen N und Quantisierungen Q in einem amplitudenmodulierten Übertragungssystem mit Direktempfang. Das relative Abtastverhältnis und die Filterlänge haben einen geringen Einfluss auf das Ergebnis.

Leistung mit geringer werdender Anzahl an Quantisierungsstufen. Mit $Q = 3$ kann keine Verbesserung der Ausfallwahrscheinlichkeit erzielt werden, weshalb die Ergebnisse hier nicht dargestellt sind. Ab $Q = 6$ unterscheidet sich die Leistung des Entzerrers nicht von der des bestmöglichen Ergebnisses aus Abbildung 5.10a. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass FIR-Filter nicht in der Lage sind, die Ausfälle von direkt detektierenden optischen Übertragungssystemen in ausreichendem Maße zu reduzieren. Sollen sie dennoch zu diesem Zwecke eingesetzt werden, so sind eine Abtastung im Symboltakt ($M = 1$), eine Filterlänge von $N = 3$ und eine Quantisierung von $Q = 6$ empfehlenswerte Einstellungen.

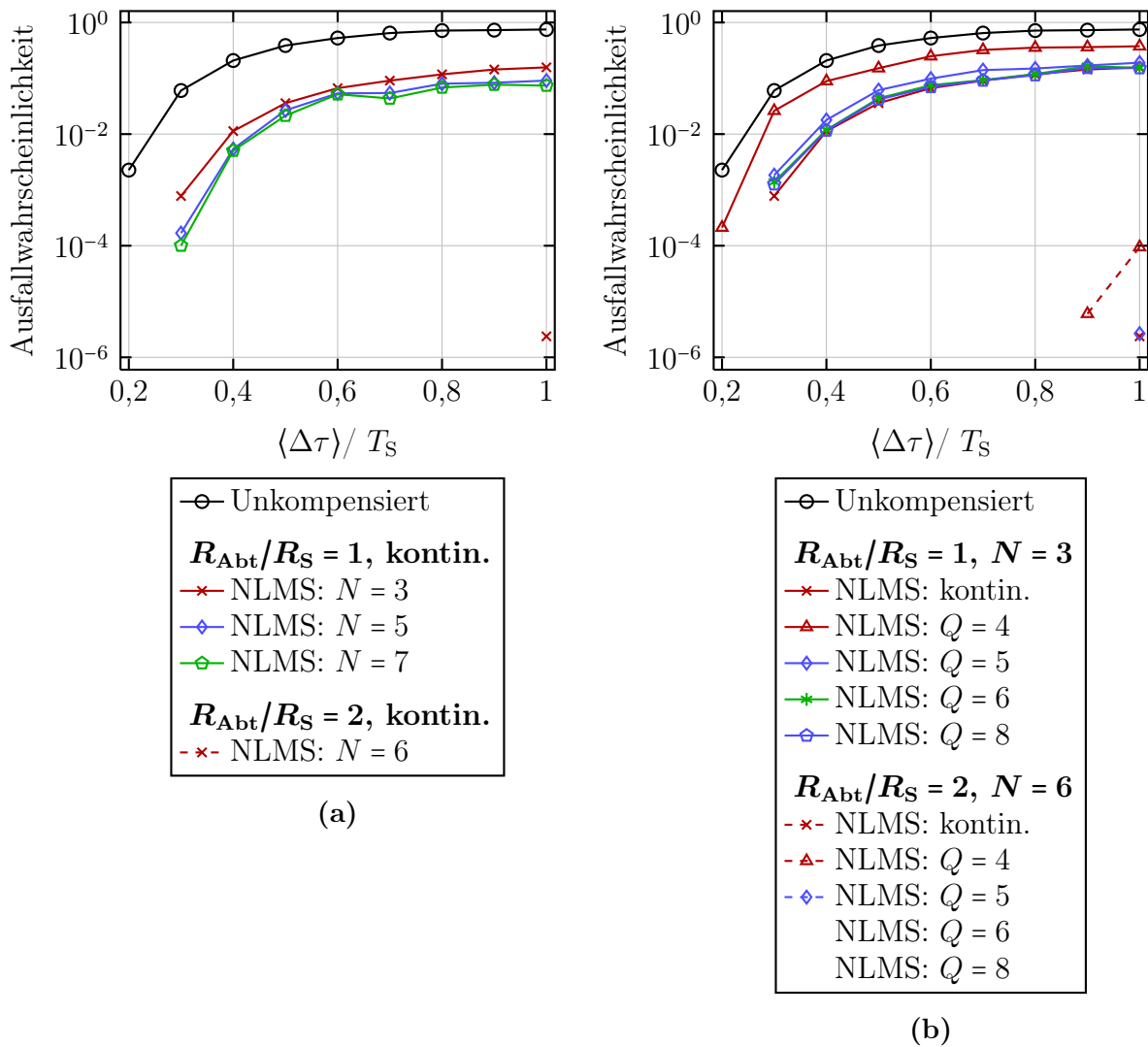


Abbildung 5.11: Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Entzerrung mit dem NLMS-Verfahren für die relativen Abtastverhältnisse $M = 1$ und $M = 2$ bei unterschiedlichen Filterlängen N und Quantisierungen Q in einem amplitudenmodulierten Übertragungssystem mit kohärentem Empfang (PPD-Empfänger). Die Abtastung mit $M = 2$ ist der Abtastung im Symboltakt ($M = 1$) deutlich überlegen.

NLMS in Systemen mit Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang

Im Folgenden soll an Stelle des zuvor verwendeten Direktempfangs eine kohärente Detektion mittels PPD-Empfänger erfolgen. Die beiden komplexwertigen Ausgangssignale des Empfängers werden mithilfe der in Abschnitt 5.2.2 eingeführten Filterstruktur entzerrt. Da hierbei kein PDM zum Einsatz kommt, ist nur ein Informationskanal wiederherzustellen. Aus diesem Grund wird bei der Entzerrung nur eines der Filterpaare aus Abbildung 5.6 verwendet. Das Rauschen der optischen Verstärker wird auch beim kohä-

renten Empfang als dominierende Rauschquelle angenommen. Das Phasenrauschen des Sendelasers und des Lokaloszillators werden bei den Untersuchungen nicht berücksichtigt, da ihr Einfluss bei hohen Bitraten und kleinen Laserbandbreiten vernachlässigbar ist. Die Simulationsparameter bleiben unverändert (Tabelle 5.1).

Abbildung 5.11a zeigt die Ausfallwahrscheinlichkeiten bei den relativen Abtastverhältnissen $M = 1$ und $M = 2$ bei verschiedenen Filterlängen N . Die Signalwerte sind nicht quantisiert. Bereits bei $M = 1$ zeigt sich eine deutliche Verringerung der Systemausfälle, so dass für alle untersuchten Filterlängen bis $\langle \Delta\tau \rangle = 0,2 \cdot T_{\text{Bit}}$ eine ausfallfreie Übertragung möglich ist. Die Leistungssteigerung durch die Erhöhung der Filterlänge wird beim Vergleich der Kurven mit $N = 3$ und $N = 5$ deutlich. Wird das relative Abtastverhältnis auf $M = 2$ gesetzt, sinken die Ausfallwahrscheinlichkeiten, so dass mit $N = 6$ für $\langle \Delta\tau \rangle < T_S$ keine Ausfälle zu verzeichnen sind. Die Einstellungen $N = 10$ und $N = 14$ ermöglichen eine ausfallfreie Übertragung im gesamten dargestellten Bereich. Die Kurven in Abbildung 5.11b zeigen die Abhängigkeit der Systemausfälle von der Quantisierung Q am Beispiel eines Equalizers mit $N = 3$ Filterkoeffizienten bei $M = 1$ und $N = 6$ Koeffizienten bei $M = 2$. Für das relative Abtastverhältnis $M = 1$ werden die Ausfallwahrscheinlichkeiten mit zunehmendem Q geringer und zeigen für $Q = 6$ und $Q = 8$ weitgehende Übereinstimmung mit dem optimalen Zustand. Ein ähnliches Verhalten zeigt sich, wie zu erwarten, auch für die Kurven mit $M = 2$.

Für eine Operation im PMD-behafteten Übertragungssystem ist folglich eine Abtastung mit $M = 2$ bei einer Auflösung des Analog-Digital-Wandlers von $Q = 5$ empfehlenswert. Um eine ausfallfreie Operation bei mittleren DGD-Werten von unterhalb einer Symboldauer gewährleisten zu können, sollte zusätzlich die Filterlänge auf $N = 6$ oder größer gesetzt werden.

Vergleich von NLMS und MLSE

Nun soll die Leistungsfähigkeit des NLMS-Verfahrens nach direktem und nach kohärentem Empfang mit der des MLSE-Verfahrens nach direktem Empfang aus dem vorangegangenen Kapitel verglichen werden. Abbildung 5.12 zeigt jeweils zwei Ausfallkurven dieser drei genannten Konstellationen mit $Q = 4$ und $Q = 8$. Für das NLMS-Verfahren wird die Filterlänge $N = 3$ und das relative Abtastverhältnis $M = 1$ betrachtet. Das MLSE-Verfahren arbeitet mit einem Gedächtnis von $G = 2$, was mit der Filterlänge von $N = 3$ vergleichbar ist, und wird ebenfalls mit $M = 1$ abgetastet. Erwartungsgemäß schneidet das NLMS-Verfahren nach direktem Empfang am schlechtesten ab. Das NLMS-Verfahren nach kohärentem Empfang und das MLSE-Verfahren nach direktem Empfang zeigen in den dargestellten Kurven vergleichbare Leistung. Die Leistungsfähigkeit des NLMS-Verfahrens kann durch Vergrößern der Abtastrate deutlich erhöht

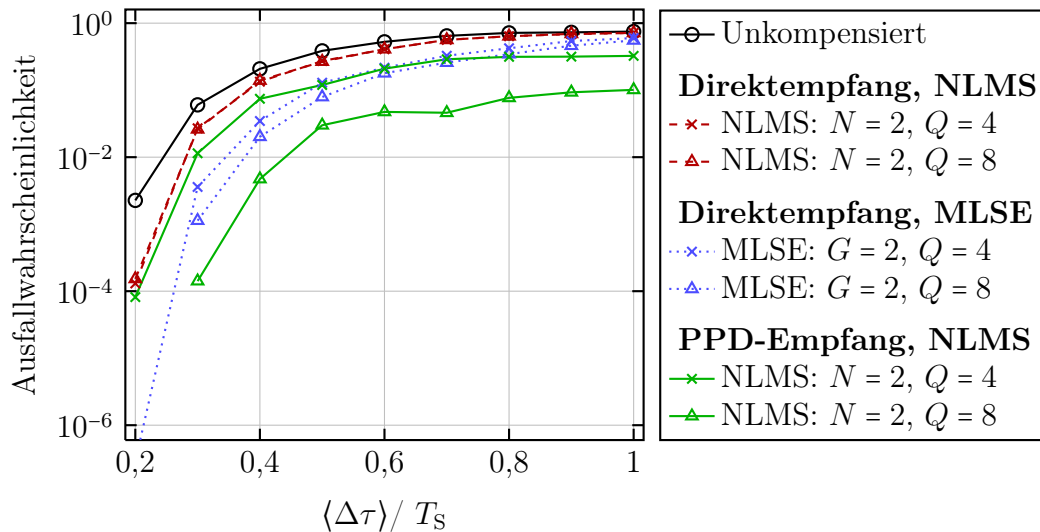


Abbildung 5.12: Vergleich der Ausfallwahrscheinlichkeiten der Verfahren MLSE und NLMS in amplitudenmodulierten Systemen

werden. Der Grund dafür ist, dass das adaptiv eingestellte Filter in diesem Fall einer Kombination aus Optimalfilter und Symboltaktentzerrer entspricht, was einen optimalen Empfang ermöglicht [80]. Bei Abtastung im Symboltakt gilt dies nicht. Beim MLSE-Verfahren würde ein Erhöhen der Abtastrate in erster Linie die Toleranz gegenüber einer ungünstigen Wahl des Abtastzeitpunktes vergrößern. In den Simulationen wurde der Abtastzeitpunkt daher stets optimal gewählt.

NLMS in Systemen mit Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang und Polarisationsmultiplex

In den folgenden Untersuchungen wird das zuletzt betrachtete System mit PPD-Empfänger erweitert, so dass die Übertragung amplitudenmodulierter Signale auf zwei orthogonalen Polarisierungen (PDM) möglich ist. Das System ist in Abbildung 5.5 gezeigt. Auf beiden Polarisierungen wird ein amplitudenmoduliertes Signal mit 50 Gbit/s übertragen, so dass das System mit $R_{\text{Bit}} = 100$ Gbit/s arbeitet. Die Bitraten der einzelnen Polarisationskanäle können hierbei als Symbolrate $R_S = 50$ GBaud/s des Systems verstanden werden. Abgesehen von der Bit- und der Symbolrate werden die Simulationsparameter aus Tabelle 5.1 verwendet.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit bei Variation der Filterlänge N für die relativen Abtastverhältnisse $M = 1$ und $M = 2$ sind in Abbildung 5.13a gezeigt. Aufgrund der Übersprechens zwischen den zwei Polarisierungen ist eine Detektion ohne zusätzliche Polarisierungstrennung nicht möglich, weshalb die Ausfallwahrscheinlichkeit ohne Kom-

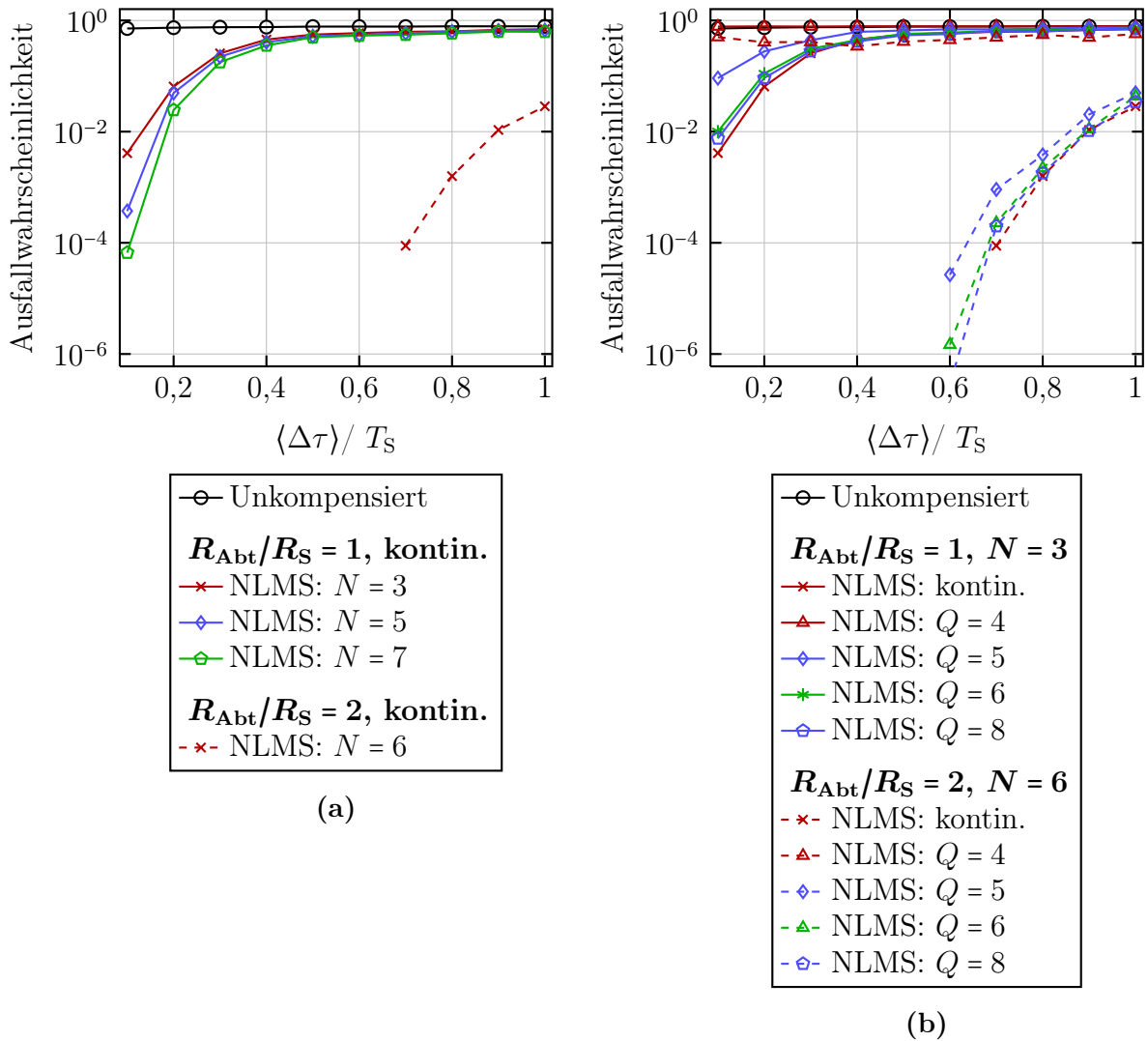


Abbildung 5.13: Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Entzerrung mit dem NLMS-Verfahren für die Tastverhältnisse $M = 1$ und $M = 2$ bei unterschiedlichen Filterlängen N und Quantisierungen Q in einem amplitudenmodulierten Übertragungssystem mit PDM und PPD-Empfang.

pensation auch für kleine Werte $\langle \Delta\tau \rangle$ gegen eins geht. Mit dem relativen Abtastverhältnis $M = 1$ kann bereits eine deutliche Verbesserung der Ausfallwahrscheinlichkeiten erzielt werden. Eine ausfallfreie Operation kann mit keiner der untersuchten Filterlängen erreicht werden. Ähnlich zum System ohne PDM bringt die Erhöhung des Abtastverhältnisses auf $M = 2$ eine deutlich Leistungssteigerung. Bei der Filterlänge $N = 6$ für $\langle \Delta\tau \rangle < 0,7 \cdot T_{\text{Bit}}$ sind keine Ausfälle zu verzeichnen, mit $N = 10$ und $N = 14$ ist eine ausfallfreie Operation im gesamten betrachteten Bereich möglich. Abbildung 5.13b zeigt die Wahrscheinlichkeit für Systemausfälle in Abhängigkeit der Quantisierung Q am Beispiel der Filterlänge $N = 3$ für $M = 1$ bzw. $N = 6$ für $M = 2$. Wie im System mit einem Polarisationskanal nimmt die Leistung mit steigender Anzahl der Quanti-

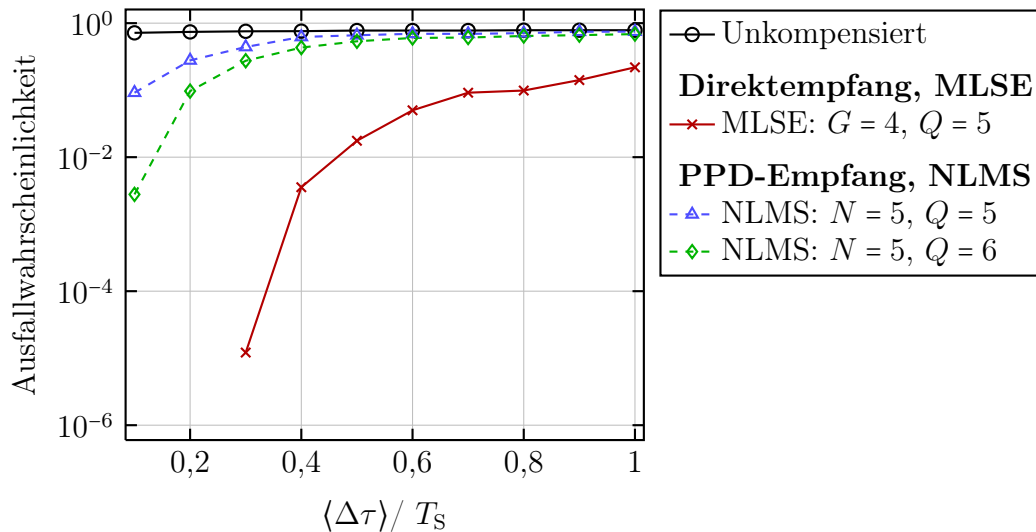


Abbildung 5.14: Vergleich der Ausfallwahrscheinlichkeiten der Verfahren MLSE und NLMS in amplitudenmodulierten Systemen mit Polarisationsmultiplex (PDM)

sierungsstufen zu und erreicht mit $Q = 8$ annähernd die Leistung des Entzerrers, der ohne Quantisierung des Signals arbeitet.

Hier können ähnliche Empfehlungen wie für das System ohne Polarisationsmultiplex (PDM) ausgesprochen werden: Eine Abtastung mit $M = 2$ bei einer Auflösung des Analog-Digital-Wandlers von $Q = 5$ sind ratsam. Die zusätzlichen, durch PDM induzierten Einbußen können durch die Wahl längerer Filter ausgeglichen werden. Um eine ausfallfreie Operation bei mittleren DGD-Werten von bis zu einer Symboldauer T_s gewährleisten zu können, sollte die Filterlänge auf $N = 10$ gesetzt werden.

Vergleich von NLMS und MLSE im System mit Polarisationsmultiplex

Der Abschnitt zur Auswertung des NLMS-Verfahrens soll mit einem kurzen Vergleich des gerade untersuchten NLMS-Verfahrens im amplitudenmodulierten PDM-System mit PPD mit dem MLSE-Verfahren nach Direktdetektion in PDM-Systemen abschließen. Abbildung 5.14 zeigt zwei Kurven des NLMS-Verfahrens mit einer Filterlänge von $N = 5$ bei Quantisierungen von $Q = 5$ und $Q = 6$. Im Vergleich dazu ist die Kurve für das MLSE-Verfahren im PDM-System bei der Quantisierung $Q = 5$ und einem Gedächtnis von $G = 4$ aufgetragen. Dieses Verfahren wurde nur für $M = 1$ untersucht. Das MLSE-Verfahren schneidet bei diesem relativen Abtastverhältnis deutlich besser ab als das NLMS-Verfahren. Dies kann durch die zweistufige Kompensation des erweiterten MLSE-Verfahrens erklärt werden: Im ersten Schritt sorgt eine Polarisationskontrolle für die bestmögliche Trennung der beiden Polarisationskanäle, im zweiten Schritt

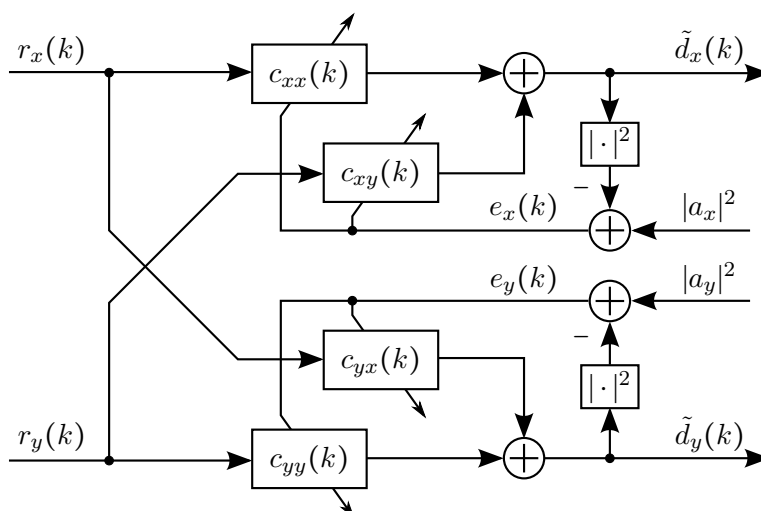


Abbildung 5.15: Filter-Struktur des CMA-Algorithmus zur Kompensation der PMD nach einem Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfänger

wird die Entscheidung mit dem eigentlichen MLSE durchgeführt. Im Falle des NLMS-Verfahrens werden diese beiden Aufgaben in einem Schritt bewältigt, was das Verfahren bei $M = 1$ nicht leisten kann. Durch Erhöhen des relativen Abtastverhältnisses bei gleicher Filterlänge kann allerdings eine derartige Verbesserung erzielt werden, dass das NLMS-Verfahren im untersuchten Bereich ausfallfrei arbeitet.

5.3 Constant Modulus Algorithmus

Der Nachteil des LMS/NLMS-Algorithmus ist die Notwendigkeit einer dem Empfänger bekannten Trainingssequenz, die in regelmäßigen Abständen übertragen werden muss. Dadurch entsteht zum einen ein zusätzliches Datenaufkommen und zum anderen muss die Trainingssequenz in der Übertragungsrahmenstruktur berücksichtigt werden. Aus diesen Gründen sind blind adaptierende Algorithmen von Interesse, von denen im Rahmen dieser Arbeit das CMA-Verfahren untersucht wird. Die Beschreibung des Verfahrens erfolgt zunächst am Beispiel eines einfachen FIR-Filters, wie es bereits bei der Einführung des LMS-Algorithmus erfolgt ist. Daraufhin wird das Prinzip für die Anwendung nach einem PPD-Empfänger erweitert, anschließend werden Besonderheiten des Verfahrens diskutiert. Das Kapitel schließt ab mit der Untersuchung und Optimierung des Verfahrens für phasenmodulierte Signale, parallel dazu erfolgt ein Vergleich mit dem NLMS-Verfahren.

5.3.1 CMA-Verfahren für ein einfaches FIR-Filter

Beim CMA-Verfahren handelt es sich um eine mögliche Realisierung des Godard-Algorithmus, der nach seinem Erfinder Dominique N. Godard benannt ist. Dieses Adaptionsverfahren für lineare Filter nutzt aus, dass der Betrag der Hüllkurve phasenmodulierter Signale als konstant angenommen werden kann. Für ein einfaches Filter, wie es in Abbildung 5.1 zu sehen ist, kann die Adaptionsvorschrift des Gradientenverfahrens (siehe Gleichung (5.15)) verwendet werden. Der Momentanfehler ist bei diesem Verfahren über $e(k) = (a^2 - |\tilde{d}(k)|)^2$ festgelegt, wobei a der als konstant angenommene Betrag der Hüllkurve ist. Die Kostenfunktion des CMA-Verfahrens lautet dementsprechend [69, 81]

$$J = E \left\{ (a^2 - |\tilde{d}(k)|)^2 \right\}. \quad (5.33)$$

Wie bereits beim LMS-Algorithmus wird der Gradient der Kostenfunktion durch den Gradient ihres Momentanwertes geschätzt. Der Gradient der geschätzten Kostenfunktion kann mithilfe von [82] bestimmt werden und lautet

$$\nabla_{\tilde{c}} \{ \tilde{J}(\tilde{c}) \} = -4e(k)\tilde{d}(k)\tilde{r}^*(k). \quad (5.34)$$

Die Adaptionsgleichung lautet somit

$$\tilde{c}(k+1) = \tilde{c}(k) + \mu \cdot e(k)\tilde{d}(k)\tilde{r}^*(k) \quad (5.35)$$

mit der Schrittweite μ . Gleichung (5.33) liefert N stark nichtlineare Gleichungen, deren Lösungen neben den optimalen Filterkoeffizienten (globale Minima) auch lokale Minima enthalten. Bei der Adaption kann der Algorithmus zu lokalen Minima konvergieren. Durch die Wahl einer ausreichend großen Schrittweite μ und langer Trainingssequenzen wird begünstigt, dass im Laufe des Konvergenzprozesses die lokalen Minima wieder verlassen werden und letztendlich die optimale Lösung gefunden wird [83].

5.3.2 CMA nach Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang

Um das CMA-Verfahren nach einem PPD-Empfänger einsetzen zu können, ist eine Erweiterung auf die in Abbildung 5.15 gezeigte Struktur erforderlich. Eine ausführliche Herleitung der vier Adaptionsgleichungen erfolgt in Anhang D.2. Die Gleichungen lauten

$$\tilde{c}_{pq}(k+1) = \tilde{c}_{pq}(k) + \mu \cdot e_p(k)\tilde{d}_p(k)\tilde{r}_q^*(k) \quad \text{mit } p, q \in \{x, y\}. \quad (5.36)$$

Hierbei ist der Fehler durch

$$e_p(k) = (a_p^2 - |\tilde{d}_p(k)|)^2 \quad \text{mit } p \in \{x, y\} \quad (5.37)$$

gegeben.

Normierung des CMA-Verfahrens

Es ist wünschenswert in Analogie zum NLMS-Verfahren eine Normierung des Algorithmus durchzuführen, um die Schrittweite μ intuitiver wählen zu können. In [84] werden verschiedene Normierungen vorgeschlagen und untersucht. Unter anderem wird eine Normierung mittels Division durch die Signalenergie, wie beim NLMS-Verfahren, genannt. Des Weiteren werden eine Normierung mittels Division durch das Quadrat der Signalenergie und noch weitere, wesentlich rechenaufwändigere Ansätze zur Normierung aufgeführt. Diese Ansätze bringen allesamt den Nachteil mit sich, trotz Normierung keinen eindeutigen Bereich für μ angeben zu können, in dem eine stabile Operation des CMA möglich ist. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit auf Normierung des Algorithmus verzichtet.

Fractionally Spaced Equalizer

Das bereits im letzten Abschnitt eingeführte Prinzip des FSE kann vollständig auf den CMA übertragen werden. Der FSE mit einem relativen Abtastverhältnis von $M = 2$ hat sich bei den vorangegangenen Untersuchungen zum NLMS-Verfahren als besonders leistungsstark gezeigt. Aus diesem Grund beschränken sich die Untersuchungen in diesem Abschnitt auf das relative Abtastverhältnis $M = 2$. Die Reduktion des relativen Abtastverhältnisses auf $M = 1$ vor dem Entscheider erfolgt durch die Realisierung der Entzerrer als mehrphasige Filter.

Steuerung der Schrittweite

Im vorangegangenen Abschnitt zum NLMS-Verfahren und in Anhang E werden die Möglichkeiten zur Steuerung der Schrittweite während der Adaption dieses Verfahrens besprochen. Da das CMA-Verfahren im Gegensatz zum NLMS-Verfahren viele nicht optimale Lösungen besitzt (lokale Minima), ist die Wahl der Schrittweite hier anspruchsvoller: Eine zu geringe Schrittweite hat das 'Festfahren' der Filterkoeffizienten in den lokalen Minima zur Folge. Diese untere Grenze für μ muss dabei berücksichtigt werden. In [53] wird gezeigt, dass der Einsatz der durch Gleichung (5.31) beschriebenen Schrittweitensteuerung grundsätzlich auch auf das CMA-Verfahren angewendet werden kann.

5.3.3 Initialisierung des CMA-Verfahrens

Im Gegensatz zum NLMS-Verfahren ist die Initialisierung der Filterkoeffizienten des CMA-Verfahrens nicht trivial. Eine Initialisierung mit dem Nullvektor ist nicht möglich,

da dabei der Ausgang des Filters $\tilde{d}_p(k)$ zu Null wird und eine Adaption der Koeffizienten nicht stattfindet. Es existieren verschiedene Ansätze, die im Rahmen der Arbeit betrachtet und im Folgenden kurz erläutert werden.

Initialisierung mit Eins

Die einfachste Methode, neben der Initialisierung mit dem Nullvektor, ist die Initialisierung mit dem Wert Eins. Ein Vorschlag hierzu ist in [85] zu finden. Hierbei werden die beiden Filter \tilde{c}_{xy} und \tilde{c}_{yx} zu Null gesetzt. Einer der mittig sitzenden Koeffizienten der Koeffizientenvektoren \tilde{c}_{xx} und \tilde{c}_{yy} wird mit Eins initialisiert, alle anderen Koeffizienten werden mit Null belegt. Die Filterkoeffizienten lauten also

$$\tilde{c}_{xx}(k) = \tilde{c}_{yy}(k) = (0; \dots; 0; 1; 0; \dots; 0)^T \quad (5.38)$$

$$\tilde{c}_{xy}(k) = \tilde{c}_{yx}(k) = (0; \dots; 0; \dots; 0)^T. \quad (5.39)$$

Bei einer solchen Initialisierung tritt in PDM-Systemen jedoch folgendes Problem auf: Durch die Verwendung der gleichen Kostenfunktion für beide Polarisierungen kann nicht sichergestellt werden, welche der beiden übertragenen Datenströme an welchem Ausgang anliegt. Das eigentliche Problem ist durch den Fall gegeben, dass beide Ausgänge den gleichen Datenstrom liefern und der zweite verloren geht. Aus diesem Grund ist diese Form der Initialisierung nicht geeignet und wird im Weiteren nicht verwendet.

Initialisierung mithilfe des CMA-Verfahrens

Das zuvor genannte Problem kann gelöst werden, indem man die Orthogonalität der beiden Polarisierungen ausnutzt. Bei gegebenen Koeffizienten

$$\tilde{c}_{xx}(k) = (c_{xx,0}(k); c_{xx,1}(k); \dots; c_{xx,N-1}(k))^T \quad (5.40)$$

$$\tilde{c}_{xy}(k) = (c_{xy,0}(k); c_{xy,1}(k); \dots; c_{xy,N-1}(k))^T \quad (5.41)$$

lauten die dazu orthogonalen Filterkoeffizienten [14, 86]

$$\tilde{c}_{yy}(k) = (c_{xx,N-1}(k); c_{xx,N-2}(k); \dots; c_{xx,0}(k))^{T*} \quad (5.42)$$

$$\tilde{c}_{yx}(k) = -(c_{xy,N-1}(k); c_{xy,N-2}(k); \dots; c_{xy,0}(k))^{T*}. \quad (5.43)$$

In [87] wird vorgeschlagen, Startwerte für die Koeffizienten \tilde{c}_{xx} und \tilde{c}_{xy} in einer Initialisierungsphase mithilfe des CMA-Algorithmus zu bestimmen. Vollständige Konvergenz ist dabei nicht notwendig: Die Idee ist, das Koeffizientenpaar in die Nähe des Optimums zu führen, um dann über die Gleichungen (5.42) und (5.43) die entsprechenden Initialwerte für die Koeffizienten \tilde{c}_{yy} und \tilde{c}_{yx} zu finden. Die dadurch bestimmten vier

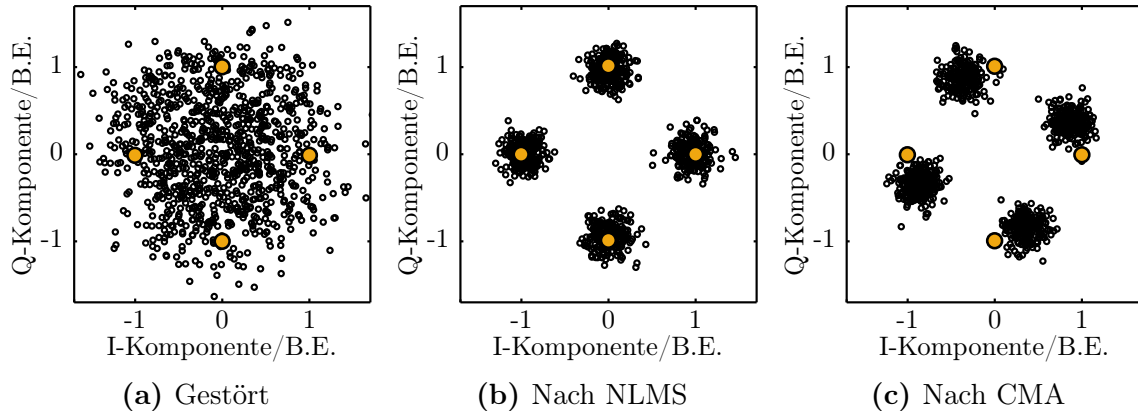


Abbildung 5.16: IQ-Diagramm der x -Polarisation eines DQPSK-modulierten Signals nach der Übertragung über eine PMD-behaftete Faser (a) und nach der zusätzlichen Entzerrung mit dem NLMS-Verfahren (b) bzw. mit dem CMA-Verfahren (c).

Koeffizientenvektoren werden nun als Startwert für die eigentliche CMA-Adaption verwendet. Durch diese Form der Initialisierung wird sichergestellt, dass die Adaption zu den jeweils orthogonalen Filterzuständen führt und die beiden Ausgänge die entsprechenden Signale liefern.

Initialisierung mithilfe des NLMS-Algorithmus

Alternativ zum zuvor beschriebenen Verfahren können die Filterkoeffizienten per NLMS-Algorithmus initialisiert werden. Dieses Verfahren liefert Initial-Koeffizienten, die sehr nahe an der optimalen Lösung liegen, wodurch das CMA-Verfahren wesentlich sicherer zum absoluten Minimum findet als mit CMA-basierter Initialisierung. Der Nachteil des Verfahrens ist eine erhöhte Komplexität was die Realisierung betrifft, da sowohl CMA als auch NLMS-Verfahren implementiert werden müssen. Zusätzlich muss hierbei während der Initialisierungsphase eine Trainingssequenz übertragen werden, was ein zusätzliches Datenaufkommen zur Folge hat.

5.3.4 Wiederherstellung der Phasenlage

Bei der Übertragung der Daten über den optischen Kanal geht die Information der absoluten Phase des Signals verloren. Bei der Detektion von phasenmodulierten Signalen wie *binary phase shift keying* (BPSK) und *quadrature phase shift keying* (QPSK) ist es notwendig, die absolute Phasenlage zu detektieren, um die gesendeten Daten zurückgewinnen zu können. Die in diesem Kapitel besprochenen Verfahren NLMS und CMA unterscheiden sich in ihrer Fähigkeit, die Phase wiederherstellen zu können, deutlich.

Dies soll an einem kurzen Beispiel erläutert werden: Abbildung 5.16a zeigt das sogenannte IQ-Diagramm (Inphase und Quadratur), also die komplexe Darstellung eines DQPSK-modulierten Signals, das über ein PMD-gestörtes System übertragen wurde. Zusätzlich ist dem Signal das Rauschen optischer Verstärker überlagert. Die vier abgesetzten Punkte zeigen die ursprünglichen Zustände am Sender. Nach der Entzerrung durch den NLMS-Entzerrer (siehe Abbildung 5.16b) sind diese vier Zustände phasenrichtig wiederhergestellt. Das kann dadurch erklärt werden, dass dem Entzerrer die ursprünglichen Zustände in Form einer Trainingssequenz bekannt sind, und die komplexwertigen Filterkoeffizienten auch die Phasendrehung korrigieren. Abbildung 5.16c zeigt das IQ-Diagramm nach der Entzerrung durch den CMA. Die vier Zustände werden zwar wiederhergestellt, aufgrund der fehlenden Phasenreferenz sind die wiederhergestellten Signalpunkte mit einer unbekanntem Phasendrehung behaftet. Es existieren verschiedene Verfahren zur Phasenschätzung, mithilfe derer dieser Phasenversatz bestimmt werden kann [88]. Bei Verwendung differentieller Phasenmodulationsformate wie *differential binary phase shift keying* (DBPSK) und DQPSK kann auf aufwändige Phasenschätzung verzichtet werden, da nur die Phasendifferenz von Interesse ist. Aus diesem Grund beschränken sich die Untersuchung und Optimierung der hier vorgestellten Entzerrer auf Systeme mit DQPSK-Modulation. Auf eine zusätzliche Untersuchung von Systemen mit DBPSK-Modulation wird zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet. Zudem ist eine ähnliche Leistung der Entzerrer für die beiden differentiellen Modulationsformate zu erwarten.

5.3.5 Untersuchungen in phasenmodulierten Systemen

In diesem Abschnitt soll die Leistungsfähigkeit der beiden Verfahren CMA und NLMS in PMD-gestörten PDM-DQPSK-Systemen (siehe hierzu Abbildung 5.5) anhand von Systemausfallwahrscheinlichkeiten untersucht und verglichen werden. Das verwendete System arbeitet mit einer Datenrate von $R_{\text{Bit}} = 100 \text{ Gbit/s}$, was durch zwei DQPSK-modulierte Polarisationskanäle mit je $R_S = 25 \text{ GBd/s}$ realisiert wird. Die Signale sind jeweils mit *non-return-to-zero* (NRZ) kodiert. Da sich bei den Untersuchungen in amplitudenmodulierten Systemen das relative Abtastverhältnis $M = 2$ als sinnvolle Einstellung erwiesen hat, wird diese Einstellung für alle kommenden Untersuchungen verwendet. In diesen wird eine Variation der Filterlänge N und der Quantisierung Q vorgenommen. Zur Generierung des Plättchenmodells der Faser wird *importance sampling* eingesetzt. Die verwendeten Simulationsparameter sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Das Phasenrauschen des Sendelasers und des Lokaloszillators werden bei den Betrachtungen nicht berücksichtigt. Tabelle 5.3 zeigt die in den verschiedenen Verfahren verwendeten Schrittweiten und Adaptionsschritte. Die Einstellung wird so gewählt, dass eine voll-

Tabelle 5.2: Simulationsparameter zur Untersuchung des CMA- und NLMS-Verfahrens in PDM-DQPSK Systemen

Parameter	Wert
Modulationsformat	PDM-NRZ-DQPSK
Symbolrate R_S	25 GBd/s
Bitrate R_{Bit}	100 Gbit/s
Maximale Signalleistung	1 mW
OSNR	17 dB
Bandbreite elektrisches Filter B_{el}	$0,75 \cdot R_S$
Bandbreite optisches Filter B_{opt}	$2,5 \cdot R_S$
PRBS-Länge für BER-Messung	2^{13}
Plättchenzahl des Fasermodells	20
Faserrealisierungen pro Messpunkt	1100
Ausfallkriterium	$BER \geq 10^{-3}$
relatives Abtastverhältnis $M = R_{\text{Abt}}/R_S$	2
Filterlänge N	6,10,14
Quantisierung Q	4,5,6,8

ständige Konvergenz der Filterkoeffizienten gewährleistet ist.

Abbildung 5.17 zeigt die Ausfallkurven für den CMA mit CMA-Initialisierung bzw. NLMS-Initialisierung und für das NLMS-Verfahren bei den unterschiedlichen Filterlängen $N = 6$, $N = 10$ und $N = 14$. Die Signale sind nicht quantisiert. Am besten schneiden hierbei das NLMS-Verfahren und der CMA mit NLMS-Initialisierung ab. Die Leistung der beiden Verfahren unterscheidet sich für alle betrachteten Filterlängen nur gering. Betrachtet man die Kurven bei der Filterlänge $N = 10$, so arbeitet das System für $\langle \Delta\tau \rangle < 1,3 \cdot T_S$ unterhalb der von Systembetreibern geforderten Ausfallwahrscheinlichkeit von etwa 10^{-6} . Die Leistung des CMA mit CMA-Initialisierung schneidet weniger gut ab. Bei der genannten Filterlänge von $N = 10$ unterschreitet das letztgenannte Verfahren für $\langle \Delta\tau \rangle < 0,8 \cdot T_S$ die Ausfallrate von 10^{-6} .

Die Überlegenheit des NLMS-Algorithmus gegenüber dem CMA ohne NLMS-Initialisierung wurde bereits in [89,90] festgestellt. Der Unterschied in der Leistungsfähigkeit kann folgendermaßen erklärt werden: Die Kostenfunktion des NLMS-Algorithmus hat genau ein Minimum, zu der die Filterkoeffizienten immer konvergieren. Die Minimierung der Kostenfunktion des CMA führt zu einem hoch nichtlinearen Gleichungssystem, das eine Vielzahl von Lösungen liefert. Damit der Algorithmus möglichst nicht

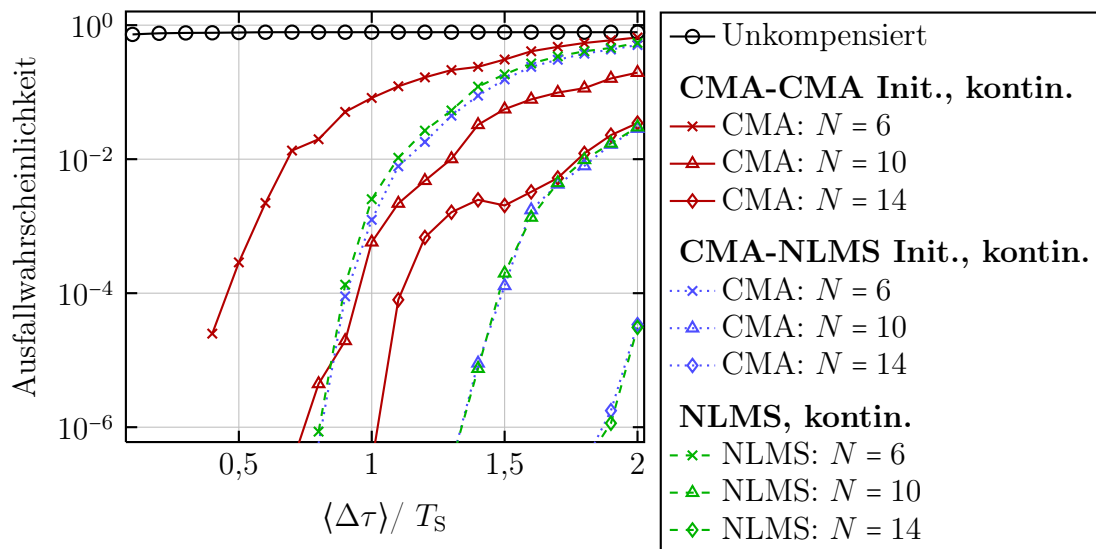


Abbildung 5.17: Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Entzerrung mit dem NLMS-Verfahren und dem CMA-Verfahren in Übertragungssystemen mit DQPSK-Modulation, PDM und PPD-Empfang für verschiedene Filterlängen N . Beim CMA-Verfahren wird zwischen zwei unterschiedlichen Methoden zur Koeffizienteninitialisierung unterschieden.

zu einem lokalen Minimum konvergiert und dort verbleibt, muss die Schrittweite ausreichend groß sein. Obwohl für die Schrittweite im untersuchten System ein günstiger

Tabelle 5.3: Schrittweite und Trainingsdauer der untersuchten Entzerrer

CMA - NLMS Initialisierung	
Schrittweite Initialisierung	0,05
Trainingsschritte Initialisierung	4000 (2000 Symbole)
Schrittweite	5000
Trainingsschritte	20000 (10000 Symbole)
CMA - CMA Initialisierung	
Schrittweite Initialisierung	5000
Trainingsschritte Initialisierung	16000 (8000 Symbole)
Schrittweite	5000
Trainingsschritte	40000 (20000 Symbole)
NLMS	
Schrittweite	0,05
Trainingsschritte	16000 (8000 Symbole)

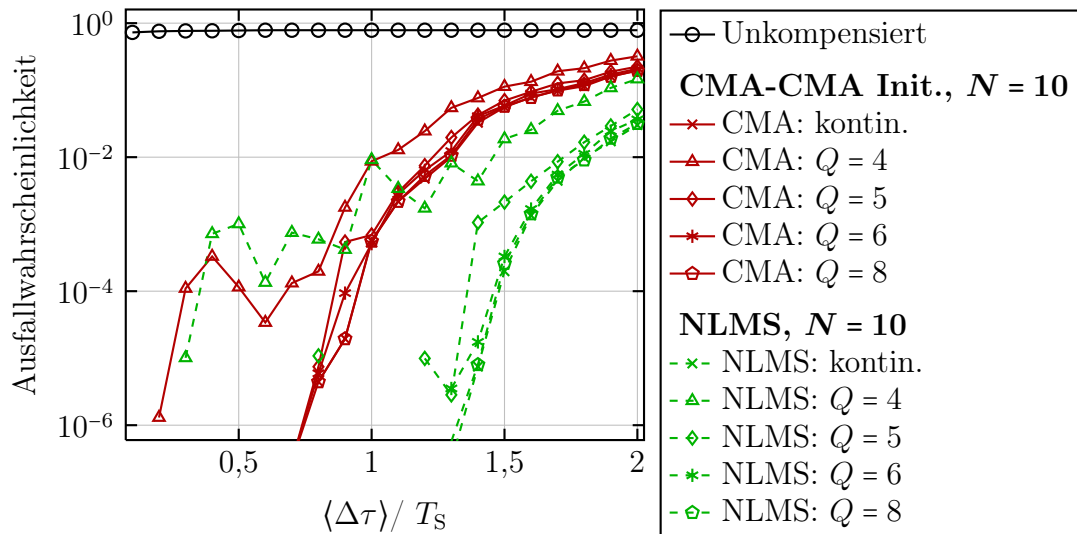


Abbildung 5.18: Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Entzerrung mit dem NLMS-Verfahren und dem CMA-Verfahren in Übertragungssystemen mit DQPSK-Modulation, PDM und PPD-Empfang für unterschiedliche Filterlängen N und Quantisierungen Q .

Wert gewählt wird, ist das Finden des absoluten Minimums nicht immer gewährleistet. So stellen bspw. die im Speicher des Filters um einen Abtastwert nach links oder rechts verschobenen optimalen Filterkoeffizienten auch Lösungen der Kostenfunktion des CMA dar. Die verschobenen Koeffizienten führen bei gleicher Filterlänge erwartungsgemäß zu höheren Bitfehlerquoten. Wird die Länge des Filters erhöht, so können die verschobenen Filterkoeffizienten vollständig gespeichert werden (plus zusätzliche Koeffizienten am Rand), wodurch die Toleranz gegenüber solchen Abweichungen steigt. Abbildung 5.17 bestätigt diese Erklärung: Das Erhöhen der Anzahl der Koeffizienten kann die Einbußen des CMA gegenüber dem NLMS-Verfahren in etwa ausgleichen.

Die Ausfallkurven des CMA mit NLMS-Initialisierung können so verstanden werden, dass die Initialisierung bereits Koeffizienten liefert, die ganz nahe am globalem Minimum sind. Von dort aus ist das Erreichen der optimalen Lösungen sichergestellt. Die marginal höheren Ausfallwahrscheinlichkeiten im Vergleich zum NLMS-Algorithmus können durch Unterschiede in der Schrittweite erklärt werden.

Die Kurven in Abbildung 5.18 zeigen die Ausfallwahrscheinlichkeiten des CMA mit CMA-Initialisierung und des NLMS-Verfahrens für unterschiedliche Quantisierungen Q bei einer Filterlänge von $N = 10$. Die Quantisierung $Q = 4$ liefert die schlechtesten Ergebnisse. Mit zunehmendem Q nähern sich die Werte den Ergebnissen, die ohne Quantisierung erzielt werden können. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten bei einer Quantisierung von $Q = 8$ ist nahezu identisch mit den bestmöglichen Werten.

Soll eine ausfallfreie Operation bei mittleren DGD-Werten von bis zu einer Sym-

boldauer T_S sichergestellt werden, so sind folgende Einstellungen der Verfahren empfehlenswert: Das NLMS-Verfahren und das CMA mit NLMS-Initialisierung sollten jeweils bei einer Filterlänge von $N = 10$ und einer Quantisierung von $Q = 6$ betrieben werden. Wird das CMA-Verfahren mit CMA-Initialisierung verwendet, so ist die Filterlänge bei gleicher Quantisierung auf $N = 14$ zu erhöhen, um eine vergleichbare Leistung zu erreichen. Die Abtastung erfolgt in allen drei Fällen mit zwei Abtastungen pro Symbol, also $M = 2$.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das CMA-Verfahren dem NLMS-Verfahren bei gleicher Filterlänge unterlegen ist. Die absoluten Minima der jeweiligen Kostenfunktion sind zwar identisch, allerdings ist die Leistung des CMA durch die Vielzahl lokaler Minima eingeschränkt. Diese Einschränkung kann jedoch durch eine höhere Anzahl an Filterkoeffizienten aufgehoben werden. Dadurch ist der CMA in der Lage bei leicht höherem Speicher- und Rechenaufwand die gleiche Leistung wie das NLMS-Verfahren zu erreichen. Der verbleibende Nachteil ist das Unvermögen die ursprüngliche Phasenlage übertragener Datensignale wiederherstellen zu können. Soll auf die Verwendung differentieller Modulationsformate verzichtet werden, ist der Einsatz von Verfahren zur Phasenschätzung unumgänglich.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Durch den stetig zunehmenden Einsatz von Datendiensten wird eine Umstellung von 10 Gbit/s auf 40 Gbit/s oder gar 100 Gbit/s je optischem Kanal unumgänglich. Die durch Polarisationsmodendispersion (PMD) verursachten Signalstörungen stellen hierbei den limitierenden Faktor dar. Da teure Neuinstallationen nach Möglichkeit vermieden werden sollen, sind PMD-Kompensatoren in den Fokus der Forschung gerückt. Neben optischen Kompensatoren bieten elektronische Kompensationsverfahren die Möglichkeit, die auftretenden Störungen bei hohen Datenraten und schnellen Kanaländerungen auszugleichen. Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Untersuchung eben solcher Prinzipien zur elektronischen Kompensation der PMD. Hierbei wurden insgesamt drei Verfahren für die Anwendung in Fasersystemen entwickelt und angepasst.

Das erste im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Verfahren arbeitet unter Verwendung des Prinzips der Sequenzschätzung (MLSE). Neuartig ist hierbei die Erweiterung der Sequenzschätzung, so dass die Ausfallwahrscheinlichkeiten in amplitudenmodulierten Polarisationsmultiplex-Systemen mit Direktdetektion deutlich reduziert werden können. Hierzu wird das MLSE-Verfahren zunächst für die Anwendung in Systemen ohne Polarisationsmultiplex betrachtet. Es werden der Einfluss der Quantisierung und des Speichers des Verfahrens, dem sogenannten Gedächtnis, untersucht. Es zeigt sich, dass eine Steigerung der Quantisierung über $Q = 5$ hinaus nicht sinnvoll ist. Durch Vergrößern des Gedächtnisses kann die Leistung des Verfahrens weiter gesteigert werden. Da die Komplexität des Verfahrens vom Quadrat des Gedächtnisses abhängt, sind der Realisierbarkeit an dieser Stelle Grenzen gesetzt. Unter Verwendung des gewonnenen Wissens wird das Prinzip erweitert, so dass auch ein Einsatz in Systemen mit Polarisationsmultiplex möglich ist. Hierbei ist die Verwendung eines Polarisationsstellers unumgänglich. Nur dadurch kann eine ausfallfreie Operation des Systems gewährleistet werden.

Das zweite und dritte Verfahren arbeitet jeweils nach dem Prinzip der Signalentzerrung mithilfe linearer FIR-Filter. Beim zweiten Verfahren (NLMS) wird die Einstellung der Filterkoeffizienten mit einer sogenannten Trainingssequenz durchgeführt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird dieses Verfahren für die Anwendung in Polarisationsmultiplexsystemen mit Amplitudenmodulation und kohärentem Empfang erweitert.

Eine Untersuchung der Leistungsfähigkeit in Abhängigkeit der Abtastrate, der Filterlänge und der Quantisierung des Signals wird durchgeführt. Eine Abtastung mit der zweifachen Symbolrate ergibt sich als sinnvolle Einstellung. Für die Quantisierung sollte $Q = 6$ verwendet werden. Für die Anzahl der Filterkoeffizienten gilt grundsätzlich: Je mehr Koeffizienten verwendet werden, desto größer wird die tolerierbare PMD. Da die Komplexität linear mit der Anzahl der Filterkoeffizienten wächst, ist die Wahl unkritisch. Darüber hinaus wird eine Modifikation des NLMS-Verfahrens durchgeführt und untersucht, die es ermöglicht die Adaption der Filterkoeffizienten um den Faktor fünf und mehr zu beschleunigen.

Der weltweit zu beobachtende Trend in der optischen Übertragungstechnik geht in Richtung phasenmodulierter Signale. Unter Ausnutzung der Tatsache, dass solche Signale eine konstante Hüllkurve aufweisen, kann eine Einstellung der Filterkoeffizienten ohne Trainingssequenz (blinde Adaption) durchgeführt werden. Aus diesem Grund wird ein drittes, blind adaptierendes Verfahren (CMA) für die Verwendung in Systemen mit differentieller vierstufiger Phasenmodulation (DQPSK) und Polarisationsmultiplex angepasst. Parallel erfolgt eine Anpassung des zuvor genannten NLMS-Verfahrens an dieses System. In beiden Fällen ist Abtastung mit der zweifachen Symbolrate und eine Quantisierung von $Q = 6$ empfehlenswert. Erstmals findet ein Vergleich von CMA und NLMS anhand von Systemausfallwahrscheinlichkeiten statt. Es zeigt sich, dass das Verfahren mit datengestützter Adaption dem blinden Verfahren überlegen ist. Durch Erhöhung der Anzahl der Filterkoeffizienten des CMA kann dieser in seiner Leistungsfähigkeit an den NLMS-Algorithmus angepasst werden.

Abschließend lässt sich sagen, dass alle vorgestellten elektronischen Kompensationsverfahren in der Lage sind, die Ausfallwahrscheinlichkeit in PMD-gestörten optischen Übertragungssystemen deutlich zu senken. In direkt detektierenden Systemen sind Sequenzschätzer das Mittel der Wahl. Nach kohärentem Empfang ist die PMD-Kompensation mittels FIR-Filtern der Kompensation durch Sequenzschätzer hinsichtlich Komplexität und Leistung überlegen. In zukünftigen optischen Übertragungssystemen wird der Einsatz solcher Verfahren unumgänglich sein. Es zeichnet sich ab, dass elektronische Kompensatoren nicht die alleinige Lösung sein werden. Im Fasernetz der Bundesrepublik werden derzeit Faserstrecken mit hohen PMD-Werten abschnittsweise erneuert, so dass durch die gewonnene PMD-Toleranz zunächst eine Umstellung von 10 Gbit/s auf 40 Gbit/s ohne den Einsatz von Kompensatoren möglich ist. Im nächsten Schritt hin zu 100 Gbit/s pro optischem Kanal ist die Unterstützung durch elektronische Kompensatoren unumgänglich. In der weiteren Entwicklung wird es immer wieder zu einem Wechselspiel und einem parallelen Einsatz verschiedener Methoden kommen, wobei die elektronischen Kompensatoren eine wichtige Rolle einnehmen werden.

Die Übertragung bei 100 Gbit/s ist mittlerweile standardisiert und die ersten Systeme bei diesen Datenraten sind im Einsatz. Der Trend der vergangenen Jahre setzt sich fort, so dass Forschung und Entwicklung nun erstmals den Fokus auf Systeme mit Kanaldatenraten von 400 Gbit/s und 1 Tbit/s legen. Der Einsatz von höherwertigen Modulationformaten ist hier ein Schwerpunkt aktueller Forschung, wobei 64 und mehr unterschiedliche Signalzustände erzeugt werden, um die spektrale Effizienz zu erhöhen. Zudem gewinnt die Datenübertragung bei mehreren Fasermode an Interesse. Die PMD-Kompensation und Trennung der einzelnen Moden nach erfolgter Signalübertragung stellt hierbei sehr hohe Ansprüche an die elektronische Signalverarbeitung und öffnet damit ein großes Forschungsfeld. Der Einsatz sogenannter Mehrkernfasern stellt eine weitere Möglichkeit dar, die Übertragungskapazität pro Faser zu erhöhen. Dieser Fasertyp enthält mehrere Faserkerne, auf denen parallel Daten übertragen werden können. Dabei stellt das Übersprechen zwischen den Kernen eine zusätzliche Störgröße dar, die mittels digitaler Signalverarbeitung kompensiert werden kann.

A Zusammenhang zwischen Polarisationsellipse und Stokes-Darstellung

Wie in Kapitel 2 gezeigt, sind sowohl die Polarisationsdarstellung in Jones-Notation als auch in Stokes-Notation sehr wichtige Werkzeuge in der optischen Nachrichtentechnik. Die Jones-Darstellung bedient sich des Jones-Vektors, welcher die Phaseninformation und die relative Phaseninformation der beiden orthogonalen Komponenten einer transversalen elektromagnetischen Welle trägt. Bei der Ausbreitung einer solchen Welle in z -Richtung beschreibt die Projektion der Bewegung der Vektorspitze auf die x - y -Ebene im Allgemeinen eine Ellipse, deren Eigenschaften aus dem Jones-Vektor abgeleitet werden können. Der Zusammenhang zwischen der Darstellung der Polarisationsellipse und der Polarisationsdarstellung im Stokes-Raum soll im Folgenden erläutert werden. Teile der folgenden Herleitungen und die Ergebnisse der Herleitungen sind in ähnlicher Form in [91] und [23] zu finden.

A.1 Gleichung der Polarisationsellipse

Die zeitliche und räumliche Abhängigkeit der beiden Feldkomponenten $E_x(z, t)$ und $E_y(z, t)$ einer monochromatischen, sich in z -Richtung ausbreitenden ebenen Welle sind gegeben durch

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) = E_{0x} \cos(\mathcal{Y} + \varphi_x) \quad (\text{A.1})$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) = E_{0y} \cos(\mathcal{Y} + \varphi_y). \quad (\text{A.2})$$

Die Größen E_{0x} und E_{0y} sind hierbei die Amplituden der harmonischen Schwingungen und entsprechen den Längen $|E_x|$ und $|E_y|$ der komplexen Zeiger aus Abschnitt 2.2. Die beiden Winkel φ_x und φ_y sind die zugehörigen Phasenverschiebungen. Es ist nun Ziel eine zeit- und längenunabhängige Darstellung des Verlaufs des Vektors $\vec{E}(z, t) = (E_x(z, t) \ E_y(z, t))^T$ zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden die Ausbreitungsparameter bereits zu $\mathcal{Y} = \omega t - kz$ zusammengefasst. In einem ersten Schritt werden unter

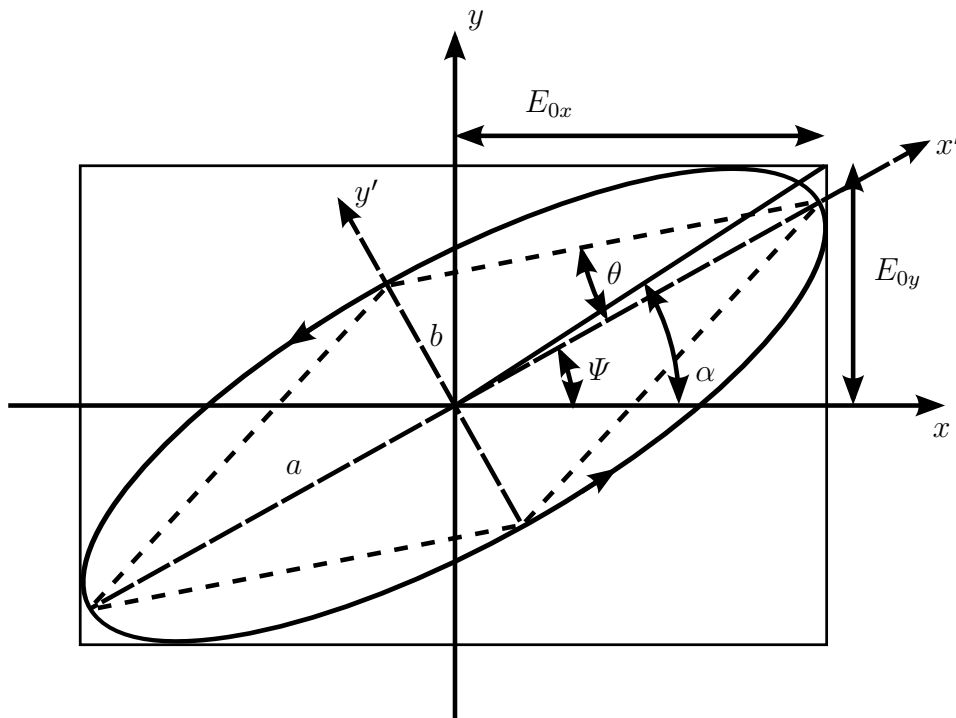


Abbildung A.1: Polarisationsellipse

Zuhilfenahme des trigonometrischen Zusammenhangs $\cos(\gamma + \delta) = \cos \gamma \cos \delta - \sin \gamma \sin \delta$ die Gleichungen (A.1) und (A.2) umgeformt zu

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos \Upsilon \cos \varphi_x - \sin \Upsilon \sin \varphi_x \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos \Upsilon \cos \varphi_y - \sin \Upsilon \sin \varphi_y. \quad (\text{A.4})$$

Durch Erweiterung der Gleichungen (A.3) mit $\sin \varphi_y$ bzw. $\cos \varphi_y$ und der Gleichung (A.4) mit $\sin \varphi_x$ bzw. $\cos \varphi_x$ erhält man

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \sin \varphi_y = \cos \Upsilon \cos \varphi_x \sin \varphi_y - \sin \Upsilon \sin \varphi_x \sin \varphi_y \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varphi_y = \cos \Upsilon \cos \varphi_x \cos \varphi_y - \sin \Upsilon \sin \varphi_x \cos \varphi_y \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} \sin \varphi_x = \cos \Upsilon \cos \varphi_y \sin \varphi_x - \sin \Upsilon \sin \varphi_y \sin \varphi_x \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} \cos \varphi_x = \cos \Upsilon \cos \varphi_y \cos \varphi_x - \sin \Upsilon \sin \varphi_y \cos \varphi_x. \quad (\text{A.8})$$

Anschließende Subtraktion der Gleichung (A.7) von Gleichung (A.5) bzw. (A.8) von (A.6) und anschließendes Anwenden der trigonometrischen Umformung $\sin \gamma \cos \delta -$

$\cos \gamma \sin \delta = \sin(\gamma - \delta)$ liefert die beiden Zusammenhänge

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \sin \varphi_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin \varphi_x = \cos \Upsilon \sin(\varphi_y - \varphi_x) \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varphi_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \varphi_x = \sin \Upsilon \sin(\varphi_y - \varphi_x). \quad (\text{A.10})$$

Quadrieren und anschließendes Addieren der Gleichungen (A.9) und (A.10) liefert

$$\begin{aligned} & \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \sin \varphi_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin \varphi_x \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varphi_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \varphi_x \right)^2 \\ & = \sin^2(\varphi_y - \varphi_x) \sin^2 \Upsilon + \sin^2(\varphi_y - \varphi_x) \cos^2 \Upsilon. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Durch linksseitige Anwendung der zweiten binomischen Formel und rechtsseitige Anwendung von

$$\sqrt{\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma} = 1 \quad (\text{A.12})$$

und anschließendes Umformen und Zusammenfassen mithilfe von

$$\sin \gamma \sin \delta = \frac{1}{2} (\cos(\gamma - \delta) - \cos(\gamma + \delta)), \quad (\text{A.13})$$

$$\cos \gamma \cos \delta = \frac{1}{2} (\cos(\gamma - \delta) + \cos(\gamma + \delta)) \quad (\text{A.14})$$

erhalten wir die bekannte Gleichung der Polarisationsellipse

$$\boxed{\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi} \quad (\text{A.15})$$

mit der Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$.

A.2 Eigenschaften der Polarisationsellipse

Im Allgemeinen kann die Polarisationsellipse durch den Rotationswinkel Ψ und den Winkel der Elliptizität θ bestimmt werden (siehe Abbildung A.1). In Gleichung (A.15) wird die Polarisationsellipse durch die physikalischen Größen E_{0x} , E_{0y} und $\Delta\varphi$ dargestellt. Im folgenden Abschnitt soll der Bezug zwischen den Größen dieser beiden Beschreibungen hergestellt werden.

Hierzu ist es notwendig eine Rotation vom ursprünglichen $x - y$ -Koordinatensystem in ein $x' - y'$ -Koordinatensystem durchzuführen. Die Feldkomponenten lauten dann

$$E'_x = E_x \cos \Psi + E_y \sin \Psi \quad (\text{A.16})$$

$$E'_y = -E_x \sin \Psi + E_y \cos \Psi. \quad (\text{A.17})$$

Die Komponenten E'_x und E'_y können zudem durch die Höhe a und die Breite b der Ellipse (siehe Abbildung A.1) ausgedrückt werden:

$$E'_x = a \cos(\mathcal{T} + \Delta\varphi') \quad (\text{A.18})$$

$$E'_y = \pm b \sin(\mathcal{T} + \Delta\varphi') \quad (\text{A.19})$$

Die Gleichung der Ellipse im $x' - y'$ -Koordinatensystem lautet dann

$$\frac{E'^2_x}{a^2} + \frac{E'^2_y}{b^2} = 1. \quad (\text{A.20})$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (A.1), (A.2) und (A.18), (A.19) in die Gleichungen (A.16), (A.17) erhält man

$$a \cos(\mathcal{T} + \Delta\varphi') = E_{0x} \cos(\mathcal{T} + \varphi_x) \cos\Psi + E_{0y} \cos(\mathcal{T} + \varphi_y) \sin\Psi \quad (\text{A.21})$$

$$\pm b \sin(\mathcal{T} + \Delta\varphi') = -E_{0x} \cos(\mathcal{T} + \varphi_x) \sin\Psi + E_{0y} \cos(\mathcal{T} + \varphi_y) \cos\Psi. \quad (\text{A.22})$$

Umformung mit

$$\sin(\gamma + \delta) = \sin\gamma \cos\delta + \cos\gamma \sin\delta \quad (\text{A.23})$$

$$\cos(\gamma + \delta) = \cos\gamma \cos\delta - \sin\gamma \sin\delta \quad (\text{A.24})$$

und anschließender Koeffizientenvergleich bezüglich $\cos\mathcal{T}$ und $\sin\mathcal{T}$ liefert

$$a \cos\Delta\varphi' = E_{0x} \cos\varphi_x \cos\Psi + E_{0y} \cos\varphi_y \sin\Psi \quad (\text{A.25})$$

$$a \sin\Delta\varphi' = E_{0x} \sin\varphi_x \cos\Psi + E_{0y} \sin\varphi_y \sin\Psi \quad (\text{A.26})$$

$$\pm b \cos\Delta\varphi' = E_{0x} \sin\varphi_x \sin\Psi - E_{0y} \sin\varphi_y \cos\Psi \quad (\text{A.27})$$

$$\pm b \sin\Delta\varphi' = -E_{0x} \cos\varphi_x \sin\Psi + E_{0y} \cos\varphi_y \cos\Psi. \quad (\text{A.28})$$

Durch Quadrieren und anschließendes Addieren der Gleichungen (A.25)-(A.28) und Zusammenfassen mit

$$\cos(\gamma - \delta) = \cos\gamma \cos\delta + \sin\gamma \sin\delta \quad (\text{A.29})$$

erhält man den Zusammenhang

$$a^2 + b^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2. \quad (\text{A.30})$$

Multiplikation von (A.25) mit (A.27) bzw. von (A.26) mit (A.28) und anschließendes Addieren der Ergebnisse liefert

$$\mp ab = E_{0x} E_{0y} \sin\Delta\varphi. \quad (\text{A.31})$$

Durch Division von Gleichung (A.27) durch (A.25) bzw. von (A.28) durch (A.26) erhält man

$$\pm \frac{b}{a} = \frac{E_{0x} \sin \varphi_x \sin \Psi - E_{0y} \sin \varphi_y \cos \Psi}{E_{0x} \cos \varphi_x \cos \Psi + E_{0y} \cos \varphi_y \sin \Psi} = \frac{-E_{0x} \cos \varphi_x \sin \Psi + E_{0y} \cos \varphi_y \cos \Psi}{E_{0x} \sin \varphi_x \cos \Psi + E_{0y} \sin \varphi_y \sin \Psi}. \quad (\text{A.32})$$

Durch entsprechende Umformung kommt man zu dem Ausdruck

$$(E_{0x}^2 - E_{0y}^2) \sin 2\Psi = 2E_{0x}E_{0y} \cos \Delta\varphi \cos 2\Psi, \quad (\text{A.33})$$

beziehungsweise

$$\tan(2\Psi) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos \Delta\varphi. \quad (\text{A.34})$$

Somit ist der Bezug zwischen dem Rotationswinkel Ψ und den Größen E_{0x} , E_{0y} und $\Delta\varphi$ hergestellt. Für die folgenden Betrachtungen ist es sinnvoll einen Hilfswinkel α einzuführen, für welchen

$$\tan \alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \quad (\text{A.35})$$

gilt. Damit kann Gleichung (A.34) durch Ausklammern von E_{0x}^2 in Zähler und Nenner und Einsetzen von (A.35) umgeformt werden zu

$$\boxed{\tan(2\Psi) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \cos \Delta\varphi = \tan(2\alpha) \cos \Delta\varphi.} \quad (\text{A.36})$$

Somit ist ein kompakter Ausdruck entstanden, der, wie bereits Gleichung (A.34), einen Bezug zwischen dem Rotationswinkel Ψ und den Größen E_{0x} , E_{0y} und $\Delta\varphi$ hergestellt.

Im nächsten Schritt soll der Elliptizitätswinkel θ betrachtet werden. Für ihn gilt

$$\tan \theta = \frac{\mp b}{a} \quad \text{mit} \quad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}. \quad (\text{A.37})$$

Berechnet man zunächst das Verhältnis $\frac{\mp 2ab}{a^2 + b^2}$ unter Berücksichtigung von Gleichung (A.37), so erhält man

$$\frac{\mp 2ab}{a^2 + b^2} = \frac{\mp \frac{b}{a}}{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \sin(2\theta). \quad (\text{A.38})$$

Multipliziert man Gleichung (A.31) mit 2 und dividiert durch (A.30), so erhält man das gleiche Verhältnis, welches umgeformt wird zu

$$\frac{\mp 2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \sin \Delta\varphi = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \sin \Delta\varphi = \sin(2\alpha) \sin \Delta\varphi. \quad (\text{A.39})$$

Gleichsetzen von (A.38) und (A.39) liefert

$$\boxed{\sin(2\theta) = \sin(2\alpha) \sin \Delta\varphi.} \quad (\text{A.40})$$

Zusammen mit Gleichung (A.35) ist somit ein Bezug zwischen Elliptizitätswinkel θ und den Größen E_{0x} , E_{0y} und $\Delta\varphi$ hergestellt.

Durch Quadrieren und weiteres Umformen von Gleichung (A.32) erhält man folgenden Ausdruck, der den Zusammenhang zwischen dem Hilfswinkel α und dem Elliptizitätswinkels θ sowie dem Rotationswinkels Ψ herstellt:

$$\boxed{\cos(2\alpha) = \cos(2\theta) \cos(2\Psi)} \quad (\text{A.41})$$

A.3 Abbildung der Polarisationszustände auf die Poincaré-Kugel

Wie bereits in den Abschnitten 2.2.2 und 2.4 gezeigt, stellt die Repräsentation von Polarisationszuständen im Stokes-Raum eine sehr wichtige Hilfe zum Verständnis der Vorgänge in Polarisationsmodendispersion (PMD)-behafteten Glasfasern dar. Im folgenden Abschnitt soll der Übergang von der Jones-Repräsentation hin zur Stokes-Darstellung hergeleitet werden. Hierzu bedient man sich des Mittels der stereographischen Projektion. Das Verfahren ermöglicht die Abbildung von Kugeloberflächen auf eine Ebene.¹ Auch die umgekehrte Abbildung von der Fläche auf die Kugeloberfläche ist möglich. Dieses Verfahren wird hier angewendet, wobei die Polarisation von der Jones-Vektor-Repräsentation zunächst in eine Darstellung der Polarisation als komplexe Zahl überführt wird. Anschließend erfolgt die Abbildung der komplexen Ebene auf die Oberfläche einer Einheitskugel, der sogenannten Poincaré-Kugel.

Die Repräsentation von Polarisierungen in Form des Jones-Vektors ist gegeben durch

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_x| \cdot e^{j\varphi_x} \\ |E_y| \cdot e^{j\varphi_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cdot e^{j\varphi_x} \\ E_{0y} \cdot e^{j\varphi_y} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.42})$$

Durch Bildung des Quotienten von E_y und E_x kann der Jones-Vektor in eine komplexe Zahl z_{Pol} überführt werden:

$$z_{\text{Pol}} = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{0y} \cdot e^{j\varphi_y}}{E_{0x} \cdot e^{j\varphi_x}} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} e^{j\Delta\varphi} \quad (\text{A.43})$$

$$= \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \cos \Delta\varphi + j \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \sin \Delta\varphi \quad (\text{A.44})$$

$$= \tan \alpha \cos \Delta\varphi + j \tan \alpha \sin \Delta\varphi \quad (\text{A.45})$$

$$= u + jv \quad (\text{A.46})$$

¹Die Entwicklung des Verfahrens wurde ursprünglich durch die Möglichkeit der Erstellung von Sternkarten motiviert. Zudem eröffnet es die Möglichkeit, die Erdoberfläche auf eine Ebene abzubilden, was man für Karten in der Seefahrt ausnutzte.

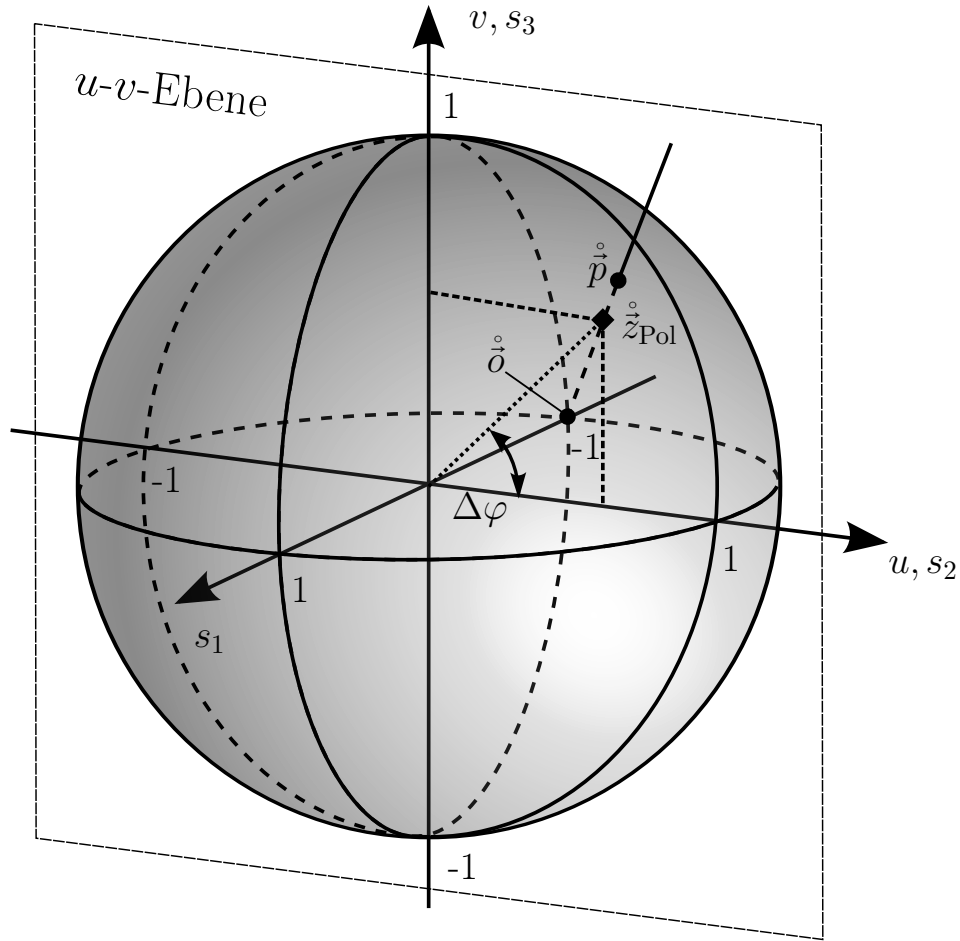


Abbildung A.2: Projektion der komplexen $u-v$ -Ebene auf die Oberfläche einer Einheitskugel, der sogenannten Poincaré-Kugel. Die $u-v$ -Ebene liegt hierbei auf der s_2-s_3 -Ebene des dreidimensionalen Raums.

In der komplexen Ebene $u - v$ kann z_{Pol} als Zeiger mit der Länge $\frac{E_{0y}}{E_{0x}} = \tan \alpha$ und dem Winkel $\Delta\varphi$ dargestellt werden. Im nächsten Schritt wird die $u-v$ -Ebene in die s_2-s_3 -Schnittebene des Einheitskreises

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1 \quad (\text{A.47})$$

gelegt, so dass die u -Achse mit der s_2 -Achse bzw. die v -Achse mit der s_3 -Achse übereinstimmt (siehe Abbildung A.2). Der Punkt $\overset{\circ}{o}$ bildet den Ausgangspunkt der Projektion. Die Gerade, die den Punkt $\overset{\circ}{o} = (-1 \ 0 \ 0)^T$ mit dem Punkt $\overset{\circ}{z}_{\text{Pol}} = (0 \ u \ v)^T$ verbindet, durchstößt die Einheitskugel an der Stelle $\overset{\circ}{p}$ und bildet die komplexe Zahl z_{Pol} also auf $\overset{\circ}{p}$ ab. Hierbei ist $\overset{\circ}{z}_{\text{Pol}}$ die Koordinate der komplexen Zahl z_{Pol} im Stokes-Raum, der durch die Koordinaten s_1, s_2, s_3 aufgespannt wird. Ist die Länge des komplexen Zeigers $|z_{\text{Pol}}| = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ kleiner als 1, so liegt die Projektion auf der vorderen Halbkugel ($s_1 > 0$). Im Fall $|z_{\text{Pol}}| > 1$ liegt die Projektion auf der hinteren Halbkugel ($s_1 < 0$). Tabelle A.1 zeigt

Tabelle A.1: Polarisationszustände und deren Position auf der Poincaré-Kugel: Aufgeführt sind rechtszirkulare Polarisation (RZP), linkszirkulare Polarisation (LZP) und vier lineare Polarisationszustände (LP).

Polarisation	RZP	LZP	LP 0°	LP 90°	LP +45°	LP -45°
$\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$	1	1	0	∞	1	1
$\Delta\varphi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	beliebig	beliebig	0	$\pm\pi$
$\overset{\circ}{\mathbf{s}} = (s_1 \ s_2 \ s_3)^T$	$(0 \ 0 \ 1)^T$	$(0 \ 0 \ -1)^T$	$(1 \ 0 \ 0)^T$	$(-1 \ 0 \ 0)^T$	$(0 \ 1 \ 0)^T$	$(0 \ -1 \ 0)^T$

bekannte Polarisationszustände mit ihren jeweiligen Abbildungen auf der Einheitskugel. Diese signifikanten Punkte können sehr einfach durch entsprechendes Einzeichnen der Projektionsgeraden gefunden werden. Eine allgemeine mathematische Beschreibung der Projektion soll im Folgenden gefunden werden. Zunächst wird die Gleichung der Geraden, die die Punkte $\overset{\circ}{o}$ und $\overset{\circ}{z}_{\text{Pol}}$ verbindet, gefunden. Die Koordinaten der beiden Punkte lauten

$$\overset{\circ}{o} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \overset{\circ}{z}_{\text{Pol}} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tan \alpha \cos \Delta\varphi \\ \tan \alpha \sin \Delta\varphi \end{pmatrix}. \quad (\text{A.48})$$

Die Geradengleichung $\overset{\circ}{g}(w)$ kann durch

$$\overset{\circ}{g}(w) = \overset{\circ}{o} + w(\overset{\circ}{z}_{\text{Pol}} - \overset{\circ}{o}) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} 1 \\ \tan \alpha \cos \Delta\varphi \\ \tan \alpha \sin \Delta\varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A.49})$$

angegeben werden, wobei w ein Skalar ist. Die Gleichungen für die drei Koordinaten lauten somit:

$$s_1 = -1 + w, \quad s_2 = w \tan \alpha \cos \Delta\varphi, \quad s_3 = w \tan \alpha \sin \Delta\varphi \quad (\text{A.50})$$

Durch Einsetzen in Gleichung (A.47) und Lösen nach w erhält man die beiden Lösungen

$$w_1 = 0 \quad \text{und} \quad w_2 = \frac{2}{1 + \tan^2 \alpha}. \quad (\text{A.51})$$

Das Einsetzen dieser beiden Lösungen in Gleichung (A.49) liefert zwei Punkte auf der Kugel. Dies ist zum einen der Punkt $\overset{\circ}{g}(w_1) = \overset{\circ}{o}$, also der Ausgangspunkt der Projektion, und zum anderen der gesuchte Punkt $\overset{\circ}{g}(w_2) = \overset{\circ}{p}$, welcher durch

$$\overset{\circ}{p} = \begin{pmatrix} \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \cos \Delta\varphi \\ \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \sin \Delta\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) \cos \Delta\varphi \\ \sin(2\alpha) \sin \Delta\varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A.52})$$

gegeben ist. Nun soll der Hilfswinkel α eliminiert werden. In Abschnitt A.2 wurden bereits Zusammenhänge zwischen den Winkeln α , $\Delta\varphi$, Ψ und θ hergestellt. Sie sollen hier noch einmal wiederholt werden:

$$\cos(2\alpha) = \cos(2\theta) \cos(2\Psi) \quad (\text{A.53})$$

$$\tan(2\Psi) = \tan(2\alpha) \cos \Delta\varphi \quad (\text{A.54})$$

$$\sin(2\theta) = \sin(2\alpha) \sin \Delta\varphi \quad (\text{A.55})$$

Die Gleichungen (A.53) und (A.55) können direkt in Gleichung (A.52) eingesetzt werden. Durch Multiplikation von Gleichung (A.53) mit Gleichung (A.54) und Umformung erhält man den Ausdruck $\sin 2\alpha \cos \Delta\varphi = \cos(2\theta) \sin(2\Psi)$, welcher ebenfalls in Gleichung (A.52) eingesetzt werden kann. Dadurch erhält man den Ausdruck

$$\overset{\circ}{\vec{p}} = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \cos(2\Psi) \\ \cos(2\theta) \sin(2\Psi) \\ \sin(2\theta) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.56})$$

welcher identisch ist mit dem Ausdruck für den normierten Stokes-Vektor (siehe Gleichung (2.37)). Durch Einsetzen des Zusammenhangs $\tan \alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ in Gleichung (A.52) und Erweitern von Zähler und Nenner mit E_{0x}^2 erhält man den Ausdruck

$$\overset{\circ}{\vec{p}} = \begin{pmatrix} \frac{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \\ \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \cos \Delta\varphi \\ \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \sin \Delta\varphi \end{pmatrix}, \quad (\text{A.57})$$

bei dem es sich um eine weitere Darstellungsmöglichkeit des normierten Stokes-Vektors handelt (vergleiche Gleichungen (2.34) und (2.36)).

B Kohärenter Empfang

B.1 Balanced Empfänger

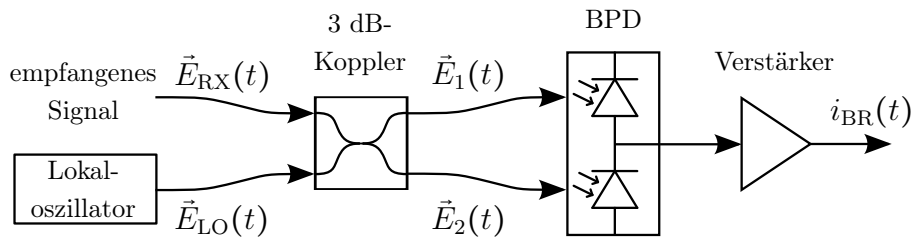


Abbildung B.1: Balanced Photodetektor

Die in Abbildung B.1 dargestellte Schaltung ermöglicht den Überlagerungsempfang in optischen Übertragungssystemen. Die Überlagerung der elektrischen Felder des empfangenen Signals $\vec{E}_{RX}(t)$ und des Signals des Lokaloszillators (LO) $\vec{E}_{LO}(t)$ findet im 3 dB-Koppler statt. An beiden Ausgängen des Kopplers steht ein Überlagerungssignal zur Verfügung. Um sich nicht auf die Leistung eines Ausgangs beschränken zu müssen, werden beide Signale mithilfe eines balanced Photodetektors (BPD) opto-elektrisch gewandelt. Hierbei werden beide Felder von jeweils einer Photodiode empfangen. Der Differenzstrom bildet das elektrische Empfangssignal. Das elektrische Feld des empfangenen Signals und des LO werden beschrieben durch

$$\vec{E}_{RX}(t) = |\vec{E}_{RX}(t)| e^{j(\omega_{RX}t + \varphi_{RX}(t))} \vec{e}_{RX} \quad (\text{B.1})$$

und

$$\vec{E}_{LO}(t) = |\vec{E}_{LO}(t)| e^{j(\omega_{LO}t + \varphi_{LO}(t))} \vec{e}_{LO}. \quad (\text{B.2})$$

Die Amplitude $|\vec{E}_{RX}(t)|$ bzw. die Phase $\varphi_{RX}(t)$ des empfangenen Signals tragen die durch die Modulation aufgeprägte Information. Zusätzlich können dort Amplituden und Phasenrauschen enthalten sein. Amplitude $|\vec{E}_{LO}(t)|$ bzw. Phase $\varphi_{LO}(t)$ des LOs enthalten keine Information, können sich allerdings durch zufällige Intensitäts- und Phasenschwankungen (Rauschen) mit der Zeit ändern. \vec{e}_{RX} und \vec{e}_{LO} sind Einheitsvektoren, die die jeweiligen Signalpolarisationen repräsentieren (normierte Jones-Vektoren).

Die Übertragungsmatrix des 3 dB-Kopplers ist durch

$$\mathcal{T}_{3\text{dB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

gegeben. Die Felder am Ausgang des 3 dB-Kopplers lauten demnach

$$\vec{E}_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_{\text{RX}}(t) + j\vec{E}_{\text{LO}}(t)) \quad (\text{B.4})$$

und

$$\vec{E}_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (j\vec{E}_{\text{RX}}(t) + \vec{E}_{\text{LO}}(t)). \quad (\text{B.5})$$

Der Photostrom nach der ersten Diode lautet

$$i_1(t) = S_D |\vec{E}_1(t)|^2 = S_D \vec{E}_1(t) \vec{E}_1^*(t) \quad (\text{B.6})$$

$$= S_D \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_{\text{RX}}(t) + j\vec{E}_{\text{LO}}(t)) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_{\text{RX}}(t) + j\vec{E}_{\text{LO}}(t)) \right]^* \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{S_D}{2} [\vec{E}_{\text{RX}}(t) \vec{E}_{\text{RX}}^*(t) + j\vec{E}_{\text{RX}}(t) \vec{E}_{\text{LO}}^*(t) - j\vec{E}_{\text{RX}}^*(t) \vec{E}_{\text{LO}}(t) + \vec{E}_{\text{LO}}(t) \vec{E}_{\text{LO}}^*(t)] \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{S_D}{2} |\vec{E}_{\text{RX}}(t)|^2 + \frac{S_D}{2} |\vec{E}_{\text{LO}}(t)|^2 \quad (\text{B.9})$$

$$- S_D |\vec{E}_{\text{RX}}(t)| |\vec{E}_{\text{LO}}(t)| \sin(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX}}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t) + \varphi_{\text{PF}}) |\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^*|.$$

Das komplexe Skalarprodukt der Jones-Vektoren der beiden Signalpolarisationen ist gegeben durch $\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^* = |\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^*| e^{j\varphi_{\text{PF}}}$. Durch Polarisationsfehlanpassung kommt es zu einer Dämpfung des detektierten Signals um $|\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^*|$ und ein zusätzliche Phasenverschiebung φ_{PF} tritt auf. Deshalb ist es notwendig die beiden Polarisationen durch entsprechende Regelung einander anzugleichen. Alternativ kann durch geeignete Verschaltung optischer Komponenten ein polarisationsunabhängiger Empfang realisiert werden.

Der Photostrom der zweiten Diode lautet

$$i_2(t) = \frac{S_D}{2} |\vec{E}_{\text{RX}}(t)|^2 + \frac{S_D}{2} |\vec{E}_{\text{LO}}(t)|^2 \quad (\text{B.10})$$

$$+ S_D |\vec{E}_{\text{RX}}(t)| |\vec{E}_{\text{LO}}(t)| \sin(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX}}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t) + \varphi_{\text{PF}}) |\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^*|$$

und der Differenzstrom ist gegeben durch

$$i(t) = i_2(t) - i_1(t) \quad (\text{B.11})$$

$$= 2S_D |\vec{E}_{\text{RX}}(t)| |\vec{E}_{\text{LO}}(t)| \sin(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX}}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t) + \varphi_{\text{PF}}) |\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^*| \quad (\text{B.12})$$

$$= 2S_D |\vec{E}_{\text{RX}}(t)| |\vec{E}_{\text{LO}}(t)| \sin(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF}}(t) + \varphi_{\text{PF}}) |\vec{e}_{\text{RX}} \vec{e}_{\text{LO}}^*|. \quad (\text{B.13})$$

Durch die Bildung des Differenzstroms fallen die Leistungsterme $|\vec{E}_{\text{RX}}(t)|^2$ und $|\vec{E}_{\text{LO}}(t)|^2$ weg. Der Strom $i(t)$ enthält, im Gegensatz zu einem Direktempfänger, die Amplituden- und Phaseninformation $|\vec{E}_{\text{RX}}(t)|$ und $\varphi_{\text{ZF}}(t)$ des übertragenen Signals, welches nun zur Zwischenfrequenz

$$\omega_{\text{ZF}} = \omega_{\text{RX}} - \omega_{\text{LO}} \quad (\text{B.14})$$

hin verschoben wurde. Hieraus ergeben sich unterschiedliche Operationsmodi für den kohärenten Empfänger (Überlagerungsempfänger):

- Homodynempfang: $\omega_{\text{ZF}} = 0$
- Intradynempfang: $\omega_{\text{ZF}} \ll \frac{\omega_{\text{b}}}{2}$
- Heterodynempfang: $\omega_{\text{ZF}} \gg \frac{\omega_{\text{b}}}{2}$

Hierbei ist ω_{b} die durch die Symbolrate bedingte Modulationsbandbreite des optischen Trägers.

Ein Nachteil des Empfängers aus Abbildung B.1 ist die Abhängigkeit des Ausgangssignals von der Phase: Anhand von Gleichung (B.13) kann man einfach erkennen, dass im Fall $\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF}}(t) + \varphi_{\text{PF}} = 0$ der gesamte Ausdruck verschwindet und eine Signaldetektion somit unmöglich ist. Durch entsprechende optische Schaltungen kann ein phasenunabhängiger Empfang, im Englischen *phase diversity*, realisiert werden.

B.2 Polarisations- und Phasendiversitätsempfänger in ASE-gestörten Übertragungssystemen

Wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert, sind die wesentlichen Nachteile des in Abbildung B.1 gezeigten Empfängers die Phasen- und Polarisationsabhängigkeit des Ausgangssignals des Empfängers. Es ist nur der Realteil des Produktes $\vec{E}_{\text{RX}}(t)\vec{E}_{\text{LO}}^*(t)$ am Empfängerausgang verfügbar, der Imaginärteil verschwindet. Zudem ist das Ausgangssignal vom komplexen Skalarprodukt der Polarisationen \vec{e}_{RX} und \vec{e}_{LO} abhängig. Nur für gleiche Polarisation ist das Skalarprodukt maximal. Bei orthogonaler Polarisation verschwindet das Signal am Empfängerausgang. Aus diesem Grund werden Polarisations- und Phasendiversitätsempfänger eingesetzt. Das Schaltbild eines solchen Empfängers ist in Abbildung 3.11, Abschnitt 3.5.2, gezeigt. Zunächst werden sowohl das empfangene Signal als auch das Signal des Lokaloszillators mithilfe von Polarisationsstrahlteilern, im Englischen *polarization beam splitter* (PBS), in zwei zueinander orthogonale Komponenten zerlegt. Dadurch haben im oberen Teil alle Feldkomponenten die gleiche Polarisation in \vec{e}_x -Richtung, eine Ausrichtung der Komponenten zueinander ist nicht notwendig. Im unteren Teil sind dementsprechend alle Signalkomponenten in

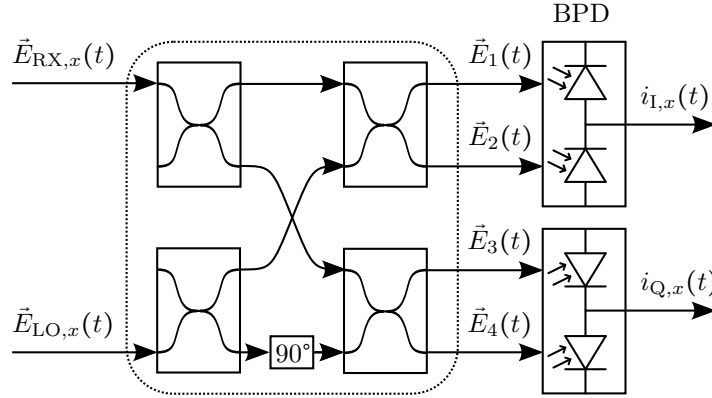


Abbildung B.2: Zweig der x -Polarisation des Polarisations- und Phasendiversitätsempfängers: Es werden vier 3dB-Koppler mit einer Phasenverzögerung um 90° im unteren Pfad verschalten. Nach der anschließenden Detektion mittels balanced Photodetektoren (BPD) stehen Realteil und Imaginärteil des empfangenen Signals (Index I und Q) zur Verfügung.

\vec{e}_y -Richtung polarisiert. Der obere Ast, der zum Empfang der x -Komponente des Signals dient, ist in Abbildung B.2 gezeigt. Die Signale $\vec{E}_{\text{RX},x}(t)$ und $\vec{E}_{\text{LO},x}(t)$ werden in einen optischen 90° -Hybrid eingekoppelt. Dort werden die beiden Signale jeweils in gleiche Anteile aufgeteilt. Eines der beiden Teilsignale des Lokaloszillator erfährt zudem eine Phasenverzögerung um 90° . Das empfangene Signal wird nun einmal mit dem unverzögerten Lokaloszillatorsignal und einmal mit dem verzögerten Lokaloszillatorsignal überlagert und jeweils mit einem BPD detektiert. Die beiden Ausgangssignale sind proportional zu dem Realteil und Imaginärteil des empfangenen Signals. Im Folgenden sollen die Ausgangssignale eines Polarisations- und Phasendiversitätsempfängers in einem von *amplified spontaneous emission* (ASE)-Rauschen gestörten Übertragungssystem bestimmt werden, die ausführliche Herleitung erfolgt für die Ausgangssignale des x -Zweigs des Empfängers. Die Berechnung für den y -Zweig kann analog durchgeführt werden. Das Eingangssignal des Empfängers kann dargestellt werden als Summe des datenträgenden Signals $\vec{E}_{\text{Sig}}(t)$ und des additiven Rauschens $\vec{N}_{\text{ASE}}(t)$:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} E_{\text{RX},x}(t) \\ E_{\text{RX},y}(t) \end{pmatrix}}_{\vec{E}_{\text{RX}}(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix} E_{\text{Sig},x}(t) \\ E_{\text{Sig},y}(t) \end{pmatrix}}_{\vec{E}_{\text{Sig}}(t)} + \underbrace{\begin{pmatrix} N_{\text{ASE},x}(t) \\ N_{\text{ASE},y}(t) \end{pmatrix}}_{\vec{N}_{\text{ASE}}(t)} \quad (\text{B.15})$$

Alternativ kann dies als Summe der Vektorkomponenten ausgedrückt werden:

$$\vec{E}_{\text{RX}}(t) = E_{\text{RX},x}(t)\vec{e}_x + E_{\text{RX},y}(t)\vec{e}_y \quad (\text{B.16})$$

$$= \vec{E}_{\text{RX},x}(t) + \vec{E}_{\text{RX},y}(t) \quad (\text{B.17})$$

$$= \left| \vec{E}_{\text{RX},x}(t) \right| e^{j(\omega_{\text{RX}}t + \varphi_{\text{RX},x}(t))} \vec{e}_x + \left| \vec{E}_{\text{RX},y}(t) \right| e^{j(\omega_{\text{RX}}t + \varphi_{\text{RX},y}(t))} \vec{e}_y \quad (\text{B.18})$$

Das Signal des Lokaloszillators kann dementsprechend durch

$$\vec{E}_{\text{LO}}(t) = \begin{pmatrix} N_{\text{ASE},x}(t) \\ N_{\text{ASE},y}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$= E_{\text{LO},x}(t)\vec{e}_x + E_{\text{LO},y}(t)\vec{e}_y \quad (\text{B.20})$$

$$= \vec{E}_{\text{LO},x}(t) + \vec{E}_{\text{LO},y}(t) \quad (\text{B.21})$$

$$= |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)| e^{j(\omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{LO}}(t))} \vec{e}_x + |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)| e^{j(\omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{LO}}(t))} \vec{e}_y \quad (\text{B.22})$$

ausgedrückt werden. Der Lokaloszillators wird dabei so ausgerichtet, dass das Signal zu gleichen Anteilen in die beiden Achsen eingekoppelt wird. Bei linear polarisiertem LO gilt dann $E_{\text{LO},x}(t) = E_{\text{LO},y}(t)$. Nach der Signalteilung am PBS lauten die beiden Eingangssignale des optischen 90°-Hybrid des x -Zweigs $\vec{E}_{\text{RX},x}(t) = \vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t)$ und $\vec{E}_{\text{LO},x}(t)$.

Unter Berücksichtigung der Übertragungsfunktion der 3 dB-Koppler (Gleichung (B.3)) und der Verzögerung um 90° (Multiplikation mit j) lautet die Transfermatrix des gezeigten optischen 2×4 90°-Hybrids:

$$\mathcal{T}_{\text{Hybrid}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ j & j \\ j & -1 \\ -1 & j \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

Abbildung B.2 zeigt eine von mehreren Möglichkeiten einen 90°-Hybrid aufzubauen. Dieser und weitere Ansätze werden in [92] diskutiert. Eine Realisierung des hier gezeigten Aufbaus wird in [93] besprochen.

Die Felder an den vier Ausgängen des 90°-Hybrids lauten:

$$\vec{E}_1(t) = \frac{1}{2}\vec{E}_{\text{RX},x}(t) - \frac{1}{2}\vec{E}_{\text{LO},x}(t) = \frac{1}{2}(\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - \vec{E}_{\text{LO},x}(t)) \quad (\text{B.24})$$

$$\vec{E}_2(t) = \frac{j}{2}\vec{E}_{\text{RX},x}(t) + \frac{j}{2}\vec{E}_{\text{LO},x}(t) = \frac{j}{2}(\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + \vec{E}_{\text{LO},x}(t)) \quad (\text{B.25})$$

$$\vec{E}_3(t) = \frac{j}{2}\vec{E}_{\text{RX},x}(t) - \frac{1}{2}\vec{E}_{\text{LO},x}(t) = \frac{j}{2}(\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)) \quad (\text{B.26})$$

$$\vec{E}_4(t) = -\frac{1}{2}\vec{E}_{\text{RX},x}(t) + \frac{j}{2}\vec{E}_{\text{LO},x}(t) = -\frac{1}{2}(\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)) \quad (\text{B.27})$$

Der Photostrom $i_1(t)$ der ersten Diode ist gegeben durch

$$\begin{aligned}
 i_1(t) &= S_D |\vec{E}_1(t)|^2 & (B.28) \\
 &= \frac{S_D}{4} |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - \vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 \\
 &= \frac{S_D}{4} [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - \vec{E}_{\text{LO},x}(t)] [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - \vec{E}_{\text{LO},x}(t)]^* \\
 &= \frac{S_D}{4} [|\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)|^2 + \vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{N}_{\text{ASE},x}^*(t) - \vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \\
 &\quad + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t)\vec{E}_{\text{Sig},x}^*(t) + |\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)|^2 - \vec{N}_{\text{ASE},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \\
 &\quad - \vec{E}_{\text{LO},x}(t)\vec{E}_{\text{Sig},x}^*(t) - \vec{E}_{\text{LO},x}(t)\vec{N}_{\text{ASE},x}^*(t) + |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2] \\
 &= \frac{S_D}{4} [|\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 + 2\text{Re}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{N}_{\text{ASE},x}^*(t)\} \\
 &\quad - 2\text{Re}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\} - 2\text{Re}\{\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\}].
 \end{aligned}$$

Die Photoströme $i_2(t) \dots i_4(t)$ können entsprechend bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 i_2(t) &= S_D |\vec{E}_2(t)|^2 & (B.29) \\
 &= \frac{S_D}{4} |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + \vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 \\
 &= \frac{S_D}{4} [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + \vec{E}_{\text{LO},x}(t)] [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + \vec{E}_{\text{LO},x}(t)]^* \\
 &= \frac{S_D}{4} [|\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 + 2\text{Re}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{N}_{\text{ASE},x}^*(t)\} \\
 &\quad + 2\text{Re}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\} + 2\text{Re}\{\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_3(t) &= S_D |\vec{E}_3(t)|^2 & (B.30) \\
 &= \frac{S_D}{4} |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 \\
 &= \frac{S_D}{4} [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)] [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) + j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)]^* \\
 &= \frac{S_D}{4} [|\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 + 2\text{Re}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{N}_{\text{ASE},x}^*(t)\} \\
 &\quad + 2\text{Im}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\} + 2\text{Im}\{\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_4(t) &= S_D |\vec{E}_4(t)|^2 & (B.31) \\
 &= \frac{S_D}{4} |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 \\
 &= \frac{S_D}{4} [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)] [\vec{E}_{\text{Sig},x}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) - j\vec{E}_{\text{LO},x}(t)]^* \\
 &= \frac{S_D}{4} [|\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},x}(t)|^2 + 2\text{Re}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{N}_{\text{ASE},x}^*(t)\} \\
 &\quad - 2\text{Im}\{\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\} - 2\text{Im}\{\vec{N}_{\text{ASE},x}(t)\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)\}]
 \end{aligned}$$

Die Inphase- und Quadraturkomponente des x -Zweigs werden durch Differenzbildung der entsprechenden Photoströme im balanced Photodetektor bestimmt. In Abbildung B.2 wurde die Orientierung der balanced Photodetektoren so angepasst, dass das Vorzeichen der Differenzströme korrekt ist. Alternativ kann das Vorzeichen über den Verstärkungsfaktor der darauf folgenden Signalverstärker (siehe Abbildung 3.11) angepasst werden. Die Inphase- und Quadraturkomponente lauten dementsprechend

$$\begin{aligned}
 i_{I,x}(t) &= i_2(t) - i_1(t) & (B.32) \\
 &= S_D \underbrace{\operatorname{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}}_{\text{Signal-LO Produkt}} + S_D \underbrace{\operatorname{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}}_{\text{LO-ASE-Rauschen}} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)| \cos(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX},x}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t)) \\
 &\quad + S_D \operatorname{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)| \cos(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF},x}(t)) + S_D \operatorname{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 i_{Q,x}(t) &= i_3(t) - i_4(t) & (B.33) \\
 &= S_D \operatorname{Im} \{ \vec{E}_{\text{Sig},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \} + S_D \operatorname{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)| \sin(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX},x}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t)) \\
 &\quad + S_D \operatorname{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},x}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},x}^*(t)| \sin(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF},x}(t)) + S_D \operatorname{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},x}(t) \vec{E}_{\text{LO},x}^*(t) \}.
 \end{aligned}$$

Die Gleichanteile sowie der Signal-ASE-Rauschterm fallen durch den balanced Photodetektor weg. Es bleiben das Signal-LO-Produkt sowie das LO-ASE-Rauschen. Das Signal-LO-Produkt ist der gesuchte Signalanteil, der die gesendete Information enthält. Durch die lineare Transformation bleibt das Gaußsche ASE-Rauschen des optischen Feldes auch im elektrischen Bereich Gauß-verteilt [48].

Analog zu der obigen Rechnung können die Ausgänge des y -Zweigs bestimmt werden. Die Felder an den Ausgängen des 90° -Hybrids sind

$$\vec{E}_5(t) = \frac{1}{2} \vec{E}_{\text{RX},y}(t) - \frac{1}{2} \vec{E}_{\text{LO},y}(t) = \frac{1}{2} (\vec{E}_{\text{Sig},y}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) - \vec{E}_{\text{LO},y}(t)) \quad (B.34)$$

$$\vec{E}_6(t) = \frac{j}{2} \vec{E}_{\text{RX},y}(t) + \frac{j}{2} \vec{E}_{\text{LO},y}(t) = \frac{j}{2} (\vec{E}_{\text{Sig},y}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) + \vec{E}_{\text{LO},y}(t)) \quad (B.35)$$

$$\vec{E}_7(t) = \frac{j}{2} \vec{E}_{\text{RX},y}(t) - \frac{1}{2} \vec{E}_{\text{LO},y}(t) = \frac{j}{2} (\vec{E}_{\text{Sig},y}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) + j \vec{E}_{\text{LO},y}(t)) \quad (B.36)$$

$$\vec{E}_8(t) = -\frac{1}{2} \vec{E}_{\text{RX},y}(t) + \frac{j}{2} \vec{E}_{\text{LO},y}(t) = -\frac{1}{2} (\vec{E}_{\text{Sig},y}(t) + \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) - j \vec{E}_{\text{LO},y}(t)) \quad (B.37)$$

Die zugehörigen Photoströme $i_5(t) \dots i_8(t)$ können entsprechend bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 i_5(t) &= S_D |\vec{E}_5(t)|^2 & (B.38) \\
 &= \frac{S_D}{4} \left[|\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},y}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)|^2 + 2\text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{N}_{\text{ASE},y}^*(t) \} \right. \\
 &\quad \left. - 2\text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} - 2\text{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_6(t) &= S_D |\vec{E}_6(t)|^2 & (B.39) \\
 &= \frac{S_D}{4} \left[|\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},y}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)|^2 + 2\text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{N}_{\text{ASE},y}^*(t) \} \right. \\
 &\quad \left. + 2\text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} + 2\text{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_7(t) &= S_D |\vec{E}_7(t)|^2 & (B.40) \\
 &= \frac{S_D}{4} \left[|\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},y}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)|^2 + 2\text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{N}_{\text{ASE},y}^*(t) \} \right. \\
 &\quad \left. + 2\text{Im} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} + 2\text{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_8(t) &= S_D |\vec{E}_8(t)|^2 & (B.41) \\
 &= \frac{S_D}{4} \left[|\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)|^2 + |\vec{N}_{\text{ASE},y}(t)|^2 + |\vec{E}_{\text{LO},y}(t)|^2 + 2\text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{N}_{\text{ASE},y}^*(t) \} \right. \\
 &\quad \left. - 2\text{Im} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} - 2\text{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \right]
 \end{aligned}$$

Die Inphase- und Quadraturkomponente des y -Zweigs lauten:

$$\begin{aligned}
 i_{\text{I},y}(t) &= i_6(t) - i_5(t) & (B.42) \\
 &= S_D \text{Re} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} + S_D \text{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},y}^*(t)| \cos(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX},y}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t)) \\
 &\quad + S_D \text{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},y}^*(t)| \cos(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF},y}(t)) + S_D \text{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{\text{Q},y}(t) &= i_7(t) - i_8(t) & (B.43) \\
 &= S_D \text{Im} \{ \vec{E}_{\text{Sig},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} + S_D \text{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},y}^*(t)| \sin(\omega_{\text{RX}}t - \omega_{\text{LO}}t + \varphi_{\text{RX},y}(t) - \varphi_{\text{LO}}(t)) \\
 &\quad + S_D \text{Im} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \} \\
 &= S_D |\vec{E}_{\text{Sig},y}(t)| |\vec{E}_{\text{LO},y}^*(t)| \sin(\omega_{\text{ZF}}t + \varphi_{\text{ZF},y}(t)) + S_D \text{Re} \{ \vec{N}_{\text{ASE},y}(t) \vec{E}_{\text{LO},y}^*(t) \}
 \end{aligned}$$

C Generatorpolynome zur Erzeugung von Zufallsfolgen

Tabelle C.1: Generatorpolynome des Galois-Feldes $\text{GF}(2^m)$ [51]

Grad m	Polynom $g(x)$	Periode
1	$x + 1$	1
2	$x^2 + x + 1$	3
3	$x^3 + x + 1$	7
4	$x^4 + x + 1$	15
5	$x^5 + x^2 + 1$	31
6	$x^6 + x + 1$	63
7	$x^7 + x + 1$	127
8	$x^8 + x^6 + x^5 + x + 1$	255
9	$x^9 + x^4 + 1$	511
10	$x^{10} + x^3 + 1$	1023
11	$x^{11} + x^2 + 1$	2047
12	$x^{12} + x^7 + x^4 + x^3 + 1$	4095
13	$x^{13} + x^4 + x^3 + x + 1$	8191
14	$x^{14} + x^{12} + x^{11} + x + 1$	16383
15	$x^{15} + x + 1$	32767
16	$x^{16} + x^5 + x^3 + x^2 + 1$	65535
17	$x^{17} + x^3 + 1$	131071
18	$x^{18} + x^7 + 1$	262143
19	$x^{19} + x^6 + x^5 + x + 1$	524287
20	$x^{20} + x^3 + 1$	1048575

Tabelle C.2: Generatorpolynome des Galois-Feldes GF (4^m) [51]

Grad m	Polynom $g(x)$	Periode
1	$x + 2$	3
2	$x^2 + x + 2$	15
3	$x^3 + x^2 + x + 2$	63
4	$x^4 + x^2 + 2x + 3$	255
5	$x^5 + x + 2$	1023
6	$x^6 + x^2 + x + 2$	4095
7	$x^7 + x^2 + 2x + 3$	16383
8	$x^8 + x^3 + x + 2$	65535
9	$x^9 + x^2 + x + 2$	262143
10	$x^{10} + x^3 + 2(x^2 + x + 1)$	1048575

Tabelle C.3: Generatorpolynome des Galois-Feldes GF (8^m) [94]

Grad m	Polynom $g(x)$	Periode
1	$x + 2$	7
2	$x^2 + 2x + 2$	63
3	$x^3 + x + 2$	511
4	$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 2$	4095
5	$x^5 + 2x^3 + 2x^2 + x + 6$	32767
6	$x^6 + 4x^5 + 4x^3 + 6$	262143
7	$x^7 + 2x^2 + 4x + 2$	2097151

Tabelle C.4: Generatorpolynome des Galois-Feldes GF (16^m) [94]

Grad m	Polynom $g(x)$	Periode
1	$x + 2$	15
2	$x^2 + 7x + 2$	255
3	$x^3 + 4x + 2$	4095
4	$x^4 + 2x^2 + x + 4$	65535
5	$x^5 + x^2 + 2x + 4$	1048575

D Adaptive Einstellung der Filterkoeffizienten

Die in Kapitel 5 eingeführte Adaptionsgleichung (5.15) zur Bestimmung der Koeffizienten eines *finite impulse response* (FIR)-Filters wird im Folgenden verwendet, um die Koeffizienten der Filterstrukturen in Abbildung 5.6 bzw. 5.15 einzustellen. Die Adaptionsgleichung der vier Filter lautet allgemein

$$\vec{c}_{pq}(k+1) = \vec{c}_{pq}(k) - b \nabla_{\vec{c}_{pq}} \{J_p(\vec{c}_{pq})\} \Big|_{\vec{c}_{pq}=\vec{c}_{pq}(k)} \quad \text{mit } p, q \in \{x, y\}, \quad (\text{D.1})$$

was als Gradienten-Verfahren oder Verfahren des steilsten Abstiegs bezeichnet wird. Hierbei können für den oberen Ausgang und den unteren Ausgang zwei unabhängige Kostenfunktionen J_x und J_y formuliert werden. Die Kostenfunktionen $J_p(\vec{c}_{pq})$ bilden die jeweils zugehörigen Filterkoeffizienten und Signalwerte auf eine skalare, zu minimierende Größe ab. Die Kostenfunktionen entsprechen im uns vorliegenden Fall dem Quadrat des Momentanfehlers. Im Folgenden sollen die Adaptionsgleichungen für das *least mean squares* (LMS)-Verfahren und das *constant modulus algorithm* (CMA)-Verfahren hergeleitet werden, wobei sich die Verfahren in der Definition des Momentanfehlers unterscheiden. Der Gradient einer reellen Funktion $f(\vec{z})$ eines komplexen Vektors \vec{z} kann durch folgende Gleichung bestimmt werden [82]:

$$\nabla_{\vec{z}} f(\vec{z}) = 2 \frac{df(\vec{z})}{d\vec{z}^*} \quad (\text{D.2})$$

$$= \frac{\delta f(\vec{z})}{\delta \text{Re}\{\vec{z}\}} + i \frac{\delta f(\vec{z})}{\delta \text{Im}\{\vec{z}\}} \quad (\text{D.3})$$

Angepasst auf den Gradienten in Adaptionsgleichung (D.1) lautet die Gleichung

$$\nabla_{\vec{c}_{mn}} J_m(\vec{c}_{mn}) = 2 \frac{dJ_m(\vec{c}_{mn})}{d\vec{c}_{mn}^*}. \quad (\text{D.4})$$

Dieser Ausdruck soll im Folgenden bei der Herleitung der Adaptionsgleichungen der beiden Verfahren verwendet werden.

D.1 Einstellung der Filterkoeffizient mit dem LMS-Verfahren

Die beiden Kostenfunktionen des LMS-Verfahrens lauten

$$\begin{aligned}
J_x &= |e_x|^2 = e_x \cdot e_x^* & (D.5) \\
&= (d_x - \tilde{d}_x) \cdot (d_x - \tilde{d}_x)^* \\
&= (d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y)) \cdot (d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y))^*
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
J_y &= |e_y|^2 = e_y \cdot e_y^* & (D.6) \\
&= (d_y - \tilde{d}_y) \cdot (d_y - \tilde{d}_y)^* \\
&= (d_y - (\tilde{c}_{yy}^T \vec{r}_y + \tilde{c}_{yx}^T \vec{r}_x)) \cdot (d_y - (\tilde{c}_{yy}^T \vec{r}_y + \tilde{c}_{yx}^T \vec{r}_x))^* .
\end{aligned}$$

Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit wird bei der Herleitung auf die Angabe der Zeitabhängigkeit (k) verzichtet. Zunächst sollen die Adaptionsgleichungen der beiden oberen Filter gefunden werden, die das Signal \tilde{d}_x liefern. Der Gradient der Kostenfunktion mit \tilde{c}_{xx} als Variable wird wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned}
\nabla_{\tilde{c}_{xx}} J_x(\tilde{c}_{xx}) &= 2 \frac{dJ_x(\tilde{c}_{xx})}{d\tilde{c}_{xx}^*} & (D.7) \\
&= 2 \frac{d(d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y)) \cdot (d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y))^*}{d\tilde{c}_{xx}^*} \\
&= -2 (d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y)) \vec{r}_x^* \\
&= -2e_x \vec{r}_x^*
\end{aligned}$$

Hierbei wurden folgende Ableitungsregeln für Vektoren angewendet [69, 82]:

$$\frac{d\vec{v}^T \vec{w}}{d\vec{v}} = \frac{d\vec{w}^T \vec{v}}{d\vec{v}} = \vec{w}, \quad \frac{d\vec{v}^T \vec{w}}{d\vec{v}^*} = \frac{d\vec{w}^T \vec{v}^*}{d\vec{v}^*} = \vec{w} \quad \text{und} \quad \frac{d\vec{v}^T \vec{w}}{d\vec{v}^*} = \frac{d\vec{w}^T \vec{v}}{d\vec{v}^*} = \vec{0}, \quad (D.8)$$

mit dem Nullvektor $\vec{0}$, wobei \vec{v} , \vec{w} und $\vec{0}$ Spaltenvektoren sind.

Zur Bestimmung von $\nabla_{\tilde{c}_{xy}} J_x(\tilde{c}_{xy})$ wird ebenso verfahren:

$$\begin{aligned}
\nabla_{\tilde{c}_{xy}} J_x(\tilde{c}_{xy}) &= 2 \frac{dJ_x(\tilde{c}_{xy})}{d\tilde{c}_{xy}^*} & (D.9) \\
&= 2 \frac{d(d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y)) \cdot (d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y))^*}{d\tilde{c}_{xy}^*} \\
&= -2 (d_x - (\tilde{c}_{xx}^T \vec{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \vec{r}_y)) \vec{r}_y^* \\
&= -2e_x \vec{r}_y^*
\end{aligned}$$

Die Aktualisierungsgleichungen des LMS-Algorithmus für die beiden Filter des oberen Ausgangs der Filterstruktur lauten

$$\bar{c}_{xx}(k+1) = \bar{c}_{xx}(k) + \mu \cdot e_x(k) \bar{r}_x^*(k) \quad (\text{D.10})$$

$$\bar{c}_{xy}(k+1) = \bar{c}_{xy}(k) + \mu \cdot e_x(k) \bar{r}_y^*(k). \quad (\text{D.11})$$

Die Berechnungen für die Filterkoeffizienten, die das zweite Filterausgangssignal \tilde{d}_y liefern, erfolgt entsprechend. Die Gradienten und die Adaptionsgleichung lauten

$$\nabla_{\bar{c}_{yy}} J_y(\bar{c}_{yy}) = -2e_y \bar{r}_y^* \quad (\text{D.12})$$

$$\nabla_{\bar{c}_{yx}} J_y(\bar{c}_{yx}) = -2e_y \bar{r}_x^* \quad (\text{D.13})$$

und

$$\bar{c}_{yy}(k+1) = \bar{c}_{yy}(k) + \mu \cdot e_y(k) \bar{r}_y^*(k) \quad (\text{D.14})$$

$$\bar{c}_{yx}(k+1) = \bar{c}_{yx}(k) + \mu \cdot e_y(k) \bar{r}_x^*(k). \quad (\text{D.15})$$

D.2 Einstellung der Filterkoeffizienten mit dem CMA-Verfahren

Beim CMA-Verfahren wird ausgenutzt, dass der Betrag (*modulus*) der Hüllkurve phasenmodulierter Signale als konstant angenommen werden kann. Die Differenz zwischen dem Quadrat des Betrags der Hüllkurve und dem Betragsquadrat des Filterausgangs wird als Fehler definiert. Die Kostenfunktionen der beiden Entzerrerausgänge lauten

$$\begin{aligned} J_x &= |e_x|^2 = e_x \cdot e_x^* & (\text{D.16}) \\ &= \left(a_x^2 - |\tilde{d}_x|^2 \right) \cdot \left(a_x^2 - |\tilde{d}_x|^2 \right)^* = \left(a_x^2 - |\tilde{d}_x|^2 \right)^2 \\ &= \left(a_x^2 - |\bar{c}_{xx}^T \bar{r}_x + \bar{c}_{xy}^T \bar{r}_y|^2 \right)^2 \\ &= \left(a_x^2 - \left(\bar{c}_{xx}^T \bar{r}_x + \bar{c}_{xy}^T \bar{r}_y \right) \left(\bar{c}_{xx}^T \bar{r}_x + \bar{c}_{xy}^T \bar{r}_y \right)^* \right)^2 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} J_y &= |e_y|^2 = e_y \cdot e_y^* & (\text{D.17}) \\ &= \left(a_y^2 - |\tilde{d}_y|^2 \right) \cdot \left(a_y^2 - |\tilde{d}_y|^2 \right)^* = \left(a_y^2 - |\tilde{d}_y|^2 \right)^2 \\ &= \left(a_y^2 - |\bar{c}_{yy}^T \bar{r}_y + \bar{c}_{yx}^T \bar{r}_x|^2 \right)^2 \\ &= \left(a_y^2 - \left(\bar{c}_{yy}^T \bar{r}_y + \bar{c}_{yx}^T \bar{r}_x \right) \left(\bar{c}_{yy}^T \bar{r}_y + \bar{c}_{yx}^T \bar{r}_x \right)^* \right)^2. \end{aligned}$$

Wie bereits bei den Berechnungen zum LMS-Algorithmus werden zunächst die Adaptionsgleichungen der beiden oberen Filter bestimmt, welche das Signal \tilde{d}_x liefern. Die Gradienten der Kostenfunktion werden wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned}
\nabla_{\tilde{c}_{xx}} J_x(\tilde{c}_{xx}) &= 2 \frac{dJ_x(\tilde{c}_{xx})}{d\tilde{c}_{xx}^*} & (D.18) \\
&= 2 \frac{\left(a_x^2 - (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y) (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y)^* \right)^2}{d\tilde{c}_{xx}^*} \\
&= 4 \left(a_x^2 - (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y) (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y)^* \right) \\
&\quad \cdot \frac{d \left(a_x^2 - (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y) (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y)^* \right)}{d\tilde{c}_{xx}^*} \\
&= -4 \left(a_x^2 - (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y) (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y)^* \right) (\tilde{c}_{xx}^T \tilde{r}_x + \tilde{c}_{xy}^T \tilde{r}_y) \tilde{r}_x^* \\
&= -4e_x \tilde{d}_x \tilde{r}_x^*
\end{aligned}$$

Zur Berechnung von $\nabla_{\tilde{c}_{xy}} J_x(\tilde{c}_{xy})$ wird entsprechend vorgegangen:

$$\nabla_{\tilde{c}_{xy}} J_x(\tilde{c}_{xy}) = 2 \frac{dJ_x(\tilde{c}_{xy})}{d\tilde{c}_{xy}^*} = -4e_x \tilde{d}_x \tilde{r}_y^*$$

Die zugehörigen Aktualisierungsgleichungen der zugehörigen Filterkoeffizienten lauten

$$\tilde{c}_{xx}(k+1) = \tilde{c}_{xx}(k) - \mu \cdot e_x(k) \tilde{d}_x(k) \tilde{r}_x^*(k) \quad (D.19)$$

$$\tilde{c}_{xy}(k+1) = \tilde{c}_{xy}(k) - \mu \cdot e_x(k) \tilde{d}_x(k) \tilde{r}_y^*(k). \quad (D.20)$$

Die Berechnungen für die Filterkoeffizienten, die das zweite Filterausgangssignal \tilde{d}_y liefern, erfolgt entsprechend. Die Gradienten und die Adaptionsgleichung lauten

$$\nabla_{\tilde{c}_{yy}} J_y(\tilde{c}_{yy}) = -4e_y \tilde{d}_y \tilde{r}_y^* \quad (D.21)$$

$$\nabla_{\tilde{c}_{yx}} J_y(\tilde{c}_{yx}) = -4e_y \tilde{d}_y \tilde{r}_x^* \quad (D.22)$$

und

$$\tilde{c}_{yy}(k+1) = \tilde{c}_{yy}(k) + \mu \cdot e_y(k) \tilde{d}_y(k) \tilde{r}_y^*(k) \quad (D.23)$$

$$\tilde{c}_{yx}(k+1) = \tilde{c}_{yx}(k) + \mu \cdot e_y(k) \tilde{d}_y(k) \tilde{r}_x^*(k). \quad (D.24)$$

E Untersuchung der Schrittweitensteuerung

Um die Adaptiondauer des *normalized least mean squares* (NLMS)-Verfahrens zu verkürzen sollen unterschiedliche Prinzipien der Schrittweitensteuerung (SWS) verglichen werden, wobei eine Unterscheidung zwischen fehlerbasierten und gradientenbasierten Verfahren erfolgt. Zu den fehlerbasierten Verfahren zählen das Verfahren von Kwong et al. [78], das von Aboulnasr et al. [95] und das von Costa et al. [96]. Bei den gradientenbasierten Verfahren werden die beiden von Harris et al. [97] und Evans et al. [98] untersucht. Die im Folgenden präsentierten Ergebnisse sind eine Zusammenfassung der Untersuchungen aus [76], [77] und [99], wobei hier eine Beschränkung auf die Algorithmen von Kwong et al. und Harris et al. erfolgt. In Abschnitt E.1 werden die Verfahren für die Anwendung in einem System mit Direktempfang angepasst. Darauf folgt eine Erweiterung für Systeme mit Phasen- und Polarisationsdiversitäts (PPD)-Empfang in Abschnitt E.2, abschließend werden die beiden Verfahren optimiert und verglichen.

E.1 Schrittweitensteuerung in Systemen mit Direktempfang

In einem direktempfangenden System, wie es in Abbildung 4.1 gezeigt ist, kommt ein einzelnes NLMS-basiertes Filter zum Einsatz. Die zugehörige Adaptionsgleichung lautet

$$\tilde{c}(k+1) = \tilde{c}(k) + \frac{\mu}{\sigma + \tilde{r}^H(k)\tilde{r}(k)} \cdot e(k)\tilde{r}^*(k). \quad (\text{E.1})$$

Im folgenden Abschnitt wird eine Anpassung der später untersuchten SWS-Verfahren an diese Adaptionsgleichung durchgeführt.

E.1.1 Schrittweitensteuerung mithilfe des Momentanfehlers

In der Gruppe der fehlerbasierten SWS präsentieren Kwong et al. einen einfachen und zugleich robusten Algorithmus, der die Schrittweite in (E.1) nach der Vorschrift

$$\mu(k+1) = \begin{cases} \mu_{\max}, & \text{falls } \mu'(k+1) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, & \text{falls } \mu'(k+1) < \mu_{\min} \\ \mu'(k+1) & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

mit

$$\mu'(k+1) = \beta_{\text{SWS}} \cdot \mu(k) + \lambda_{\text{SWS}} \cdot |e(k)|^2 \quad (\text{E.3})$$

anpasst. Gleichung (E.2) gilt für alle hier präsentierten Algorithmen. Als Ober- und Untergrenze für μ wird in allen Untersuchungen $\mu_{\max} = 1$ und $\mu_{\min} = 10^{-6}$ angenommen.

Die beiden Algorithmen von Aboulnasr et al. und Costa et al. sind eine Erweiterung des Verfahrens von Kwong et al. Da durch ihren Einsatz keine signifikante Verbesserung der Leistung erzielt werden kann, siehe [76], werden sie hier nicht besprochen.

E.1.2 Schrittweitensteuerung mithilfe des Vorzeichenwechsels des Momentangradienten

Die zweite Gruppe von SWS-Algorithmen bewertet das Auftreten des Vorzeichenwechsels des Gradienten $\nabla_{\bar{c}(k)} |e(k)|^2 = -2e(k)\bar{r}^*(k)$. Aufeinanderfolgende Vorzeichenwechsel weisen auf die Nähe zur optimalen Lösung hin, was eine Verkleinerung der Schrittweite zur Folge hat. Seltene oder ausbleibende Vorzeichenwechsel sind Indikator dafür, auf dem Weg in Richtung Optimum zu sein, die Schrittweite wird vergrößert um eine schnellere Adaption der Filterkoeffizienten zu gewährleisten.

Harris et al. präsentieren einen Algorithmus, der die Adaptionvorschrift des NLMS-Algorithmus, siehe Gleichung (E.1), erweitert zu

$$\bar{c}(k+1) = \bar{c}(k) + \mathcal{M}(k) \frac{e(k)\bar{r}^*(k)}{\|\bar{r}(k)\|^2} \quad \text{mit} \quad \mathcal{M}(k) = \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \dots \\ \dots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mu_{N-1} \end{pmatrix}. \quad (\text{E.4})$$

Diese Adaptionvorschrift weist jedem einzelnen Filterkoeffizienten c_n eine Schrittweite μ_n zu. Diese N Schrittweiten bilden die Diagonale der Matrix $\mathcal{M}(k)$, alle anderen Elemente sind Null.

In Systemen mit Direktempfang enthält der empfangene Vektor $\bar{r}(k)$ nur positive, reellwertige Elemente. Dadurch ist der Gradient nur vom Fehler $e(n)$ abhängig. Aus

diesem Grund kann die Matrix $\mathcal{M}(n)$ in Gleichung (E.4) auf ein gemeinsames μ reduziert werden, wodurch man

$$\mu'(k+1) = \begin{cases} \mu(k) \cdot \frac{1}{\beta_{\text{SWS}}}, & \text{falls } v_0 = m_0 \\ \mu(k) \cdot \beta_{\text{SWS}}, & \text{falls } v_1 = m_1 \\ \mu(k) & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

erhält. Hierbei sind v_0 und v_1 Zähler für das aufeinanderfolgende Auftreten bzw. Ausbleiben von Vorzeichenwechseln. Die Größen m_0 und m_1 sind die entsprechenden Schwellwerte, die zur Verkleinerung bzw. Vergrößerung der Schrittweite führen. Das Verkleinern bzw. Vergrößern der Schrittweite erfolgt durch Multiplikation mit β_{SWS} bzw. Division durch β_{SWS} . Zur Realisierung in Digitalschaltung wird empfohlen β_{SWS} als Potenz von 2 mit ganzzahligem Exponenten zu wählen [97]. Dadurch vereinfachen sich die Multiplikation bzw. Division im Signalprozessor auf eine reine Schieberegisteroperation.

Der Algorithmus von Evans et al. ersetzt Multiplikation und Division durch Addition und Subtraktion, so dass $\mu'(k+1) = \mu(k) + \beta_{\text{SWS}}$ und $\mu'(k+1) = \mu(k) - \beta_{\text{SWS}}$ gilt. Die Untersuchungen in [76] zeigen, dass sich die beiden Algorithmen in ihrer Leistung nur marginal unterscheiden. Deshalb wird an dieser Stelle nur das Verfahren von Harris et al. betrachtet.

E.2 Schrittweitensteuerung in Systemen mit Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die zu untersuchenden Verfahren für die Verwendung in direkt detektierenden Systemen angepasst. Hierbei wird ein einzelnes FIR-Filter zur Kompensation der PMD eingesetzt. Im Gegensatz dazu wird nach Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang die in Abbildung 5.6 gezeigte Struktur aus vier FIR-Filtern zur PMD-Kompensation eingesetzt. Die Adaptionsgleichung (5.23) soll an dieser Stelle wiederholt werden:

$$\bar{c}_{pq}(k+1) = \bar{c}_{pq}(k) + \frac{\mu_{pq}}{\sigma + \|\bar{r}_q^{\rightarrow}(k)\|^2} e_p \bar{r}_q^{*} \quad \text{mit } p, q \in \{x, y\} \quad (\text{E.6})$$

Die Verfahren zur Steuerung der Schrittweite müssen dementsprechend an die vier Adaptionsgleichungen angepasst werden. Aus Gleichung (E.2) geht hervor, dass die

zugehörigen Schrittweiten durch

$$\mu_{pq}(k+1) = \begin{cases} \mu_{\max}, & \text{falls } \mu'_{pq}(k+1) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, & \text{falls } \mu'_{pq}(k+1) < \mu_{\min} \\ \mu'_{pq}(k+1) & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{E.7})$$

beschrieben werden können. Die zugehörigen $\mu'_{pq}(k+1)$ werden in den folgenden Abschnitten bestimmt.

E.2.1 Schrittweitensteuerung mithilfe des Momentanfehlers

Die Anpassung der Schrittweite nach Kwong et al. (siehe Gleichung (E.1)) ist lediglich vom quadratischen Fehler $|e(k)|^2$ abhängig. Für die Struktur mit vier Filtern ergeben sich zwei unterschiedliche Fehler $e_x(k)$ und $e_y(k)$ für die beiden Ausgänge. Aus diesem Grund ist es sinnvoll zwei unterschiedliche Schrittweisen $\mu_x = \mu_{xx} = \mu_{xy}$ und $\mu_y = \mu_{yx} = \mu_{yy}$ zu betrachten. Die Gleichung der SWS lautet nun

$$\mu'_p(n+1) = \beta_{\text{SWS}}\mu_p(n) + \lambda_{\text{SWS}}|e_p(n)|^2 \quad \text{mit } p \in \{x, y\}. \quad (\text{E.8})$$

E.2.2 Schrittweitensteuerung mithilfe des Vorzeichenwechsels des Momentangradienten

Eine Gegenüberstellung der Gleichungen (E.4) und (E.6) zeigt, dass die μ_{pq} durch die Matrix

$$\mathcal{M}_{pq}(k) = \begin{pmatrix} \mu_{pq,0} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \dots \\ \dots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mu_{pq,N-1} \end{pmatrix} \quad (\text{E.9})$$

ersetzt werden müssen, um eine Adaption der vier FIR-Filter nach Harris et al. zu realisieren. Für die Aktualisierung der $\mu_{pq,n}(k)$ gilt

$$\mu'_{pq,n}(k+1) = \begin{cases} \mu_{pq,n}(k) \cdot \frac{1}{\beta_{\text{SWS}}}, & \text{falls } v_{0,pq} = m_{0,pq} \\ \mu_{pq,n}(k) \cdot \beta_{\text{SWS}}, & \text{falls } v_{1,pq} = m_{1,pq} \\ \mu_{pq,n}(k) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{E.10})$$

Wie schon in Gleichung (E.5) sind $v_{pq,0}$ und $v_{pq,1}$ die Zähler aufeinanderfolgender Vorzeichenwechsel bzw. ausbleibender Vorzeichenwechsel des Gradienten, $m_{0,pq}$ und

$m_{1,pq}$ sind die zugehörigen Schwellwerte, die eine Anpassung von $\mu_{pq,n}(k)$ bedingen. Den zugehörigen Gradienten liefert

$$\nabla_{\bar{c}_{pq}} |e_p(k)|^2 = -2e_p(k)\bar{r}_q^*(k) \quad \text{mit } p, q \in \{x, y\}. \quad (\text{E.11})$$

Bemerkenswert ist, dass das Verfahren eine Schrittweite für jeden der N Filterkoeffizienten pro Filter bereitstellt. Zur Steuerung der Schrittweite wird jeweils das zugehörige Element des Gradienten betrachtet, wodurch dieses Verfahren wesentlich mehr Rechenoperationen erfordert als die zuvor gezeigten Umsetzungen der SWS.

E.3 Auswertung und Vergleich der Verfahren

In [77] und [99] werden alle fünf eingangs genannten SWS auf die Anwendbarkeit in amplitudenmodulierten Übertragungssystemen mit Direktempfang untersucht und optimiert. Da sich die beiden Verfahren von Kwong et al. und Harris et al. als besonders günstig erwiesen haben, werden die Ergebnisse der Untersuchung hier dargestellt. Zusätzlich werden die beiden Verfahren in den modifizierten Formen für die Verwendung nach einem PPD-Empfänger in amplitudenmodulierten *polarisation division multiplex* (PDM)-Systemen optimiert [77].

Die Untersuchungen finden in einem in Matlab implementierten Übertragungssystem statt, welches in zwei unterschiedlichen Konfigurationen verwendet wird. In der ersten Konfiguration werden amplitudenmodulierte Signale mit einer Bitrate von $R_{\text{Bit}} = 10 \text{ Gbit/s}$ erzeugt und über eine PMD-behaftete Faser übertragen. Das Signal wird mit einem Direktempfänger detektiert und anschließend mit einer Rate von $R_{\text{Abt}} = R_{\text{Bit}}$ abgetastet und einem FIR-Filter mit 11 Koeffizienten zugeführt. Die zweite Konfiguration verwendet PDM, wobei auf jeder Polarisation ein amplitudenmoduliertes Signal mit 10 Gbit/s übertragen wird, so dass das System mit $R_{\text{Bit}} = 20 \text{ Gbit/s}$ arbeitet. Die Bitraten der einzelnen Polarisationen sind hierbei als Symbolrate $R_S = 10 \text{ GBd/s}$ des Systems aufzufassen. Nach einem PPD-Empfänger wird das Signal mit $R_{\text{Abt}} = 2R_S$ abgetastet und einem FIR-Filter mit 17 Koeffizienten zugeführt, wie es in [14] empfohlen wird. In beiden Systemen wird Rauschen addiert, so dass sich definierte *optical signal-to-noise ratio* (OSNR)-Werte nach einem optischen Filter der Bandbreite $0,1 \text{ nm}$ ergeben. Die Maximalleistung des Nutzsignals beträgt dabei 1 mW .

E.3.1 Auswertung mithilfe der Lernkurve

Um die optimalen Einstellungen der SWS-Verfahren zu finden, wird für verschiedene Einstellungen der SWS-Verfahren der Verlauf des *mean square error* (MSE) ausgewer-

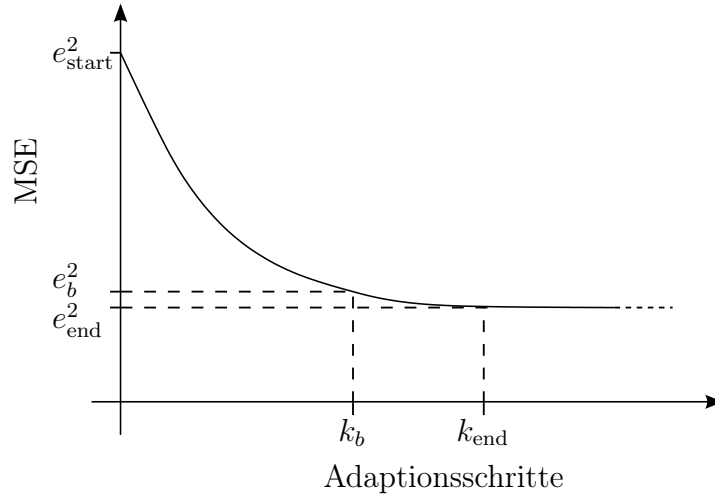


Abbildung E.1: Auswertung der Schrittweitensteuerung anhand der Lernkurven des NLMS-Algorithmus

tet. Dieser Verlauf wird als Lernkurve des Adaptionsverfahrens bezeichnet und stellt ein häufig verwendetes Mittel zur Bewertung des Anpassvorgangs adaptiv einstellbarer Filter dar. Abbildung E.1 zeigt exemplarisch eine solche Lernkurve. Charakteristische Größen sind der kleinste erreichbare mittlere quadratische Fehler e_{end}^2 und die Zahl an Adaptionsschritten k_b , die zum Erreichen des Wertes $MSE(k_b) = 10^{-b}$ notwendig ist. Der Verlauf des MSE wird durch folgende Mittelung geschätzt:

$$MSE(k) = \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V e_v^2(k) \quad (\text{E.12})$$

Zur Erzeugung der einzelnen Kurven $e_v^2(k)$ wird jeweils eine PMD-behaftete Faser mit vorgegebener mittleren *differential group delay* (DGD) erzeugt und zufällig erzeugtes Rauschen wird addiert, so dass das geforderte OSNR resultiert. In den im Folgenden präsentierten Ergebnissen werden die Werte $\langle \Delta\tau \rangle = 25$ ps und $OSNR = 30$ dB angenommen. Der Endabgleich e_{end}^2 wird durch Vergleich des Zeitmittels der vergangenen W Werte mit dem Mittel der davor liegenden W Werte gefunden.¹ Der Endabgleich liegt vor, wenn beim Durchlaufen der Lernkurve die Bedingung

$$\sum_{k=k_{\text{end}}-2W}^{k_{\text{end}}-W-1} MSE(k) \leq \epsilon \cdot \sum_{k=k_{\text{end}}-W}^{k_{\text{end}}-1} MSE(k) \quad (\text{E.13})$$

zum ersten mal erfüllt ist. Dabei haben sich die Werte $W = 50$ und $\epsilon = 1.1$ als günstig erwiesen. Der Endwert ist durch

$$e_{\text{end}}^2 = \frac{1}{2L} \sum_{k=k_{\text{end}}-2W}^{k_{\text{end}}-1} MSE(k) \quad (\text{E.14})$$

¹Ein ähnliches Verfahren wird z.B. in [71] verwendet.

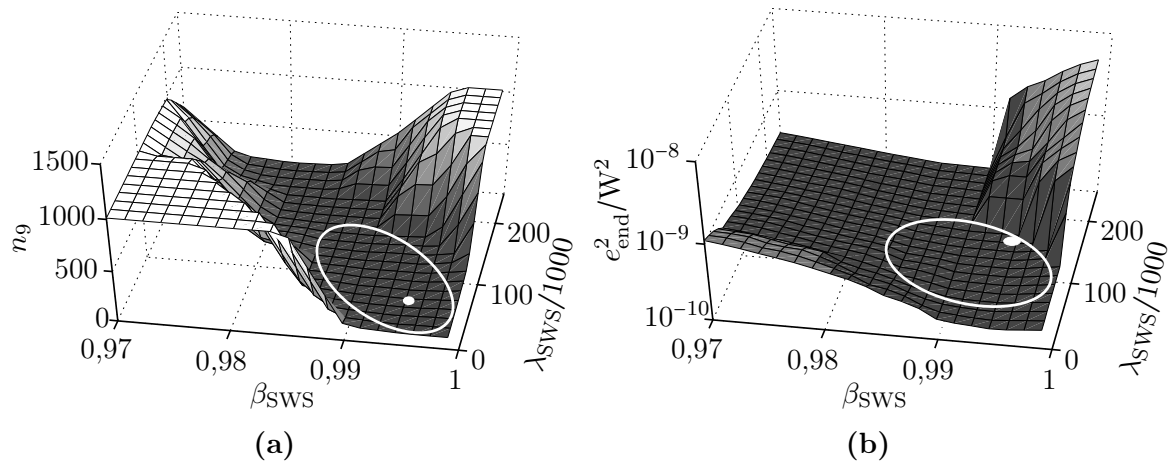


Abbildung E.2: Die Bewertungsgrößen n_9 (a) und e_{end}^2 (b) als Funktion der SWS-Parameter β_{SWS} und λ_{SWS} bei einer mittleren DGD von 25 ps und einem OSNR von 30 dB in einem System mit Direktempfang.

gegeben. Das Maß für die Adaptionsgeschwindigkeit k_b entspricht der Anzahl an Adaptionsschritten, bei der beim Durchlaufen der Lernkurve erstmals $\text{MSE}(k) = 10^{-b}$ eintritt. Im Folgenden werden die Fälle $b = 9$ bzw. $b = 5$ betrachtet.

E.3.2 Optimierung und Vergleich der Algorithmen von Kwong und Harris

Um die optimalen Einstellungen für die SWS-Verfahren von Kwong et al. zu finden, werden die Bewertungsgrößen n_9 und e_{end}^2 für das System mit Direktempfang bzw. n_5 und e_{end}^2 für das System mit Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang für unterschiedliche Kombinationen von β_{SWS} und λ_{SWS} bestimmt. Beim zweitgenannten System werden Lernkurven für beide Entzerrerausgänge aufgenommen und der jeweils größere Wert für n_5 bzw. e_{end}^2 gespeichert. Die Werte n_9 und n_5 wurden gewählt, da die zugehörigen MSE 10^{-9} und 10^{-5} knapp über den zu erwartenden Endwerten der MSE liegen. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen E.2 und E.3 dargestellt. Das Optimum ist jeweils mit einem weißen Punkt markiert, die weißen Ellipsen markieren Regionen, in denen sich die Leistung der SWS-Verfahren nur marginal vom Optimum unterscheiden. Die Wahl der Parameter gestaltet sich also in weiten Bereichen unkritisch, was das Bestimmen günstiger Parameter vereinfacht.

Zusätzlich sind in Tabelle E.1 jeweils zwei Wertepaare β_{SWS} und λ_{SWS} gegeben, die zu einem Minimum von n_9/n_5 bzw. e_{end}^2 gehören. Die Konfiguration mit Direktempfang zeigt eine Steigerung der Adaptionsgeschwindigkeit um Faktor zehn im Vergleich zur Adaption mit fester Schrittweite $\mu = 1$. Nach PPD-Empfang wird eine Steigerung um

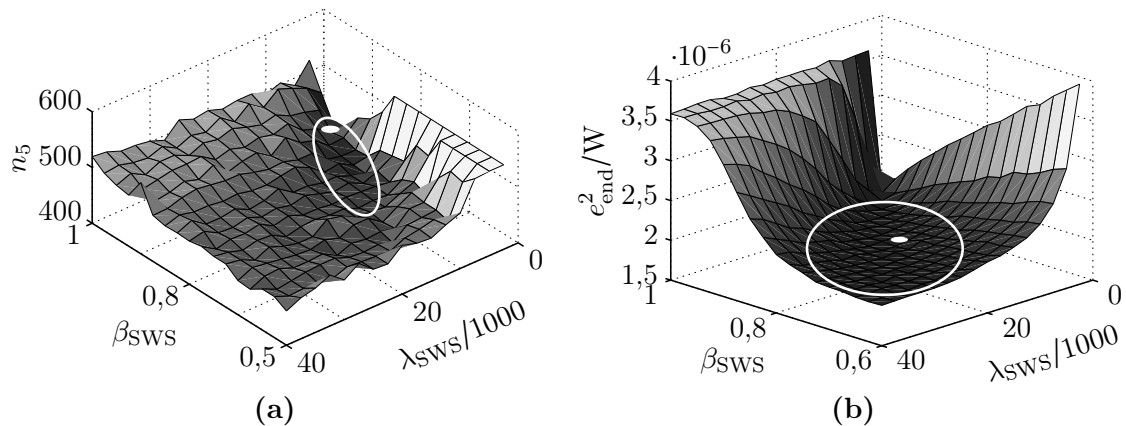


Abbildung E.3: Die Bewertungsgrößen n_5 (a) und e_{end}^2 (b) als Funktion der SWS-Parameter β_{SWS} und λ_{SWS} bei einer mittleren DGD von 25 ps und einem OSNR von 30 dB in einem System mit Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang.

Faktor fünf erreicht. Eine direkte Vergleichbarkeit der beiden Systemkonfigurationen ist nicht möglich, da unterschiedliche Filterlängen eingesetzt wurden und die Signale aufgrund der Empfangsprinzipien im ersten Fall reellwertig und im zweiten Fall komplexwertig sind und aus dem gleichen Grund verschiedene Signalpegel aufweisen.

Für das Verfahren von Harris et al. wird die gleiche Auswertung für Parametervariationen von m_0 und m_1 durchgeführt. Dem dritten Parameter β_{SWS} wird ein fester Wert $\beta_{\text{SWS}} = 2$ zugewiesen. Die sich ergebenden dreidimensionalen Grafiken haben ähnlichen Charakter wie die der vorangegangenen Auswertungen und sind aus diesem Grund nicht abgebildet. Auch hier ergeben sich Gebiete ähnlicher Leistung, so dass die Parameterwahl leicht fällt. Allerdings fallen bei der Variante mit PPD-Empfang die Gebiete etwas kleiner aus als bei der Variante mit Direktempfang. Werte für m_0 und m_1 , die kleinstmögliche n_9/n_5 bzw. e_{end}^2 liefern, sind in Tabelle E.1 aufgeführt. Die mögliche Leistungssteigerung ist nahezu identisch mit der des Algorithmus von Kwong et al.

Die Algorithmen wurden auch für Werte $\langle \Delta\tau \rangle > 25$ ps und $OSNR < 30$ dB untersucht und haben sich dort als leistungsfähig erwiesen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Verfahren von Kwong et al. durch seine Einfachheit besticht. Die verwendeten Größen liegen ohnehin vor und müssen lediglich in einfachen Rechenoperationen verarbeitet werden. Der Nachteil ist die erforderliche Anpassung an die Empfangsart und die Signalleistung im Entzerrer. Das Verfahren von Harris et al. bringt den Vorteil mit sich, ohne Parameteranpassung in unterschiedlichen Systemen arbeiten zu können. Die Adaption der Schrittweite hat jedoch eine wesentlich höhere Komplexität, da hierbei eine ununterbrochene Auswertung des Gradienten erfolgt und die Häufigkeit der Vorzeichenwechsel in Registern gespeichert wird.

Tabelle E.1: Optimale SWS-Einstellungen und zugehörige Werte n_9 bzw. n_5 und e_{end}^2 für Systeme mit Direktempfang und Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang

Direktempfang				
Algorithmus	Einstellung		n_9	e_{end}^2/W^2
Standard	$\mu = 0, 1$		1005	$3, 17^{-10}$
NLMS	$\mu = 1$		112	$5, 23^{-10}$
Kwong	$\beta_{\text{SWS}} = 0, 995$	$\lambda_{\text{SWS}} = 50000$	105	$2, 38^{-10}$
	$\beta_{\text{SWS}} = 0, 995$	$\lambda_{\text{SWS}} = 150000$	143	$2, 37^{-10}$
Harris	$m_0 = 13$	$m_1 = 15$	108	$4, 10^{-10}$
	$m_0 = 9$	$m_1 = 10$	123	$2, 82^{-10}$
Phasen- und Polarisationsdiversitätsempfang				
Algorithmus	Einstellung		n_5	e_{end}^2/W
Standard	$\mu = 0, 1$		2091	$2, 78^{-6}$
NLMS	$\mu = 1$		492	$3, 61^{-6}$
Kwong	$\beta_{\text{SWS}} = 0, 95$	$\lambda_{\text{SWS}} = 2500$	430	$2, 08^{-6}$
	$\beta_{\text{SWS}} = 0, 825$	$\lambda_{\text{SWS}} = 17500$	458	$1, 95^{-6}$
Harris	$m_0 = 16$	$m_1 = 16$	453	$3, 03^{-6}$
	$m_0 = 31$	$m_1 = 16$	475	$1, 84^{-6}$

Operatoren, Notationen, Symbole und Abkürzungen

Operatoren und Notationen

j	Imaginäre Einheit $j^2 = -1$
\vec{x}	Vektor, Jones-Vektor
$\vec{\dot{x}}$	Stokes-Vektor
$ \vec{x} $	Betrag eines Skalars, einer komplexen Zahl
$\ \vec{x}\ $	Euklidische Norm - Betrag eines Vektors endlicher Dimension
$\langle x \rangle$	Zeitlicher Mittelwert einer Größe
\tilde{x}	Schätzwert einer Größe
\mathbf{x}	Zufallsvariable
$E\{\mathbf{x}\}$	Erwartungswert einer Zufallsgröße
$\text{pdf}_{\mathbf{x}}(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
\mathcal{X}	Matrix
\mathcal{X}^{-1}	Inverse einer Matrix
\mathcal{X}^T	Transponierte einer Matrix
\mathcal{X}^H	Hermitesche einer Matrix (konjugiert komplexe Transponierte)
$\text{Re}\{x\}$	Realteil
$\text{Im}\{x\}$	Imaginärteil
\vec{x}_{\parallel}	zu Bezugsgröße parallele Komponente eines Vektors
\vec{x}_{\perp}	zu Bezugsgröße orthogonale Komponente eines Vektors
$f(x)'$	erste Ableitung einer Funktion nach der Variablen x
$f(x)''$	zweite Ableitung einer Funktion nach der Variablen x
∇f	Differentialoperator, Gradient ($\text{grad } f$)
Δf	Laplace-Operator ($\text{div}(\text{grad } f)$)
\otimes	Multiplikation in geschlossenem Zahlenkörper
\oplus	Exklusiv-Oder-Verknüpfung

Symbole

\mathcal{A}_{rr}	Autokorrelationsmatrix des Signals r
a_k	Wert im Speicher eines Schieberegisters
\vec{a}_{rd}	Kreuzkorrelationsvektor der Signale r und d
α	Dämpfung der Glasfaser
α	Verzerrungsfaktor bei der Fasergenerierung
α	Hilfswinkel bei der Darstellung der Polarisationsellipse
\vec{B}	magnetische Flussdichte
B_0	Messbandbreite
B_{el}	Bandbreite eines elektrischen Filters
B_{opt}	Bandbreite eines optischen Filters
B_{Ref}	Referenzbandbreite
B_{Sim}	Simulationsbandbreite
β	Ausbreitungskonstante der Welle
β_{SWS}	Erinnerungsfaktor der Schrittweitesteuerung
\vec{c}	Vektor mit den Koeffizienten eines Filters
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
c_n	Koeffizient eines Schieberegisters oder Transversalfilters
\vec{c}_{opt}	Vektor mit den optimalen Koeffizienten eines Filters
χ_E	elektrische Suszeptibilität
χ_M	magnetische Suszeptibilität
\mathcal{D}	Übertragungsfunktion eines doppelbrechenden Elements (reine Doppelbrechung)
\vec{D}	dielektrische Verschiebungsdichte
D	Dispersionskoeffizient der Glasfaser
\vec{d}	Eigenvektor eines doppelbrechenden Elements
d	Symbol bei digitaler Übertragung
d_{Mod}	zeitliche Änderung der Hüllkurve in Abhängigkeit vom Modulationsformat
δ	Dirac-Stoß
Δn	Differenz der Brechungsindizes zwischen Kern und Mantel
Δn_{eff}	Differenz des effektiven Brechungsindex zwischen x - und y -Achse
Δt_g	Pulsverbreiterung

Δu	Spannungsdifferenz am Mach-Zehnder-Modulator
$\Delta\beta$	Differenz der Ausbreitungskonstanten von x - und y -Achse
$\Delta\lambda$	spektraler Bereich - Wellenlänge
$\Delta\omega$	spektraler Bereich - Kreisfrequenz
$\Delta\varphi$	Phasenbeziehung zwischen der x - und y -Komponente des Feldes
$\Delta\tau$	Differentielle Gruppenlaufzeit - DGD
$\langle\Delta\tau\rangle$	Mittelwert der differentiellen Gruppenlaufzeit
\mathcal{E}	Einheitsmatrix
E	Energieniveau
\vec{E}	elektrische Feldstärke
\vec{E}_{Aus}	elektrische Feldstärke am Ausgang eines Systems
\vec{E}_{CW}	elektrische Feldstärke des Dauerstrich-Lasers
\vec{E}_{Ein}	elektrische Feldstärke am Eingang eines Systems
\vec{E}_{LO}	elektrische Feldstärke des Lokaloszillators
\vec{E}_{Mod}	elektrische Feldstärke am Modulatorausgang
\vec{E}_{RX}	elektrische Feldstärke am Empfängereingang
\vec{E}_{Sig}	elektrische Feldstärke des datentragenden Signals
\vec{E}_x	x -Komponente der elektrischen Feldstärke einer Transversalwelle
\vec{E}_y	y -Komponente der elektrischen Feldstärke einer Transversalwelle
e	Momentanfehler des Adaptionvorgangs von Filterkoeffizienten
\vec{e}_{LO}	Einheitsvektor der Polarisationsrichtung des Lokaloszillators
\vec{e}_{RX}	Einheitsvektor der Polarisationsrichtung am Empfängereingang
\vec{e}_t	Einheitsvektor in transversaler Richtung
\vec{e}_x	Einheitsvektor in x -Richtung
\vec{e}_y	Einheitsvektor in y -Richtung
\vec{e}_ϕ	Einheitsvektor in ϕ -Richtung
ε	Permittivität
ε_0	elektrische Feldkonstante
ε_r	relative Permittivität
ϵ	Lösung für die radiale Abhängigkeit des Feldes in der Faser
G	Gedächtnis des MLSE-Verfahrens
G	Verstärkungsfaktor des Faserverstärkers
γ	Leistungskopplungsfaktor der Signaleinkopplung in die Faser
\vec{H}	magnetische Feldstärke

H	Übertragungsfunktion des betrachteten Systems
h	Plancksches Wirkungsquantum
I_W	Indikatorfunktion eines Ereignisses
i_{DD}	Strom des Direktempfängers
i_I	Strom der Inphase-Komponente des Überlagerungsempfängers
i_{PD}	Detektierter Photostrom
i_Q	Strom der Quadratur-Komponente des Überlagerungsempfängers
J_l	Allgemeine Besselfunktion der Ordnung l
\vec{j}_n	normierter Jones-Vektor
\vec{j}	Jones-Vektor
\vec{J}	Stromdichte
J	Kostenfunktion des Adaptionsvorgangs von Filterkoeffizienten
K_l	Modifizierte Besselfunktion zweiter Art der Ordnung l
\vec{k}	Wellenvektor
k	Wellenzahl
k_0	Wellenzahl im Vakuum
κ	Leitfähigkeit
L	Länge der Glasfaser
L	Korrekturfaktor bei Importance Sampling
L_S	Schwebungslänge eines doppelbrechenden Elements
λ	Wellenlänge einer elektromagnetischen Welle
λ_0	Wellenlänge im Vakuum
λ_{SWS}	Gewicht des Updates der Schrittweitereuerung
\mathcal{M}	Matrix mit den Schrittweiten des Adaptionsvorgangs von Filterkoeffizienten
μ	Mittelwert einer Zufallsgröße
μ	Schrittweite der adaptiven Algorithmen
μ	Permeabilität
μ_0	magnetischen Feldkonstante
μ_r	relative Permeabilität
N	Länge eines FIR-Filters

N_0	Leistungsdichte des Rauschen
\vec{N}_{ASE}	ASE-Rauschen
N_{PC}	Ortsauflösung eines Polarisationsstellers
n	Brechungsindex
n_s	effektiver Brechungsindex der schnellen Achse
n_{sp}	Populations-Inversionsfaktor
n_{Schrot}	Schrotrauschen der Photodiode
n_{th}	Thermisches Rauschen des Verstärkers
n_{eff}	effektiver Brechungsindex
n_{K}	Brechungsindex des Faserkerns
n_1	effektiver Brechungsindex der langsamen Achse
n_{M}	Brechungsindex des Fasermantels
ν	optische Frequenz
ω	Kreisfrequenz
ω_0	diskrete Kreisfrequenz
ω_{CW}	Kreisfrequenz des Dauerstrichlasers des Senders
ω_{LO}	Kreisfrequenz des Lokaloszillators
ω_{RX}	Kreisfrequenz des Eingangssignals am Empfänger
ω_{Sig}	Kreisfrequenz des datentragenden Signals
ω_{ZF}	Zwischenfrequenz des Überlagerungsempfängers
$\hat{\mathcal{P}}$	Übertragungsfunktion eines Polarisationsstellers im Stokes-Raum
\vec{P}	Polarisationsvektor
P	Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses
P_{ASE}	ASE-Rauschleistung
P_1	Leistung in der langsamen Faserachse
P_{opt}	Leistung eines optischen Signals
P_s	Leistung in der schnellen Faserachse
P_{Sig}	Signalleistung
$\text{PMD}_{\text{Koeff}}$	PMD-Koeffizient einer Faser
\vec{p}	Hauptachse einer Faser
φ_1	Durch Mach-Zehnder-Modulator induzierter Phasenwinkel
φ_2	Durch Mach-Zehnder-Modulator induzierter Phasenwinkel
φ_{LO}	Phasenwinkel des Lokaloszillators
φ_{Mod}	Phasenwinkel des Ausgangssignals des Modulators
ϕ_{PC}	Kontrollwinkel eines Polarisationsstellers

φ_{PM}	Durch Phasenmodulator induzierter Phasenwinkel
φ_{RX}	Phasenwinkel des Eingangssignals am Empfänger
φ_{Sig}	Phasenwinkel des datentragenden Signals
φ_x	Phasenwinkel der x-Komponente des Feldes
φ_y	Phasenwinkel der y-Komponente des Feldes
Ψ	Rotationswinkel auf der Poincaré-Kugel, Rotationswinkel der Polarisationsellipse
ϕ	Winkel der Darstellung in Zylinderkoordinaten
φ_{ZF}	Phasenbeziehung zwischen dem Feld des Lokaloszillators und des empfangenen Signals
Q	Q-Faktor des Signals
Q	Quantisierung des Signals in 2^Q Stufen
$\hat{\mathcal{R}}$	Übertragungsfunktion einer Faser im Stokes-Raum
R_{Abt}	Abtastrate der zeitlichen Diskretisierung
R_{Bit}	Bitrate
R_n	n -te Speicherstelle eines Schieberegister
R_{S}	Symbolrate
\vec{r}	Position im Raum
r	Roll-Off-Faktor der Pulsflanke
r	elektrisches Signal des Empfängers
r_{K}	Radius des Kerns
r_{M}	Radius des Mantels
ρ	Ladungsträgerdichte
\mathbb{S}	Elemente eines Galois-Feldes
S_{D}	Empfindlichkeit der Photodiode
$\overset{\circ}{\mathcal{S}}$	Stokes-Vektor mit den Komponenten S_0, S_1, S_2, S_3
$\overset{\circ}{\mathcal{s}}$	normierter Stokes-Vektor mit den Komponenten s_1, s_2, s_3
σ	Sicherheitskonstante bei adaptiven Verfahren (LMS/CMA)
σ	Standardabweichung einer Zufallsvariablen
\mathcal{T}_{DE}	Übertragungsmatrix eines doppelbrechenden Elements
\mathcal{T}_{PMD}	Übertragungsfunktion einer PMD-behafteten Faserstrecke
T_{Abt}	Wiederholdauer der zeitlichen Diskretisierung
T_{Bit}	Bitdauer

T_S	Symboldauer
t	Zeit
t_g	Gruppenlaufzeit eines Pulses
$\vec{\tau}$	PMD-Vektor mit den Komponenten τ_1, τ_2, τ_3
τ	Gruppenlaufzeit PMD-behafteter Fasern
θ	Elevationswinkel auf der Poincaré-Kugel, Elliptizitätswinkel der Polarisationsellipse
θ_{PC}	Kontrollwinkel eines Polarisationsstellers
\mathcal{U}	Übertragungsfunktion einer Faserstrecke (nur PMD)
u_1	Spannung am oberen Zweig des Mach-Zehnder-Modulators
u_2	Spannung am unteren Zweig des Mach-Zehnder-Modulators
u_{PM}	Spannung am Phasenmodulator
V	normierter Frequenzparameter
V_π	Halbwellenspannung des Mach-Zehnder-Modulators
v_g	Gruppengeschwindigkeit eines Pulses
w_j	Gewichte der Verteilungen bei Importance Sampling
x	x -Koordinate der Darstellung in kartesischen Koordinaten
y	y -Koordinate der Darstellung in kartesischen Koordinaten
z	z -Koordinate der Darstellung in kartesischen Koordinaten und in Zylinderkoordinaten
z_{Pol}	Repräsentation der Polarisation als komplexe Zahl

Bei mehrfacher Belegung von Symbolen ergibt sich die Bedeutung aus dem Zusammenhang, in welchem sie eingesetzt werden. Einige Größen wie z.B. Zählvariablen und Grenzen von Summen, Längen von Vektoren und Ähnliches werden in der Arbeit mehrfach verwendet und sind hier nicht aufgelistet.

Abkürzungen

APD	Avalanche-Photodiode
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i> - Verstärkte Spontane Emission
AWG	<i>Arrayed-Waveguide Grating</i>
B2B	<i>Back-to-Back</i>
BER	<i>Bit Error Ratio</i> - Bitfehlerquote
BPD	Balanced Photodetektor
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i> - Zweistufige Phasenmodulation
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i>
CW	<i>Continous Wave</i>
CWDM	<i>Coarse Wavelength Division Multiplex</i> - Weites Wellenlängenmultiplex
DBPSK	<i>Differential Binary Phase Shift Keying</i> - Differentielle BPSK
DCF	<i>Dispersion Compensating Fiber</i> - Dispersionkompensierende Faser
DD	<i>Direkt Detection</i> - Direktempfang
DE	Doppelbrechendes Element
DGD	<i>Differential Group Delay</i> - Differentielle Gruppenlaufzeit
DML	Direkt Modulierter Laser
DMUX	Demultiplexer
DOP	<i>Degree Of Polarization</i> - Grad der Polarisierung
DQPSK	<i>Differential Quadrature Phase Shift Keying</i> - Differentielle QPSK
DSV	Digitale Signalverarbeitung
DWDM	<i>Dense Wavelength Division Multiplex</i> - Dichtes Wellenlängenmultiplex
EAM	Elektroabsorptions-Modulator
EDFA	<i>Erbium-Doped Fiber Amplifier</i> - Erbium-dotierter Faserverstärker
EO	<i>Eye Opening</i> - Augenöffnung
EOP	<i>Eye Opening Penalty</i> - Augenöffnungseinbußen
ESP	<i>Eigen States of Polarisation</i> - Polarisationshauptzustände
FEC	<i>Forward Error Correction</i> - Vorwärts gerichtete Fehlerkorrektur
FIR	<i>Finitite Impulse Response</i> - Endliche Impulsantwort

FSE	<i>Fractionally-Spaced Equalizer</i>
FSM	<i>Finite State Machine</i> - Endlicher Automat
FWM	<i>Four Wave Mixing</i> - Vierwellenmischung
IS	<i>Importance Sampling</i>
ISI	Intersymbolinterferenz
LMS	<i>Least Mean Squares</i>
LO	Lokaloszillator
LP	Linear Polarisiert
MAP	<i>Maximum A Posteriori</i>
ML	<i>Maximum-Likelihood</i>
MLSE	<i>Maximum-Likelihood Sequence Estimation</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i> - Mittlerer quadratischer Fehler
MUX	Multiplexer
MZM	Mach-Zehnder-Modulator
NLMS	<i>Normalized Least Mean Squares</i>
NRZ	<i>Non-Return-to-Zero</i>
OOK	<i>On-Off Keying</i>
OSNR	<i>Optical Signal-to-Noise Ratio</i> - Optisches Signal-Rausch-Verhältnis
PBC	<i>Polarization Beam Combiner</i> - Polarisationsstrahlzusammenführung
PBS	<i>Polarization Beam Splitter</i> - Polarisationsstrahlteiler
PC	<i>Polarization Cotroller</i> - Polarisationssteller
PCD	Polarisationsabhängige Chromatische Dispersion
PDM	<i>Polarisation Divison Multiplex</i> - Polarisationsmultiplex
PMD	Polarisationsmodendispersion
PP	<i>Power Penalty</i> - Signalleistungseinbußen
PPD	Phasen- und Polarisationsdiversität
PRBS	<i>Pseudo Random Binary Sequence</i> - Pseudozufällige Bitfolge
PRNS	<i>Pseudo Random Number Sequence</i> - Pseudozufällige Zahlenfolge
PSP	<i>Principal States of Polarisation</i> - Polarisationshauptzustände

QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i> - Vierstufige Phasenmodulation
RC	<i>Raised-Cosine</i>
RZ	<i>Return-to-Zero</i>
SBS	Stimulierte Brillouin-Streuung
SMF	Singlemode-Faser
SPM	Selbstphasenmodulation
SRS	Stimulierte Raman-Streuung
SWS	Schrittweitesteuerung
WDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
WDM	<i>Wavelength Division Multiplex</i> - Wellenlängenmultiplex
XPM	Kreuzphasenmodulation

Eigene Veröffentlichungen

- [1] LEPPLA, R. ; VORBECK, S. ; GOELZ, D. ; SALAUN, S. ; JOINDOT, M. ; GLATTY, R.: Optical channel model for system outage probability analysis based on PMD measurements of installed WDM links and its components. In: *2005 Proceedings of SPIE Optics East* Bd. 6012, 2005
- [2] GOELZ, D. ; LEPPLA, R. ; SALAUN, S. ; GLATTY, R. ; BOEHM, S. ; MEISSNER, P.: Modeling the time-variant channel of a PMD-affected WDM transmission system in respect to the temperature activity of dispersion compensating modules. In: *2006 Proceedings of SPIE Optics East* Bd. 6388, 2006
- [3] BOEHM, S. ; SCHUMACHER, K. ; GOELZ, D. ; MEISSNER, P.: PMD compensation with coherent reception and digital signal processing. In: *2007 Proceedings of Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS)*, 2007
- [4] GOELZ, D. ; BOEHM, S. ; SCHUMACHER, K. ; MEISSNER, P.: PMD compensation using coherent detection and linear equalization principles. In: *2007 Proceedings of SPIE Optics East* Bd. 6774, 2007
- [5] GOELZ, D. ; MANDEL, Ch. ; MEISSNER, P.: Fast Adapting PMD Equalizers Using Adaptive Step-Size Control. In: *2008 Proceedings of IEEE Photonics Global Conference Singapore (IPGC)*, 2008
- [6] GOELZ, D. ; MEISSNER, P.: NLMS-based PMD equalization with improved adaptation speed. In: *2010 Proceedings of SPIE Photonics West* Bd. 7621, 2010
- [7] GOELZ, D. ; POHL, F. ; MEISSNER, P.: MLSE-Based PMD Mitigation in On-Off Keying Polarization Multiplex Direct Detection Systems. In: *2010 IEEE Photonics Society Summer Topical Meeting Series*, 2010, S. 14–15
- [8] GOELZ, D. ; POHL, F. ; MEISSNER, P.: Electrical PMD equalization methods for intensity modulated optical polarization multiplex transmission systems. In: *2011 Proceedings of SPIE Photonics West* Bd. 7959, 2011

Betreute Arbeiten

- [1] MANDEL, Ch.: *Untersuchung adaptiv einstellbarer FIR-Filter zur Anwendung in der optischen Nachrichtentechnik*, TU Darmstadt, Studienarbeit, 2008
- [2] WELLER, T.: *Untersuchung von MLSE-Empfang in optischen Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Studienarbeit, 2009
- [3] POHL, F.: *Untersuchung von MLSE Empfang in optischen PolMUX Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Studienarbeit, 2010
- [4] BAUSCH, S.: *Untersuchung CMA-basierter Entzerrer in optischen Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Studienarbeit, 2010
- [5] KALOGEROPOULOS, V.: *Untersuchung von elektronischen PMD-Kompensatoren in optischen OFDM Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Masterarbeit, 2010
- [6] WINTERSTEIN, A.: *Untersuchung elektronischer PMD-Kompensation in phasenmodulierten optischen Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Diplomarbeit, 2011

Literaturverzeichnis

- [1] INITIATIVE D21 E.V., TNS INFRATEST GMBH: *(N)onliner Atlas 2011 - Eine Topographie des digitalen Grabens durch Deutschland*. 2011
- [2] CISCO: *Cisco Visual Networking Index: Forecast and Methodology, 2010-2015*. 2011
- [3] SCHLAAK, W.: *Ein Blick in die Breitbandzukunft*. Vortragsfolien, 2011
- [4] HILLERKUSS, D. ; SCHMOGROW, R. ; SCHELLINGER, T. ; JORDAN, M. ; WINTER, M. ; HUBER, G. ; VALLAITIS, T. ; BONK, R. ; KLEINOW, P. ; FREY, F. ; OTHERS, D. W. F.-J.: 26 Tbit/s line-rate super-channel transmission utilizing all-optical fast Fourier transform processing. In: *Nature Photonics* 5 (2011), Nr. 6, S. 364–371
- [5] GEORGI, A. ; WILLIAM, T. ; NAGEL, W. E.: Synthetische Lasttests auf dem 100-Gigabit-Testbed zwischen der TU Dresden und der TU Bergakademie Freiberg. In: *4. DFN-Forum Kommunikationstechnologien, Bonn*, 2011, S. 25
- [6] WINZER, P. J. ; ESSIAMBRE, R.-J.: Advanced Optical Modulation Formats. In: *Proceedings of the IEEE* 94 (2006), Nr. 5, S. 952–985
- [7] TEN, S. ; EDWARDS, M.: *White Paper: An Introduction to the Fundamentals of PMD in Fibers*. 2006
- [8] WINTERLING, P.: *White Paper: Optical Modulation Methods*. 2008
- [9] FRITZSCHE, D.: *Simulation und experimentelle Untersuchung von optischen und elektronischen Entzerrern in hochbitratigen optischen Übertragungssystemen*, Sächsische Landesbibliothek-Staats- und Universitätsbibliothek Dresden, Diss., 2010
- [10] BULOW, H. ; BAUMERT, W. ; SCHMUCK, H. ; MOHR, F. ; SCHULZ, T. ; KUPPERS, F. ; WEIERSHAUSEN, W.: Measurement of the Maximum Speed of PMD Fluctuation in Installed Field Fiber. In: *1999 Technical Digest of Optical Fiber Communication Conference and the International Conference on Integrated Optics and Optical Fiber Communication (OFC/IOOC)* Bd. 2, 1999, S. 83–85
- [11] WEILAND, Th.: *Skriptum zu Grundlagen der Elektrodynamik und Technische Elektrodynamik*. SS 2011. Technische Universität Darmstadt, 2011

- [12] VOGES, E. ; PETERMANN, K.: *Optische Kommunikationstechnik*. Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2002
- [13] PETERMANN, K.: *Skript zur Vorlesung Einführung in die Optische Nachrichtentechnik*. 2009
- [14] BÖHM, S.: *Messung und Kompensation der Polarisationsmodendispersion in faseroptischen Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Diss., 2009
- [15] CORNING: *Corning SMF 28 Optical Fiber Product Information*. 2002
- [16] CORNING: *Corning SMF 28e Optical Fiber Product Information*. 2004
- [17] MEISSNER: *Skript zur Vorlesung Passive Elemente der optischen Nachrichtentechnik*. Technische Universität Darmstadt, 2003
- [18] WEILAND, Th.: *Skript zur Vorlesung Communication Technology II*. WS 2008/2009. Technische Universität Darmstadt, 2008
- [19] SALEH, B. E. A. ; TEICH, M. C.: *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, 2007
- [20] WÜNSCHE, H.-J.: *Vorlesungsunterlagen zu Angewandte Photonik*. Humboldt-Universität zu Berlin, 2009
- [21] JONES, R. C.: A New Calculus for the Treatment of Optical Systems I. In: *Journal of the Optical Society of America* 31 (1941), Jul., Nr. 7, S. 488–493
- [22] STOKES, G.G.: On the Composition and Resolution of Streams of Polarized Light from Different Sources. In: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 9 (1851)
- [23] GOLDSTEIN, D. H. ; COLLETT, E.: *Polarized Light*. Bd. 83. 2nd. CRC Press, 2003
- [24] POINCARÉ, H.: *Théorie Mathématique de la Lumière*. Bd. 1. G. Carré, 1892
- [25] FREY, T. ; BOSSERT, M.: *Signal- und Systemtheorie*. Vieweg+Teubner, 2008
- [26] KAMINOW, I. P. ; KOCH, T. L.: *Optical Fiber Telecommunications III A*. Academic Press, 1997
- [27] MERKER, Th.: *Polarisationsmodendispersion in hochratigen faseroptischen Übertragungssystemen: Modellierung, Auswirkung und Kompensation*, Diss., 2003
- [28] POOLE, C. D. ; WAGNER, R. E.: Phenomenological Approach to Polarization Dispersion in Long Single-Mode Fibers. In: *Electronics Letters* 22 (1986), Nr. 19, S. 1029–1030
- [29] POOLE, C. D. ; BERGANO, N. S. ; WAGNER, R. E. ; SCHULTE, H. J.: Polarization Dispersion and Principal States in a 147-km Undersea Lightwave Cable. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 6 (1988), Jul., Nr. 7, S. 1185–1190

-
- [30] KOGELNIK, H. ; NELSON, L. E. ; GORDON, J. P.: Emulation and Inversion of Polarization-Mode Dispersion. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 21 (2003), Feb., Nr. 2, S. 482–495
- [31] KAMINOW, I. P. ; LI, T.: *Optical Fiber Telecommunications IV B*. Academic Press, 2002
- [32] DJUPSJOBACKA, A.: On Differential Group-Delay Statistics for Polarization-Mode Dispersion Emulators. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 19 (2001), Feb., Nr. 2, S. 285 –290
- [33] YAN, L. ; YAO, X. S. ; HAUER, M. C. ; WILLNER, A. E.: Practical Solutions to Polarization-Mode-Dispersion Emulation and Compensation. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 24 (2006), Nov., Nr. 11, S. 3992–4005
- [34] ELBERS, J.-P. ; GLINGENER, C. ; DUSER, M. ; VOGES, E.: Modelling of polarisation mode dispersion in singlemode fibres. In: *Electronics Letters* 33 (1997), Oct., Nr. 22, S. 1894 –1895
- [35] DAL FORNO, A. O. ; PARADISI, A. ; PASSY, R. ; WEID, J. P. d.: Experimental and Theoretical Modeling of Polarization-Mode Dispersion in Single-Mode Fibers. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 12 (2000), Mar., Nr. 3, S. 296 –298
- [36] SEIMETZ, M.: *High-Order Modulation for Optical Fiber Transmission*. Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2009
- [37] TROPPEZ, U. ; KREISSL, J. ; REHBEIN, W. ; BORNHOLDT, C. ; SARTORIUS, B. ; SCHELL, M.: 40 Gbit/s Directly Modulated Passive Feedback Laser. In: *Proceedings of 20th International Conference on Indium Phosphide and Related Materials IPRM*, 2008, S. 1–4
- [38] RAMASWAMI, R. ; SIVARAJAN, K. N.: *Optical Networks: A Practical Perspective*. 3rd Edition. Morgan Kaufmann, 2008
- [39] HO, K.P.: *Phase-Modulated Optical Communication Systems*. Springer Verlag, 2005
- [40] PROAKIS, J. G.: *Digital Communications*. McGraw-Hill Higher Education, 2001
- [41] SALSI, M. ; BERTRAN PARDO, O. ; RENAUDIER, J. ; IDLER, W. ; MARDOYAN, H. ; TRAN, P. ; CHARLET, G. ; BIGO, S.: WDM 200Gb/s Single-Carrier PDM-QPSK Transmission over 12.000 km. In: *2011 Proceedings of European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2011
- [42] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION: *ITU-T Recommendation G.694.2 - Spectral grids for WDM applications: CWDM frequency grid*. 2003
- [43] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION: *ITU-T Recommendation G.694.1 - Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid*. 2002
-

- [44] O/E LAND CORPORATION: *Produktbeschreibung - 160-Channel 50GHz DWDM Module*. 2011
- [45] INFINERA CORPORATION: *Produktbeschreibung - Infinera DTN Switched WDM System*. 2011
- [46] GARIÉPY, D. ; HE, G.: Measuring OSNR in WDM Systems - Effects of Resolution Bandwidth and Optical Rejection Ratio. In: *EXFO Application Note 098* (2009)
- [47] HUI, R. ; O’SULLIVAN, M.: *Fiber Optic Measurement Techniques*. Elsevier Academic Press, 2009
- [48] ESSIAMBRE, R.-J. ; KRAMER, G. ; WINZER, P. J. ; FOSCHINI, G. J. ; GOEBEL, B.: Capacity Limits of Optical Fiber Networks. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 28 (2010), Feb., Nr. 4, S. 662–701
- [49] NAKAZAWA, M. (Hrsg.) ; KIKUCHI, K. (Hrsg.) ; MIYAZAKI, T. (Hrsg.): *High Spectral Density Optical Communication Technologies*. 1st. Springer, 2010
- [50] HANKERSON, D. ; MENEZES, A. ; VANSTONE, S.: *Guide to Elliptic Curve Cryptography*. Berlin : Springer, 2004
- [51] MACWILLIAMS, F. J. ; SLOANE, N. J. A.: Pseudo-Random Sequences and Arrays. In: *Proceedings of the IEEE* 64 (1976), Dec., Nr. 12, S. 1715–1729
- [52] ZIVKOVIC, M.: Table of primitive binary polynomials. II. In: *Mathematics of Computation* 63 (1994), Jul., Nr. 207, S. 301–306
- [53] WINTERSTEIN, A.: *Untersuchung elektronischer PMD-Kompensation in phasenmodulierten optischen Übertragungssystemen*, TU Darmstadt, Diplomarbeit, 2011
- [54] BIONDINI, G. ; KATH, W. L. ; MENYUK, C. R.: Importance Sampling for Polarization-Mode Dispersion. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 14 (2002), Feb., Nr. 2, S. 310–312
- [55] BIONDINI, G. ; KATH, W. L. ; MENYUK, C. R.: Importance Sampling for Polarization-Mode Dispersion: Techniques and Applications. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 22 (2004), Apr., Nr. 4, S. 1201–1215
- [56] BRONSTEIN, I. N. ; MÜHLIG, H. ; MUSIOL, G. ; SEMENDJAJEW, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 1999
- [57] VEACH, Eric: *Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation*, Stanford University, Diss., 1997
- [58] DJORDJEVIC, I. ; RYAN, W. ; VASIC, B.: *Coding for Optical Channels*. Springer Verlag, 2010
- [59] ZHANG, F. ; LUO, Y. ; WANG, Y. ; LI, L. ; ZHU, L. ; CHEN, Zh. ; WU, Ch.:

- Experimental Comparison of Different BER Estimation Methods for Coherent Optical QPSK Transmission Systems. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 23 (2011), Nr. 18, S. 1343–1345
- [60] MASSEY, J. L.: *Skript zur Vorlesung Zeitdiskrete Systeme und statistische Signale*. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1998
- [61] SKLAR, B.: How I Learned to Love the Trellis. In: *IEEE Signal Processing Magazine* 20 (2003), May, Nr. 3, S. 87–102
- [62] FOGGI, T. ; FORESTIERI, E. ; COLAVOLPE, G. ; PRATI, G.: Maximum-Likelihood Sequence Detection With Closed-Form Metrics in OOK Optical Systems Impaired by GVD and PMD. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 24 (2006), Nr. 8, S. 3073–3087
- [63] AGAZZI, O. E. ; CRIVELLI, D. E. ; CARRER, H. S.: Maximum Likelihood Sequence Estimation in the Presence of Chromatic and Polarization Mode Dispersion in Intensity Modulation/Direct Detection Optical Channels. In: *2004 IEEE International Conference on Communications* 5 (2004), Jun., S. 2787–2793
- [64] AGAZZI, O. E. ; HUEDA, M. R. ; CARRER, H. S. ; CRIVELLI, D. E.: Maximum-Likelihood Sequence Estimation in Dispersive Optical Channels. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 23 (2005), Feb., Nr. 2, S. 749 – 763
- [65] VITERBI, A.: Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm. In: *IEEE Transactions on Information Theory* 13 (1967), Apr., Nr. 2, S. 260 – 269
- [66] LANGENBACH, S. ; BOSCO, G. ; POGGIOLINI, P. ; KUPFER, T.: Parametric versus Non-Parametric Branch Metrics for MLSE based Receivers with ADC and Clock Recovery. In: *2008 Conference on Optical Fiber Communication (OFC)* Optical Society of America, 2008
- [67] BUELOW, H. ; XIE, C. ; KLEKAMP, A. ; LIU, X. ; FRANZ, B.: PMD Compensation/Mitigation Techniques for High-Speed Optical Transport. In: *Bell Labs Technical Journal* 14 (2009), S. 105–124
- [68] FRITZSCHE, D. ; BREUER, D. ; SCHURER, L. ; EHRHARDT, A. ; OERUEN, H. ; SCHAFFER, C. G.: Application of MLSE Technology in Optical Communication Systems and Performance Evaluation in 10Gbit/s Field Trials. In: *2009 IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, 2009
- [69] HAYKIN, S.: *Adaptive Filter Theory*. 4th Ed. Prentice Hall International, 2002
- [70] KAMMEYER, K. D. ; KÜHN, V.: *Matlab in der Nachrichtentechnik*. Bremen : J. Schlembach Fachverlag, 2001
- [71] MOSCHYTZ, G. ; HOFBAUER, M.: *Adaptive Filter*. Berlin : Springer, 2000

- [72] SAVORY, S. J.: Digital Coherent Optical Receivers: Algorithms and Subsystems. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 16 (2010), Sep./Oct., Nr. 5, S. 1164–1179
- [73] IP, E. ; KAHN, J. M.: Digital Equalization of Chromatic Dispersion and Polarization Mode Dispersion. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 25 (2007), Nr. 8, S. 2033–2043
- [74] FOWLER, M.: *Digital Signal Processing - Polyphase Filters (Vorlesungsfolien)*. Binghamton University - State University of New York, 2007
- [75] PORAT, B.: *A Course in Digital Signal Processing*. Wiley, 1997
- [76] GOELZ, D. ; MANDEL, Ch. ; MEISSNER, P.: Fast Adapting PMD Equalizers Using Adaptive Step-Size Control. In: *2008 Proceedings of IEEE Photonics Global Conference Singapore (IPGC)*, 2008
- [77] GOELZ, D. ; POHL, F. ; MEISSNER, P.: MLSE-Based PMD Mitigation in On-Off Keying Polarization Multiplex Direct Detection Systems. In: *2010 IEEE Photonics Society Summer Topical Meeting Series*, 2010, S. 14–15
- [78] KWONG, R. H. ; JOHNSTON, E. W.: A Variable Step Size LMS Algorithm. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 40 (1992), Nr. 7, S. 1633–1642
- [79] REYNOLDS, S. ; PEPELJUGOSKI, P. ; SCHAUB, J. ; TIerno, J. ; BEISSER, D.: A 7-Tap Transverse Analog-FIR Filter in 0.13 μm CMOS for Equalization of 10Gb/s Fiber-Optic Data Systems. In: *2005 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, 2005, S. 330–601
- [80] GITLIN, R. D. ; WEINSTEIN, S. B.: Fractionally-Spaced Equalization: An Improved Digital Transversal Equalizer. In: *Bell System Technical Journal* 60 (1981), Nr. 2, S. 275–296
- [81] GODARD, D. N.: Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems. In: *IEEE Transactions on Communications* 28 (1980), Nov., Nr. 11, S. 1867–1875
- [82] PETERSEN, K. B. ; PEDERSEN, M. S.: *The Matrix Cookbook*. Internet, November 2008
- [83] PAPADIAS, P. B. ; SLOCK, D. T. M.: On the Convergence of Normalized Constant Modulus Algorithms for Blind Equalization. In: *1993 IEEE International Conference on Digital Signal Processing*, 1993
- [84] JONES, D. L.: A Normalized Constant-Modulus Algorithm. In: *Record of the Twenty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers* Bd. 1, 1996, S. 694–697
- [85] LANGE, O.: *Untersuchung von kohärenten Empfängern für QPSK mit Polarisati-*

- onsmultiplex*, Lehrstuhl für Übertragungstechnik, Universität Kiel, Diplomarbeit, 2008
- [86] KIKUCHI, Kazuro: Polarization-demultiplexing algorithm in the digital coherent receiver. In: *2008 Digest of the IEEE/LEOS Summer Topical Meetings*, 2008, S. 101–102
- [87] LIU, L. ; TAO, Z. ; YAN, W. ; ODA, S. ; HOSHIDA, T. ; RASMUSSEN, J. C.: Initial Tap Setup of Constant Modulus Algorithm for Polarization De-multiplexing in Optical Coherent Receivers. In: *2009 Conference on Optical Fiber Communication (OFC)*, 2009
- [88] TAYLOR, M. G.: Phase Estimation Methods for Optical Coherent Detection Using Digital Signal Processing. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 27 (2009), Apr., Nr. 7, S. 901–914
- [89] FAN, Y. ; CHEN, X. ; ZHOU, W. ; ZHOU, X. ; ZHU, H.: The Comparison of CMA and LMS Equalization Algorithms in Optical Coherent Receivers. In: *6th International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM)*, 2010
- [90] LUO, T.: *Digital Equalization of Fiber-Optic Transmission System Impairments*, Diplomarbeit, 2011
- [91] BORN, M. ; WOLF, E. ; BHATIA, A. B.: *Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7th Ed. Cambridge University Press, 1999
- [92] SEIMETZ, M. ; WEINERT, C. M.: Options, Feasibility, and Availability of 2×4 90° Hybrids for Coherent Optical Systems. In: *IEEE Journal of Lightwave Technology* 24 (2006), Nr. 3, S. 1317
- [93] HOFFMANN, D. ; HEIDRICH, H. ; WENKE, G. ; LANGENHORST, R. ; DIETRICH, E.: Integrated Optics Eight-Port 90° Hybrid on LiNbO_3 . In: *Journal of Lightwave Technology* 7 (1989), Nr. 5, S. 794–798
- [94] RUSKEY, F.: *The (Combinatorial) Object Server*. Internet, 2010. – <http://theory.cs.uvic.ca/gen/poly.html>
- [95] ABOULNASR, T. ; MAYYAS, K.: A Robust Variable Step-Size LMS-Type Algorithm: Analysis and Simulations. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 45 (1997), S. 631–639
- [96] COSTA, M. H. ; BERMUDEZ, J. C. M.: A Robust Variable Step Size Algorithm for LMS Adaptive Filters. In: *2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing* Bd. 3, 2006, S. 93–95
- [97] HARRIS, R. ; CHABRIES, D. ; BISHOP, F.: A Variable Step (VS) Adaptive Filter

- Algorithm. In: *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 34 (1986), Nr. 2, S. 309–316
- [98] EVANS, J. B. ; XUE, P. ; LIU, B.: Analysis and Implementation of Variable Step Size Adaptive Algorithms. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 41 (1993), S. 2517–2535
- [99] MANDEL, Ch.: *Untersuchung adaptiv einstellbarer FIR-Filter zur Anwendung in der optischen Nachrichtentechnik*, TU Darmstadt, Studienarbeit, 2008

Der Lebenslauf ist in der Online-Version
aus Gründen des Datenschutzes nicht enthalten.