

Modellierung, Simulation und Entwurf induktiv gekoppelter Transpondersysteme

Vom Fachbereich 18 – Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Kai Oliver Soffke
geboren in Frankfurt/Main

Referent:	Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Manfred Glesner
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Rolf Jakoby
Tag der Einreichung:	17. Juli 2007
Tag der mündlichen Prüfung:	1. Oktober 2007

D17
Darmstadt 2007

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet *Mikroelektronische Systeme* der Technischen Universität Darmstadt.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Manfred Glesner, dem Leiter des Fachgebietes, nicht nur für die Möglichkeit, diese Dissertation anzufertigen, sein in meine Person gesetztes Vertrauen und seine Ratschläge, sondern auch für die Einblicke in den Lehrbetrieb, den ich mit Rat und Tat mitgestalten durfte.

Prof. Rolf Jakoby, dem Leiter des Fachgebietes *Funkkommunikation*, danke ich sehr für die Übernahme des Korreferats. Darüber hinaus möchte ich mich bei Prof. Meißner für seine Funktion als Vorsitzender der Prüfungskommission und den Professoren Weiland und Schlaak für ihre Tätigkeit als Prüfer bedanken.

Für die Etablierung von RFID-bezogenen Forschungsthemen an unserem Fachgebiet, fachliche und technische Diskussionen und die gemeinsame Betreuung von studentischen Arbeiten möchte ich Thomas Hollstein herzlich danken, der mir auch bei organisatorischen Fragen stets mit Rat und Tat zur Seite stand. Ebenso gilt mein Dank Patrick Scheele für eine abendfüllende Diskussion über induktiv gekoppelte Transpondersysteme.

Peter Zipf danke ich für die gemeinsame Arbeit an nanoelektronischen Fragestellungen und zahllosen Gesprächen über alle erdenklichen Themen, die nicht selten in eine Veröffentlichung gemündet haben.

Bei meinen (teilweise ehemaligen) Kollegen Oana Cobianu, Hao Wang, Ralf Ludewig und Mihail Petrov bedanke ich mich für die Zeit der gemeinsamen Vorlesungs- und Übungsbetreuung, sowie für viele interessante wissenschaftliche und nichtwissenschaftliche Diskussionen. Ich danke Clemens Schlachta für zahlreiche interessante und fruchtbare Gespräche.

Petru Bacinschi und Hans-Peter Keil, die mich während der letzten Monate durch die Wartung und Installation von Entwurfssoftware entlastet haben, möchte ich herzlich danken.

Nicht zuletzt danke ich unserem Systemadministrator, Andreas Schmidt, auf den man sich bei der Lösung aller auftretenden Rechner-, Drucker-, Plotter- oder sonstiger Probleme verlassen kann. Ebenso gilt mein Dank Silvia Hermann, Irmgard Wackermann, Iselona Klenk und Roland Brand für die freundliche Unterstützung.

Für die angenehme Arbeitsatmosphäre, Unterstützung bei Schwierigkeiten und die gute Zusammenarbeit danke ich meinen gegenwärtigen und ehemaligen Kollegen, die bisher

unerwähnt geblieben sind: Andre Guntoro, Heiko Hinkelmann, Leandro Soares Indrusiak, Lukusa Kabulepa, Octavian Mitrea, Massoud Momeni, Tudor Murgan, Abdulfattah Obeid, Juan Jesús Ocampo Hidalgo, Alberto García Ortiz, Sujan Pandey, Thilo Pionteck und Heiko Zimmer.

Meinen Kollegen vom MerckLab, Stefan Dilfer, Rudolf Hoffmann, Alexander Issanin, Andreas Klyszcz und Markus König, die mich während des letzten Jahres begleitet haben, danke ich für diese Zeit, in der ich durch interdisziplinäre Fragestellungen und Diskussionen meinen Horizont erweitern konnte. Ralf Kügler, dem Leiter dieses Forschungslabors, danke ich recht herzlich für den mir gewährten Freiraum zur Fertigstellung dieser Dissertation.

Mein Dank gilt auch meinen Eltern, die mir meine Ausbildung ermöglicht haben.

Allen, die ich vergessen habe, danke ich dafür, dass sie mir dies verzeihen.

Ganz besonders danken möchte ich an dieser Stelle noch meiner Lebensgefährtin Elfie Hörer für ihre moralische Unterstützung und das Korrekturlesen.

Darmstadt, im Oktober 2007

Kurzfassung

Für die Simulation und den Entwurf von Transpondersystemen sind Modelle erforderlich, die direkt im Schaltungssimulator verwendet werden können. Zur Implementierung dieser Modelle bieten sich Beschreibungssprachen zur Modellierung analoger Systeme an, wohingegen vereinfachte Modelle eine erste Abschätzung des Systemverhaltens erlauben, ohne dass Simulationen durchgeführt werden müssen.

Darüber hinaus stellt ein gutes Verständnis vom Verhalten der Antenne des Lesegerätes und dem prinzipiellen Einfluss ihrer Abmessungen eine Voraussetzung für den systematischen Entwurf solcher Systeme dar.

Für induktiv gekoppelte Transpondersysteme kommen Schleifenantennen zum Einsatz, die durch die Serienschaltung zweier Widerstände und einer Spule modelliert werden können. Die Widerstände stellen zum einen die Verluste, die in der Antenne selbst entstehen, und zum anderen die abgestrahlte Leistung dar. Die Spule beschreibt die im Nahfeld gespeicherte Energie.

Die Bestimmung der Induktivität und des Strahlungswiderstandes kann aus der von der Antenne erzeugten Feldverteilung erfolgen. Dabei wird zunächst nicht zwischen Nah- und Fernfeld unterschieden, sondern das tatsächlich erzeugte Feld bestimmt. Anhand dieser Ergebnisse lässt sich dann zeigen, dass der Ansprechbereich typischer Transponder in einem Gebiet um die Antenne liegt, in dem das erzeugte Feld durch eine Nahfeldnäherung ausreichend gut beschrieben ist.

Die Induktivitätsbestimmung führt im Falle einer kreisförmigen Antenne zu elliptischen Integralen, die nicht geschlossen dargestellt werden können, so dass die Integrale numerisch gelöst werden müssen. Mit Hilfe der nichtlinearen Regression lassen sich schließlich mögliche Näherungsformeln ableiten.

Auch die Analyse des Strahlungswiderstandes führt zu einem Integral, das nicht geschlossen lösbar ist. Die Annahme, dass die Antenne elektrisch klein ist, liefert aber gleichzeitig eine Näherung für den Integranden, so dass eine geschlossene Darstellung des Strahlungswiderstandes möglich wird.

Für die Verluste muss schließlich die Stromverteilung im Leiter bekannt sein. Aus der Stromverteilung ergibt sich das zugehörige Magnetfeld und aus beiden zusammen die Verlustleistung, welche proportional zum Hochfrequenzwiderstand des Leiters ist.

Unter der Annahme der Anpassung der kreisförmigen Schleifenantenne an den Ausgangstreiber kann man eine optimale Antennengröße und ein Modell für die erreichbare Ansprechentfernung des Transponders ableiten.

Es lässt sich darüber hinaus zeigen, dass bei einer vorgeschriebenen Beschränkung der Feldstärke, die in einer bestimmten Entfernung von der Lesegerätantenne herrscht, eine Erhöhung der Leistung bei gleichzeitiger Verringerung der Antennengröße keine Überschreitung der maximal erlaubten Feldstärke in der festgelegten Entfernung nach sich zieht und dennoch die Ansprechentfernung vergrößert wird. Allerdings gibt es für letztere eine theoretische Grenze.

Aus dem gekoppelten System, bestehend aus Lesegerät und Transponder, kann die maximal übertragbare Leistung und die zugehörige optimale Schaltungskonfiguration ermittelt werden. Es zeigt sich, dass im Falle einer schwachen Kopplung diese beim Entwurf der Anpassnetzwerke vernachlässigt werden kann. Die Ergebnisse weichen dennoch nur minimal von der optimalen Lösung ab. Dies gilt zwar nur für eine schwache Kopplung, aber da diese für die Energieübertragung zum Transponder kritischer ist als eine starke Kopplung, ist es ausreichend, die Anpassung für diesen Fall zu optimieren.

Die Modellierung des Gesamtsystems zur Integration in Schaltungssimulatoren erfolgt mit Hilfe der Hardwarebeschreibungssprache VERILOG-A, die um Modelle auf der Basis ein- und auslaufender Wellen erweitert wird. Zu diesem Zweck kann eine weitere Disziplin hinzugefügt werden, welche die einlaufende Welle als Fluss und die Auslaufende als Potential darstellt. Ein entsprechendes Konvertermodul setzt den Strom und die Spannung an einem seiner beiden Tore auf die zugehörigen Wellengrößen am anderen Tor um. Zusätzlich wird ein Verbindungselement vorgestellt, welches sicherstellt, dass die auslaufenden Wellen eines Moduls die entsprechenden einlaufenden Wellen eines anderen angeschlossenen Moduls darstellen. Innerhalb dieses Rahmens können dann die eigentlichen Modelle direkt beschrieben werden.

Die Ergebnisse werden auf ein praktisches Beispiel angewendet: Der Entwurf eines einfachen Transponders und die Simulation seines Verhaltens im Gesamtsystem, welches aus Lesegerät, gekoppelten Antennen und dem Transponder besteht. Der Entwurf des Transponders erfolgt dabei auf Transistorebene, wobei allerdings auch Dioden und passive Elemente zum Einsatz kommen. Die restlichen Komponenten des Systems liegen entweder als Verhaltensmodell oder in Form konkreter Schaltungen vor.

Aufgrund der extrem geringen Fertigungskosten sind Massendruckverfahren zur Realisierung von Transpondern in gedruckter Elektronik sehr interessant. Beim Einsatz neuer Technologien zur Realisierung von Schaltungen und Systemen treten allerdings des öfteren Fragen zur Zuverlässigkeit auf.

Aufbauend auf den Ideen VON NEUMANNs werden die erreichbaren Zuverlässigkeiten beim Einsatz modularer Redundanz theoretisch untersucht und die Ergebnisse mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen verifiziert. Anschließend wird eine Methode zur statistischen Beschreibung von Gatternetzwerken vorgestellt, die sowohl Aspekte der statistischen Analyse des Zeitverhaltens sowie eine statistische Betrachtung der Spannungsverläufe über der Zeit umfasst.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Vorarbeiten	2
1.2.1	Antennen	2
1.2.2	Modellierung und Simulation von Transpondersystemen	4
1.2.3	Schaltungen und Systeme	6
1.2.4	Verwandte Arbeiten	9
1.3	Aufbau der Arbeit	11
2	Antennenmodellierung	13
2.1	Die Antenne des Lesegerätes	13
2.2	Das Vektorpotential	15
2.3	Der elektrische Elementardipol	18
2.3.1	Strahlungswiderstand und Fußpunktimpedanz	19
2.3.2	Der komplexe Poyntingsche Vektor	22
2.3.3	Nah- und Fernfeld	23
2.4	Längere Antennen	24
2.4.1	Betrachtung des Nahfeldes	24
2.4.2	Erweiterung auf Nah- und Fernfeld	26
2.5	Die kreisförmige Schleifenantenne	26
2.5.1	Das Feld entlang der z -Achse	29
2.5.2	Das Feld im gesamten Raum	31
2.5.3	Abschätzung der Energiereichweite und des Ansprechbereichs	32
2.5.4	Einfluss der Antennengröße	38
2.6	Zusammenfassung	39
3	Abschätzung der Parameter	41
3.1	Abschätzung der Induktivität	41
3.1.1	Bestimmung der Induktivität über die Lösung des Vektorpotentials	41
3.1.2	Anwendung auf die kreisförmige Schleifenantenne	42
3.1.3	Näherungsformeln für die Induktivität	47
3.2	Abschätzung des Strahlungswiderstandes	50
3.2.1	Strahlungswiderstand der kreisförmigen Schleifenantenne	51

3.3	Abschätzung der Verluste	54
3.3.1	Die HELMHOLTZgleichung	55
3.3.2	Verluste im kreiszylindrischen Leiter	55
3.3.3	Verluste im hohlzylindrischen Leiter	59
3.3.4	Verluste in gedruckten Strukturen	62
3.4	Zusammenfassung und Diskussion	67
4	Antennenanpassung	71
4.1	Leistungsanpassung der Antenne	71
4.1.1	Anpassnetzwerke im Smithdiagramm	73
4.1.2	Topologie und Entwurf diskreter Anpassnetzwerke	76
4.1.3	Beispielentwurf eines L-Netzwerkes	85
4.1.4	Beispielentwurf eines π -Netzwerkes	85
4.1.5	Anpassung mit zwei Kondensatoren	87
4.1.6	Beispielentwurf eines symmetrischen kapazitiven Anpassnetzwerkes	90
4.2	Unterdrückung von Harmonischen	93
4.2.1	Ein modifiziertes L-Netzwerk	94
4.2.2	Beispiel eines modifizierten L-Netzwerkes	95
4.3	Weitere Methoden der Leistungsanpassung	97
4.3.1	Anpassung mit Hilfe einer Stichleitung	97
4.3.2	Transformatorische Impedanzwandlung	100
4.3.3	Anpassung mittels transformatorischer Kopplung	103
5	Untersuchung der Luftschnittstelle	111
5.1	Analyse der angepassten Schleifenantenne	111
5.1.1	Diskussion der Schleifenantenne im Falle der Anpassung	113
5.2	Reichweite bei begrenzter Maximalfeldstärke	117
5.3	Diskussion der bisherigen Ergebnisse	120
5.4	Modellierung der Luftschnittstelle	121
5.4.1	Maximal übertragbare Leistung	121
5.4.2	Ein vereinfachtes Modell für die Transponderantenne	127
6	Modellierung analoger Systeme mit Verilog-A	133
6.1	VERILOG-A	133
6.2	Beispiele	135
6.3	Modellierung von Mehrtoren	136
6.4	Die Verwendung von S -Parametern	139
6.5	Analytische S -Parameter in VERILOG-A	140
6.5.1	Das eigentliche Modell	140
6.5.2	Der Fluss-Potential-Konverter	141
6.6	Beispiel für eine Wellensimulation	142

6.7	Tabellarische S -Parameter in CADENCE SPECTRE	144
6.8	Zusammenfassung	144
7	Anwendungsbeispiel: Entwurf eines einfachen Transponders	147
7.1	Das Gesamtmodell	147
7.2	Der Transponder	150
7.2.1	Energieversorgung	151
7.2.2	Taktversorgung	154
7.2.3	Der Digitalteil	156
7.3	Simulation des Gesamtsystems	160
8	Zuverlässigkeit von Schaltungen und Systemen	165
8.1	Modulare Redundanz	165
8.1.1	Theoretische Analyse	165
8.1.2	Vergleich der analytischen Lösung mit Monte-Carlo-Simulationen	171
8.1.3	Diskussion der Ergebnisse	171
8.2	Statistische Beschreibung von Logiksignalen	174
8.2.1	Theoretische Analyse	175
8.2.2	Einfluss der Grundbausteine auf die Wahrscheinlichkeitsdichten	176
8.2.3	Modellierung von Logikgattern mit Hilfe der Grundbausteine . . .	180
8.2.4	Vereinfachtes Signalmodell	181
8.2.5	Experimentelle Ergebnisse	185
8.2.6	Zusammenfassung der Methode	187
9	Zusammenfassung	189
A	Vektoranalytische Operatoren	195
A.1	Kartesische Koordinaten	195
A.1.1	Operationen mit ∇	196
A.1.2	Kreuzprodukte der Einheitsvektoren	196
A.2	Zylinderkoordinaten	196
A.2.1	Operationen mit ∇	196
A.2.2	Kreuzprodukte der Einheitsvektoren	197
A.3	Kugelkoordinaten	197
A.3.1	Operationen mit ∇	197
A.3.2	Kreuzprodukte der Einheitsvektoren	197
B	Ergänzung zu T- und π-Netzwerken	199
B.1	Eingangswiderstand und Phasenverschiebung des T-Anpassnetzwerkes . .	199
B.1.1	Eingangswiderstand	199
B.1.2	Phasenverschiebung	200

Inhaltsverzeichnis

B.2	Eingangswiderstand und Phasenverschiebung des π -Anpassnetzwerkes . . .	200
B.2.1	Eingangswiderstand	200
B.2.2	Phasenverschiebung	201
B.3	Umwandlung von T- in π -Netzwerke	201
B.4	Umwandlung von π - in T-Netzwerke	202
C	Das Magnetische Reziprozitätstheorem	203
D	Octave-Code zur Stichleitung	205
	Literaturverzeichnis	207
	Eigene Veröffentlichungen	217
	Betreute studentische Arbeiten	219
	Lebenslauf	221

Abbildungsverzeichnis

2.1	Modell einer magnetischen Schleifenantenne	13
2.2	Projektion des Vektorpotentials	18
2.3	Darstellung von $\sin(\theta)$ in Polarkoordinaten	19
2.4	Momentanleistung an den Klemmen eines verlustbehafteten Zweitorts	22
2.5	Verlauf der magnetischen Flussdichte	24
2.6	Magnetische Flussdichte bei beliebig orientiertem Elementardipol	25
2.7	Kreisförmige Schleifenantenne in der x - y -Ebene	27
2.8	Verlauf der normierten magnetischen Flussdichte entlang der Antennenachse	31
2.9	Räumlicher Verlauf der magnetischen Flussdichte (I)	33
2.10	Räumlicher Verlauf der magnetischen Flussdichte (II)	34
2.11	Räumlicher Verlauf der magnetischen Flussdichte (III)	35
2.12	Ansprechbereich bei unterschiedlicher Transponderorientierung	37
2.13	Magnetische Feldstärke bei unterschiedlichen Antennengrößen	39
3.1	Kreisförmige Schleifenantenne	42
3.2	Relativer Fehler der Näherungsfunktion	47
3.3	Zur Herleitung einer Näherungsformel für die Induktivität	48
3.4	Vergleich unterschiedlicher Näherungsformeln für die Induktivität	50
3.5	Strahlungswiderstand für unterschiedliche Antennengrößen	54
3.6	Stromdichte über dem Querschnitt eines zylindrischen Leiters	57
3.7	Effektive Leitfähigkeit als Funktion der Frequenz	59
3.8	Stromdichte über dem Querschnitt eines Kupferrohrs	61
3.9	Hochfrequenzwiderstand eines Vollzylinders und eines Rohrs	62
3.10	Gedruckte Schicht auf Substrat	63
3.11	Hochfrequenzschichtwiderstand von Kupfer bei 13,56 MHz	65
3.12	Optimale Schichtdicke als Funktion der Frequenz	66
4.1	Zur Antennenanpassung	72
4.2	Impedanzanpassung im Smithdiagramm	74
4.3	Beispielentwurf eines Anpassnetzwerkes im Smithdiagramm	75
4.4	Simulation des Beispielnetzwerkes	77
4.5	Anpassnetzwerke in T- und π -Topologie	78
4.6	Verhältnis von Verlustleistung zu eingespeister Leistung	84

4.7	Vollständiges π -Anpassnetzwerk und berechnete Eigenschaften	88
4.8	Induktive Last und rein kapazitives Anpassnetzwerk	89
4.9	Symmetrische Anpassung einer induktiven Last	91
4.10	Simulationsergebnisse des symmetrischen kapazitiven Anpassnetzwerkes .	92
4.11	Anpassnetzwerk zur Unterdrückung der 3. und 5. Harmonischen	96
4.12	Graphische Darstellung der stichleitungs-basierten Anpassung	98
4.13	Beispiel zur Anpassung mit Hilfe einer Stichleitung	101
4.14	Verlustfreier Transformator und zugehöriges Ersatzschaltbild	102
4.15	Dipolantenne mit induktiver Speisung	103
4.16	Mögliche Realisierung transformatorisch angepasster Schleifenantennen .	106
4.17	Beispiel zur transformatorischen Anpassung einer induktiven Last	108
5.1	Verlauf der Funktion $g(v) = v/(1 + v^2)$	112
5.2	Magnetische Feldstärke als Funktion der Antennengröße	114
5.3	Feldstärke unterschiedlicher Antennen bei konstanter Leistung	115
5.4	Erreichbare Ansprechentfernung als Funktion der Leistung	116
5.5	Erreichbare Ansprechentfernung bei max. zulässiger Feldstärke	119
5.6	Ersatzschaltbild induktiv gekoppelter Antennen	121
5.7	Ersatzschaltbild der gesamten Übertragungsstrecke	123
5.8	Vereinfachtes Modell der Transponderantenne	128
5.9	Modell der Transponderantenne im Magnetfeld	130
5.10	Erweitertes Modell der Transponderantenne	131
6.1	VERILOG-A-Realisierungen einer RC -Parallelschaltung	135
6.2	VERILOG-A-Realisierungen einer RC -Serienschaltung	136
6.3	Zweiter	137
6.4	Ersatzschaltbild eines linearen zeitinvarianten Zweitors	138
6.5	Tor mit ein- und auslaufenden Wellen	139
6.6	Umsetzung zwischen Wellen- und Strom/Spannungsdarstellung	141
6.7	Schaltung der Leitungssimulation	143
6.8	Ergebnis der Leitungssimulation	143
7.1	Simulationsmodell des Gesamtsystems	148
7.2	Antennenstrom und Spannung am Lastwiderstand	152
7.3	Gleichrichter mit Lastwiderstand	152
7.4	Spannungsverlauf am Lastwiderstand nach Brückengleichrichter	153
7.5	Gleichrichter mit Lastwiderstand und Spannungsregelung	153
7.6	Versorgungsspannung des Transponders	154
7.7	Anschluss von Modulator und Taktrückgewinnung	155
7.8	Taktrückgewinnung	155
7.9	Gewinnung des Transpondertaktes aus dem magnetischen Wechselfeld . .	156

7.10	Aussetzen des Taktsignals bei sehr schwacher Kopplung	157
7.11	Übersicht über den Digitalteil des Transponders	157
7.12	Taktteiler	158
7.13	Erzeugung eines Datenstromes in Manchesterkodierung	159
7.14	Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 5\%$	160
7.15	Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 1\%$	162
7.16	Simulationsergebnis für $k = 1\%$ und $k = 600$ ppm	163
7.17	Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 500$ ppm	164
8.1	Fehlerwahrscheinlichkeit von TMR	166
8.2	Prinzip der CRMR	169
8.3	Flache Hierarchie der CRMR-Architektur	170
8.4	Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit Monte-Carlo-Simulationen	172
8.5	Allgemeine VON NEUMANN-Grenze in Abhängigkeit von e	173
8.6	Allgemeine VON NEUMANN-Grenze in Abhängigkeit von R	174
8.7	Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der CRMR-Ordnung	175
8.8	Nichtlineare Transfercharakteristik	178
8.9	Wahrscheinlichkeitsverteilung mit Sprüngen	178
8.10	Modellierung von Logikgattern mit den Grundbausteinen	180
8.11	Wahrscheinlichkeitsdichte am Ausgang eines NAND-Gattermodells	186
8.12	Vergleich zwischen analytischer Lösung und den Simulationsergebnissen	186
A.1	Koordinatensysteme	195

Tabellenverzeichnis

2.1	Ansprechfeldstärke und Antennengröße ausgewählter Transponder	36
5.1	Spannung am Lastwiderstand für unterschiedliche Fälle	126
5.2	Vergleich des vereinfachten Modells mit dem vollen Modell	129
6.1	Einige Disziplinen in VERILOG-A	134

Listings

6.1	Implementierung von reellen Z -Parametern	137
6.2	Implementierung von komplexen Z -Parametern	138
6.3	Verlustfreie Leitung im Wellenmodell	142
7.1	VERILOG-A-Beschreibung des Kanals	149
7.2	VERILOG-A-Beschreibung des Demodulators	150

1 Einleitung

1.1 Hintergrund

In jüngster Zeit besteht zunehmendes Interesse an der Transpondertechnologie, welche auch unter dem englischen Begriff „Radio Frequency Identification (RFID)“ bekannt ist. Der verwendete Frequenzbereich erstreckt sich dabei von etwas über 100 kHz bis in den Mikrowellenbereich, wobei je nach Frequenz zwischen „Low Frequency“ (LF, $f \leq 135$ kHz), „High Frequency“ (HF, 13,56 MHz, eventuell 27,125 MHz), „Ultra High Frequency“ (UHF, 868 MHz (Europa) und 915 MHz (USA)) und Mikrowellentranspondern (2,4 GHz und 5,8 GHz) unterschieden wird [32]. Auch die Verwendung noch höherer Frequenzbänder ist denkbar.

In der Regel werden die Transponder, die sich auf Waren und Gegenständen aller Art befinden können, durch eine Basisstation, das sogenannte Lesegerät, aktiviert. Infolge der Aktivierung findet dann ein Datenaustausch zwischen Transponder und Lesegerät statt. Im einfachsten Fall sendet der Transponder eine zyklische Kennung, sobald er sich im Ansprechbereich des Lesegerätes befindet. Im Fall der Anwendung als Diebstahlsicherung umfasst diese „Kennung“ gegebenenfalls nur ein einziges Bit: Entweder ein Transponder befindet sich im Ansprechbereich oder nicht. Stattet man alle Waren mit solchen Transpondern aus und platziert geeignete Lesegeräte an den Ausgängen eines Geschäftes oder Kaufhauses, so lässt sich leicht erkennen, wenn eine der Waren entwendet wird. Komplexere Transponder erlauben auch Schreibzugriffe, Antikollisionsprotokolle und Verschlüsselung [32, 75, 101, 107, 109].

Neben der Zuordnung zu den oben genannten Frequenzbereichen wird zwischen aktiven und passiven Transpondern unterschieden. Aktive Transponder besitzen eine eigene Energieversorgung, wohingegen passive Versionen ihre Energie aus dem elektromagnetischen Feld des Lesegerätes beziehen. Letzteres ist eine Besonderheit der Transpondertechnologie. Dazwischen gibt es noch semi-passive Transponder, die eine eigene Energieversorgung der Elektronik besitzen, aber die Datenkommunikation ausschließlich durch modulierte Rückstreuung oder Lastmodulation realisieren. Informationsübertragung mit Hilfe der reflektierten Leistung beschreibt STOCKMAN in [81], welches als eine der ersten Veröffentlichungen zu diesem Thema angesehen wird [64].

Dabei unterscheiden sich die LF- und HF-Transponder wesentlich von UHF- und Mikrowellensystemen durch die Art der Kopplung. Die Ansprechentfernung der Transponder liegt bei LF- und HF-Systemen so nahe an der Antenne des Lesegerätes, dass die

1 Einleitung

Felder im Bereich des Transponders durch die Nahfeldnäherung ausreichend genau beschrieben werden. Das System aus Lesegerätantenne und Transponderantenne lässt sich je nach Typ durch magnetisch gekoppelte Induktivitäten oder Kopplungskapazitäten modellieren. Für Erstgenannte wird in dieser Arbeit der Begriff „induktiv gekoppelte Transpondersysteme“ verwendet. Im Falle der Lastmodulation wird die Transponderantenne im Takt der zu übertragenden Daten so belastet, dass diese Laständerung aufgrund der Kopplung auf der Seite des Lesegerätes detektiert werden kann.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf induktiv gekoppelte Systeme mit passiven Transpondern, wobei der Schwerpunkt auf HF-Systemen liegt. Sie umfasst insbesondere

- die Analyse des Verhaltens der Lesegerätantenne sowie der grundlegenden Zusammenhänge zwischen Entwurfsentscheidungen, wie beispielsweise der Antennengröße, und den Systemeigenschaften,
- die Modellierung des Gesamtsystems, bestehend aus Lesegerät, Übertragungskanal (gekoppelte Spulen) und Transponder, wobei der Schwerpunkt auf der induktiven Kopplung und deren Eigenschaften liegt,
- die Simulation von Transponderschaltungen im Gesamtsystem auf unterschiedlichen Abstraktionsebenen,
- den Entwurf einer Beispielschaltung und deren Simulation im Gesamtsystem sowie
- Untersuchungen zur Zuverlässigkeit bei der Verwendung von Technologien mit großen Prozessvariationen und hohen Fehlerwahrscheinlichkeiten, wie sie bei einer Realisierung der Transponder mit Hilfe konventioneller Druckverfahren und druckbaren Halbleitern, Leitern und Dielektrika auftreten.

1.2 Vorarbeiten

1.2.1 Antennen

Während im UHF-Bereich zahlreiche spezielle Antennenentwürfe für Transponder existieren, gibt es nur wenige Arbeiten dieser Art für den HF-Bereich. Eine Antenne, die den Betrieb von Transpondern im HF-Bereich auf metallischen Oberflächen erlaubt, wird von BOVELLI, NEUBAUER und HELLER vorgestellt [12]. Das Prinzip basiert auf der Tatsache, dass in der Nähe der metallischen Oberfläche die magnetischen Feldlinien in guter Näherung parallel zur Oberfläche verlaufen. Daher wird die Antennenspule entsprechend orientiert und die Feldlinien durch den zusätzlichen Einsatz eines Ferritkerns durch diese Spule geführt. Um zu ermöglichen, dass der Transponder auch bei Abwesenheit der metallischen Oberfläche gelesen werden kann, wird auf seiner Rückseite eine dünne Metallfolie angebracht.

RAO et al. diskutieren hingegen den Entwurf von Transponderantennen und die erreichbare Lesereichweite im UHF-Bereich [72, 73]. Die Analyse der Lesereichweite basiert dabei unter anderem auf dem auch in [65] verwendeten Leistungsübertragungsfaktor τ . Dieser gibt das Verhältnis der an den Transponderchip übertragenen Leistung zur an der Empfangsantenne verfügbaren Leistung an und berechnet sich zu

$$\tau = \frac{4\Re\{Z_a\}\Re\{Z_c\}}{|Z_a + Z_c|^2}, \quad (1.1)$$

wobei Z_a und Z_c die komplexe Antennen- bzw. Chipimpedanz darstellen. Bei gegebener Chipimpedanz stellen die Kurven konstanter Leistungsübertragung Ellipsen in der komplexen Antennenimpedanzebene dar. Wird ein bestimmter Mindestleistungsübertragungsfaktor benötigt, um beispielsweise bei gegebener Sendeleistung eine bestimmte Lesereichweite zu erhalten, und befindet man sich mit der Anpassung innerhalb der zugehörigen Ellipse, so wird genug Leistung zum Betrieb des Chips an diesen übertragen. Entsprechend lässt sich die erreichbare Lesereichweite als Funktion von τ ausdrücken.

Daneben existieren eine Reihe weiterer Arbeiten, die sich mit dem Entwurf und der Optimierung solcher Antennen beschäftigen [4, 9, 18, 34, 46, 48, 61, 64, 71, 77, 96, 102, 113].

Beispielsweise stellen CHENG und MURCH in [18] eine asymmetrische Antenne für Transponder in den Frequenzbereichen 900 MHz und 2,4 GHz vor. Im Gegensatz zu herkömmlichen Dipolantennen besitzt die Antenne am Ende eines Arms eine kapazitive Last, wohingegen der andere Arm so gefaltet ist, dass zusammen mit einer induktiven Stichleitung ein Resonator entsteht. Die Fußpunktimpedanz dieser Antenne ist induktiv und kann so entworfen werden, dass eine Leistungsanpassung mit den üblicherweise kapazitiven Transponderschaltkreisen vorliegt.

FÖSTER und BURBERRY untersuchen den Einfluss von metallischen und dielektrischen Objekten in der Umgebung von UHF- und Mikrowellentranspondern für unterschiedliche Antennentypen und Frequenzen [34]. Sie kommen zu dem Schluss, dass der Einsatz von omnidirektionalen Antennen vermieden werden sollte, da diese eine deutlich größere Verzerrung des Strahlungsdiagramms aufweisen als Unidirektionale.

Weitere Untersuchungen des Umgebungseinflusses auf die Eigenschaften von Antennen im UHF- und Mikrowellenbereich folgten. Die meisten Arbeiten konzentrieren sich hierbei auf die Anwesenheit von Metall. Aber auch der Einfluss von Flüssigkeiten und anderen Materialien ist je nach Anwendung von Interesse. So untersuchten beispielsweise KATAJA et al. den Einfluss von Papier unterschiedlicher Permittivität auf die Eigenschaften von Spreizdipolen [46]. Hintergrund ist hierbei der Einsatz dieser Antennen für Transponder in der Papierindustrie.

Schließlich stellen KIM et al. eine UHF-Antenne vor, welche direkt auf metallische Oberflächen montiert werden kann [48]. Der Entwurf erfolgte mit Hilfe von Simulationen und ein Prototyp wurde hergestellt. Die Antenne beinhaltet eine Massefläche, so dass ein

1 Einleitung

Betrieb auf metallischen Untergründen ermöglicht wird. Allerdings beträgt dadurch die gesamte Höhe der Struktur 5 mm.

Im Gegensatz zu elektrisch kleinen Schleifenantennen, wie sie für Transponder im HF-Bereich verwendet werden, spielt bei Antennen für höhere Frequenzen, die in der Regel nicht mehr als elektrisch klein angesehen werden können, nicht nur die relative Permeabilität, sondern auch die relative Permittivität des Substrates eine Rolle. MIN, HONG und KIM untersuchen den Einfluss dieser Größen anhand zweier mäanderförmiger Antennen [61]. Darüber hinaus gibt es Ansätze zur Fertigung von Transponderantennen auf Substraten aus Flüssigkristallpolymer (LCP) [9, 77].

Neben den Substratmaterialien und der Umgebung hat natürlich auch das Material der Antenne selbst einen Einfluss auf ihre Eigenschaften. Da die Fertigung von Antennen aus Silberpaste mittels Siebdruck günstiger ist als die konventionelle Herstellung von Kupferantennen, untersuchten NIKITIN, LAM und RAO die Lesereichweite eines UHF-Transponders beim Betrieb mit einem gestreckten und einem mäanderförmigen Dipol, die jeweils einmal aus Kupfer und einmal aus Silberpaste der Firma DuPont gefertigt wurden [64]. Im Falle des gestreckten Dipols wurde nur ein kleiner Unterschied beobachtet, wohingegen der mäanderförmige Dipol aus Kupfer eine deutlich größere Lesereichweite ermöglichte als der aus Silberpaste. Dennoch zeigten beide mäanderförmigen Dipole eine deutlich bessere Performance als der Gestreckte. Die insgesamt besseren Ergebnisse der Kupferantenne sind auf die bessere Leitfähigkeit zurückzuführen.

1.2.2 Modellierung und Simulation von Transpondersystemen

Für die Simulation von Transponderschaltungen ist es wünschenswert, dass sich das Verhalten des gesamten Systems dem Transponder möglichst realistisch darstellt. Um dies zu gewährleisten, muss die Simulationsumgebung des Systems, bestehend aus Lesegerät, Übertragungskanal und gegebenenfalls weiteren Transpondern, zu den Werkzeugen, die für den Entwurf und die Simulation der Schaltung verwendet werden, kompatibel sein. Dafür bieten sich Modellierungssprachen für analoge Systeme wie VERILOG-A oder VHDL-AMS an. Ersteres wird in der vorliegenden Arbeit verwendet. Letzteres wurde von BEROLLE, KHOURI et al. zur Modellierung eines Mikrowellentranspondersystems eingesetzt [11, 47]. Dabei erfolgt die Beschreibung der Antennen zunächst getrennt für eine sendende und eine empfangende Antenne. Die daraus gewonnenen Gleichungen werden anschließend verwendet, um den Übertragungskanal zu modellieren. Dieses Modell wurde schließlich in ein Verhaltensmodell eines Transpondersystems integriert.

Die Impedanz der Antenne setzt sich dabei in beiden Fällen aus drei Komponenten zusammen: Dem Strahlungswiderstand, den Verlusten sowie einer weiteren, reaktiven Komponente. Die von der sendenden Antenne abgestrahlte Leistung ergibt sich aus dem Antennenstrom nach Glg. (2.2). Die maximal verfügbare Empfangsleistung und damit die Leerlaufspannung des Ersatzschaltbildes für die empfangende Antenne folgt dann aus

der FRIIS'schen Transmissionsgleichung.

LI und TAO gehen einen ähnlichen Weg, verwenden allerdings SIMULINK als Simulationsumgebung [53]. Dieser Ansatz ist daher weniger für den Entwurf von Transponder-schaltungen als für den Entwurf auf Systemebene geeignet. Dabei wurde für den Sender und den Empfänger des UHF-Lesegerätes jeweils ein eigenes Simulationsmodell entworfen. Die Implementierung der Übertragungswege vom Lesegerät zum Transponder und umgekehrt erfolgt durch zwei getrennte Kanalmodelle, wobei ein Übersprechen jedoch berücksichtigt ist.

Dieser Ansatz unterscheidet sich von dem in [28] dadurch, dass letzterer sich auf die *Einhüllende* der Spannung an den Klemmen des Transponderchips konzentriert. Die Idee hierbei ist, die Möglichkeit der Erfassung des Verhaltens der Schaltung im Gesamtsystem, ohne das Zeitverhalten des Trägers simulieren zu müssen, dessen Frequenz im Vergleich zur Datenrate sehr hoch ist. DERBEK et al. versprechen sich hiervon Vorteile bezüglich der Simulationszeit. Die Beschreibung der Empfangsleistung erfolgt wiederum mit der FRIIS'schen Transmissionsgleichung. Die Antenne an der Klemmen des Transponderchips wird als induktiv angenommen, was bei Leistungsanpassung sinnvoll ist. Das zugehörige Antennenmodell besteht entsprechend aus einem Widerstand, einer Induktivität und einer Spannungsquelle. Das daraus abgeleitete SIMULINK Modell soll schließlich die *Einhüllende* der Spannung an den Klemmen des Transponderchips widerspiegeln.

Darüber hinaus existieren einige Ansätze zur Optimierung und Analyse von Transpondersystemen mit Hilfe einfacher Modelle. ARTIGUE, TÉTELIN und ENGUENT verwenden den Reflexionsfaktor an den Klemmen der HF-Lesegerätantenne zur Analyse und Optimierung der Lastmodulation [3]. TRAMONI integriert später die gemessene vollständige Streumatrix zweier gekoppelter HF-Antennen in eine Schaltungssimulation und vergleicht die Ergebnisse mit dem auch in der vorliegenden Arbeit verwendeten Transformatormodell [97]. Die Ergebnisse sind nahezu identisch, wobei der Kopplungsfaktor des Transformatormodells allerdings an die Messergebnisse angepasst wurde.

Neben der Modellierung und Simulation von vollständigen Systemen oder der Luft-schnittstelle bzw. des Übertragungskanal gibt es in der Literatur auch Beiträge zur Modellierung von Schaltungsteilen. Ziel ist in der Regel ein analytisches Modell, welches prinzipielle Zusammenhänge erfasst und so Entwurfsentscheidungen erleichtert.

YI, KI und TSUI entwickelten auf der Basis des BSIM3-Modells [14] für MOS-FETs ein analytisches Modell für das Verhalten eines UHF-Gleichrichters, der in CMOS-Technologie realisiert wird [112].

Ein anderes Modell, welches das Verhalten einer Spannungsvervielfacherschaltung im UHF-Bereich beschreibt, wird in [30] vorgestellt. EMMANUEL et al. gehen zunächst von der FRIIS'schen Transmissionsgleichung aus, um die zur Verfügung stehende Leistung P_r zu ermitteln. Diese erzeugt im Falle der (idealen) Anpassung an den kapazitiven

Transponderchip an dessen Klemmen die Spannung

$$U_t = \sqrt{P_r R_t \left(1 + \left(\frac{1}{\omega R_t C_t} \right)^2 \right)} \approx \frac{1}{\omega C_t} \sqrt{\frac{P_r}{R_t}}, \quad (1.2)$$

wobei für die Näherung $1 \ll \left(\frac{1}{\omega R_t C_t} \right)^2$ angenommen wird. Die Serienschaltung aus R_t und C_t stellt dabei ein Modell für den Chip dar und U_t bezeichnet den *reellen Effektivwert* der Klemmenspannung. Die Autoren zeigen, dass der Widerstand R_t des Chips mit steigender Anzahl an Spannungsvervielfacherstufen zunimmt, was die Spannung am Eingang der Kaskade reduziert. Darüber hinaus führt eine Erhöhung der Stufenzahl zu erhöhten Verlusten. Daher gibt es ein Optimum, welches im vorliegenden Fall bei zwei Stufen liegt. Dennoch enthält der entworfene Spannungsvervielfacher drei Stufen, was die Autoren mit Beschränkungen seitens der Antenne begründen.

Schließlich präsentieren ZHAO, ZHANG und YE eine Simulationsumgebung für die Lokalisierung von (aktiven) Transpondern mit Hilfe von Referenztranspondern an bekannter Position und mehrerer Lesegeräte, welche die von einem Transponder empfangene Leistung messen [114]. Demnach handelt es sich um ein Modell, welches ein System aus mehreren Lesegeräten und Transpondern an bekannten und unbekanntem Positionen beschreibt. Die Lokalisierung erfolgt mit Hilfe der von den Lesegeräten empfangenen Leistungen und deren Vergleich mit den Werten von Transpondern an bekannter Position.

1.2.3 Schaltungen und Systeme

Neben den dargestellten Modellen existieren in der Literatur auch konkrete schaltungstechnische und technologische Realisierungsvorschläge für Transponder, Lesegeräte und vollständige Systeme. Dieser Abschnitt befasst sich im Wesentlichen mit ausgewählten Transponderschaltungen, wobei der Schwerpunkt auf den analogen bzw. gemischt analog/digitalen Schaltungsteilen liegt. Diese werden häufig unter dem Begriff „Front-End (FE)“ zusammengefasst.

Ein solches FE für 13,56 MHz wird in [56] vorgestellt. Die Schaltung besteht aus einem Gleichrichter, der als Vollwellengleichrichter in CMOS-Technik ausgeführt ist, einem Überspannungsschutz, sowie Demodulator, Modulator, Taktrückgewinnung und einer sogenannten „Power-On Reset (POR)“-Schaltung, welche dafür verantwortlich ist, dass der Digitalteil im Resetzustand gehalten wird, bis die Versorgungsspannung einen stabilen Wert erreicht hat und die Taktrückgewinnung ein sauberes Taktsignal liefert.

Der vorgeschlagene Demodulator ist nach Aussage der Autoren in der Lage, ein ASK¹-Signal mit einem Modulationsindex von etwa 1% zu demodulieren. Der Modulator besteht aus einem Treiber, der den Modulationstransistor schaltet. Zwei weitere Transistoren sind so angeschlossen, dass immer nur die Antennenklemme belastet wird,

¹Amplitude-Shift Keying, Amplitudenumtastung

die eine positive Spannung gegenüber der Schaltungsmasse aufweist, wobei die negative Seite des Vollwellengleichrichters die Schaltungsmasse darstellt.

Die Taktrückgewinnung besteht aus einer bistabilen Kippstufe, wobei die NMOS-Transistoren von den Spannungen an den beiden Antennenklemmen angesteuert werden; die POR-Schaltung ist im Wesentlichen mit Hilfe eines Kondensators und einer Schmitt-Trigger-Schaltung realisiert.

Ein anderes FE für 13,56 MHz wird von LI et al. in [54] vorgeschlagen. Der Entwurf erfolgte in 0,35 μm -CMOS-Technologie und beinhaltet den Gleichrichter, der als Spannungsverdoppler ausgeführt ist, einen Überspannungsschutz, den Lastmodulator und einen ASK-Demodulator für die Daten, welche vom Lesegerät an den Transponder übermittelt werden. Darüber hinaus stellt das FE ein POR-Signal für den Digitalteil zur Verfügung. Das Besondere an dieser Schaltung ist, dass der Lastmodulator so in den Gleichrichter integriert wurde, dass einer der Kondensatoren des Spannungsverdopplers für den Lastmodulator mitverwendet wird. Das Gleiche gilt für den Modulationstransistor, dessen eine Substratdiode einen Teil des Spannungsverdopplers bildet.

Zur Simulation dieser Schaltung verwenden die Autoren folgende Anordnung: Die Antenne wird durch die Reihenschaltung einer Wechselspannungsquelle, einer Induktivität und eines Widerstandes ersetzt. Die Spannung der Wechselstromquelle modelliert hierbei die in der Antenne aufgrund des magnetischen Wechselfeldes induzierte Spannung. Die Rückwirkung auf die Antenne des Lesegerätes wird vernachlässigt.

Eine gute Auswahl an Schaltungsblöcken für den Entwurf von Front-Ends bietet [44]. KAISER und STEINHAGEN stellen einen Transponder für 134,2 kHz vor, dessen Funktionsprinzip folgendermassen zusammengefasst werden kann: Zunächst wird Energie an den Transponder übertragen und dort gespeichert. Im Anschluss daran erfolgt die Datenübertragung zurück zum Lesegerät. Der Resonanzkreis wird dabei periodisch angestoßen, so dass er weiterschwingt, obwohl keine Energie vom Lesegerät mehr zur Verfügung gestellt wird. Der schwingende Resonanzkreis dient als Grundlage für die Taktextraktion. Die Datenübertragung erfolgt mittels FSK durch einen geschalteten, zusätzlichen Parallelkondensator.

MASUI et al. stellen einen vollständigen Transponder für 13,56 MHz vor [58]. In in ihrem FE kommt ein Vollwellengleichrichter in CMOS Technologie zum Einsatz. Der Modulator wird nicht näher beschrieben. Der Demodulator besteht aus drei Verstärkern, die so miteinander verschaltet sind, dass ein nachgeschaltetes RS-Flipflop beim Absinken der Einhüllenden schaltet. Ein dedizierter Prozessor erlaubt die Implementierung unterschiedlicher Protokolle. Zusätzlich hat dieser Prozessor die Möglichkeit, seinen Takt auf einen geringeren Wert zu setzen und so Energie zu sparen, wenn der Transponder Daten sendet oder einen Schreibzugriff auf das integrierte EEPROM ausführt.

Ein HF-Transponder in CMOS/SOI²-Technologie wird in [104] beschrieben. Mit Ausnahme des Gleichrichters werden jedoch keine schaltungstechnischen Details bekanntge-

²Silicon On Insulator

1 Einleitung

geben. Dieser ist in SOI-Technologie mit Hilfe der DTMOS³-Technik realisiert, wodurch sich die Schwellspannung der Transistoren reduziert und der Wirkungsgrad des Gleichrichters erhöht.

Zusätzlich zu diesen schaltungstechnischen Realisierungen in herkömmlichen Halbleitertechnologien gibt es bereits Ansätze zur Implementierung von kostengünstigen Transpondern mit Hilfe gedruckter organischer Transistoren. SUBRAMANIAN et al. verwenden einen molekularen Vorläufer von Pentacen zur Realisierung von Transistoren mit Hilfe eines Tintenstrahldruckers [74, 82, 83, 84]. CANTATORE et al. haben bereits einen vollständigen Transponder aus organischen Transistoren hergestellt [15, 16]. Als Halbleiter wird wiederum Pentacen verwendet, so dass für den Schaltungsentwurf nur P-Kanal-Transistoren zur Verfügung stehen. Die Funktionsweise und Dimensionierung der Logikgatter und Flipflops werden in [15] diskutiert. Ebenso wird die schaltungstechnische Realisierung des Transponders umrissen.

Eine größere gemischt analog/digitale Schaltung stellt der von HU und SAWAN vorgestellte BPSK⁴-Demodulator für medizinische Implantate dar [41]. Der Demodulator befindet sich auf dem Implantat, so dass die Datenübertragung des externen Steuergerätes zu dem Implantat durch BPSK erfolgt. Die Datenübertragung in umgekehrter Richtung erfolgt entsprechend durch Lastmodulation. Der Einsatz von PSK anstelle von ASK hat den Vorteil, dass eine gleichmäßige Energieübertragung gewährleistet ist, da die *Amplitude* der Antennenspannung unverändert bleibt und sich lediglich die Phasenlage verändert. Der entstandene Modulator wurde schließlich in der 0,18 μm -Technologie von TSMC implementiert und in CADENCE SPECTRE simuliert. Darüber hinaus folgte eine Fertigung des Chips bei TSMC.

Eine Erweiterung des Konzeptes führt auf den in [27] vorgestellten QPSK⁵-Demodulator. Die Architektur des Demodulators wurde mit Hilfe von SIMULINK-Simulationen entworfen und optimiert. Wiederum folgte eine Implementierung in der 0,18 μm -Technologie von TSMC und Simulationen mit CADENCE SPECTRE, wobei Datenrate von bis zu 4 Mb/s erreicht wurden.

DE VITA, BELLATALLA und IANNACCONE stellen schließlich einen BPSK-Modulator für UHF- und Mikrowellentransponder vor [26]. Der Modulator ist bezüglich Flächenverbrauch und Leistungsaufnahme optimiert und zeigt diesbezüglich im Vergleich mit zwei ausgewählten Architekturen bessere Werte.

Darüber hinaus existieren Ansätze für die schaltungstechnische Realisierung von induktiven Systemen, die von Treiberschaltungen [93, 100] über die Versorgung von Sensormodulen [19, 67] bis hin zu vollständigen Lesegeräten [20, 21], aktiven Transpondern zum schlüssellosen Öffnen von Fahrzeugen [37] und der Kommunikation von Fahrzeugen mit der Fahrbahn reichen [69, 70].

³Dynamic Threshold-Voltage MOSFET

⁴Binary Phase-Shift Keying, Binäre Phasenumtastung

⁵Quadrature Phase-Shift Keying, Quadraturphasenumtastung

1.2.4 Verwandte Arbeiten

Die in diesem Abschnitt diskutierten Beiträge befassen sich nicht mit konkreten Entwürfen von Antennen, Transpondern oder Lesegeräten, sondern stellen entweder Methoden zu deren Analyse und Entwurf vor oder beschreiben Ansätze auf Systemebene.

Letzteres trifft auf die Arbeiten von HANSEN und ORISTAGLIO zu. Sie schlagen eine Methode vor, um den Lesebereich von Lesegeräten für UHF- oder Mikrowellentransponder zu kontrollieren [35]. Zu diesem Zweck verwenden sie eine Antennengruppe aus zwei Elementen, deren einzelne Antennen mit der Summe bzw. Differenz zweier Signale $a(j\omega)$ und $b(j\omega)$ angesteuert werden, so dass in Hauptstrahlrichtung für das eine Signal eine Überhöhung und für das andere eine Auslöschung auftritt. Für die Antennenspannungen folgt entsprechend

$$U_1(j\omega) = \left(Aa(j\omega) + Bb(j\omega) \right) e^{j\omega T_1} \quad (1.3)$$

$$U_2(j\omega) = \left(Aa(j\omega) - Bb(j\omega) \right) e^{j\omega T_2}, \quad (1.4)$$

wobei die Verzögerungen T_1 und T_2 dazu verwendet werden können, den Strahl zu steuern.

Das Signal $a(j\omega)$ stellt ein reguläres Lesegerätssignal dar, wohingegen das Signal $b(j\omega)$ irgendein anderes Signal ist, auf das der Transponder nicht antwortet. Die Autoren zeigen sowohl theoretisch als auch experimentell, dass es auf diese Weise möglich ist, auch in Umgebungen mit Mehrwegeausbreitung den Ansprechbereich des Lesegerätes auf einen bestimmten Winkel zu beschränken, der durch das Verhältnis A/B eingestellt werden kann. Der Grund dafür ist, dass nur in diesem gewünschten Bereich das Lesegerätssignal das Störsignal ausreichend maskiert.

Die Arbeiten von KWON und LEE bzw. WITSCHNIG et al. stellen hingegen Methoden zur Analyse von Transpondersystemen dar.

Um die Leistungsfähigkeit von Transpondern bzw. Transponderantennen im UHF-Bereich zu beurteilen, ist die Auswertung der Leseentfernung eine häufig angewandte Methode. Allerdings lassen sich die Ergebnisse nur schwer vergleichen, da auch die Leistungsfähigkeit des Lesegerätes die Ergebnisse beeinflusst [49]. Um dem entgegenzuwirken, schlagen KWON und LEE die Auswertung des Rückstreuquerschnitts vor. Zu diesem Zweck wird eine Beispielantenne in EM-Simulationen mit einer ebenen Welle beleuchtet und die reflektierte Leistung bei unterschiedlichen Antennenlasten ermittelt. Diese Lasten sind insbesondere Leerlauf, Anpassung und Kurzschluss. Aus der reflektierten Leistung wird dann für aus unterschiedlichen Richtungen einfallende Wellen der Rückstreuquerschnitt berechnet.

WITSCHNIG et al. schlagen unterdessen eine Methode zur Untersuchung der auftretenden Resonanzen bei gekoppelten Schwingkreisen mit Hilfe von Eigenwerten vor [110]. Dafür werden die Induktivitäten und Gegeninduktivitäten zu einer Matrix zusammengefasst. Die Autoren zeigen, dass die auftretenden Resonanzfrequenzen aus den Eigenwerten dieser Matrix und den Resonanzkapazitäten der Transponder bestimmt werden können.

1 Einleitung

Bei stärker werdender Kopplung dominiert zunehmend die niedrigste Eigenfrequenz, welche gegen einen Grenzwert konvergiert, der – bei identischen Transponderkapazitäten – durch die Summe aller Transponderinduktivitäten gegeben ist. Diese Summe, die die *Spur* der Induktivitätsmatrix darstellt, ist gleich der Summe der Eigenwerte. Das vorgestellte mathematische Modell wird schließlich mit Hilfe von Schaltungssimulationen und Messungen untermauert.

Theoretische Betrachtungen zur Anpassung von UHF- und Mikrowellentranspondern finden sich in [63]. NG, LEONG und COLE untersuchen die breitbandige Anpassung von Transpondern, welche eine kapazitive Last darstellen, mit Hilfe der sogenannten Bode-Fano-Grenze, die in [39] genauer beschrieben wird.

Die Autoren diskutieren auch die Anpassung einer elektrisch kleinen kreisförmigen Schleifenantenne an einen Transponder durch Wahl der Schleifengröße. Zu diesem Zweck wählen sie das Verhältnis von Antennenradius ρ_a zu Leiterdurchmesser w willkürlich und suchen dann den Durchmesser, bei dem die Antennengüte gleich der Güte des Last ist. Dies führt jedoch nicht zum Erfolg.

Der Grund dafür liegt darin, dass man durch die willkürliche Festlegung von ρ_a/w einen Freiheitsgrad verliert. Vielmehr sollte ρ_a aus dem Realteil der Chipimpedanz und anschließend w aus dem Imaginärteil ermittelt werden.

Die Autoren weisen allerdings noch auf das Problem hin, dass die resultierende Antenne bei den betrachteten Frequenzen nicht als elektrisch klein angesehen werden kann, was die Genauigkeit der Entwurfsformeln beeinflusst, die für elektrisch kleine Antennen gelten. Schließlich schlagen sie eine Schmetterlingsantenne vor, die sich durch eine parallele Induktivität anpassen lässt. Diese wird mit Hilfe eines Kupferstreifens realisiert.

Darüber hinaus existieren Untersuchungen zur Optimierung der Antennenanpassung auf der Seite von UHF- und Mikrowellentranspondern und zur Optimierung der Lastmodulation induktiv gekoppelter Systeme.

PILLAI untersucht die Abhängigkeit der Chipimpedanz und damit des Leistungsübertragungsfaktors von der einfallenden Leistung [68]. In ungünstigen Fällen nimmt die vom Transponder aufgenommene Leistung nicht monoton mit der einfallenden Leistung ab, sondern es tritt ein Minimum auf. In diesem Fall gibt es einen Bereich, in dem der Transponder nicht funktioniert, obwohl dies in größerer Entfernung zum Lesegerät wieder der Fall ist. Der Autor leitet daraus Regeln für die Wahl der Impedanz ab, auf welche die Antenne angepasst werden sollte.

Die Optimierung der Lastmodulation und der Lesereichweite von induktiven Systemen ist Gegenstand der Beiträge [76, 98, 99].

RUEANGSRI und THANACHAYANONT beschreiben ein Entwurfsverfahren zur Maximierung der Lesereichweite eines induktiv gekoppelten Transpondersystems. Allerdings bietet die Methode keine Möglichkeit, die Güte des Systems und damit die Datenrate in den Entwurf einzubeziehen. Vielmehr basiert die Analyse auf eingeschwungenen Zuständen, die eventuell erst nach relativ langer Zeit erreicht werden.

TRAMONI et al. stellen ebenfalls eine Methode vor, um die beiden optimalen Impedanzwerte zu bestimmen, zwischen denen der Lastmodulator hin und her schaltet. Als Optimierungskriterium dient dabei der am Lesegerät erzeugte Modulationsindex bei ausreichender Energieversorgung des Transponders in gegebener Entfernung. Die Analysen basieren auch in diesem Fall auf dem eingeschwungenen Zustand, so dass der Einfluss der Systemgüte auf das transiente Verhalten separat betrachtet werden muss.

Schließlich präsentieren JONES et al. eine Entwurfsmethode, die auf einem konfigurierbaren Digitalteil eines Transponders beruht [43]. Ein spezieller Compiler liest die in C geschriebene Verhaltenbeschreibung und erzeugt Soft- bzw. Hardware für einen Transponder auf der Basis eines Mikroprozessors oder eines FPGA⁶.

1.3 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Modellierung und Charakterisierung von Antennen für Lesegeräte induktiv gekoppelter Transpondersysteme. Dies erfolgt am Beispiel der kreisförmigen Schleifenantenne. Nach einem kurzen Überblick über das angestrebte Modell folgen zunächst einige grundlegende Darstellungen der Antennentheorie, die dann dazu verwendet werden, die von einer kreisförmigen Schleifenantenne erzeugten Felder analytisch abzuleiten und die Ergebnisse in Bezug auf Transpondersysteme zu diskutieren.

In Kapitel 3 erfolgt eine Parametrisierung des Modells. Zunächst wird die Antenneninduktivität ausführlich diskutiert und die Ergebnisse mit aus der Literatur bekannten Näherungsformeln verglichen. Es folgt eine Analyse des Strahlungswiderstandes und der auftretenden Verluste.

An die Modellbildung der Lesegerätantenne schließen sich in Kapitel 4 schaltungstechnische Maßnahmen zur Anpassung dieser Antenne an den Ausgangstreiber an. Alle Methoden werden ausführlich theoretisch diskutiert, modelliert und durch Schaltungssimulationen verifiziert.

Das so gewonnene Modell eines Lesegerätes mit angeschlossener Antenne dient nun den Untersuchungen in Kapitel 5. Zunächst wird die optimale Antennengröße in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Leistung diskutiert und mit Hilfe der Ergebnisse ein Modell für die erreichbare Ansprechentfernung des Transponders entwickelt. Dieses Modell wird dann um den Fall erweitert, dass die erzeugte Feldstärke in einer bestimmten Entfernung gesetzlich limitiert ist. Nach einer kurzen Diskussion der Zwischenergebnisse erfolgt die Modellierung des gekoppelten Systems, bestehend aus Lesegerät und Transponder. Mit Hilfe des Modells wird die maximal übertragbare Leistung und die zugehörige optimale Schaltungskonfiguration ermittelt. Anschließend werden unterschiedliche Entwurfsmethoden mit diesem optimalen Entwurf verglichen, die Ergebnisse diskutiert und

⁶Field Programmable Gate Array

1 Einleitung

ein vereinfachtes Modell für die Transponderantenne vorgestellt und untersucht.

Kapitel 6 beschäftigt sich mit der Modellierung von analogen Systemen mit Hilfe von Hardwarebeschreibungssprachen am Beispiel von VERILOG-A. Nach der Diskussion einiger einfacher Modelle wird eine Möglichkeit aufgezeigt, VERILOG-A um Modelle auf der Basis ein- und auslaufender Wellen zu erweitern. Auf diese Weise lassen sich sehr leicht Komponenten in Schaltungssimulationen integrieren, deren Streumatrix in analytischer Form vorliegt.

Die Ergebnisse werden in Kapitel 7 auf ein praktisches Beispiel angewendet: Der Entwurf eines einfachen Transponders und die Simulation seines Verhaltens im Gesamtsystem, welches aus Lesegerät, gekoppelten Antennen und dem Transponder besteht. Der Entwurf des Transponders erfolgt dabei auf Transistorebene, wohingegen die restlichen Komponenten des System entweder als Verhaltensmodell oder in Form konkreter Schaltungen vorliegen.

In Kapitel 8 werden zwei Aspekte bezüglich der Zuverlässigkeit von Schaltungen diskutiert. Hintergrund hierbei ist eine mögliche Realisierung von einfachen Transpondern in gedruckter Elektronik. Dabei beschäftigt sich dieses Kapitel zunächst mit modularer Redundanz, wobei aufbauend auf den Ideen VON NEUMANNs die erreichbaren Zuverlässigkeiten der Methode theoretisch untersucht und die Ergebnisse mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen verifiziert werden. Anschließend wird eine Methode zur statistischen Beschreibung von Gatternetzwerken vorgestellt, die sowohl Aspekte der statistischen Analyse des Zeitverhaltens sowie eine statistische Betrachtung der Spannungsverläufe über der Zeit umfasst.

Die Arbeit wird schließlich in Kapitel 9 zusammengefasst.

2 Antennenmodellierung

2.1 Die Antenne des Lesegerätes

Für induktiv gekoppelte Transpondersysteme wird seitens des Lesegerätes oft eine magnetische Schleifenantenne verwendet. Diese Antenne wird im Folgenden untersucht und modelliert, wobei zunächst nur eine einzige Windung betrachtet und die Abwesenheit von Transpondern angenommen wird. In diesem Fall kann das in Abb. 2.1 dargestellte Ersatzschaltbild als Modell für die Antenne dienen.

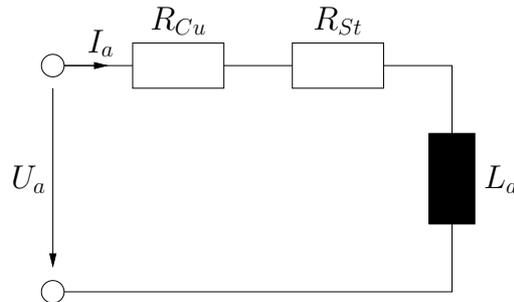


Abb. 2.1: Modell einer magnetischen Schleifenantenne. Der Widerstand R_{Cu} modelliert die Kupferverluste, der Widerstand R_{St} die abgestrahlte Leistung und die Spule L_a die im Nahfeld gespeicherte Energie. Die Größen I_a und U_a sind als *komplexe Effektivwerte* zu verstehen.

Dabei modelliert der Widerstand R_{Cu} die Kupferverluste, der Widerstand R_{St} die abgestrahlte Leistung und die Spule L_a die im Nahfeld gespeicherte Energie.

Unter Kupferverlusten ist in diesem Zusammenhang die im Antennenmaterial in Wärme umgesetzte Leistung P_v zu verstehen. Diese Verluste kommen aufgrund des durch die Antenne fließenden Stroms I_a zustande und sind im Mittel durch

$$P_v = |I_a|^2 \cdot R_{Cu} \quad (2.1)$$

gegeben. Dabei stellt I_a den *komplexen Effektivwert* des Antennenstromes dar.

Legt man eine Kugel um die Antenne und betrachtet die Leistung, die in Form elektromagnetischer Wellen durch die Kugeloberfläche transportiert wird, über der Zeit, so stellt man fest, dass sich diese Leistung aus zwei Komponenten zusammensetzt. Ein Teil der Leistung wird abgestrahlt, d.h sie wandert in Form einer elektromagnetischen Welle

in den Raum und reduziert damit die im Inneren der Kugel vorhandene Energiemenge. Ein anderer Teil schwingt jedoch durch die Kugeloberfläche: Während einer halben Periode verlässt eine bestimmte Energiemenge die Kugel, um während der folgenden halben Periode wieder zurückzukehren.

Aus Sicht der Antennenklemmen macht es keinen Unterschied, ob die in die Antenne eingespeiste Energie in den Raum abgestrahlt oder in der Antenne selbst in Wärme umgesetzt wird. Von daher erscheint die abgestrahlte Leistung als Widerstand R_{St} im Ersatzschaltbild. Dieser Widerstand wird als *Strahlungswiderstand* der Antenne bezeichnet. Für die im Mittel abgestrahlte Leistung gilt:

$$P_{St} = |I_a|^2 \cdot R_{St}. \quad (2.2)$$

Die dritte Komponente zeigt das typische Verhalten eines energiespeichernden Bauteils. Zunächst fließt Energie in die Klemmen der Antenne, was zum Aufbau eines magnetischen Feldes führt. Während das magnetische Feld wieder abgebaut wird, ist die in der Schleifenantenne induzierte Spannung so gerichtet, dass Energie aus den Klemmen in die speisende Quelle fließt. Dies ist exakt das Verhalten einer idealen Spule, welche die letzte Komponente des Antennenmodells darstellt.

Die maximale im Magnetfeld gespeicherte Energie, die nicht abgestrahlt wird, berechnet sich zu:

$$W_a = |I_a|^2 \cdot L_a. \quad (2.3)$$

Die drei Parameter R_{Cu} , R_{St} und L_a ergeben sich aus der Geometrie der Antenne und den Materialeigenschaften, wobei die Antenne des Lesegerätes in der Regel aus Kupfer gefertigt wird. Insbesondere der Strahlungswiderstand und die Induktivität lassen sich aus den von der Antenne erzeugten elektromagnetischen Feldern bestimmen.

Dabei ergibt sich R_{St} aus Glg. (2.2), wenn die abgestrahlte Leistung bei gegebenem Antennenstrom I_a aus der Feldverteilung ermittelt wurde:

$$R_{St} = \frac{P_{St}}{|I_a|^2} = \frac{1}{|I_a|^2} \oint_{\partial V} \Re \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \} d\vec{F}. \quad (2.4)$$

In dieser Gleichung bezeichnet \vec{E} den komplexen Effektivwert der elektrischen und \vec{H} den der magnetischen Feldstärke. Die geschlossene Fläche ∂V umschließt dabei die Antenne, so dass das Integral die von der Antenne im Mittel abgestrahlte Leistung beschreibt. Die Größe $\vec{E} \times \vec{H}^*$ wird als *komplexer POYNTINGscher Vektor* bezeichnet.

Die Induktivität ergibt sich aus ihrer Definition (bei einer Windung):

$$L_a = \frac{|\Phi_a|}{|I_a|}, \quad (2.5)$$

wobei Φ_a der magnetische Fluss durch die Schleifenantenne bei gegebenem Strom I_a ist. Dieser Fluss berechnet sich aus der Flussdichte \vec{B} :

$$\Phi_a = \iint_F \vec{B} d\vec{F}, \quad (2.6)$$

wobei \vec{B} wiederum einen komplexen Effektivwert und F die von der Schleifenantenne umschlossene Fläche darstellen.

2.2 Das Vektorpotential

Das sogenannte Vektorpotential \vec{A} ist eine mathematische Hilfsgröße zur Bestimmung der elektromagnetischen Felder, welche von einer gegebenen Antenne erzeugt werden. Das Konzept wird unter anderem in [45] und [108] erläutert und soll im Folgenden kurz vorgestellt und anschließend zur Bestimmung der von einer bestimmten Antennengeometrie erzeugten Felder angewendet werden. Der Vektorpotentialansatz basiert auf der Tatsache, dass die magnetische Flussdichte \vec{B} *quellenfrei* ist, d.h. es existieren keine magnetischen Ladungen (im Modell der Elementarmagnete gibt es keine reinen Nord- bzw. Südpole). Mathematisch wird dieser Zusammenhang durch die 4. MAXWELLSche Gleichung beschrieben:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.7)$$

Da

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0, \quad (2.8)$$

ist Glg. (2.7) automatisch erfüllt, wenn die magnetische Flussdichte als Rotation eines noch zu bestimmenden Vektorfeldes \vec{A} dargestellt wird:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (2.9)$$

Dieses Vektorfeld wird als *Vektorpotential* bezeichnet.

Der Zusammenhang zwischen den Strömen in der Antenne und den erzeugten Feldern wird durch das Durchflutungsgesetz beschrieben:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.10)$$

wobei \vec{H} das magnetische Feld, \vec{D} die dielektrische Verschiebungsdichte und \vec{J} die Stromdichte darstellt. Wenn man sich auf zeitharmonische Felder der Kreisfrequenz ω im Vakuum (bzw. in der Luft) beschränkt, so geht Glg. (2.10) über in:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E} \quad (2.11)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{J} + j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (2.12)$$

In dieser Gleichung bezeichnet \vec{E} die elektrische Feldstärke, wohingegen μ_0 und ε_0 die Induktions- bzw. Influenzkonstante darstellen.

2 Antennenmodellierung

Desweiteren sind die elektrischen und magnetischen Komponenten \vec{E} und \vec{B} über das Induktionsgesetz miteinander verknüpft:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (2.14)$$

$$= -j\omega \nabla \times \vec{A} \quad (2.15)$$

$$\nabla \times (\vec{E} + j\omega \vec{A}) = 0. \quad (2.16)$$

Da

$$\nabla \times (\nabla \psi) = 0, \quad (2.17)$$

kann $\vec{E} + j\omega \vec{A}$ durch den Gradienten eines skalaren Potentials ψ dargestellt werden. Glg. (2.16) ist dann automatisch erfüllt. Es ist üblich, den negativen Gradienten zu verwenden:

$$\vec{E} + j\omega \vec{A} = -\nabla \psi \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -(\nabla \psi + j\omega \vec{A}). \quad (2.19)$$

Eingesetzt in Glg. (2.12) ergibt schließlich:

$$\underbrace{\nabla \times (\nabla \times \vec{A})}_{\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}} = \mu_0 \vec{J} - j\omega \mu_0 \varepsilon_0 (\nabla \psi + j\omega \vec{A}) \quad (2.20)$$

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{A} + j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \psi) - \mu_0 \vec{J} = \nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{A}. \quad (2.21)$$

Da die magnetische Flussdichte \vec{B} als *Rotation* des Vektorpotentials \vec{A} angesetzt wurde (s. Glg. (2.9)), kann die *Divergenz* des Vektorpotentials, $\nabla \cdot \vec{A}$, frei gewählt werden. Die Divergenz beeinflusst die Rotation nicht. Die Wahl der Divergenz

$$\nabla \cdot \vec{A} = -j\omega \mu_0 \varepsilon_0 \psi \quad (2.22)$$

wird als *LORENZbeziehung* bezeichnet. Mit ihr geht Glg. (2.21) über in:

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}. \quad (2.23)$$

Durch Lösen der partiellen Differentialgleichung (2.23) erhält man aus einer gegebenen Stromverteilung \vec{J} das Vektorpotential \vec{A} und aus diesem schließlich mit Hilfe der Gleichungen (2.9), (2.19) und (2.22) die gesuchten Felder [45, 51]:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.24)$$

$$\vec{E} = -j\omega \left(\vec{A} + \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0} \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) \right). \quad (2.25)$$

Im strom- und ladungsfreien Gebiet außerhalb der Antenne kann die elektrische Feldstärke auch aus dem Durchflutungsgesetz (2.11) ermittelt werden:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\mu_0\varepsilon_0} \nabla \times \vec{B}. \quad (2.26)$$

Mit Hilfe des Integralsatzes von STOKES und den Gleichungen (2.5), (2.6) und (2.24) lässt sich die Induktivität der Antenne direkt aus dem Vektorpotential bestimmen:

$$L_a = \frac{|\Phi_a|}{|I_a|} = \frac{1}{|I_a|} \left| \iint_F \vec{B} d\vec{F} \right| = \frac{1}{|I_a|} \left| \iint_F (\nabla \times \vec{A}) d\vec{F} \right| = \frac{1}{|I_a|} \left| \oint_{\partial F} \vec{A} d\vec{r} \right|, \quad (2.27)$$

wobei die Kurve ∂F den Rand der von der Antenne umschlossenen Fläche beschreibt.

Die Lösung von (2.23) lautet [45, 51, 108]:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{V_Q} \frac{\vec{J}(\vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \exp\left(-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}|\vec{r} - \vec{r}_Q|\right) dV_Q. \quad (2.28)$$

Das Volumen V_Q umfasst dabei den gesamten stromführenden Raum, also die Antenne selbst. Glg. (2.28) führt auf ein sogenanntes *retardiertes Potential*, da es die Wirkung derjenigen Stromkonfiguration auf einen bestimmten Raumpunkt beschreibt, die vor $\Delta t = \sqrt{\mu_0\varepsilon_0}|\vec{r} - \vec{r}_Q|$ vorgelegen hat. Das bedeutet, dass sich die Felder mit der Phasengeschwindigkeit

$$v_{ph} = \frac{|\vec{r} - \vec{r}_Q|}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \quad (2.29)$$

von der Antenne aus ausbreiten.

Wenn man von einer drahtförmigen Antenne ausgeht, die den Strom $I_a(\vec{r}_Q)$ führt, wobei \vec{r}_Q die Position entlang der Antenne bezeichnet, so geht Glg. (2.28) über in:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{Antenne}} \frac{I_a(\vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \exp\left(-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}|\vec{r} - \vec{r}_Q|\right) d\vec{r}_Q. \quad (2.30)$$

Bei induktiv gekoppelten Transpondersystemen kann davon ausgegangen werden, dass die Antenne klein gegenüber der Wellenlänge ist. Beispielsweise beträgt die Wellenlänge bei $f_0 = 13,56$ MHz: $\lambda_0 = c/f_0 \approx 22$ m. Der Strom ist dann in guter Näherung *unabhängig* von der Position entlang der Antenne und kann als konstanter Antennenstrom I_a vor das Integral gezogen werden:

$$\vec{A}(\vec{r}) \approx \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \int_{\text{Antenne}} \frac{\exp\left(-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}|\vec{r} - \vec{r}_Q|\right)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} d\vec{r}_Q. \quad (2.31)$$

Eine Antenne, die so kurz ist, dass nicht nur der Strom entlang der Antenne als konstant angesehen werden kann, sondern dass zudem auch der Abstand von jedem Punkt

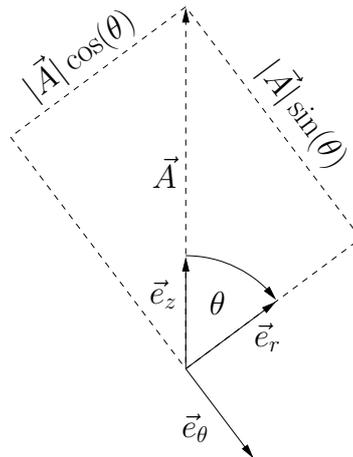


Abb. 2.2: Projektion des Vektorpotentials auf die Einheitsvektoren in Kugelkoordinaten. Dargestellt ist die r - θ -Ebene.

auf der Antenne zu einem beliebigen Raumpunkt gleich dem Abstand des Antennenmittelpunktes zu diesem Raumpunkt gesetzt werden kann, bezeichnet man als elektrischen Elementardipol. Dieser ist die einfachste mögliche Antenne und wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

2.3 Der elektrische Elementardipol

Platziert man eine infinitesimal kurze Antenne der Länge Δz im Ursprung des Koordinatensystems entlang der z -Achse, so ergibt sich für das Vektorpotential im Abstand r vom Ursprung:

$$\vec{A}(r) = \frac{A_0}{r} \exp(-j\beta r) \vec{e}_z, \quad \text{mit } \beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \quad \text{und} \quad A_0 = \frac{\mu_0 I_a \Delta z}{4\pi}, \quad (2.32)$$

wobei \vec{e}_z den Einheitsvektor entlang der z -Achse bezeichnet.

Da das Vektorpotential Kugelsymmetrie aufweist, empfiehlt sich eine Behandlung in Kugelkoordinaten. Aus Abb. 2.2 ergibt sich:

$$\vec{A} = A_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r} \left(\cos(\theta) \vec{e}_r - \sin(\theta) \vec{e}_\theta \right). \quad (2.33)$$

Dann folgt für die magnetische Flussdichte aus Glg. (2.24) mit Hilfe von Glg. (A.29):

$$\vec{B} = A_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r^2} \left(j\beta r + 1 \right) \sin(\theta) \vec{e}_\phi. \quad (2.34)$$

Die magnetische Flussdichte breitet sich also in konzentrischen Kreisen um die z -Achse aus. Betrachtet man die magnetische Flussdichte in einem festen Abstand r , so kann man

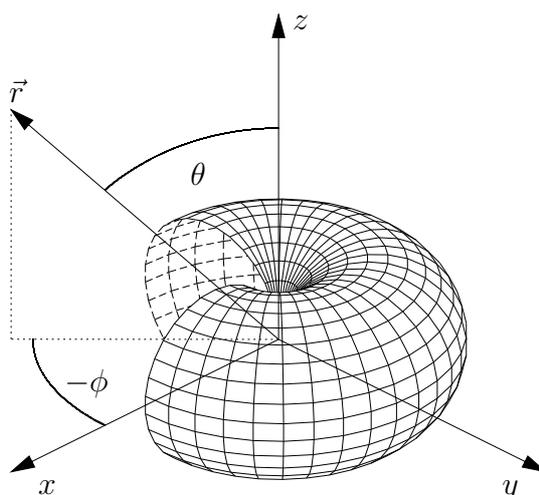


Abb. 2.3: Darstellung von $\sin(\theta)$ in Kugelkoordinaten. Der Winkel θ wird dabei gegen die positive z -Achse gemessen, und der Abstand zum Ursprung ist gerade gleich $\sin(\theta)$. In der Ebene $\theta = \pi/2$ erreicht die Funktion ihr Maximum.

sagen, dass der magnetische Feldvektor entlang eines Kreises um die z -Achse harmonisch schwingt. Sein reeller Effektivwert ist durch

$$B_{\text{eff}} = A_0 \frac{\sqrt{(\beta r)^2 + 1}}{r^2} \sin(\theta) \quad (2.35)$$

gegeben und man kann eine *normierte* Amplitude

$$\check{B} := \frac{B_{\text{eff}}}{\beta^2 A_0} = \frac{\sqrt{(\beta r)^2 + 1}}{(\beta r)^2} \sin(\theta) \quad (2.36)$$

definieren. Der Faktor $\sin(\theta)$ ist in Abb. 2.3 in Kugelkoordinaten dargestellt. Die magnetische Flussdichte, die von einem elektrischen Elementardipol erzeugt wird, ist also in der Ebene $\theta = \pi/2$ maximal und verschwindet entlang der z -Achse vollständig.

2.3.1 Strahlungswiderstand und Fußpunktimpedanz

Wie bereits in Abschnitt 2.1 erwähnt, kann der Strahlungswiderstand der Antenne über die mittlere abgestrahlte Leistung ermittelt werden. Der Momentanwert der Felder ist durch den komplexen Effektivwert der Feldvektoren \vec{B} und \vec{E} gegeben. Setzt man für den Antennenstrom o. B. d. A.

$$i_a(t) = \sqrt{2} \cdot |I_a| \cdot \cos(\omega t), \quad (2.37)$$

2 Antennenmodellierung

so ist I_a und damit auch A_0 rein reell, und für die zeitabhängige magnetische Flussdichte ergibt sich mit Hilfe von Glg. (2.34)

$$B_\phi(t) = \sqrt{2} \cdot \Re \{ B_\phi \cdot e^{j\omega t} \} = \sqrt{2} \cdot \frac{A_0}{r^2} \sin(\theta) \cdot \Re \{ (j\beta r + 1) e^{j(\omega t - \beta r)} \} \quad (2.38)$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{A_0}{r^2} \sin(\theta) \cdot \left(\cos(\omega t - \beta r) - \beta r \sin(\omega t - \beta r) \right). \quad (2.39)$$

Das zugehörige elektrische Feld findet man durch zusätzliche Verwendung der Gleichungen (2.26) und (A.29):

$$E_r(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{A_0}{r^3 \sin(\theta)} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin^2(\theta)) \right) \cdot \Re \left\{ \frac{j\beta r + 1}{j\omega \mu_0 \varepsilon_0} \cdot e^{j(\omega t - \beta r)} \right\} \quad (2.40)$$

$$= 2\sqrt{2} \cdot \frac{\omega A_0}{\beta^2 r^3} \cos(\theta) \cdot \left(\beta r \cos(\omega t - \beta r) + \sin(\omega t - \beta r) \right) \quad (2.41)$$

$$E_\theta(t) = -\sqrt{2} \cdot \frac{A_0}{r} \sin(\theta) \cdot \Re \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{j\beta r + 1}{j\omega \mu_0 \varepsilon_0} \cdot \frac{e^{j(\omega t - \beta r)}}{r} \right) \right\} \quad (2.42)$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{\omega A_0}{\beta^2 r^3} \sin(\theta) \cdot \left(\beta r \cos(\omega t - \beta r) + (1 - \beta^2 r^2) \sin(\omega t - \beta r) \right). \quad (2.43)$$

Der POYNTINGSche Vektor $\vec{S}(t) = \vec{E}(t) \times \vec{B}(t)/\mu_0$ gibt in diesem Zusammenhang die Richtung und die Stärke der pro Fläche transportierten Leistung an. Die Leistung $P(t)$, die durch eine Kugel um die Antenne mit Radius r_0 tritt, ergibt sich demnach als Funktion der Zeit zu:

$$P(t) = \frac{r_0^2}{\mu_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin(\theta) \left(S_r(t) \Big|_{r=r_0} \right) d\phi d\theta = \frac{r_0^2}{\mu_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin(\theta) E_\theta(t) B_\phi(t) \Big|_{r=r_0} d\phi d\theta. \quad (2.44)$$

Mit der Abkürzung $\phi = \omega t - \beta r_0$ folgt

$$P(t) = \frac{4\pi}{\mu_0} \omega \beta A_0^2 \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta \cdot \left(\left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^2 \cos^2(\phi) - \left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^2 \sin^2(\phi) + \sin^2(\phi) \right. \\ \left. - 2 \left(\frac{1}{\beta r_0} \right) \sin(\phi) \cos(\phi) + \left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^3 \sin(\phi) \cos(\phi) \right) \quad (2.45)$$

Nach Umstellen dieses Ausdrucks und Auflösen des Integrals erhält man:

$$P(t) = \frac{16\pi}{3\mu_0} \omega \beta A_0^2 \cdot \left[\cos^2(\phi) + \left(\left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^2 - 1 \right) \cos(2\phi) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^3 - \frac{1}{\beta r_0} \right) \sin(2\phi) \right]. \quad (2.46)$$

Dieser Ausdruck gibt im Prinzip die Leistung an, die von einer Kugel mit Radius r_0 aus gesehen zu jedem Zeitpunkt in den Raum abgestrahlt wird. Negative Werte bedeuten,

dass Leistung aus dem Raum entnommen wird. Um die Impedanz zu bestimmen, die eine die Antenne speisende Quelle „sehen“ würde, muss die Kugel nun so weit verkleinert werden, dass sie nur noch die Antenne umfasst. Die durch diese Kugel in den Raum abgestrahlte Leistung ist dann gleich der Leistung, die von der Quelle an die Antenne abgegeben wird. In diesem Fall vereinfacht sich Glg. (2.46) zu

$$P(t) \approx \frac{8\pi}{3\mu_0} \omega \beta A_0^2 \cdot \left(2 \cos^2(\omega t) + \left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^3 \sin(2\omega t) \right) \quad (2.47)$$

$$= \frac{2\pi I_a^2}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \cdot \left(2 \cos^2(\omega t) + \left(\frac{1}{\beta r_0} \right)^3 \sin(2\omega t) \right). \quad (2.48)$$

Nimmt man an, dass der Antennenstrom $i_a(t) \propto \cos(\omega t)$ von einer Stromquelle eingepreßt wird, so entspricht der erste Term

$$P_{St}(t) = \frac{4\pi I_a^2}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \cos^2(\omega t) \quad (2.49)$$

gerade der Leistung, die in einem Serienwiderstand

$$R_{St} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{\Delta z}{\lambda_0} \right)^2 \quad (2.50)$$

umgesetzt würde. Dieser bildet einen Teil des Realteils der Fußpunktimpedanz und ist ein Maß dafür, inwieweit der in der Antenne fließende Strom in elektromagnetische Strahlung umgesetzt wird. Die andere Komponente des Realteils der Fußpunktimpedanz wird durch die Verluste in der Antenne selbst verursacht.

Die im *zeitlichen Mittel* abgestrahlte Leistung ist demnach

$$\overline{P}_{St} = R_{St} I_a^2. \quad (2.51)$$

Der gleiche Wert ergibt sich, wenn die im zeitlichen Mittel durch eine Kugel mit Radius r_0 fließende Leistung nach Glg. (2.46) ermittelt wird:

$$\overline{P}_{St} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} P(t) dt = R_{St} I_a^2. \quad (2.52)$$

Diese im Mittel abgestrahlte Leistung ist unabhängig vom Radius, da während der Ausbreitung im Vakuum keine Energie verloren geht.

Der zweite Term in Glg. (2.48) beschreibt die im Nahfeld gespeicherte Energie und erscheint aus Sicht der Quelle als Reaktanz. Um dies besser zu verstehen, kann Abb. 2.4 herangezogen werden.

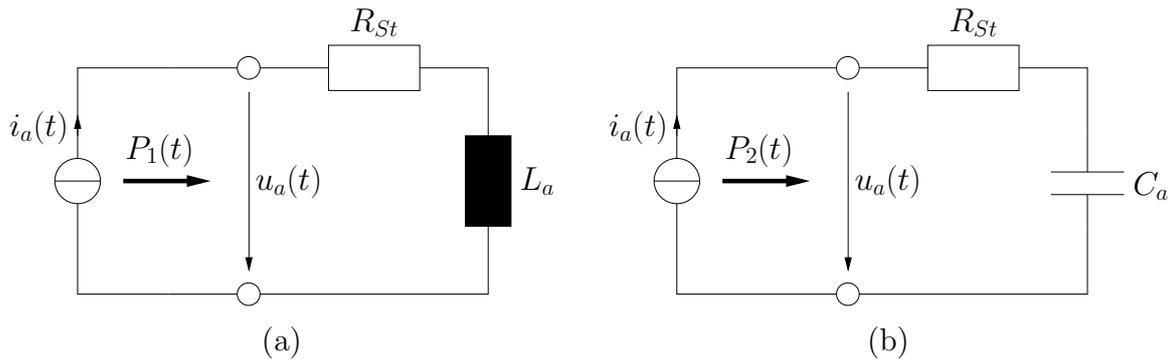


Abb. 2.4: Momentanleistung an den Klemmen eines verlustbehafteten induktiven (a) bzw. kapazitiven (b) Zweitors. Bei Anregung mit nur einer Frequenz spiegelt eines dieser Zweitore die Fußpunktimpedanz einer Antenne wider. Die Wahl des entsprechenden Zweitors hängt vom Verhalten der Antenne bei der betrachteten Frequenz ab.

Die zeitabhängige Leistung, die von der Quelle aus gesehen in das jeweilige Zweitor fließt, ist gegeben durch:

$$P_1(t) = I_a^2 (2R_{St} \cos^2(\omega t) - \omega L_a \sin(2\omega t)) \quad (2.53)$$

$$P_2(t) = I_a^2 \left(2R_{St} \cos^2(\omega t) + \frac{1}{\omega C_a} \sin(2\omega t) \right) \quad (2.54)$$

$$\text{mit } i_a(t) = \sqrt{2} I_a \cos(\omega t) \quad (2.55)$$

Ein Vergleich der Gleichungen (2.54) und (2.48) zeigt, dass die Fußpunktimpedanz Z_a des elektrischen Elementardipols kapazitiv ist, weswegen Abb. 2.4b gelegentlich als Ersatzschaltbild für diese Antenne verwendet wird [6, 23]. Desweiteren ergibt sich aus diesem Vergleich $\Im\{Z_a\} \rightarrow -\infty$. Dies ist auf die infinitesimal kurze Ausdehnung des Elementardipols zurückzuführen. Es handelt sich bei dieser Antenne um ein theoretisches Gebilde, welches nicht physikalisch realisiert werden kann. Reale ausgedehnten Antennen besitzen eine endliche Fußpunktimpedanz. Dennoch ist der elektrische Elementardipol ein sehr nützliches Instrument, da längere Antennen aus Elementardipolen zusammengesetzt werden können.

2.3.2 Der komplexe Poyntingsche Vektor

Die Bestimmung des Strahlungswiderstandes einer Antenne aus den erzeugten Feldern gestaltet sich vergleichsweise einfach, da nach Glg. (2.2) lediglich die im zeitlichen Mittel abgestrahlte Leistung benötigt wird. Wie in diesem Abschnitt gezeigt wird, benötigt man zu deren Bestimmung nicht zwangsläufig die von der Antenne abgegebene Leistung als Funktion der Zeit. Desweiteren kann die geschlossene Fläche um die Antenne, über die der POYNTINGSche Vektor integriert werden muss, eine beliebige Form und einen

beliebigen Abstand zur Antenne aufweisen. Typischerweise lassen sich die von einer Antenne abgestrahlten Felder für $\beta r \rightarrow \infty$ durch Kugelwellen beschreiben. Eine Integration dieser sogenannten Fernfeldnäherung über eine Kugel mit $r_0 \rightarrow \infty$ führt dann auf die abgestrahlte Leistung.

Die Bildung des zeitlichen Mittelwertes kann *vor* oder *nach* der Integration des POYNTINGSchen Vektors über die gewählte geschlossene Fläche erfolgen, da beide Operationen linear sind. Führt man die Mittelwertbildung zuerst aus, so erhält man für den *zeitlichen Mittelwert* des POYNTINGSchen Vektors:

$$\vec{S} = \frac{\omega}{2\pi\mu_0} \int_0^{2\pi} \Re \left\{ \sqrt{2} \cdot \vec{E} \cdot e^{j\omega t} \right\} \times \Re \left\{ \sqrt{2} \cdot \vec{B} \cdot e^{j\omega t} \right\} dt \quad (2.56)$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \left(\Re \left\{ \vec{E} \right\} \times \Re \left\{ \vec{B} \right\} + \Im \left\{ \vec{E} \right\} \times \Im \left\{ \vec{B} \right\} \right) \quad (2.57)$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \Re \left\{ \vec{E} \times \vec{B}^* \right\} = \Re \left\{ \vec{E} \times \vec{H}^* \right\}. \quad (2.58)$$

Der Vektor $\vec{E} \times \vec{H}^*$ wird *komplexer POYNTINGScher Vektor* genannt und sein Realteil gibt die *im Mittel* transportierte Leistung pro Fläche an. Integration des Realteils des komplexen POYNTINGSchen Vektors über eine die Antenne umschließende geschlossene Fläche ergibt schließlich die abgestrahlte mittlere Leistung. Dies führt letztendlich auf Glg. (2.4), die in Abschnitt 2.1 ohne Herleitung angegeben ist.

2.3.3 Nah- und Fernfeld

Die normierte Amplitude \check{B}_{\max} der magnetischen Flussdichte eines elektrischen Elementardipols in der x - y -Ebene, also für $\theta = \pi/2$, ergibt sich aus Glg. (2.36) zu

$$\check{B}_{\max} = \frac{\sqrt{(\beta r)^2 + 1}}{(\beta r)^2} \quad (2.59)$$

und ist in Abb. 2.5 als Funktion von βr aufgetragen. Darüber hinaus sind noch die Funktionen $1/(\beta r)$ und $1/(\beta r)^2$ eingezeichnet. Diese Funktionen stellen Näherungen für \check{B} in den Fällen $\beta r \gg 1$ bzw. $\beta r \ll 1$ dar.

Den Bereich $\beta r \ll 1$ bezeichnet man als Nah- und den Bereich $\beta r \gg 1$ als Fernfeld der Antenne. Bei $f_0 = 13,56$ MHz ergibt sich für $1/\beta = 3,52$ m.

Bei induktiv gekoppelten Systemen wird eine relativ hohe magnetische Flussdichte benötigt, weswegen der Transponder nur im Bereich des Nahfeldes betrieben werden kann. Zur Behandlung einer Antenne für diese Systeme ist die Nahfeldnäherung daher ausreichend.

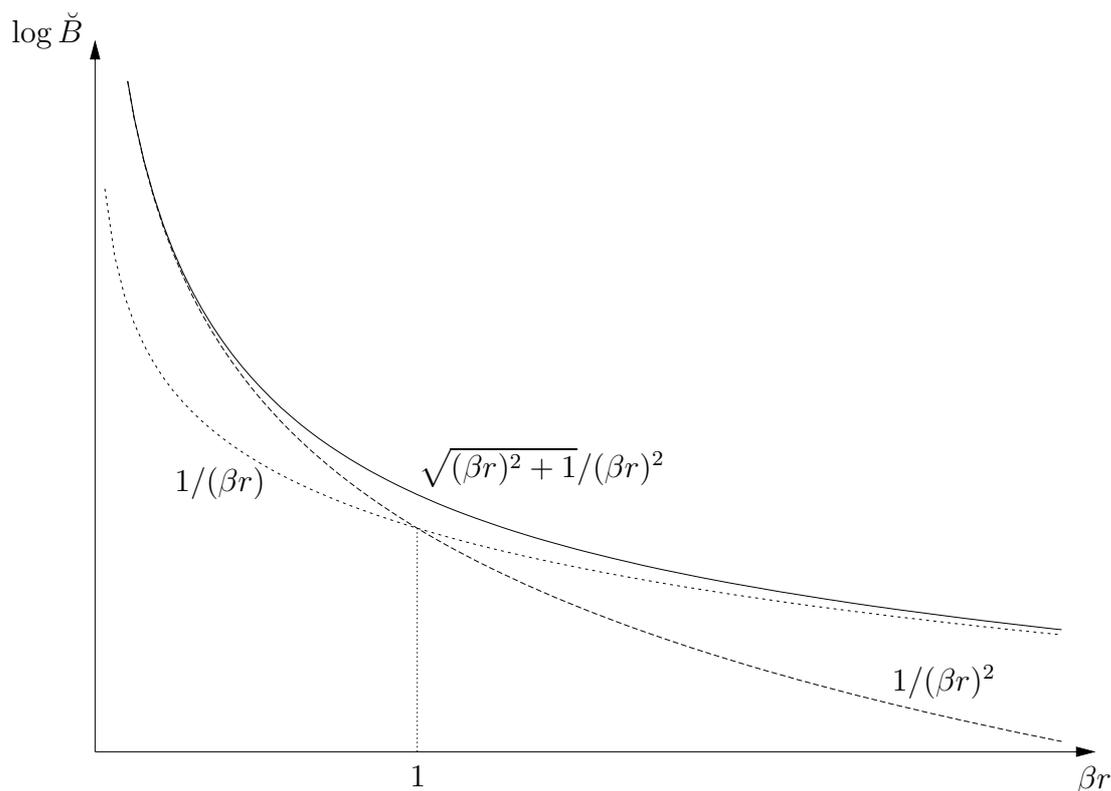


Abb. 2.5: Verlauf der magnetischen Flussdichte als Funktion des Abstands. Zusätzlich sind Näherungen für das Nah- ($\beta r \ll 1$) und Fernfeld ($\beta r \gg 1$) aufgetragen.

2.4 Längere Antennen

Zur Bestimmung der Felder, die von realen ausgedehnten Antennen erzeugt werden, kann man sich diese Antennen als aus vielen Elementardipolen zusammengesetzt vorstellen. Im Folgenden soll dieses Verfahren zunächst unter Beschränkung auf das Nahfeld angewendet und schließlich auf die allgemeine Feldlösung erweitert werden.

2.4.1 Betrachtung des Nahfeldes

Aus oben angestellten Überlegungen lässt sich die von einem elektrischen Elementardipol erzeugte magnetische Flussdichte unter Beschränkung auf das Nahfeld durch

$$\vec{B}_{\text{ED, NF}} = \frac{A_0}{r^2} \sin(\theta) \vec{e}_\phi \quad (2.60)$$

beschreiben, wobei die wellenförmige Ausbreitung des Feldes um den Dipol vernachlässigt wurde. Diese Vernachlässigung ist zulässig, da der betrachtete Bereich um die Antennen klein gegenüber der Wellenlänge ist. In diesem Fall kann $\exp(-j\beta r) \approx 1$ angenommen werden. Anschaulich bedeutet das, dass der gesamte Bereich um die Antenne „gleichzeitig“ mit dem vom Strom I_a erzeugten magnetischen Feld durchsetzt wird.

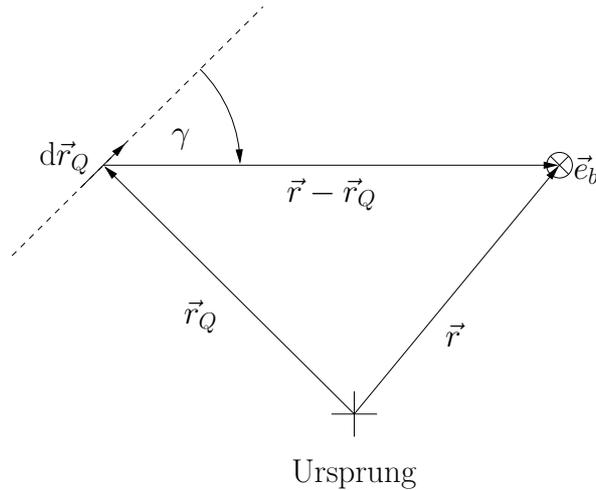


Abb. 2.6: Zur Bestimmung der magnetische Flussdichte bei einem beliebig orientierten Elementardipol. Man beachte, dass die dargestellten Zusammenhänge auch dann gelten, wenn der Ursprung nicht in der Zeichenebene liegt.

Befindet sich der Elementardipol nicht im Ursprung und ist er nicht in z -Richtung orientiert, so sind die erzeugten Felder ebenfalls verschoben und gedreht: Der Vektor der magnetischen Flussdichte im Punkt \vec{r} steht immer senkrecht auf der Ebene, die den Elementardipol im Punkt \vec{r}_Q und den betrachteten Raumpunkt enthält. Die Stärke des Feldes wird durch den Strom I_a und den Abstand $|\vec{r} - \vec{r}_Q|$ bestimmt. Beschreibt man den Elementardipol durch ein differentielles Linienelement $d\vec{r}_Q$, so ergibt sich aus Abb. 2.6:

$$d\vec{B}_{\text{ED, NF}} = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^2} \cdot |d\vec{r}_Q| \sin(\gamma) \vec{e}_b, \quad (2.61)$$

wobei \vec{e}_b der Einheitsvektor senkrecht auf die vom Elementardipol und dem Punkt \vec{r} aufgespannte Ebene ist. Man beachte, dass dies auch gilt, wenn der Ursprung nicht wie in Abb. 2.6 in dieser Ebene liegt. Mit

$$|d\vec{r}_Q| \sin(\gamma) \vec{e}_b = d\vec{r}_Q \times \frac{\vec{r} - \vec{r}_Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \quad (2.62)$$

ergibt sich schließlich:

$$d\vec{B}_{\text{ED, NF}} = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{r}_Q \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3}. \quad (2.63)$$

Handelt es sich nun nicht um einen Elementardipol, sondern um eine längere Antenne, so kann man sich diese, wie gesagt, als aus vielen Elementardipolen zusammengesetzt vorstellen. Die gesamte magnetische Flussdichte erhält man dann durch Integration über alle diese Dipole:

$$\vec{B}_{\text{NF}} = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \int_{\text{Antenne}} \frac{d\vec{r}_Q \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3}, \quad (2.64)$$

wobei hier vorausgesetzt wird, dass die Antenne klein gegenüber der Wellenlänge ist, so dass der Strom I_a über die Länge der Antenne als konstant angesehen werden kann.

Gleichung (2.64) stellt genau das BIOT-SAVART-Gesetz dar und ist nur im Falle von „fadenförmigen“ Gleichströmen *exakt* gültig. Wird dieses Gesetz auf Antennen angewendet, so erhält man die Nahfeldnäherung der magnetischen Flussdichte unter Vernachlässigung der begrenzten Ausbreitungsgeschwindigkeit, d.h. an zwei unterschiedlichen Raumpunkten weisen die harmonisch schwingenden Feldstärkevektoren zwar eine Amplituden-, jedoch keine Phasendifferenz auf.

2.4.2 Erweiterung auf Nah- und Fernfeld

Der Elementardipol wird wie in Abschnitt 2.4.1 durch ein differentielles Linienelement beschrieben. Der differentielle Beitrag zum Magnetfeld dieses Dipols ergibt sich aus Glg. (2.34) in Analogie zu Glg. (2.63)

$$d\vec{B}_{ED} = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{r}_Q \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \cdot e^{-j\beta|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \cdot (j\beta|\vec{r} - \vec{r}_Q| + 1). \quad (2.65)$$

Die von einer fadenförmigen Antenne erzeugte magnetische Flussdichte erhält man durch Integration über alle Elementardipole analog zu Glg. (2.64):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{Antenne}} I(\vec{r}_Q) \frac{d\vec{r}_Q \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \cdot e^{-j\beta|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \cdot (j\beta|\vec{r} - \vec{r}_Q| + 1). \quad (2.66)$$

Der Strom $I(\vec{r}_Q)$ beschreibt hierbei den komplexen Effektivwert des Stroms in der Antenne an der Stelle \vec{r}_Q . Diese Gleichung kann als eine Art erweitertes BIOT-SAVART-Gesetz angesehen werden. Sie beschreibt das von einer fadenförmigen Antenne erzeugte magnetische Feld *exakt*.

Sind die Abmessungen der Antenne klein gegenüber der Wellenlänge, so dass der Antennenstrom I_a über die Länge der Antenne als konstant angenommen werden kann, lässt er sich vor das Integral ziehen, und man erhält für das erzeugte B -Feld:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \int_{\text{Antenne}} \frac{d\vec{r}_Q \times (\vec{r} - \vec{r}_Q)}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \cdot e^{-j\beta|\vec{r} - \vec{r}_Q|} \cdot (j\beta|\vec{r} - \vec{r}_Q| + 1). \quad (2.67)$$

Zur Untersuchung der Eigenschaften der Lesegerätantenne wird im folgenden Abschnitt exemplarisch von einer kreisförmigen Leiterschleife ausgegangen.

2.5 Die kreisförmige Schleifenantenne

In diesem Abschnitt soll eine kreisförmige Schleifenantenne in der x - y -Ebene untersucht werden. Der Mittelpunkt der Leiterschleife befinde sich im Ursprung; der Radius sei ρ_a .

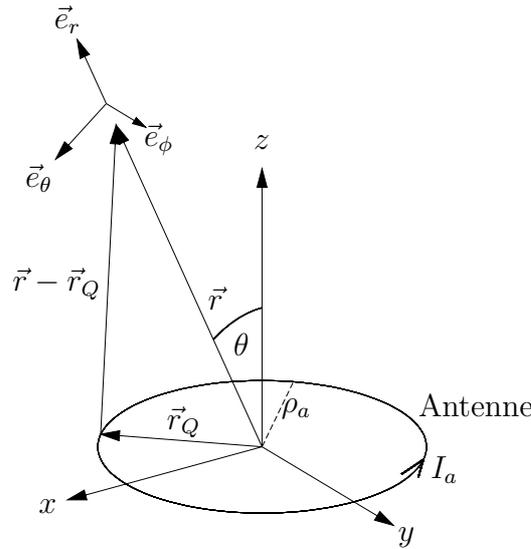


Abb. 2.7: Kreisförmige Schleifenantenne in der x - y -Ebene. Die Antenne wird vom Strom I_a erregt, der über die Länge der Antenne als konstant angenommen wird. Der Raumpunkt \vec{r} , an dem das Feld bestimmt werden soll, ist durch die Kugelkoordinaten r , θ und ϕ gegeben. Aus Symmetriegründen ist die Feldstärke allerdings unabhängig von ϕ .

Zunächst wird das von dieser Antenne erzeugte magnetische Feld betrachtet, wobei davon ausgegangen wird, dass die Antenne klein gegenüber der Wellenlänge ist. In diesem Fall kann Glg. (2.67) zur Bestimmung der magnetischen Flussdichte verwendet werden.

Der Raumpunkt, in dem die Flussdichte ermittelt werden soll, ist durch die Kugelkoordinaten r , θ und ϕ gegeben, so dass sich die in Abb. 2.7 dargestellte Anordnung ergibt. Aus Symmetriegründen ist das erzeugte B -Feld unabhängig von ϕ , so dass o. B. d. A. $\phi = 0$ gesetzt werden kann. Die verbleibenden Koordinaten r und θ des Raumpunktes \vec{r} sind für die Integration entlang der Antenne konstant. Für den Raumpunkt gilt entsprechend

$$\vec{r} = r\vec{e}_r, \quad (2.68)$$

wobei \vec{e}_r den Einheitsvektor in radialer Richtung bezeichnet.

Der Verlauf der Antenne im Raum lässt sich parametrisch als

$$\vec{r}_Q = \rho_a \left(\cos(\phi_Q)\vec{e}_x + \sin(\phi_Q)\vec{e}_y \right) \quad (2.69)$$

darstellen, wenn der Parameter ϕ_Q den Bereich von 0 bis 2π durchläuft. Eine Koordinatentransformation führt schließlich auf

$$\vec{r}_Q = \rho_a \left(\cos(\phi_Q) \sin(\theta)\vec{e}_r + \cos(\phi_Q) \cos(\theta)\vec{e}_\theta + \sin(\phi_Q)\vec{e}_\phi \right), \quad (2.70)$$

und man findet für das entsprechende Differential

$$d\vec{r}_Q = \rho_a d\phi_Q \left(-\sin(\phi_Q) \sin(\theta)\vec{e}_r - \sin(\phi_Q) \cos(\theta)\vec{e}_\theta + \cos(\phi_Q)\vec{e}_\phi \right). \quad (2.71)$$

2 Antennenmodellierung

Die Einheitsvektoren \vec{e}_θ und \vec{e}_ϕ sind zusammen mit dem radialen Einheitsvektor \vec{e}_r in Abb. 2.7 dargestellt. Der Differenzvektor $\vec{r} - \vec{r}_Q$ lässt sich nun leicht angeben:

$$\vec{r} - \vec{r}_Q = \left(r - \rho_a \cos(\phi_Q) \sin(\theta) \right) \vec{e}_r - \rho_a \cos(\phi_Q) \cos(\theta) \vec{e}_\theta - \rho_a \sin(\phi_Q) \vec{e}_\phi. \quad (2.72)$$

Unter der Verwendung der Gleichungen (A.31) bis (A.33) lassen sich nun das Kreuzprodukt

$$d\vec{r}_Q \times (\vec{r} - \vec{r}_Q) = d\phi_Q \left(\rho_a^2 \cos(\theta) \vec{e}_r + (\rho_a r \cos(\phi_Q) - \rho_a^2 \sin(\theta)) \vec{e}_\theta + \rho_a r \sin(\phi_Q) \cos(\theta) \vec{e}_\phi \right) \quad (2.73)$$

und der Betrag des Vektors

$$|\vec{r} - \vec{r}_Q|^2 = \left(r - \rho_a \cos(\phi_Q) \sin(\theta) \right)^2 + \rho_a^2 \cos^2(\theta) \cos^2(\phi_Q) + \rho_a^2 \sin^2(\phi_Q) \quad (2.74)$$

bestimmen. Eingesetzt in Glg. (2.67) führen diese beiden Gleichungen auf die drei Komponenten der magnetischen Flussdichte \vec{B} . Aus Symmetriegründen verschwindet die Komponente in ϕ -Richtung. Mit der Funktion

$$\begin{aligned} r_d(\phi_Q) &= \sqrt{\left(r - \rho_a \cos(\phi_Q) \sin(\theta) \right)^2 + \rho_a^2 \cos^2(\theta) \cos^2(\phi_Q) + \rho_a^2 \sin^2(\phi_Q)} \\ &= \sqrt{r^2 + \rho_a^2 - 2r\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q)} \end{aligned} \quad (2.75)$$

ergibt sich für die anderen beiden Raumrichtungen:

$$B_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \rho_a^2 \cos(\theta) \int_0^{2\pi} \frac{e^{-j\beta r_d(\phi_Q)}}{r_d^3(\phi_Q)} \cdot \left(j\beta r_d(\phi_Q) + 1 \right) \cdot d\phi_Q \quad (2.76)$$

$$B_\theta(r, \theta) = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_a r \cos(\phi_Q) - \rho_a^2 \sin(\theta)}{r_d^3(\phi_Q)} \cdot e^{-j\beta r_d(\phi_Q)} \cdot \left(j\beta r_d(\phi_Q) + 1 \right) \cdot d\phi_Q. \quad (2.77)$$

Wird ein Transponder in dieses magnetische Wechselfeld gebracht, so trägt jedoch nur die Feldkomponente *senkrecht* zur Transponderantenne zur induzierten Spannung bei. Es werden nun zwei mögliche Orientierungen des Transponders im Raum betrachtet: Einmal sei er parallel zur x - y -Ebene und einmal parallel zur ϕ - z -Ebene ausgerichtet. Für diese Betrachtungen ist es sinnvoll, die Feldkomponenten in Zylinderkoordinaten auszudrücken. Die Angabe der Position des Transponders im Raum erfolgt nach wie vor in Kugelkoordinaten.

Ist der Transponder parallel zur x - y -Ebene orientiert, so trägt nur die B_z -Komponente zur induzierten Spannung bei. Entsprechendes gilt für die B_ρ Komponente bei einer Ausrichtung des Transponders parallel zur ϕ - z -Ebene. Durch Projektion von B_r und B_θ auf B_ρ und B_z mittels [13]

$$B_\rho = B_r \sin(\theta) + B_\theta \cos(\theta) \quad (2.78)$$

$$B_z = B_r \cos(\theta) - B_\theta \sin(\theta) \quad (2.79)$$

erhält man für diese Komponenten

$$B_\rho(r, \theta) = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \rho_a r \cos(\theta) \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\phi_Q)}{r_d^3(\phi_Q)} \cdot e^{-j\beta r_d(\phi_Q)} \cdot (j\beta r_d(\phi_Q) + 1) \cdot d\phi_Q \quad (2.80)$$

$$B_z(r, \theta) = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_a^2 - \rho_a r \sin(\theta) \cos(\phi_Q)}{r_d^3(\phi_Q)} \cdot e^{-j\beta r_d(\phi_Q)} \cdot (j\beta r_d(\phi_Q) + 1) \cdot d\phi_Q. \quad (2.81)$$

Diese beiden Gleichungen stellen eine Möglichkeit dar, das von einer kreisförmigen Schleifenantenne erzeugte Feld im Raum zu ermitteln. Entlang der z -Achse lassen sich die Integrale sehr einfach analytisch lösen.

2.5.1 Das Feld entlang der z -Achse

Im Sonderfall $\theta = 0$, also entlang der z -Achse, ist $r_d(\phi_Q) = \sqrt{r^2 + \rho_a^2}$ und damit unabhängig von ϕ_Q . Die Gleichungen (2.80) und (2.81) vereinfachen sich dann zu

$$B_\rho(r, 0) = \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \frac{\rho_a r}{\sqrt{r^2 + \rho_a^2}^3} e^{-j\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2}} (j\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2} + 1) \int_0^{2\pi} \cos(\phi_Q) d\phi_Q = 0 \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} B_z(r, 0) &= \frac{\mu_0 I_a}{4\pi} \frac{\rho_a^2}{\sqrt{r^2 + \rho_a^2}^3} e^{-j\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2}} (j\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2} + 1) \int_0^{2\pi} d\phi_Q \\ &= \frac{\mu_0 I_a}{2} \cdot \frac{\rho_a^2 e^{-j\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2}}}{\sqrt{r^2 + \rho_a^2}^3} \cdot (j\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2} + 1). \end{aligned} \quad (2.83)$$

Wie erwartet verschwindet die ρ -Komponente entlang der z -Achse, was aus Gründen der Symmetrie sofort einsichtig ist. Auf die verbleibende Komponente kann wiederum eine Nah- und eine Fernfeldnäherung angewendet werden.

Nahfeldnäherung

Für sehr kleine Werte von $\beta \sqrt{r^2 + \rho_a^2}$, also in der Nähe der Antenne, lässt sich Glg. (2.83) durch

$$B_{z, \text{NF}}(r, 0) = \frac{\mu_0 I_a}{2} \cdot \frac{\rho_a^2}{\sqrt{r^2 + \rho_a^2}^3} \quad (2.84)$$

annähern. Dies entspricht exakt der Lösung, welche man mit Hilfe des Satzes von BIOT und SAVART erhält.

Fernfeldnäherung

Für sehr große Werte von $\beta\sqrt{r^2 + \rho_a^2}$, also in großer Entfernung zur Antenne, lässt sich Glg. (2.83) durch

$$B_{z, \text{FF}}(r, 0) = \frac{j\beta\mu_0 I_a}{2} \cdot \frac{\rho_a^2 e^{-j\beta\sqrt{r^2 + \rho_a^2}}}{r^2 + \rho_a^2} \approx \frac{j\beta\mu_0 I_a}{2} \left(\frac{\rho_a}{r}\right)^2 e^{-j\beta r} \quad (2.85)$$

annähern.

Qualitative Diskussion des Feldstärkeverlaufs

Um eine qualitative Aussage bezüglich der Stärke des Feldes entlang der z -Achse treffen zu können, kann das von der Antenne erzeugte Feld auf die Feldstärke im Ursprung normiert werden. Da nur eine z -Komponente existiert, die harmonisch schwingt, ist die Betrachtung der Amplitude bzw. des Effektivwertes dieser Komponente ausreichend. Zur Abschätzung der *Stärke* des Feldes ist die Phasenlage nicht von Interesse. Als Normierungsfaktor B_0 wird der Effektivwert der Nahfeldnäherung im Ursprung ($r = 0$) verwendet:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_a}{2\rho_a}. \quad (2.86)$$

Für die normierten reellen Effektivwerte des Feldes, der Nahfeld- und der Fernfeldnäherung ergibt sich dann:

$$\check{B}_z(r, 0) = \rho_a^3 \sqrt{\frac{\beta^2 (r^2 + \rho_a^2) + 1}{(r^2 + \rho_a^2)^3}} \quad (2.87)$$

$$\check{B}_{z, \text{NF}}(r, 0) = \frac{\rho_a^3}{\sqrt{r^2 + \rho_a^2}^3} \quad (2.88)$$

$$\check{B}_{z, \text{FF}}(r, 0) = \beta\rho_a \left(\frac{\rho_a}{r}\right)^2. \quad (2.89)$$

Diese Kurven sind für 13,56 MHz und $\rho_a = 50$ cm in Abb. 2.8 dargestellt. In unmittelbarer Nähe der Antenne ($r < \rho_a$) bleibt das Feld im Wesentlichen konstant. Entfernt man sich entlang der Achse etwas mehr von der Antenne ($r > \rho_a$), bleibt aber im Bereich des Nahfeldes, so nimmt die Feldstärke mit der dritten Potenz des Abstands ab, was einer Dämpfung von 60 dB/Dekade entspricht. In großen Abständen zur Antenne wird das Feld schließlich mit 40 dB/Dekade gedämpft, fällt also quadratisch mit dem Abstand. Dies gilt nur für den Feldverlauf entlang der Antennenachse, und dieser unterscheidet sich *in diesem Fall* von dem in [32] beschriebenen. FINKENZELLER beschreibt den Feldstärkeverlauf entlang der Spulenachse folgendermaßen: Im Nahbereich der Antenne folgt dieser der Beziehung $1/r^3$, um dann mit zunehmender Entfernung beim Übergang ins Fernfeld auf $1/r$ abzuflachen. Wie im nächsten Abschnitt der vorliegenden Arbeit gezeigt wird,

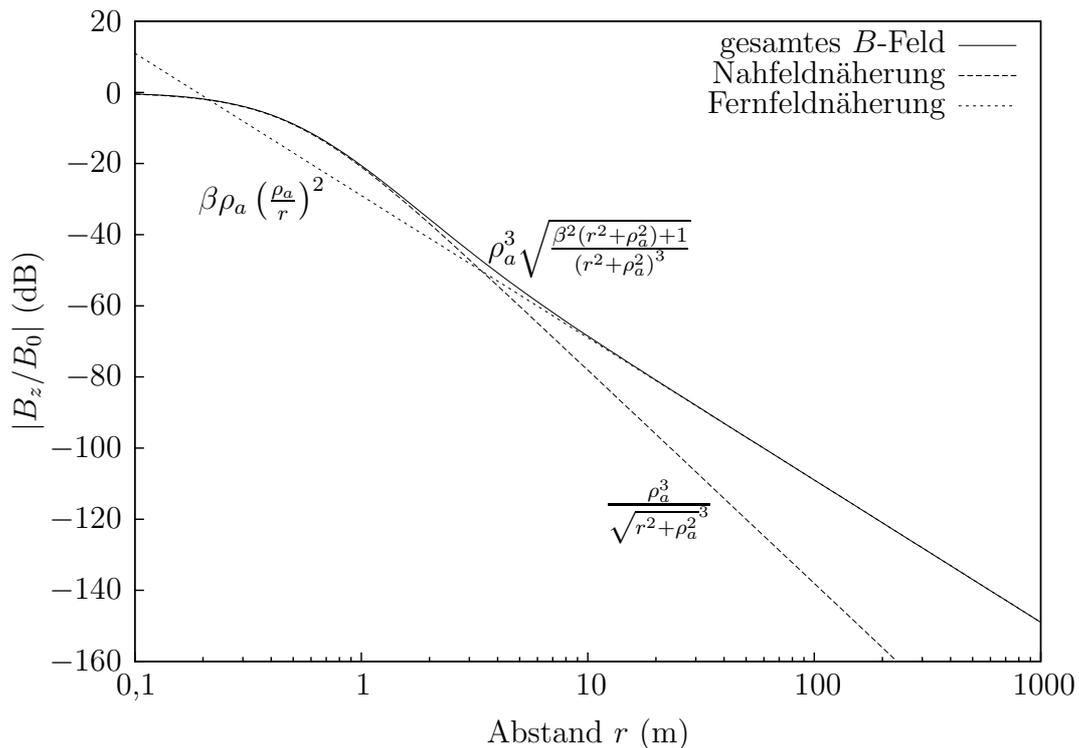


Abb. 2.8: Verlauf der normierten magnetischen Flussdichte entlang der Antennenachse. Zusätzlich sind die Näherungen für das Nah- und das Fernfeld aufgetragen. Im Bereich der Antenne bleibt das Feld zunächst annähernd konstant, um dann mit der dritten Potenz und schließlich mit der zweiten Potenz des Abstandes abzunehmen.

trifft dies tatsächlich zu, wenn man sich in eine *andere Richtung* als entlang der Achse von der Antenne entfernt. Die linear mit dem Abstand r abnehmende Komponente verschwindet allerdings entlang der Achse.

2.5.2 Das Feld im gesamten Raum

Die Integrale in den Gleichungen (2.80) und (2.81) lassen sich nicht mehr so einfach analytisch lösen, wenn das Feld im gesamten Raum und nicht wie in Abschnitt 2.5.1 nur entlang der z -Achse betrachtet wird. Dies liegt daran, dass nun $r_d(\phi_Q)$ nicht mehr unabhängig von ϕ_Q ist, und die entsprechenden Funktionen nicht mehr vor das Integral gezogen werden können.

Zur Diskussion des Feldverstärkeverlaufs im gesamten Raum wurden (2.80) und (2.81) daher numerisch gelöst. Diese Lösung erfolgte mit Hilfe der `quad()`-Funktion von OCTAVE getrennt für Real- und Imaginärteil des jeweiligen Integranden. Dies führt nach Betragsbildung letztendlich auf die reellen Effektivwerte der ρ - und z -Komponente der magnetischen Flussdichte für unterschiedliche Raumpunkte.

2 Antennenmodellierung

Die Ergebnisse der Integration sind für einen Antennenradius von $\rho_a = 50$ cm und eine Frequenz von 13,56 MHz in den Abbildungen 2.9 und 2.10 dargestellt. Abb. 2.9 zeigt den Verlauf der auf B_0 normierten (reellen) Effektivwerte der axialen (B_z) und radialen (B_ρ) Komponente der magnetischen Flussdichte als Funktion des Winkels θ in verschiedenen Abständen r . Entsprechend zeigt Abb. 2.10 diese Größen als Funktion des Abstandes r für unterschiedliche Winkel θ .

Wie bereits in Abschnitt 2.5.1 gezeigt wurde, verschwindet die radiale Komponente entlang der z -Achse und damit auch im Ursprung. Das gleiche gilt für die Ebene $\theta = \pi/2$. Aus diesem Grund fehlt in Abb. 2.9 die Darstellung von B_ρ im Ursprung ($r = 0$) und in Abb. 2.10 die Darstellung dieser Komponente entlang der z -Achse ($\theta = 0$) und in der Ebene $\theta = \pi/2$ bzw. $\theta = 90^\circ$. Dieses Verschwinden von B_ρ auf der Antennenachse und in der Antennenebene ist auch sehr gut in Abb. 2.9 zu erkennen: Die fragliche Komponente weist unabhängig vom Abstand r bei den Winkeln $\theta = 0$, $\theta = \pi$ (Antennenachse) und $\theta = \pi/2$ (Antennenebene) eine Singularität auf.

Der Verlauf von $B_z(r, 0)$ wurde bereits in Abschnitt 2.5.1 diskutiert. Wie bereits erwähnt, klingt das Feld entlang der z -Achse mit der zweiten Potenz des Abstands ab. Dies gilt nicht für das Feld außerhalb der Achse. Betrachtet man beispielweise die Komponente $B_z(r, \pi/2)$ in der Ebene der Antenne, so klingt diese im Nahfeld, aber in einigem Abstand zur Antenne, mit der dritten Potenz von r ab, um dann auf $1/r$ im Fernfeld abzufachen. Letzteres entspricht einer Dämpfung von 20 dB/Dekade. Entsprechendes gilt für die Komponente B_ρ .

Nähert man sich in der Antennenebene dem Punkt $r = \rho_a$, also der Antenne selbst, so strebt B_z gegen unendlich. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der endliche Drahtdurchmesser der Antenne bisher nicht in Betracht gezogen wurde. Dennoch würde auch dann die magnetische Flussdichte in unmittelbarer Nähe dieses Drahtes wesentlich höhere Werte zeigen als beispielweise im Zentrum der Antenne, wie man am Verlauf von B_ρ als Funktion des Abstands gut sehen kann.

Abbildung 2.11 zeigt schließlich den Verlauf von B_z und B_ρ als Funktion von r und θ in dreidimensionaler Darstellung. Obwohl diese Art der Darstellung wesentlich schlechter geeignet ist, um Werte abzulesen, zeigt sie doch sehr gut die qualitativen Zusammenhänge und verdeutlicht das Zustandekommen der Abbildungen 2.9 und 2.10. Insbesondere die Überhöhung der Feldstärke im Bereich der eigentlichen Antenne und das Verschwinden der radialen Komponente auf der Achse und in der Ebene der Antenne sind deutlich zu erkennen.

2.5.3 Abschätzung der Energiereichweite und des Ansprechbereichs

Die bisherigen Ergebnisse können für eine Abschätzung der Energiereichweite und des Ansprechbereichs eines passiven induktiv gekoppelten Transpondersystems verwendet werden. Unter der Energiereichweite eines solchen Systems versteht man die maximale

2.5 Die kreisförmige Schleifenantenne

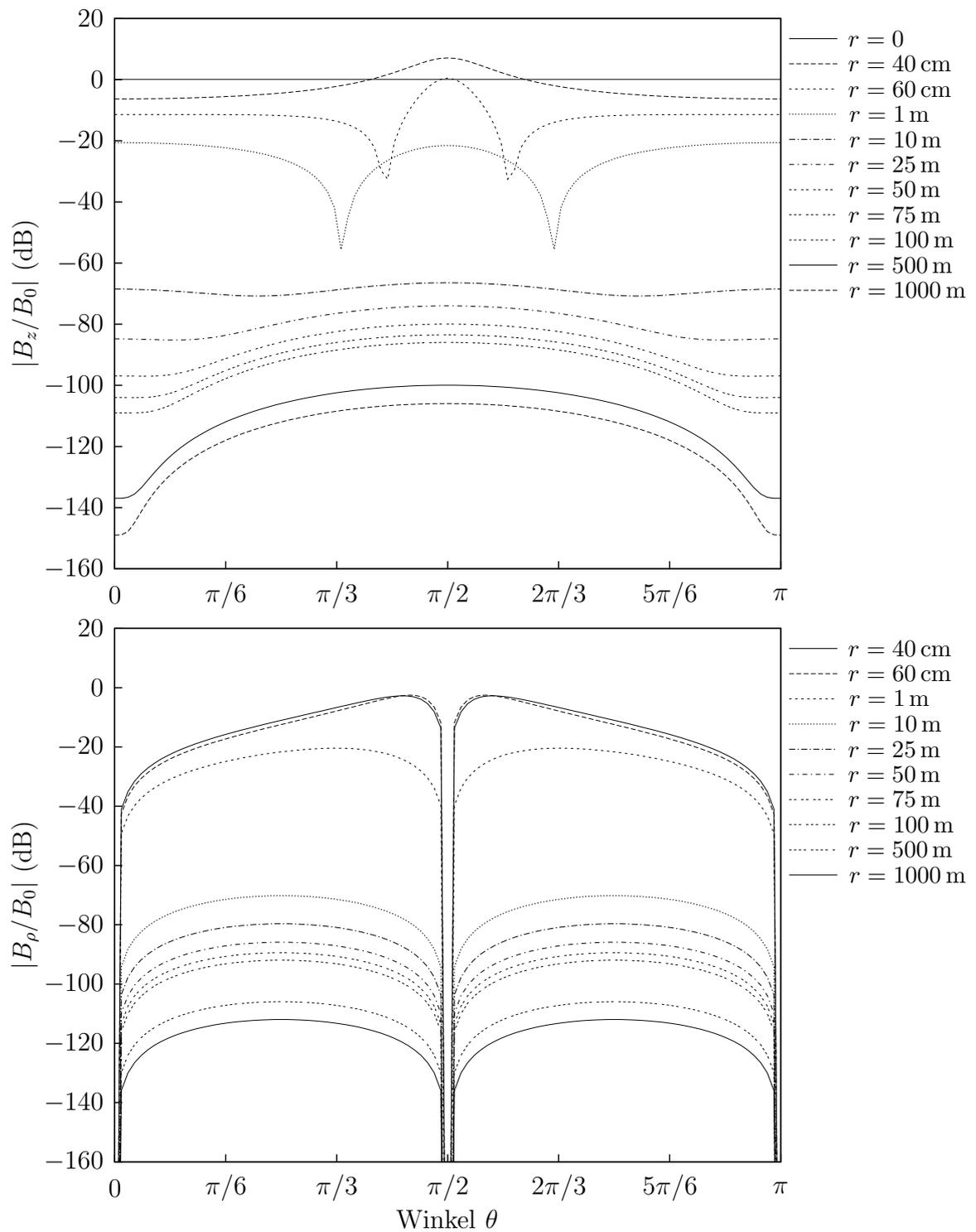


Abb. 2.9: Räumlicher Verlauf der normierten axialen und radialen Komponente der magnetischen Flussdichte als Funktion des Winkels θ in ausgewählten Abständen r .

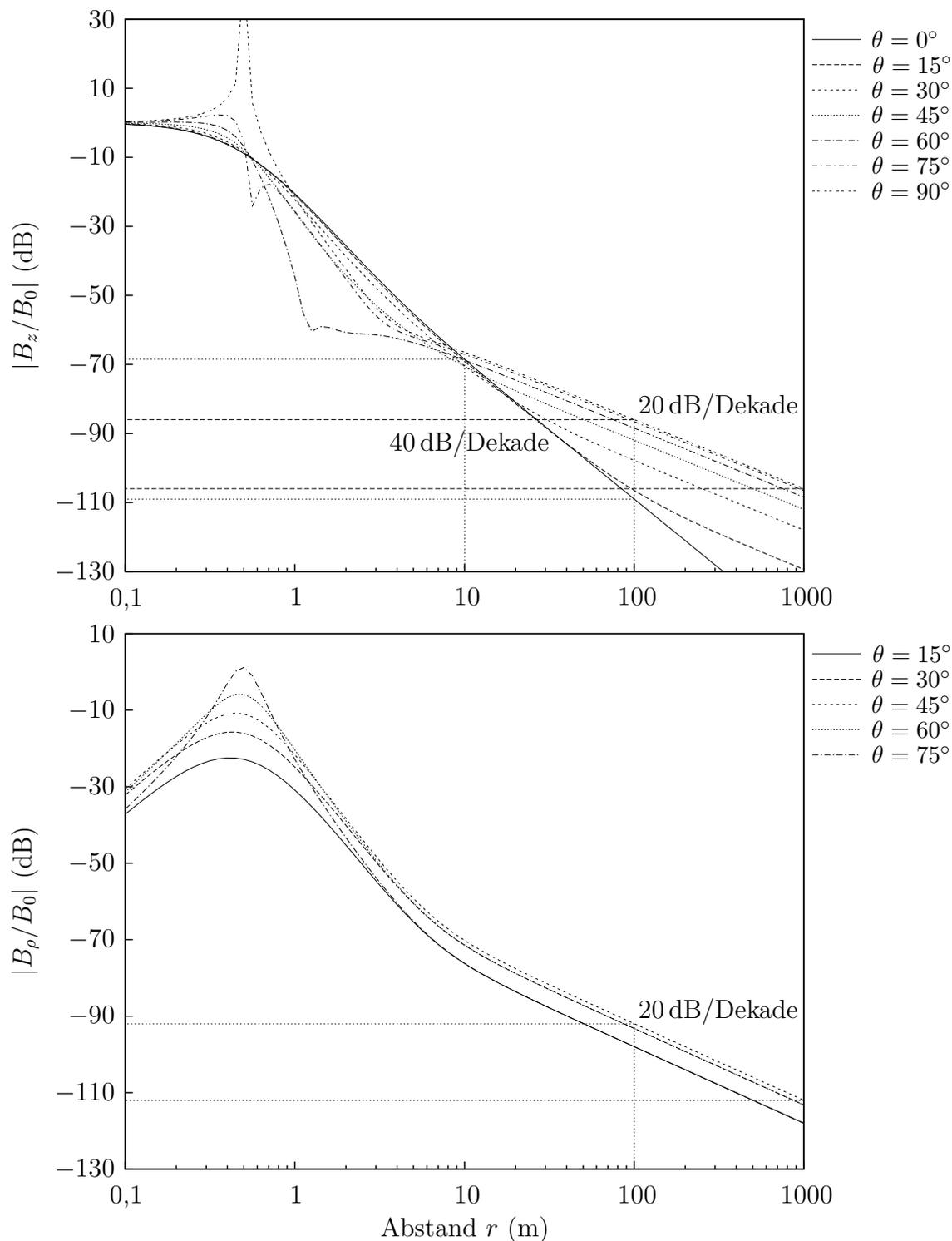


Abb. 2.10: Räumlicher Verlauf der normierten axialen und radialen Komponente der magnetischen Flussdichte als Funktion des Abstands r in Richtung ausgewählter Winkel θ .

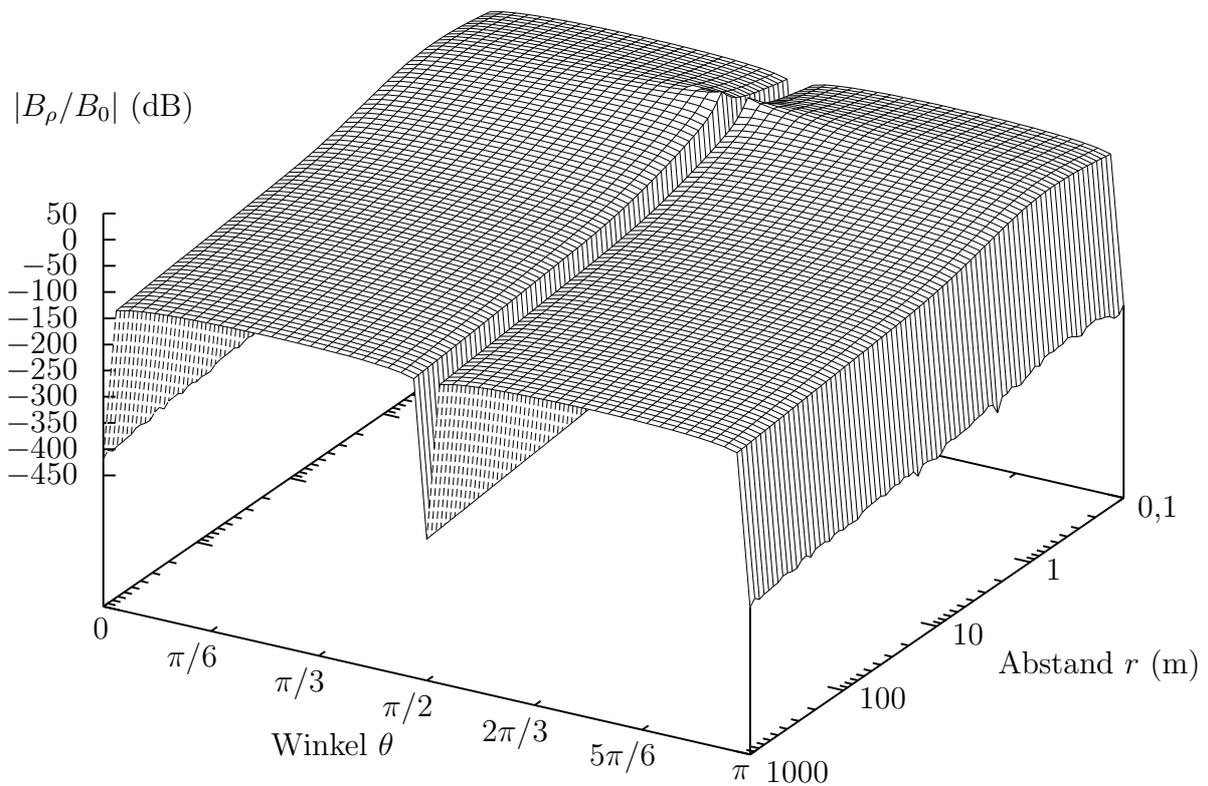
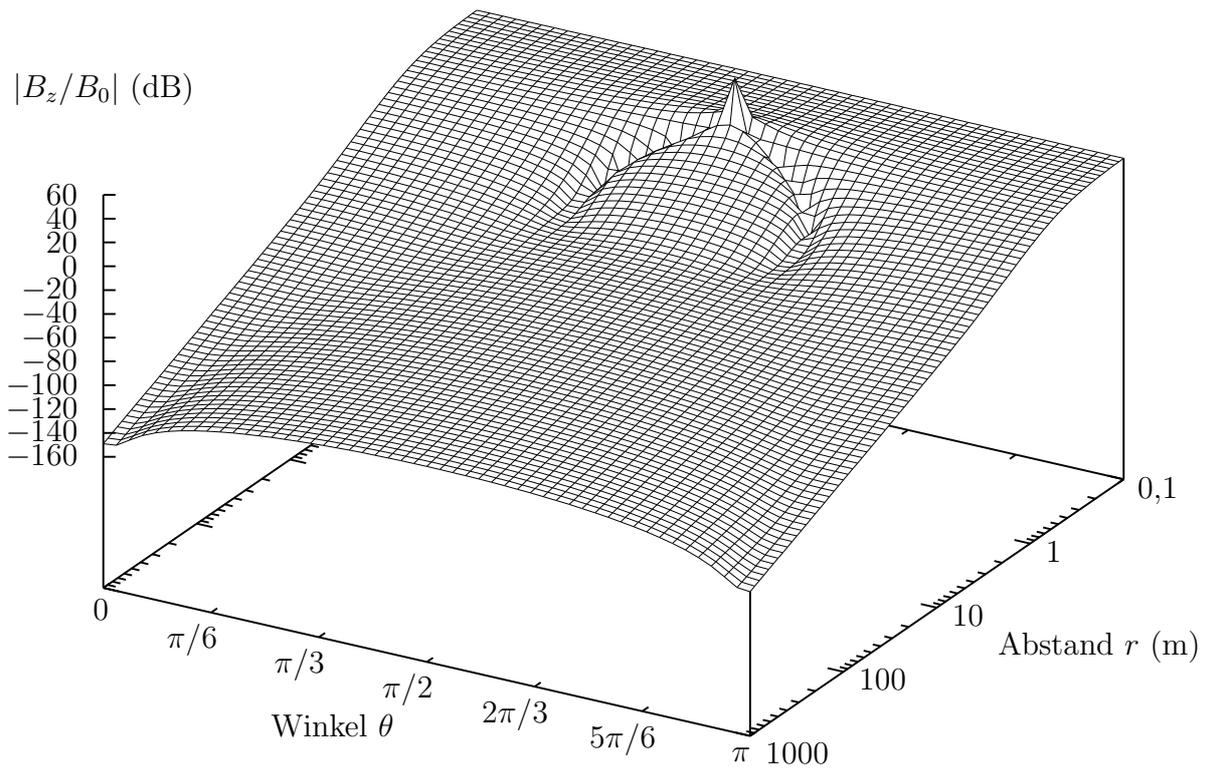


Abb. 2.11: Räumlicher Verlauf der normierten axialen und radialen Komponente der magnetischen Flussdichte als Funktion des Abstands r und des Winkels θ .

Tab. 2.1: Ansprechfeldstärke und Antennengröße ausgewählter Transponder der Firma TEXAS INSTRUMENTS.

Transponder- bezeichnung	H_{\min} Lesen (dB μ A/m)	H_{\min} Schreiben (dB μ A/m)	Antennen- form	Antennen- größe (mm)	Referenz
RI-I15-112B-02	98	101	Rechteck	34×65	[88]
RI-I16-114A-01	113	116	Kreis	∅ 24,2	[89]
RI-I02-114A/B-01	94	97	Rechteck	45×76	[90]
RI-I03-114A-01	107	111	Rechteck	22,5×38	[91]
RI-I11-114A/B-01	98	101	Quadrat	45×45	[92]

Entfernung von der Antenne, in welcher der Transponder noch mit ausreichend Energie versorgt wird. Der Ansprechbereich ist entsprechend der Bereich um die Antenne des Lesegerätes, in dem dies der Fall ist.

Für eine exemplarische Abschätzung dieser Parameter wird wieder von einer kreisförmigen Antenne ausgegangen, welche wie in Abb. 2.7 orientiert ist. Der Antennenstrom sei $I_a = 1$ A und der Antennenradius betrage $\rho_a = 50$ cm. Es gilt nun den Bereich um die Antenne zu finden, in dem die erzeugte Feldstärke über der zum Betrieb des Transponders minimal erforderlichen Feldstärke liegt. Dieser Bereich ist allerdings von der Lage des Transponders im Raum abhängig. Es wird wiederum von zwei möglichen Transponderorientierungen ausgegangen: Einmal parallel zur Antennenebene und einmal senkrecht dazu. Im ersten Fall ist der Bereich gesucht, in dem die B_z -Komponente ausreichend stark ist, um den Transponder zu versorgen. Entsprechendes gilt im zweiten Fall für die radiale Komponente B_ρ , wobei der Transponder genaugenommen parallel zur ϕ - z -Ebene ausgerichtet sein muss.

Die zum Betrieb des Transponders minimal erforderliche Feldstärke wird als *Ansprechfeldstärke* bezeichnet [32]. Tabelle 2.1 zeigt eine Auswahl von Transpondern für den Frequenzbereich um 13,56 MHz der Firma TEXAS INSTRUMENTS, die jeweilige Antennenform und -größe sowie die Ansprechfeldstärke H_{\min} für die Betriebsarten „Lesen“ und „Schreiben“. Wie erwartet weist der Transponder mit der größten Antenne die geringste Ansprechfeldstärke auf. Um diesen Transponder auszulesen, ist eine minimale Feldstärke von -94 dB μ A/m erforderlich. Die Grenze, bis zu der ein Auslesen dieses Transponders noch möglich ist, entspricht einer Isolinie in Abb. 2.11, wobei das obere Diagramm einer Orientierung des Transponders parallel zur Antennenebene entspricht und das untere Diagramm der anderen erwähnten Ausrichtung. Für den Normierungsfaktor in diesem Diagramm gilt

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{I_a}{2\rho_a} = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 0 \text{ dBA/m} = 120 \text{ dB}\mu\text{A/m}, \quad (2.90)$$

woraus sich die normierte minimal erforderliche Feldstärke zum Betrieb des Transponders

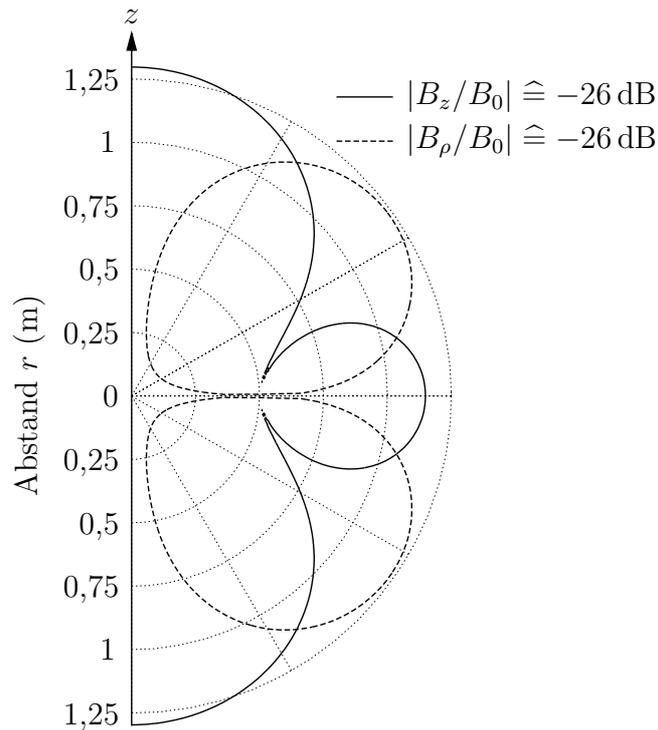


Abb. 2.12: Ansprechbereich eines Transponders mit einer Ansprechfeldstärke von $94 \text{ dB}\mu\text{A/m}$ bei unterschiedlicher Transponderorientierung. Bei einem Antennenradius von $\rho_a = 50 \text{ cm}$ und einem Antennenstrom von $I_a = 1 \text{ A}$ entspricht dies einer normierten Feldstärke von -26 dB . Auf der durchgezogenen Kurve beträgt die axiale Komponente H_z der Feldstärke gerade $94 \text{ dB}\mu\text{A/m}$. Entsprechendes gilt für die gestrichelte Kurve und die radiale Komponente H_ρ .

ergibt:

$$\frac{B_{\min}}{B_0} = \frac{\mu_0 H_{\min}}{B_0} = \frac{H_{\min}}{H_0} \hat{=} 94 \text{ dB}\mu\text{A/m} - 120 \text{ dB}\mu\text{A/m} = -26 \text{ dB}. \quad (2.91)$$

Streng genommen gilt dies, wenn die von TEXAS INSTRUMENTS angegebene Ansprechfeldstärke den *Effektivwert* darstellt. Die Datenblätter geben darüber keine Auskunft. Handelt es sich um Amplituden, so ergeben sich exakt die gleichen Resultate, wenn die *Amplitude* (und nicht der Effektivwert) des Antennenstroms 1 A beträgt.

Die Bedingungen $B_z(r, \theta)/B_0 = -26 \text{ dB}$ und $B_\rho(r, \theta)/B_0 = -26 \text{ dB}$ führen jeweils zu einer (oder mehrerer) Kurven in der r - θ -Ebene, die in Abb. 2.12 in Polarkoordinaten dargestellt sind. Diese Kurven lassen sich als die Grenze des Ansprechbereichs für die beiden erwähnten Transponderorientierungen interpretieren. Durch die Darstellung in Polarkoordinaten entspricht der Verlauf der Kurven dem tatsächlichen Verlauf im Raum, wenn man sich das Diagramm rotationssymmetrisch fortgesetzt denkt.

Bei einer Ausrichtung des Transponders parallel zur Antennenebene erreicht die Energiereichweite entlang der z -Achse ihr Maximum. In der Antennenebene selbst ist der Transponder ebenfalls auslesbar. Die Einschnürung in unmittelbarer Nähe der Antenne ist darauf zurückzuführen, dass die Feldlinien über bzw. unter dem Antennendraht quasi parallel zur Antennenebene und damit parallel zum Transponder verlaufen.

Ist der Transponder dagegen senkrecht dazu orientiert, so ist er entlang der Achse und in der Antennenebene selbst nicht auslesbar, da die B_ρ Komponente an diesen Stellen verschwindet. Ansonsten ist die Feldstärke unmittelbar über bzw. unter dem Antennendraht maximal, was zu einem Auslesebereich um diese Stelle herum führt.

Für diese Analyse wurde keine Nah- oder Fernfeldnäherung durchgeführt, sondern es wurden beide Komponenten, also das tatsächlich erzeugte Feld, berücksichtigt. Wie in Abb. 2.12 zu erkennen ist, liegt der Ansprechbereich des Transponders dennoch in einem Bereich um die Antenne, in dem die Nahfeldnäherung eine sehr gute Abschätzung der Feldstärken bietet (vgl. Abb. 2.8).

2.5.4 Einfluss der Antennengröße

Die bisherigen Darstellungen haben sich auf eine exemplarische Antenne mit Radius $\rho_a = 50$ cm bezogen. Für den Entwurf von Transpondersystemen ist aber das Verständnis des Einflusses der Antennengröße von entscheidender Bedeutung. An späterer Stelle der vorliegenden Arbeit werden die Modellierung und der Entwurf von Antennen für induktiv gekoppelte Systeme noch ausführlich diskutiert. Dennoch kann mit den bisherigen Erkenntnissen eine erste Diskussion des Einflusses der Antennengröße erfolgen.

Der Verlauf des reellen Effektivwertes der magnetischen Feldstärke entlang der Achse ist in Anlehnung an Glg. (2.83) durch

$$H_{z,\text{eff}}(r, 0) = \frac{|I_a| \rho_a^2}{2} \cdot \sqrt{\frac{\beta^2 (r^2 + \rho_a^2) + 1}{(r^2 + \rho_a^2)^3}} \quad (2.92)$$

gegeben und in Abb. 2.13 für verschiedene Antennenradien ρ_a und einen Antennenstrom von $I_a = 1$ A dargestellt. Genau wie erwartet verschiebt sich mit steigender Antennengröße der Bereich, in dem die Feldstärke mit der dritten Potenz des Abstands fällt, zu größeren Abständen. Grob geschätzt beginnt dieser Bereich bei $r \approx \rho_a$. Zur Erhöhung der Leseentfernung induktiv gekoppelter Transpondersysteme ist daher im Wesentlichen eine Vergrößerung der Antenne erforderlich. Allerdings weisen größere Antennen aber auch eine geringere Feldstärke in unmittelbarer Nähe der Antenne auf, wie aus Abb. 2.13 zu ersehen ist. Typischerweise geht daher mit einer größeren Antenne auch ein erhöhter Antennenstrom einher.

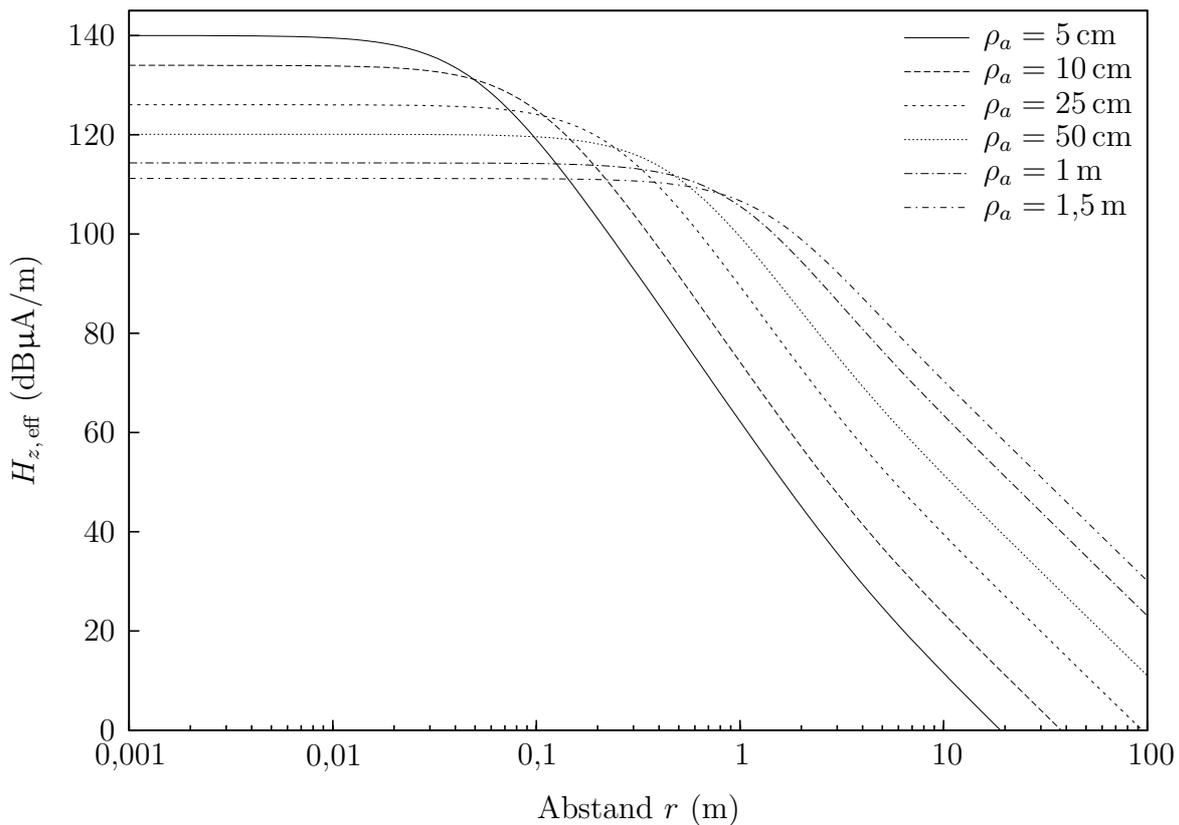


Abb. 2.13: Verlauf der magnetischen Feldstärke als Funktion des Abstandes für unterschiedliche Antennengrößen. Die Feldstärke verläuft bis zu einer Entfernung, die in etwa dem Antennenradius entspricht, nahezu konstant. Daher werden zum Erreichen großer Leseentfernungen auch große Antennen benötigt. Die Feldstärke in der Antennenmitte nimmt allerdings mit zunehmendem Antennenradius ab.

2.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird ein einfaches Modell für Schleifenantennen vorgestellt. Das Modell besteht aus drei passiven Bauelementen: Zwei Widerständen und einer Spule. Die Widerstände modellieren zum einen die Verluste, die in der Antenne selbst entstehen, und zum anderen die abgestrahlte Leistung. Die Spule modelliert die im Nahfeld gespeicherte Energie.

Es ist zu beachten, dass dieses Modell nicht für Antennen im Allgemeinen verwendet werden kann. Je nach Antenne können anstelle der Spule auch Kapazitäten (z. B. bei kurzen Dipolen) oder auch Zusammenschaltungen mehrerer Reaktanzen auftreten. Die Spule im vorgestellten Modell ist durch die Schleifenform der Antenne motiviert.

Darüber hinaus wird für die Analyse der Antenne angenommen, dass sie klein gegenüber der Wellenlänge ist; der Strom durch die Antenne ist dann überall auf der

2 Antennenmodellierung

Antenne gleich und kann bei den entsprechenden Berechnungen vor das Integral gezogen werden. Desweiteren sind sowohl der Strahlungswiderstand als auch die Verluste in der Antenne frequenzabhängig. Daher kann ein parametrisiertes Modell mit festen Werten für die beiden Widerstände und die Spule nur bei einer bestimmten Frequenz bzw. einem schmalen Frequenzbereich gelten.

Die Bestimmung der Induktivität und des Strahlungswiderstandes kann aus der von der Antenne erzeugten Feldverteilung erfolgen, weswegen diese zunächst detailliert untersucht wird. Dabei wird zunächst nicht zwischen Nah- und Fernfeld unterschieden, sondern das tatsächlich erzeugte Feld bestimmt. Anhand dieser Ergebnisse lässt sich dann zeigen, dass der Ansprechbereich typischer Transponder in einem Gebiet um die Antenne liegt, in dem das erzeugte Feld durch eine Nahfeldnäherung ausreichend gut beschrieben ist. Diese Nahfeldnäherung liefert die gleiche Feldverteilung wie das Gesetz von BIOT und SAVART, welches eigentlich für Gleichströme (Magnetostatik) gilt.

3 Abschätzung der Parameter

Während in Kapitel 2 ein einfaches Modell für Schleifenantennen und die Feldverteilung einer kreisförmigen Ausführung diskutiert werden, behandelt das vorliegende Kapitel die Parametrisierung dieses Modells auf Basis der bisherigen Ergebnisse.

3.1 Abschätzung der Induktivität

Um das in Abb. 2.1 gezeigte Modell für die Schleifenantenne zu verwenden, ist es sinnvoll, ihre Parameter aus der Geometrie zu schätzen. Dieser Abschnitt befasst sich mit der Bestimmung der Antenneninduktivität bei gegebener Antennengeometrie.

3.1.1 Bestimmung der Induktivität über die Lösung des Vektorpotentials

Beschränkt man sich wiederum auf eine Windung, so kann im Allgemeinen die Induktivität aus Glg. (2.5) bzw. Glg. (2.27) ermittelt werden. Bei Beschränkung auf das Nahfeld und unter zusätzlicher Verwendung von Glg. (2.31) geht Glg. (2.27) über in

$$L_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\partial F} \int_{K_Q} \frac{d\vec{r}_Q \cdot d\vec{r}}{|\vec{r}_Q - \vec{r}|}. \quad (3.1)$$

Genau genommen stellt diese Gleichung bereits eine Näherung dar, da hier davon ausgegangen wird, dass das Feld von einer beliebig dünnen Antenne erzeugt wird. Der Verlauf dieser Antenne und damit des erzeugenden Stroms im Raum wird durch Kurve K_Q beschrieben. In diesem Fall wäre jedoch die Umrandung der von der Antenne eingeschlossenen Fläche $\partial F = K_Q$, was nach Glg. (3.1) zu $L_a \rightarrow \infty$ führen würde. Zur Bestimmung der Induktivität muss also die endliche Ausdehnung des Antennendrahtes berücksichtigt werden; eine beliebig dünne Antenne hätte eine unendlich große Induktivität, da die Felder in unmittelbarer Nähe des Drahtes gegen unendlich streben. Demzufolge ist ∂F so zu wählen, dass diese Kurve im Inneren von K_Q verläuft. Der Abstand beider Kurven ist gerade gleich dem halben Drahtdurchmesser w . Dies stellt die erwähnte Näherung dar: Zur Bestimmung des von der Antenne erzeugten Feldes wird von einer beliebig dünnen Antenne ausgegangen (Kurve K_Q). Zur Bestimmung der zugehörigen Induktivität wird dann allerdings ein endlicher Drahtdurchmesser angenommen (Kurve $\partial F \neq K_Q$).

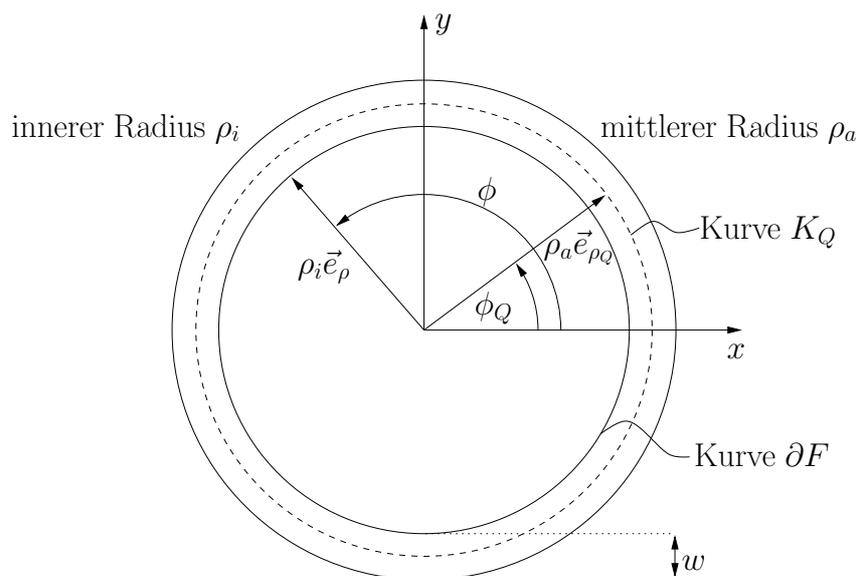


Abb. 3.1: Kreisförmige Schleifenantenne mit endlichem Drahtquerschnitt.

3.1.2 Anwendung auf die kreisförmige Schleifenantenne

Gleichung (3.1) soll nun auf die in Abb. 3.1 dargestellte kreisförmige Schleifenantenne angewendet werden. Da es sich um eine kreisförmige Geometrie handelt, erfolgt die Integration in Zylinder- bzw. Polarkoordinaten. Dabei ist zu beachten, dass die Einheitsvektoren sich mit dem jeweils betrachteten Raumpunkt ändern, so dass für beide Kurven unterschiedliche Einheitsvektoren gelten. Die Integration erfolgt dann über die jeweiligen Winkel ϕ_Q bzw. ϕ . Für die Ortsvektoren der Kurven ergibt sich demzufolge

$$\vec{r}_Q = \rho_a \vec{e}_{\rho_Q} \quad (3.2)$$

$$\vec{r} = \rho_i \vec{e}_\rho, \quad (3.3)$$

was durch Differenzieren nach dem jeweiligen Winkel zu den beiden Differentialen

$$d\vec{r}_Q = \rho_a d\phi_Q \vec{e}_{\phi_Q} \quad (3.4)$$

$$d\vec{r} = \rho_i d\phi \vec{e}_\phi \quad (3.5)$$

führt. Daraus lassen sich nun direkt das in Glg. 3.1 vorkommende Skalarprodukt und der Abstand zwischen den beiden Kurvenpunkten angeben:

$$d\vec{r}_Q \cdot d\vec{r} = \rho_a \rho_i \underbrace{\vec{e}_{\phi_Q} \cdot \vec{e}_\phi}_{\cos(\phi_Q - \phi)} = \rho_a \rho_i \cos(\phi_Q - \phi) \quad (3.6)$$

$$|\vec{r}_Q - \vec{r}|^2 = \rho_a^2 + \rho_i^2 - 2\rho_a \rho_i \cos(\phi_Q - \phi), \quad (3.7)$$

wobei die letzte Beziehung auf den *Kosinussatz* zurückzuführen ist. Setzt man diese Ergebnisse in Glg. (3.1) ein, so erhält man schließlich eine Bestimmungsgleichung für die

Antenneninduktivität

$$L_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_a \rho_i \cos(\phi_Q - \phi)}{\sqrt{\rho_a^2 + \rho_i^2 - 2\rho_a \rho_i \cos(\phi_Q - \phi)}} d\phi_Q d\phi \quad (3.8)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\phi}^{2\pi-\phi} \frac{\rho_a \rho_i \cos(\gamma)}{\sqrt{\rho_a^2 + \rho_i^2 - 2\rho_a \rho_i \cos(\gamma)}} d\gamma d\phi. \quad (3.9)$$

Ganz allgemein gilt

$$\begin{aligned} \int_{-\phi}^{2\pi-\phi} f(\cos(\gamma)) d\gamma &= \int_{-\phi}^{-\pi} \dots + \int_{-\pi}^{\pi} \dots - \int_{2\pi-\phi}^{\pi} \dots \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \dots + \underbrace{\int_{-\phi}^{-\pi} \dots - \int_{-\phi}^{-\pi} f(\cos(2\pi + \gamma)) d\gamma}_{0} = \int_{-\pi}^{\pi} f(\cos(\gamma)) d\gamma. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Damit lässt sich Glg. (3.9) nun zu

$$\begin{aligned} L_a &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\int_0^{2\pi} d\phi \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\rho_a \rho_i \cos(\gamma)}{\sqrt{\rho_a^2 + \rho_i^2 - 2\rho_a \rho_i \cos(\gamma)}} d\gamma \\ &= \frac{\mu_0 \rho_a \rho_i}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(\gamma)}{\sqrt{\rho_a^2 + \rho_i^2 - 2\rho_a \rho_i \cos(\gamma)}} d\gamma \end{aligned} \quad (3.11)$$

vereinfachen. Da es sich bei $\cos(\gamma)$ um eine symmetrische Funktion handelt, reicht eine Integration von 0 bis π aus und man erhält für die Induktivität

$$L_a = \mu_0 \rho_a \rho_i \int_0^{\pi} \frac{\cos(\gamma)}{\sqrt{\rho_a^2 + \rho_i^2 - 2\rho_a \rho_i \cos(\gamma)}} d\gamma. \quad (3.12)$$

Gleichung 3.12 ist eine Sonderform der in [5] gegebenen Beziehung für die Gegeninduktivität zweier coaxialer kreisförmiger Leiterschleifen. AYKAN untersucht darüber hinaus den Einfluss einer nicht örtlich konstanten Stromverteilung entlang der Leiterschleife. Dies entspricht im vorliegenden Fall einer Berechnung der Vektorpotentials mit Hilfe von Glg. (2.30) anstelle von Glg. (2.31).

Mit der Substitution $\gamma = \pi - 2\phi$ und der Beziehung

$$\cos(2\phi) = 1 - 2\sin^2(\phi) \quad (3.13)$$

3 Abschätzung der Parameter

kann man Glg. (3.12) in

$$L_a = -\frac{2\mu_0\rho_a\rho_i}{\rho_a + \rho_i} \int_0^{\pi/2} \frac{1 - 2\sin^2(\phi)}{\sqrt{1 - \frac{4\rho_a\rho_i}{(\rho_a + \rho_i)^2} \sin^2(\phi)}} d\phi \quad (3.14)$$

überführen. Dieses Integral lässt sich nun durch einfache Umformungsoperationen auf folgende Form bringen:

$$L_a = \mu_0 \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\rho_a^2 + \rho_i^2}{\rho_a + \rho_i} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4\rho_a\rho_i}{(\rho_a + \rho_i)^2} \sin^2(\phi)}} \right) - \left((\rho_a + \rho_i) \sqrt{1 - \frac{4\rho_a\rho_i}{(\rho_a + \rho_i)^2} \sin^2(\phi)} \right) d\phi. \quad (3.15)$$

Unter Verwendung der Integrale

$$K(\xi) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2(\phi)}} \quad \text{und} \quad E(\xi) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2(\phi)} d\phi$$

kann die Induktivität schließlich durch

$$L_a = \mu_0 \left[\frac{\rho_a^2 + \rho_i^2}{\rho_a + \rho_i} \cdot K\left(\frac{2\sqrt{\rho_a\rho_i}}{\rho_a + \rho_i}\right) - (\rho_a + \rho_i) \cdot E\left(\frac{2\sqrt{\rho_a\rho_i}}{\rho_a + \rho_i}\right) \right] \quad (3.16)$$

ausgedrückt werden. Man bezeichnet $K(\xi)$ als *vollständiges Elliptisches Integral 1. Art* und $E(\xi)$ als *vollständiges Elliptisches Integral 2. Art*. Der Betrag der Argumente dieser Integrale muss kleiner oder gleich 1 sein, was aufgrund von

$$\left(\frac{2\sqrt{\rho_a\rho_i}}{\rho_a + \rho_i} \right)^2 = \frac{4\rho_a\rho_i}{(\rho_a - \rho_i)^2 + 4\rho_a\rho_i} \leq 1$$

gewährleistet ist. Diese Integrale sind nicht geschlossen darstellbar. Deshalb sollen im Folgenden mathematische Werkzeug erarbeitet werden, welche die effektive numerische Bestimmung der Induktivität erlauben.

Das arithmetisch-geometrische Mittel

Ausgehend von den zwei Anfangswerten a_0 und b_0 lassen sich zwei rekursive Folgen

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} \quad (3.17)$$

$$b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n} \quad (3.18)$$

definieren. Es lässt sich nun zeigen [38], dass diese beiden Folgen gegen den gleichen Grenzwert $\text{agm}(a_0, b_0)$ konvergieren, der nur von den Anfangswerten a_0 und b_0 abhängt. Diesen Wert bezeichnet man als *arithmetisch-geometrisches Mittel* (AGM) der Werte a_0

und b_0 . In [62] wird folgender Zusammenhang zwischen elliptischen Integralen und dem AGM aufgezeigt:

$$K(\xi) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2(\phi)}} = \frac{\pi}{2 \operatorname{agm}(1, \sqrt{1 - \xi^2})}. \quad (3.19)$$

Damit hat man ein Iterationsverfahren gefunden, mit dem sich das in Glg. (3.16) vorkommende vollständige elliptische Integral 1. Art sehr effizient lösen lässt. Eine Implementierung des Algorithmus hat ergeben, dass sich das AGM mit guter Genauigkeit in weniger als 10 Iterationen bestimmen lässt.

Der Umfang der Ellipse nach Ramanujan

Bei der Berechnung des Umfangs $C_e(a, \xi)$ einer Ellipse mit der großen Halbachse a und der numerischen Exzentrizität ξ tritt ein vollständiges elliptisches Integral 2. Art auf [13, S. 443]:

$$C_e(a, \xi) = 4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2(\phi)} d\phi = 4aE(\xi). \quad (3.20)$$

Der Ellipsenumfang kann mit der Formel von RAMANUJAN in sehr guter Näherung abgeschätzt werden. Die Formel lautet

$$C_e(a, \xi) \approx a\pi \left(1 + \sqrt{1 - \xi^2}\right) \left(1 + \frac{3\chi^2}{10 + \sqrt{4 - 3\chi^2}}\right) \quad \text{mit} \quad \chi = \frac{1 - \sqrt{1 - \xi^2}}{1 + \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.21)$$

und kann aus der in [105] angegebenen Form durch algebraische Umformungen bestimmt werden.

Der Vergleich der Gleichungen (3.20) und (3.21) führt zu einer Näherungsformel für $E(\xi)$:

$$E(\xi) \approx \frac{\pi}{4} \left(1 + \sqrt{1 - \xi^2}\right) \left(1 + \frac{3\chi^2}{10 + \sqrt{4 - 3\chi^2}}\right). \quad (3.22)$$

Der relative Fehler der Formel nimmt mit steigendem ξ zu und erreicht sein Maximum für $\xi = 1$. In diesem Fall ist $E(\xi)$ geschlossen lösbar und es ergibt sich $E(1) = 1$. Die Näherungsformel führt mit $\chi = 1$ auf $E(1) \approx 7\pi/22$ und damit zu einem maximalen relativen Fehler von $|7\pi/22 - 1| < 0,0403\%$. Der Bruch $22/7$ ist im Übrigen eine recht gute Näherung für π . Im Falle eines Kreises ($\xi = 0$) ist $E(\xi)$ ebenfalls geschlossen lösbar und sowohl die exakte Auswertung des Integrals als auch die Näherungsformel (3.22) ergeben $E(0) = \pi/2$.

Skalierung der Antenne

Beim Entwurf von Antennen für Transpondersysteme spielt die Größe der Antenne eine wichtige Rolle, wie bereits in Abschnitt 2.5.4 gezeigt wurde. Die Größe der kreisförmigen Schleifenantenne wird durch die beiden Radien ρ_a und ρ_i bestimmt, die beide Einfluss auf die Induktivität haben. Um Untersuchungen bezüglich der Skalierung von Antennen zu erleichtern wird ein neuer Parameter $\zeta = \rho_i/\rho_a$ eingeführt. Wird die Antenne bei konstantem ζ skaliert, so ändern sich beide Radien im gleichen Verhältnis, so dass die resultierende Induktivität proportional zum mittleren Antennenradius ist. Die Größe der Antenne wird damit im Wesentlichen von diesem mittleren Radius ρ_a bestimmt, wohingegen mit dem Verhältnis ζ noch die Induktivität beeinflusst werden kann.

Mit den beiden Größen ρ_a und ζ erhält man für die Induktivität nach Glg. (3.16):

$$L_a = \mu_0 \rho_a \left[\frac{1 + \zeta^2}{1 + \zeta} \cdot K \left(\frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta} \right) - (1 + \zeta) \cdot E \left(\frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta} \right) \right]. \quad (3.23)$$

Wie erwähnt skaliert die Induktivität linear mit der Antennengröße, wenn das Verhältnis von Antennenradius und Drahtdurchmesser konstant gehalten wird.

Obwohl mit Glg. (3.19) ein Algorithmus gefunden wurde, um das Integral $K(\xi)$ effizient zu berechnen, wäre eine Näherungsformel ähnlich der von RAMANUJAN wünschenswert. Für praktische Berechnungen ist es ausreichend, wenn diese Näherungsformel in einem noch näher zu spezifizierenden Bereich hinreichend genau ist. Um diesen Bereich abzuschätzen, wird von folgenden „Extremfällen“ ausgegangen: Zuerst soll eine Antenne mit 10 cm Radius und einem Leiterdurchmesser von 20 mm betrachtet werden. Diese Maße ergeben $\zeta = 0,9$. Auf der anderen Seite wird eine Antenne mit einem Durchmesser von vier Metern aus 0,4 mm dickem Draht betrachtet. In diesem Fall findet man $\zeta = 0,9999$. Das Integral $K(2\sqrt{\zeta}/(1 + \zeta))$ wurde in diesem Bereich mit Hilfe des AGM berechnet und anschließend die Parameter p_0 und p_1 der empirisch ermittelten Ansatzfunktion

$$\tilde{K}(\zeta) = p_0 \ln(1 - \zeta^{p_1}) \quad (3.24)$$

mittels nichtlinearer Ausgleichsrechnung auf die Werte des Integrals angepasst. Die Ausgleichsrechnung erfolgte mit der `fit()`-Funktion von GNU PLOT, welche die Regression mit Hilfe des LEVENBERG-MARQUARDT-Algorithmus [52, 57] durchführt. Aus dieser nichtlinearen Regression ergibt sich schließlich die Näherungsfunktion

$$K \left(\frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta} \right) \approx -\ln(1 - \zeta^{0,126}). \quad (3.25)$$

Der Betrag des zugehörigen relativen Fehlers ist durch

$$\left| \frac{-\ln(1 - \zeta^{0,126}) - K \left(\frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta} \right)}{K \left(\frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta} \right)} \right| \quad (3.26)$$

gegeben und in Abb. 3.2 in Abhängigkeit von ζ aufgetragen. Dieser Fehler bewegt sich im interessierenden Bereich von ζ in der Größenordnung von einem Promille.

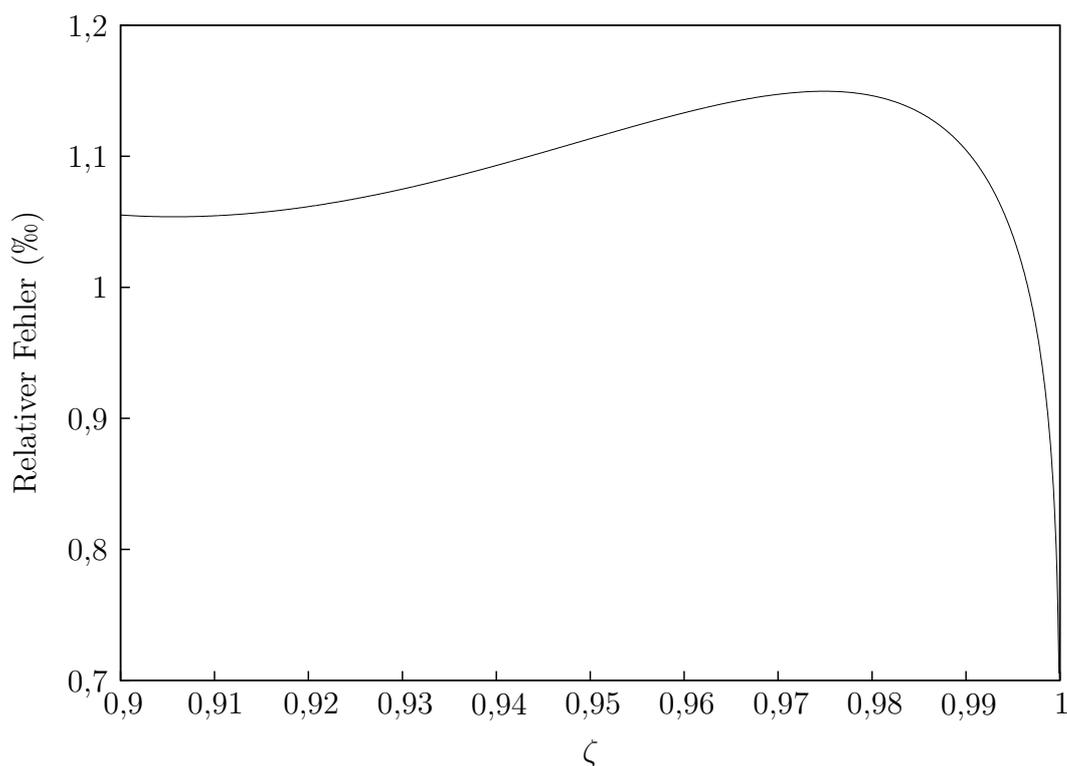


Abb. 3.2: Relativer Fehler der Näherungsfunktion nach Glg. (3.25) im Vergleich zu einer numerischen Bestimmung von $K(\xi)$ mit Hilfe des AGM. Der Fehler bewegt sich im interessierenden Bereich in der Größenordnung von 1 ‰.

3.1.3 Näherungsformeln für die Induktivität

Mit Hilfe der Gleichungen (3.22) und (3.25) kann eine geschlossene Näherungsformel für die Induktivität angegeben werden. Einsetzen von $\xi = 2\sqrt{\zeta}/(1 + \zeta)$ in die Definition von χ in Glg. (3.21) führt auf $\chi = \zeta$ und zusammen mit Glg. (3.22) auf

$$E\left(\frac{2\sqrt{\zeta}}{1 + \zeta}\right) \approx \frac{\pi}{2} \frac{1}{1 + \zeta} \left(1 + \frac{3\zeta^2}{10 + \sqrt{4 - 3\zeta^2}}\right). \quad (3.27)$$

Für die Induktivität folgt damit nach Glg. (3.23)

$$L_a \approx -\mu_0 \rho_a \left[\frac{1 + \zeta^2}{1 + \zeta} \ln(1 - \zeta^{0,126}) + \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{3\zeta^2}{10 + \sqrt{4 - 3\zeta^2}}\right) \right]. \quad (3.28)$$

Eine weitere Vereinfachung kann durch die Tatsache erreicht werden, dass für $0,9 \leq \zeta \leq 0,9999$ das Modul ξ der elliptischen Integrale im Bereich $0,998 < \xi < 0,999999999$ liegt. In diesem Bereich ist $E(\xi) \approx 1$ eine gute Näherung und man findet folgende weiter vereinfachte Darstellung der Induktivität:

$$L_a \approx -\mu_0 \rho_a \left[\frac{1 + \zeta^2}{1 + \zeta} \ln(1 - \zeta^{0,126}) + 1 + \zeta \right]. \quad (3.29)$$

3 Abschätzung der Parameter

In der Literatur gibt es einige weitere Näherungsformeln für die Induktivität kreisförmiger Leiterschleifen. Eine sehr verbreitete Formel ist

$$L_a \approx \mu_0 \rho_a \left[\ln \left(\frac{8}{1 - \zeta} \right) - 2 \right], \quad (3.30)$$

wobei diese Gleichung an die bereits eingeführten Parameter ρ_a und ζ angepasst wurde. THOMPSON et al. weisen in ihrer Arbeit über Magnetschwebetechnik [94, 95] darauf hin, dass Glg. (3.30) zuerst von MAXWELL angegeben wurde und belegen dies mit einer Referenz auf [59], weswegen diese Formel im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit als Induktivität nach MAXWELL bezeichnet wird.

Für Werte von ζ in der Nähe von 1 kann Glg. (3.30) aus Glg. (3.29) gewonnen werden, indem das Argument des natürlichen Logarithmus in eine TAYLORreihe um $\zeta_0 = 1$ entwickelt und $(1 + \zeta^2)/(1 + \zeta) \approx 1$ und $1 + \zeta \approx 2$ verwendet werden:

$$1 - \zeta^{0,126} \approx 1 - \zeta^{0,125} = 1 - \sqrt[8]{\zeta} \approx 1 - \sqrt[8]{\zeta_0} - \frac{\zeta - \zeta_0}{1!} \frac{1}{8 \sqrt[7]{\zeta_0^7}} = \frac{1 - \zeta}{8}. \quad (3.31)$$

FINKENZELLER gibt in [32] eine ähnliche Näherungsformel an, welche durch

$$L_a \approx -\mu_0 \rho_a \ln(1 - \zeta) \quad (3.32)$$

gegeben ist und laut FINKENZELLER für den Bereich $\zeta > 0,999$ gilt. Sie wurde wiederum auf die hier verwendeten Parameter ρ_a und ζ angepasst. Man kann sich diese Gleichung auf zweierlei Arten entstanden denken. Zum einen kann man Glg. (3.30) für den Fall $\zeta \rightarrow 1$ untersuchen. Diese Gleichung geht dann in Glg. (3.32) über:

$$\ln \left(\frac{8}{1 - \zeta} \right) - 2 = \underbrace{\ln(8) - 2}_{<0,08} - \ln(1 - \zeta) \xrightarrow{\zeta \rightarrow 1} -\ln(1 - \zeta). \quad (3.33)$$

Zum anderen kann man zunächst von einem gestreckten (unendlich langen) Draht mit Durchmesser w ausgehen, der vom Strom I_a durchflossen wird. Dies ist in Abb. 3.3 dargestellt.

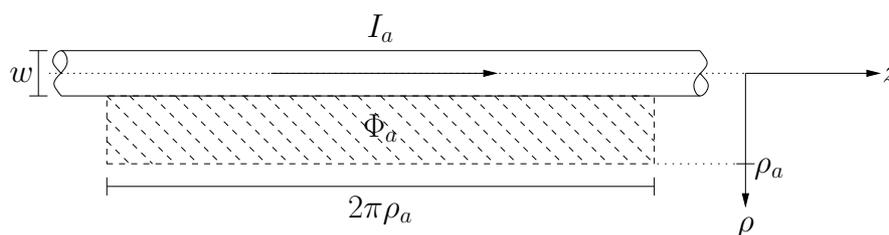


Abb. 3.3: Zur Herleitung von Glg. (3.32).

Die im Abstand $\rho > w/2$ von der Drahtmitte erzeugte magnetische Flussdichte folgt direkt aus dem Durchflutungsgesetz:

$$\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi \rho} \vec{e}_\phi. \quad (3.34)$$

Der Fluss Φ_a , der durch ein Rechteck der Länge $2\pi\rho_a$ tritt, das sich von $\rho_1 = w/2$ bis $\rho_2 = \rho_a$ erstreckt, berechnet sich zu

$$\Phi_a = \mu_0\rho_a I_a \int_{w/2}^{\rho_a} \frac{d\rho}{\rho} = \mu_0\rho_a I_a \ln\left(\frac{2\rho_a}{w}\right). \quad (3.35)$$

Denkt man sich das zu diesem Rechteck gehörende Drahtstück nun zu einem Kreis gebogen und wendet die (stark vereinfachte) Modellvorstellung an, dass der berechnete Fluss Φ_a nun der Fluss ist, der durch die entstandene Kreisfläche tritt, kann die Induktivität dieser Kreisschleife nach Glg. (2.5) bestimmt werden:

$$L_a = \mu_0\rho_a \ln\left(\frac{2\rho_a}{w}\right). \quad (3.36)$$

Mit $w = 2(\rho_a - \rho_i)$ und $\zeta = \rho_i/\rho_a$ folgt letztendlich Glg. (3.32).

Schließlich hat sich FOELSCH in seiner Dissertation mit der Bestimmung der Induktivität zylindrischer Spulen beschäftigt. In [33, S. 156] stellt er mehrere Formeln zu diesem Zweck zusammen, von denen jede für unterschiedliche Spulengeometrien anzuwenden ist. Leider liegen diesen Formeln keine SI-Einheiten, sondern *Elektromagnetische Einheiten* zugrunde, so dass sie entsprechend anzupassen sind. Dies erfolgt durch Multiplikation der Gleichungen mit dem Faktor $\frac{\mu_0}{4\pi}$. Mit dieser Modifikation ergibt sich für eine Kreisschleife (flache Geometrie):

$$L_a \approx \mu_0\rho_a [0,8903 + 0,22 \cdot (1 - \zeta)^2 - \ln(1 - \zeta)]. \quad (3.37)$$

Die Gleichungen (3.23), (3.29), (3.30), (3.32) und (3.37) sind in Abb. 3.4 in Abhängigkeit von ζ für $\rho_a = 50$ cm aufgetragen. Dabei wurde das Elliptische Integral $K(\xi)$ in Glg. (3.23) mit Hilfe des AGM und das Elliptische Integral $E(\xi)$ mit der `quad()`-Funktion von OCTAVE gelöst. Alle anderen dargestellten Funktionen sind geschlossene Ausdrücke und erfordern keine numerischen Methoden. Abgesehen von Glg. (3.37) verlaufen alle Funktionen im interessierenden Bereich ($0,9 \leq \zeta < 1$) sehr dicht zusammen, so dass jeder der zugehörigen Ausdrücke für weiterführende Untersuchungen verwendet werden kann. Die von FINKENZELLER vorgestellte Formel ist allerdings die einfachste und daher zu bevorzugen.

Die Funktion, die durch Glg. (3.29) beschrieben wird, weicht in diesem Bereich sogar so wenig von Glg. (3.23) ab, dass diese beiden Kurven nicht zu unterscheiden sind. Erst wenn der Bereich von ζ auf $0,5 \leq \zeta < 1$ erweitert, wird ist dies möglich. In diesem Diagramm ist dann zu erkennen, dass ab $\zeta \gtrsim 0,85$ beide Funktionen quasi zusammenfallen.

Darüber hinaus weisen alle untersuchten Gleichungen die bereits bei der Diskussion von Glg. (3.23) erwähnte Eigenschaft auf, dass die Induktivität linear mit dem Radius der Antenne wächst, wenn das Verhältnis von Radius zu Drahtdurchmesser konstant gehalten wird, da in diesem Fall auch ζ konstant ist. Für eine Diskussion der Skalierung

3 Abschätzung der Parameter

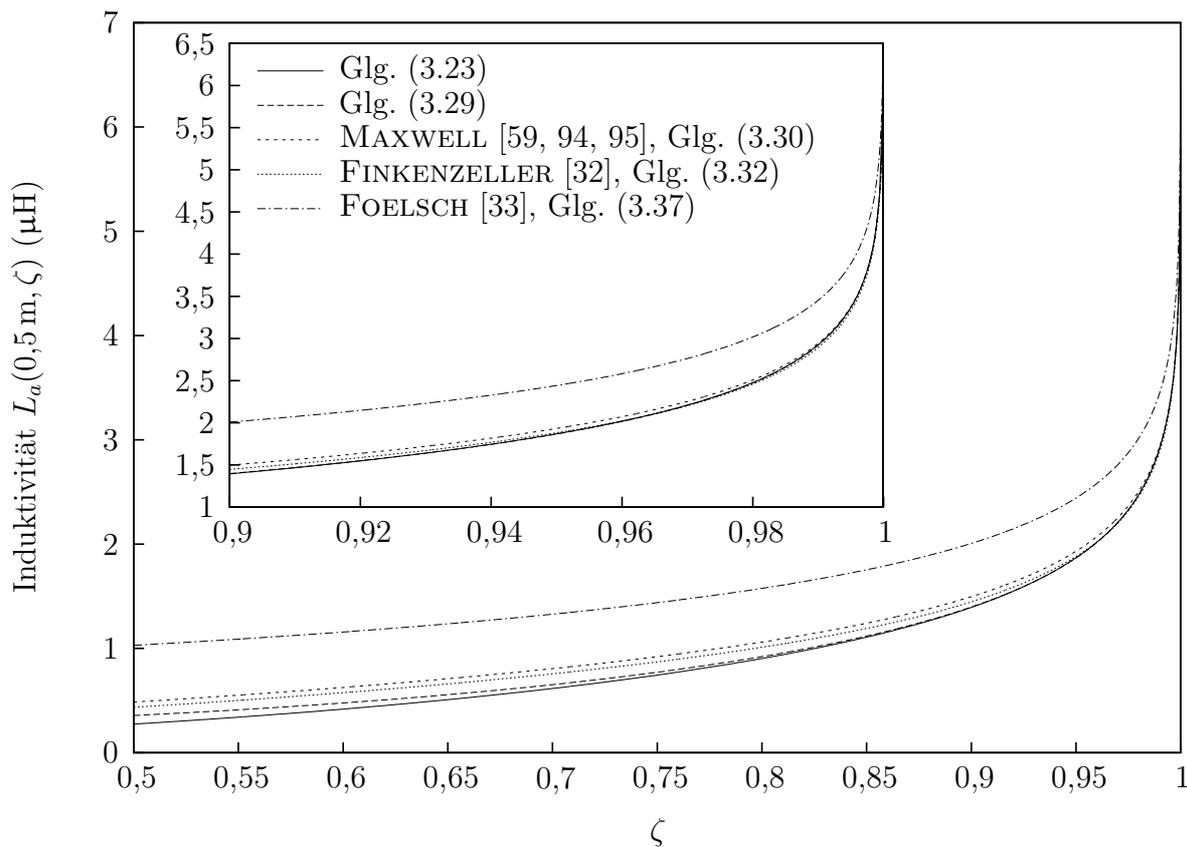


Abb. 3.4: Vergleich der Näherungsformeln (3.23), (3.29), (3.30), (3.32) und (3.37) für die Induktivität kreisförmiger Schleifenantennen. Abgesehen von Glg. (3.37) verlaufen alle Kurven dicht beieinander, so dass jede der Formeln zur Induktivitätsberechnung verwendet werden kann. Die von FINKENZELLER angegebene ist jedoch die einfachste.

der Antenne ist es daher ausreichend, von einer Referenzinduktivität $L'_0(\zeta)$ auszugehen, die dann lediglich noch mit dem Radius ρ_a multipliziert werden muss, um die endgültige Induktivität der Antenne zu erhalten. In diese Referenzinduktivität gehen im Prinzip die Form der Antenne (Kreis) und ihre Proportionen (ζ) ein.

3.2 Abschätzung des Strahlungswiderstandes

Um das in Abschnitt 2.1 vorgestellte Antennenmodell weiter zu parametrisieren, ist es nicht nur erforderlich die Induktivität der Antenne zu bestimmen, sondern auch den Verlustwiderstand R_{Cu} und den Strahlungswiderstand R_{St} . Letzterer soll in diesem Abschnitt bestimmt werden.

3.2.1 Strahlungswiderstand der kreisförmigen Schleifenantenne

Zur Abschätzung des Strahlungswiderstandes wird die Feldverteilung im Fernfeld betrachtet. Da die abgestrahlte Energie bei einer Ausbreitung im Vakuum nicht absorbiert wird, ist die Leistung, die in einer Entfernung von $r \rightarrow \infty$ durch eine Kugel um die Antenne tritt, gleich der von der Antenne abgestrahlten Leistung. In sehr großer Entfernung zur Antenne sind aber die Nahfeldkomponenten und radialen Feldkomponenten abgeklungen, so dass die verbleibenden Felder eine transversale Kugelwelle bilden, die verhältnismäßig leicht mathematisch behandelt werden kann.

Zur Bestimmung der Feldkomponenten im Fernfeld wird von den Gleichung (2.76) und (2.77) ausgegangen. Wie man erkennt, verbleibt für $r \rightarrow \infty$ nur der erste Summand der B_θ -Komponente. Für $r_d(\phi_Q)$ gilt, dass stattdessen r verwendet werden kann, solange nicht die Phase des Integranden davon bestimmt wird. Letzteres trifft für das Argument der komplexen Exponentialfunktion zu. Hier kann stattdessen aber der *Gangunterschied* $\delta(\theta, \phi_Q)$ der beiden Strahlen vom Mittelpunkt der Antenne und vom zugehörigen Integrationspunkt jeweils ins Unendliche verwendet werden, so dass dieser Term durch

$$\exp(-j\beta r_d(\phi_Q)) = \exp(-j\beta r) \cdot \exp(-j\beta\delta(\phi_Q))$$

ausgedrückt werden kann. Damit ergibt sich für das Fernfeld:

$$H_{\theta, \text{FF}}(r, \theta) = \frac{I_a j \beta \rho_a}{4\pi r} \cdot e^{-j\beta r} \int_0^{2\pi} \cos(\phi_Q) e^{-j\beta\delta(\theta, \phi_Q)} d\phi_Q. \quad (3.38)$$

Für das zugehörige elektrische Feld gilt nach Glg. (2.26) und mit Hilfe von Glg. (A.29):

$$E_{\phi, \text{FF}}(r, \theta) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) \right) = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{I_a j \beta \rho_a}{4\pi r} \cdot e^{-j\beta r} \int_0^{2\pi} \cos(\phi_Q) e^{-j\beta\delta(\theta, \phi_Q)} d\phi_Q. \quad (3.39)$$

Bestimmung des Gangunterschieds

Der Gangunterschied für $r \rightarrow \infty$ ist nach Glg. (2.75) durch

$$\delta(\theta, \phi_Q) = \lim_{r \rightarrow \infty} (r_d(\phi_Q) - r) = \lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\rho_a}{r}\right)^2} - 2 \left(\frac{\rho_a}{r}\right) \sin(\theta) \cos(\phi_Q) - 1 \right) \quad (3.40)$$

gegeben. Zur Bestimmung dieses Grenzwertes kann der Klammerausdruck in eine TAYLORreihe um $\rho_a/r = 0$ entwickelt werden:

$$\begin{aligned} \delta(\theta, \phi_Q) &= \lim_{r \rightarrow \infty} r \left(0 + \left(\frac{\rho_a}{r}\right) \frac{1}{1! \cdot 2\sqrt{1+0^2-0}} (2 \cdot 0 - 2 \sin(\theta) \cos(\phi_Q)) + \dots \right) \\ &= \lim_{r \rightarrow \infty} \left(-\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q) + \frac{\rho_a^2}{2! \cdot r} \cdot (\dots) + \dots \right) \\ &= -\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Das gleiche Resultat kann auch mit Hilfe geometrischer Überlegungen gewonnen werden.

Richtungsabhängigkeit der Strahlungsdichte

Die Richtungsabhängigkeit der Felder und damit der Strahlungsdichte ist durch das Integral

$$\tilde{g}(\theta) = \int_0^{2\pi} \cos(\phi_Q) e^{j\beta\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q)} d\phi_Q \quad (3.42)$$

gegeben. Diese Beziehung erhält man, indem das Ergebnis (3.41) in das Integral in Glg. (3.38) bzw. Glg. (3.39) eingesetzt wird. Dieses Integral ist der einzige Term in den Beziehungen für die Felder, der eine Abhängigkeit von θ und damit der Richtung aufweist.

Um diese Abhängigkeit näher zu untersuchen, wird die komplexwertige Funktion $\tilde{g}(\theta)$ zunächst in Real- und Imaginärteil zerlegt:

$$\Re \{\tilde{g}(\theta)\} = \int_0^{2\pi} \cos(\phi_Q) \cos(\beta\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q)) d\phi_Q \quad (3.43)$$

$$\Im \{\tilde{g}(\theta)\} = \int_0^{2\pi} \cos(\phi_Q) \sin(\beta\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q)) d\phi_Q. \quad (3.44)$$

Offensichtlich sind beide Integranden gerade, so dass eine Integration im Intervall $0 \leq \phi_Q \leq \pi$ ausreicht (vgl. auch Glg. (3.10)). Darüber hinaus weisen beide Integranden eine Symmetrie bezüglich $\pi/2$ auf. Der Integrand des Realteils ist punktsymmetrisch bezüglich dieser Stelle, so dass das Integral verschwindet. Entsprechend ist der Integrand des Imaginärteils achsensymmetrisch, so dass sich insgesamt ergibt:

$$\tilde{g}(\theta) = 4j \underbrace{\int_0^{\pi/2} \cos(\phi_Q) \sin(\beta\rho_a \sin(\theta) \cos(\phi_Q)) d\phi_Q}_{=:g(\theta)}. \quad (3.45)$$

Damit erhält man für die beiden transversalen Feldkomponenten nach Glg. (3.38) und Glg. (3.39):

$$H_{\theta, \text{FF}}(r, \theta) = -\frac{I_a \beta \rho_a}{\pi r} \cdot e^{-j\beta r} \cdot g(\theta) \quad (3.46)$$

$$E_{\phi, \text{FF}}(r, \theta) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{I_a \beta \rho_a}{\pi r} \cdot e^{-j\beta r} \cdot g(\theta). \quad (3.47)$$

Der Strahlungswiderstand kann hieraus nach Glg. (2.4) ermittelt werden. Da $g(\theta)$ rein reell ist, ergibt sich für den komplexen POYNTINGSchen Vektor

$$\vec{E} \times \vec{H}^* = |I_a|^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{\beta \rho_a}{\pi r} \right)^2 (g(\theta))^2 \vec{e}_r \quad (3.48)$$

und damit folgender Ausdruck für den Strahlungswiderstand:

$$R_{St} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{\beta \rho_a}{\pi} \right)^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{(g(\theta))^2}{r^2} \underbrace{r \sin(\theta) d\phi \cdot r d\theta}_{dF} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} (\beta \rho_a)^2 \int_0^\pi (g(\theta))^2 \sin(\theta) d\theta. \quad (3.49)$$

Wiederum kann die Symmetrie des Integranden verwendet werden, um den Integrationsbereich einzuschränken; insbesondere ist eine Integration im Intervall $[0, \pi/2]$ ausreichend. Man beachte, dass der Integrand die Form $f(\sin(\theta))$ hat. Der Strahlungswiderstand hat damit den Wert

$$R_{St} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} (\beta \rho_a)^2 \int_0^{\pi/2} (g(\theta))^2 \sin(\theta) d\theta. \quad (3.50)$$

Näherungsformeln für den Strahlungswiderstand

Bei den bisherigen Untersuchungen zur kreisförmigen Schleifenantenne wurde angenommen, dass die Antenne so klein gegenüber der Wellenlänge ist, dass der Strom entlang der Antenne als konstant angesehen werden kann. Dies bedeutet, dass diese Analysen nur für $\beta \rho_a \ll 1$ gültig sind. In diesem Fall gilt $\sin(\beta \rho_a) \approx \beta \rho_a$, was die Angabe einer geschlossenen Näherungsformel für $g(\theta)$ erlaubt:

$$g(\theta) \approx \beta \rho_a \sin(\theta) \int_0^{\pi/2} \cos^2(\phi_Q) d\phi_Q = \frac{\pi}{4} \beta \rho_a \sin(\theta). \quad (3.51)$$

Damit kann auch der Strahlungswiderstand geschlossen angegeben werden. Es gilt im einzelnen:

$$R_{St} \approx \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot (\beta \rho_a)^4. \quad (3.52)$$

Um die Gültigkeit dieser Näherung zu verifizieren, wurde Glg. (3.50) numerisch ausgewertet und in Abb. 3.5 zusammen mit der Näherungsformel (3.52) und dem zugehörigen relativen Fehler dargestellt. Wie man sieht, beträgt der relative Fehler im Bereich $\beta \rho_a \leq 0,2$ weniger als ein Prozent.

Der Bruch $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ wird als Feldwellenwiderstand des Vakuums bezeichnet. Mit Hilfe von Glg. (2.29) kann er auch in Abhängigkeit der Induktionskonstante μ_0 und der Lichtgeschwindigkeit (des Vakuums) c angegeben werden:

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \mu_0 c \approx 120 \pi \Omega \approx 377 \Omega. \quad (3.53)$$

Die erste Näherung entspricht einer Lichtgeschwindigkeit von $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s (für die Induktionskonstante gilt $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am). Damit kann folgende Näherungsformel für den Strahlungswiderstand angegeben werden:

$$R_{St} \approx 20\pi^2 \Omega \cdot (\beta \rho_a)^4 \approx 197 \Omega \cdot (\beta \rho_a)^4. \quad (3.54)$$

3 Abschätzung der Parameter

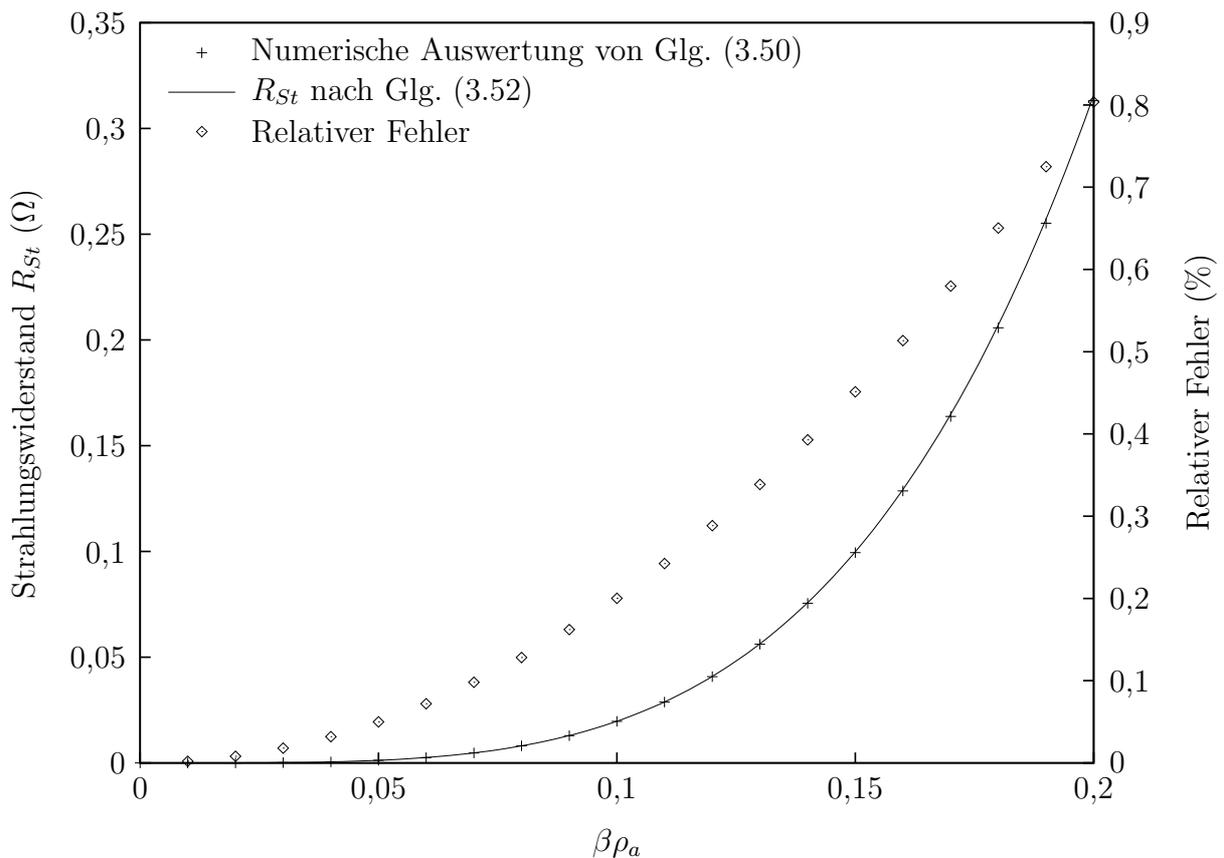


Abb. 3.5: Strahlungswiderstand einer kreisförmigen Schleifenantennen für unterschiedliche Verhältnisse von Antennenumfang zu Wellenlänge ($\beta\rho_a = 2\pi\rho_a/\lambda_0$). Bei einer festen Frequenz wächst der Strahlungswiderstand mit der vierten Potenz des Antennenradius. Dargestellt sind die Ergebnisse der numerischen Auswertung von Glg. (3.50), der Näherungsformel (3.52) sowie der zugehörige relative Fehler in Prozent.

Der Strahlungswiderstand solcher Antennen ist also verhältnismäßig gering, was im Wesentlichen auf die vierte Potenz in Glg. (3.54) zurückzuführen ist. Zum Vergleich beträgt der Strahlungswiderstand eines $\lambda/2$ -Dipols etwa $73\ \Omega$ [108].

3.3 Abschätzung der Verluste

Schließlich fehlt in dem vorgestellten Antennenmodell noch die Bestimmung des Verlustwiderstandes R_{Cu} . Mit dieser Problematik beschäftigt sich dieser Abschnitt. Zunächst wird der Verlustwiderstand eines zylindrischen Leiters untersucht, wie er beispielsweise beim Aufbau von Lesegeräten mit externen Antennen Verwendung findet. Anschließend erfolgt die Analyse gedruckter Strukturen.

3.3.1 Die Helmholtzgleichung

Die HELMHOLTZgleichung ist eine skalare Wellengleichung, welche u. a. die Verteilung der Stromdichte in einem Leiter beschreibt, der von Wechselstrom durchflossen wird. In diesem Fall ist der Strom nicht gleichmäßig über den Leiterquerschnitt verteilt, sondern konzentriert sich am Rand des Leiters, was als *Skinneffekt* bekannt ist. Dieses Phänomen wird von der HELMHOLTZgleichung mathematisch erfasst.

Zur Herleitung dieser Gleichung, geht man davon aus, dass im *Inneren* eines Leiters die Verschiebungsstromdichte gegenüber der Leitungsstromdichte vernachlässigt werden kann. In diesem Fall lautet das Durchflutungsgesetz in differentieller Form:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} = \kappa \vec{E}, \quad (3.55)$$

wobei \vec{H} und \vec{E} die magnetische und elektrische Feldstärke (im Leiter), \vec{J} die Stromdichte und κ die spezifische Leitfähigkeit des Leitermaterials bezeichnen. Beschränkt man sich wiederum auf zeitharmonische Größen, so findet man für das Induktionsgesetz:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} = -j\omega \mu_0 \mu_r \vec{H}. \quad (3.56)$$

In dieser Gleichung stellt μ_r die Permeabilitätszahl des Leitermaterials dar. Die Kombination der Gleichungen (3.55) und (3.56) führt für homogene isotrope Materialien schließlich auf

$$\underbrace{\nabla \times (\nabla \times \vec{E})}_{\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}} = -j\omega \mu_0 \mu_r (\nabla \times \vec{H}) = -j\omega \mu_0 \mu_r \kappa \vec{E}. \quad (3.57)$$

Die in diesem Abschnitt untersuchten Leiterstrukturen werden in Stromflussrichtung als unendlich lang angenommen und entlang der z -Achse platziert. Die auftretende Stromdichte besitzt dann lediglich eine z -Komponente, welche allerdings von z unabhängig ist. Daher gilt $\nabla \vec{E} = 0$ und aus Glg. (3.57) folgt die HELMHOLTZgleichung für die z -Komponente der elektrischen Feldstärke:

$$\nabla^2 E_z - j\omega \mu_0 \mu_r \kappa E_z = 0. \quad (3.58)$$

Die Lösung dieser Gleichung unter gegebenen Randbedingungen ergibt die Verteilung der elektrischen Feldstärke und damit der Stromdichte im Inneren des Leiters. Über die daraus berechneten Verluste P_v bei gegebenem Gesamtstrom I_a lässt sich schließlich nach Glg. (2.1) der (Hochfrequenz-)widerstand R_{Cu} des Leiters angeben.

3.3.2 Verluste im kreiszylindrischen Leiter

Die Lösung der HELMHOLTZgleichung für einen kreiszylindrischen Leiter erfolgt geometrieangepasst in Zylinderkoordinaten. Der Leiter wird dabei entlang der z -Achse platziert und als unendlich lang angenommen. Das Ziel ist die Bestimmung des Verlustwiderstandes pro Länge des Leiters. Der Durchmesser des Leiters sei bekannt und mit w bezeichnet.

3 Abschätzung der Parameter

Aus Symmetriegründen hängt die Stromdichte lediglich von der radialen Koordinate ρ ab. Damit ergibt sich aus der HELMHOLTZgleichung (3.58)

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial E_z(\rho)}{\partial \rho} \right) - j\omega\mu_0\mu_r\kappa E_z = 0 \quad (3.59)$$

und nach Anwendung der Produktregel eine BESSELSche Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 E_z(\rho)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z(\rho)}{\partial \rho} + \underbrace{(-j\omega\mu_0\mu_r\kappa)}_{\alpha^2} E_z(\rho) = 0. \quad (3.60)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist eine Besselfunktion nullter Ordnung (siehe [108]) und lautet demnach:

$$E_z(\rho) = E_0 J_0(\alpha\rho) \quad \text{mit} \quad \alpha = (1-j) \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_r\kappa}{2}}. \quad (3.61)$$

Dabei stellt E_0 eine noch zu bestimmende Konstante dar. Wird $-\alpha$ anstelle von α verwendet, so erhält man eine linear abhängige Lösung. Die linear unabhängige NEUMANNfunktion nullter Ordnung, die im Allgemeinen ebenfalls eine Lösung von Glg. (3.60) darstellt, verschwindet hier, da die Stromdichte im gesamten Leiter endlich bleiben muss, und die NEUMANNfunktion eine Singularität im Ursprung aufweist.

Die freie Konstante E_0 lässt sich aus dem insgesamt im Leiter fließenden Strom I_a bestimmen:

$$I_a = \int_0^{w/2} \int_0^{2\pi} \kappa E_z(\rho) \rho d\phi d\rho = 2\pi\kappa E_0 \int_0^{w/2} J_0(\alpha\rho) \rho d\rho = \frac{\pi}{\alpha} \kappa E_0 w J_1(\alpha w/2). \quad (3.62)$$

Damit erhält man schließlich für die Verteilung der elektrischen Feldstärke bzw. der Stromdichte

$$\kappa E_z(\rho) = \frac{I_a \cdot \alpha}{\pi w} \frac{J_0(\alpha\rho)}{J_1(\alpha w/2)}. \quad (3.63)$$

Es handelt sich bei den Größen $E_z(\rho)$ und I_a wieder um komplexe Effektivwerte. Der zugehörige Betrag der Stromdichte ist in Abb. 3.6 über der radialen Koordinate aufgetragen. Dabei wurden drei Kupferleiter unterschiedlichen Querschnitts gewählt, die jeweils mit 10 kHz, 100 kHz, 1 MHz und 10 MHz und einem Gesamtstrom von $I_a = 1$ A betrieben werden. Wie erwartet, konzentriert sich der Strom an der Leiteroberfläche, und zwar umso mehr, je höher die Betriebsfrequenz ist.

Bestimmung des Hochfrequenzwiderstandes

Nachdem die Stromverteilung über den Leiterquerschnitt bekannt ist, kann über die entstehenden Verluste der Hochfrequenzwiderstand ermittelt werden. Zur Bestimmung

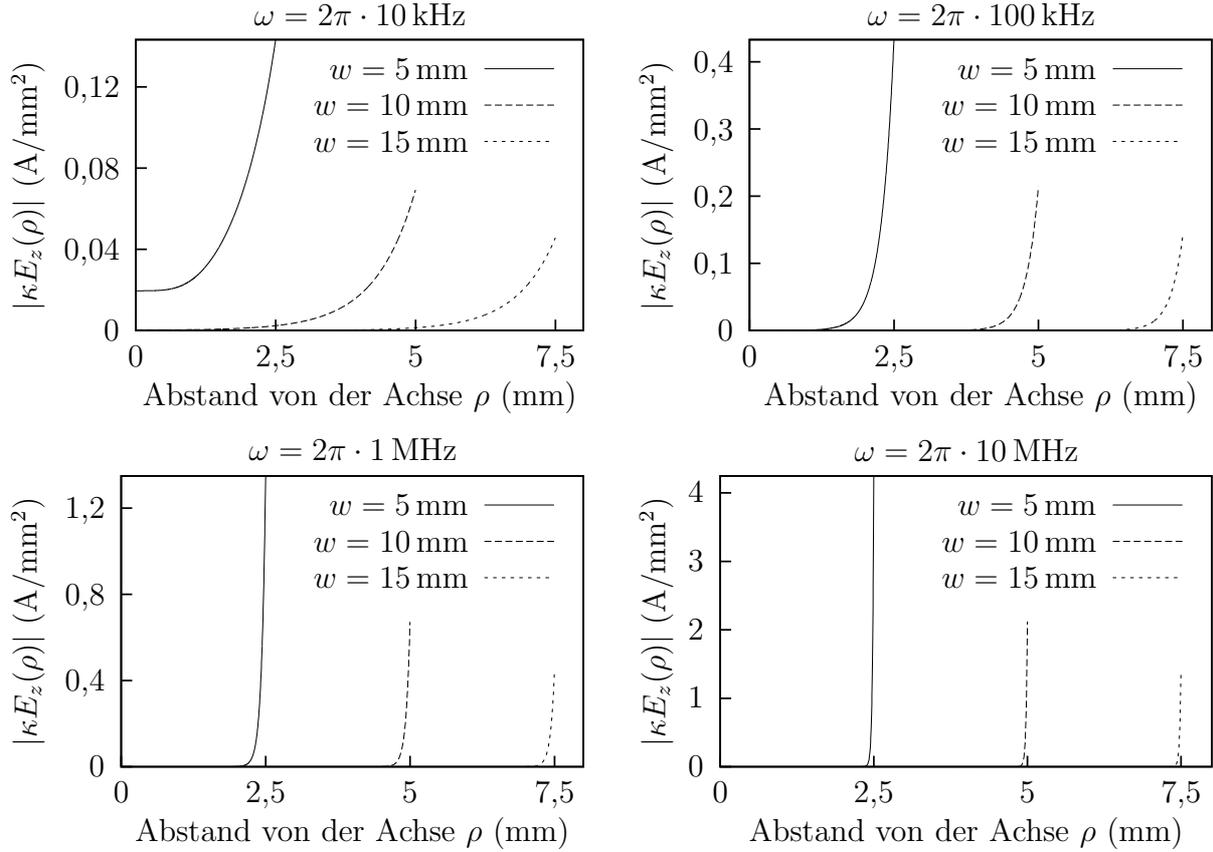


Abb. 3.6: Betrag der Stromdichte über dem Leitungsquerschnitt zylindrischer Kupferleiter unterschiedlichen Durchmessers w bei verschiedenen Betriebsfrequenzen ω . Der Gesamtstrom beträgt $I_a = 1$ A. Mit zunehmender Frequenz verschiebt sich der Strom an den Rand des Leiters, was dort zu einer erhöhten Stromdichte führt. Dieses Phänomen bezeichnet man als *Skinneffekt*.

der Verluste kann prinzipiell auf zwei Arten vorgegangen werden: Entweder integriert man die Verlustleistungsdichte über das Volumen des Leiters oder man berechnet die in die Oberfläche des Leiters eintretende Leistung mit Hilfe des komplexen POYNTINGschen Vektors (vgl. auch [108]). Letztgenannte Methode soll hier zur Anwendung kommen. Zunächst wird nach Glg. (3.56) aus dem elektrischen Feld das zugehörige magnetische Feld bestimmt. Es ergibt sich aus Glg. (3.63):

$$\vec{H} = \frac{\kappa}{\alpha^2} \nabla \times (E_z(\rho) \vec{e}_z) = \frac{I_a}{\pi w} \frac{J_1(\alpha \rho)}{J_1(\alpha w/2)} \vec{e}_\phi. \quad (3.64)$$

An der Leiteroberfläche findet man schließlich

$$\Re \left\{ \vec{E} \times \vec{H}^* \right\} \Big|_{\rho=w/2} = -\vec{e}_\rho \frac{|I_a|^2}{\pi^2 w^2 \kappa} \cdot \Re \left\{ \alpha \frac{J_0(\alpha w/2)}{J_1(\alpha w/2)} \right\} \quad (3.65)$$

3 Abschätzung der Parameter

und daraus die im Leiter pro Länge in Wärme umgesetzte Verlustleistung

$$P'_v = -\pi w \vec{e}_\rho \cdot \Re \left\{ \vec{E}' \times \vec{H}^* \right\} \Big|_{\rho=w/2} = \frac{|I_a|^2}{\pi w} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2\kappa}} \cdot \Re \left\{ (1-j) \frac{J_0(\alpha w/2)}{J_1(\alpha w/2)} \right\}. \quad (3.66)$$

Abschließend kann mit Hilfe von Glg. (2.1) der Hochfrequenzwiderstand pro Länge angegeben werden. Dieser beträgt

$$R'_{Cu} = \frac{1}{\pi w} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2\kappa}} \cdot \Re \left\{ (1-j) \frac{J_0(\alpha w/2)}{J_1(\alpha w/2)} \right\}. \quad (3.67)$$

Näherungsweise Bestimmung des Hochfrequenzwiderstandes

Für hohe Frequenzen oder große Leiterdurchmesser fließt der Strom im Wesentlichen in einer dünnen Schicht an der Leiteroberfläche. Eine denkbare Näherung für diesen Fall ist folgende: Die wirksame vom Strom durchflossene Fläche ist durch das Produkt von Leiterumfang und der Dicke der Schicht gegeben. In einem leitenden Halbraum beträgt diese sogenannte *äquivalente Leitschichtdicke* $\sqrt{2/(\omega \mu_0 \mu_r \kappa)}$ [108]. Daher kann eine Näherungsformel für den Hochfrequenzwiderstand pro Länge folgendermaßen angegeben werden:

$$R'_{Cu} \approx \frac{1}{\kappa} \frac{1}{\pi w} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r \kappa}{2}} = \frac{1}{\pi w} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2\kappa}}. \quad (3.68)$$

Dem Hochfrequenzwiderstand pro Länge lässt sich über

$$R'_{Cu} = \frac{1}{\kappa_{\text{eff}}} \frac{4}{\pi w^2} \quad (3.69)$$

und Glg. (3.67) eine *effektive Leitfähigkeit* κ_{eff} zuordnen:

$$\kappa_{\text{eff}} = \left(\frac{w}{4} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2\kappa}} \cdot \Re \left\{ (1-j) \frac{J_0(\alpha w/2)}{J_1(\alpha w/2)} \right\} \right)^{-1}. \quad (3.70)$$

Im Gleichstromfall und bei niedrigen Frequenzen entspricht sie gerade der Materialkonstanten κ . Bei hohen Frequenzen ergibt sich mit Hilfe der Näherung (3.68):

$$\kappa_{\text{eff}} \approx \left(\frac{w}{4} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2\kappa}} \right)^{-1}. \quad (3.71)$$

Die Funktion $\kappa_{\text{eff}}(\omega)$ ist in Abb. 3.7 für einen Kupferleiter mit $w = 5$ mm Durchmesser aufgetragen. Zusätzlich sind die Materialkonstante κ , der die effektive Leitfähigkeit im Gleichstromfall entspricht, und die Hochfrequenznäherung nach Glg. (3.71) dargestellt. Wie erwartet, stimmt die effektive Leitfähigkeit bei niedrigen Frequenzen mit der spezifischen Leitfähigkeit κ des Leitermaterials überein, um dann aufgrund des Skin效ekts bei höheren Frequenzen abzufallen. Je mehr sich der Stromfluss in einer dünnen Haut unter der Leiteroberfläche konzentriert, desto besser stimmt die Hochfrequenznäherung, die genau davon ausgeht.

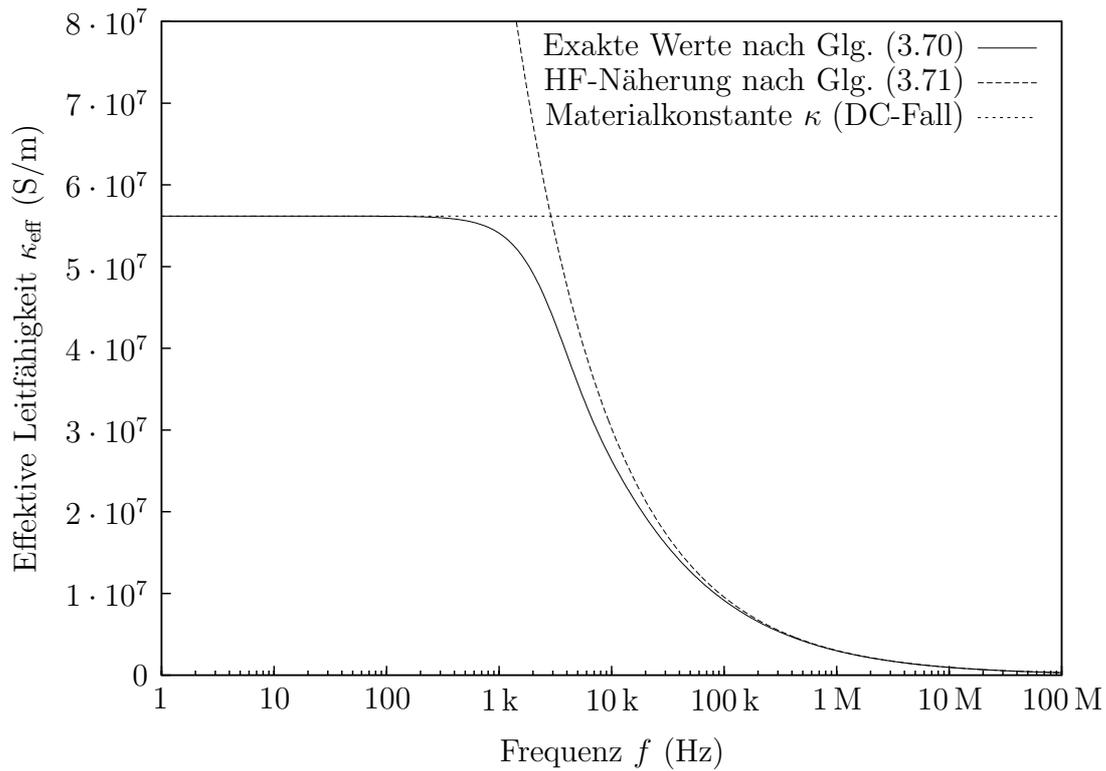


Abb. 3.7: Effektive Leitfähigkeit eines Kupferleiters mit einem Durchmesser von $w = 5$ mm als Funktion der Frequenz. Bei niedrigen Frequenzen entspricht sie der spezifischen Leitfähigkeit von Kupfer, um dann bei hohen Frequenzen aufgrund des Skineffekts abzunehmen.

3.3.3 Verluste im hohlzylindrischen Leiter

Häufig kommen beim Bau großer Antennen zum Auslesen induktiv gekoppelter Transponder Kupferrohre zum Einsatz. Eine gute Zusammenstellung möglicher Konstruktionen findet sich in [87]. In diesem Fall kann der Strom konstruktionsbedingt nur im äußeren Bereich des Leiters fließen. Aufgrund des Skineffekts wird die Stromdichte aber auch in diesem Fall nicht gleichmäßig über den leitfähigen Querschnitt verteilt sein.

Zur Bestimmung dieser Verteilung kann von den gleichen Symmetriebetrachtungen wie beim zylindrischen Leiter ausgegangen werden, so dass für die elektrische Feldstärke und damit für die Stromdichte im Leiter die gleiche BESSELSche Differentialgleichung (3.60) gilt. In diesem Fall ist die z -Achse jedoch nicht im stromführenden Gebiet enthalten, so dass die Lösung dieser Differentialgleichung aus der Superposition einer BESSEL- und einer NEUMANNfunktion besteht:

$$E_z(\rho) = E_0 J_0(\alpha\rho) + E_1 Y_0(\alpha\rho). \quad (3.72)$$

Die Konstanten E_0 und E_1 sind wiederum über die Randbedingungen definiert. Es ist zu beachten, dass die Konstante E_0 im vorliegenden Fall einen anderen Wert annehmen

3 Abschätzung der Parameter

kann als im Fall des zylindrischen Leiters.

Die zugehörige magnetische Feldstärke kann mit Hilfe von Glg. (3.64) gefunden werden und beträgt:

$$H_\phi(\rho) = -\frac{\kappa}{\alpha^2} \frac{\partial E_z(\rho)}{\partial \rho} = \frac{\kappa}{\alpha} E_0 J_1(\alpha\rho) + \frac{\kappa}{\alpha} E_1 Y_1(\alpha\rho). \quad (3.73)$$

Bezeichnet man nun mit w_a den Außen- und mit w_i den Innendurchmesser des Leiters, so fließt der Strom nur im Bereich $w_i/2 \leq \rho \leq w_a/2$. Wenn der Gesamtstrom wiederum I_a beträgt, so ergeben sich zusammen mit dem Durchflutungsgesetz folgende Randbedingungen:

$$\pi w_a H_\phi(w_a/2) = I_a \quad (3.74)$$

$$\pi w_i H_\phi(w_i/2) = 0. \quad (3.75)$$

Dies ist ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Konstanten E_0 und E_1 .

Analog zu Glg. (3.66) kann schließlich die pro Länge in Wärme umgesetzte Verlustleistung angegeben werden:

$$P'_v = \pi w_a \cdot \Re \{ E_z(w_a/2) \cdot H_\phi^*(w_a/2) \}. \quad (3.76)$$

Da nach Glg. (3.75) $H_\phi(w_i/2) = 0$ ergibt, wird im Bereich $0 \leq \rho \leq w_i/2$ keine Leistung umgesetzt, was genau den Erwartungen entspricht. Aus der Verlustleistung pro Länge kann schließlich nach Glg. (2.1) der (Hochfrequenz-)widerstand pro Länge bestimmt werden.

Das lineare Gleichungssystem (3.74) und (3.75) lautet in Matrixform

$$\begin{pmatrix} J_1(\alpha w_a/2) & Y_1(\alpha w_a/2) \\ J_1(\alpha w_i/2) & Y_1(\alpha w_i/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0 \\ E_1 \end{pmatrix} = \frac{\alpha I_a}{\kappa \pi w_a} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.77)$$

und seine Lösung führt schließlich auf die Verteilung der Stromdichte über den Leiterquerschnitt und auf das zugehörige Magnetfeld:

$$\kappa E_z(\rho) = \frac{\alpha I_a}{\pi w_a} \frac{Y_1(\alpha w_i/2) J_0(\alpha\rho) - J_1(\alpha w_i/2) Y_0(\alpha\rho)}{J_1(\alpha w_a/2) Y_1(\alpha w_i/2) - J_1(\alpha w_i/2) Y_1(\alpha w_a/2)} \quad (3.78)$$

$$H_\phi(\rho) = \frac{I_a}{\pi w_a} \frac{Y_1(\alpha w_i/2) J_1(\alpha\rho) - J_1(\alpha w_i/2) Y_1(\alpha\rho)}{J_1(\alpha w_a/2) Y_1(\alpha w_i/2) - J_1(\alpha w_i/2) Y_1(\alpha w_a/2)}. \quad (3.79)$$

In Abb. 3.8 ist die Stromdichte $\kappa E_z(\rho)$ für ein handelsübliches 15×1 Kupferrohr nach DIN EN 1057 dargestellt. Der Gesamtstrom beträgt wiederum $I_a = 1$ A. Im Gleichstromfall ist der Strom gleichmäßig über den Querschnitt verteilt und die konstante Stromdichte kann einfach berechnet werden:

$$\kappa E_{z,DC} = \frac{4I_a}{\pi (w_a^2 - w_i^2)} = 22,7 \text{ mA/mm}^2.$$

Mit steigender Frequenz verschiebt sich aufgrund des Skin效ekts der Strom an den *äußeren* Rand des Leiters, was zu einer Erhöhung der Verluste und damit zu einer Erhöhung des Widerstandes R_{Cu} führt.

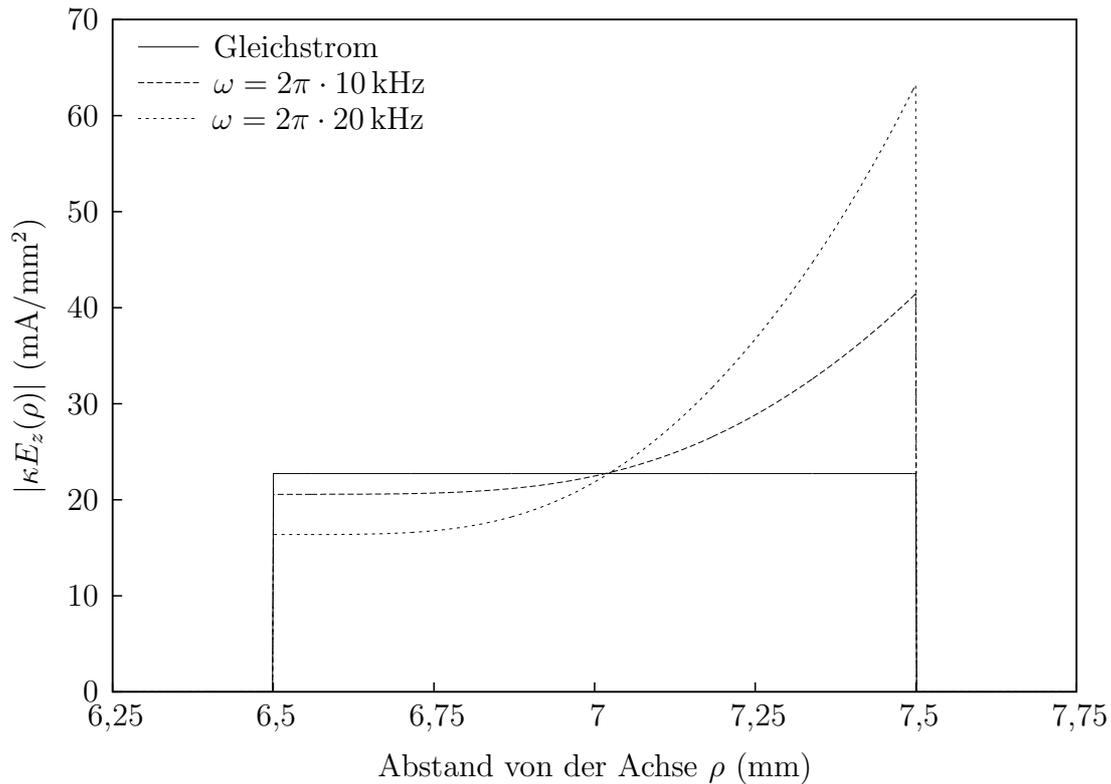


Abb. 3.8: Betrag der Stromdichte über dem Leitungsquerschnitt eines Kupferrohrs mit 15 mm Außendurchmesser und 1 mm Wandstärke bei verschiedenen Betriebsfrequenzen ω . Der Gesamtstrom beträgt $I_a = 1$ A. Mit zunehmender Frequenz verschiebt sich der Strom an den Rand des Leiters

Bestimmung des Hochfrequenzwiderstandes

Analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 3.3.2 erfolgt die Bestimmung des Hochfrequenzwiderstandes mit Hilfe der Gleichungen (2.1) und (3.76). Man findet nach Einsetzen der Gleichungen (3.78) und (3.79):

$$R'_{Cu} = \frac{1}{\pi w_a} \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r}{2\kappa}} \cdot \Re \left\{ (1-j) \frac{J_0(\alpha w_a/2) Y_1(\alpha w_i/2) - J_1(\alpha w_i/2) Y_0(\alpha w_a/2)}{J_1(\alpha w_a/2) Y_1(\alpha w_i/2) - J_1(\alpha w_i/2) Y_1(\alpha w_a/2)} \right\}. \quad (3.80)$$

In Abb. 3.9 ist der Widerstand pro Länge eines 10×1 Kupferrohrs und eines Vollzylinders gleichen Außendurchmessers als Funktion der Frequenz aufgetragen. Bei niedrigen Frequenzen entspricht dieser Widerstand gerade dem Wert im Gleichstromfall, der mit

$$R'_{Cu,DC} = \frac{4}{\kappa \pi (w_a^2 - w_i^2)} \quad (3.81)$$

gegeben ist. Bei hohen Frequenzen weisen beide Leiter im Prinzip den gleichen Widerstand auf, was den Erwartungen entspricht. Interessanterweise gibt es einen bestimmten Frequenzbereich, in dem der Widerstand des Rohrs geringer ist als der des Vollzylinders.

3 Abschätzung der Parameter

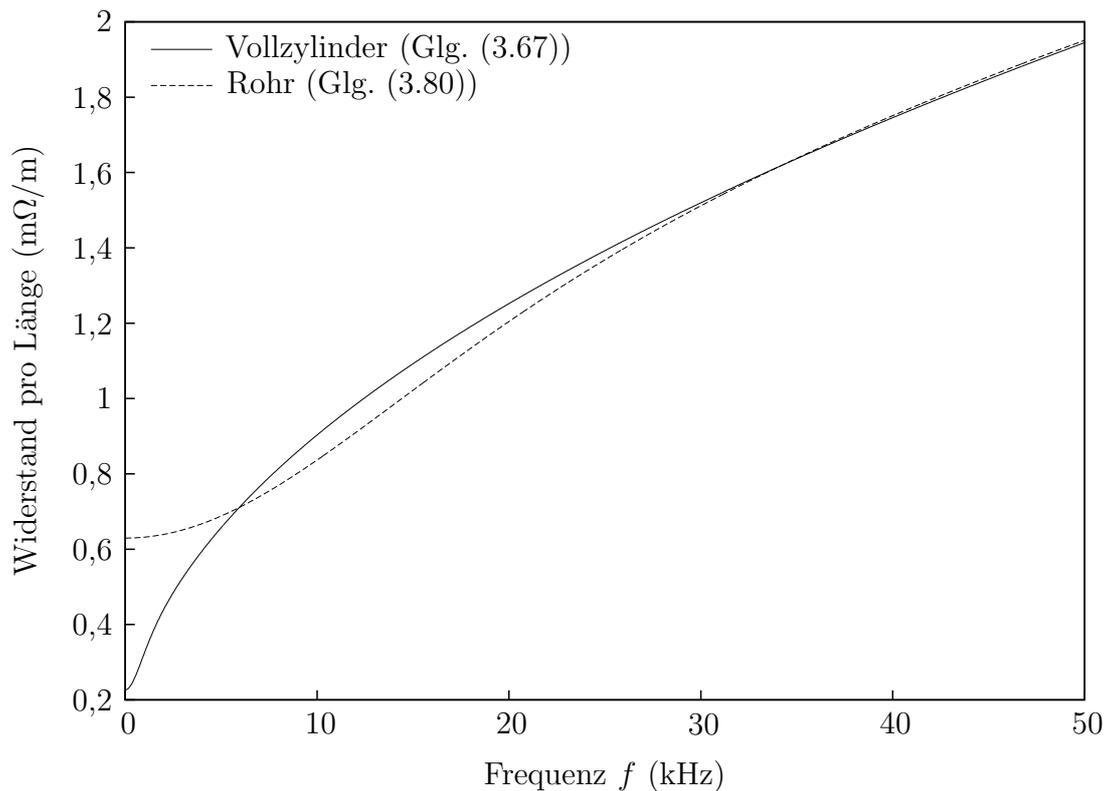


Abb. 3.9: Hochfrequenzwiderstand eines Vollzylinders und eines Rohrs in Abhängigkeit der Frequenz. Beide haben einen Außendurchmesser von $w_a = 10$ mm und bestehen aus Kupfer. Die Wandstärke des Rohrs beträgt 1 mm.

Dies ist vermutlich auf die Wirbelstromverluste im leitfähigen Inneren des Vollzylinders zurückzuführen, so dass in diesem Leiter bei gleichem Gesamtstrom I_a mehr Verluste entstehen als im Fall des Rohrs.

3.3.4 Verluste in gedruckten Strukturen

Schließlich sollen zum Abschluss die Verluste untersucht werden, die in gedruckten Antennen entstehen. Zu diesem Zweck wird von der in Abb. 3.10 dargestellten Anordnung ausgegangen. Die angenommene unendliche Ausdehnung in x -Richtung lässt sich dadurch rechtfertigen, dass gedruckte Strukturen eine im Vergleich zur lateralen Ausdehnung geringe Schichtdicke d aufweisen. Das verwendete Modell liefert also die Stromverteilung in einer gedruckten Leiterbahn unter *Vernachlässigung der Randeffekte*. Darüber hinaus soll das Substrat nicht in die Berechnungen aufgenommen werden, da dieses in der Regel weder leitfähig ist noch eine Permeabilität aufweist, die sich wesentlich von der von Luft unterscheidet.

Der Stromfluss erfolgt wie gehabt in z -Richtung, so dass die elektrische Feldstärke wieder durch die Lösung der HELMHOLTZgleichung gegeben ist. Aufgrund der unendlichen

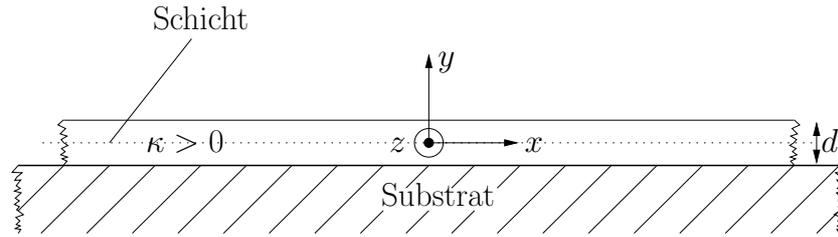


Abb. 3.10: Gedruckte Schicht auf Substrat und Lage des zugehörigen Koordinatensystems. Die Schicht sei in x - und z -Richtung unendlich ausgedehnt und in y -Richtung auf den Bereich $-d/2 \leq y \leq d/2$ begrenzt. Das Substrat ist nicht leitfähig ($\kappa = 0$) und besitzt die gleiche Permeabilität wie die Umgebung ($\mu_r \approx 1$), so dass die gesamte Anordnung als *achsensymmetrisch* bezüglich der x -Achse angesehen werden kann.

Ausdehnung in x -Richtung ist die Vorgabe eines Gesamtstroms I_a nicht mehr sinnvoll, da bei endlichem I_a die Stromdichte in der gesamten Schicht verschwinden würde. Vielmehr sei nun mit I'_a der Strom pro Längeneinheit bezeichnet, so dass in einem Streifen der Breite Δx der Strom $\Delta I_a = I'_a \cdot \Delta x$ fließt.

Die Berechnungen erfolgen diesmal in kartesischen Koordinaten. In dem angenommenen Modell existiert lediglich eine Abhängigkeit von der y -Koordinate. Mit der bereits eingeführten Abkürzung $\alpha = -j\omega\mu_0\mu_r\kappa$ folgt für die HELMHOLTZgleichung (3.58):

$$\frac{\partial^2 E_z(y)}{\partial y^2} + \alpha^2 E_z(y) = 0. \quad (3.82)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist eine Superposition komplexer Sinus- und Kosinusfunktionen. Aufgrund der Achsensymmetrie der Anordnung wird hier jedoch nur die Kosinusfunktion benötigt und man findet für die Stromdichte

$$\kappa E_z(y) = \kappa E_0 \cos(\alpha y). \quad (3.83)$$

Die Integration der Stromdichte entlang der y -Koordinate ergibt den Strom pro Längeneinheit

$$I'_a = \kappa E_0 \int_{-d/2}^{d/2} \cos(\alpha y) dy = \frac{2E_0\kappa}{\alpha} \sin(\alpha d/2), \quad (3.84)$$

woraus sich die Konstante E_0 bestimmen lässt. Schließlich findet man für die Stromdichte

$$\kappa E_z(y) = \frac{I'_a \alpha}{2\kappa} \frac{\cos(\alpha y)}{\sin(\alpha d/2)} \quad (3.85)$$

und für die zugehörige magnetische Feldstärke

$$\vec{H} = \frac{\kappa}{\alpha^2} \nabla \times (E_z(y) \vec{e}_z) = \frac{\kappa}{\alpha^2} \cdot \frac{\partial E_z(y)}{\partial y} \cdot \vec{e}_x \quad \Rightarrow \quad H_x = -\frac{I'_a}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha y)}{\sin(\alpha d/2)}. \quad (3.86)$$

3 Abschätzung der Parameter

Die auf die bedruckte Fläche bezogene Verlustleistung P_v'' entspricht dem Realteil des komplexen POYNTINGSchen Vektors, wobei allerdings die Beiträge von Ober- und Unterseite der leitfähigen Schicht berücksichtigt werden müssen:

$$P_v'' = -\Re \{E_z(d/2) \cdot H_x^*(d/2)\} + \Re \{E_z(-d/2) \cdot H_x^*(-d/2)\}. \quad (3.87)$$

Diese Verlustleistung, die pro Flächeneinheit in der Schicht in Wärme umgesetzt wird, ist über den Schichtwiderstand R_S mit dem Strombelag I_a' verknüpft. In einem Quadrat mit der Kantenlänge w wird die Leistung $P_v'' \cdot w^2 = |I_a'w|^2 \cdot R_S \cdot w/w$ umgesetzt. Daraus folgt unmittelbar

$$R_S = \frac{P_v''}{|I_a'|^2}. \quad (3.88)$$

Daher kann die flächenbezogene Verlustleistung P_v'' verwendet werden, um den Hochfrequenzschichtwiderstand der leitfähigen Schicht zu berechnen.

Bestimmung des Hochfrequenzschichtwiderstandes

Der Schichtwiderstand einer Schicht ist bei höheren Frequenzen nicht mehr allein vom Material und der Schichtdicke abhängig, sondern aufgrund des Skin效ekts auch von der Frequenz. Auswerten von Glg. (3.87) und Einsetzen in Glg. (3.88) ergibt den Zusammenhang zwischen Schichtwiderstand, Schichtdicke, Materialeigenschaften und Frequenz:

$$R_S = \frac{1}{2\kappa} \Re \{\alpha \cdot \cot(\alpha d/2)\} = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_r\kappa}{2}} \cdot \Re \left\{ (1-j) \cdot \cot \left(\frac{(1-j)d}{2} \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_r\kappa}{2}} \right) \right\}. \quad (3.89)$$

Mit der Abkürzung

$$v = d \cdot \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_r\kappa}{2}} \quad (3.90)$$

lässt sich der komplexe Kotangens folgendermaßen darstellen:

$$\begin{aligned} \cot\left((1-j)v/2\right) &= j \cdot \frac{e^{(1+j)v/2} + e^{-(1+j)v/2}}{e^{(1+j)v/2} - e^{-(1+j)v/2}} = j \cdot \frac{e^{v/2}e^{jv/2} + e^{-v/2}e^{-jv/2}}{e^{v/2}e^{jv/2} - e^{-v/2}e^{-jv/2}} = \dots \\ &= \frac{\sin(v/2) \cos(v/2) + j \sinh(v/2) \cosh(v/2)}{\sinh^2(v/2) \cos^2(v/2) + \cosh^2(v/2) \sin^2(v/2)}. \end{aligned}$$

Nach Multiplikation mit $(1-j)$ und Realteilbildung folgt daraus

$$\begin{aligned} \Re \left\{ (1-j) \cot\left((1-j)v/2\right) \right\} &= \frac{\sin(v/2) \cos(v/2) + \sinh(v/2) \cosh(v/2)}{\sinh^2(v/2) \cos^2(v/2) + \cosh^2(v/2) \sin^2(v/2)} \\ &= \frac{\sinh(v) + \sin(v)}{\cosh(v) - \cos(v)}. \end{aligned}$$

Damit lässt sich schließlich der Hochfrequenzschichtwiderstand ohne Verwendung des $\Re\{\cdot\}$ -Operators ausdrücken:

$$R_S = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_r\kappa}{2}} \cdot \frac{\sinh(v) + \sin(v)}{\cosh(v) - \cos(v)}. \quad (3.91)$$

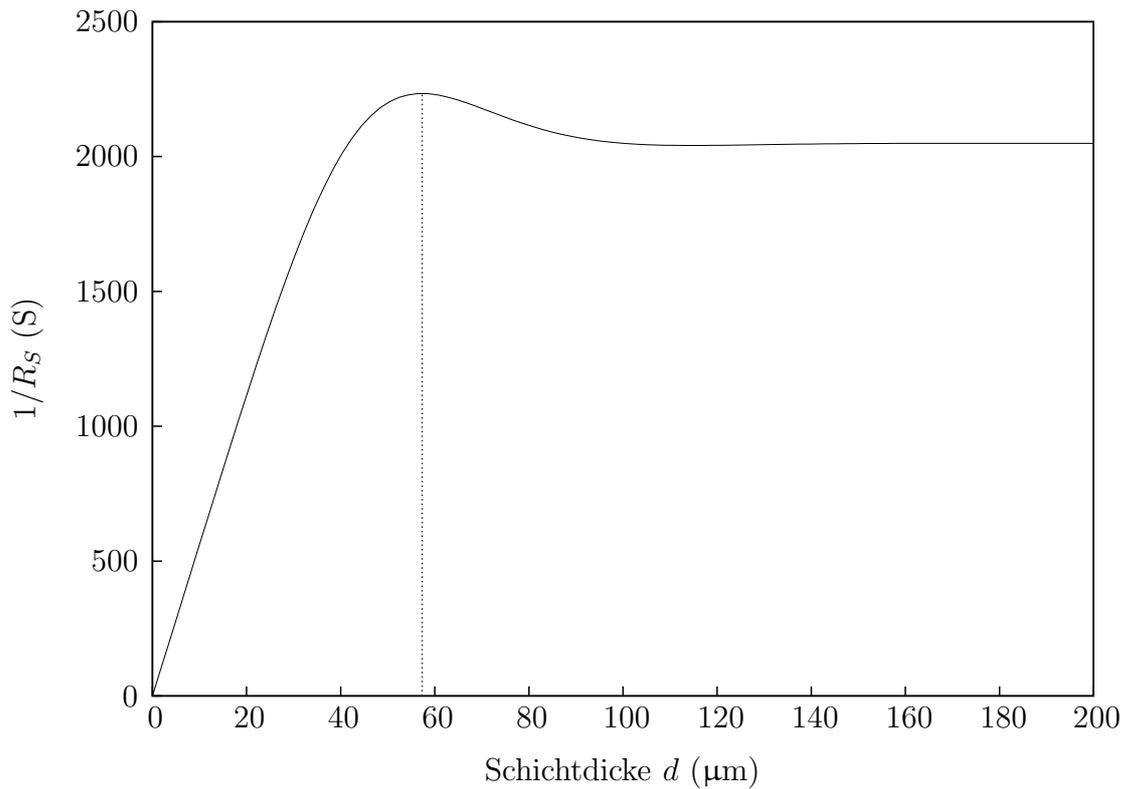


Abb. 3.11: Hochfrequenzschichtwiderstand von Kupfer bei 13,56 MHz in Abhängigkeit der Schichtdicke. Interessanterweise gibt es ein Optimum bei $d_{\text{opt}} = 57,3 \mu\text{m}$, was vermutlich wiederum auf erhöhte Wirbelstromverluste bei weiterer Erhöhung der Schichtdicke zurückzuführen ist.

Man beachte, dass v rein reell ist. Der Kehrwert des Schichtwiderstandes nach Glg. (3.91) ist in Abb. 3.11 als Funktion der Schichtdicke dargestellt. Als Material wurde Kupfer gewählt und die Betriebsfrequenz beträgt $\omega = 2\pi \cdot 13,56 \text{ MHz}$. Das Optimum ist vermutlich auf die Wirbelstromverluste im Inneren der Schicht zurückzuführen, welche zunehmen, wenn die Schicht optimaler Dicke weiter verstärkt wird, ohne dass das zusätzliche Material wesentlich zum Ladungstransport beiträgt.

Die Lage des Optimums, also die optimale Schichtdicke, kann bestimmt werden, indem das Maximum der Funktion

$$f(v) = \frac{\cosh(v) - \cos(v)}{\sinh(v) + \sin(v)} \quad (3.92)$$

ermittelt wird. Dieses liegt offenbar bei der ersten Nullstelle der Ableitung

$$f'(v) = \frac{4 \sin(v) \sinh(v)}{\cosh(2v) - \cos(2v) + 4 \sin(v) \sinh(v)}. \quad (3.93)$$

Für die erste Nullstelle gilt $v_0 = \pi$, woraus sich aus Glg. (3.90) die optimale Schichtdicke

3 Abschätzung der Parameter

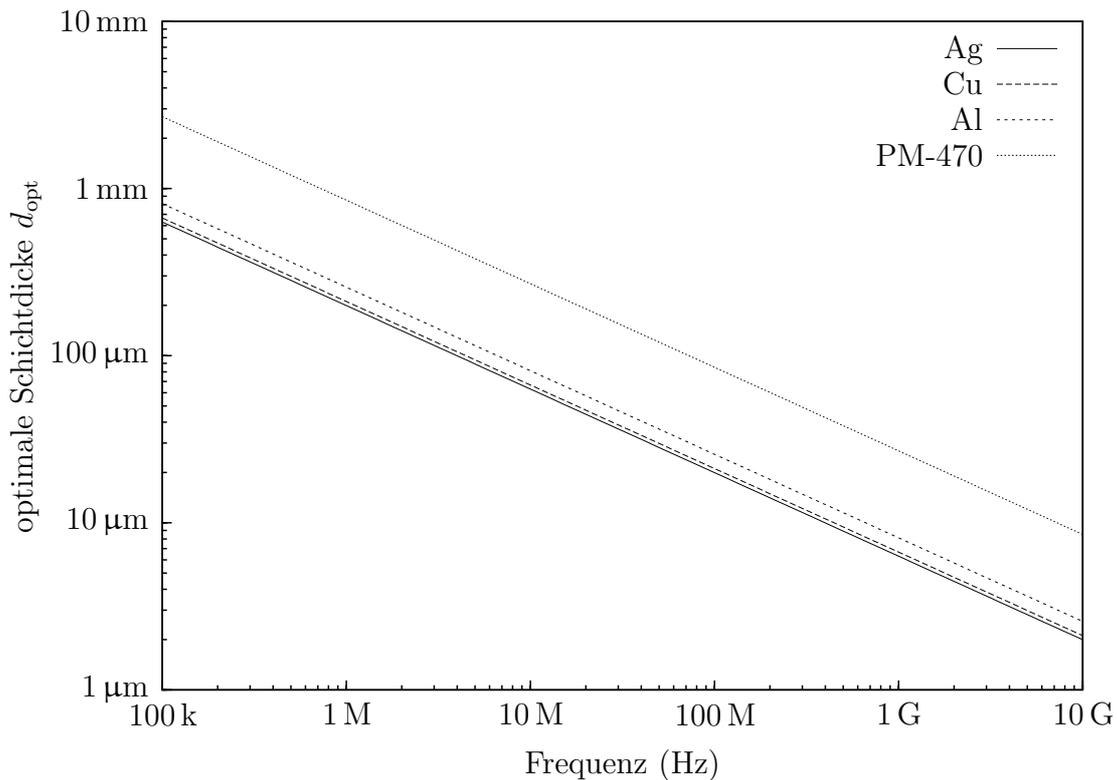


Abb. 3.12: Optimale Schichtdicke als Funktion der Frequenz für unterschiedliche Materialien.

d_{opt} bestimmen lässt:

$$d_{\text{opt}} \cdot \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r \kappa}{2}} = \pi \quad \Rightarrow \quad d_{\text{opt}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu_r \kappa}}. \quad (3.94)$$

Dies entspricht genau der halben Eindringtiefe in einen leitenden Halbraum oder anders ausgedrückt: Die optimale Schichtdicke ist das π -fache der äquivalenten Leitschichtdicke eines leitenden Halbraumes. Eindringtiefe und äquivalente Leitschichtdicke für einen leitenden Halbraum werden in [108] hergeleitet und erläutert.

Die relative Überhöhung gegenüber dem Grenzwert für $d \rightarrow \infty$ beträgt

$$\frac{\cosh(\pi) - \cos(\pi)}{\sinh(\pi) + \sin(\pi)} - 1 \approx 9\%. \quad (3.95)$$

Schließlich ist die optimale Schichtdicke d_{opt} in Abb. 3.12 als Funktion der Frequenz für Silber, Kupfer, Aluminium und PM-470 dargestellt. Letztgenanntes ist eine Siebdruckpaste der Firma ACHESON, die auf Silberpartikeln basiert. Der Schichtwiderstand dieser Paste liegt laut Datenblatt des Herstellers zwischen $0,008 \Omega/\square$ und $0,015 \Omega/\square$ [2]. Dies gilt bei einer Schichtdicke von $25 \mu\text{m}$, woraus sich ein mittlerer spezifischer Widerstand von etwa $2,9 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$ ergibt.

Wie erwartet nimmt die optimale Schichtdicke mit steigender Frequenz und steigender Leitfähigkeit ab.

3.4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wird das in Kapitel 2 vorgestellte einfache Modell für Schleifenantennen parametrisiert, wobei die Bestimmung der Induktivität und des Strahlungswiderstandes auf Basis der von der Antenne erzeugten Feldverteilung erfolgt.

Aus der Nahfeldnäherung wird die Induktivität und aus der Fernfeldnäherung der Strahlungswiderstand bestimmt.

Die Induktivitätsbestimmung führt zu elliptischen Integralen, die nicht geschlossen dargestellt werden können. Deshalb werden die Integrale numerisch gelöst und mit Hilfe der nichtlinearen Regression eine mögliche Näherungsformel bestimmt. Die numerische Lösung wird schließlich mit dieser Formel und einer Reihe weiterer Näherungsformeln aus der Literatur verglichen, welche fast alle in sehr guter Übereinstimmung mit der numerischen Lösung sind.

Auch die Analyse des Strahlungswiderstandes führt zu einem Integral, was nicht geschlossen lösbar ist. Die Annahme, dass die Antenne elektrisch klein ist, liefert aber gleichzeitig eine Näherung für den Integranden, so dass eine geschlossene Darstellung des Strahlungswiderstandes möglich wird. Auch diese Näherung wird mit der numerischen Lösung des Integrals verglichen, wobei der Fehler im interessierenden Bereich unter einem Prozent liegt.

Genaugenommen liefern diese Berechnungen den Strahlungswiderstand *kreisförmiger* Schleifenantennen. Da die Berechnungen aber im Fernfeld (also in sehr großer Entfernung zur Antenne) erfolgen, kann der Strahlungswiderstand beliebig geformter Schleifenantennen abgeschätzt werden, indem eine kreisförmige Antenne *gleicher Fläche* angenommen wird.

Für die Verluste muss schließlich die Stromverteilung im Leiter bekannt sein. Unter der Annahme, dass die Stromdichte im Leiter lediglich eine Komponente in Richtung des Leiters aufweist, kann die sogenannte HELMHOLTZgleichung für diese Komponente aufgestellt werden. Ihre Lösung führt unter gegebenen Randbedingungen auf die Stromverteilung im Inneren des Leiters. Aus der Stromverteilung wird schließlich das zugehörige Magnetfeld und aus beiden zusammen die Verlustleistung bestimmt. Bei konstantem Gesamtstrom ist diese Verlustleistung proportional zum Hochfrequenzwiderstand des Leiters, der die letzte Komponente im Antennenmodell darstellt.

Der Hochfrequenzwiderstand wird für drei verschiedene Querschnitte berechnet: Kreiszyylinder, kreiszyndrisches Rohr und unendlich ausgedehnte Schicht. Im Falle des Kreiszyinders und des kreiszyndrischen Rohrs erfolgt die Berechnung in Zylinderkoordinaten, wobei nur eine Abhängigkeit von der radialen Koordinate besteht. Die HELMHOLTZgleichung geht dann in eine BESSELSche Differentialgleichung über, deren Lösung

3 Abschätzung der Parameter

eine Superposition von BESSEL- und NEUMANNfunktionen ist. Im Falle des Vollzylinders verschwindet die NEUMANNfunktion, so dass lediglich eine BESSELFunktion übrigbleibt. Die zugehörigen Konstanten werden über die Randbedingungen ermittelt.

Die Formel für den Hochfrequenzwiderstand des Rohrs geht in die des Vollzylinders über, wenn der Innendurchmesser beliebig verkleinert wird ($w_i \rightarrow 0$), was genau den Erwartungen entspricht. Bei sehr tiefen Frequenzen liefern beide Formeln den jeweiligen Gleichstromwiderstand, was ebenfalls den Erwartungen entspricht.

Dennoch gibt es interessanterweise einen Frequenzbereich, in dem das Rohr einen geringeren Hochfrequenzwiderstand aufweist als der Vollzylinder gleichen Außendurchmessers. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass im Inneren des Vollzylinders wirbelstrombedingte Verluste auftreten, die den Beitrag, den der Innenbereich zum Stromtransport leistet, insofern übertreffen, als dass die Verluste im Außenbereich nur unwesentlich dadurch reduziert werden, dass ein Teil des Stromes im Inneren transportiert wird, die Verluste im Inneren aber diese Reduktion mehr als aufheben.

Ein ähnlicher Effekt lässt sich auch bei der Analyse des Hochfrequenzschichtwiderstandes der unendlich ausgedehnten Schicht beobachten. Wird die Schichtdicke bei einem gegebenen Material und einer festen Frequenz langsam erhöht, so wächst der Kehrwert des Schichtwiderstandes zunächst linear mit der Schichtdicke, bis eine optimale Schichtdicke erreicht ist, welche gerade gleich der halben Eindringtiefe ist. Wird dann die Schichtdicke weiter erhöht, so nimmt der Schichtwiderstand wieder zu, was vermutlich wieder auf erhöhte Wirbelstromverluste im Inneren der Schicht zurückzuführen ist.

Die unendlich ausgedehnte Schicht wird als Modell für gedruckte Strukturen verwendet. Diese Modellierung wird dadurch motiviert, dass in der Regel die Schichtdicke gedruckter Strukturen deutlich unter den lateralen Ausdehnungen liegt. Unter „gedruckten Strukturen“ sind in diesem Zusammenhang sowohl lithografisch hergestellte Leiterbahnen auf Leiterplatten als auch durch Drucktechnik aufgebrachte leitfähige Strukturen zu verstehen.

Mathematisch gesehen existiert für die dünne Schicht noch eine weitere Lösung: In diesem Fall ist die Stromdichte durch die Sinus- und die magnetische Feldstärke durch die Kosinusfunktion gegeben. Diese Lösung beschreibt eine unsymmetrische Stromverteilung in der Platte, wie sie auftritt, wenn die Platte von einem Magnetfeld durchsetzt ist, dass sowohl ober- als auch unterhalb der Symmetrieachse in die gleiche Richtung weist, der gesamte magnetische Fluss also nicht verschwindet. Ein solches Feld könnte beispielweise auftreten, wenn die Platte in ein Magnetfeld gebracht wird, oder dazu dient ein Magnetfeld zu führen, wie es in Eisenkernen von Transformatoren und elektrischen Maschinen der Fall ist. Im Falle von Leiterbahnen, die keinen externen Feldern ausgesetzt werden, tritt eine solche Feldverteilung nur auf, wenn eine benachbarte Leiterbahn von einem entgegengesetzten Strom durchflossen wird, wie es beispielweise bei Bandleitungen vorkommt.

Das Modell für gedruckte Schichten kann auch zur Bestimmung des Hochfrequenz-

widerstandes von Lesegerätantennen aus Kupferband verwendet werden. Ein Beispiel für eine solche Antennenkonstruktion ist in [86] gegeben. Es handelt sich bei diesem Beispiel um eine große Rahmenantenne für 13,56 MHz, welche nicht aus Kupferrohr, sondern aus Kupferband besteht. Um den Hochfrequenzwiderstand dieser Antenne abzuschätzen, wird vom Hochfrequenzschichtwiderstand einer unendlich ausgedehnten Kupferschicht ausgegangen und dieser mit dem Verhältnis von Antennenlänge zu -breite multipliziert.

Aus dem Imaginärteil des komplexen POYNTINGSchen Vektors ließe sich zudem die *innere* Induktivität des Leiters bestimmen, wie es in [108] beschrieben ist. Hier wurde lediglich der Realteil dieses Vektors verwendet, um den Hochfrequenzwiderstand des Leiters zu bestimmen. Die Induktivität der Antenne, die in diesem Kapitel diskutiert wird, stellt genaugenommen die *äußere* Induktivität dar, da nur der Fluss *außerhalb* des Leiters berücksichtigt wird. Bei höheren Frequenzen konzentriert sich aufgrund des Skineffekts der Strom und damit auch das magnetische Feld an der Oberfläche des Leiters. Daher stellt insbesondere in diesem Fall die äußere Induktivität eine sehr gute Näherung der Gesamtinduktivität dar.

Wird schließlich eine Antenne mit N Windungen anstelle von einer Windung verwendet, so wachsen sowohl die Induktivität als auch der Strahlungswiderstand der Antenne mit N^2 . In erster Näherung wächst der Verlustwiderstand linear mit N ; in diesem Fall müsste für eine genau Analyse allerdings die Tatsache berücksichtigt werden, dass nebeneinanderliegende Windungen einen Einfluss auf die Stromverteilung über den Leiterquerschnitt haben.

Das Modell einer Antenne mit N Windungen besitzt zudem noch eine kapazitive Komponente, welche die (kapazitive) Kopplung zwischen den einzelnen Windungen beschreibt.

Im Folgenden wird zunächst das vorgestellte Antennenmodell angewendet um die Anpassung der Antenne an ein Lesegerät zu diskutieren und die Eigenschaften des Systems Lesegerät-Antenne zu untersuchen. Schließlich wird das Modell um einen sich im Lesefeld befindenden Transponder erweitert und das entstandene System analysiert.

4 Antennenanpassung

Das in den Kapiteln 2 und 3 diskutierte Modell für Schleifenantennen soll nun verwendet werden, um solche Antennen an ein Lesegerät so anzupassen, dass die Antenne bei gegebener Leistung des Lesegerätes die maximale magnetische Feldstärke erzeugt. Es handelt sich also um eine Leistungsanpassung.

Das auf diese Weise entstehende System wird anschließend analysiert und Zusammenhänge zwischen einzelnen Parametern und Eigenschaften hergeleitet. Ein Beispiel für einen solchen Zusammenhang ist die Abhängigkeit der Energiereichweite des Lesegerätes mit einer entsprechenden Antenne von der zur Verfügung stehenden (Wirk-)Leistung.

Später wird das System um ein weiteres Element erweitert: Ein Modell eines Transponders, der sich im Lesebereich befindet.

4.1 Leistungsanpassung der Antenne

Die Grundidee der Antennenanpassung ist folgende: Die treibende Quelle stellt eine maximal entnehmbare Wirkleistung zur Verfügung. Die Quelle kann in diesem Fall der Antennenausgang eines entsprechenden Frontend-Chips oder ein zusätzlicher Leistungsverstärker sein. Ziel ist es nun, diese maximal zur Verfügung stehende Leistung möglichst vollständig zur resistiven Komponente der Antennenimpedanz zu übertragen. Wenn die Antenne verlustfrei ist, so wird diese Wirkleistung vollständig abgestrahlt, d.h. die abgestrahlte Leistung ist maximal. Bei gegebener Antennengüte wird dann auch die im Nahfeld gespeicherte Energie und damit, im Falle einer Schleifenantenne, die magnetische Feldstärke in der Nähe der Antenne maximal.

Dies kann man erreichen, indem zwischen Treiber und Antenne ein *verlustfreies* Zweitor geschaltet wird, welches bei Abschluss mit der Antennenimpedanz an seinem Eingang die konjugiert komplexe Innenimpedanz der Quelle aufweist. Dies ist in Abb. 4.1 dargestellt. Erfolgt die Anpassung für eine bestimmte Kreisfrequenz ω_0 , so gilt entsprechend

$$Z_i(j\omega_0) = Z_q^*(j\omega_0), \quad (4.1)$$

wobei $Z_i(j\omega)$ die (frequenzabhängige) Eingangsimpedanz des mit der anzupassenden Impedanz belasteten Anpassnetzwerkes und $Z_q(j\omega)$ die Innenimpedanz der Quelle bzw. der Treiberstufe bezeichnet.

Um die Antenne über eine Leitung an das Lesegerät anschließen zu können, ist es sinnvoll die Anpassung zweistufig auszuführen. Die folgenden Überlegungen gehen von

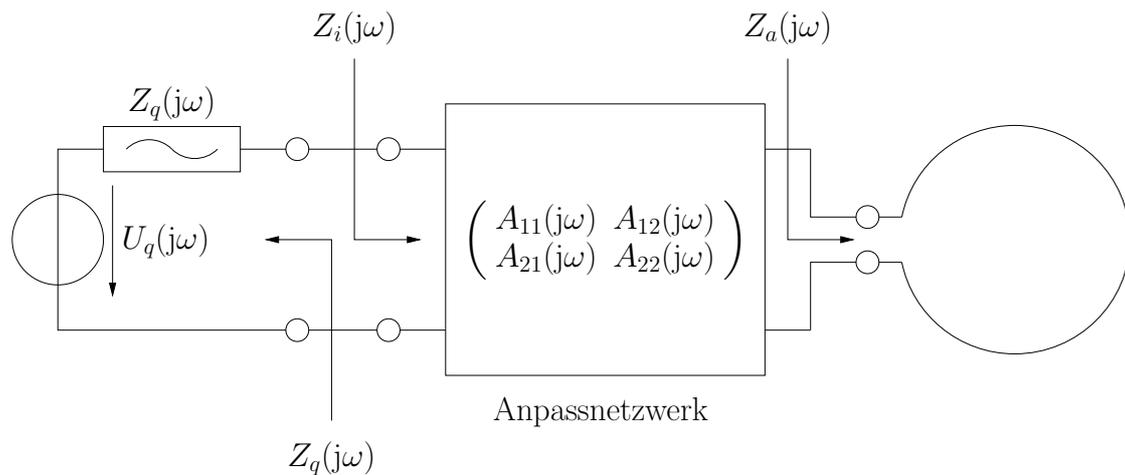


Abb. 4.1: Leistungsanpassung der Antenne an einen Treiber mit Hilfe eines Anpassnetzwerkes. Die Antennenimpedanz ist hier mit Z_a und die Innenimpedanz des Treibers mit Z_q bezeichnet. Das Anpassnetzwerk sei linear und verlustfrei und kann beispielsweise mit Hilfe seiner Kettenmatrix \mathbf{A} beschrieben werden. Erfolgt die Anpassung für eine bestimmte Kreisfrequenz ω_0 , so gilt $Z_i(j\omega_0) = Z_q^*(j\omega_0)$.

einer verlustfreien Leitung aus. In diesem Fall ist die Wellenimpedanz der Leitung rein reell. Die erwähnte zweistufige Anpassung sieht dann folgendermaßen aus: Zunächst wird die Antenne über ein verlustfreies Anpassnetzwerk an den Wellenwiderstand der Leitung angepasst. Mit Hilfe eines weiteren Anpassnetzwerkes im Lesegerät wird anschließend die Leitung an die Impedanz des Ausgangstreibers angepasst. Auf diese Weise ist es möglich, die Leitungslänge zwischen Lesegerät und Antenne frei zu wählen. Würde man mit einem einzigen Anpassnetzwerk die Kombination aus Antenne und Leitung an den Treiber anpassen, so wäre zwar die maximale Leistungsübertragung sichergestellt, bei einer Veränderung der Leitungslänge wäre das System aber nicht mehr optimal abgestimmt. Dieses Problem wird durch eine zweistufige Anpassung umgangen. Da die Leitung dann mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen ist, weist sie auf der Eingangsseite unabhängig von ihrer Länge genau diese Impedanz auf. Führt man hier nun eine Leistungsanpassung an den Treiber durch, so wird die maximal mögliche Wirkleistung in die Leitung eingespeist und (im Falle einer verlustfreien Leitung) vollständig zur Antenne transportiert.

Geht man zusätzlich davon aus, dass die Innenimpedanz des Treibers rein reell ist, so sieht die vollständige Anpasskette folgendermaßen aus: Die induktive Impedanz der Schleifenantenne wird über ein erstes Anpassnetzwerk an den (reellen) Wellenwiderstand der Leitung angepasst. Im Lesegerät wird der Wellenwiderstand der Leitung dann an den (reellen) Innenwiderstand des Treibers angepasst. Der Ausgang des treiberseitigen Anpassnetzwerkes und der Eingang des Antennenseitigen weisen dann jeweils eine Impedanz

auf, die gleich dem Wellenwiderstand der Verbindungsleitung ist (z. B. $50\ \Omega$).

4.1.1 Anpassnetzwerke im Smithdiagramm

Der Entwurf entsprechender Anpassnetzwerke kann mit Hilfe des Smithdiagramms [78, 79] recht elegant erfolgen. Das Smithdiagramm kommt durch eine lineare Abbildung der komplexen Impedanzebene in die Ebene des komplexen Reflexionsfaktors zustande. Wenn Z eine komplexe Impedanz bezeichnet, so ist der zugehörige Reflexionsfaktor durch

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\frac{Z}{Z_0} - 1}{\frac{Z}{Z_0} + 1} = \frac{z - 1}{z + 1} \quad \text{mit} \quad z = \frac{Z}{Z_0} \quad (4.2)$$

gegeben. Dabei stellen Z_0 die (üblicherweise reelle) *Bezugsimpedanz* und z die *normierte Impedanz* dar. Anschaulich kann man sich eine (verlustfreie) Leitung mit Wellenwiderstand Z_0 vorstellen, die mit der Impedanz Z abgeschlossen ist. Der Reflexionsfaktor Γ beschreibt dann das Verhältnis von rück- zu hinlaufender Spannungswelle am Leitungsende.

Die durch Glg. (4.2) gegebene lineare Abbildung bildet die imaginäre Achse auf den Einheitskreis, die rechte Halbebene auf das Innere und die linke Halbebene auf das Äußere des Einheitskreises ab.

Reine Reaktanzen werden somit auf den Einheitskreis und Impedanzen mit positivem Realteil auf das Innere des Einheitskreises abgebildet. Die Impedanz rein passiver Netzwerke stellt einen dieser beiden Fälle dar, so dass sie in das Gebiet $|\Gamma| \leq 1$ abgebildet wird.

Zeichnet man nun Kurven konstanten Realteils und Kurven konstanten Imaginärteils der *normierten Impedanz* in die Ebene des Reflexionsfaktors ein, so erhält man ein sogenanntes *Smithdiagramm*. Eine einfache Version eines solchen Diagramms ist in Abb. 4.2 (a) dargestellt.

Zusätzlich lässt sich nun auch die Abbildung der komplexen *Admittanz* $Y = 1/Z$ in die Γ -Ebene betrachten. In diesem Fall gilt analog zu Glg. (4.2):

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{1 - \frac{Z_0}{Z}}{1 + \frac{Z_0}{Z}} = \frac{1 - y}{1 + y} \quad \text{mit} \quad y = Y \cdot Z_0 = \frac{1}{z}. \quad (4.3)$$

Die Kurven konstanten Real- und konstanten Imaginärteils der normierten *Admittanz* ergeben sich also durch Punktspiegelung der Impedanzkurven gleichen Wertes. Dabei bedeutet „gleicher Wert“, dass die normierten dimensionslosen Werte übereinstimmen. Beträgt die Bezugsimpedanz beispielweise $50\ \Omega$, so geht die Kurve $\Re\{Y\} = 10\ \text{mS}$ durch Punktspiegelung aus der Kurve $\Re\{Z\} = 25\ \Omega$ hervor. Für die normierten Größen entlang dieser Kurven gilt nämlich $\Re\{z\} = \Re\{y\} = 1/2$.

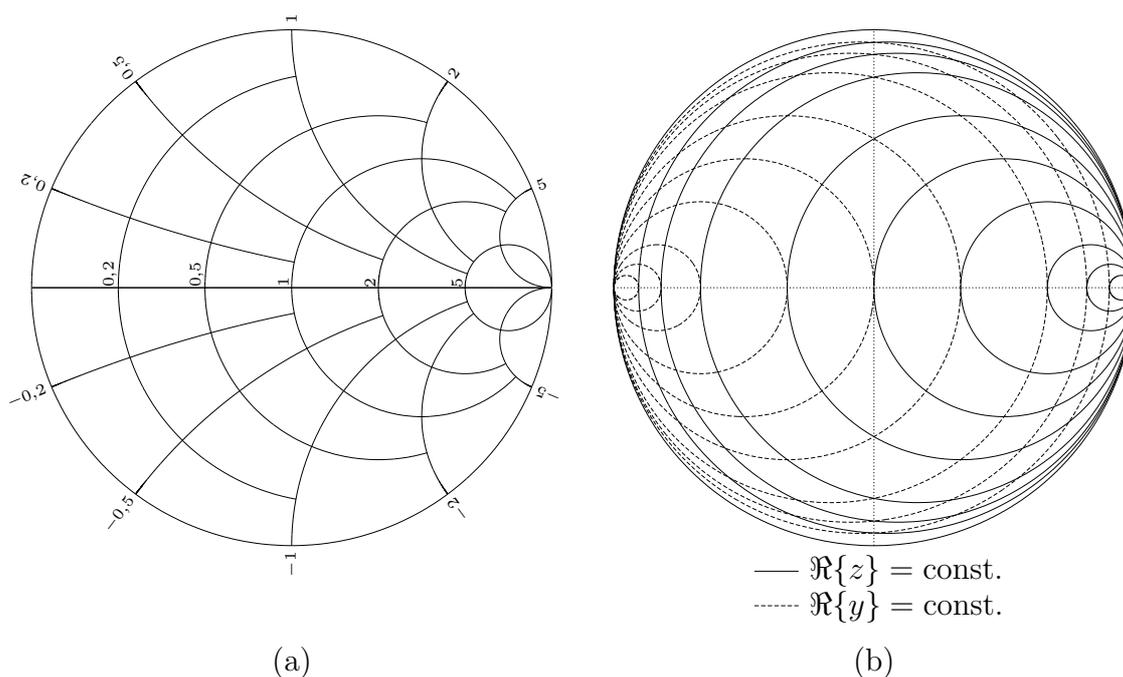


Abb. 4.2: Impedanzanpassung im Smithdiagramm. (a): Einfaches Smithdiagramm, (b): Kurven konstanten Realteils der Impedanz (durchgezogene Linie) und konstanten Realteils der Admittanz (gestrichelte Linie) in der Ebene des Reflexionsfaktors Γ .

Netzwerksynthese

Um eine beliebige Impedanz Z_a an eine reelle Impedanz anzupassen, kann nun folgendermaßen vorgegangen werden: Die reelle Impedanz, an welche die Anpassung erfolgen soll, wird als Bezugsimpedanz Z_0 eines Smithdiagramms verwendet. Die normierte Eingangsimpedanz des Anpassnetzwerkes, das mit der anzupassenden Impedanz abgeschlossen ist, ist dann gleich eins und wird auf den Ursprung des Smithdiagramms abgebildet. Das Ziel der Anpassung besteht also darin, durch ein verlustfreies Anpassnetzwerk eine Gesamtimpedanz zu erzeugen, die dem Ursprung des Smithdiagramms entspricht.

Bewegt man sich vom Ausgang zum Eingang durch das Anpassnetzwerk, so findet man eine Folge von parallel- bzw. reihengeschalteten Reaktanzen. Wird der Wert einer Parallelreaktanz variiert, so bewegt sich die von diesem Punkt aus in Richtung Ausgang gesehene Gesamtimpedanz auf einer Kurve $\Re\{y\} = \text{const.}$ Entsprechend bewegt sich diese Gesamtimpedanz im Falle einer Reihenschaltung auf einer Kurve $\Re\{z\} = \text{const.}$ Diese Kurven sind in ein modifiziertes Smithdiagramm in Abb. 4.2 (b) eingezeichnet. Die Synthese eines Anpassnetzwerkes führt also zu einem Pfad von der anzupassenden normierten Impedanz Z_a/Z_0 entlang der in Abb. 4.2 (b) dargestellten Kurven zum Ursprung des Smithdiagramms.

Bewegt man sich in Richtung der unteren Halbebene, so handelt es sich um eine Kapa-

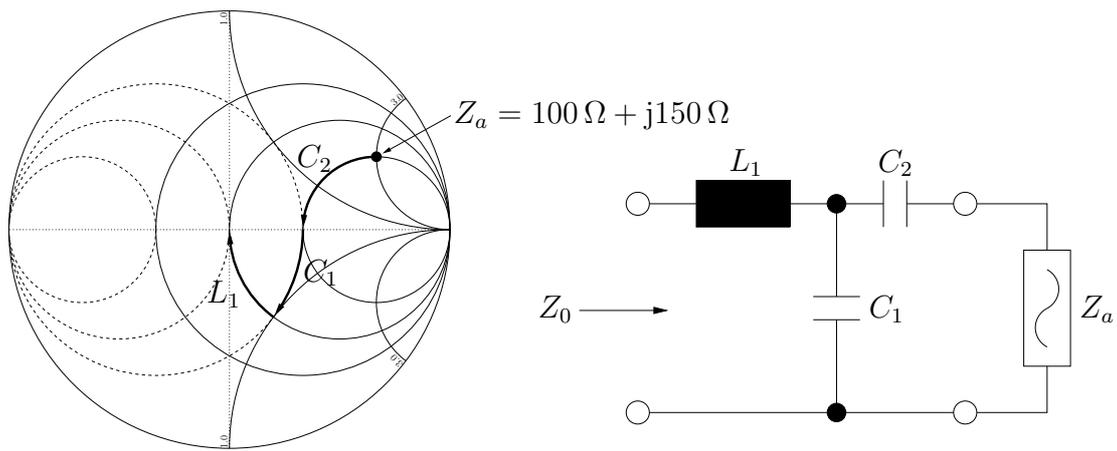


Abb. 4.3: Beispiel zum Entwurf eines Anpassnetzwerkes mit Hilfe des Smithdiagramms. Die komplexe Impedanz Z_a wird auf die reelle Impedanz Z_0 angepasst, welche gleichzeitig als Bezugsimpedanz des Smithdiagramms verwendet wird. Durch die abwechselnde Bewegung entlang der Kurven $\Re\{z\} = \text{const.}$ und $\Re\{y\} = \text{const.}$ entsteht die Topologie eines möglichen Anpassnetzwerkes.

zität, sonst um eine Induktivität. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die untere Hälfte der komplexen Impedanzebene auf die untere Hälfte der Γ -Ebene abgebildet wird. Entsprechendes gilt für die obere Halbebene.

Dieser Sachverhalt soll nun an einem Beispiel verdeutlicht werden. Angenommen eine komplexe Impedanz $Z_a = 100 \Omega + j150 \Omega$ soll auf $Z_0 = 50 \Omega$ angepasst werden. Abb. 4.3 zeigt einen möglichen Pfad in der Γ -Ebene und das zugehörige Anpassnetzwerk. Zunächst wird der Punkt Z_a in das Smithdiagramm eingetragen. Eine Serienkapazität C_2 , die angefangen von ∞ langsam verringert wird, führt zu einer Gesamtimpedanz (bestehend aus Z_a und dieser Kapazität), die sich entlang der Kurve $\Re\{z\} = 100 \Omega / 50 \Omega = 2$ bewegt. Diese Kapazität kann so gewählt werden, dass die Gesamtimpedanz gleich 100Ω ist.

Nun kann mit Hilfe einer Parallelkapazität C_1 , die von Null aus langsam erhöht wird, die Gesamtimpedanz (nun bestehend aus Z_a , C_2 und C_1) entlang der Kurve $\Re\{y\} = 50 \Omega / 100 \Omega = 1/2$ verändert werden, bis der Schnittpunkt mit $\Re\{z\} = 1$ erreicht ist.

Schließlich folgt eine Serienspule L_1 , welche die Gesamtimpedanz entlang $\Re\{z\} = 1$ in den Ursprung bewegt, womit die Anpassung vollständig ist.

Damit ist die Topologie des Anpassnetzwerkes synthetisiert. Die zugehörigen Bauteilwerte können aus dem Smithdiagramm folgendermaßen ermittelt werden:

$$\frac{1}{\omega C_2} = 150 \Omega \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{2} + j\omega C_1 \cdot 50 \Omega = \frac{1}{1-j} = \frac{1+j}{2} \Rightarrow \frac{1}{\omega C_1} = 100 \Omega \quad (4.5)$$

$$(1-j) + \frac{j\omega L_1}{50 \Omega} = 1 \Rightarrow \omega L_1 = 50 \Omega. \quad (4.6)$$

4 Antennenanpassung

Da das Anpassnetzwerk selbst verlustlos ist, wird die gesamte von der Quelle abgegebene Wirkleistung in der Last umgesetzt. Diese Wirkleistung ist gleich der maximal verfügbaren Wirkleistung der Quelle, da das Anpassnetzwerk so entworfen wurde, dass genau dies gewährleistet ist. Demzufolge kann der Strom durch die komplexe Impedanz Z_a durch eine Leistungsbilanz ermittelt werden:

$$P_{\max} = |I_a|^2 \cdot \Re\{Z_a\}, \quad (4.7)$$

wobei P_{\max} die maximale verfügbare Wirkleistung der Quelle angibt. Analog kann die Spannung über einer komplexen Admittanz Y_a bestimmt werden:

$$P_{\max} = |U_a|^2 \cdot \Re\{Y_a\}. \quad (4.8)$$

Die Größen I_a und U_a stellen komplexe Effektivwerte dar.

Das Anpassnetzwerk aus Abb. 4.3 wurde exemplarisch für eine Betriebsfrequenz von 10 MHz entworfen. Man erhält in diesem Fall mit Hilfe der Gleichungen (4.4) bis (4.6) folgende Werte für die Bauteile: $L_1 \approx 800$ nH, $C_1 \approx 160$ pF und $C_2 \approx 106$ pF. Die komplexe Last besteht aus der Reihenschaltung eines 100Ω Widerstandes und einer $2,4 \mu\text{H}$ Spule. Dies führt bei $f = 10$ MHz auf die komplexe Impedanz $Z_a \approx 100 \Omega + j150 \Omega$. Die Ergebnisse einer Simulation dieses Anpassnetzwerkes sind in Abb. 4.4 dargestellt. Das Smithdiagramm zeigt den Eingangsreflexionsfaktor $\Gamma(\omega)$ des abgeschlossenen Anpassnetzwerkes mit der Frequenz als Parameter. Die Frequenz wird dabei im Bereich von 0 – 20 MHz durchgestimmt. Der zugehörige Betrag ist daneben dargestellt. Schließlich zeigt das untere Diagramm die Zeitverläufe der Eingangsspannung $u_1(t)$ des Anpassnetzwerkes, des zugehörigen Stroms $i_1(t)$ und des Stroms $i_a(t)$ durch die komplexe Last. Die Quelle besitzt einen Innenwiderstand von 50Ω und eine Leerlaufspannung von 2 V Amplitude. Da das abgeschlossene Anpassnetzwerk eine Eingangsimpedanz von ebenfalls 50Ω aufweist, wird die Spannung im eingeschwungenen Zustand genau halbiert, und der zugehörige Strom beträgt $1 \text{ V} / 50 \Omega = 20$ mA und sollte in Phase schwingen, was tatsächlich der Fall ist. Der Strom durch die komplexe Last ergibt sich nach Glg. (4.7) zu:

$$\hat{I}_a = \sqrt{\frac{2P_{\max}}{\Re\{Z_a\}}} = \sqrt{\frac{20 \text{ mW}}{100 \Omega}} \approx 14,1 \text{ mA}. \quad (4.9)$$

Auch dies findet sich in den Simulationsergebnissen wieder. Dabei ist zu beachten, dass die vorgestellten Berechnungen nur für den *eingeschwungenen Zustand* gelten. Wie in Abb. 4.4 zu sehen ist, liegt dieser nach ca. 2 Perioden vor.

4.1.2 Topologie und Entwurf diskreter Anpassnetzwerke

Aus den Darstellungen in Abschnitt 4.1.1 lässt sich ersehen, dass zur Leistungsanpassung bei einer vorgegebenen Frequenz prinzipiell zwei reaktive Bauteile ausreichen. Mit diesen

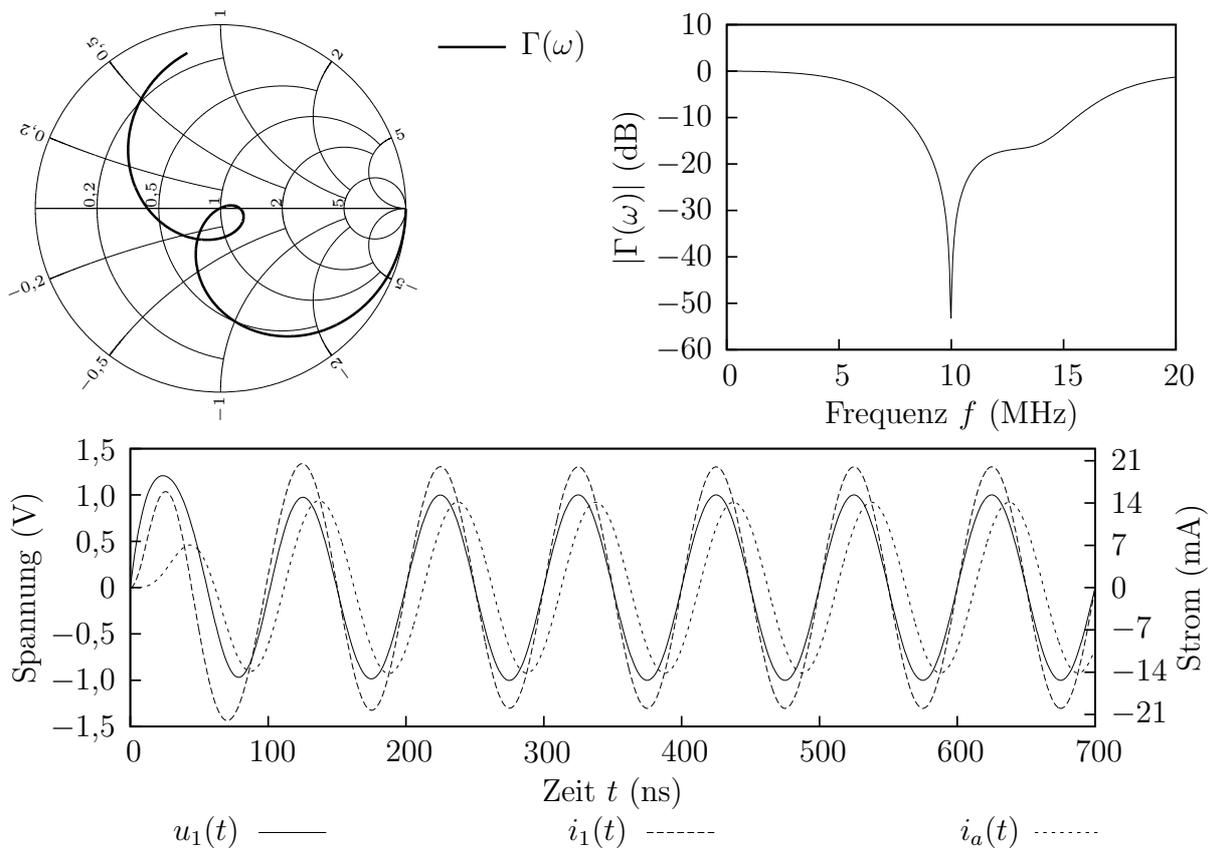


Abb. 4.4: Simulation des Anpassnetzwerkes aus Abb. 4.3. Dabei stellen die Größen $u_1(t)$ und $i_1(t)$ die Eingangsspannung bzw. den Eingangsstrom des Anpassnetzwerkes dar und die Größe $i_a(t)$ entspricht dem Strom durch die komplexe Last Z_a . Die Betriebsfrequenz beträgt 10 MHz. Wie gewünscht, verschwindet der Eingangsreflexionsfaktor $\Gamma(\omega)$ bei dieser Frequenz und die maximal verfügbare Leistung von 10 mW wird an die Last Z_a abgegeben.

ist es möglich, jeden Punkt im Smithdiagramm auf jeden anderen Punkt im Smithdiagramm zu bewegen, indem man sich in zwei Schritten entlang der Kurven $\Re\{z\} = \text{const.}$ und $\Re\{y\} = \text{const.}$ bewegt. Dies ergibt eine L-förmige Topologie aus einer Reaktanz und einer Suszeptanz. Folgende Überlegungen gehen davon aus, dass die Anpassung auf $\Gamma = 0$ erfolgt (also auf die Bezugsimpedanz Z_0 des Smithdiagramms). Liegt der Reflexionsfaktor der Last innerhalb des Kreises $\Re\{z\} = 1$, so ist das erste Bauteil aus Sicht des Ausgangs parallel geschaltet. Liegt er innerhalb des Kreises $\Re\{y\} = 1$, so ist das entsprechende Bauteil in Serie geschaltet. In jedem dieser Fälle muss eines der beiden Bauteile des L-Netzwerkes eine Spule sein. Liegt der Reflexionsfaktor der Last außerhalb der beiden Kreise kann das erste Bauteil aus Sicht der Last entweder parallel oder in Serie geschaltet sein. Darüber hinaus ist es in diesem Fall möglich, eine induktive Last mit Hilfe zweier Kondensatoren an die Bezugsimpedanz anzupassen. Terman führt in

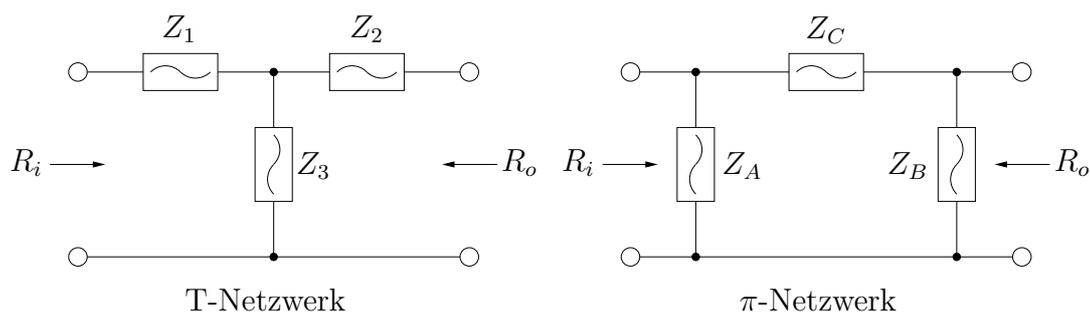


Abb. 4.5: Anpassnetzwerke in T- und π -Topologie (nach [85]).

[85] aus, dass beim praktischen Aufbau reaktiver Netzwerke die Verluste in Kondensatoren typischerweise vernachlässigt werden können, was bei Spulenverlusten nicht der Fall ist. Daher ist eine L-förmige Anpassungsschaltung, die ausschließlich Kondensatoren enthält, gegenüber anderen Topologien zu bevorzugen, wenn diese nicht durch weitere Randbedingungen ausgeschlossen wird. Weitere Randbedingungen könnten beispielweise eine gewünschte Phasenverschiebung und/oder Bandbreite sein.

Wird eine bestimmte Phasenverschiebung des Anpassnetzwerkes gewünscht, so reichen zwei Bauteile im Allgemeinen nicht aus, da diese weitere Eigenschaft des Netzwerkes *unabhängig* von Last- und Quellenimpedanz entworfen werden muss. Dies kann durch drei geeignet gewählte unabhängige reaktive Elemente erreicht werden, die als T- oder π -Topologie angeordnet sind [85]. Beide Topologien sind in Abb. 4.5 dargestellt. Die Formeln aus Anhang B.3 können verwendet werden, um aus einem gegebenen T-Netzwerk ein *klemmenäquivalentes* π -Netzwerk zu gewinnen. Entsprechend kann ein gegebenes π -Netzwerk mit den Formeln aus Anhang B.4 in ein klemmenäquivalentes T-Netzwerk transformiert werden.

Die Verluste dieser Netzwerke sind in der Regel höher als die in L-Topologie. TERMAN geht in seinem Artikel auch auf Impedanzanpassung mittels reaktiver Netzwerke ein. Er betrachtet allerdings lediglich den Fall, dass eine gegebene Last über ein entsprechendes Anpassnetzwerk so an eine gegebene Quelle angepasst wird, dass der Eingangswiderstand des Anpassnetzwerkes bei Abschluss mit der Last gleich der Innenimpedanz der Quelle ist. Entsprechend ist die ausgangsseitige Impedanz des Anpassnetzwerkes bei angeschlossener Quelle gleich der Lastimpedanz. Für eine *Leistungsanpassung* dürfen die entsprechenden Impedanzen aber nicht gleich sein, sondern müssen *konjugiert komplex* zueinander liegen. Im Sonderfall rein reeller Impedanzen fallen diese beiden Fälle zusammen.

Dies kann ausgenutzt werden, um die Formeln aus [85] für den Entwurf von Leistungsanpassnetzwerken zu verwenden: Zunächst wird die Lastimpedanz durch Parallel- oder Serienschaltung eines entsprechenden reaktiven Bauteils reell gemacht. Bei induktiven Lasten erfolgt dies mit Hilfe eines Kondensators und bei kapazitiven Lasten mit Hilfe einer Spule. Bei dem in Abschnitt 4.1.1 diskutierten Beispiel erfüllt Kondensator C_2 gerade diesen Zweck, so dass die resultierende Impedanz den reellen Wert $100\ \Omega$ aufweist. Wie

bereits diskutiert, erfolgt die Anpassung in der Regel auf den reellen Wellenwiderstand der Anschlussleitung, so dass nun beide beteiligten Impedanzen rein reell sind. Ansonsten kann dieser Zustand auch dadurch herbeigeführt werden, dass quellenseitig ebenfalls eine entsprechende Kompensationsreaktanz oder -suszeptanz eingefügt wird.

Sinnvollerweise wählt man die Beschaltung der Kompensationselemente so, dass sie mit den Elementen des eigentlichen Anpassnetzwerkes geeignet zusammengefasst werden können. Handelt es sich also beispielsweise um ein Anpassnetzwerk in T-Topologie, so sollten die last- und quellenseitigen Kompensationselemente in Serie geschaltet werden, damit sie mit dem jeweiligen Zweig des Ts zusammengefasst werden können, um die erforderliche Gesamtimpedanz zu erhalten.

Die erforderlichen Impedanzen für Anpassnetzwerke in T- und π -Topologie sind in [85] angegeben. Durch einfache Umformungen ergibt sich für T-Netzwerke:

$$Z_1 = -j \frac{R_i \cos(\varphi) - \sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} = -j \frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} \left(\sqrt{\frac{R_i}{R_o}} \cos(\varphi) - 1 \right) \quad (4.10)$$

$$Z_2 = -j \frac{R_o \cos(\varphi) - \sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} = -j \frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} \left(\sqrt{\frac{R_o}{R_i}} \cos(\varphi) - 1 \right) \quad (4.11)$$

$$Z_3 = -j \frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)}. \quad (4.12)$$

Die Bezeichnungen der Impedanzen können Abb. 4.5 entnommen werden. Der Winkel φ entspricht der gewünschten Phasenverschiebung zwischen den Spannungen am Ein- und Ausgang des Netzwerkes. Ein *positiver* Wert von φ bedeutet hierbei, dass die Eingangsspannung der Ausgangsspannung *vorausgeht*. Ein solches Netzwerk besitzt die reelle Eingangsimpedanz R_i , wenn es mit der reellen Impedanz R_o abgeschlossen ist und die reelle Ausgangsimpedanz R_o , wenn der Eingang mit der reellen Impedanz R_i beschaltet ist.

Entsprechend gilt für die Werte des π -Netzwerkes:

$$Z_A = j \frac{R_i R_o \sin(\varphi)}{R_o \cos(\varphi) - \sqrt{R_i R_o}} = j \sqrt{R_i R_o} \sin(\varphi) \left(\sqrt{\frac{R_o}{R_i}} \cos(\varphi) - 1 \right)^{-1} \quad (4.13)$$

$$Z_B = j \frac{R_i R_o \sin(\varphi)}{R_i \cos(\varphi) - \sqrt{R_i R_o}} = j \sqrt{R_i R_o} \sin(\varphi) \left(\sqrt{\frac{R_i}{R_o}} \cos(\varphi) - 1 \right)^{-1} \quad (4.14)$$

$$Z_C = j \sqrt{R_i R_o} \sin(\varphi). \quad (4.15)$$

In Anhang B wird gezeigt, dass T- und π -Netzwerke, die mit Hilfe der Gleichungen (4.10)–(4.12) bzw. (4.13)–(4.15) entworfen werden, bei Abschluss mit R_o tatsächlich einen Eingangswiderstand von R_i aufweisen. Zusätzlich wird gezeigt, dass die Ausgangsspannung der Eingangsspannung um φ nachläuft.

Spielt die Phasenverschiebung keine Rolle, so kann sie so gewählt werden, dass eines der Bauteile verschwindet. Dies führt dann gerade auf die bereits diskutierte L-Topologie.

Wenn $R_o > R_i$ ist, so liegt der zu R_o gehörende Reflexionsfaktor in einem auf R_i normierten Smithdiagramm auf der reellen Achse *rechts* vom Ursprung und somit innerhalb des Kreises $\Re\{z\} = 1$. Das erste Element des L-Netzwerkes aus Sicht des Ausgangs ist somit parallel geschaltet. Das gleiche Resultat erhält man auch aus den Formeln des T-Netzwerkes: Im Fall $R_o > R_i$ kann φ so gewählt werden, dass $\cos(\varphi) = \sqrt{R_i/R_o}$ gilt und damit $Z_2 = 0$. Entsprechend verschwindet das Element Z_A im zugehörigen π -Netzwerk, da sich hier $Z_A \rightarrow \infty$ ergibt. Das entstandene L-Netzwerk besitzt wegen $\cos(\varphi) \geq 0$ eine Phasenverschiebung im Bereich $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$. Wird $\varphi > 0$ gewählt, so ist auch $\sin(\varphi) > 0$ und es handelt sich bei Z_1 und Z_C um eine Spule und bei Z_3 und Z_B um einen Kondensator. Entsprechend können Z_1 und Z_C durch Kondensatoren und Z_3 und Z_B durch Spulen realisiert werden, wenn die Wahl auf $\varphi < 0$ fällt.

Gilt schließlich $R_o < R_i$, so liegt der zu R_o gehörende Reflexionsfaktor in einem auf R_i normierten Smithdiagramm auf der reellen Achse *links* vom Ursprung und somit innerhalb des Kreises $\Re\{y\} = 1$. Damit kann φ nun so gewählt werden, dass $\cos(\varphi) = \sqrt{R_o/R_i}$ gilt und Z_1 bzw. Z_B verschwindet. In dem entstandenen L-Netzwerk ist das erste Element aus Sicht des Ausgangs nun in Reihe geschaltet. Dies entspricht genau den Schlussfolgerungen, die am Anfang dieses Abschnitts mit Hilfe des Smithdiagramms gefunden werden.

Um das L-Netzwerk vollständig anzugeben, wird $\sin(\varphi)$ im Bereich $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ schließlich in Abhängigkeit von $\cos(\varphi)$ ausgedrückt:

$$\sin(\varphi) = \operatorname{sgn}(\varphi) \sqrt{1 - \cos^2(\varphi)} = \operatorname{sgn}(\varphi) \cdot \begin{cases} \sqrt{1 - R_i/R_o} & \text{falls } R_o > R_i \\ \sqrt{1 - R_o/R_i} & \text{falls } R_o < R_i \end{cases}, \quad (4.16)$$

wobei das Vorzeichen von φ frei gewählt werden kann, was zu zwei möglichen Realisierungen des L-Netzwerkes führt. Im Folgenden wird nur der Fall $\varphi > 0$ betrachtet. Der Fall $\varphi < 0$ lässt sich durch Invertieren der Vorzeichen der beiden Impedanzen des L-Netzwerkes gewinnen. Damit ergibt sich für $R_o > R_i$

$$Z_1 = Z_C = j\sqrt{R_i R_o (1 - R_i/R_o)} \quad (4.17)$$

$$Z_3 = Z_B = -j \frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sqrt{1 - R_i/R_o}} \quad (4.18)$$

und für $R_o < R_i$

$$Z_2 = Z_C = j\sqrt{R_i R_o (1 - R_o/R_i)} \quad (4.19)$$

$$Z_3 = Z_A = -j \frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sqrt{1 - R_o/R_i}}. \quad (4.20)$$

Abschätzung der Verluste in L-Netzwerken

Die Verluste, die in diesen L-Netzwerken entstehen, lassen sich folgendermaßen abschätzen: Wie in [85] vorgeschlagen, betrachtet man nur die Verluste in der Spule, die von der Güte Q der Spule abhängen. Betrachtet man den eingeschwingenen Zustand einer von einem Strom mit der Kreisfrequenz ω_0 und der Amplitude \hat{I} durchflossenen Spule, so ist die Güte der Spule durch das Verhältnis

$$Q = 2\pi \cdot \frac{\text{In der Spule maximal gespeicherte Energie}}{\text{In einer Periode in Wärme umgesetzte Energie}} \quad (4.21)$$

$$= 2\pi \cdot \frac{1/2 \cdot \hat{I}^2 \cdot L}{0,5 \cdot \hat{I}^2 \cdot R \cdot 2\pi/\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (4.22)$$

gegeben, wobei L die Induktivität und R den Serienwiderstand der Spule beschreiben. Die zugehörige Impedanz und Admittanz lauten

$$Z_L = R + j\omega_0 L = \omega_0 L \left(\frac{1}{Q} + j \right) \quad (4.23)$$

$$Y_L = \frac{1}{R + j\omega_0 L} = \frac{1}{\omega_0 L} \left(\frac{1 - jQ}{Q + 1/Q} \right) \approx \frac{1}{\omega_0 L} \left(\frac{1}{Q} - j \right). \quad (4.24)$$

Die letzte Näherung gilt nur für den Fall $Q \gg 1$, der aber in der Regel gegeben ist. In jedem Fall gilt für die Güte

$$Q = \left| \frac{\Im\{Z_L\}}{\Re\{Z_L\}} \right| = \left| \frac{\Im\{Y_L\}}{\Re\{Y_L\}} \right|. \quad (4.25)$$

Mit diesen Überlegungen und der Annahme, dass das Klemmenverhalten und der Strom durch die Spule bzw. die Spannungen über der Spule aufgrund der Verluste nur unwesentlich beeinflusst werden, kann nun das Verhältnis

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{\text{Verlustleistung im L-Netzwerk}}{\text{In L-Netzwerk eingespeiste Leistung}} \quad (4.26)$$

abgeschätzt werden. Die in das Netzwerk eingespeiste Leistung ist sowohl für $R_o > R_i$ als auch für $R_o < R_i$ und unabhängig vom Vorzeichen von φ durch

$$P_{\text{in}} = \frac{|U_1|^2}{R_i} \quad (4.27)$$

gegeben, wobei U_1 den komplexen Effektivwert der Eingangsspannung darstellt.

Für $R_o > R_i$ und $\varphi > 0$ handelt es sich bei Z_1 um die Spule und die Verlustleitung lautet

$$P_{\text{diss}} = \left| \frac{U_1}{R_i} \right|^2 \Re\{Z_1\} = \left| \frac{U_1}{R_i} \right|^2 \frac{\Im\{Z_1\}}{Q} = \left| \frac{U_1}{R_i} \right|^2 \frac{\sqrt{R_i R_o (1 - R_i/R_o)}}{Q}. \quad (4.28)$$

4 Antennenanpassung

Damit ergibt sich schließlich

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R_o}{R_i} - 1}. \quad (4.29)$$

Entsprechend handelt es sich für $R_o > R_i$ und $\varphi < 0$ bei Z_3 um die Spule. Die Spannung am Ausgang ist durch die Leistungsbilanz (4.8) gegeben:

$$P_{\text{in}} = \frac{|U_a|^2}{R_o}, \quad (4.30)$$

wobei die Annahme zugrunde liegt, dass die Ausgangsspannung U_a des verlustbehafteten Anpassnetzwerkes nur unwesentlich von der Ausgangsspannung des verlustlosen Netzwerkes abweicht. Die Verlustleistung lautet

$$P_{\text{diss}} = |U_a|^2 \cdot \Re \left\{ \frac{1}{Z_3} \right\} = \frac{|U_a|^2}{\Im\{Z_3\}} \cdot \frac{1}{Q + 1/Q}. \quad (4.31)$$

Die letzte Umformung basiert auf den Gleichungen (4.23) und (4.24). Daraus folgt

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{Q + 1/Q} \cdot \frac{R_o}{\Im\{Z_3\}} = \frac{1}{Q + 1/Q} \sqrt{\frac{R_o}{R_i} - 1} \approx \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R_o}{R_i} - 1}. \quad (4.32)$$

Auf die Verlustleistung hat die Wahl des Vorzeichens von φ also keinen wesentlichen Einfluss, wie ein Vergleich der Ergebnisse (4.29) und (4.32) zeigt.

Ist der Innenwiderstand der Quelle größer als der Lastwiderstand ($R_o < R_i$) und wählt man $\varphi > 0$, so handelt es sich bei Z_2 um die Spule. Der Ausgangsstrom, der gleich dem Strom durch die Spule ist, kann aus der Leistungsbilanz abgeschätzt werden. Mit diesem Ansatz findet man

$$P_{\text{diss}} = \frac{|U_1|^2}{R_i R_o} \cdot \Re\{Z_2\} = \frac{|U_1|^2}{R_i R_o} \cdot \frac{\Im\{Z_2\}}{Q} = \frac{|U_1|^2}{R_i R_o} \cdot \frac{\sqrt{R_i R_o (1 - R_o/R_i)}}{Q} \quad (4.33)$$

und daraus direkt das Verhältnis

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{Q} \cdot \frac{\sqrt{R_i R_o (1 - R_o/R_i)}}{R_o} = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R_i}{R_o} - 1}. \quad (4.34)$$

Betrachtet man schließlich den Fall $R_o < R_i$ und $\varphi < 0$, so liegt die Spule parallel zu den Eingangsklemmen und die Verlustleitung ist mit

$$P_{\text{diss}} = |U_1|^2 \cdot \Re \left\{ \frac{1}{Z_3} \right\} = \frac{|U_1|^2}{\Im\{Z_3\}} \cdot \frac{1}{Q + 1/Q} = \frac{|U_1|^2}{Q + 1/Q} \cdot \frac{\sqrt{1 - R_o/R_i}}{\sqrt{R_i R_o}} \quad (4.35)$$

gegeben. Für das Verhältnis von Verlustleistung zu eingespeister Leistung gilt daher

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{1}{Q + 1/Q} \sqrt{\frac{R_i}{R_o} - 1} \approx \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{R_i}{R_o} - 1}. \quad (4.36)$$

Wiederum zeigt ein Vergleich von Glg. (4.34) und Glg. (4.36), dass die Wahl des Vorzeichens von φ keinen wesentlichen Einfluss auf die Verlustleistung hat.

Die Verluste im Anpassnetzwerk hängen also im Wesentlichen von der Güte der eingesetzten Bauteile und dem Transformationsverhältnis R_o/R_i ab. Werden hohe Transformationsverhältnisse angestrebt, so kann es sinnvoll sein, dies durch eine Kettenschaltung mehrerer Anpassnetzwerke zu erreichen, da eine solche Konfiguration gegebenenfalls geringere Verluste aufweist als ein einzelnes Netzwerk mit großem Transformationsverhältnis.

Im Folgenden wird o. B. d. A. $R_o > R_i$ angenommen. Verteilt man das gesamte Transformationsverhältnis auf N identische Stufen, von denen jede ein Transformationsverhältnis von $\sqrt[N]{R_o/R_i}$ realisiert, so beträgt die Leistung am Ausgang der n -ten Stufe:

$$P_o(n) = \left(1 - \frac{1}{Q} \sqrt{\sqrt[N]{\frac{R_o}{R_i}} - 1}\right) \cdot P_i(n), \quad (4.37)$$

wobei $P_i(n)$ die Eingangsleistung der n -ten Stufe darstellt. Da es sich um eine Kettenschaltung handelt, gilt

$$P_i(n) = P_o(n-1) \quad (4.38)$$

und für die Ausgangsleistung am Ende der Kette folgt

$$P_o(N) = \left(1 - \frac{1}{Q} \sqrt{\sqrt[N]{\frac{R_o}{R_i}} - 1}\right)^N \cdot P_{\text{in}}. \quad (4.39)$$

Damit lässt sich nun das Verhältnis der insgesamt in der Anpasskette verlorenen Leistung zur eingespeisten Leistung angeben:

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{in}} - P_o(N)}{P_{\text{in}}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{Q} \sqrt{\sqrt[N]{\frac{R_o}{R_i}} - 1}\right)^N. \quad (4.40)$$

Diese Funktion ist in Abb. 4.6 für unterschiedliche Werte von Q jeweils für eine und zwei Stufen dargestellt. Wie man sieht, ist die zweistufige Realisierung effizienter bezüglich der Verlustleistung, wenn ein bestimmtes Transformationsverhältnis R_o/R_i überschritten wird. Für große Werte von Q liegt dieses Verhältnis bei $R_o/R_i = 9$, was durch die Nullstelle der Schnittpunktortskurve gegeben ist. Diese Ortskurve gibt den Schnittpunkt zweier Kurven nach Glg. (4.40) mit Q als Parameter an. Die beiden Kurven sind bei gegebenem Q durch $N = 1$ und $N = 2$ bestimmt.

Der Schnittpunkt dieser Kurven bei hohen Werten von Q kann aus einer Näherungsformel für Glg. (4.40) ermittelt werden. Diese Näherung erhält man entweder durch eine TAYLOREntwicklung der Funktion

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = 1 - (1 - X)^N \quad \text{mit} \quad X = \frac{1}{Q} \sqrt{\sqrt[N]{\frac{R_o}{R_i}} - 1} \quad (4.41)$$

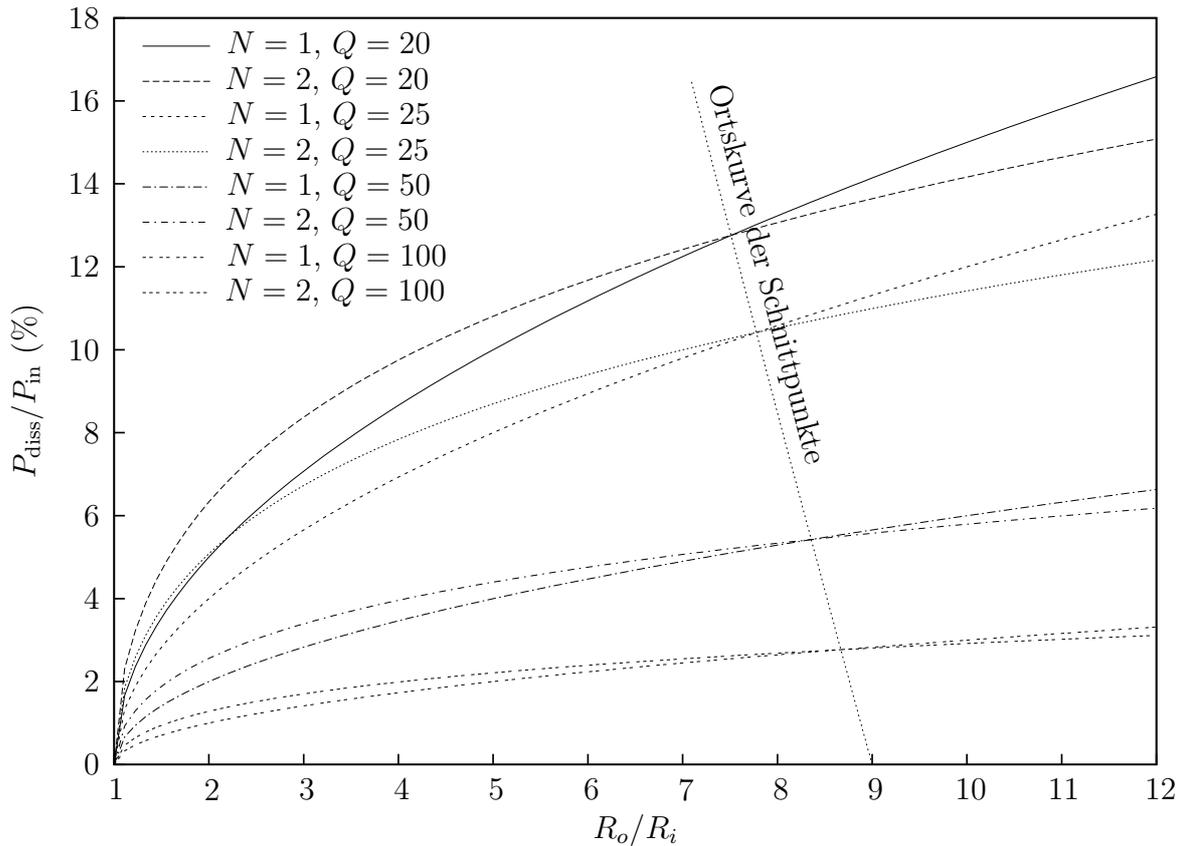


Abb. 4.6: Verhältnis von Verlustleistung zu eingespeister Leistung als Funktion des Transformationsverhältnisses R_o/R_i für unterschiedliche Spulengüten Q . Die Kurven sind jeweils für $N = 1$ und $N = 2$ aufgetragen. Die Schnittpunkte dieser beiden Kurven liegen auf der Schnittpunktortskurve, wobei Q den zugehörigen Parameter darstellt.

um $X_0 = 0$

$$\begin{aligned} \frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} &= 1 - (1 - X_0)^N + X \cdot \left(-N \cdot (1 - X_0)^{N-1} \cdot (-1) \right) + \dots \\ &\approx N \cdot X = \frac{N}{Q} \sqrt{\sqrt[N]{\frac{R_o}{R_i}} - 1} \end{aligned} \quad (4.42)$$

oder durch folgende Überlegung: Bei sehr großen Werten von Q wird in jedes Teilnetzwerk (also in jedes Glied der Anpasskette) etwa die gleiche Leistung P_{in} eingespeist, da die Verluste sehr gering sind. Daher wird in jedem dieser Glieder die gleiche Verlustleistung $P_{\text{diss, Glied}}$ erzeugt. Insgesamt ergibt sich:

$$\frac{P_{\text{diss}}}{P_{\text{in}}} = \frac{N \cdot P_{\text{diss, Glied}}}{P_{\text{in}}} = \frac{N}{Q} \sqrt{\sqrt[N]{\frac{R_o}{R_i}} - 1}. \quad (4.43)$$

Aus dieser Näherungsformel lässt sich nun mit dem Ansatz

$$\frac{2}{Q} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{R_o}{R_i}\right)_{\text{Grenz}}} - 1} = \frac{1}{Q} \sqrt{\left(\frac{R_o}{R_i}\right)_{\text{Grenz}}} - 1 \quad (4.44)$$

der Grenzwert des Transformationsverhältnisses ermitteln, ab dem eine zweistufige Realisierung effizienter ist als eine einstufige. Umformen des Ansatzes führt auf

$$\left(\frac{R_o}{R_i}\right)_{\text{Grenz}}^2 - 10 \left(\frac{R_o}{R_i}\right)_{\text{Grenz}} + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{R_o}{R_i}\right)_{\text{Grenz}} = 9. \quad (4.45)$$

Dies entspricht der Nullstelle der Schnittpunktortskurve, da diese Nullstelle dem Grenzwert des Transformationsverhältnisses für $Q \rightarrow \infty$ entspricht.

Zur Realisierung noch höherer Transformationsverhältnisse kann eine drei- oder mehrstufige Realisierung die Effizienz eventuell weiter verbessern.

Abschließend soll noch angemerkt werden, dass es sich bei den in diesem Abschnitt vorgestellten Berechnungen lediglich um eine *Abschätzung* der Verlustleistung handelt, da die Ströme und Spannungen im Anpassnetzwerk unter der Annahme berechnet werden, dass die Verluste in den Spulen diese nur unwesentlich beeinflussen. Dieser Einfluss wird außer Acht gelassen. Ebenso werden die Verluste in den Kondensatoren vernachlässigt.

4.1.3 Beispielenwurf eines L-Netzwerkes

Das in Abb. 4.3 dargestellte Anpassnetzwerk lässt sich nun ohne Smithdiagramm direkt analytisch entwerfen. Kondensator C_2 kompensiert nach wie vor den (induktiven) Imaginärteil der Impedanz Z_a , so dass sich am Ausgang des aus L_1 und C_1 gebildeten L-Netzwerkes eine (reelle) Impedanz von 100Ω befindet. Die Kapazität des Kondensators lässt sich aus Glg. (4.4) ermitteln und beträgt $C_2 \approx 106 \text{ pF}$. Die Impedanz des Kondensators C_1 und der Spule L_1 betragen nach Glg. (4.18) und (4.17):

$$\frac{-j}{\omega_0 C_1} = Z_3 = -j \frac{\sqrt{50 \cdot 100}}{\sqrt{1 - 50/100}} \Omega = -j100 \Omega \quad (4.46)$$

$$j\omega_0 L_1 = Z_1 = j\sqrt{50 \cdot 100 \cdot (1 - 50/100)} \Omega = j50 \Omega. \quad (4.47)$$

Dies entspricht genau den Gleichung (4.5) und (4.6).

4.1.4 Beispielenwurf eines π -Netzwerkes

Wird zusätzlich zur Impedanzanpassung eine bestimmte Phasenbeziehung zwischen Treiberspannung und Antennenstrom gefordert, so kann dies mit drei reaktiven Elementen erreicht werden. Im Folgenden soll ein Anpassnetzwerk so entworfen werden, dass Treiberspannung und Antennenstrom in Phase sind. Basierend auf dem Beispiel aus

4 Antennenanpassung

Abb. 4.3 wird von einer Antenne mit einer Induktivität von $L_a = 2,4 \mu\text{H}$ und einem Gesamtwiderstand (Strahlungs- plus Verlustwiderstand) von $R_a = 100 \Omega$ ausgegangen, so dass sich bei einer Betriebsfrequenz von 10 MHz eine komplexe Antennenimpedanz von $Z_a \approx 100 \Omega + j150 \Omega$ ergibt.

Zunächst wird der Imaginärteil der Antennenimpedanz bzw. -admittanz kompensiert. Da die Antennenimpedanz induktiv ist, kann dies entweder durch einen Serienkondensator oder einen Parallelkondensator erfolgen.

Wird der Serienkondensator gewählt, so ist der Strom durch die Antenne mit der Ausgangsspannung des vor diesem Kompensationskondensator liegenden Anpassnetzwerkes in Phase und dieses Anpassnetzwerk muss eine Phasenverschiebung von $\varphi = 0$ realisieren. Dies ist mit den diskutierten Methoden nicht möglich, da dann $\sin(\varphi) = 0$ wird und das Netzwerk demzufolge in Serie liegende Leerläufe bzw. parallel liegende Kurzschlüsse enthält.

Wird dagegen der Parallelkondensator gewählt, so muss die Ausgangsspannung des davor liegenden Anpassnetzwerkes der Treiberspannung um den gleichen Winkel vorausschlagen, den der Antennenstrom der Antennenspannung nachläuft, damit Treiberspannung und Antennenstrom in Phase sind. Die erforderliche Phasenverschiebung des Anpassnetzwerkes ist daher

$$\begin{aligned}\varphi &= -\arctan\left(\frac{\omega_0 L_a}{R_a}\right) = -\arctan\left(\frac{150}{100}\right) \approx -56,31^\circ \\ \Rightarrow \sin(\varphi) &\approx -0,832, \quad \cos(\varphi) \approx 0,5547.\end{aligned}$$

Die Admittanz der Last ergibt sich zu

$$Y_a = \frac{1}{100 \Omega + j150 \Omega} = \frac{100}{100^2 + 150^2} \text{ S} - j \frac{150}{100^2 + 150^2} \text{ S} = \frac{1}{325} \text{ S} - j \frac{3}{650} \text{ S},$$

so dass für den Ausgangswiderstand des Anpassnetzwerkes $R_o = 325 \Omega$ folgt. Mit einem Eingangswiderstand von $R_i = 50 \Omega$ können die Impedanzen des zugehörigen Anpassnetzwerkes ermittelt werden. Es wird ein π -Netzwerk gewählt, denn in diesem Fall kann die Impedanz Z_B mit dem Kompensationskondensator zusammengefasst werden. Für das eigentliche Netzwerk findet man bei einer Betriebsfrequenz von 10 MHz

$$\begin{aligned}Z_A &\approx \frac{-j \cdot 0,832 \sqrt{50 \cdot 325}}{0,5547 \sqrt{\frac{325}{50} - 1}} \Omega \approx -j256 \Omega \quad \Rightarrow \quad C_A = \frac{1}{\omega_0 \cdot 256 \Omega} \approx 62 \text{ pF} \\ Z_B &\approx \frac{-j \cdot 0,832 \sqrt{50 \cdot 325}}{0,5547 \sqrt{\frac{50}{325} - 1}} \Omega \approx j135,55 \Omega \\ Z_C &\approx -j \cdot 0,832 \sqrt{50 \cdot 325} \Omega \approx -j106 \Omega \quad \Rightarrow \quad C_C = \frac{1}{\omega_0 \cdot 106 \Omega} \approx 150 \text{ pF}.\end{aligned}$$

Die Zusammenschaltung von Z_B und dem Kompensationskondensator führt auf eine

resultierende Admittanz von

$$Y'_B = \frac{1}{j135,55 \Omega} - \left(-j\frac{3}{650} \text{ S} \right) = -j \left(\frac{1}{135,55} - \frac{3}{650} \right) \text{ S} \approx -j2,762 \text{ mS},$$

was einer Induktivität mit dem Wert

$$L_B = \frac{1}{\omega_0 \cdot 2,762 \text{ mS}} \approx 5,76 \mu\text{H}$$

entspricht. Das vollständige Anpassnetzwerk ist zusammen mit dem Antennenmodell und der Treiberstufe in Abb. 4.7 (a) dargestellt.

Zusätzlich sind in Abb. 4.7 (b) der Eingangswiderstand und der Betrag des Eingangsreflexionsfaktors des Anpassnetzwerkes bei Abschluss mit der Antenne als Funktion der Frequenz aufgetragen. Zur Bestimmung des Reflexionsfaktors wurde von einer Bezugsimpedanz von $Z_0 = 50 \Omega$ ausgegangen, was genau dem Innenwiderstand der Treiberstufe entspricht. Wie gewünscht wird der Eingangswiderstand bei der Betriebsfrequenz ebenfalls gleich 50Ω und der Reflexionsfaktor entsprechend Null.

Schließlich zeigt Abb. 4.7 (c) Betrag und Phase der Amplitude des Antennenstroms. Wie bereits bei den in Abb. 4.4 dargestellten Simulationen wird eine maximal verfügbare Treiberleistung von 10 mW verwendet, was einer Spannung von 1 V (Amplitude) an einer 50Ω Last entspricht. Daraus ergibt sich ein nach Glg. (4.9) wieder ein maximal möglicher Antennenstrom von $\hat{I}_a = 14,1 \text{ mA}$. Dieser Wert wird nach Abb. 4.7 (c) gerade bei der gewünschten Betriebsfrequenz von 10 MHz erreicht. Die Phase der Treiberspannung U_q beträgt Null. Der Antennenstrom weist bei 10 MHz ebenfalls diesen Wert auf, so dass Treiberspannung und Antennenstrom, wie gewünscht, in Phase sind.

4.1.5 Anpassung mit zwei Kondensatoren

Wie in Abschnitt 4.1.2 diskutiert wird, ist es möglich, eine induktive Last mit Hilfe zweier Kondensatoren an den reellen Wellenwiderstand Z_0 einer Leitung bzw. den (reellen) Innenwiderstand der Treiberstufe anzupassen, wenn diese induktive Last in einem auf Z_0 normierten Smithdiagramm außerhalb der beiden Kreise $\Re\{z\} = 1$ und $\Re\{y\} = 1$ liegt. Dies ist in vielen Fällen von Lesegerätantennen gegeben und soll im Folgenden untersucht werden. Die induktive Last kann bei gegebener Frequenz entweder in Form einer komplexen Impedanz ($R + jX$) oder in Form einer komplexen Admittanz ($G - jB$) vorliegen. Da die Güte der Antenne häufig zugunsten einer höheren Bandbreite durch einen zusätzlichen Parallelwiderstand künstlich herabgesetzt wird (vgl. auch [86, 87]), soll die Darstellung in Admittanzform verwendet werden, wie sie in Abb. 4.8 abgebildet ist. Der Realteil G_L ist dann gleich der Summe des Realteils der Antennenadmittanz und dem zusätzlichen Parallelleitwert. Die beiden Kapazitäten C_s und C_p lassen sich aus der Bedingung ermitteln, dass die Eingangsimpedanz des Anpassnetzwerkes gleich der reellen Impedanz Z_0 ist:

$$\Re\{Z_i\} \stackrel{!}{=} Z_0 \quad \wedge \quad \Im\{Z_i\} \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.48)$$

4 Antennenanpassung

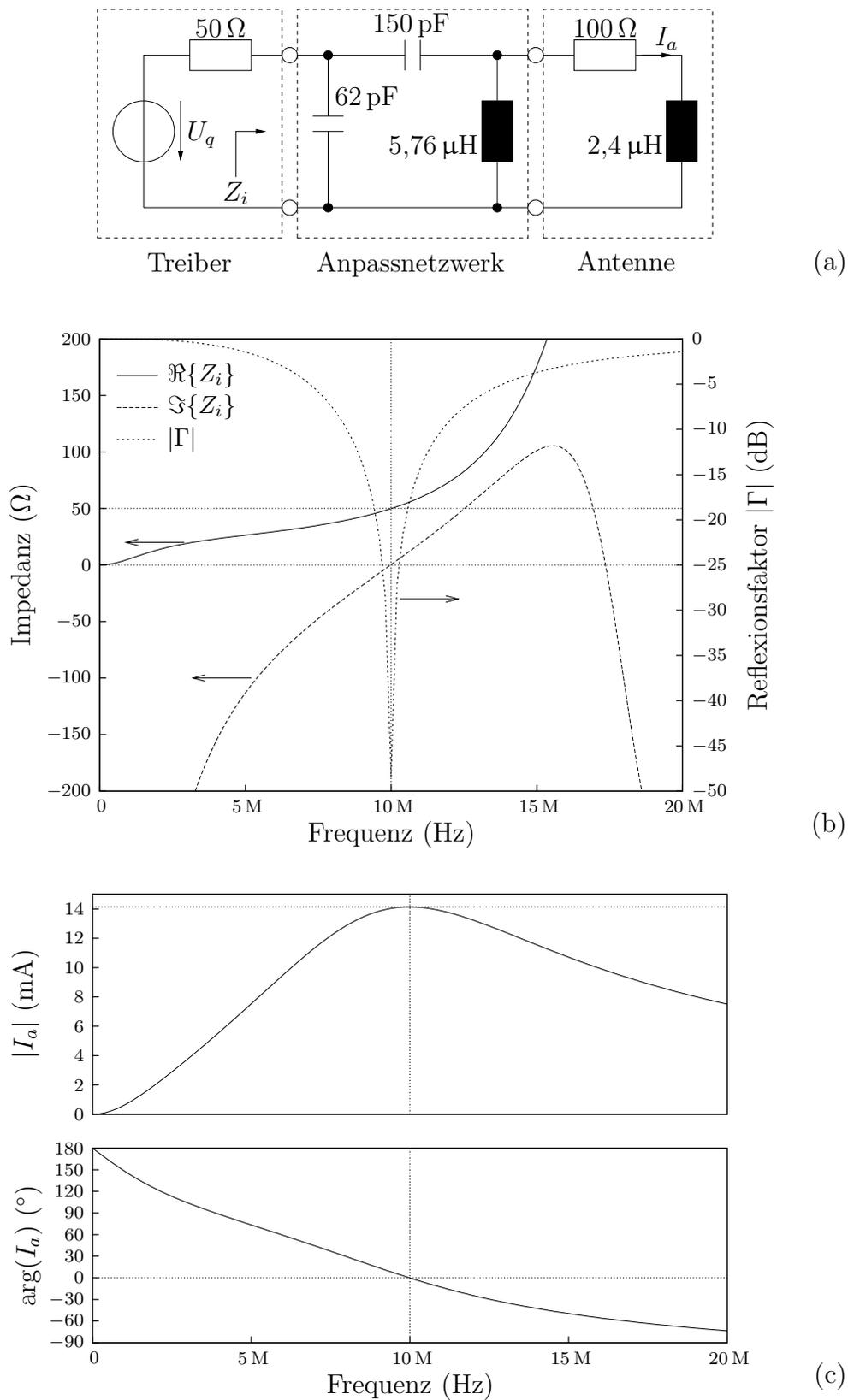


Abb. 4.7: (a): Vollständiges π -Anpassnetzwerk. (b): Real- und Imaginärteil des Eingangswiderstand Z_i und Betrag des zugehörigen Eingangsreflexionsfaktors $|\Gamma|$. (c): Betrag und Phase des Antennenstroms I_a .

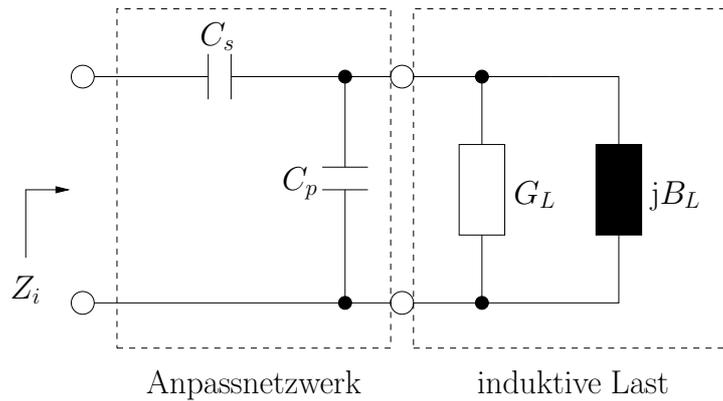


Abb. 4.8: Induktive Last und rein kapazitives Anpassnetzwerk.

Der Eingangswiderstand Z_i ist bei der Kreisfrequenz ω_0 mit

$$Z_i = \left(\frac{1}{j\omega_0 C_s} \right) + \frac{1}{G_L + j(\omega_0 C_p + B_L)} = \left(\frac{1}{j\omega_0 C_s} \right) + \frac{G_L - j(\omega_0 C_p + B_L)}{G_L^2 + (\omega_0 C_p + B_L)^2} \quad (4.49)$$

gegeben. Für den Realteil folgt daraus

$$\Re\{Z_i\} = \frac{G_L}{G_L^2 + (\omega_0 C_p + B_L)^2} \stackrel{!}{=} Z_0 \quad \Rightarrow \quad G_L \left(\frac{1}{Z_0} - G_L \right) = (\omega_0 C_p + B_L)^2. \quad (4.50)$$

Diese Gleichung ist nur lösbar wenn $G_L \leq 1/Z_0$, d.h. wenn die Admittanz der induktiven Last in einem auf Z_0 normierten Smithdiagramm *nicht innerhalb* des Kreises $\Re\{y\} = 1$ liegt. Dies wurde am Anfang dieses Abschnitts aber vorausgesetzt, so dass die Kapazität des Parallelkondensators C_p nun angegeben werden kann:

$$\omega_0 C_p = -B_L \pm \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2}. \quad (4.51)$$

Die beiden möglichen Lösungen entsprechen den Schnittpunkten der Kreise $\Re\{y\} = G_L \cdot Z_0$ und $\Re\{z\} = 1$ im Smithdiagramm. Im Fall $G_L = 1/Z_0$ ergibt sich $C_p = -B_L/\omega_0$ und die Anpassung ist beendet. Der Kondensator C_s wird in diesem speziellen Fall nicht benötigt. Ansonsten entspricht die Lösung, die einen kleineren Wert für die Kapazität C_p liefert, dem Schnittpunkt in der induktiven Halbebene, wohingegen die andere Lösung dem Schnittpunkt in der kapazitiven Halbebene entspricht. Um die Anpassung also mit einem weiteren Kondensator abzuschließen, muss die Lösung

$$\omega_0 C_p = -B_L - \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2} \quad (4.52)$$

gewählt werden. Die andere Lösung würde eine Spule anstelle von C_s nötig machen. Damit hat man eine weitere Bedingung dafür gefunden, dass eine Anpassung mit Hilfe

4 Antennenanpassung

zweier Kondensatoren überhaupt möglich ist:

$$B_L \stackrel{!}{\leq} -\sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2}. \quad (4.53)$$

Wird diese Bedingung verletzt, so liegt die Admittanz der induktiven Last in einem auf Z_0 normierten Smithdiagramm *innerhalb* des Kreises $\Re\{z\} = 1$. Mit der zweiten Bedingung in Glg. (4.48), $\Re\{Z_i\} = 0$, und der bereits gefundenen Lösung (4.52) folgt aus dem Ansatz (4.49):

$$\Im\{Z_i\} = -\frac{1}{\omega_0 C_s} - \frac{-B_L - \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2} + B_L}{G_L^2 + \left(-B_L - \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2} + B_L\right)^2} = Z_0 \sqrt{\frac{1}{Z_0 G_L} - 1} - \frac{1}{\omega_0 C_s} \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.54)$$

Damit lässt sich nun die Kapazität C_s direkt angeben:

$$\omega_0 C_s = \frac{1}{Z_0 \sqrt{\frac{1}{Z_0 G_L} - 1}}. \quad (4.55)$$

Der Entwurf eines rein kapazitiven Anpassnetzwerkes für induktive Lasten lässt sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Last in Admittanzform bei der Kreisfrequenz ω_0 bringen:

$$Y_L = G_L + jB_L$$

2. Prüfen ob

$$G_L \leq \frac{1}{Z_0}$$

3. Prüfen ob

$$B_L \leq -\sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2}.$$

4. C_p und C_s nach Glg. (4.52) und Glg. (4.55) berechnen.

Eine symmetrische Version dieses Anpassnetzwerkes ist in Abb. 4.9 dargestellt. Sie kann verwendet werden, wenn es sich um eine differentielle Treiberstufe handelt und die Spannungen an den Antennenklemmen symmetrisch zu Masse liegen sollen.

4.1.6 Beispielentwurf eines symmetrischen kapazitiven Anpassnetzwerkes

Mit Hilfe eines solchen Netzwerkes soll nun eine induktive Schleifenantenne an eine differentielle Treiberstufe mit einem Innenwiderstand von $R_q = 10 \Omega$ angepasst werden.

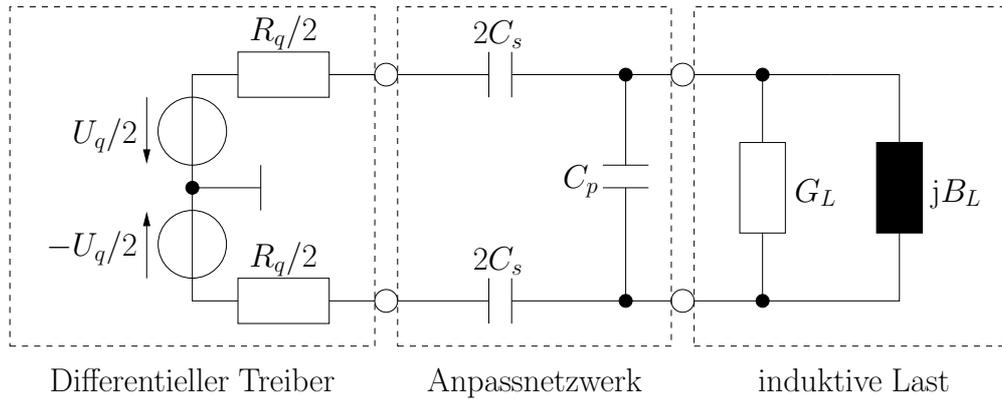


Abb. 4.9: Symmetrische Anpassung einer induktiven Last mit Hilfe eines rein kapazitiven Anpassnetzwerkes.

Die Induktivität der Antenne beträgt $L_a = 1 \mu\text{H}$ und der Realteil ihrer Impedanz ist $R_a = 1 \Omega$. Diese Komponente setzt sich aus dem Strahlungswiderstand der Antenne und den Verlusten im Material zusammen. Auf eine zusätzliche Bedämpfung wird verzichtet. Die Betriebsfrequenz beträgt $f_0 = 10 \text{ MHz}$ ($\omega_0 = 2\pi f_0$).

Zunächst wird die Antennenimpedanz Z_a in eine äquivalente Admittanz transformiert:

$$Y_a = \frac{1}{Z_a} = \frac{R_a}{R_a^2 + (\omega_0 L_a)^2} - j \frac{\omega_0 L_a}{R_a^2 + (\omega_0 L_a)^2} = 0,25 \text{ mS} - j15,9 \text{ mS}. \quad (4.56)$$

Die Bedingungen

$$0,25 \text{ mS} \stackrel{!}{\leq} \frac{1}{10 \Omega} = 100 \text{ mS}$$

und

$$-15,9 \text{ mS} \stackrel{!}{\leq} -\sqrt{0,25 \cdot 100 - 0,25^2} \text{ mS} \approx -5 \text{ mS}$$

für eine rein kapazitive Anpassung sind erfüllt. Für die beiden Anpasskondensatoren findet man

$$\begin{aligned} \omega_0 C_p &\approx 15,9 \text{ mS} - 5 \text{ mS} = 10,9 \text{ mS} &\Rightarrow C_p &\approx 174 \text{ pF} \\ \omega_0 C_s &\approx \frac{1}{10 \Omega \sqrt{399}} \approx \frac{1}{200 \Omega} = 5 \text{ mS} &\Rightarrow C_s &\approx 80 \text{ pF}. \end{aligned}$$

Für die beiden Serienkondensatoren in Abb. 4.9 ergibt sich demnach eine Kapazität von 160 pF. Der Wert des Parallelkondensators beträgt 174 pF.

Dieses Anpassnetzwerk wurde mit einer Serienschaltung aus einem 1Ω -Widerstand und einer $1 \mu\text{H}$ -Spule belastet und simuliert. Das Ergebnis der Simulation ist in Abb. 4.10 dargestellt. Die Amplitude der Treiberspannung beträgt $\hat{U}_q = 2 \text{ V}$, so dass sich am Eingang des Anpassnetzwerkes eine Spannung mit einer Amplitude von 1 V einstellt. Damit beträgt die verfügbare Leistung

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{(1 \text{ V})^2}{10 \Omega} = 50 \text{ mW}$$

4 Antennenanpassung

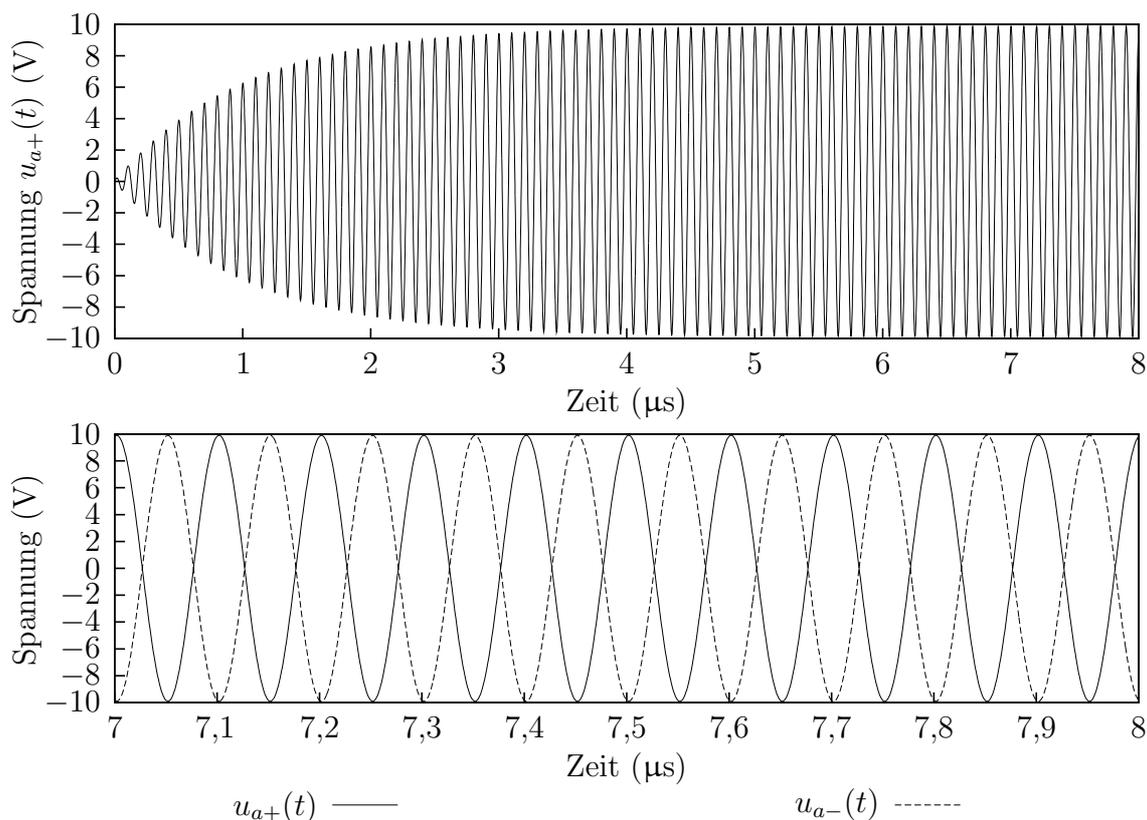


Abb. 4.10: Simulationsergebnisse des symmetrischen kapazitiven Anpassnetzwerkes. Die Spannungen u_{a+} und u_{a-} an den Antennenklemmen schwingen, wie gewünscht, gegenphasig zueinander. Darüber hinaus ist im oberen Diagramm der Einschwingvorgang dargestellt: Die im magnetischen (Nah-)feld gespeicherte Energie wird langsam aufgebaut.

und der Strom durch die Antenne ergibt sich aus der Leistungsbilanz zu

$$\frac{\hat{I}_a^2}{2} \cdot 1 \Omega = 50 \text{ mW} \quad \Rightarrow \quad \hat{I}_a = \sqrt{10} \cdot 100 \text{ mA}.$$

Damit gilt für die Amplitude der Antennenklemmspannung

$$\hat{U}_a = \hat{I}_a \sqrt{R_a^2 + (\omega_0 L_a)^2} \approx 20 \text{ V}.$$

Während der Simulation wurden die beiden Spannungen U_{a+} und U_{a-} an den Antennenklemmen gegen Masse berechnet. Der Verlauf dieser Spannungen im (nahezu) eingeschwungenen Zustand ist im unteren Diagramm von Abb. 4.10 aufgetragen. Wie gewünscht schwingen beide Spannungen *gegenphasig* um Masse; ihr Mittelwert ist zu jedem Zeitpunkt gleich Null. Aufgrund dieser Symmetrie erwartet man eine Amplitude von jeweils $\hat{U}_a/2 = 10 \text{ V}$, was durch die Simulation bestätigt wird.

Das obere Diagramm von Abb. 4.10 zeigt den Verlauf der Spannung $u_{a+}(t)$ als Funktion der Zeit während der ersten $8 \mu\text{s}$. Hier lässt sich der Einschwingvorgang gut beobachten.

Dabei wird die in der Antenne (im Nahfeld) gespeicherte Energie langsam aufgebaut. Die Güte der Antenne liefert ein gutes Maß für die Anzahl der Schwingungen, die dafür benötigt werden. Im vorliegenden Fall beträgt die Güte

$$Q = \frac{\omega_0 L_a}{R_a} \approx 62,8 \quad \Rightarrow \quad 63 \text{ Schwingungen.}$$

Bei einer Frequenz von 10 MHz werden für diese 63 Schwingungen $6,3 \mu\text{s}$ benötigt. Im eingeschwungenen Zustand dient die aus der Quelle entnommene Energie lediglich dazu, die Verluste in der Antenne auszugleichen. Während des Einschwingvorgangs hingegen wird ein Teil dieser Energie zum Aufbau der im Nahfeld gespeicherten Energie verwendet.

Eine Möglichkeit der Datenübertragung vom Lesegerät zum Transponder besteht darin, das magnetische Feld zu einem definierten Zeitpunkt für eine bestimmte Zeit auszuschalten. Ist die Güte der Antenne zu hoch, so klingt das Feld nach dem Ausschalten des Treibers zu langsam ab; entsprechend lange dauert auch der Aufbau des Feldes, wenn der Treiber wieder eingeschaltet wird.

4.2 Unterdrückung von Harmonischen

Häufig ist es sinnvoll, die Harmonischen der Betriebsfrequenz zu unterdrücken. In diesem Fall ist es einfacher, den Ausgangstreiber des Antennenverstärkers zu entwerfen, da dieser dann kein reines Sinussignal liefern muss. Das Anpassnetzwerk kann so entworfen werden, dass es unerwünschte Frequenzen aus dem Treibersignal entfernt. Zu diesem Zweck werden die gewünschten Reaktanzen nicht durch reine Spulen oder Kondensatoren, sondern durch Schwingkreise realisiert. Diese Schwingkreise können dann so entworfen werden, dass sie bei der Betriebsfrequenz die gewünschte Reaktanz realisieren, eine unerwünschte Frequenz jedoch unterdrücken [31, 85].

Serienelemente werden dabei durch Parallelschwingkreise ersetzt, deren Resonanzfrequenz der zu unterdrückenden Frequenz entspricht. Da diese in der Regel größer ist als die Betriebsfrequenz, weist ein solcher Schwingkreis bei der Betriebsfrequenz *induktives* Verhalten auf. Sollen also Harmonische der Betriebsfrequenz unterdrückt werden, so können nur *Serienspulen* durch diese Schaltung realisiert werden. Entsprechend können parallel liegende Kondensatoren durch Serienschwingkreise ersetzt werden, deren Resonanzfrequenz der zu unterdrückenden Frequenz entspricht.

Soll ein Parallelkondensator mit der Impedanz $Z_p = jX_p$ so durch einen Serienschwingkreis ersetzt werden, dass die n -fache Betriebsfrequenz (also die n -te Harmonische der Betriebsfrequenz) kurzgeschlossen wird, so müssen die Elemente L_p und C_p dieses Schwingkreises folgende Bedingungen erfüllen:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ n^2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_0 L_p \\ \frac{1}{\omega_0 C_p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_p \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.57)$$

4 Antennenanpassung

wobei ω_0 die gewünschte Betriebskreisfrequenz darstellt. Die Inverse der Systemmatrix lautet

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ n^2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-n^2} & -\frac{1}{1-n^2} \\ \frac{n^2}{1-n^2} & -\frac{1}{1-n^2} \end{pmatrix}, \quad (4.58)$$

so dass sich folgende Lösung des linearen Gleichungssystems ergibt:

$$\omega_0 L_p = -\frac{X_p}{n^2 - 1} \quad (4.59)$$

$$\omega_0 C_p = -\frac{n^2 - 1}{n^2 X_p}. \quad (4.60)$$

Entsprechend werden die Elemente L_s und C_s eines Parallelschwingkreises, der anstelle einer Serieninduktivität mit Admittanz $Y_s = jB_s$ eingesetzt werden soll, durch folgendes lineares Gleichungssystem beschrieben:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ n^2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_0 C_s \\ \frac{1}{\omega_0 L_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_s \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.61)$$

Für die Lösung dieses Gleichungssystems folgt analog:

$$\omega_0 C_s = -\frac{B_s}{n^2 - 1} \quad (4.62)$$

$$\omega_0 L_s = -\frac{n^2 - 1}{n^2 B_s}. \quad (4.63)$$

4.2.1 Ein modifiziertes L-Netzwerk

Das in Abschnitt 4.1.5 diskutierte Anpassnetzwerk lässt sich auf diese Weise so modifizieren, dass bis zu zwei unerwünschte Frequenzen unterdrückt werden. Wiederum wird davon ausgegangen, dass $G_L \leq 1/Z_0$, so dass die Lastimpedanz in einem auf Z_0 normierten Smithdiagramm nicht innerhalb des Kreises $\Re\{y\} = 1$ liegt. Diesmal wird jedoch die Lösung von Glg. (4.51) verwendet, die eine Spule anstelle von C_s erfordert. Für die Impedanz dieses Zweiges gilt demnach:

$$X_p = -\frac{1}{-B_L + \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2}} = \frac{1}{B_L - \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2}}. \quad (4.64)$$

Auf diese Weise besteht das Anpassnetzwerk nun aus einem Parallelkondensator, der durch einen geeigneten Serienresonanzkreis ersetzt werden kann, und einer Serienspule, die sich durch einen geeigneten Parallelresonanzkreis realisieren lässt.

Die Suszeptanz B_s dieser Serienspule lässt sich aus dem Ansatz

$$\Im \left\{ \frac{1}{-j\frac{1}{X_p} + G_L + jB_L} \right\} - \frac{1}{B_s} = 0 \quad (4.65)$$

ermitteln. Für diese folgt:

$$B_s = \frac{G_L}{-Z_0 \sqrt{\frac{G_L}{Z_0} - G_L^2}} = -\frac{1}{Z_0 \sqrt{\frac{1}{Z_0 G_L} - 1}}. \quad (4.66)$$

Der Entwurf des modifizierten L-Netzwerkes lässt sich folgendermaßen zusammenfassen: Nachdem sichergestellt ist, dass $G_L \leq 1/Z_0$, werden zunächst die beiden Größen X_p und B_s nach Glg. (4.64) bzw. Glg. (4.66) berechnet. Die Bauteilwerte des Anpassnetzwerkes sind dann durch die Gleichungen (4.59), (4.59), (4.62) und (4.63) gegeben.

4.2.2 Beispiel eines modifizierten L-Netzwerkes

Das in Abschnitt 4.1.6 entworfene Anpassnetzwerk wird nun um die Unterdrückung der 3. und 5. Harmonischen erweitert. Auf die symmetrische Ausführung wird verzichtet. Allerdings wird als Treiberspannung nun ein Rechtecksignal verwendet.

Für die Reaktanz des Serienschwingkreises und die Suszeptanz des Parallelschwingkreises findet man aus den Berechnungen in Abschnitt 4.1.6:

$$X_p = -\frac{1}{15,9 \text{ mS} + 5 \text{ mS}} \approx -48 \Omega \quad (4.67)$$

$$B_s = -5 \text{ mS}. \quad (4.68)$$

Der Serienschwingkreis wird nun verwendet, um die 3. Harmonische kurzzuschließen, wohingegen der Parallelschwingkreis die 5. Harmonische sperrt. Für die zugehörigen Bauteile folgt bei einer Betriebsfrequenz von 10 MHz:

$$\begin{aligned} \omega_0 L_p &= -\frac{-48 \Omega}{3^2 - 1} = 6 \Omega \quad \Rightarrow \quad L_p \approx 95 \text{ nH} \\ \omega_0 C_p &= -\frac{3^2 - 1}{3^2 \cdot (-48 \Omega)} = \frac{1}{54 \Omega} \quad \Rightarrow \quad C_p \approx 295 \text{ pF} \\ \omega_0 C_s &= -\frac{-5 \text{ mS}}{5^2 - 1} = \frac{5}{24} \text{ mS} \quad \Rightarrow \quad C_s \approx 3,3 \text{ pF} \\ \omega_0 L_s &= -\frac{5^2 - 1}{5^2 \cdot (-5 \text{ mS})} = 192 \Omega \quad \Rightarrow \quad L_s \approx 3 \mu\text{H}. \end{aligned}$$

Diese Netzwerk ist in Abb. 4.11 (a) dargestellt; Abb. 4.11 (b) zeigt die zugehörigen Simulationsergebnisse.

Der zusätzliche 10 nF Kondensator im Anpassnetzwerk dient zur Unterdrückung von Gleichstromkomponenten. Es ist daher möglich, die Treiberspannung im Bereich $u_q(t) \geq 0$ zu wählen, was eine schaltungstechnische Realisierung gegebenenfalls vereinfacht.

Für die Wechselstromanalyse (mittlere Grafik) wird von einer Treiberspannungsamplitude von 2 V ausgegangen. Bei der gewünschten Betriebsfrequenz wird der Antennenstrom maximal, und die 3. und 5. Harmonische werden fast vollständig unterdrückt.

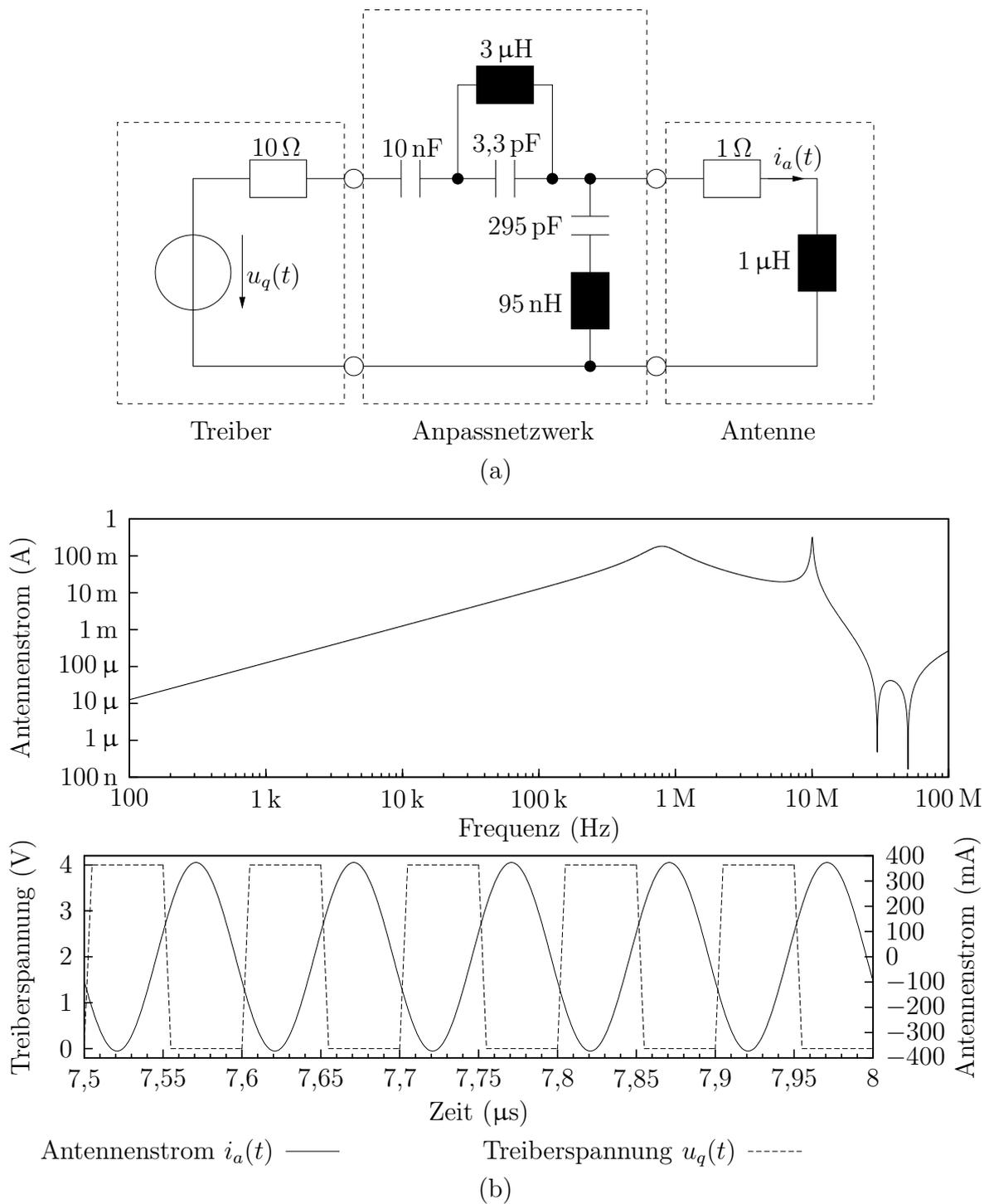


Abb. 4.11: (a): Beispiellentwurf eines Anpassnetzwerkes zur Unterdrückung der 3. und 5. Harmonischen. Die Betriebsfrequenz beträgt $10\ \text{MHz}$. (b): Betragsfrequenzgang des Antennenstromes und Zeitverlauf dieses Stromes bei trapezförmiger Treiberspannung. Im Frequenzgangdiagramm erkennt man die Nullstellen der Übertragungsfunktion bei den beiden zu unterdrückenden Harmonischen.

Die Transientenanalyse wird mit einer Rechteckspannung durchgeführt, wie sie schaltungstechnisch relativ einfach erzeugt werden kann. Die Periodendauer beträgt 100 ns, die Anstiegs- und Abfallzeiten je 5 ns. Die beiden Pulse sind gleich und damit je 45 ns lang. Der dargestellte Zeitbereich kann als eingeschwungener Zustand angesehen werden. Wie gewünscht besitzt der Antennenstrom einen nahezu sinusförmigen Verlauf. Dies ist wichtig, da nur bestimmte Frequenzbänder für die Transponder verwendet werden dürfen. Daher sollte der Antennenstrom und damit auch die zugehörigen Felder möglichst frei von Harmonischen sein.

4.3 Weitere Methoden der Leistungsanpassung

Neben den diskutierten Anpassnetzwerken aus diskreten Elementen gibt es eine Reihe weiterer Methoden, um eine Antenne an eine gegebene Impedanz anzupassen. In der Regel ist dies der Wellenwiderstand der Speiseleitung. Mit Hilfe von geschickt zusammengeschalteten Leitungen definierter Länge, welche den gleichen Wellenwiderstand wie die Speiseleitung besitzen, oder durch die Verwendung von Leitungen mit bestimmtem Wellenwiderstand und bestimmter Länge ist es möglich, eine Anpassung zu erzielen. Im folgenden Abschnitt wird eine dieser Methoden diskutiert.

Darüber hinaus können Transformatoren eingesetzt werden, um die Impedanz einer gegebenen Last auf einen gewünschten Wert zu transformieren. Dabei müssen diese Transformatoren nicht unbedingt aus Wicklungen bestehen, die über einen Kern magnetisch gekoppelt sind. Zwei Leiterschleifen weisen in der Regel auch eine gewisse Kopplung auf. Durch geschickte Anordnung und Dimensionierung dieser Schleifen kann so ebenfalls Impedanzanpassung erzielt werden. Eine diesbezügliche Diskussion folgt in Abschnitt 4.3.2.

4.3.1 Anpassung mit Hilfe einer Stickleitung

Die Impedanz am Eingang einer mit der komplexen Impedanz Z_L abgeschlossenen verlustfreien Leitung lässt sich mit Hilfe des auf den Wellenwiderstand der Leitung normierten Smithdiagramms grafisch ermitteln: Die Transformationswirkung der Leitung entspricht einer Drehung des zugehörigen Reflexionsfaktors im Uhrzeigersinn um den Ursprung des Smithdiagramms. Der Drehwinkel ist dabei proportional zur Leitungslänge; insbesondere führt eine $\lambda/2$ -Leitung zu einer vollen Drehung, d.h. eine $\lambda/2$ -Leitung verändert die Impedanz, mit der sie abgeschlossen ist, nicht. Es ist zu beachten, dass λ die Wellenlänge auf der Leitung bezeichnet. Diese ist um den Faktor $\sqrt{\varepsilon_r}$ geringer als die Freiraumwellenlänge λ_0 , wobei ε_r die relative Permittivität des Leitungsdielektrikums bezeichnet.

Es ist nun möglich, die Leitungslänge gerade so zu wählen, dass die Impedanz am Eingang der Leitung auf dem Kreis $\Re\{y\} = 1$ liegt. Diese kann dann mit einer parallelgeschalteten Suszeptanz kompensiert werden, so dass sich als resultierende Impedanz

der Wellenwiderstand der Leitung ergibt. Damit ist die Anpassung vollzogen. Die parallele Suszeptanz wird in Form einer am Ende kurzgeschlossenen Leitung realisiert. Wählt man die Länge zwischen Null und $\lambda/2$, so kann jede beliebige Reaktanz bzw. Suszeptanz realisiert werden. Dieses Verfahrens ist in Abb. 4.12 dargestellt.

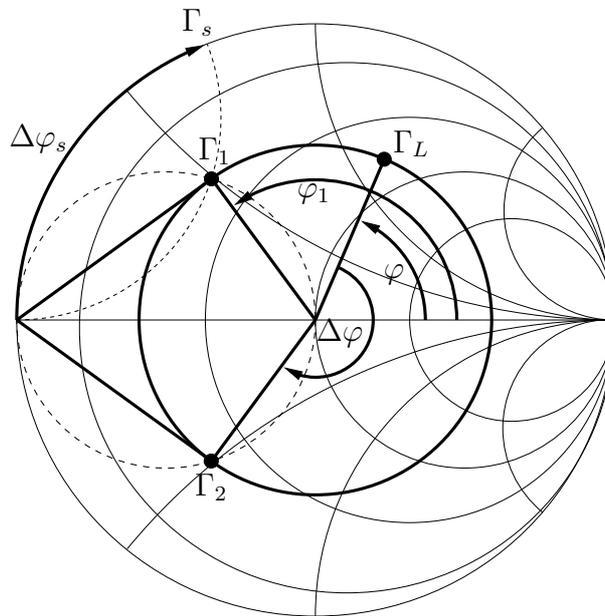


Abb. 4.12: Graphische Darstellung der stichleitungs-basierten Anpassung im Smithdiagramm. Die Last Γ_L wird im dargestellten Fall über die Speiseleitung auf Γ_2 transformiert. Der verbleibende Imaginärteil wird durch die Stichleitung kompensiert, d.h. der über die Stichleitung transformierte Kurzschluss besitzt eine Suszeptanz, die gleich dem Imaginärteil der Admittanz ist, die durch $\Gamma_2^* = \Gamma_1$ beschrieben wird.

Bezeichnet man mit Γ_1 und Γ_2 die Schnittpunkte der Kreise $|\Gamma| = |\Gamma_L|$ und $\Re\{y\} = 1$, wobei Γ_1 den Schnittpunkt in der oberen Halbebene bezeichnet, so lassen sich die Argumente φ_1 und φ_2 dieser Reflexionsfaktoren direkt aus einfachen geometrischen Überlegungen ableiten: Das aus $\Gamma = 0$, $\Gamma = -1$ und $\Gamma = \Gamma_1$ gebildete Dreieck besitzt bei Γ_1 einen rechten Winkel, da es sich bei dem Kreis $\Re\{y\} = 1$ um einen THALESkreis handelt. Entsprechend gilt

$$\varphi_1 = \arg(\Gamma_1) = \pi - \arccos(|\Gamma_L|) \quad (4.69)$$

$$\varphi_2 = -\varphi_1, \quad (4.70)$$

wobei die Werte im Intervall $]-\pi, \pi]$ liegen. Die kürzest mögliche Leitung, welche die Impedanz Z_L auf den Kreis $\Re\{y\} = 1$ transformiert, entspricht einer Drehung des zugehörigen Reflexionsfaktors Γ_L um den Winkel $\Delta\varphi$ im Smithdiagramm. Aus Abb. 4.12

ist eine Beziehung für diesen Winkel ersichtlich:

$$\Delta\varphi = \begin{cases} 2\pi + \varphi_L - \varphi_1 & \text{für } -\pi \leq \varphi_L < -\varphi_1 \\ \varphi_1 + \varphi_L & \text{für } -\varphi_1 \leq \varphi_L < \varphi_1 \\ \varphi_L - \varphi_1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.71)$$

wobei $\varphi_L = \arg(\Gamma_L)$ wiederum im Intervall $]-\pi, \pi]$ liegt. Der zugehörige Abstand d_L von der Last, in dem die Stichleitung angeschlossen werden muss, lautet

$$d_L = \frac{\Delta\varphi}{4\pi} \cdot \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \quad (4.72)$$

In dieser Beziehung bezeichnen λ_0 die zur Betriebsfrequenz gehörende Freiraumwellenlänge und ε_r die relative Permittivität des Dielektrikums der Leitung.

In diesem Fall befindet sich die Stichleitung so nahe an der Last wie möglich. Wenn sich Γ_L außerhalb des Kreises $\Re\{y\} = 1$ befindet, so ist mit einem minimalen Abstand zur Last auch eine möglichst kurze Stichleitung verbunden. Andernfalls ist es möglich, durch Wahl eines größeren Abstandes die Länge der Stichleitung zu minimieren. An dieser Stelle wird allerdings nur der Fall eines minimalen Abstandes zur Last betrachtet.

Der im Abstand d_L zur Last herrschende Reflexionsfaktor Γ_t ergibt sich nun aus der Transformation von Γ_L über die Leitung:

$$\Gamma_t = e^{-j\Delta\varphi} \cdot \Gamma_L, \quad (4.73)$$

wobei dieser entweder gleich Γ_1 oder Γ_2 ist, je nachdem, welche Lösung zu einem geringeren Abstand von der Last führt. Dem Reflexionsfaktor Γ_t ist eine bestimmte Admittanz zugeordnet. Der Imaginärteil dieser (normierten) Admittanz muss nun durch die (normierte) Admittanz y_s der Stichleitung, welche durch Transformation des Kurzschlusses über diese Stichleitung gegeben ist, kompensiert werden. Es gilt

$$y_s = -j \cdot \Im \left\{ \frac{1 - \Gamma_t}{1 + \Gamma_t} \right\} \quad (4.74)$$

$$\Gamma_s = -\frac{y_s - 1}{y_s + 1}, \quad (4.75)$$

wobei Γ_s den zugehörigen Reflexionsfaktor darstellt. Die Transformation eines Kurzschlusses auf Γ_s entspricht einer Drehung um

$$\Delta\varphi_s = \pi - \arg(\Gamma_s) \quad (4.76)$$

im Smithdiagramm. Die zugehörige Länge der Stichleitung beträgt entsprechend

$$l_s = \frac{\Delta\varphi_s}{4\pi} \cdot \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \quad (4.77)$$

Um die Last Z_L also an den Wellenwiderstand der Speiseleitung anzupassen, wird im Abstand d_L zur Last eine kurzgeschlossene Stichleitung der Länge l_s parallel zur Speiseleitung geschaltet. Anhang D zeigt ein OCTAVE-Skript zur Berechnung dieser beiden Längen nach dem vorgestellten Verfahren.

Beispiel zur Anpassung mit einer Stichleitung

Abb. 4.13 (a) zeigt eine Antenne mit einer Induktivität von $5 \mu\text{H}$, welche durch einen parallelgeschalteten Widerstand auf die gewünschte Güte gebracht wird. Die zugehörige Impedanz bei einer Betriebsfrequenz von $13,56 \text{ MHz}$ beträgt $Z_a = 18,115 \Omega + j425,228 \Omega$. Für einen Wellenwiderstand von 50Ω betragen die berechneten Leitungslängen mit Hilfe des in Anhang D gezeigten Skriptes $d_L = 3,797 \text{ m}$ und $l_s = 16,54 \text{ cm}$, wobei eine relative Permittivität von $\epsilon_r = 2,25$ (Polyethylen) zugrundegelegt wird.

Diese Antenne, mit zugehöriger Anpassung, wurde simuliert und die entsprechenden Ergebnisse sind in Abb. 4.13 (b) dargestellt. Wie gewünscht, stellt sich bei einer Frequenz von $13,56 \text{ MHz}$ die maximale Antennenspannung ein. Entsprechend klein wird der Eingangsreflexionsfaktor bei dieser Frequenz.

Die Anpassung selbst ist recht schmalbandig; wenn sie zur Leistungsanpassung in induktiv gekoppelten Transpondersystemen zum Einsatz kommen soll, so muss durch weitergehende Simulationen sichergestellt werden, dass eine Übertragung von Daten mit den gewünschten Raten möglich ist. Diese Simulationen werden durch ein vollständiges Systemmodell ermöglicht, wie es an späterer Stelle der vorliegenden Arbeit vorgestellt wird.

4.3.2 Transformatorische Impedanzwandlung

In diesem Abschnitt erfolgt eine tiefgehende theoretische Diskussion der Anpassung durch induktive bzw. transformatorische Kopplung. Im Rahmen dieser Arbeit wird darunter jede Art von Kopplung verstanden, die darauf basiert, dass ein Strom durch Leiterschleife I eine Spannung in Leiterschleife II induziert und umgekehrt. Dabei können sich beide Leiterschleifen auch einen Teil der Leiter teilen, wie es beispielweise bei der Γ - oder T-Anpassung der Fall ist (vgl. Abb. 4.16). Dies ändert nichts an dem Prinzip, dass es sich um eine *transformatorische* Kopplung handelt [103].

Eingangsimpedanz eines komplex belasteten verlustfreien Transformators

Die Spannungen am Ein- und Ausgang des Transformators sind durch

$$U_1 = j\omega_0 L_1 I_1 + j\omega_0 M I_2 \quad (4.78)$$

$$U_2 = j\omega_0 L_2 I_2 + j\omega_0 M I_1 \quad (4.79)$$

gegeben. Diese Spannungen lassen sich durch einfache algebraische Umformungen auch folgendermaßen darstellen:

$$U_1 = j\omega_0 (L_1 - M) I_1 + j\omega_0 M (I_1 + I_2) \quad (4.80)$$

$$U_2 = j\omega_0 (L_2 - M) I_2 + j\omega_0 M (I_1 + I_2). \quad (4.81)$$

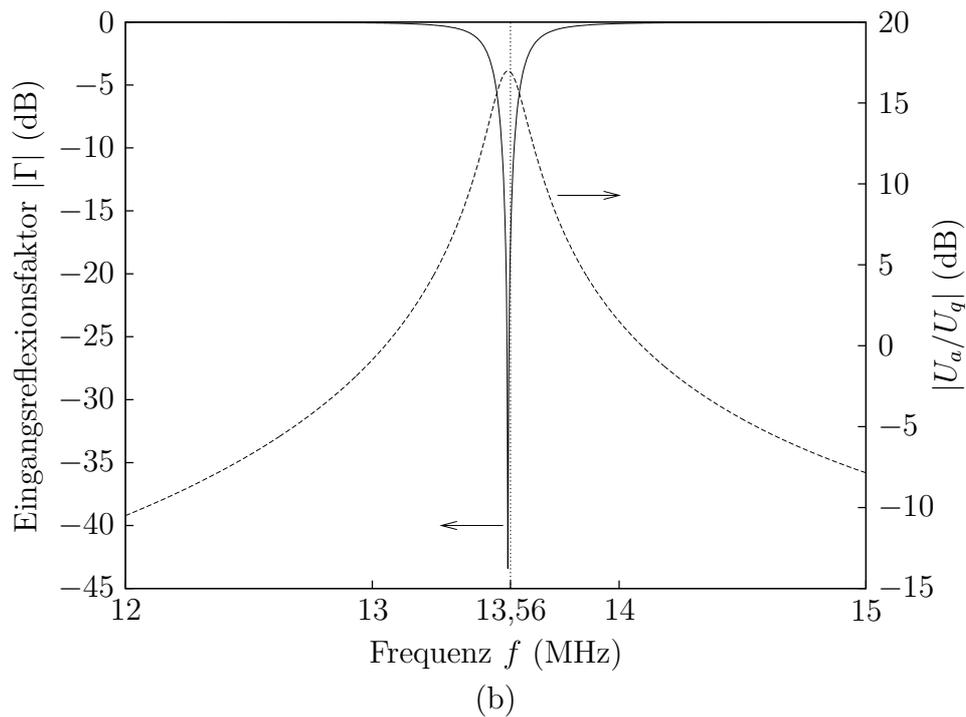
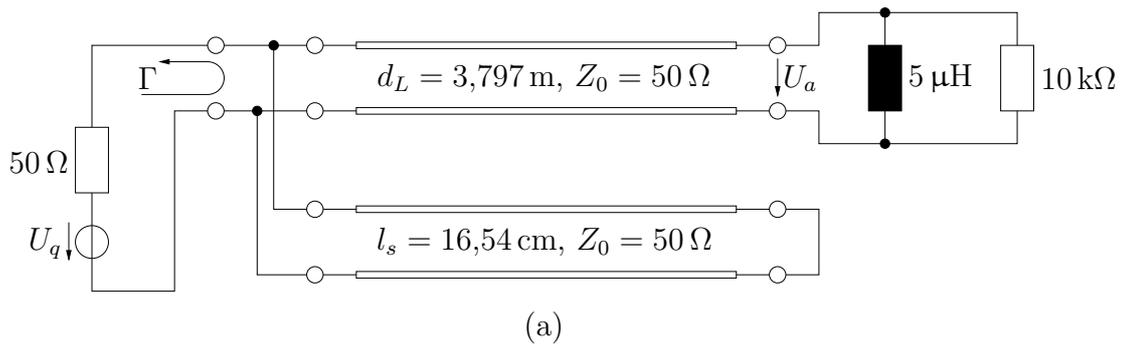


Abb. 4.13: Beispiel zur Anpassung mit Hilfe einer Stichleitung. (a) zeigt die entworfene Schaltung und (b) das zugehörige Simulationsergebnis. Dargestellt sind die Beträge des Eingangsreflexionsfaktors $|\Gamma|$ und der Übertragungsfunktion $|U_a/U_q|$ des Gesamtsystems, jeweils in Abhängigkeit der Frequenz.

Diese beiden letzten Gleichungen zeigen, dass das Klemmenverhalten des Transformators durch das in Abb. 4.14 (b) dargestellte Ersatzschaltbild korrekt beschrieben wird, wenn die Torbedingungen nicht verletzt werden. Es existieren eine Reihe weiterer Ersatzschaltbilder von Transformatoren, auf die im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht eingegangen werden soll, da das vorgestellte Modell für die angestrebten Analysen gut geeignet ist. Ein kosmetischer Nachteil dieses Ersatzschaltbildes ist die Tatsache, dass bei hohen Gegeninduktivitäten $L_1 - M$ oder $L_2 - M$ negativ werden können. Das Verhalten des Transformators wird aber auch in diesem Fall durch das Ersatzschaltbild korrekt wiedergegeben.

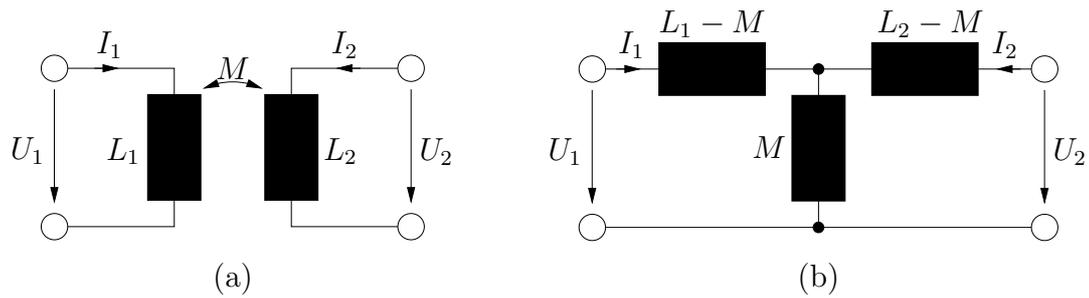


Abb. 4.14: Verlustfreier Transformator (a) und zugehöriges Ersatzschaltbild (b).

Daher kann dieses Ersatzschaltbild dazu verwendet werden, die Eingangsimpedanz eines belasteten Transformators zu bestimmen. Die Last Z_L kann dabei beliebige komplexe Werte annehmen. Für die Eingangsimpedanz ergibt sich aus diesem Modell:

$$Z_i = j\omega_0(L_1 - M) + \frac{1}{\frac{1}{j\omega_0 M} + \frac{1}{j\omega_0(L_2 - M) + Z_L}}. \quad (4.82)$$

Beschreibt man die Last durch ihren Real- und Imaginärteil

$$Z_L = R_L + jX_L, \quad (4.83)$$

so folgt für die Eingangsimpedanz entsprechend

$$\begin{aligned} Z_i &= j\omega_0(L_1 - M) + \frac{1}{\frac{1}{j\omega_0 M} + \frac{1}{j(\omega_0(L_2 - M) + X_L) + R_L}} \\ &= j\omega_0 L_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{j(\omega_0 L_2 + X_L) + R_L}. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Es existiert ein Zusammenhang zwischen der Gegeninduktivität M und den Selbstinduktivitäten L_1 und L_2 . Dabei kann die Gegeninduktivität betragsmäßig nicht größer werden als das geometrische Mittel der beiden Selbstinduktivitäten. Sind die beiden Spulen perfekt gekoppelt, so erreicht der Betrag der Gegeninduktivität gerade diesen maximalen Wert. Anstelle der Gegeninduktivität kann daher auch der Kopplungsfaktor k (mit $-1 \leq k \leq 1$) verwendet werden, der die Stärke der Kopplung zwischen den beiden Spulen beschreibt. Für die zugehörige Gegeninduktivität gilt dann

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad (4.85)$$

so dass für die Eingangsimpedanz des belasteten Transformators

$$Z_i = j\omega_0 L_1 + \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_2}{j(\omega_0 L_2 + X_L) + R_L} \quad (4.86)$$

folgt.

Zerlegt man diese Eingangsimpedanz in Real- und Imaginärteil, so ergibt sich

$$Z_i = \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_2 R_L}{R_L^2 + (\omega_0 L_2 + X_L)^2} + j\omega_0 L_1 \left(1 - \frac{k^2 \omega_0 L_2 (\omega_0 L_2 + X_L)}{R_L^2 + (\omega_0 L_2 + X_L)^2} \right). \quad (4.87)$$

Aus diesem Ergebnis lassen sich Anpassstrukturen ableiten, die auf transformatorischer Kopplung basieren.

4.3.3 Anpassung mittels transformatorischer Kopplung

Wird eine Induktionsschleife in unmittelbarer Nähe einer Antenne platziert, so kann die Kopplung zwischen diesen beiden folgendermaßen beschrieben werden: Ein Strom in der Antenne erzeugt ein (elektro-)magnetisches Feld, welches wiederum eine Spannung in der Schleife induziert. Dieses Verhalten lässt sich mit einer Gegeninduktivität modellieren. Aufgrund des in Anhang C beschriebenen *magnetischen Reziprozitätstheorems* wirkt diese Kopplung auch in umgekehrter Richtung: Ein Strom durch die Induktionsschleife verursacht einen Strom in der Antenne, wobei die zugehörige Gegeninduktivität den gleichen Wert aufweist wie im erstgenannten Fall. Daher kann eine solche Anordnung durch einen Transformator modelliert werden, wenn die Koppelschleife und ihr Abstand zur Antenne klein gegenüber der Wellenlänge des Hochfrequenzsignals sind.

Anpassung einer Dipolantenne

SON et al. haben diesen Effekt ausgenutzt, um eine Dipolantenne an einen UHF-Transponder anzupassen [80]. Die zugehörige Struktur ist in Abb. 4.15 dargestellt.

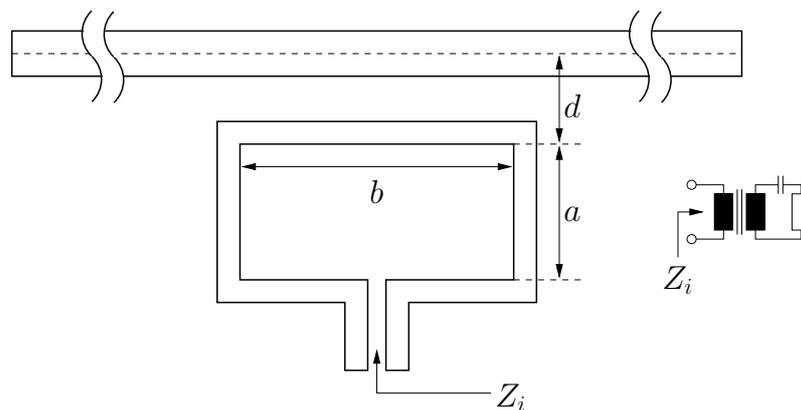


Abb. 4.15: Dipolantenne mit induktiver Speisung und zugehöriges Ersatzschaltbild (nach [80]).

Der Dipol selbst wird in der Nähe seiner Resonanzfrequenz als RLC -Schwingkreis modelliert, wobei die Induktivität L_d gleichzeitig die Sekundärinduktivität des Transformatormodells bildet. Die Kapazität C_d und der Strahlungswiderstand R_d bilden unter

4 Antennenanpassung

Vernachlässigung der Verluste die komplexe Last Z_L . Damit wird der Eingangswiderstand der gesamten Struktur nach Glg. (4.87):

$$Z_i = \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_d R_d}{R_d^2 + \left(\omega_0 L_d - \frac{1}{\omega_0 C_d}\right)^2} + j\omega_0 L_1 \left(1 - \frac{k^2 \omega_0 L_d \left(\omega_0 L_d - \frac{1}{\omega_0 C_d}\right)}{R_d^2 + \left(\omega_0 L_d - \frac{1}{\omega_0 C_d}\right)^2}\right), \quad (4.88)$$

wobei L_1 die Induktivität der primärseitigen Koppelschleife darstellt.

Bei der Resonanzfrequenz ω_r des Dipols wird die Impedanz des zugehörigen Schwingkreismodells rein reell; es gilt insbesondere

$$\omega_r L_d = \frac{1}{\omega_r C_d},$$

so dass sich die Impedanz am Eingang der Koppelschleife zu

$$Z_i = \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_d}{R_d} + j\omega_0 L_1 \quad (4.89)$$

vereinfacht.

Unter der bereits erwähnten Annahme, dass die Koppelschleife und ihr Abstand zur Antenne klein gegenüber der Wellenlänge sind, kann der Dipol zur Abschätzung der Gegeninduktivität $M^2 = k^2 L_1 L_d$ als unendlich lang und homogen vom Strom I_d durchflossen angenommen werden. Die erzeugte magnetische Flussdichte im Abstand ρ beträgt dann

$$B_\phi(\rho) = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi\rho} \quad (4.90)$$

und der durch die Koppelschleife tretende Fluss ist daher mit

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi} \cdot b \int_d^{d+a} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi} \cdot b \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) \quad (4.91)$$

gegeben. Für die Gegeninduktivität folgt daraus

$$M = k\sqrt{L_1 L_d} = \frac{\Phi}{I_d} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot b \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right). \quad (4.92)$$

Entsprechend lässt sich durch die Geometrie der Koppelschleife ihre Induktivität L_1 wählen. Auf diese Weise kann der Dipol an einen weiten Bereich kapazitiver Impedanzen angepasst werden.

Das gleiche Prinzip liegt den Anpassstrukturen in [60] und [111] zugrunde.

Anpassung einer Schleifenantenne

Bei der Verwendung einer Schleifenantenne kann die Hochfrequenzenergie induktiv in die Antenne eingekoppelt werden. Diese Struktur verhält sich dann ebenfalls wie ein Transformator, wobei die Schleifenantenne als Sekundärwicklung wirkt. Entsprechend tritt an Stelle der Induktivität L_2 nun die Antenneninduktivität L_a und an Stelle des Lastwiderstandes R_L der Realteil der Antennenimpedanz R_a . Dieser enthält nun auch eine eventuelle Bedämpfung der Antenne.

In diesem Fall ist $X_L = 0$ und die Eingangsimpedanz nach Glg. (4.87) lautet:

$$Z_i = \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_a R_a}{R_a^2 + \omega_0^2 L_a^2} + j\omega_0 L_1 \underbrace{\left(1 - \frac{k^2 \omega_0^2 L_a^2}{R_a^2 + \omega_0^2 L_a^2}\right)}_{>0}. \quad (4.93)$$

Diese Impedanz ist in jedem Fall induktiv. Daher kann ihr Imaginärteil mit einem Kondensator kompensiert werden und es ergibt sich ein rein reeller Eingangswiderstand von

$$R_i = \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_a R_a}{R_a^2 + \omega_0^2 L_a^2}. \quad (4.94)$$

Durch geeignete Wahl von $k^2 L_1$ kann damit eine Schleifenantenne an die Impedanz der Speiseleitung angepasst werden. Zusätzlich wird noch ein Kondensator zur Kompensation der induktiven Reaktanz benötigt.

Alternativ kann der Kondensator auch auf die Sekundärseite des äquivalenten Transformatorersatzschaltbildes, also auf die Seite der Antenne, verlegt werden. Dieser Kondensator beeinflusst dann die Komponente $X_L \neq 0$ in Glg. (4.87). Im Idealfall wird dann die zugehörige Eingangsimpedanz Z_i rein reell und gleich der Impedanz der Speiseleitung, so dass die Leitung direkt an die (primäre) Koppelschleife angeschlossen werden kann. Abb. 4.16 zeigt zwei mögliche Realisierungen dieses Falles.

Damit die Eingangsimpedanz Z_i rein reell wird, muss

$$\Im\{Z_i\} = \omega_0 L_1 \left(1 - \frac{k^2 \omega_0 L_a (\omega_0 L_a + X_L)}{R_a^2 + (\omega_0 L_a + X_L)^2}\right) = 0 \quad (4.95)$$

gelten. Dies führt auf eine quadratische Gleichung für $\omega_0 L_a + X_L$:

$$(\omega_0 L_a + X_L)^2 - k^2 \omega_0 L_a (\omega_0 L_a + X_L) + R_a^2 = 0, \quad (4.96)$$

deren Lösung schließlich

$$\omega_0 L_a + X_L = \frac{k^2 \omega_0 L_a}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2R_a}{k^2 \omega_0 L_a}\right)^2}\right) \quad (4.97)$$

ergibt. Offensichtlich ist es nur dann möglich, die Eingangsimpedanz auf diese Weise rein reell zu machen, wenn der Kopplungsfaktor folgende Ungleichung erfüllt:

$$|k| \geq \sqrt{\frac{2R_a}{\omega_0 L_a}}. \quad (4.98)$$

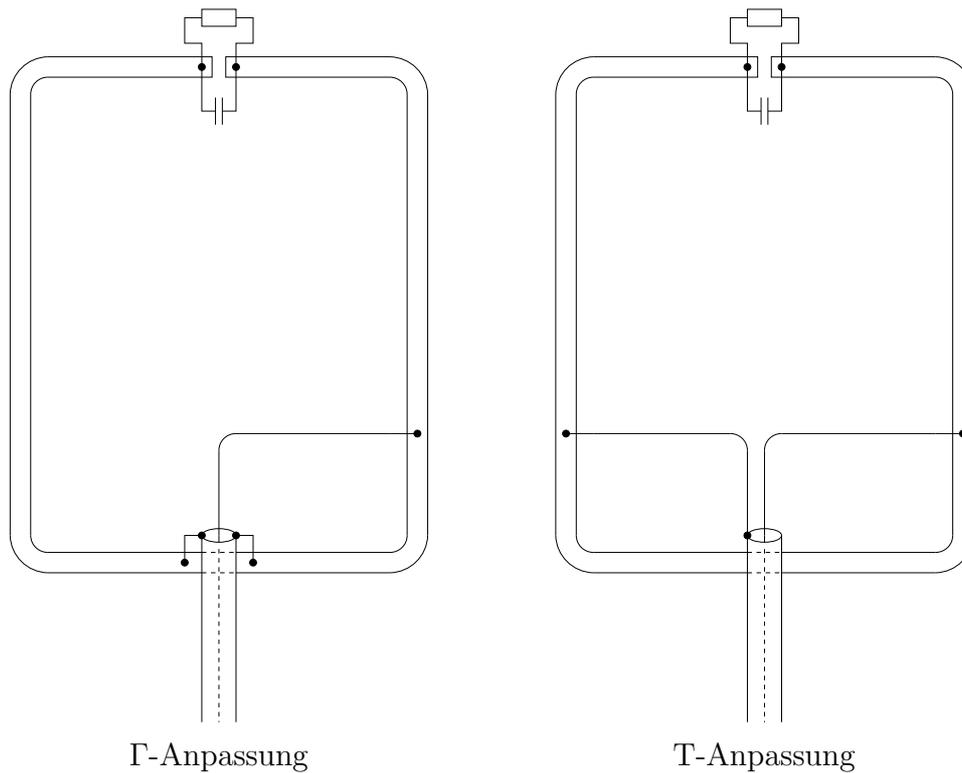


Abb. 4.16: Mögliche Realisierung transformatorisch angepasster Schleifenantennen.

Dies ist nicht überraschend, da bei zu schwacher Kopplung die Induktivität der Primärschleife von einem Kondensator auf der Sekundärseite nicht kompensiert werden kann. Ist die Kopplung ausreichend, so folgt nun für X_L :

$$X_L = -\omega_0 L_a \underbrace{\left(1 - \frac{k^2}{2} \mp \frac{k^2}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2R_a}{k^2 \omega_0 L_a} \right)^2} \right)}_{>0}. \quad (4.99)$$

Wie erwartet handelt es sich um einen Kondensator, wobei prinzipiell zwei Werte möglich sind. Da der Imaginärteil der Eingangsimpedanz in diesem Fall verschwindet, folgt nun aus Glg. (4.87) zusammen mit Glg. (4.96) der Eingangswiderstand

$$R_i = \frac{\omega_0^2 k^2 L_1 L_a R_a}{R_a^2 + (\omega_0 L_a + X_L)^2} = \frac{\omega_0 L_1 R_a}{\omega_0 L_a + X_L}. \quad (4.100)$$

Einsetzen der Lösung (4.97) ergibt schließlich

$$R_i = R_a \cdot \frac{L_1}{L_a} \cdot \frac{2}{k^2 \left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2R_a}{k^2 \omega_0 L_a} \right)^2} \right)}. \quad (4.101)$$

Beispiel zur transformatorischen Anpassung

In diesem Beispiel soll mit der oben beschriebenen Methode eine induktive Schleifenantenne mit einer Induktivität von $L_a = 5 \mu\text{H}$ an eine 50Ω Leitung angepasst werden. Die Induktivität der primärseitigen Koppelschleife soll dabei ein Fünftel der Antenneninduktivität betragen. Die Güte der Antenne sei mit $Q = 20$ ebenfalls vorgegeben. Die Schleifenantenne wird an einer Stelle geöffnet, um einen Widerstand R_q zur Definition der Güte und einen Kondensator C_r einzufügen. Beide werden parallelgeschaltet. Der Wert des Kondensators und des Widerstandes sowie der Kopplungsfaktor zwischen den beiden Induktivitäten sollen nun so bestimmt werden, dass diese Antennenkonstruktion an die Speiseleitung optimal angepasst ist.

Als Güte der Antenne kommt dabei in Anlehnung an Glg. (4.21) folgende Definition zum Einsatz.

$$Q = \omega_0 \cdot \frac{E_{\text{NF}}}{P}. \quad (4.102)$$

Dabei stellen E_{NF} die im Nahfeld gespeicherte Energie und P die in die Antenne fließende Wirkleistung dar. Erweitert man die Schleifenantenne um die komplexe Impedanz $R_a + jX_L$ indem die Schleife an einer Stelle geöffnet und diese Impedanz eingefügt wird, so ergibt sich bei einer Betriebsfrequenz von 13,56 MHz nach obiger Definition der Güte

$$Q = \frac{\omega_0 L_a}{R_a} \Rightarrow R_a = \frac{\omega_0 L_a}{Q} = 21,3 \Omega. \quad (4.103)$$

Damit können mögliche Werte für den Kopplungsfaktor ermittelt werden. Eine numerische Auswertung von Glg. (4.101) ergibt mit $R_i = 50 \Omega$ einen Kopplungsfaktor von $|k| \approx 0,34$. Dabei besitzt bei den gegebenen Parametern nur die Gleichung mit dem Pluszeichen eine reelle Lösung.

Schließlich folgt mit Hilfe von Glg. (4.99)

$$X_L \approx -389,7 \Omega. \quad (4.104)$$

Die Werte der Bauteile R_q und C_r , welche der Antenne parallelgeschaltet werden, können aus

$$\frac{1}{R_q} + j\omega_0 C_r = \frac{1}{R_a + jX_L} = \frac{R_a}{R_a^2 + X_L^2} - j \frac{X_L}{R_a^2 + X_L^2} \quad (4.105)$$

zu

$$R_q = R_a + \frac{X_L^2}{R_a} = 7151,2 \Omega \approx 7,2 \text{ k}\Omega \quad (4.106)$$

$$C_r = -\frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{X_L}{R_a^2 + X_L^2} = 30 \text{ pF} \quad (4.107)$$

ermittelt werden.

Die vollständige Schaltung ist in Abb. 4.17 (a) dargestellt. Abb. 4.17 (b) zeigt den Betrag des durch Schaltungssimulation bestimmten Eingangsreflexionsfaktor für eine Bezugsimpedanz von 50Ω . Wie gewünscht, beträgt der Eingangswiderstand bei dieser Frequenz ca. 50Ω , so dass der Reflexionsfaktor entsprechend kleine Werte annimmt.

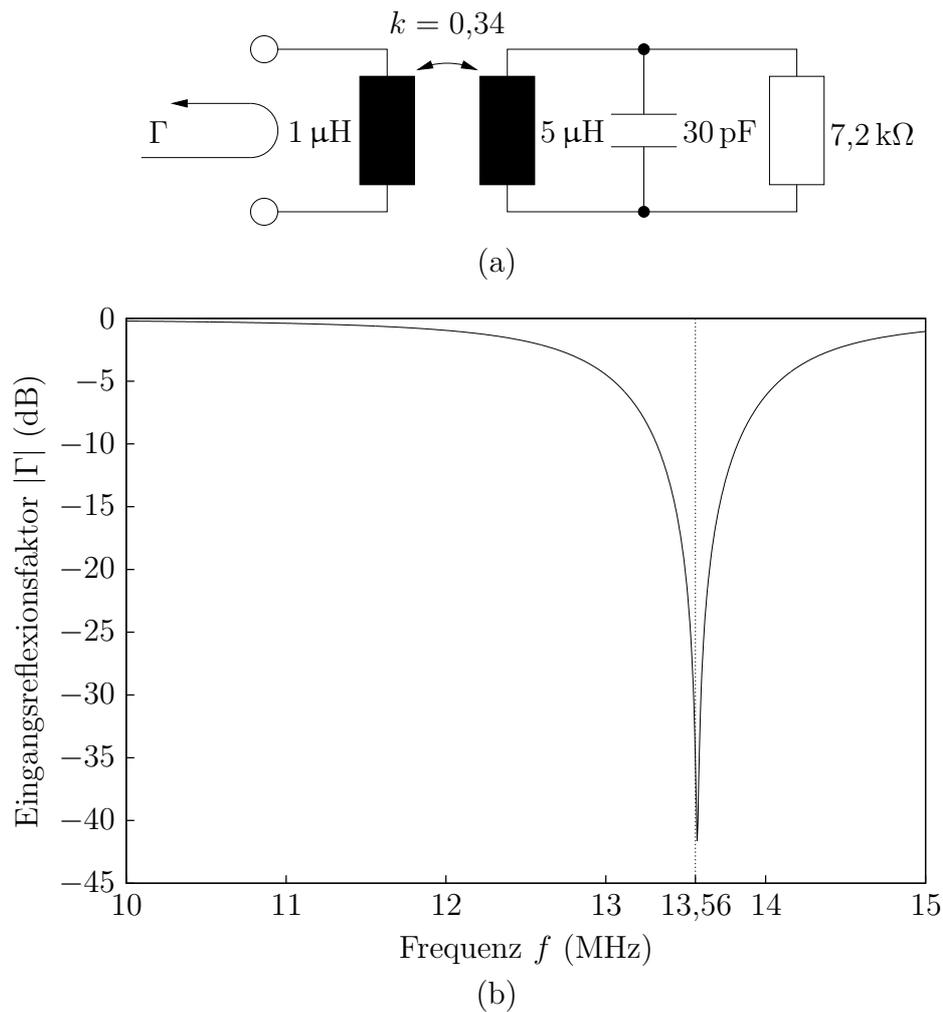


Abb. 4.17: Beispiel zur transformatorischen Anpassung einer induktiven Last. Die zugehörige (Ersatz-)Schaltung ist in (a) dargestellt. Diagramm (b) zeigt den durch Schaltungssimulation ermittelten Betragsfrequenzgang des Reflexionsfaktors.

Hinweise zum praktischen Entwurf Γ - und T-angepasster Schleifenantennen

Beim praktischen Entwurf von Schleifenantennen, welche mit Hilfe der Γ - oder T-Anpassung an die Speiseleitungsimpedanz angepasst werden sollen, kann folgendermaßen vorgegangen werden:

Aus Glg. (4.99) geht hervor, dass die Reaktanz X_L im Bereich

$$-\omega_0 L_a \leq X_L \leq -\omega_0 L_a (1 - k^2) \quad (4.108)$$

liegt. Wird die Antenne wie in Abb. 4.16 dargestellt realisiert, so ist die Kopplung k nicht allzu groß und in erster Näherung lässt sich

$$X_L \approx -\omega_0 L_a \quad (4.109)$$

ansetzen. Dies ist nur ein grober Anhaltswert, erlaubt aber eine einfache Abschätzung der zugehörigen Kapazität

$$C_r \approx -\frac{1}{\omega_0 X_L} \approx \frac{1}{\omega_0^2 L_a}, \quad (4.110)$$

wobei es keine Rolle spielt, ob dieser Kondensator in Serie oder parallel geschaltet wird, wenn die Güte ausreichend groß ist. Dies ist in der Praxis fast immer der Fall. Außerdem handelt es sich auch bei diesem Wert nur um eine grobe Abschätzung. Diese Kapazität wird daher als abstimmbarer Kondensator ausgeführt. Wendet man Glg. (4.110) auf das vorangehende Beispiel an, so findet man für $L_a = 5 \mu\text{H}$ bei einer Betriebsfrequenz von 13,56 MHz: $C_r \approx 27,55 \text{ pF}$, was nahe am tatsächlichen Wert von 30 pF ist.

Ebenso sollte die Position der Anzapfung entlang der Antenne beweglich ausgeführt werden. Es ist dann mit Hilfe eines Vektoranalysators möglich, diese Antenne durch variieren der Kapazität C_r und der Position der Anzapfung auf den Wellenwiderstand der Speiseleitung abzustimmen.

Alternativ kann der Wert der Kapazität C_r und die Position des Abgriffes auch durch numerische Feldsimulationen ermittelt werden.

5 Untersuchung der Luftschnittstelle

5.1 Analyse der angepassten Schleifenantenne

In diesem Absatz werden die bisherigen Ergebnisse dazu verwendet, das Verhalten von *angepassten* Schleifenantennen bei bekannter Güte und Wirkleistung zu untersuchen. Dies umfasst neben dem Verlauf der magnetischen Feldstärke entlang der Achse auch die Optimierung der Antennengröße bezüglich der maximalen Leseentfernung.

Häufig wird bei solchen Untersuchungen von einem vorgegebenen Antennenstrom ausgegangen. In der Regel ist allerdings die maximal zur Verfügung stehende Leistung der begrenzende Faktor. Durch Wahl einer höheren Güte ließe sich zwar der Antennenstrom bei konstanter (Wirk-)Leistung steigern. Die reduzierte Bandbreite verhindert jedoch gegebenenfalls eine Datenübertragung mit der gewünschten Rate. Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen gehen daher von einer festgelegten Güte und einer vorgegebenen maximal zur Verfügung stehenden Wirkleistung des Lesegerätes aus. Dies führt, wie an späterer Stelle gezeigt wird, zu einem anderen Ausdruck für die optimale Antennengröße als dem, den man durch die Annahme eines konstanten Stromes erhält.

Aus der Definition der Güte Q nach Glg. (4.102) erhält man folgende Beziehung für den *Effektivwert* I_a des Antennenstromes:

$$|I_a|^2 \cdot L_a = \frac{P \cdot Q}{\omega_0} \quad \Rightarrow \quad |I_a| = \sqrt{\frac{P \cdot Q}{\omega_0 L_a}}, \quad (5.1)$$

wobei P die zur Verfügung stehende Leistung, L_a die Induktivität der Antenne und ω_0 die Betriebskreisfrequenz bezeichnet.

Der Effektivwert der von der Antenne erzeugten magnetischen Flussdichte wird aus den in Kapitel 2 diskutierten Gründen mit Beschränkung auf das *Nahfeld* berechnet. Für eine kreisförmige Antenne mit Radius ρ_a folgt aus Glg. (2.84) für das (Nah-)Feld entlang der z -Achse:

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{P \cdot Q}{\omega_0 L_a}} \cdot \frac{\rho_a^2}{\sqrt{z^2 + \rho_a^2}^3}, \quad (5.2)$$

wobei $B(z)$ hier nur den *Betrag* des Effektivwertes und z den Abstand vom Antennenmittelpunkt bezeichnet.

Es wird nun der Einfluss einer *Skalierung* der Antenne untersucht: Zu diesem Zweck wird angenommen, dass das in Abschnitt 3.1.2 eingeführte Verhältnis ζ beim Skalieren der Antenne konstant bleibt, d.h. eine Verdopplung des Antennenradius führt auch zu

5 Untersuchung der Luftschnittstelle

einer Verdopplung des Durchmessers des Leiters, aus dem die Antenne besteht. Zur Abschätzung der Induktivität wird Glg. (3.32) herangezogen. Damit ergibt sich für die Flussdichte nach Glg. (5.2):

$$B(z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-\mu_0 \cdot P \cdot Q}{\omega_0 \ln(1 - \zeta)} \cdot \left(\frac{\rho_a}{z^2 + \rho_a^2}\right)^3}. \quad (5.3)$$

Führt man die in Abb. 5.1 dargestellte Funktion

$$g(v) = \frac{v}{1 + v^2} \quad (5.4)$$

ein, so lässt sich die Flussdichte folgendermaßen ausdrücken:

$$B(z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-\mu_0 \cdot P \cdot Q}{\omega_0 \ln(1 - \zeta)} \cdot \frac{1}{z^3} \cdot g^3(\rho_a/z)}. \quad (5.5)$$

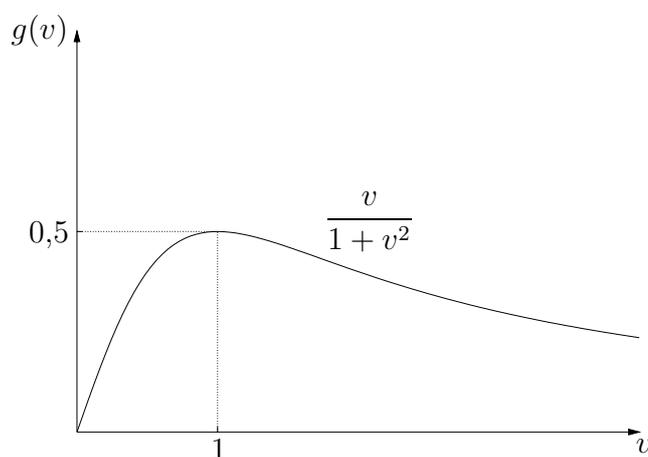


Abb. 5.1: Verlauf der Funktion $g(v) = v/(1 + v^2)$. Die Funktion erreicht bei $v = 1$ ihren Maximalwert $g(1) = 0,5$.

Betrachtet man also die Feldstärke auf der Achse in einem bestimmten Abstand z vom Antennenmittelpunkt bei den vorgegebenen Parametern P , Q und ζ , so wird diese maximal, wenn eine Antenne verwendet wird, deren Radius ρ_a gleich dem Abstand z ist. Anders ausgedrückt: Soll eine bestimmte Reichweite z_0 erreicht werden, bis zu dieser der Transponder noch ausreichend mit Energie versorgt wird (die in dieser Entfernung herrschende Feldstärke ist also gleich der Ansprechfeldstärke des Transponders), so wird die dazu erforderliche Leistung P_{req} bei gegebener Güte Q und Antennenproportion ζ genau dann minimal, wenn eine Antenne mit $\rho_a = z_0$ verwendet wird.

Die Leistung P_{req} , die erforderlich ist, um im Abstand z_0 die Ansprechfeldstärke H_{min} bzw. -flussdichte B_{min} zu erzeugen, wird aus Glg. (5.5) mit $g(\rho_a/z) = g(1) = 0,5$ ermittelt:

$$B_{\text{min}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-\mu_0 \cdot P_{\text{req}} \cdot Q}{\omega_0 \ln(1 - \zeta)} \cdot \frac{1}{8z_0^3}} \Rightarrow P_{\text{req}} = \frac{-32z_0^3 B_{\text{min}}^2 \omega_0 \ln(1 - \zeta)}{\mu_0 \cdot Q}. \quad (5.6)$$

Ein anderer Radius als $\rho_a = z_0$ führt im Abstand z_0 von der Antenne zu kleineren Feldstärken. Da die Feldstärke auf der Achse mit zunehmender Entfernung von der Antenne monoton abnimmt, ist z_0 gleichzeitig auch die maximal erreichbare Ansprechentfernung z_{\max} , wenn die zur Verfügung stehende Leistung gleich P_{req} ist und sowohl Q als auch ζ unverändert bleiben. Daher ergibt sich folgender Ausdruck für die erreichbare Ansprechentfernung z_{\max} bei gegebener Leistung P , Güte Q und Antennenproportion ζ :

$$B_{\min} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-\mu_0 \cdot P \cdot Q}{\omega_0 \ln(1 - \zeta)} \cdot \frac{1}{8z_{\max}^3}} \quad \Rightarrow \quad z_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{-\mu_0 \cdot P \cdot Q}{4\omega_0 \ln(1 - \zeta) B_{\min}^2}}. \quad (5.7)$$

Für den zugehörigen optimalen Antennenradius gilt aufgrund der vorangehenden Überlegungen $\rho_{\text{opt}} = z_{\max}$. Mit diesem Radius wird die Ansprechentfernung unter den gegebenen Randbedingungen maximal.

Trägt man also die Ansprechreichweite bei gegebener Leistung P , Güte Q , Ansprechfeldstärke bzw. -flussdichte B_{\min} und Antennenproportion ζ gegen den Antennenradius ρ_a auf, so ergibt sich eine Funktion, welche zunächst wächst, bis sie bei ρ_{opt} ihr Maximum $z_{\max} = \rho_{\text{opt}}$ erreicht, um anschließend wieder zu fallen. Das Maximum der Kurve liegt demnach auf der ersten Winkelhalbierenden. Dieses Verhalten ist für die in Abschnitt 5.2 diskutierten Überlegungen von Bedeutung.

Die in diesem Abschnitt gefundenen Gleichungen (5.3), (5.6) und (5.7) werden im Folgenden dazu verwendet, um das Verhalten von (kreisförmigen) Schleifenantennen im Falle der Anpassung zu diskutieren.

5.1.1 Diskussion der Schleifenantenne im Falle der Anpassung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde davon ausgegangen, dass die Antennenproportion ζ beim Skalieren der Antenne erhalten bleibt. Dies führt bei ansonsten festen Entwurfsparametern zu einem optimalen Antennenradius, der gleich der angestrebten Ansprechreichweite ist. Wird hingegen der Leiterdurchmesser der Antenne konstant gehalten und der Radius unter den gleichen Gesichtspunkten optimiert, so ergibt sich eine andere Beziehung für den optimalen Radius, die allerdings nur wenig von der zuvor gefundenen abweicht: Startet man bei gegebenem ζ beim optimalen Radius und verringert diesen bei konstantem Leiterdurchmesser w , so bewegt man sich zwar für dieses spezielle ζ aus dem Optimum; gleichzeitig nimmt ζ aber ab, was wiederum die Feldstärke erhöht, so dass ein Optimum denkbar ist, welches in Richtung kleinerer Radien verschoben ist. Die magnetische Feldstärke im Abstand von 50 cm ist für den Fall konstanter Antennenproportion ζ als auch für den Fall konstanten Leiterdurchmessers w in Abb. 5.2 dargestellt.

Die Leistung des Lesegerätes wurde dabei zu $P = 4 \text{ W}$ und die Güte der Antenne zu $Q = 20$ angenommen. Die Parameter wurden so gewählt, dass Leiterdurchmesser und Antennenproportion bei einem Antennenradius von 50 cm konsistent sind. Tatsächlich

5 Untersuchung der Luftschnittstelle

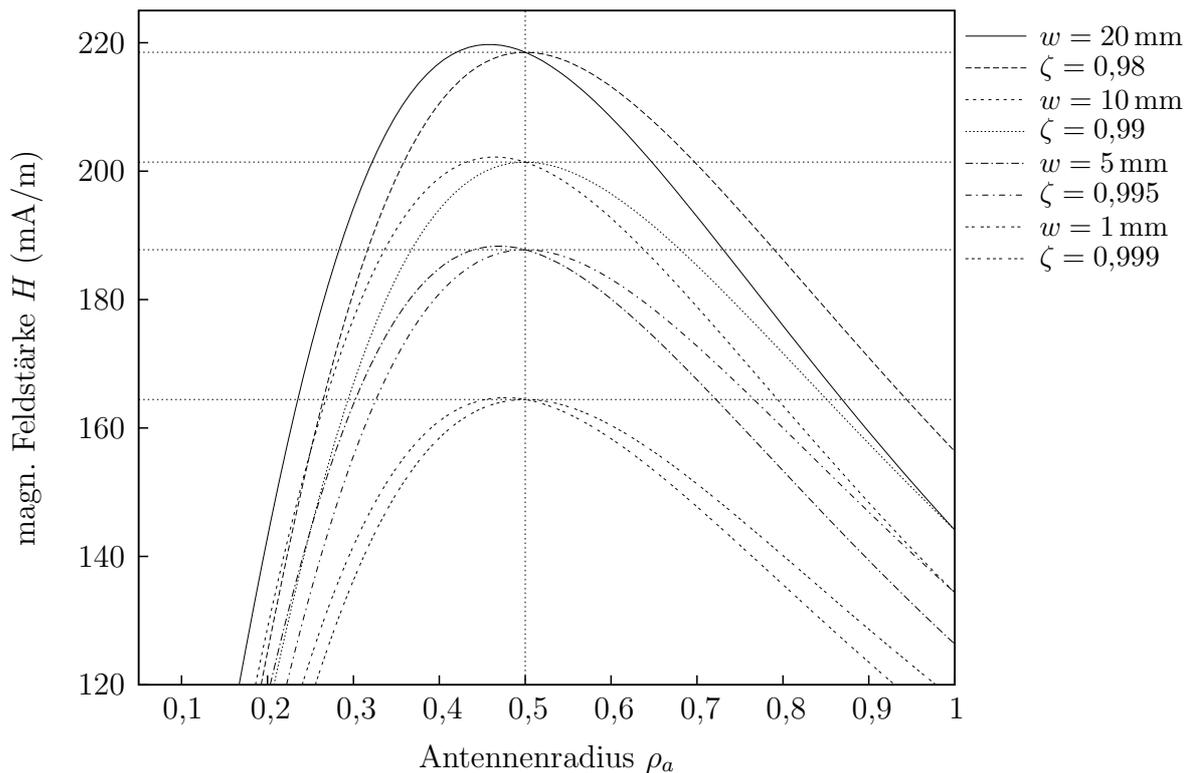


Abb. 5.2: Magnetische Feldstärke im Abstand von $z = 50$ cm als Funktion der Antennenradius für unterschiedliche Antennenproportionen ζ bzw. Leiterdurchmesser w .

steigt die Feldstärke bei konstantem Leiterdurchmesser noch etwas an, wenn der Antennenradius kleiner als 50 cm wird. Dieser Effekt ist aber minimal.

Das Ergebnis dieser Untersuchung lässt sich demnach folgendermaßen zusammenfassen: Beim Entwurf eines Systems mit einer bestimmten Reichweite sollte eine Antenne zum Einsatz kommen, deren Dimension im Bereich der angestrebten Ansprechentfernung liegt. Ist dies aus anderen Gründen nicht sinnvoll, so wird eine höhere Leistung benötigt, um die erforderliche Ansprechfeldstärke zu erzeugen und den Transponder ausreichend mit Energie zu versorgen.

Die vorausgehende Diskussion geht von kreisförmigen Antennen aus. Nur für diese sind die *quantitativen* Ergebnisse gültig. Dennoch lassen sich die *qualitativen* Aussagen auch auf andere Antennenformen übertragen: Die zum Erreichen einer bestimmten Ansprechreichweite erforderliche Leistung wird (bei fester Güte) minimal, wenn die Antennenabmessungen im Bereich der angestrebten Reichweite liegen.

Der Einfluss der Antennengröße auf die Verteilung der Feldstärke entlang der Achse ist in Abb. 5.3 dargestellt.

Wiederum wurde von einer Antennengüte von $Q = 20$ und einer Leistung von $P = 4$ W ausgegangen. Die Antennenproportion beträgt $\zeta = 0,995$. Die wesentlichen Unterschiede

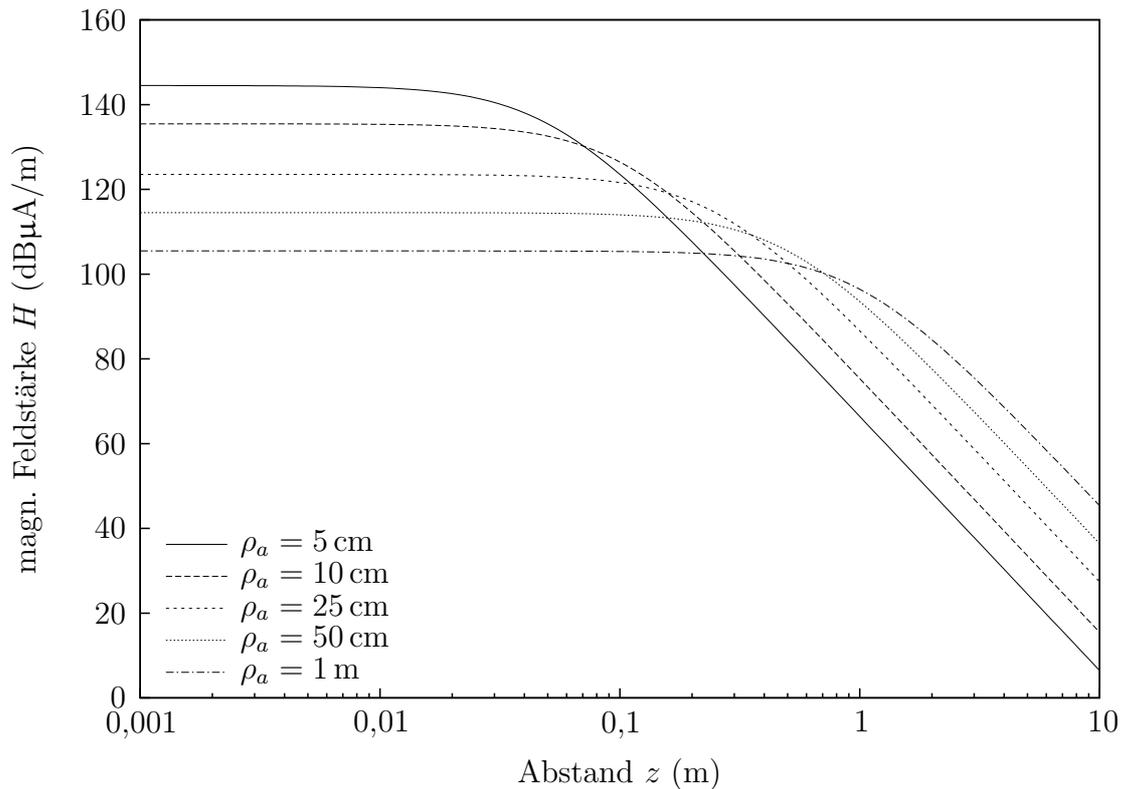


Abb. 5.3: Nahfeldnäherung der magnetischen Feldstärke als Funktion des Abstandes für unterschiedliche Antennengrößen. Der wesentliche Unterschied zu Abb. 2.13 besteht neben der Beschränkung auf das Nahfeld darin, dass anstelle des Antennenstromes die zur Verfügung stehende Leistung P zwischen den einzelnen Kurven konstant ist.

de zu Abb. 2.13 bestehen darin, dass hier nur die Nahfeldnäherung der magnetischen Feldstärke verwendet wird und dass nun die *Leistung* und nicht mehr der Strom zwischen den einzelnen Kurven konstant ist. Da in diesem Fall die Vergrößerung der Antenne zu einem geringeren Strom führt, nimmt die Feldstärke im Mittelpunkt der Antenne mit steigendem Antennenradius schneller ab als in Abb. 2.13. Die qualitative Aussage bleibt jedoch gültig: Größere Antennen halten die Feldstärke über einen größeren Bereich nahezu konstant, wohingegen kleinere Antennen eine hohe Feldstärke in der Nähe der Antenne aufweisen. Bei der Verwendung großer Antennen wird daher in der Regel auch eine höhere Leistung benötigt.

Schließlich zeigt Abb. 5.4 die erreichbare Ansprechentfernung eines Transponders mit einer Ansprechfeldstärkenamplitude von $94 \text{ dB}\mu\text{A}/\text{m}$ als Funktion der zur Verfügung stehenden Leistung. Der zugehörige Effektivwert der Ansprechfeldstärke beträgt entsprechend $H_{\min} = 91 \text{ dB}\mu\text{A}/\text{m}$.

Die Güte der Antenne beträgt wiederum $Q = 20$. Dargestellt ist diese Abhängigkeit für Antennen unterschiedlicher Proportion ζ . Hierbei ist insbesondere interessant, dass

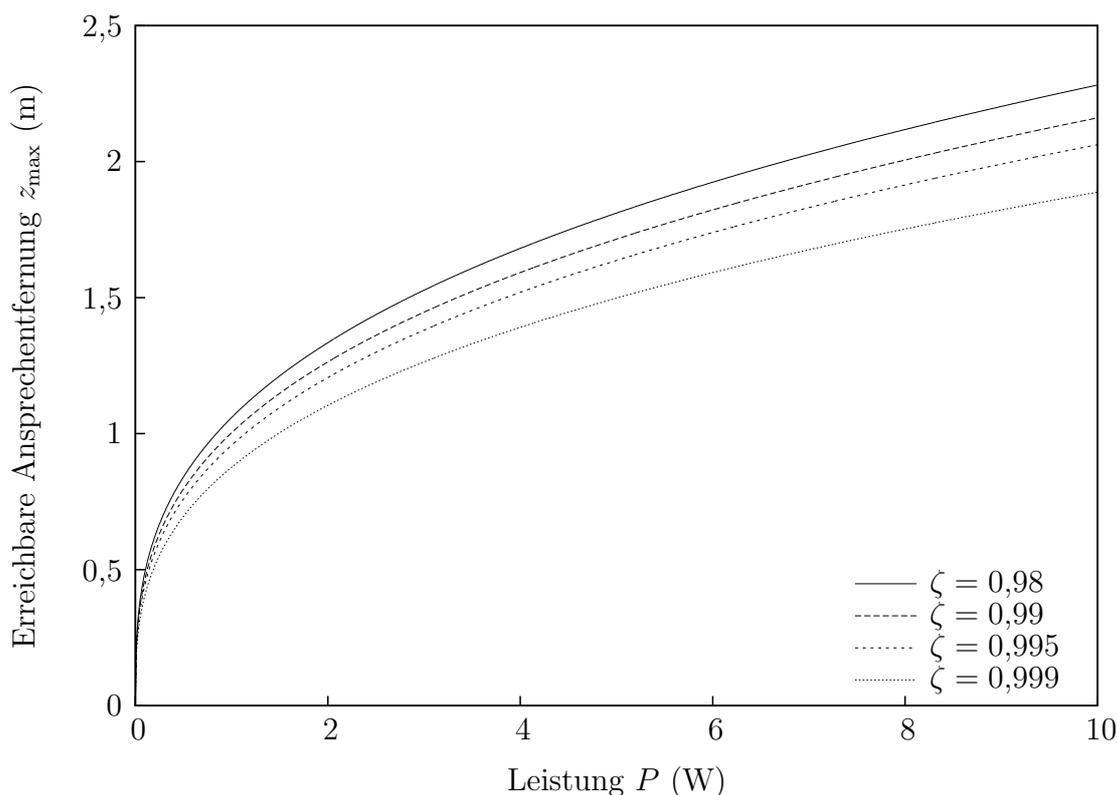


Abb. 5.4: Erreichbare Ansprechentfernung als Funktion der zur Verfügung stehenden Leistung P . Interessanterweise lässt sich die Reichweite durch die Verwendung dickerer Leiter verbessern.

dickere Antennen bei ansonsten gleichen Parametern zu größerer Reichweite führen. Dies ist auf die geringere Induktivität dieser Geometrien gegenüber Antennen aus dünnerem Draht zurückzuführen.

Zum Vergleich wird abschließend noch der Fall betrachtet, dass nicht die zur Verfügung stehende Leistung, sondern der Antennenstrom beim Skalieren der Antenne konstant bleibt. Beschränkt man sich wiederum auf das Nahfeld, so findet man nach Glg. (2.84) für die Feldstärke im Abstand z :

$$B(z) \propto \frac{\rho_a^2}{\sqrt{z^2 + \rho_a^2}^3}, \quad (5.8)$$

und daraus für den optimalen Antennenradius ρ_{opt}

$$\left. \frac{\partial B}{\partial \rho_a} \right|_{\rho_a = \rho_{\text{opt}}} \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.9)$$

$$(z^2 + \rho_{\text{opt}}^2)^{3/2} = \frac{3}{2} \rho_{\text{opt}}^2 (z^2 + \rho_{\text{opt}}^2)^{1/2} \Rightarrow \rho_{\text{opt}} = \sqrt{2} \cdot z. \quad (5.10)$$

Dieses Ergebnis, welches auch von JIANG et al. abgeleitet wurde [42], lässt sich folgendermaßen interpretieren: Eine bestimmte Ansprechreichweite z_{max} kann man mit *minima-*

lem Antennenstrom realisieren, wenn eine Antenne mit Radius $\rho_{\text{opt}} = \sqrt{2}z_{\text{max}}$ verwendet wird. Allerdings ist die Annahme einer festen verfügbaren Leistung und einer angestrebten Güte praxisnäher als die Annahme eines konstanten Antennenstromes. Deshalb liegt die ideale Antennengröße, wie weiter oben gezeigt, im Bereich $\rho_{\text{opt}} \approx z_{\text{max}}$. In diesem Fall lässt sich die angestrebte Ansprechreichweite mit *minimaler Leistung* realisieren.

5.2 Reichweite bei begrenzter Maximalfeldstärke

Nach den europäischen Zulassungsvorschriften für induktive Funkanlagen darf die magnetische Feldstärke im Abstand von 10 m von der Antenne 60 dB μ A/m nicht überschreiten, sofern es sich um ein Transpondersystem bei 13,56 MHz handelt [32]. Der (reelle) Effektivwert der erzeugten Feldstärke (entlang der Achse) ist in Anlehnung an Glg. (2.83) durch

$$H(z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-P \cdot Q}{\mu_0 \omega_0 \ln(1 - \zeta)}} \cdot \rho_a^3 \cdot \frac{\beta^2(z^2 + \rho_a^2) + 1}{(z^2 + \rho_a^2)^3} \quad (5.11)$$

gegeben.

Darf die Feldstärke in einer Entfernung von z_{Ref} den Wert H_{max} nicht überschreiten, so darf die Antenne bei vorgegebener Leistung, Güte und Antennenproportion nicht größer als ρ_{max} sein, wobei folgende Bestimmungsgleichung gilt:

$$H_{\text{max}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-P \cdot Q}{\mu_0 \omega_0 \ln(1 - \zeta)}} \cdot \rho_{\text{max}}^3 \cdot \frac{\beta^2(z_{\text{Ref}}^2 + \rho_{\text{max}}^2) + 1}{(z_{\text{Ref}}^2 + \rho_{\text{max}}^2)^3}. \quad (5.12)$$

Die Entfernung z_{Ref} beträgt hierbei 10 m, so dass bei einer Frequenz von 13,56 MHz folgende Näherung angewendet werden kann:

$$\frac{\beta^2(z_{\text{Ref}}^2 + \rho_{\text{max}}^2) + 1}{(z_{\text{Ref}}^2 + \rho_{\text{max}}^2)^3} \approx \frac{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}{z_{\text{Ref}}^6}. \quad (5.13)$$

Auflösen der Bestimmungsgleichung nach ρ_{max} unter Anwendung der erwähnten Näherung führt auf

$$\rho_{\text{max}} = \sqrt[3]{\frac{-\mu_0 \omega_0 \ln(1 - \zeta)}{P \cdot Q}} \cdot \frac{4H_{\text{max}}^2 z_{\text{Ref}}^6}{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}. \quad (5.14)$$

Andererseits gibt es bei den gegebenen Parametern einen optimalen Antennenradius nach Glg. (5.7). Ist dieser kleiner als ρ_{max} , so gibt es keine Probleme mit der Überschreitung der zulässigen Feldstärke. Ansonsten muss die Antenne soweit verkleinert werden, dass die zulässige Feldstärke gerade nicht überschritten wird. Dies lässt sich folgendermaßen begründen: Eine Vergrößerung der Antenne gegenüber dem optimalen Radius kommt nicht in Frage, da dies nach Glg. (5.11) zu einer weiteren Erhöhung der Feldstärke im Abstand z_{Ref} führt. Dies wird insbesondere dann deutlich, wenn die Näherung (5.13) angewendet wird.

5 Untersuchung der Luftschnittstelle

Da die Lesereichweite aber, wie in Abschnitt 5.1 diskutiert, mit dem Radius bis zum optimalen Radius ansteigt, sollte der Antennenradius nur soweit verkleinert werden, wie es nötig ist, um die maximal zulässige Feldstärke nicht zu überschreiten. Eine solche Verkleinerung wird nötig, wenn der optimale Radius den Radius ρ_{\max} überschreitet. Die Leistung P_{\max} , ab der dies der Fall ist, ergibt sich aus dem Ansatz

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-P \cdot Q}{4\mu_0\omega_0 \ln(1-\zeta)H_{\min}^2}} &\stackrel{?}{>} \sqrt[3]{\frac{-\mu_0\omega_0 \ln(1-\zeta)}{P \cdot Q} \cdot \frac{4H_{\max}^2 z_{\text{Ref}}^6}{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}} \\ \Rightarrow P &\stackrel{?}{>} P_{\max} = 8\sqrt{2} \cdot \frac{-\mu_0\omega_0 \ln(1-\zeta)H_{\min}H_{\max}z_{\text{Ref}}^3}{Q\sqrt{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Ist diese Ungleichung erfüllt, so beträgt beträgt der optimale Antennenradius ρ_{\max} . In diesem Fall wird die Ansprechentfernung maximal unter der Randbedingung, dass die maximal zulässige Feldstärke im Abstand z_{Ref} nicht überschritten wird. Ist die Ungleichung nicht erfüllt, so entspricht der optimale Antennenradius dem nach Glg. (5.7) bestimmten Wert.

Die zugehörige Ansprechreichweite z_A ergibt sich, wenn die erzeugte Feldstärke nach Glg. (5.3) im Abstand z_A gleich der Ansprechfeldstärke H_{\min} des Transponders gesetzt wird:

$$H_{\min} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-P \cdot Q}{\mu_0\omega_0 \ln(1-\zeta)} \cdot \left(\frac{\rho_a}{z_A^2 + \rho_a^2}\right)^3}. \quad (5.16)$$

Auflösen nach z_A führt auf

$$z_A = \sqrt{\rho_a \cdot \sqrt[3]{\frac{-P \cdot Q}{4\mu_0\omega_0 \ln(1-\zeta)H_{\min}^2}} - \rho_a^2}. \quad (5.17)$$

Wie erwartet, findet man für $\rho_a = z_{\max}$, wobei z_{\max} die in Glg. (5.7) gegebene Definition zugrunde liegt, nach dieser Formel $z_A = z_{\max}$. Im Falle $\rho_a = \rho_{\max}$ ergibt sich die erreichbare Ansprechreichweite, wenn die Antennengröße aufgrund der gesetzlichen Bestimmungen verringert wird. Einsetzen von Glg. (5.14) in Glg. (5.17) führt schließlich auf

$$z_A \Big|_{\rho_a=\rho_{\max}} = \frac{z_{\text{Ref}}}{\sqrt[6]{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{H_{\max}}{H_{\min}}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{4\mu_0\omega_0 \ln(1-\zeta)H_{\max}^2}{P \cdot Q}\right)^2}} \cdot \frac{z_{\text{Ref}}^2}{\sqrt[3]{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}}. \quad (5.18)$$

Zusammengefasst ergibt sich für die Ansprechreichweite unter Berücksichtigung einer maximal erlaubten magnetischen Feldstärke H_{\max} im Abstand z_{Ref}

$$z_A = \begin{cases} z_{\max} & \text{falls } P \leq P_{\max} \\ z_A \Big|_{\rho_a=\rho_{\max}} & \text{falls } P > P_{\max} \end{cases}, \quad (5.19)$$

wobei zu beachten ist, dass die Werte für H_{\min} und H_{\max} (reelle) *Effektivwerte* darstellen. Die unter diesen Umständen maximal erreichbare Ansprechreichweite folgt aus diesen Beziehungen für $P \rightarrow \infty$:

$$z_A(P \rightarrow \infty) = \frac{z_{\text{Ref}}}{\sqrt[6]{\beta^2 z_{\text{Ref}}^2 + 1}} \cdot \sqrt[3]{\frac{H_{\max}}{H_{\min}}}. \quad (5.20)$$

Dieser Wert kann als theoretische Grenze der Ansprechreichweite angesehen werden, wenn die zur Versorgung des Transponders minimal erforderliche Feldstärke H_{\min} und die im Abstand z_{Ref} maximal zulässige Feldstärke H_{\max} gegeben sind. Dies gilt für eine bestimmte Betriebsfrequenz, da die Wellenzahl β von dieser abhängt.

Eine grafische Darstellung der Ergebnisse dieses Abschnitts ist in Abb. 5.5 gegeben.

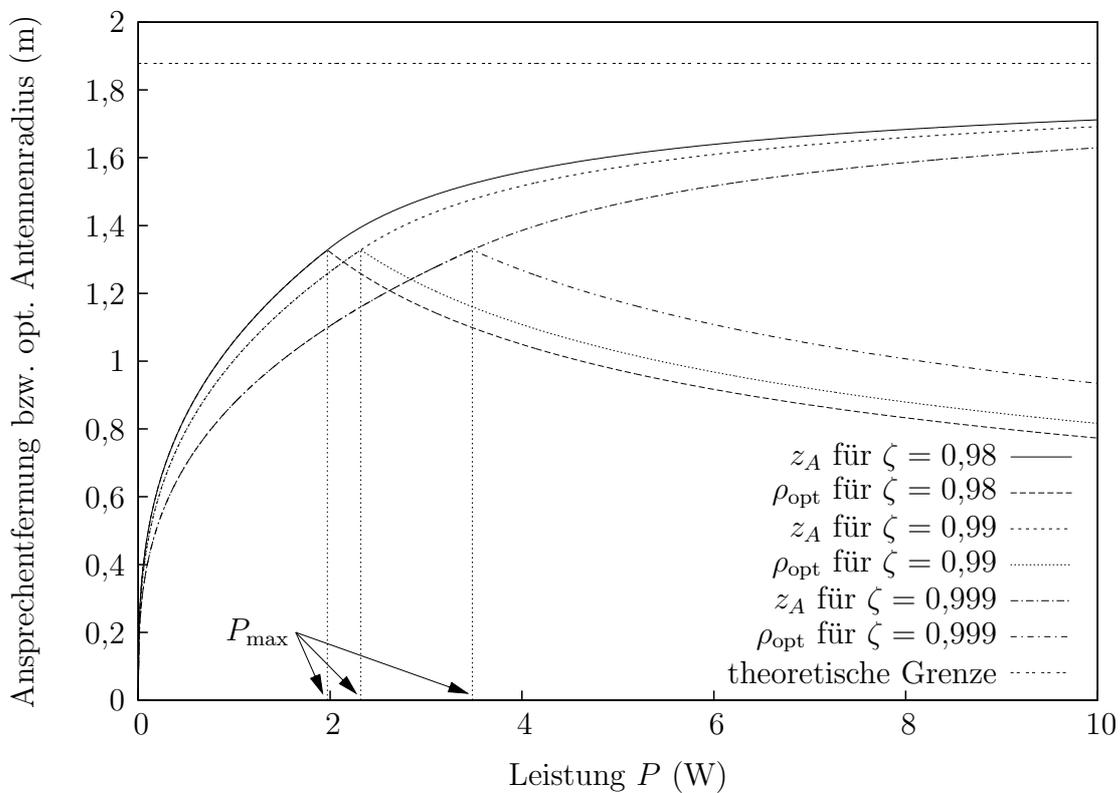


Abb. 5.5: Grafische Darstellung der erreichbaren Ansprechentfernung und des zugehörigen Antennenradius unter der Randbedingung, dass die maximal zulässige Feldstärke nicht überschritten wird. Bis zu einer Leistung von P_{max} verlaufen Ansprechentfernung und opt. Antennenradius übereinander. Die Feldstärke im Abstand z_{Ref} steigt mit der Leistung bis zum maximal zulässigen Wert an und bleibt dann trotz weiterer Leistungssteigerung konstant. Für alle Berechnungen wurde eine Güte von $Q = 20$ angenommen.

Dabei wurde eine Güte von $Q = 20$ und eine Betriebsfrequenz von 13,56 MHz zugrunde gelegt. Die Abbildung zeigt die erreichbare Ansprechentfernung und den zugehörigen

(optimalen) Antennenradius als Funktion der zur Verfügung stehenden Leistung, wenn die maximal zulässige Feldstärke nicht überschritten werden soll. Wiederum zeigt sich, dass Antennen, die aus einem dickeren Leiter bestehen, eine größere Reichweite haben. Es wurde wiederum davon ausgegangen, dass der Transponder eine Ansprechfeldstärke von $94 \text{ dB}\mu\text{A}/\text{m}$ aufweist. Die maximal zulässige Feldstärke im Abstand von 10 m beträgt $60 \text{ dB}\mu\text{A}/\text{m}$. Beide Werte wurden als *Amplituden* interpretiert und für die Anwendung in den vorgestellten Formeln entsprechend umgerechnet.

5.3 Diskussion der bisherigen Ergebnisse

Wird die Antenne des Lesegerätes in Anpassung betrieben, so hängt der Strom durch die Antenne von der zur Verfügung stehenden Leistung, sowie der Güte und Induktivität der Antenne ab. Je höher die Leistung und die Güte und je geringer die Induktivität, desto höher ist der Strom. Reduziert man bei gegebener Antennengröße die Induktivität, so erhöht sich demzufolge die erzeugte magnetische Feldstärke. Daher weisen Antennen, die aus einem dickeren Leiter bestehen, eine höhere Ansprechreichweite auf als solche mit kleinerem Leiterquerschnitt bei ansonsten gleichen Bedingungen. Dies gilt auch für den Fall, dass die maximal zulässige Feldstärke in einer definierten Entfernung von der Antenne vorgegeben ist.

Wird eine größere Ansprechreichweite angestrebt, so ist der Einsatz entsprechend größerer Antennen sinnvoll. Dies geht in der Regel mit einer Erhöhung der Leistung einher. Allerdings darf dabei die maximal zulässige Feldstärke nicht überschritten werden. Wird diese Bedingung verletzt, so kann durch die Wahl einer kleineren Antenne die Feldstärke reduziert werden. Auf diese Weise lässt sich die Ansprechreichweite durch eine Erhöhung der Leistung steigern, ohne die maximal zulässige Feldstärke zu überschreiten. Dies ist allerdings nur bis zu einer theoretischen Obergrenze möglich.

Die in diesem Zusammenhang dargestellten Untersuchungen gehen implizit davon aus, dass die maximal zulässige Feldstärke H_{\max} in einem definierten Abstand z_{Ref} wesentlich kleiner als die Ansprechfeldstärke H_{\min} des Transponders ist. Dies zeigt sich unter anderem in der angewendeten Näherung für die Feldstärke im Abstand z_{Ref} , bei der angenommen wird, dass der Antennenradius gegenüber z_{Ref} vernachlässigt werden kann. Darüber hinaus wird für die Bestimmung der zugehörigen Feldstärke am Transponder mit der Nahfeldnäherung gearbeitet. Diese Annahme ist allerdings, wie sich aus den bisherigen Untersuchungen ergibt, sinnvoll: Der Ansprechbereich der Transponders befindet sich in der Regel in einer Umgebung der Antenne, in der die Nahfeldnäherung ausreichend genau ist. Zum anderen gilt $z_{\text{Ref}} = 10 \text{ m}$, so dass die Annahme $z_{\text{Ref}} \gg R$ ebenfalls haltbar ist.

Schließlich erlaubt die Einführung des „Formfaktors“ ζ eine einfache Untersuchung bezüglich der Skalierung der Antenne. Die auf diese Weise gefundenen Ergebnisse bezüglich der optimalen Antennengröße stimmen dennoch sehr gut mit den Resulta-

ten überein, welche man erhält, wenn der Antennenradius bei festem Leiterdurchmesser (und nicht bei festem *Verhältnis* Leiterdurchmesser zu Antennenradius und damit bei festem ζ) variiert wird.

In beiden Fällen ist allerdings zu beachten, dass bei der Aufstellung des Antennenmodells und der Diskussion der Feldverteilung eine konstante Stromverteilung entlang des Antennenumfangs angenommen wird. Wenn der Antennenumfang zu groß wird, so ist diese Näherung nur noch bedingt gültig und die zugehörigen Ergebnisse werden zunehmend ungenauer.

5.4 Modellierung der Luftschnittstelle

Wie bereits gezeigt wurde, ist für die Berechnung der magnetischen Feldstärke im Ansprehbereich des Transponders in der Regel die Nahfeldnäherung ausreichend. Daher lässt sich die Interaktion zwischen der Antenne des Lesegerätes und der Transponderantenne als lose gekoppelter Transformator modellieren. Dafür kann das Ersatzschaltbild nach Abb. 4.14 (b) verwendet werden. Die Verluste in beiden Antennen sowie die Abstrahlung werden durch zusätzliche Widerstände modelliert, so dass sich für den Übertragungskanal schließlich das in Abb. 5.6 dargestellte Ersatzschaltbild ergibt.

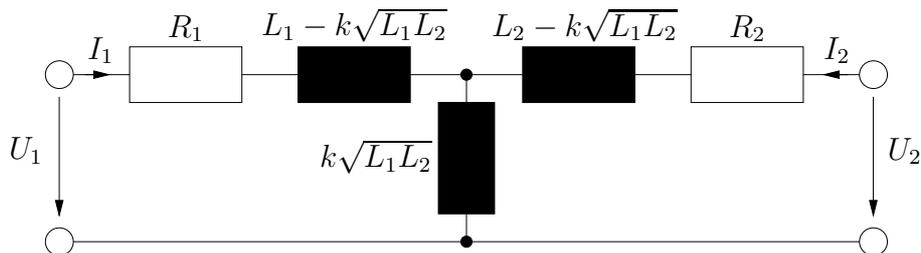


Abb. 5.6: Ersatzschaltbild induktiv gekoppelter Antennen.

Dabei bezeichnen L_1 und L_2 die Induktivitäten der Lesegerät- bzw. Transponderantenne, k den Kopplungsfaktor, der in der Regel nur einige Promille oder wenige Prozent beträgt, und R_1 und R_2 die Verluste bzw. Abstrahlung in der jeweiligen Antenne.

Die Spannungen und Ströme, welche von den Fernfeldkomponenten in der jeweils anderen Antenne induziert werden, berücksichtigt dieses Modell nicht. Ebenso wird eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder vernachlässigt. Da aber die Nahfeldnäherung das Gesamtfeld mit ausreichender Genauigkeit beschreibt, sind diese Näherungen zulässig.

5.4.1 Maximal übertragbare Leistung

In diesem Abschnitt, wird die Frage diskutiert, welche Leistung maximal über den induktiven Link übertragen werden kann und wie dies zu erreichen ist. Im Allgemeinen ist dies

von der Kopplung zwischen den beteiligten Antennen abhängig. Da der genaue Wert des Kopplungsfaktors im Vorfeld nicht bekannt ist, ist der optimale Entwurf solcher Systeme in der Regel nicht praktikabel. Schließlich werden daher praktisch anwendbare Lösungen mit der gefundenen optimalen Lösung verglichen.

Wie im Folgenden gezeigt wird, werden zur Übertragung der maximalen Leistung *zwei* Anpassnetzwerke benötigt: Eines zur Anpassung der Treiberstufe an die Antenne des Lesegerätes und eines zur Anpassung der Transponderantenne an den Transponder. Würden in den Antennen keine Verluste und keine Abstrahlung auftreten ($R_1 = R_2 = 0$), so könnte unter konstanten Randbedingungen die maximal von der Quelle verfügbare Leistung mit Hilfe *eines* Anpassnetzwerkes an den Transponder übertragen werden. Dieses Anpassnetzwerk kann dabei entweder auf der Seite des Lesegerätes oder auf der Seite des Transponders sitzen. Der Grund dafür ist folgender: In diesem Fall besteht das Ersatzschaltbild der Übertragungsstrecke ausschließlich aus reaktiven Elementen. Da in diesen Elementen keine Leistung verbraucht wird, wird die von der Quelle abgegebene Leistung vollständig an die Last, also den Transponder, übertragen. Durch ein *verlustfreies* Anpassnetzwerk vor oder nach der Übertragungsstrecke lässt sich die Impedanz, mit welcher die Treiberstufe belastet wird, so wählen, dass sie der konjugiert komplexen Impedanz dieser Stufe entspricht. Damit wird die maximal verfügbare Leistung der Treiberstufe entnommen und über die verlustfreie Übertragungsstrecke und das ebenfalls verlustfreie Anpassnetzwerk zur Last transportiert.

Im Falle einer verlustbehafteten Übertragungsstrecke ist dies nicht mehr der Fall: Durch die Wahl der Anpassung der Treiberstufe lässt sich die auf der Sekundärseite des Ersatzschaltbildes *verfügbare* Leistung maximieren, wie im Folgenden gezeigt wird. Um diese Leistung dann aber vollständig an den Transponder abzugeben, muss dieser an die Impedanz angepasst werden, die man unter diesen Bedingungen an den Klemmen der Transponderantenne sieht.

Die Treiberstufe, die maximal die Leistung P_s liefern kann, wird über ein Anpassnetzwerk, welches noch näher spezifiziert werden muss, an die Antenne des Lesegerätes angepasst. Am Ausgang des verlustfreien Anpassnetzwerkes steht daher ebenfalls die Leistung P_s zur Verfügung. Die Treiberstufe und das nachgeschaltete Anpassnetzwerk lassen sich durch eine Ersatzspannungsquelle beschreiben, deren Leerlaufspannung U_s und Innenimpedanz Z_s durch die verfügbare Leistung miteinander verknüpft sind:

$$P_s = \frac{|U_s|^2}{4 \cdot \Re\{Z_s\}} \quad \Rightarrow \quad |U_s| = 2\sqrt{P_s \cdot \Re\{Z_s\}}, \quad (5.21)$$

wobei U_s den *Effektivwert* der Leerlaufspannung beschreibt. Die Innenimpedanz $Z_s = R_s + jX_s$ ist dabei so zu optimieren, dass die Leistung P_t , welche am *Ende* der Übertragungsstrecke am Transponder zur Verfügung steht, maximal wird. Dies führt auf das in Abb. 5.7 dargestellte Ersatzschaltbild.

Wiederum kann die gesamte Struktur durch eine Ersatzspannungsquelle mit Leerlauf-

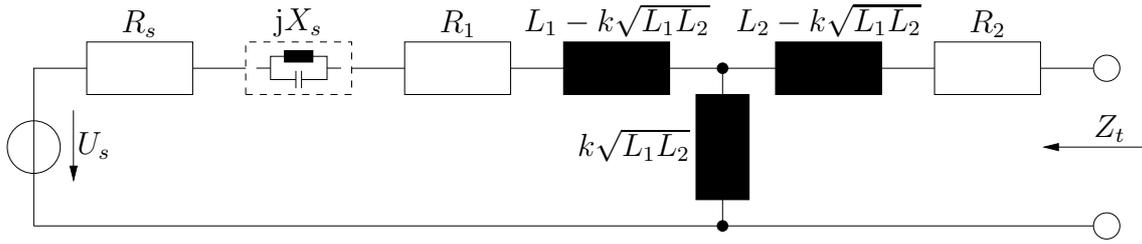


Abb. 5.7: Ersatzschaltbild der gesamten Übertragungsstrecke.

spannung U_t und Innenimpedanz Z_t beschrieben werden. Für die Leistung P_t gilt damit

$$P_t = \frac{|U_t|^2}{4 \cdot \Re\{Z_t\}} \quad (5.22)$$

mit

$$U_t = U_s \cdot \frac{j\omega k\sqrt{L_1 L_2}}{R_s + R_1 + j(X_s + \omega L_1)} \Rightarrow |U_t|^2 = |U_s|^2 \cdot \frac{\omega^2 k^2 L_1 L_2}{(R_s + R_1)^2 + (X_s + \omega L_1)^2} \quad (5.23)$$

und

$$\Re\{Z_t\} = R_2 + \frac{\omega^2 k^2 L_1 L_2 (R_s + R_1)}{(R_s + R_1)^2 + (X_s + \omega L_1)^2}. \quad (5.24)$$

Zusammen mit Glg. (5.21) ergibt sich hieraus für die zu maximierende Leistung

$$P_t = P_s \cdot \frac{R_s \omega^2 k^2 L_1 L_2}{R_2 \left((R_s + R_1)^2 + (X_s + \omega L_1)^2 \right) + \omega^2 k^2 L_1 L_2 (R_s + R_1)}. \quad (5.25)$$

Für $R_1 = R_2 = 0$ gilt $P_t = P_s$. Dies entspricht dem Ergebnis der weiter oben geführten Diskussion, dass im Falle einer *verlustfreien* Übertragungsstrecke die gesamte am Ausgang der Treiberstufe zur Verfügung stehende Leistung an den Transponder übertragen werden kann.

Der Ansatz

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_s} = \frac{\partial P_t}{\partial X_s} = 0 \quad (5.26)$$

führt schließlich auf den Wert $Z_{s,\text{opt}}$ der Impedanz Z_s , für den die an den Klemmen der Transponderantenne zur Verfügung stehende Leistung maximal wird. Insbesondere ergibt sich

$$R_{s,\text{opt}} = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 k^2 L_1 L_2 \frac{R_1}{R_2}} \quad (5.27)$$

$$X_{s,\text{opt}} = -\omega L_1. \quad (5.28)$$

Das Anpassnetzwerk auf der Seite des Lesegerätes muss demnach die komplexe Last $Z_{s,\text{opt}}^* = R_{s,\text{opt}} - jX_{s,\text{opt}}$ an die Impedanz der Treiberstufe anpassen.

5 Untersuchung der Luftschnittstelle

Um diese maximal verfügbare Leistung auch an den Transponder übertragen zu können, muss schließlich mit Hilfe eines weiteren Anpassnetzwerkes auf der Seite des Transponders die komplexe Innenimpedanz Z_t des in Abb. 5.7 dargestellten Ersatzschaltbildes an die Eingangsimpedanz des Transponders angepasst werden. Für den Realteil dieser Innenimpedanz gilt im Falle der optimalen Anpassung auf Seite des Lesegerätes:

$$\Re\{Z_t\} = R_2 + \frac{\omega^2 k^2 L_1 L_2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + \omega^2 k^2 L_1 L_2 \frac{R_1}{R_2}}}. \quad (5.29)$$

Dieses Ergebnis basiert auf Glg. (5.24) unter Berücksichtigung der Lösungen (5.27) und (5.28). Entsprechend findet man für den Imaginärteil

$$\Im\{Z_t\} = \Im \left\{ j\omega L_2 - j\omega k \sqrt{L_1 L_2} + \frac{j\omega k \sqrt{L_1 L_2} \cdot (R_s + R_1 - j\omega k \sqrt{L_1 L_2})}{R_s + R_1} \right\} = \omega L_2. \quad (5.30)$$

Besitzt also entweder der Transponder oder das zugehörige Anpassnetzwerk eine Eingangsimpedanz von

$$Z_t^* = R_2 + \frac{\omega^2 k^2 L_1 L_2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + \omega^2 k^2 L_1 L_2 \frac{R_1}{R_2}}} - j\omega L_2,$$

so wird die maximal mögliche Leistung an den Transponder abgegeben, wenn die Anpassung seitens des Lesegerätes ebenfalls optimal ist. In diesem Fall wird der Treiberstufe die maximal mögliche Leistung entnommen, d.h. die Eingangsimpedanz des Anpassnetzwerkes, welches den Treiber an die Antenne des Lesegerätes anpasst, ist gleich der konjugiert komplexen Innenimpedanz der Treiberstufe. Dies ist gleichbedeutend damit, dass die Antenne des Lesegerätes in diesem Fall eine Fußpunktimpedanz von $Z_{s,\text{opt}}^*$ aufweist.

Vergleich und Diskussion unterschiedlicher Entwurfsmethoden

Da die Gleichungen für eine maximale Leistungsübertragung an den Transponder den Kopplungsfaktor zwischen den Antennen enthält und dieser a priori nicht bekannt ist, lässt sich dieser Fall schlecht in die Praxis umsetzen. Seitens des Lesegerätes wäre noch eine adaptive Anpassung denkbar, welche der Antenne immer die maximal verfügbare Leistung zuführt. Allerdings ist dies im Transponder aus verschiedenen Gründen nicht möglich: In vielen Fällen sollen die Transponder möglichst billig sein. Außerdem beziehen passive Transponder ihre gesamte Energieversorgung aus dem (elektro-)magnetischen Feld, so dass allzu aufwendige Schaltungstechniken nicht zum Einsatz kommen können. Darüber hinaus muss die Energieversorgung des Transponders gewährleistet sein, bevor diverse Schaltungsteile mit ihrer Arbeit beginnen können. In Tab. 5.1 sind verschiedene Entwürfe zusammengestellt. Ausgegangen wird von einer Treiberstufe mit einem

Innenwiderstand von $3\ \Omega$ und einer Leerlaufspannungsamplitude von $5\ \text{V}$. Die Induktivitäten und Verlustwiderstände des Modells nach Abb. 5.7 betragen $L_1 = L_2 = 2\ \mu\text{H}$ und $R_2 = 4\ \Omega$. Die Güte der Lesegerätantenne beträgt $Q = 20$, so dass sich $R_1 = 8,52\ \Omega$ ergibt. Der eigentliche Transponder wird der Einfachheit halber durch den Lastwiderstand R_L modelliert, wobei die Fälle $R_L = 1\ \text{k}\Omega$ und $R_L = 10\ \text{k}\Omega$ betrachtet werden.

Die Tabelle zeigt die am Lastwiderstand erzeugte Spannungsamplitude für unterschiedliche Fälle. Zunächst wird die hergeleitete optimale Lösung betrachtet, welche die Kopplung k zwischen den Antennen für den Entwurf der Anpassnetzwerke verwendet. Natürlich liefert dieser Ansatz die maximale Spannung. Dieser Fall ist in der Tabelle mit „1)“ bezeichnet. Darüber hinaus sind die mit „2)“ bis „6)“ bezeichneten Entwürfe dargestellt:

Die Fälle „2)“ und „5)“ entsprechen der bereits erwähnten Situation, dass das Lesegerät immer optimal an seine Antenne angepasst ist, wobei berücksichtigt wird, dass sich die Fußpunktimpedanz der Antenne ändert, wenn ein Transponder in das Nahfeld der Antenne gebracht wird. Der Entwurf des Transponders hingegen berücksichtigt diese Kopplung nicht. Vielmehr erfolgt die Anpassung im Fall „2)“ auf die Transponderantenne mit $k = 0$, also auf die Impedanz $R_2 + j\omega L_2$. Im Fall „5)“ hingegen kommt im Transponder lediglich ein parallel geschalteter Resonanzkondensator zum Einsatz.

In den verbleibenden drei Fällen ist das Lesegerät an seine Antenne mit $k = 0$, also an eine Antennenfußpunktimpedanz von $R_1 + j\omega L_1$, angepasst. Fall „3)“ betrachtet die Situation, dass der Transponder die unter diesen Umständen maximal mögliche Leistung aus dem Feld entnimmt. Aus den bereits diskutierten Gründen ist dies jedoch nicht praktikabel. Dies trifft auf die Fälle „4)“ und „6)“ nicht zu, da diese sich sehr leicht in die Praxis umsetzen lassen. Der Grund dafür ist offensichtlich: Sowohl der Entwurf des Anpassnetzwerkes im Lesegerät als auch die schaltungstechnische Realisierung des Transponders erfolgen *unabhängig* von der Kopplung zwischen den beiden beteiligten Antennen.

Betrachtet man die Daten in der Tabelle, so fällt auf, dass im Fall einer schwachen Kopplung ($k \leq 1\%$) die Art der Anpassung seitens des Lesegerätes praktisch keine Rolle spielt. Es ist vollkommen ausreichend, wie in den Fällen „3)“, „4)“ und „6)“, das Lesegerät an seine Antenne *unter Vernachlässigung der Kopplung* anzupassen, d.h. die Antennenfußpunktimpedanz wird zu $R_1 + j\omega L_1$ angenommen. Für den Transponder kann man zwei Fälle unterscheiden: Entweder der Transponder ist an seine Antenne angepasst oder es kommt lediglich ein Resonanzkondensator zum Einsatz. Wiederum spielt die Art der Anpassung keine Rolle, so dass man sich auf den einfachen Fall einer Anpassung auf $R_2 + j\omega L_2$ beschränken kann. Wird hingegen ein Resonanzkondensator verwendet, so ist (für kleine Kopplungsfaktoren) die am Lastwiderstand erzeugte Spannung geringer als im Falle der Anpassung.

Wird bei kleinen Kopplungsfaktoren ausreichend Energie an den Transponder übertragen, so kann davon ausgegangen werden, dass dies auch bei stärkerer Kopplung der Fall

Tab. 5.1: Spannungsamplitude (in V) an verschiedenen Lastwiderständen für unterschiedliche Entwürfe und Kopplungsfaktoren.

$R_L = 1 \text{ k}\Omega$					
	$k = 10,0 \%$	$k = 5,0 \%$	$k = 1,0 \%$	$k = 0,5 \%$	$k = 0,1 \%$
1)	32,61	24,06	6,53	3,31	0,67
2)	29,05	23,18	6,52	3,31	0,67
3)	29,05	23,18	6,52	3,31	0,67
4)	21,28	21,73	6,52	3,31	0,67
5)	30,46	19,37	4,32	2,17	0,43
6)	28,6	19,24	4,32	2,17	0,43

$R_L = 10 \text{ k}\Omega$					
	$k = 10,0 \%$	$k = 5,0 \%$	$k = 1,0 \%$	$k = 0,5 \%$	$k = 0,1 \%$
1)	103,12	76,07	20,63	10,48	2,11
2)	91,85	73,3	20,63	10,48	2,11
3)	91,85	73,3	20,63	10,48	2,11
4)	67,3	68,73	20,63	10,48	2,11
5)	85,35	69,57	20,3	10,33	2,08
6)	59,96	64,3	20,3	10,33	2,08

Dabei werden folgende Fälle betrachtet:

- 1) Optimale Lösung
- 2) Das Anpassnetzwerk des Transponders führt eine Anpassung auf $R_2 + j\omega L_2$ durch. *Anschließend* wird das Anpassnetzwerk des Lesegerätes so entworfen, dass der Treiber die maximal mögliche Leistung abgibt.
- 3) Das Anpassnetzwerk des Lesegerätes führt eine Anpassung auf $R_1 + j\omega L_1$ durch. *Anschließend* wird das Anpassnetzwerk des Transponders so entworfen, dass der Transponder die maximal mögliche Leistung entnimmt.
- 4) Das Anpassnetzwerk des Lesegerätes führt eine Anpassung auf $R_1 + j\omega L_1$ durch. Das Anpassnetzwerk des Transponders führt eine Anpassung auf $R_2 + j\omega L_2$ durch.
- 5) Auf der Seite des Transponders wird ein Parallelkondensator $C_r = 1/(\omega^2 L_2)$ verwendet. *Anschließend* wird das Anpassnetzwerk des Lesegerätes so entworfen, dass der Treiber die maximal mögliche Leistung abgibt.
- 6) Das Anpassnetzwerk des Lesegerätes führt eine Anpassung auf $R_1 + j\omega L_1$ durch. Auf der Seite des Transponders wird ein Parallelkondensator $C_r = 1/(\omega^2 L_2)$ verwendet.

ist. Daher ist der Entwurf für kleine bis sehr kleine Kopplungsfaktoren kritischer und es ist ausreichend, diesen Fall beim Entwurf zu berücksichtigen. Stärkere Kopplung muss dann lediglich unter dem Gesichtspunkt einer möglichen Beschädigung des Transponders durch Überspannung in Betracht gezogen werden. Wie oben diskutiert, ist in dem zu betrachteten Fall einer schwachen Kopplung eine Anpassung des Lesegerättreibers an die zugehörige Antenne unter Vernachlässigung der Kopplung ausreichend. Der Transponder erhält seine maximale Leistung, wenn er entsprechend auf die Impedanz seiner Antenne angepasst ist, wobei der Kopplungsfaktor auch hier zu Null angenommen werden kann. Der Treiber des Lesegerätes wird also an die komplexe Last $R_1 + j\omega L_1$ und die Eingangsimpedanz des Transponders an eine Quelle mit der komplexen Innenimpedanz $R_2 + j\omega L_2$ angepasst. Tabelle 5.1 weist zusätzlich darauf hin, dass eventuell ein Resonanzkondensator seitens des Transponders ausreichend ist. Diese Schaltungsvariante ist gegebenenfalls aus Kostengründen vorzuziehen.

5.4.2 Ein vereinfachtes Modell für die Transponderantenne

Im Hinblick auf die Energieversorgung des Transponders ist anzunehmen, dass zu ihrer Analyse im Falle einer schwachen Kopplung die Rückwirkung des Transponders auf den Strom in der Antenne des Lesegerätes vernachlässigt werden kann. Dies führt zu einem vereinfachten Modell für die Transponderantenne, welches im Folgenden abgeleitet und anschließend mit den Ergebnissen in Tab. 5.1 verglichen wird. Dabei ist zu beachten, dass die Vernachlässigung der Rückwirkung des Transponders auf die Antenne des Lesegerätes nur zur Untersuchung der *Energieversorgung* sinnvoll ist. Wenn die Datenübertragung vom Transponder zum Lesegerät betrachtet wird, ist diese Rückwirkung entscheidend, da sie die Datenübertragung mit Hilfe der Lastmodulation erst ermöglicht.

Zur Modellierung der Energieübertragung im Falle einer schwachen Kopplung wird nun davon ausgegangen, dass die Treiberstufe des Lesegerätes an die zugehörige Antenne so angepasst ist, wie es im vorangehenden Abschnitt beschrieben ist. Die Fußpunktimpedanz dieser Antenne beträgt demnach $R_1 + j\omega L_1$, die Rückwirkung des Transponders auf die Antenne wird vernachlässigt. Entsprechend sei der Strom I_1 durch die Antenne des Lesegerätes unabhängig von eventuellen Transpondern im Bereich der Antenne. Der Transponder sieht dann an seinen Antennenklemmen die Ersatzschaltung aus Abb. 5.6, wobei der Strom I_1 durch eine entsprechende ideale Stromquelle geliefert wird. Die zugehörige Ersatzspannungsquelle besitzt eine Innenimpedanz von

$$Z_{t0} = R_2 + j\omega \left(L_2 - k\sqrt{L_1 L_2} + k\sqrt{L_1 L_2} \right) = R_2 + j\omega L_2, \quad (5.31)$$

eine Leerlaufspannung von

$$U_{t0} = j\omega k\sqrt{L_1 L_2} I_1 \quad (5.32)$$

und ist in Abb. 5.8 dargestellt.

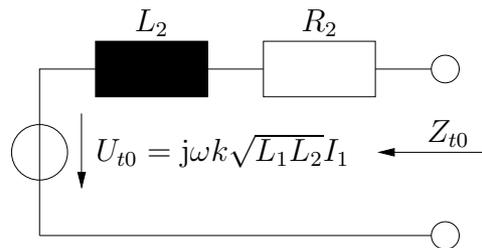


Abb. 5.8: Vereinfachtes Modell der Transponderantenne bei Vernachlässigung der Rückwirkung eines Transponders auf den Strom I_1 in der Antenne des Lesegerätes.

Dieses Modell erklärt auch, warum eine Anpassung des Transponders auf eine Quelle mit der Impedanz $R_2 + j\omega L_2$ im Falle einer schwachen Kopplung ausreichend ist. Ist man nicht an der Phasenlage, sondern lediglich an der reellen Amplitude bzw. dem reellen Effektivwert der Spannung U_{t0} interessiert, so kann der reelle Effektivwert des Stromes I_1 nach Glg. (5.1) bestimmt werden:

$$|I_1| = \sqrt{\frac{P_s \cdot Q}{\omega L_1}}, \quad (5.33)$$

wobei P_s wiederum die am Treiber des Lesegerätes verfügbare Leistung und Q die Güte des Lesegerätantenne darstellt. Einsetzen in Glg. (5.32) ergibt den Effektivwert

$$|U_{t0}| = k \sqrt{P_s \cdot Q \cdot \omega L_2}. \quad (5.34)$$

Das vorgestellte vereinfachte Modell wird nun mit den Werten in Tab. 5.1 verglichen. Wiederum wird von einer Treiberspannungsamplitude von 5 V und einem entsprechenden Innenwiderstand von 3Ω ausgegangen. Die Werte für L_2 und R_2 sind ebenso unverändert. Die Untersuchung wird für einen Lastwiderstand von $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ bzw. $R_L = 10 \text{ k}\Omega$ und unterschiedliche Kopplungsfaktoren durchgeführt. Die berechneten Spannungsamplituden am Lastwiderstand sind in Tab. 5.2 zusammengefasst.

Die beiden betrachteten Schaltungstopologien „a)“ und „b)“ entsprechen den Fällen „4)“ und „6)“ in Tab. 5.1: Zum einen wird der Lastwiderstand an eine Quelle mit Innenwiderstand $R_2 + j\omega L_2$ angepasst (Fall „a)“) und zum anderen kommt ein paralleler Resonanzkondensator zum Einsatz (Fall „b)“). Wie erwartet, stimmen für kleine Werte des Kopplungsfaktors k die Ergebnisse des vorgestellten vereinfachten Modells, das die Rückwirkung des Transponders auf den Strom in der Antenne des Lesegerätes vernachlässigt, sehr gut mit den Ergebnissen des vollen Modells, welches diese Vereinfachung nicht beinhaltet, überein.

Die Spannungen am Lastwiderstand, die das vereinfachte Modell vorhersagt, sind größer als die Werte des Modells, welche die Rückwirkung des Transponders auf den

Tab. 5.2: Vergleich des vereinfachten Modells mit dem vollen Modell. Die Tabelle zeigt die berechnete Spannungsamplitude (in V) an einem Lastwiderstand von 1 k Ω bzw. 10 k Ω für unterschiedliche Kopplungsfaktoren in den beiden folgenden Fällen: a) Anpassung des Lastwiderstandes an die Impedanz $R_2 = j\omega L_2$ und b) Verwendung eines parallelen Resonanzkondensators $C_r = 1/(\omega^2 L_2)$. Zum Vergleich sind die entsprechenden Werte der Fälle 4) und 6) aus Tab. 5.1 in Klammern eingetragen.

$R_L = 1 \text{ k}\Omega$					
	$k = 10,0 \%$	$k = 5,0 \%$	$k = 1,0 \%$	$k = 0,5 \%$	$k = 0,1 \%$
a)	66,62 (21,28)	33,31 (21,73)	6,66 (6,52)	3,33 (3,31)	0,67 (0,67)
b)	43,45 (28,6)	21,73 (19,24)	4,35 (4,32)	2,17 (2,17)	0,43 (0,43)

$R_L = 10 \text{ k}\Omega$					
	$k = 10,0 \%$	$k = 5,0 \%$	$k = 1,0 \%$	$k = 0,5 \%$	$k = 0,1 \%$
a)	210,65 (67,3)	105,33 (68,73)	21,1 (20,63)	10,53 (10,48)	2,11 (2,11)
b)	207,97 (59,96)	103,99 (64,3)	20,8 (20,3)	10,4 (10,33)	2,08 (2,08)

Antennenstrom des Lesegerätes berücksichtigt. Der Grund dafür ist, dass diese Rückwirkung die Fußpunktimpedanz der Lesegerätantenne verändert und diese dann nicht mehr optimal angepasst ist, so dass sich der Strom I_1 entsprechend reduziert.

Das vereinfachte Modell ist daher sehr gut geeignet, um eine erste Abschätzung des Verhaltens des Transponders im magnetischen Feld durchzuführen, wenn nur eine schwache Kopplung vorliegt. Aus den bereits diskutierten Gründen ist der Fall einer schwachen Kopplung aus Sicht des Schaltungsentwurfs kritischer, so dass eine erste Betrachtung unter dieser Annahme gerechtfertigt ist.

Eine Variante des vereinfachten Modells

Eine Abwandlung des vorgestellten vereinfachten Modells ergibt sich, wenn man sich die Antenne des Transponders in einem magnetischen Wechselfeld \vec{B} vorstellt. In einer Antennenspule wird in diesem Fall die Leerlaufspannung

$$U_{t0} = -j\omega\Psi_{t0} \quad (5.35)$$

induziert, wobei Ψ_{t0} die *Flussverkettung* in der Spule bedeutet, wenn kein Strom durch die Spule fließt. Ist dies doch der Fall, so wird die Klemmenspannung entsprechend beeinflusst. Dabei entsteht zum einen ein Spannungsabfall am Leiterwiderstand und zum anderen erzeugt der Strom durch die Antenne eine magnetische Flussverkettung, welche sich Ψ_{t0} überlagert und die induzierte Spannung beeinflusst. Dieser Effekt wird durch die Selbstinduktivität der Spule erfasst, so dass sich insgesamt das in Abb. 5.9 dargestellte Ersatzschaltbild ergibt, wobei der Widerstand R_2 gegebenenfalls eine Abstrahlung

5 Untersuchung der Luftschnittstelle

elektromagnetischer Energie aufgrund des Antennenstromes beinhaltet. In diesem Fall setzt sich R_2 aus dem Strahlungswiderstand der Antenne und ihrem Verlustwiderstand zusammen.

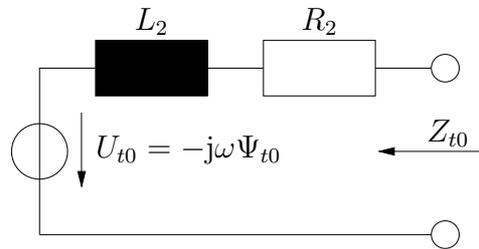


Abb. 5.9: Modell der Transponderantenne im magnetischen Wechselfeld.

Die Rückwirkung auf den Strom in der Antenne des Lesegerätes, welche die Flussverkettung Ψ_{t0} erzeugt, wird wiederum vernachlässigt. Wäre dies nicht der Fall, so wäre Ψ_{t0} vom Strom durch die Transponderantenne abhängig.

Die maximale Leistung, die nach diesem Modell aus dem magnetischen Feld entnommen werden kann, beträgt

$$P_{t,\max} = \frac{\omega^2 |\Psi_{t0}|^2}{4R_2}, \quad (5.36)$$

wenn Ψ_{t0} den *Effektivwert* der Flussverkettung bezeichnet.

Um die qualitative Abhängigkeit dieser Leistung von den Entwurfsparametern der Antenne zu erfassen, wird exemplarisch von einer quadratischen Antenne mit N_t Windungen und einer Kantenlänge von a_t ausgegangen. Unter Vernachlässigung der Abstrahlung gilt in diesem Fall für den Verlustwiderstand

$$R_2 = 4a_t N_t R'_t, \quad (5.37)$$

wobei R'_t den Widerstand pro Länge des Antennenleiters bezeichnet.

Nimmt man an, dass das Feld im Bereich der Antenne örtlich konstant ist und bezeichnet man mit B_{t0} den komplexen Effektivwert der Feldkomponente, die *senkrecht* auf die Antenne steht, wenn kein Strom durch die Antenne fließt, so gilt für Ψ_{t0} :

$$\Psi_{t0} = a_t^2 N_t B_{t0}, \quad (5.38)$$

womit für die maximal verfügbare Leistung

$$P_{t,\max} = \frac{\omega^2 a_t^3 N_t |B_{t0}|^2}{16R'_t} \quad (5.39)$$

folgt.

Aus dieser Beziehung lassen sich einige grundlegende Zusammenhänge ableiten: Die beste Möglichkeit, um die Energieversorgung des Transponders zu optimieren, ist der

Einsatz großer Antennen. Dies ist häufig nicht möglich, da die Transponder je nach Anwendung eine gewisse Größe nicht überschreiten dürfen. Antennen von Transpondern, die bei Betriebsfrequenzen von 125 kHz oder 135 kHz arbeiten, weisen daher in der Regel eine deutlich größere Windungszahl auf als jene für 13,56 MHz.

Allerdings wächst die Güte der Transponderantenne Q_t bei vorgegebener Antennen-größe *linear* mit der Windungszahl

$$Q_t = \frac{\omega L_2}{R_2} \propto \frac{\omega N_t^2}{N_t R'_t} = \frac{\omega N_t}{R'_t}, \quad (5.40)$$

so dass entsprechend $P_{t,\max} \propto \omega Q_t$ gilt. Wird also eine bestimmte Datenrate und damit eine maximale Güte gewünscht, so wirkt dies entsprechend als begrenzender Faktor für die verfügbare Leistung.

Bei der bisherigen Betrachtung wurde die kapazitive Kopplung zwischen den einzelnen Windungen der Transponderantenne außer Acht gelassen. LIN et al. haben in [55] ein Ersatzschaltbild für Schleifenantennen vorgestellt, welches diese Kopplung berücksichtigt. Dieses Modell beschreibt allerdings lediglich die Impedanz der Antennenspule; die induzierte Spannung U_{t0} wird in diesem Artikel nicht behandelt. Erweitert man die Modelle aus den Abbildungen 5.8 und 5.9 um die Ausführungen von LIN, so erhält man das in Abb. 5.10 dargestellte Modell.

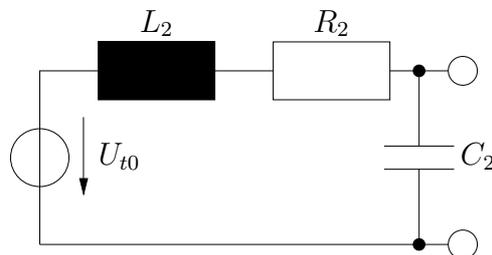


Abb. 5.10: Erweiterung des Modells der Transponderspule um die kapazitive Kopplung zwischen den Spulenwindungen. Dieses Modell ist eine Kombination aus den bereits diskutierten Modellen und dem in [55] dargestellten Ersatzschaltbild einer Schleifenantenne.

Die Bestimmung der Parameter R_2 , L_2 und C_2 wird in [55] diskutiert.

Da bei diesem erweiterten Modell aber lediglich ein reaktives Element hinzukommt, bleibt die maximal verfügbare Leistung unverändert. Die Modelle aus den Abbildungen 5.6 und 5.7 können entsprechend um die kapazitive Kopplung zwischen den Windungen der Transponderantenne ergänzt werden. Die Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen bezüglich der maximal übertragbaren Leistung bleiben hiervon unbeeinflusst.

BASAT et al. stellen in [10] ein Transponderantennenmodell vor, welches darüber hinaus die kapazitiven Einflüsse des Substrates sowie die Verluste im Substrat berücksichtigt.

6 Modellierung analoger Systeme mit Verilog-A

Das vorliegende Kapitel beschäftigt sich mit der Modellierung von Schaltungen und Systemen mit Hilfe der Beschreibungs- und Modellierungssprache VERILOG-A. Diese stellt eine Ergänzung der Hardwarebeschreibungssprache VERILOG um zeitkontinuierliche Vorgänge dar, weswegen VERILOG-A zur Modellierung analoger Komponenten hervorragend geeignet ist. Die Kombination von VERILOG und VERILOG-A wird als VERILOG-AMS (Analog Mixed-Signal) bezeichnet und ermöglicht die Kosimulation analoger und digitaler Komponenten. Natürlich können auch in VERILOG-A digitale Komponenten modelliert werden. Die Beschreibung der digitalen Komponenten in VERILOG oder VHDL ermöglicht jedoch eine Integration in den bestehenden Entwurfsablauf und die Verwendung existierender Modelle. So lässt sich die digitale Schaltung nach der Simulation im Gesamtmodell beispielweise synthetisieren und mit den etablierten Entwurfsflüssen weiter verarbeiten. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich jedoch auf den Einsatz von VERILOG-A als Modellierungssprache. Die VERILOG-A-Modelle werden dann in SPECTRE, dem analogen Schaltungssimulator der Firma CADENCE, zusammen mit klassischen Schaltungs- und Bauelementmodellen simuliert.

Zur Beschreibung zeitinvarianter linearer Systeme bietet VERILOG-A eine Reihe von Möglichkeiten. So lassen sich beispielsweise Differentialgleichungen direkt im Zeitbereich formulieren. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit einer Modellierung im Frequenzbereich, wobei im Wesentlichen mit Übertragungsfunktionen, die durch gebrochen rationale Funktionen dargestellt werden können, gearbeitet wird. Die Beschreibung des Zähler- bzw. Nennerpolynoms der Übertragungsfunktion erfolgt entweder in Form des Koeffizientenvektors oder durch einen Vektor der zugehörigen komplexen Nullstellen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden diese Möglichkeiten um eine Weitere ergänzt, welche in [126] vorgestellt wird: Die Systeme werden durch ihre Streumatrizen beschrieben, die in analytischer Form vorliegen. Eine Integration dieser Matrizen in tabellarischer Form ist in SPECTRE bereits vorgesehen und wird daher nur kurz umrissen.

6.1 Verilog-A

VERILOG-A besitzt eine Syntax, die an die von VERILOG angelehnt ist. Im Gegensatz zu VERILOG, welches der Modellierung und der Beschreibung digitaler Schaltungen und

Systeme dient, erlaubt VERILOG-A die Beschreibung analoger, d.h. zeit- und wertkontinuierlicher Vorgänge.

Die Modellierung erfolgt durch ein Netzwerk aus gesteuerten Quellen, wobei ein Modell aus *Knoten*, *Zweigen* und *Toren* besteht. Zwei Knoten werden durch einen Zweig oder mehrere parallele Zweige verbunden. Ein Tor ist im Prinzip ein Verbindungsknoten nach außen, stellt also sozusagen die Schnittstelle des Modells dar. Einem Zweig kann entweder der *Fluss* durch den Zweig oder das *Potential* über dem Zweig zugewiesen werden, wobei in beiden Fällen sowohl das Potential als auch der Fluss gelesen werden kann und ein Wechsel der Zuweisung zwischen Potential und Fluss möglich ist. Dies ermöglicht beispielsweise die Modellierung eines idealen Schalters.

Werden einem Zweig weder das Potential noch der Fluss zugewiesen, so fungiert er als sogenannter Fühler (der englische Ausdruck in VERILOG-A ist „Probe“): Entweder kann das Potential *oder* der Fluss gelesen werden. Die *nicht gelesene* Größe wird implizit zu *Null* gesetzt, so dass ein Spannungsfühler einen unendlich großen Innenwiderstand und ein Stromfühler einen Innenwiderstand von Null aufweist.

Die Zuweisung der Größen Potential und Fluss ist *akkumulierend*, d.h. werden beispielsweise *einem* Zweig mehrere Potentiale zugewiesen, so addieren sich diese einzeln zugewiesenen Potentiale zum Gesamtpotential über diesem Zweig.

Schließlich erlaubt VERILOG-A *multidisziplinäre* Simulationen: Jedem Knoten wird eine bestimmte *Disziplin* zugeordnet. Diesen Disziplinen entsprechen unterschiedliche Anwendungsdomänen, wie beispielsweise Elektrotechnik, Thermodynamik oder Mechanik. In jeder dieser Disziplinen wird eine bestimmte Größe als Fluss und eine weitere zugehörige Größe als Potential modelliert. Eine Auswahl von vordefinierten Disziplinen in VERILOG-A zeigt Tab. 6.1. Ein Beispiel für solch eine multidisziplinäre Anwendung ist die Simulation eines mechanisch belasteten Elektromotors einschließlich der Steuerelektronik. Das Motormodell selbst dient sozusagen als Bindeglied zwischen der elektrischen und der mechanischen Domäne.

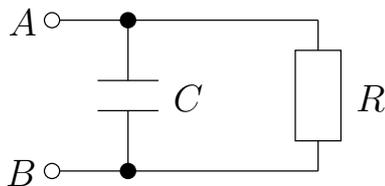
Tab. 6.1: Einige Disziplinen in VERILOG-A.

Disziplin	Fluss	Potential
elektrisch	Strom	Spannung
thermisch	Wärmeleistung	Temperatur
mechanisch	Kraft	Ort
	Kraft	Geschwindigkeit
	Drehmoment	Winkel
	Drehmoment	Winkelgeschwindigkeit

Eine erschöpfende Darstellung der Prinzipien und Möglichkeiten von VERILOG-A ist in [1] gegeben. Wie die Sprache verwendet werden sollte, um Modelle für Schaltungssimulatoren zu schreiben, wird von CORAM am Beispiel einer Diode diskutiert [25].

6.2 Beispiele

Diese Prinzipien sollen an zwei einfachen Beispielen verdeutlicht werden. Das erste Beispiel ist in Abb. 6.1 dargestellt und ist eine Parallelschaltung eines Widerstandes und eines Kondensators.



Möglichkeit I

```
branch (A,B) Res;
branch (A,B) Cap;
...
V(Res) <+ R*I(Res);
I(Cap) <+ C*ddt(V(Cap));
```

Möglichkeit II

```
branch (A,B) Res;
branch (A,B) Cap;
...
V(Res) <+ R*I(Res);
V(Cap) <+ idt(I(Cap))/C;
```

Möglichkeit III

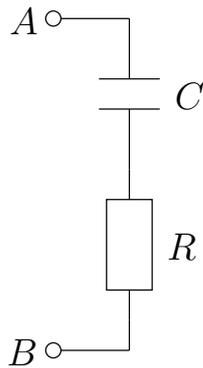
```
branch (A,B) RC;
...
I(RC) <+ V(RC)/R;
I(RC) <+ C*ddt(V(RC));
```

Abb. 6.1: Verschiedene Möglichkeiten zur Realisierung einer RC -Parallelschaltung in VERILOG-A.

Die Abbildung zeigt darüber hinaus drei mögliche Beschreibungen dieser Schaltung in VERILOG-A. Ein naheliegender Ansatz ist die Verwendung zweier Zweige, wobei jeder dieser Zweige die beiden Knoten A und B verbindet. Jeder dieser Zweige kann separat durch eine gesteuerte Strom- oder Spannungsquelle beschrieben werden, was auf die beiden dargestellten Möglichkeiten I bzw. II führt. Die verbleibenden beiden Kombinationen sind nicht dargestellt. Möglichkeit III demonstriert den akkumulierenden Charakter der Zuweisung: Es wird nur ein einzelner Zweig definiert, der die Knoten A und B verbindet. Diesem wird in zwei getrennten Anweisungen der Fluss durch den Zweig zugewiesen. Da es sich um den selben Zweig handelt, addieren sich die zugewiesenen Flüsse zum Gesamtfluss, so dass das Verhalten der dargestellten Schaltung korrekt erfasst ist.

Das zweite Beispiel ist entsprechend eine Serienschaltung eines Widerstandes und eines Kondensators und in Abb. 6.2 dargestellt.

Wiederum gibt es eine Reihe von Möglichkeiten, diese Schaltung zu beschreiben, wobei in der Abbildung zwei davon gezeigt werden. Die erste dargestellte Möglichkeit basiert wiederum auf einer getrennten Beschreibung von Widerstand und Kondensator und Möglichkeit II auf dem akkumulierenden Charakter der Zuweisungen. Die dritte Realisierung hingegen spiegelt ein leistungsstarkes Konstrukt von VERILOG-A wider: Die *im-*



Möglichkeit I

```
branch (A, INTERN) Cap;
branch (INTERN, B) Res;
...
V(Res) <+ R*I(Res);
I(Cap) <+ C*ddt(V(Cap));
```

Möglichkeit II

```
branch (A,B) RC;
...
V(RC) <+ R*I(RC);
V(RC) <+ idt(I(RC))/C;
```

Möglichkeit III

```
branch (A,B) RC;
...
I(RC) <+ C*ddt(V(RC)-R*I(RC));
```

Abb. 6.2: Verschiedene Möglichkeiten zur Realisierung einer RC -Serienschaltung in VERILOG-A.

plizite Zuweisung. Der Strom durch den Zweig taucht auf beiden Seiten des Zuweisungsoperators ($<+$) auf, so dass sozusagen eine *Bestimmungsgleichung* für die gewünschte Größe definiert wird. Diese Gleichung wird dann während der Simulation gelöst, so dass der korrekte Wert für den Strom herauskommt. In diesem Fall handelt es sich sogar um eine Differentialgleichung.

6.3 Modellierung von Mehrtores

Ein großer Vorteil von VERILOG-A für die Entwicklung von analogen Modellen ist, dass sich der Entwickler nicht mit den Schnittstellen des jeweiligen Simulators beschäftigen muss. Vielmehr kann er sich auf die Implementierung des eigentlichen Modells konzentrieren [25]. Die VERILOG-A Beschreibung ist in der Regel *unabhängig* vom eingesetzten Simulationswerkzeug, wobei in der vorliegenden Arbeit SPECTRE verwendet wird.

Für die Implementierung des Modells können die auftretenden mathematischen Ausdrücke nahezu direkt in VERILOG-A übernommen werden. Allerdings gibt es hierbei einiges zu beachten, was im Folgenden anhand eines Beispiels diskutiert wird.

Abb. 6.3 zeigt ein zeitinvariantes lineares Zweitor, welches durch seine Z -Matrix beschrieben wird.

Bei einer Implementierung mit Hilfe gesteuerter Spannungsquellen, ergibt sich der in Listing 6.1 dargestellte Code, wenn die Elemente der Matrix \mathbf{Z} rein reell sind. Der allgemeine Fall komplexer Z -Matrizen wird an späterer Stelle diskutiert.

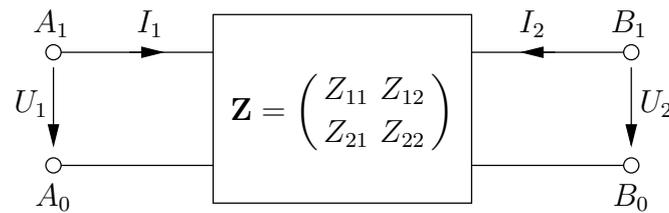


Abb. 6.3: Zweitor

Lst. 6.1: Implementierung von reellen Z -Parametern

```

branch (A1, A0) PortA;
branch (B1, B0) PortB;
...
V(PortA) <+ Z_11*I(PortA);
V(PortA) <+ Z_12*I(PortB);
V(PortB) <+ Z_21*I(PortA);
V(PortB) <+ Z_22*I(PortB);

```

Diese Beschreibung führt auf das in Abb. 6.4 (a) dargestellte Ersatzschaltbild. Die Spannungen am Tor A und Tor B setzen sich aus jeweils zwei Komponenten zusammen, was mit Hilfe des akkumulierenden Charakters der Zuweisungen realisiert ist. Dadurch, dass die Spannungen an den Toren auch vom Strom durch das Tor selbst abhängen, entsteht der jeweilige Widerstand im Ersatzschaltbild.

An dieser Stelle tritt gegebenenfalls ein Problem auf: Wird dieses Zweitor von einer idealen Spannungsquelle getrieben und der Parameter $Z_{11} = 0$ gesetzt, so ergibt sich beispielsweise die in Abb. 6.4 (b) dargestellte Situation. Die Ströme in die Klemmen dieser Schaltung werden durch die Bestimmungsgleichung

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{12} \\ Z_{21} & (Z_{22} + Z_L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

beschrieben, die eine *eindeutige* Lösung besitzt:

$$I_1 = -\frac{(Z_{22} + Z_L)U_0}{Z_{12}Z_{21}} \quad (6.2)$$

$$I_2 = \frac{U_0}{Z_{12}}. \quad (6.3)$$

Dennoch lässt sich diese Schaltung nicht simulieren. Der Grund dafür ist folgender: Der Schaltungssimulator führt *vor* der eigentlichen Simulation eine *Prüfung der Schaltungstopologie* durch. Diese erzeugt dann die Fehlermeldung, dass die Schaltung eine Parallelschaltung zweier idealer Spannungsquellen enthält. Obwohl der Arbeitspunkt der

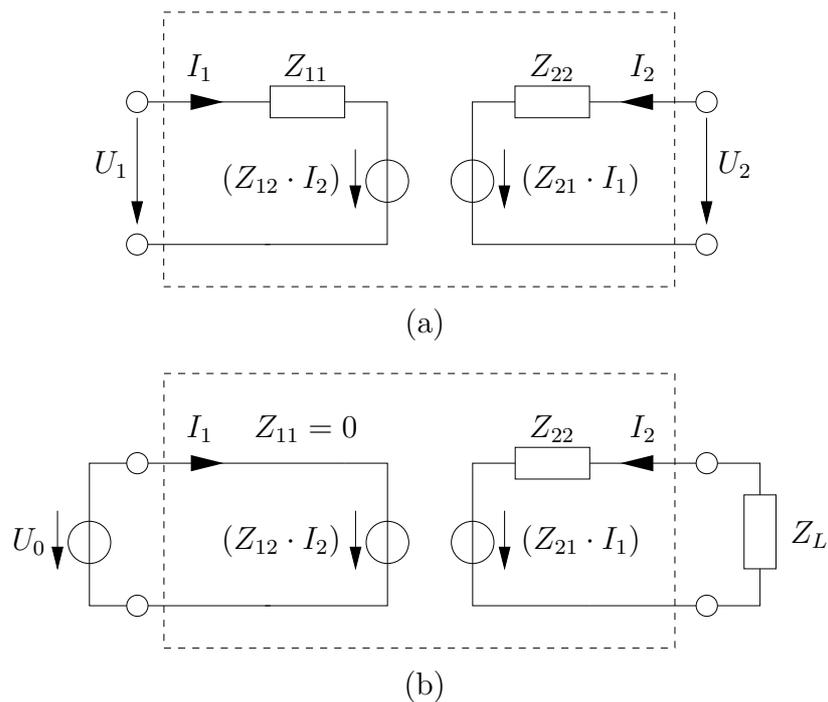


Abb. 6.4: Ersatzschaltbild der Realisierung eines linearen zeitinvarianten Zweitorts, welches durch seine Z -Matrix beschrieben wird (a) und eine mögliche äußere Beschaltung im Spezialfall $Z_{11} = 0$ (b).

Schaltung in diesem Fall eindeutig bestimmt werden kann, wird die Simulation erst gar nicht gestartet. Dies muss berücksichtigt werden, wenn Modelle miteinander verschaltet werden sollen.

Sollen schließlich komplexe Zweitormatrizen verwendet werden, was in der Regel der Fall ist, so bietet sich hierfür der `laplace_xx()`-Operator von VERILOG-A an. Mit Hilfe dieses Operators können gebrochen rationale im Frequenzbereich realisiert werden, wobei diese Funktionen entweder durch den Vektor ihrer Koeffizienten oder durch die Vektoren ihrer komplexen Null- bzw. Polstellen dargestellt werden. Der zugehörige Rahmen für die Implementierung ist in Listing 6.2 dargestellt.

Lst. 6.2: Implementierung von komplexen Z -Parametern

```

branch (A1, A0) PortA;
branch (B1, B0) PortB;
...
V(PortA) <+ laplace_nd(I(PortA), Num11, Denom11);
V(PortA) <+ laplace_nd(I(PortB), Num12, Denom12);
V(PortB) <+ laplace_nd(I(PortA), Num21, Denom21);
V(PortB) <+ laplace_nd(I(PortB), Num22, Denom22);

```

6.4 Die Verwendung von S -Parametern

Die Verwendung von Streuparametern (S -Parametern) zur Beschreibung zeitinvarianter linearer Systeme ist vor allem in der Hochfrequenz- und Mikrowellentechnik verbreitet. S -Parameter haben eine Reihe von Vorteilen gegenüber den in der Zweitorthorie häufig verwendeten Z -, Y -, H - und G -Parametern. Insbesondere die messtechnische Erfassung von Streumatrizen ist bei hohen Frequenzen einfacher zu bewerkstelligen als die Messung der klassischen Zweitormatrizen, da zur Messung letzterer ideale Kurzschlüsse und Leerläufe benötigt werden, die bei hohen Frequenzen schwer zu erzeugen sind.

Den S -Parametern liegt ein Wellenmodell zugrunde, wodurch die Spannungen und Ströme der klassischen Zweitorthorie durch hin- und rücklaufende Wellen ersetzt werden. Mathematisch gesehen handelt es sich um eine lineare Abbildung, welche die Spannung U und den Strom I eines Tors auf eine hin- und eine rücklaufende Welle für eine bestimmte Normierungsimpedanz Z_0 abbildet:

$$U = U_h + U_r \quad (6.4)$$

$$IZ_0 = U_h - U_r, \quad (6.5)$$

wobei die Notation aus Abbildung 6.5 gilt und U_h eine *hin*- und U_r eine *rück*laufende Spannungswelle bezeichnet.

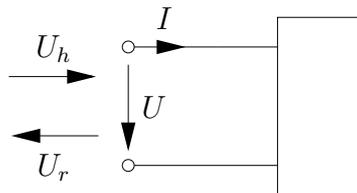


Abb. 6.5: Ein Tor mit ein- und auslaufenden Wellen und dazugehörige Spannung und Strom.

Anschaulich lassen sich die Streuparameter so interpretieren, dass auf einer am Tor angeschlossenen Leitung mit Wellenwiderstand Z_0 eine Spannungswelle U_h auf das Tor zu- und eine zweite überlagerte Spannungswelle U_r von dem Tor wegläuft. Dabei fällt über den Klemmen des Tors genau die Spannung U ab und der Strom I fließt in diesen Klemmen.

Üblicherweise normiert man die Spannungen der Wellen auf die Quadratwurzel der charakteristischen Impedanz

$$a = \frac{U_h}{\sqrt{Z_0}} \quad (6.6)$$

$$b = \frac{U_r}{\sqrt{Z_0}}, \quad (6.7)$$

so dass $|a|^2$ als die zum Tor transportierte Leistung und $|b|^2$ als die reflektierte (oder gelieferte) Leistung angesehen werden kann.

Betrachtet man ein zeitinvariantes lineares Zweitor, so verknüpfen die S -Parameter die ein- und auslaufenden Wellen miteinander:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}. \quad (6.8)$$

6.5 Analytische S-Parameter in Verilog-A

Da sich die Spannung und der Strom eines Tors durch eine lineare Transformation durch die Wellengrößen a und b ausdrücken lassen, liegt es nahe, eine eigene Disziplin „Wellen“ für VERILOG-A zu entwerfen. Willkürlich wird der einlaufenden Welle der Fluss und der auslaufenden Welle das Potential zugeordnet. Als Bezugsknoten wird jeweils „0“ verwendet, so dass jedes Wellentor mit einem Knoten auskommt. Es wurde ein Element entworfen, das die Anbindung an konventionelle Schaltungen erlaubt. Dabei handelt es sich um einen Konverter, welcher die Spannung und den Strom an einem Tor in Wellengrößen an einem zweiten Tor übersetzt. Da die einlaufende Welle am U/I -Tor zur auslaufenden Welle am Wellentor wird und umgekehrt und einem Tor entweder der Fluss oder das Potential zugewiesen kann, weichen die implementierten Gleichungen etwas von den Gleichungen 6.4 und 6.5 ab:

$$b = \frac{U + Z_0 \cdot I}{2\sqrt{Z_0}} \quad (6.9)$$

$$U = 2\sqrt{Z_0} \cdot a + Z_0 \cdot I. \quad (6.10)$$

Es handelt sich demnach um zwei gesteuerte Potentialquellen, wobei der U/I -Torseitigen Quelle noch ein Widerstand mit dem Wert Z_0 in Reihe liegt. Dies hat den Vorteil, dass außerhalb dieses Moduls an diesem Tor direkt eine Spannungsquelle angeschlossen werden kann, ohne dass die Topologieprüfung einen Fehler liefert. Der Widerstand kommt dadurch zustande, dass eine der steuernden Größen dieser Spannungsquelle der Strom durch die Quelle selbst ist. Wäre U als Funktion von a und b implementiert worden, so würde die Topologieprüfung einen Fehler melden, wenn dieses Tor direkt mit einer Spannungsquelle außerhalb des Moduls verbunden würde. Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abb. 6.6 dargestellt.

Aus Gründen, die in Abschnitt 6.5.2 betrachtet werden, ist dies auf der Wellentorseite nicht erforderlich. Die gesteuerte Potentialquelle dieses Tors wird vollständig von den Größen U und I des anderen Tors gesteuert.

6.5.1 Das eigentliche Modell

Durch das Hinzufügen einer Disziplin für Wellengrößen kann das eigentliche Modell sehr einfach verwirklicht werden. Gleichung 6.8 weist direkt eine für VERILOG-A Implementierungen geeignete Form auf. Sie beschreibt zwei gesteuerte Potentialquellen, deren Werte

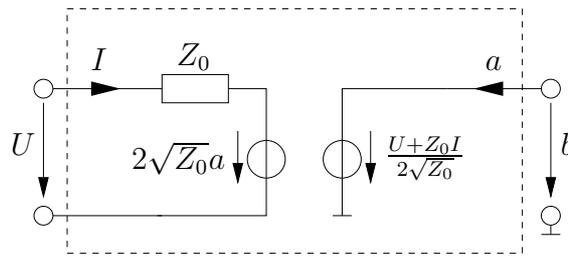


Abb. 6.6: Umsetzung zwischen der Wellendarstellung und der Darstellung mit Spannungen und Strömen.

von den Flüssen durch diese Quellen abhängen. Für den Fall $S_{11} = 0$ bzw. $S_{22} = 0$ enthalten die Quellen keine Serienimpedanz, was aber in diesem Fall kein Problem darstellt, wie in Abschnitt 6.5.2 gezeigt wird.

Zur Realisierung der Übertragungsfunktionen S_{nm} können die analogen Operatoren von VERILOG-A genutzt werden. Insbesondere sind die LAPLACE-Filter von Interesse, da diese eine nahezu unmittelbare Umsetzung von S-Parameter ermöglichen, die durch gebrochen rationale Funktionen im LAPLACE-Bereich beschrieben werden. Allerdings haben diese Operatoren Probleme mit Funktionen, deren Zählergrad den Nennergrad übersteigt. In diesem Fall kann der Zähler durch Differenzieren des entsprechenden Flusses nach der Zeit reduziert werden. Zu diesem Zweck kann der `ddt()`-Operator verwendet werden. Schließlich kann der Verzögerungsoperator zur Modellierung von Leitungen zum Einsatz kommen.

Ebenso lassen sich auf diese Weise Eintore oder N -Tore (mit $N \geq 3$) realisieren. Im Falle eines Eintors handelt es sich um eine komplexe Impedanz, wohingegen die N -Tore N gesteuerte Potentialquellen enthalten, deren Wert von den Flüssen durch diese Quellen gesteuert wird. Die Kopplung zwischen den Flüssen und den Potentialen wird gerade durch die $N \times N$ -Streumatrix beschrieben. Hat ein Hauptdiagonalelement dieser Matrix den Wert Null, so besitzt die entsprechende Quelle keine Serienimpedanz.

6.5.2 Der Fluss-Potential-Konverter

Wenn zwei Module M_1 und M_2 miteinander verbunden werden, so stellt die auslaufende Welle von M_1 eine einlaufende Welle von M_2 dar und umgekehrt. Da in dem hier vorgestellten Modell auslaufende Wellen als Potential und einlaufende Wellen als Fluss dargestellt werden, ist dies nicht gewährleistet. Aus diesem Grund wird ein Modul eingeführt, welches man als „Fluss-Potential-Konverter“ bezeichnen könnte. Dieses Modul besitzt zwei Wellentore W_1 und W_2 und hat die Aufgabe, das Potential an Tor W_1 in einen (negativen) Fluss an Tor W_2 umzusetzen und umgekehrt:

$$a_1 = -b_2 \quad (6.11)$$

$$a_2 = -b_1. \quad (6.12)$$

Dieses Modul kann demnach als eine Art Verbindungsleitung angesehen werden. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass bei diesem Modul (und nur bei diesem) die Größen a und b keine physikalische Entsprechung haben. Zur Bestimmung ein- und auslaufender Wellen innerhalb der Simulation können diese an jedem beliebigen Tor erfasst werden, außer an den Toren des Fluss-Potential-Konverters.

Ferner befinden sich an den Toren des Fluss-Potential-Konverters gesteuerte *Flussquellen*. Aus diesem Grund ist es möglich, die Tore des Konverters direkt mit den Toren der anderen Module zu verbinden, ohne dass die Topologieprüfung einen Fehler liefert. Dies gilt auch, wenn bei den gesteuerten Spannungsquellen an den Toren der anderen Module keine Impedanzen in Serie liegen.

6.6 Beispiel für eine Wellensimulation

Als Beispiel für eine Simulation mit der vorgestellten Methode wurde eine Leitung gewählt, die mit dem Reflexionsfaktor $\Gamma = 0,5$ abgeschlossen ist. Für die S-Parameter einer verlustfreien Leitung, deren Wellenwiderstand der Normierungsimpedanz entspricht, gilt:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-sT} \\ e^{-sT} & 0 \end{pmatrix} \quad \bullet \text{---} \circ \quad \begin{aligned} b_1(t) &= a_2(t - T) \\ b_2(t) &= a_1(t - T) \end{aligned}$$

wobei T die Signallaufzeit auf der Leitung darstellt. Dieses Modell kann direkt mit Hilfe des `absdelay()`-Operators von VERILOG-A implementiert werden. Listing 6.3 zeigt den zugehörigen Code. Der Terminator lässt sich unmittelbar angeben: $b = \Gamma a$.

Lst. 6.3: Verlustfreie Leitung im Wellenmodell

```

module TransmissionLine (W1, W2);
    waves W1, W2;
    branch (W1) W1port;
    branch (W2) W2port;

    parameter real T = 50n; // Time of Flight (sec)

    analog begin
        B(W1port) <+ absdelay (A(W2port), T);
        B(W2port) <+ absdelay (A(W1port), T);
    end
endmodule

```

Die Schaltung für die Leitungssimulation ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Das zugehörige Simulationsergebnis zeigt Abbildung 6.8.

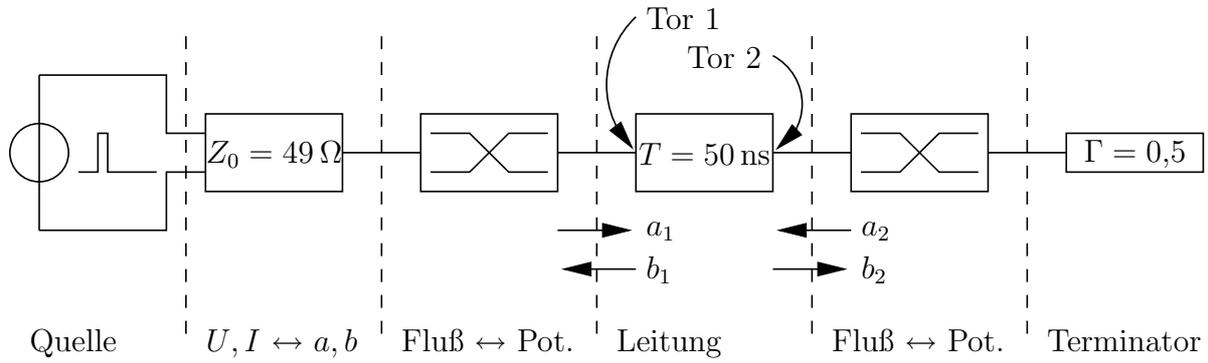


Abb. 6.7: Schaltung der Leitungssimulation. Die Leitung besitzt eine Signallaufzeit von $T = 50 \text{ ns}$, der Reflexionsfaktor beträgt $\Gamma = 0,5$.

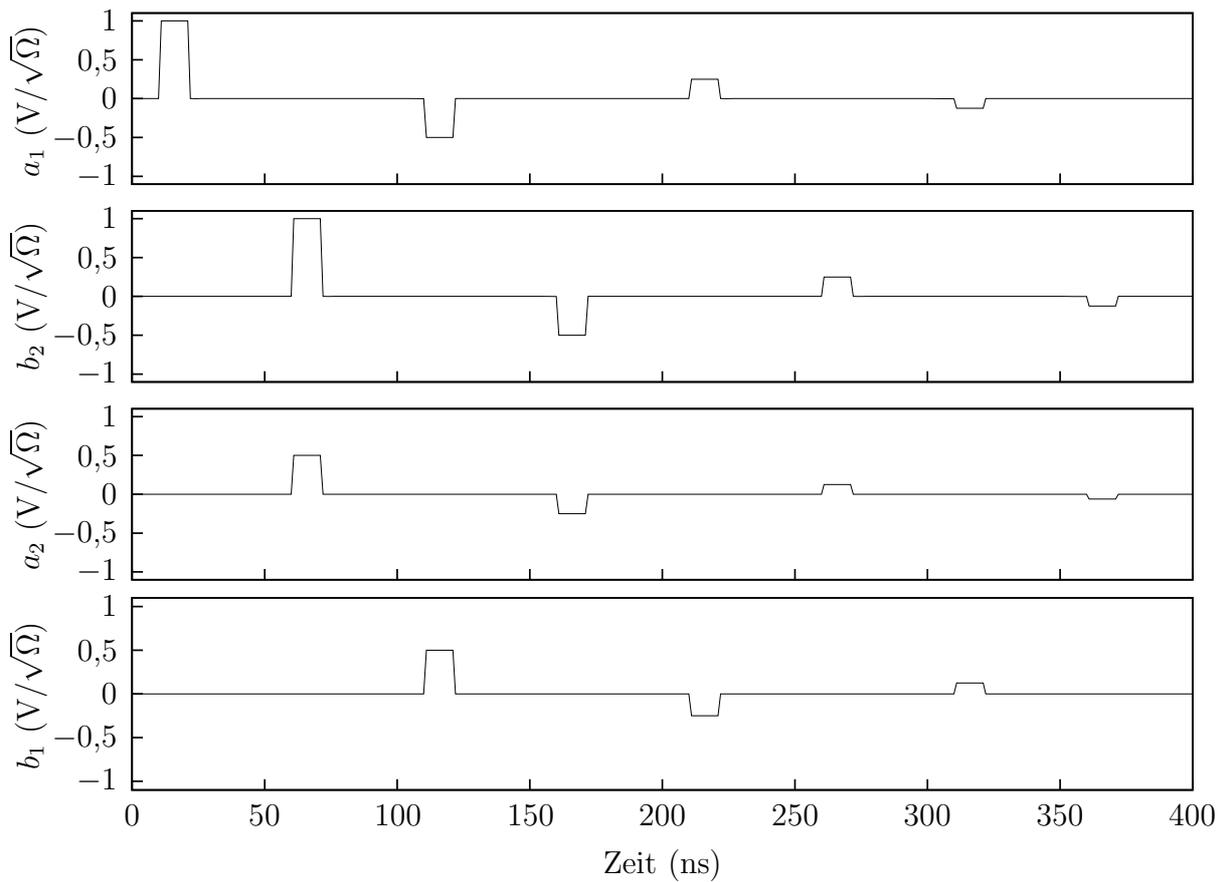


Abb. 6.8: Simulationsergebnis der Schaltung aus Abbildung 6.7.

Die Pulsquelle erzeugt nach 10 ns einen Impuls der Dauer 10 ns und der Höhe 7 V. Die Bezugsimpedanz beträgt aus Gründen der Einfachheit 49Ω . Daher ergibt sich die Höhe des Impulses in der Wellendarstellung zu $1 \text{ V}/\sqrt{\Omega}$. Dieser Impuls wandert über die Leitung, um am Ende mit einem Reflexionsfaktor von 0,5 reflektiert zu werden. Der reflektierte Impuls wandert zurück zum Eingang, der mittlerweile konstant auf 0 V liegt und damit einen Kurzschluss darstellt ($\Gamma = -1$). Daher ist die einlaufende Welle an Tor 2 immer um 0,5 kleiner als die auslaufende (reflektierte) Welle dieses Tors. Die auslaufende Welle wiederum ist die um 50 ns verzögerte einlaufende Welle an Tor 1. Diese ist zunächst die Initialwelle und dann die negative reflektierte Welle dieses Ports, welche wiederum die um 50 ns verzögerte einlaufende Welle von Tor 2 ist.

6.7 Tabellarische S-Parameter in Cadence Spectre

Häufig liegen die S -Parameter nicht in analytischer Form, sondern tabellarisch vor. Diese Daten können beispielsweise durch Messungen mit einem Vektoranalysator oder durch EM-Feldsimulationen ermittelt werden. Um diese Daten trotzdem in einer Transientensimulation verwenden zu können, muss aus diesen Daten ein analytische Ausdruck generiert werden. Dies erfolgt in der Regel durch Regressionsverfahren, wobei die Zielfunktion folgende gebrochen rationale Form besitzt:

$$S_{nm} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} b_i s^i}{\sum_{i=0}^{\infty} a_i s^i} \approx \frac{\sum_{i=0}^M b_i s^i}{\sum_{i=0}^N a_i s^i}. \quad (6.13)$$

Ein Algorithmus zur Bestimmung der Koeffizienten a_i und b_i wird in [24] vorgestellt.

Dieser Algorithmus ist bereits in CADENCE SPECTRE implementiert, so dass lediglich ein N -Tor instantiiert werden muss. Diesem kann dann direkt eine Datei mit den Mess- bzw. Simulationsergebnissen (in Form tabellarische S -Parameter) zugewiesen werden.

SPECTRE bestimmt dann daraus ein Simulationsmodell, welches in einer separaten Datei gespeichert wird. Auf diese Weise muss der (eventuell) zeitaufwendige Regressionsalgorithmus nicht bei jeder Simulation erneut ausgeführt werden.

Dieses Verfahren bietet eine sehr effiziente Möglichkeit, um realistische Übertragungsstreckenmodelle von Transpondersystemen in Schaltungssimulationen einzubinden. Wenn man Prototypen der Koppelpulen besitzt oder herstellen kann, so braucht man diese lediglich mit einem Vektoranalysator zu charakterisieren und die Messergebnisse als Eingangsdaten für SPECTRE zu verwenden.

6.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden neben den Prinzipien und Besonderheiten von VERILOG-A Methoden diskutiert, um S -Parametermodelle in klassische Schaltungssimulationen einzubinden. Nach einem kurzen Überblick über die Verwendung von S -Parametern werden

VERILOG-A-Module vorgestellt, welche einen Rahmen für die Integration analytischer S -Parameter bieten. Diese Module umfassen einen Konverter, der die Spannungen und Ströme eines Tors in äquivalente Wellengrößen übersetzt und ein Verbindungselement, welches sicherstellt, dass die auslaufenden Wellen eines Moduls die entsprechenden einlaufenden Wellen eines anderen angeschlossenen Moduls darstellen. Innerhalb dieses Rahmens können dann die eigentlichen Modelle direkt beschrieben werden, wobei sich die Systemdarstellung $\vec{b} = S\vec{a}$ direkt in VERILOG-A umsetzen lässt. Das Verbindungselement stellt dabei sicher, dass diese Beschreibung in jedem Fall die Topologieprüfung übersteht.

Basierend auf diesem Modell wird eine Beispielsimulation vorgestellt, welche das Verhalten einer verlustlosen Verzögerungsleitung mit vorgegebenem Abschluss korrekt abbildet. Bei der Beschreibung der Leitung wird deutlich, dass sich in diesem Fall S -Parameter für die Modellierung hervorragend eignen: Durch die Zerlegung in hin- und rücklaufende Wellen, können die mathematischen Zusammenhänge sofort angegeben werden. Diese Zusammenhänge stellen in diesem Fall einfach eine Verzögerung dar, ohne dass die relativ komplizierten Leitungsgleichungen eingearbeitet werden müssen. Dennoch ist das entstehende Modell diesen Leitungsgleichungen äquivalent. Anstelle des Terminators, der in Wellenform beschrieben ist, hätte auch ein weiterer U/I -Wellen-Konverter eingesetzt werden können; an den Klemmen dieses Konverters wäre dann ein gewöhnlicher Widerstand angeschlossen worden. Das Verhalten dieser Konfiguration ist natürlich wiederum dem vorgestellten Modell äquivalent.

Schließlich wird die Integration von S -Parametern, die in tabellarischer Form vorliegen, in Schaltungssimulationen behandelt. Solche Daten können beispielweise messtechnisch durch Vektoranalysatoren oder durch Feldsimulationen gewonnen werden. Aus den tabellarischen Messdaten wird mit Hilfe eines Regressionsalgorithmus ein Simulationsmodell gewonnen. Dies ist in CADENCE SPECTRE bereits vorgesehen.

7 Anwendungsbeispiel: Entwurf eines einfachen Transponders

In diesem Kapitel wird ein einfacher Transponder für induktive Systeme entworfen und im Gesamtsystem Lesegerät–Luftschnittstelle–Transponder mit CADENCE SPECTRE simuliert. Dem Lesegerät und der Luftschnittstelle liegen dabei gemischte Modelle zugrunde: Sie werden zum Teil mit Hilfe von Verhaltensbeschreibungen in VERILOG-A und zum Teil als Schaltungen modelliert. Der Transponder hingegen liegt vollständig als Schaltung vor, die dann im Gesamtsystem untersucht und gegebenenfalls verbessert und erweitert werden kann.

Für den Entwurf des Transponders werden drei unterschiedliche Bauteile verwendet: Dioden und Transistoren sowie ein Kondensator zu Anpassung der Transponderantenne. Bei den Transistoren kommen sowohl P- als auch N-Typen zum Einsatz, so dass im Wesentlichen eine CMOS-Realisierung zugrunde liegt. Für die Erzeugung des Datenstroms wird in diesem Beispiel noch ein zusätzlicher Widerstand verwendet, der aber gegebenenfalls durch einen Transistor ersetzt werden kann.

Da der Sinn dieses Beispiels darin liegt die diskutierten Modellierungs-, Entwurf- und Simulationsmethoden praktisch anzuwenden, liegt dem Schaltungsentwurf keine bestimmte Technologie zugrunde. Im Falle einer gedruckten Realisierung werden die hier verwendeten Bauelementmodelle dann lediglich durch geeignete Modelle ersetzt. Zur Erstellung dieser Modelle bietet sich wiederum VERILOG-A an.

Aus diesem Grund werden für die Dioden und Transistoren die Modelle verwendet, die bereits in SPECTRE enthalten sind. Um sie in diesem Entwurf sinnvoll verwenden zu können, wurden die Parameter so angepasst, dass die Bauteile bei der betrachteten Frequenz zufriedenstellend arbeiten.

7.1 Das Gesamtmodell

Das gesamte Simulationsmodell ist in Abb. 7.1 dargestellt.

Der Innenwiderstand der Treiberstufe beträgt $R_q = 7\ \Omega$. Dieser Treiber wird dann mit Hilfe eines L-Netzwerkes auf $50\ \Omega$ angepasst, so dass die Antenne gegebenenfalls mit Hilfe einer $50\ \Omega$ -Leitung angeschlossen werden kann. Ein zweites L-Netzwerk sorgt dann für die Anpassung dieser Speiseleitung an die Antenne. Die Induktivität der Antenne beträgt $2\ \mu\text{H}$ und der Verlustwiderstand $8\ \Omega$, so dass sich bei einer Frequenz von

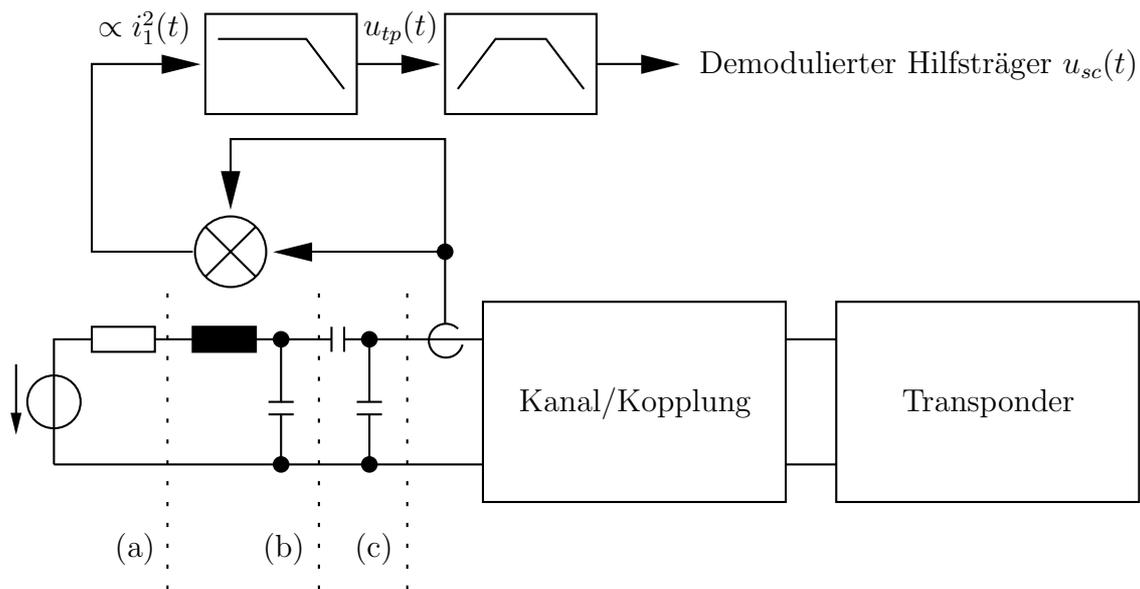


Abb. 7.1: Simulationsmodell des Gesamtsystems. (a): Treiberstufe des Lesegerätes, (b): Anpassung des Treibers an $50\ \Omega$, (c): Anpassung der $50\ \Omega$ -Speiseleitung an die Antenne. Der Strom $i_1(t)$ durch die Antenne des Lesegerätes wird zur Demodulation des Datenstroms verwendet.

13,56 MHz eine Güte von $Q = 21,3$ ergibt. Der Entwurf des Anpassnetzwerkes erfolgt ohne Berücksichtigung der Kopplung.

Der Kanal wird durch gekoppelte, verlustbehaftete Spulen modelliert, wie sie auch durch das in Abb. 5.6 gegebene Ersatzschaltbild beschrieben werden. Hier werden die Gleichungen (4.78) und (4.79) um die Verlustwiderstände R_1 und R_2 erweitert

$$U_1 = R_1 I_1 + j\omega_0 L_1 I_1 + j\omega_0 M I_2 \quad (7.1)$$

$$U_2 = R_2 I_2 + j\omega_0 L_2 I_2 + j\omega_0 M I_1 \quad (7.2)$$

und direkt in VERILOG-A implementiert, so dass sich die Realisierung nach Listing 7.1 ergibt. Hierbei wird von der akkumulierenden Eigenschaft des Zuweisungsoperators Gebrauch gemacht.

Der Transponder ist sehr einfach gehalten und sendet zyklisch seine Kennung, sobald er ausreichend mit Energie versorgt ist. Die Übertragung der Kennung erfolgt mit Hilfe eines amplitudenmodulierten Hilfsträgers, in dessen Takt die Transponderantenne belastet wird. Diese wechselnde Belastung kann vom Lesegerät detektiert und so der Datenstrom rekonstruiert werden. Die eigentliche Übertragung erfolgt also durch *Lastmodulation*. Auf eine zusätzliche Erzeugung von Synchronisationsmustern, wie „**Start Of Frame (SOF)**“ und „**End Of Frame (EOF)**“ wird verzichtet, da diese durch eine einfache Erweiterung des Digitalteils erreicht werden kann und hier keine weiteren Erkenntnisse liefert.

Die Idee hinter der Demodulation ist folgende: Aufgrund der Lastmodulation seitens

Lst. 7.1: VERILOG-A-Beschreibung des Kanals

```

module MutInd (P1, P2, S1, S2);
  electrical P1, P2, S1, S2;
  branch (P1, P2) Primary;
  branch (S1, S2) Secondary;
  parameter real Lp = 1e-2; // Primary inductance
  parameter real Ls = 1e-2; // Secondary inductance
  parameter real Rp = 1;    // Primary wire resistance
  parameter real Rs = 1;    // Secondary wire resistance
  parameter real k = 2e-2; // Coupling coefficient
  real M;                    // Mutual inductance
  analog begin
    @(initial_step) M = k*sqrt(Lp*Ls);

    V(Primary) <+ Lp*ddt(I(Primary)); // Self inductance
    V(Primary) <+ M*ddt(I(Secondary)); // Mutual inductance
    V(Primary) <+ Rp*I(Primary);      // Wire resistance

    V(Secondary) <+ Ls*ddt(I(Secondary)); // Self inductance
    V(Secondary) <+ M*ddt(I(Primary));   // Mutual inductance
    V(Secondary) <+ Rs*I(Secondary);     // Wire resistance
  end
endmodule

```

des Transponders stellt der Strom $i_1(t)$ durch die Antenne des Lesegerätes ein *amplitudenmoduliertes* Signal dar. Dieses Signal wird quadriert, was einer Mischung mit sich selbst entspricht. Für den Ausgang des Mischers gilt entsprechend:

$$i_1^2(t) \propto \left((1 + m \cos(\omega_{sc}t)) \cdot \cos(\omega_0t) \right)^2 \quad (7.3)$$

$$= (1,5 + 2m \cos(\omega_{sc}t) + 0,5 \cos(2\omega_{sc}t)) \cdot (0,5 + 0,5 \cos(2\omega_0t)), \quad (7.4)$$

wobei m den Modulationsindex, ω_{sc} die Kreisfrequenz des Hilfsträgers und ω_0 die Betriebs- und damit die Trägerkreisfrequenz darstellen. Nach Tiefpassfilterung sind die Frequenzkomponenten um $2\omega_0$ weitgehend verschwunden und unter Vernachlässigung des Einflusses des Filters auf die Phasenlage der Signale erhält man

$$u_{tp}(t) \propto 3 + 4m \cos(\omega_{sc}t) + \cos(2\omega_{sc}t), \quad (7.5)$$

wobei der Hilfsträger mit einem nachgeschalteten Bandpass isoliert werden kann. Das

7 Anwendungsbeispiel: Entwurf eines einfachen Transponders

Ausgangssignal nach dem Bandpass ist

$$u_{sc}(t) \propto m \cos(\omega_{sc}t). \quad (7.6)$$

Der Einfluss auf die Phasenlage ist wiederum außer Acht gelassen. Die Implementierung dieses Demodulationspfades ist in Listing 7.2 dargestellt.

Lst. 7.2: VERILOG-A-Beschreibung des Demodulators

```
module CurrDownConv(A1, A0, DownC);
    electrical A1, A0, DownC;
    parameter fc = 1M;           // 3dB cutoff-frequency of lowpass
    parameter fs = 423.75k;     // Subcarrier
    parameter Qf = 1/sqrt(2);
    parameter Qbp = 1;
    'define w0 2*'M_PI*fc
    'define ws 2*'M_PI*fs
    real Vdown;
    real Vbp;
    branch (A1, A0) A;
    analog begin
        // Lowpass:
        Vdown = laplace_nd(I(A)*I(A), {'w0*'w0},
                          {'w0*'w0, 'w0/Qf, 1});
        // Bandpass:
        Vbp = laplace_nd(Vdown, {0, 'ws}, {'ws*'ws, 'ws/Qbp, 1});
        V(DownC) <+ Vbp;
    end
endmodule
```

Sowohl der Tief- als auch der Bandpass sind als Filter 2. Ordnung ausgeführt. Die Güte des Tiefpasses beträgt $Q_{tp} = 1/\sqrt{2}$, wohingegen für den Bandpass $Q_{bp} = 1$ gilt.

Eine weitere Verarbeitung des auf diese Weise gewonnenen Signals wird hier nicht vorgenommen.

7.2 Der Transponder

Der Transponder wird vollständig auf Schaltungsebene beschrieben und besteht aus folgenden Komponenten:

- Antenne und Anpassung

- Gleichrichter und Spannungsregler
- Modulator
- Taktgewinnung
- Digitalteil

Diese Komponenten werden im Folgenden beschrieben und untersucht.

7.2.1 Energieversorgung

Um eine optimale Versorgung des Transponders zu gewährleisten, muss seine Antenne an die Eingangsimpedanz des Transponders angepasst sein. Die Versorgungsspannung wird auf 3,3 V stabilisiert, was bei einer Stromaufnahme von 10 μA zu einer Transponderimpedanz von 330 $\text{k}\Omega$ führt (im Grenzfall fließt kein Strom durch den Spannungsregler, der hier in Form einer parallel geschalteten Zenerdiode ausgeführt ist.). Tatsächlich liegt die Stromaufnahme deutlich darunter. Um aber Raum für Erweiterungen zu haben, wurde die Antenne auf eine Last von 100 $\text{k}\Omega$ angepasst. Da die Kopplung a priori nicht bekannt ist, wird sie beim Entwurf des Anpassnetzwerkes nicht berücksichtigt. Zunächst wurde die Antennenimpedanz willkürlich zu 2 μH angenommen. Ein Verlustwiderstand von ca. 3 Ω ist für Schleifenantennen induktiv gekoppelter Transponder bei 13,56 MHz kein schlechter Wert. In diesem Fall ließe sich die Antenne durch eine Serienspule von 4,4 μH und einem anschließenden Parallelkondensator von 21,5 pF an eine Last von 100 $\text{k}\Omega$ leistungsanpassen. Daher wurde eine Antenneninduktivität von $2 \mu\text{H} + 4,4 \mu\text{H} = 6,4 \mu\text{H}$ gewählt. Wird die Antenne so entworfen, dass sie diese Induktivität aufweist, so lässt sich die Anpassung mit einem einfachen Parallelkondensator bewerkstelligen. Die Spannung $u_L(t)$ an diesem Kondensator wurde simuliert und ist in Abb. 7.2 zusammen mit dem Strom $i_1(t)$ durch die Antenne des Lesegerätes dargestellt. Der Kopplungsfaktor beträgt $k = 0,001$ und die Amplitude der Treiberleerlaufspannung ist 5 V.

Die am Treiber zur Verfügung stehende Leistung beträgt demnach 446,43 mW, was zu einer Stromamplitude von 334 mA in der Lesegerätantenne führt. Diese theoretische Analyse wird durch die Simulation bestätigt.

Verwendet man das einfache Modell nach Abb. 5.8, so ergibt sich für die Amplitude der Leerlaufspannung in diesem Modell nach Glg. (5.34) 101,83 mV. Die erwartete Amplitude der Spannung am Resonanzkondensator beträgt daher ca. 9,25 V. Dieser Wert kommt durch den komplexen Spannungsteiler zustande, der aus L_2 und R_2 sowie der Parallelschaltung des 100 $\text{k}\Omega$ Lastwiderstandes und des 21,5 pF Anpasskondensators gebildet wird und ist in das untere Diagramm von Abb. 7.2 als gestrichelte horizontale Linie eingetragen. Wie man erkennt, wird dieser eingeschwungene Zustand nach ca. 9 μs erreicht.

7 Anwendungsbeispiel: Entwurf eines einfachen Transponders

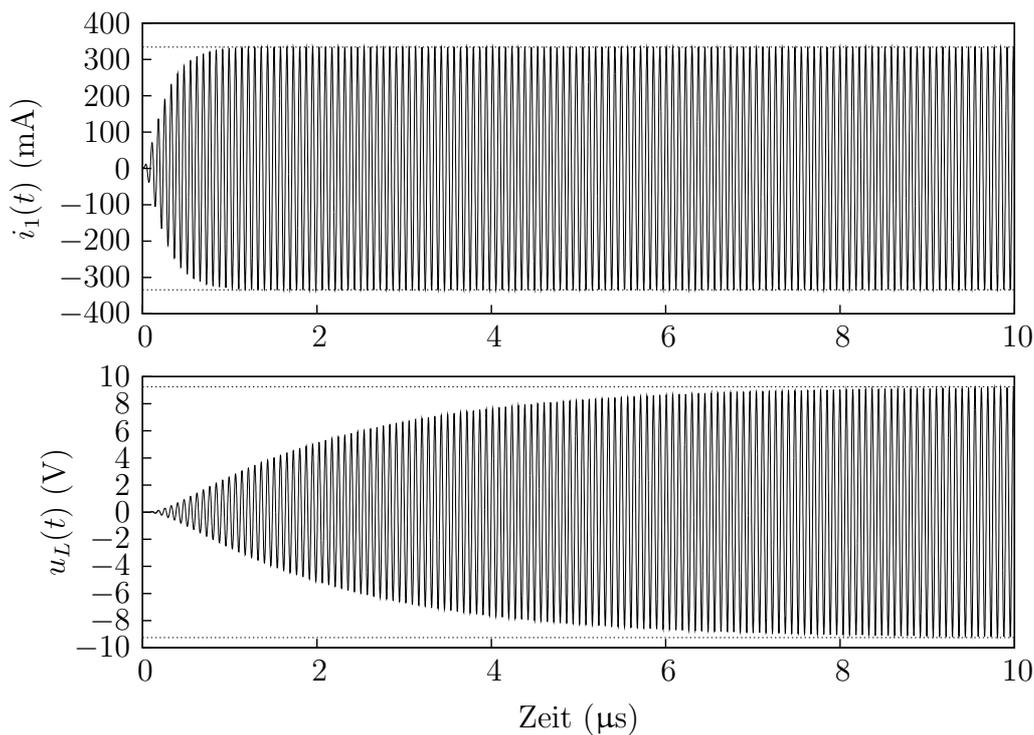


Abb. 7.2: Strom durch die Antenne des Lesegerätes (oben) und Spannung am Lastwiderstand (unten). Die gestrichelten horizontalen Linien stellen die theoretischen Ergebnisse dar. Dieser Zustand wird nach ca. $9 \mu\text{s}$ erreicht.

Zur Versorgung des Transponders wird allerdings Gleichspannung benötigt. Diese wird aus der Spannung am Kondensator mit Hilfe eines Brückengleichrichters gewonnen, so dass sich die Schaltung aus Abb. 7.3 ergibt.

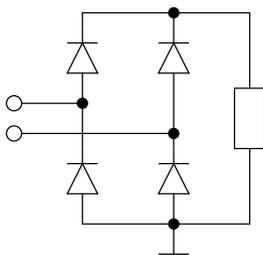


Abb. 7.3: Gleichrichter mit $100 \text{ k}\Omega$ Lastwiderstand.

Das Gesamtsystem wurde entsprechend erweitert und erneut simuliert. Der Spannungsverlauf am Lastwiderstand ist in Abb. 7.4 dargestellt.

Der im unteren Diagramm vergrößerte Ausschnitt zeigt deutlich den typischen Spannungsverlauf eines Brückengleichrichters. Im oberen Diagramm ist zudem der Einschwingvorgang zu erkennen: Die Spannung wird, wenn der Transponder dem magnetischen Wechselfeld des Lesegerätes ausgesetzt wird, langsam aufgebaut. Wird ein zusätz-

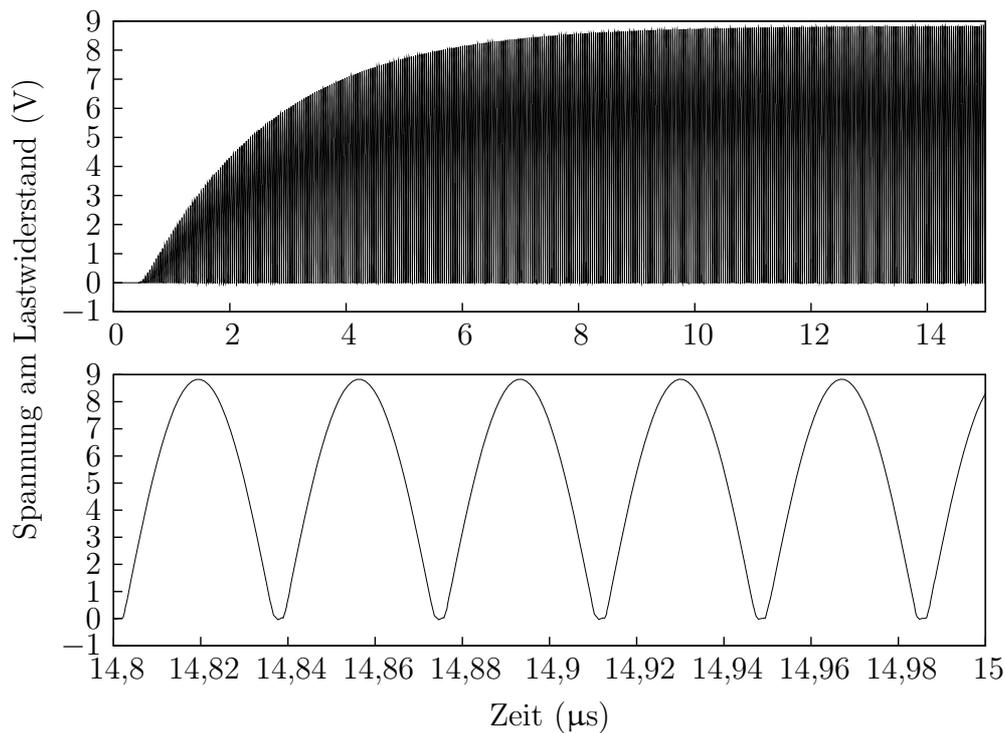


Abb. 7.4: Spannungsverlauf am Lastwiderstand nach Brückengleichrichter.

licher Glättungskondensator verwendet, so zeigt sich an dieser Stelle ein Kompromiss: Ein großer Wert für diesen Kondensator führt zu einer saubereren Gleichspannung, welche auch bei aktiver Lastmodulation nur kleinen Schwankungen unterworfen ist. Allerdings dauert in diesem Fall der Einschwingvorgang länger; die Zeit, die der Transponder im magnetischen Wechselfeld verbringen muss, bis er ausreichend Versorgungsspannung zur Verfügung hat, ist demnach umso größer, je größer dieser Glättungskondensator ist.

Abbildung 7.5 zeigt die Gleichrichterschaltung mit Glättungskondensator.

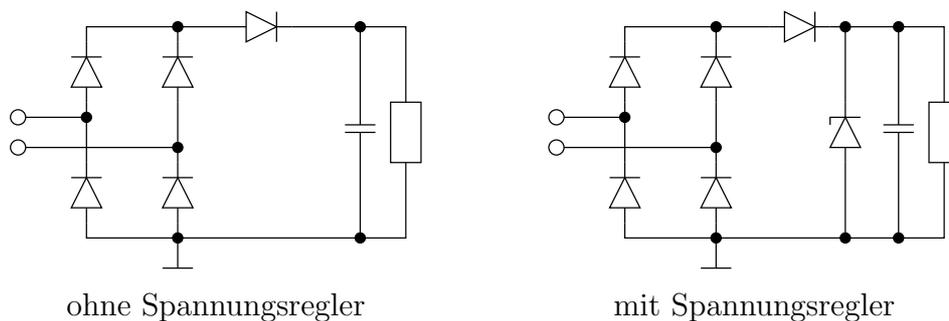


Abb. 7.5: Gleichrichter mit Lastwiderstand und Spannungsregelung.

Die zusätzliche Diode hat den Zweck, dass die Spannung am Lastwiderstand nicht zu stark einbricht, wenn die Lastmodulation einsetzt. Es ist dann möglich, einfach den Brückengleichrichter mit Hilfe eines NMOS-Transistors im Takt des modulierten Hilfs-

trägers zu belasten, um die Lastmodulation zu bewerkstelligen.

Eine zusätzliche Zenerdiode wird verwendet, um die Versorgungsspannung auf den gewünschten Wert zu begrenzen. Dieser Wert beträgt in diesem Beispiel 3,3 V, der Glättungskondensators hat eine Kapazität von 100 pF.

Der Verlauf der erzeugten Gleichspannung mit und ohne Zenerdiode ist in Abb. 7.6 dargestellt.

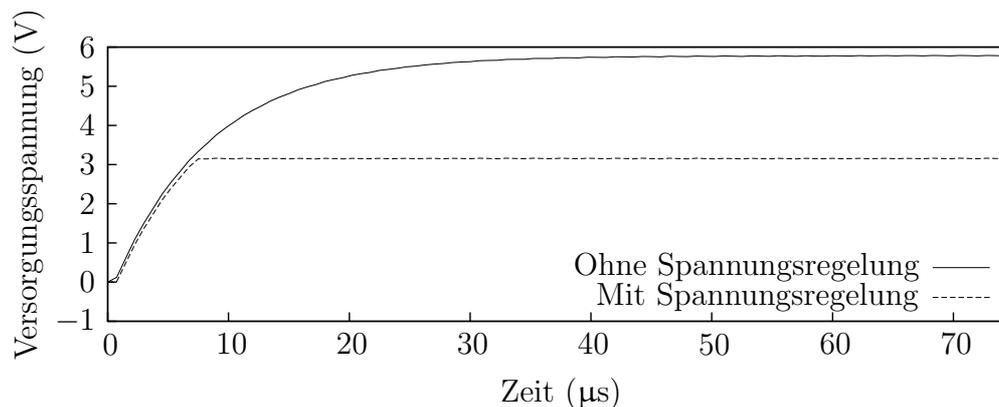


Abb. 7.6: Versorgungsspannung des Transponders mit und ohne Spannungsregler.

Die Kurve ohne Spannungsregler zeigt deutlich, dass es nun fast 50 μs dauert, bis die Versorgungsspannung einen stabilen Wert angenommen hat. Dies ist auf den bereits diskutierten Einfluss der Kapazität des Glättungskondensators zurückzuführen. Wie lange es mit Spannungsregler dauert, hängt zusätzlich von der Kopplung zwischen der Antenne des Lesegerätes und der Transponderantenne ab. Im vorliegenden Fall beträgt die Kopplung $k = 0,001$ und es dauert weniger als 10 μs , bis die Spannung stabil ist.

Schließlich wird der Lastwiderstand entfernt und durch die eigentliche Transponder-schaltung ersetzt. Den Anschluss des Transistors für die Lastmodulation sowie der Schaltung zur Gewinnung des Systemtaktes aus der Antennenspannung zeigt Abb. 7.7.

Das Modulationsignal wird vom Digitalteil zur Verfügung gestellt, welcher in der Abbildung nicht dargestellt ist. Er wird, so wie alle im Folgenden vorgestellten Schaltungskomponenten, von der Spannung U_{DD} versorgt.

7.2.2 Taktversorgung

Der Takt für den Digitalteil des Transponders lässt sich ebenfalls aus dem magnetischen Feld gewinnen bzw. von der in der Antenne induzierten Spannung ableiten. Eine Möglichkeit, dies zu erreichen, ist der Einsatz eines Komparators, der die beiden Spannungen an den Antennenklemmen miteinander vergleicht. Eine einfache Realisierung eines Komparators ist in [8] gegeben: Eine Differenzstufe vergleicht die beiden Eingangssignale, welche die Ströme in den beiden Zweigen der Differenzstufe in die eine oder andere Richtung beeinflussen. Diese beiden Ströme werden über Stromspiegel einer bistabilen

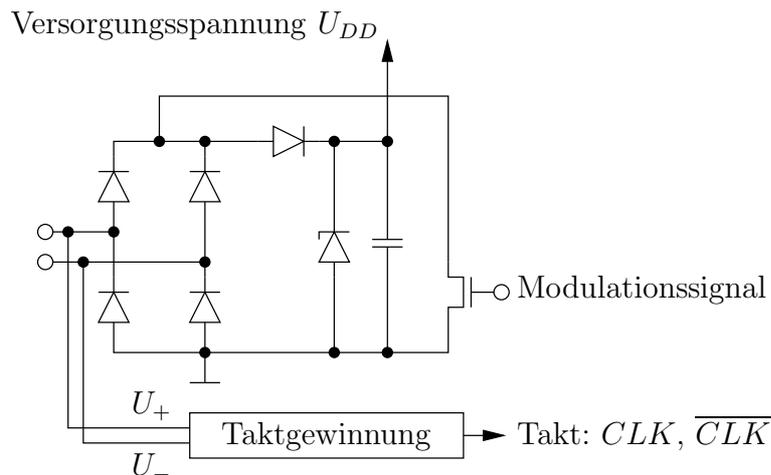


Abb. 7.7: Anschluss von Modulator und Taktrückgewinnung.

Kippstufe zugeführt, welche dann in die eine oder andere Richtung kippt und damit die Entscheidung des Komparators festlegt. Der Vorteil dieser Konfiguration ist, dass selbst sehr kleine Unterschiede in den beiden Eingangsspannungen zu einer Entscheidung des Komparators führen. Allerdings weist diese Schaltung eine statische Stromaufnahme auf. Diesen Nachteil hat die in Abb. 7.8 dargestellte Schaltung nicht.

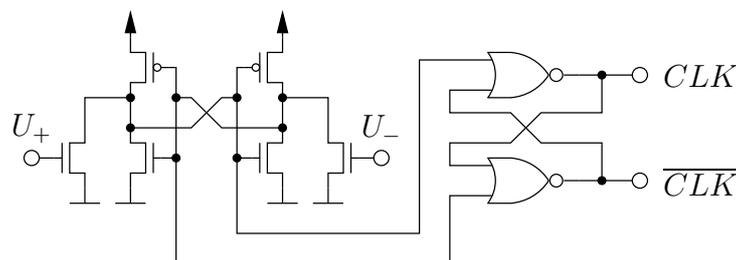


Abb. 7.8: Taktrückgewinnung

Die Schaltung besteht im Wesentlichen aus einer bistabilen Kippstufe, welche mit Hilfe zweier rückgekoppelter Inverter realisiert ist. Dadurch geht die statische Stromaufnahme gegen Null; nur wenn ein Zustandswechsel stattfindet, steigt der Strom kurzzeitig an. Der Zustandswechsel wird durch zwei zusätzliche Transistoren herbeigeführt, welche die Knoten, an denen sie angeschlossen sind, gegebenenfalls auf Masse ziehen. Entsprechend weisen die PMOS-Transistoren ein sehr kleines W/L -Verhältnis auf. Ein nachgeschaltetes Flipflop sorgt für ein sauberes Ausgangssignal. Das Verhalten der Schaltung im Gesamtsystem ist in Abb. 7.9 dargestellt.

Das Taktsignal wird aus den Spannungen an den beiden Antennenklemmen sauber erzeugt. Selbst wenn diese Spannungen aufgrund der Lastmodulation deutlich einbrechen, liefert die Schaltung ein sauberes Taktsignal.

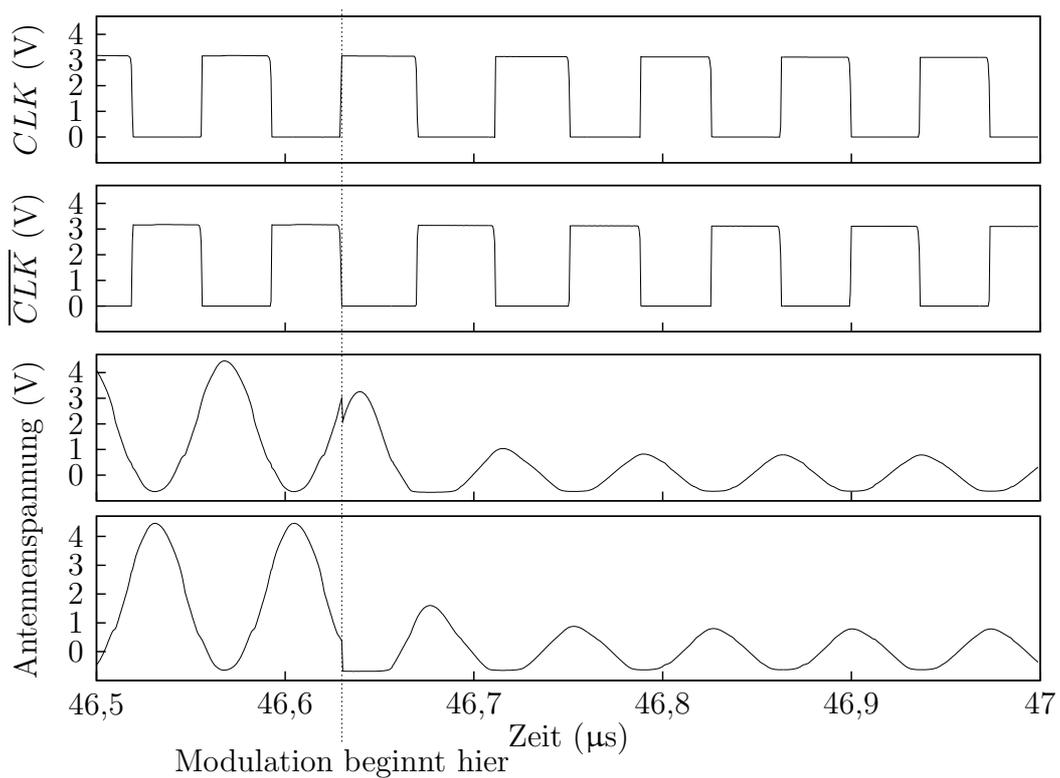


Abb. 7.9: Gewinnung des Transpondertaktes aus dem magnetischen Wechselfeld.

Der Nachteil der vorgestellten Schaltung ist allerdings, dass die Eingangssignale die Schwellspannung der Transistoren um einen bestimmten Wert überschreiten müssen, damit ein Zustandswechsel stattfindet. Dieser Wert ist vermutlich von der Versorgungsspannung und der Dimensionierung der beteiligten Transistoren abhängig. Ist die Kopplung zu gering, so kann der Takt gegebenenfalls aussetzen. Einen solchen Fall zeigt Abb. 7.10.

Die Kopplung beträgt lediglich $k = 500$ ppm. Ein paar Takte nach dem Einsetzen der Lastmodulation sind die Spannungsverhältnisse so ungünstig, dass die Schaltung, welche den Takt rekonstruiert, nicht mehr kippt. Als Folge davon bleibt das Taktsignal konstant, bis sich die Spannungsverhältnisse soweit verändert haben, dass eine fehlerfreie Taktrekonstruktion wieder möglich ist.

In einem solchen Fall verschiebt sich die Zeitbasis des Transponders und die Bitwechsel während der Datenübertragung finden nicht mehr zu den erwarteten Zeitpunkten statt, wie an späterer Stelle gezeigt wird.

7.2.3 Der Digitalteil

Nachdem nun Versorgungsspannung und Systemtakt zur Verfügung stehen, kann der Digitalteil des Transponders entworfen werden. In diesem Beispiel wird eine sehr einfache Schaltung verwendet, welche lediglich ein bestimmtes Datenmuster erzeugt und

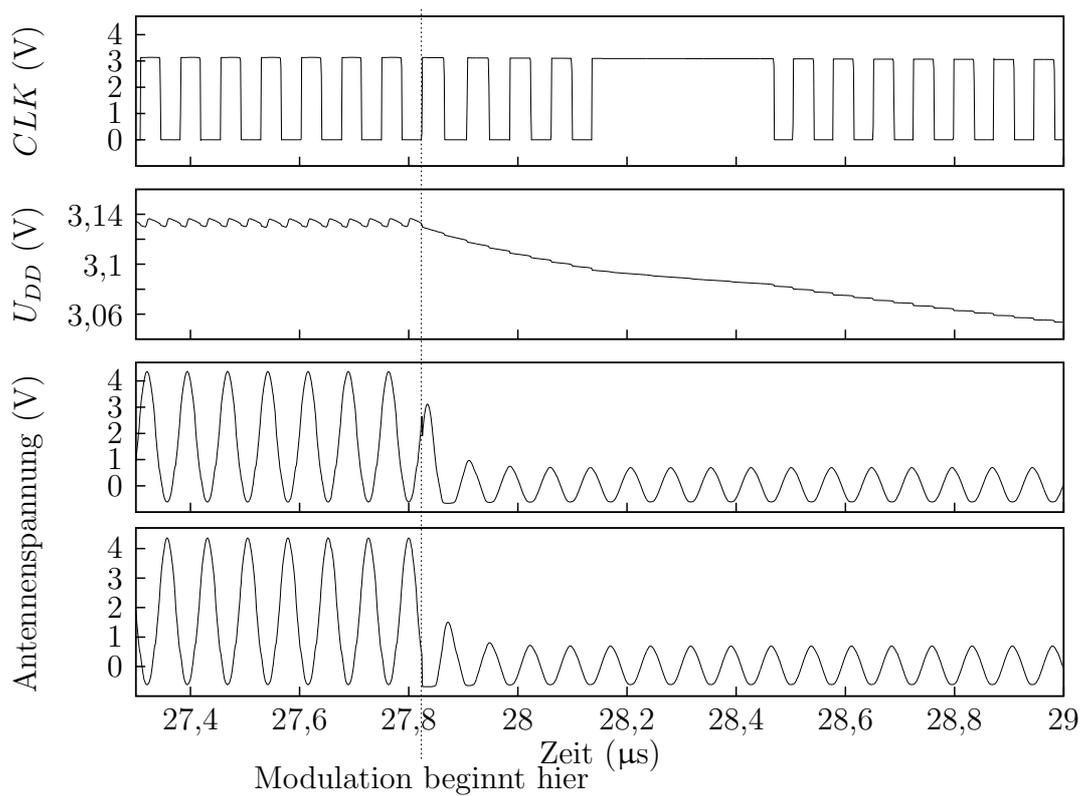


Abb. 7.10: Aussetzen des Taktsignals bei sehr schwacher Kopplung.

periodisch wiederholt.

Eine Übersicht über diese Schaltung ist in Abb. 7.11 gegeben.

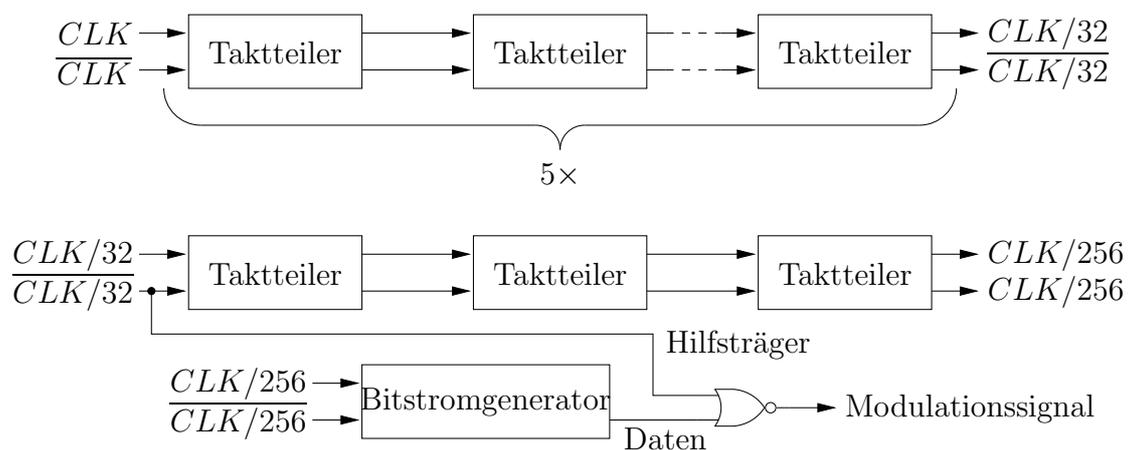


Abb. 7.11: Übersicht über den Digitalteil des Transponders.

Zunächst wird der Systemtakt von 13,56 MHz um den Faktor 32 heruntergeteilt, um auf die Frequenz des Hilfsträgers zu kommen. Diese beträgt demnach 424 kHz. Die Schaltung des Taktteilers ist in Abb. 7.12 dargestellt. Sie entspricht im Wesentlichen der CMOS-

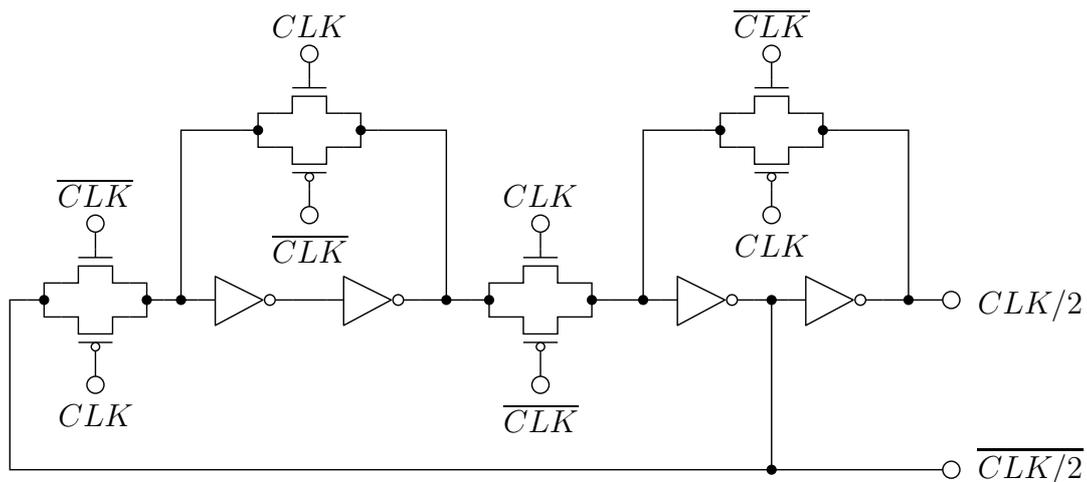


Abb. 7.12: Taktteiler

Realisierung eines flankengetriggerten D-Flipflops, wie sie beispielweise in [50] angegeben ist. Allerdings ist in der hier verwendeten Version der invertierte Ausgang auf den Eingang rückgekoppelt. Eine Kettenschaltung 5 dieser Module teilt den Systemtakt daher um den Faktor $2^5 = 32$ herunter.

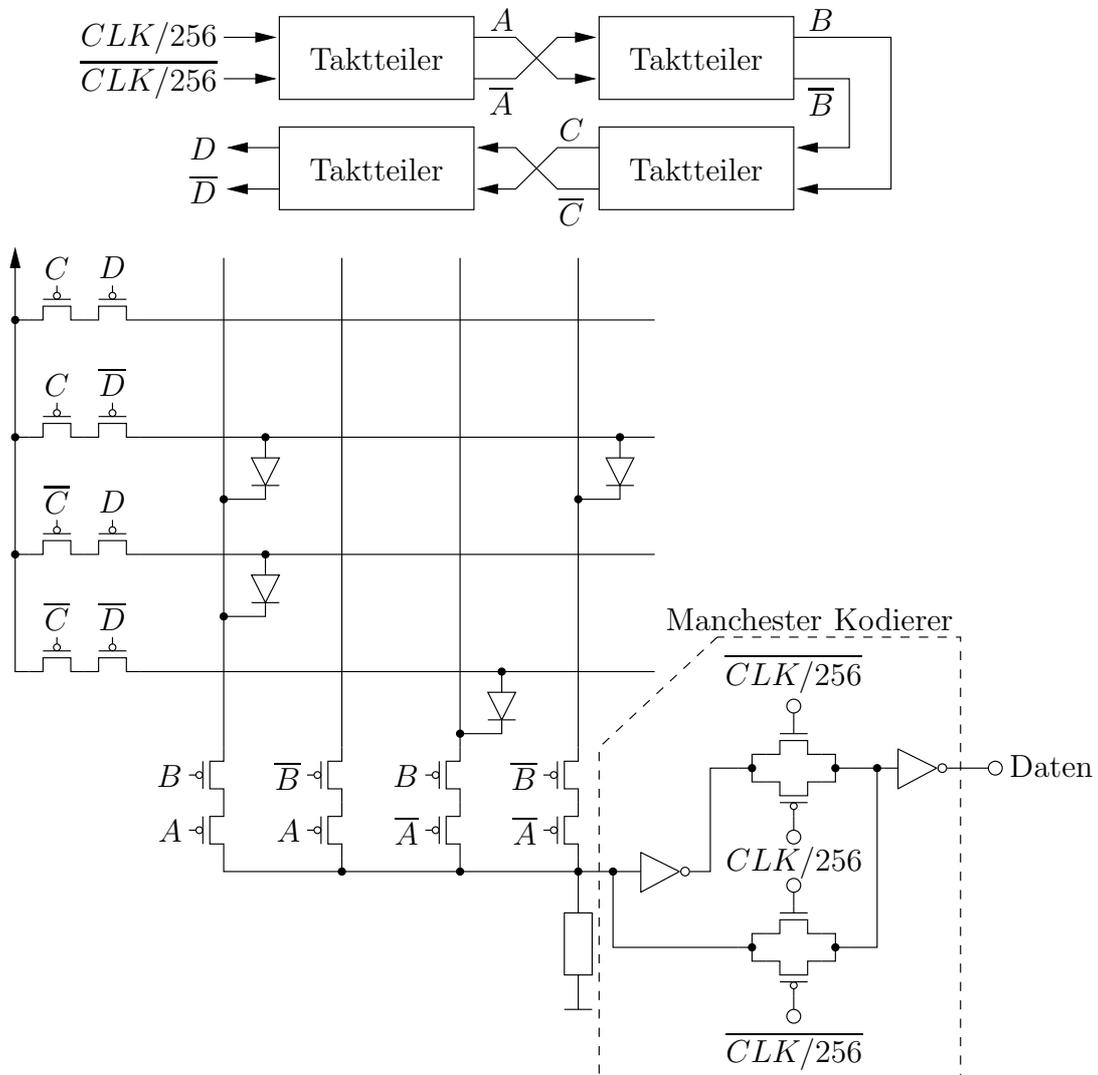
Drei weitere Taktteiler werden verwendet, um aus dem Systemtakt die Datenrate abzuleiten. Die Bitrate beträgt daher im vorliegenden Entwurf $\frac{13,56}{256}$ Mb/s, was einer Bitdauer von $18,88 \mu\text{s}$ entspricht.

Die in Abb. 7.13 dargestellte Schaltung erzeugt einen 16 Bit Datenstrom mit dieser Rate und führt eine Manchesterkodierung durch.

Bei dem Datenstrom in Manchesterkodierung wird hier eine logische „0“ dadurch dargestellt, dass das Signal „Daten“ für die Dauer eines halben Bit den Wert der Versorgungsspannung annimmt und anschließend für die zweite Hälfte der Bitperiode auf 0 V geht. Im Falle einer logischen „1“ ist es entsprechend umgekehrt.

Nach der Nicht-Oder-Verknüpfung mit dem Hilfsträger findet demnach zur Übertragung einer logischen „0“ zunächst keine Lastmodulation statt. Nachdem eine halbe Bitperiode vergangen ist, setzt dann die Lastmodulation ein. Zur Übertragung einer „1“ wird während der ersten Hälfte der Bitperiode eine Lastmodulation durchgeführt. Dieses Verhalten wird bei der im nächsten Abschnitt vorgestellten Simulation des gesamten Systems deutlich.

Der erzeugte Datenstrom selbst wird durch die Position der Dioden in der Matrix bestimmt. Die Passtransistoren stellen im Prinzip eine Spalten- bzw. Zeilendekodierung dar, wobei die zur Erzeugung eines 16 Bit Musters 4 Bit zur Ansteuerung der Speichermatrix verwendet werden. Dieses 4 Bit-Wort entsteht mit Hilfe eines Zählers, der wiederum durch eine Kettenschaltung von Taktteilern realisiert ist. Es handelt sich also um einen *asynchronen* Binärzähler. Die beiden niederwertigsten Bits werden zur Auswahl der Spalte und die beiden höchstwertigen Bits zur Auswahl der Zeile verwendet. Die Diodenlogik



Erzeugter Code:

0010	1001	0001	0000
2	9	1	0

←
Zeit
→

Zuletzt übertragenes Bit
Zuerst übertragenes Bit

Abb. 7.13: Erzeugung eines Datenstromes in Manchesterkodierung.

sorgt dafür, dass am Eingang des Manchesterkodierers eine „1“ liegt, wenn eine Kreuzung ausgewählt wird, an der sich eine Diode befindet.

Auf diese Weise entsteht ein Datenstrom mit der hexadezimalen Darstellung „2910“ wobei das niederwertigste Bit zuerst erzeugt und übertragen wird.

7.3 Simulation des Gesamtsystems

Das vollständige System wurde schließlich für unterschiedlich starke Kopplungen zwischen der Antenne des Lesegerätes und der Transponderantenne simuliert. Insbesondere gilt $k \in \{5 \cdot 10^{-4}, 6 \cdot 10^{-4}, 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}, 10^{-2}\}$.

Das Ergebnis bei einer Kopplung von $k = 5 \cdot 10^{-3} = 5\text{‰}$ ist in Abb. 7.14 dargestellt.

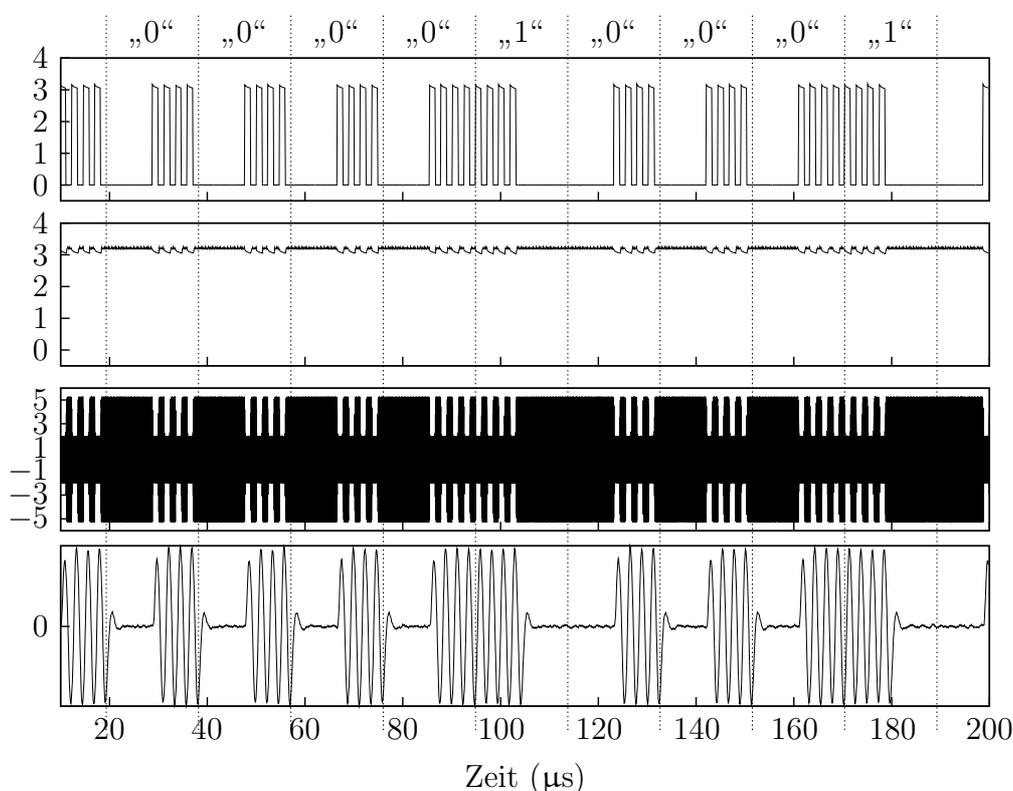


Abb. 7.14: Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 5\text{‰}$. Von oben nach unten: Ausgangssignal des Digitalteils (V), Spannungsversorgung (V), Transponderantennenspannung (V) und Demodulierter Hilfsträger $u_{sc}(t)$ (bel. Einheiten).

Die Kurven zeigen von oben nach unten die Entwicklung des Modulationssignals, der Versorgungsspannung $u_{DD}(t)$, der Transponderantennenspannung $v_+(t) - v_-(t)$ und dem demodulierten Hilfsträger $u_{sc}(t)$ über der Zeit, wobei der Bereich $10\text{ μs} \leq t \leq 200\text{ μs}$ abgebildet ist. Der demodulierte Hilfsträger ist jeweils so skaliert, dass die maximale

Aussteuerung dargestellt ist. Die entsprechenden Diagramme zeigen demnach den *Kontrast* zwischen Zeitintervallen, in denen eine Lastmodulation stattfindet, und solchen, in denen dies nicht der Fall ist. Da der $u_{sc}(t)$ das Ausgangssignal einer Signalverarbeitungskette ist, die vollständig auf Verhaltensebene beschrieben ist, spielt die Einheit dieses Signals keine Rolle. Sie leitet sich aus den Operationen ab, welche auf die entsprechenden Zwischensignale der Kette angewendet werden. Bei einer realen schaltungstechnischen Realisierung der Demodulationskette erhält man natürlich am Ausgang entweder eine Spannung oder einen Strom.

Sobald die Versorgungsspannung einen ausreichend hohen Wert erreicht hat und der Systemtakt sauber vorliegt, erzeugt der Digitalteil das festprogrammierte Bitmuster „0x2910“ zyklisch, wobei in Abb. 7.14 die ersten 9 Bit hervorgehoben sind. Da ein Resetsignal fehlt, beginnt die Schaltung nicht zwingend mit dem ersten Bit.

Wie gewünscht, beeinflusst die Lastmodulation die Versorgungsspannung nur insofern, als dass die Schaltung den Glättungskondensator entlädt und dieser aus dem belasteten Antennensignal nicht wieder aufgeladen werden kann. Ein Entladen des Kondensators über den Lastmodulator wird aber durch die zusätzliche Seriendiode verhindert. Die Antennenspannung hingegen bricht durch die Lastmodulation deutlich ein.

Der demodulierte Hilfsträger weist einen hohen Kontrast auf, so dass der Datenstrom durch weitergehende Signalverarbeitung leicht zurückgewonnen werden kann.

Die Verhältnisse im Fall $k = 1 \cdot 10^{-2} = 1\%$ sind sehr ähnlich und in Abb. 7.15 dargestellt.

Lediglich die Antennenspannung bricht durch die Lastmodulation nicht ganz so weit ein wie im Falle der geringeren Kopplung.

Bei einer weiteren Verringerung der Kopplung hingegen spielt die Zeit, die zum Wiederaufbau der Antennenspannung am Ende der Lastmodulation benötigt wird, eine zunehmende Rolle. Simulationen mit $k = 1 \cdot 10^{-3} = 1\text{‰}$ und $k = 6 \cdot 10^{-4} = 600\text{ ppm}$ zeigen diesen Effekt und sind in Abb. 7.16 zu sehen.

Die oberen vier Kurven zeigen die bereits bekannten Signale bei einer Kopplung von $k = 1\text{‰}$ wohingegen das Simulationsergebnis für $k = 600\text{ ppm}$ in den unteren vier Kurven dargestellt ist.

Zum einen bricht mit abnehmender Kopplung die Versorgungsspannung während der Lastmodulation zunehmend ein. Zum anderen ist zu erkennen, dass die Spannung an den Antennenklemmen bei fehlender Last durch den Modulationstransistor nicht so schnell wieder auf den eingeschwungenen Wert ansteigt wie im Falle stärkerer Kopplung.

Schließlich kommt bei einer weiteren Abnahme der Kopplung ein Effekt zum Tragen, der bereits diskutiert wurde. Im vorliegenden Entwurf kann der Systemtakt aussetzen, wenn die Spannung an den Antennenklemmen während der Lastmodulation zu stark einbricht. Wie bereits gezeigt wurde, tritt dieser Effekt bei einer Kopplung von $k = 5 \cdot 10^{-4} = 500\text{ ppm}$ gelegentlich auf. Eine Folge davon sind die in Abb. 7.17 dargestellten Simulationsergebnisse.

7 Anwendungsbeispiel: Entwurf eines einfachen Transponders

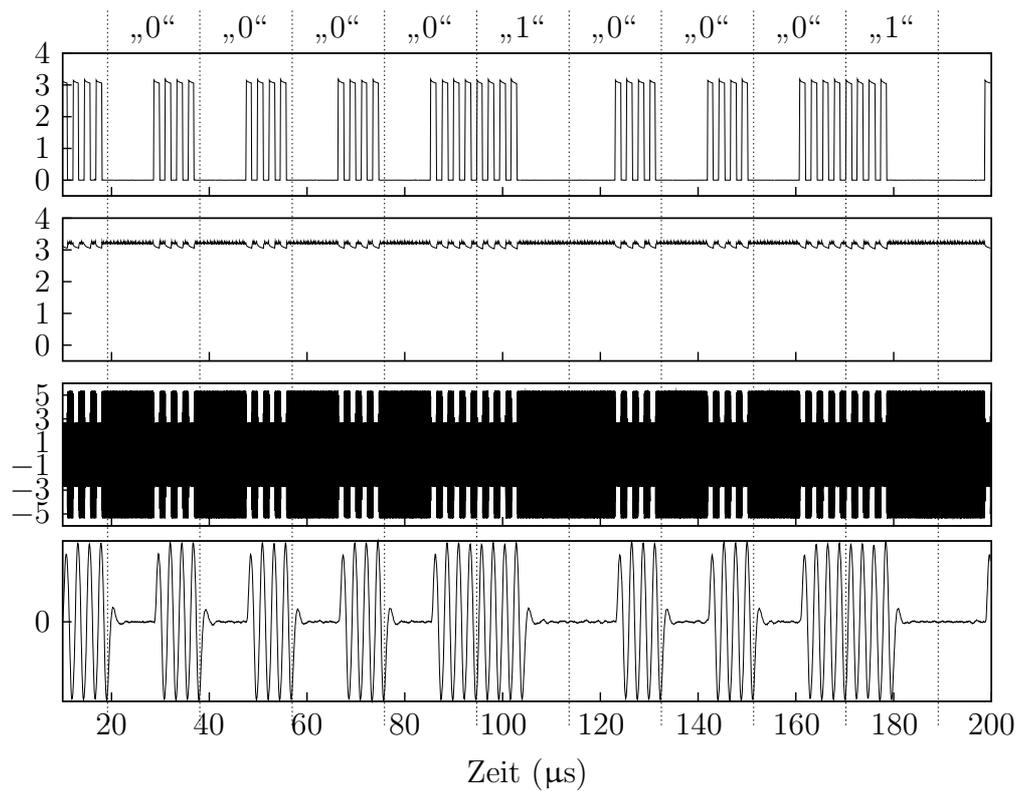


Abb. 7.15: Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 1\%$.

Aufgrund der geringen Kopplung setzt der Systemtakt gelegentlich aus, so dass es zu einer falschen Zeitbasis kommt. Eine Folge davon ist, dass die Bitwechsel nicht zu den erwarteten Zeitpunkten geschehen. Diese sind durch gestrichelte vertikale Linien angezeigt.

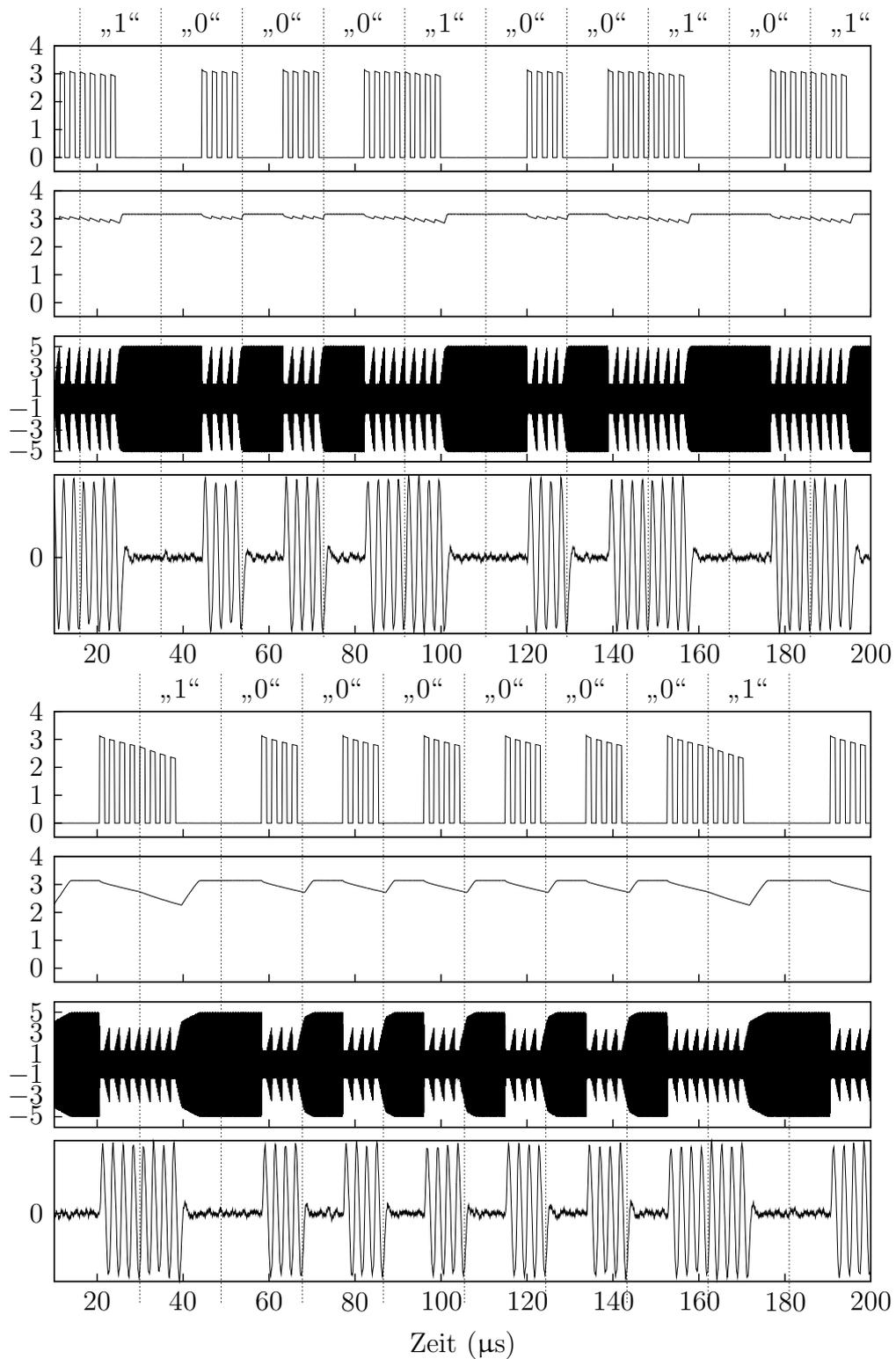


Abb. 7.16: Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 1‰$ (obere vier Kurven) und $k = 600 \text{ ppm}$ (untere vier Kurven).

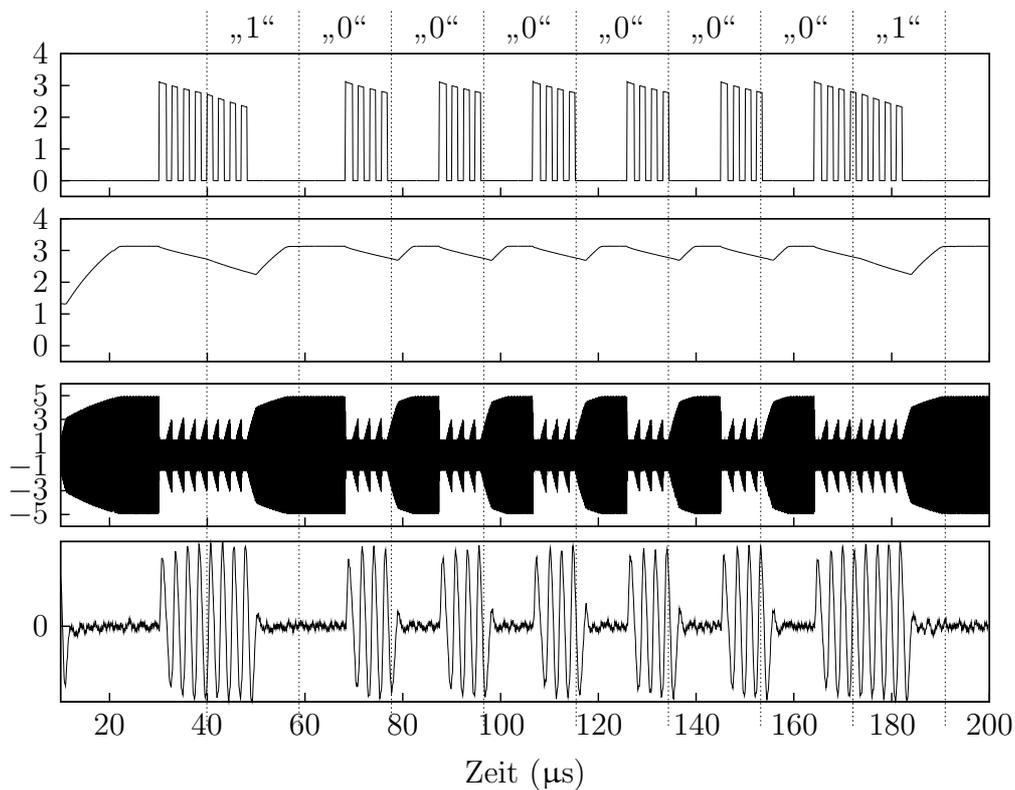


Abb. 7.17: Simulationsergebnis bei einem Kopplungsfaktor von $k = 500$ ppm. Wiederum stellen die Kurven von oben nach unten folgende Signale dar: Ausgangssignal des Digitalteils (V), Spannungsversorgung (V), Transponderantennenspannung (V) und Demodulierter Hilfsträger $u_{sc}(t)$ (bel. Einheiten). Aufgrund der geringen Kopplung setzt der Systemtakt gelegentlich aus, so dass es zu einer falschen Zeitbasis kommt. Eine Folge davon ist, dass die Bitwechsel nicht zu den erwarteten Zeitpunkten geschehen. Diese sind durch gestrichelte vertikale Linien angezeigt.

8 Zuverlässigkeit von Schaltungen und Systemen

Eine der Eigenschaften passiver Transpondersysteme ist, dass die Kosten für das System so weit wie möglich auf die Seite des Lesegerätes verschoben sind. Aufgrund der extrem geringen Fertigungskosten sind daher Massendruckverfahren zur Realisierung von Transpondern in gedruckter Elektronik sehr interessant. Dadurch ist es möglich, viele Produkte des täglichen Lebens mit (einfachen) Transpondern auszustatten und auf diese Weise neue Möglichkeiten zu eröffnen. Als Stichwort sei hier das „Internet der Dinge“ genannt.

Beim Einsatz neuer Technologien zur Realisierung von Schaltungen und Systemen treten, zumindest in der Anfangszeit, immer wieder Fragen der Zuverlässigkeit auf. In den letzten Jahrzehnten wurden viele Möglichkeiten vorgeschlagen, um aus unzuverlässigen Komponenten zuverlässige Systeme zu bauen, wobei die Arbeiten VON NEUMANNs [106] sicherlich zu den ersten gehören.

In diesem Kapitel werden zwei Aspekte bezüglich der Zuverlässigkeit von Schaltungen diskutiert.

Abschnitt 8.1 beschäftigt sich mit *modularer Redundanz*, wobei aufbauend auf den Ideen VON NEUMANNs die erreichbaren Zuverlässigkeiten der Methode theoretisch untersucht und die Ergebnisse mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen verifiziert werden.

In Abschnitt 8.2 wird eine Methode zur *statistischen* Beschreibung von Gatternetzwerken vorgestellt, die sowohl Aspekte der statistischen Analyse des Zeitverhaltens sowie eine statistische Betrachtung der Spannungsverläufe über der Zeit umfasst.

8.1 Modulare Redundanz

8.1.1 Theoretische Analyse

Üblicherweise wird VON NEUMANN in Zusammenhang mit dem in [106] beschriebenen „NAND multiplexing“ erwähnt. In diesem Artikel hat er allerdings auch die häufig zitierte „Triple Modular Redundancy“ (TMR, VON NEUMANN hat diesen Namen allerdings nicht verwendet) eingeführt und eine Grenze für die erreichbare Zuverlässigkeit angegeben. Dabei seien die Wahrscheinlichkeit, dass ein rechnendes Element fehlerhaft ist, p , und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mehrheitsgatter einen invertierten Wert an seinem Ausgang

liefert, e , bekannt. Ein Fehler, bei dem ein Element seinen Ausgangswert invertiert, wird daher üblicherweise als VON NEUMANN-Fehler bezeichnet.

Bei TMR wird der abzusichernde Logikblock dreimal realisiert und mit Hilfe eines Mehrheitsgatters das häufigere Ergebnis ausgewählt. Geht man davon aus, dass Fehler, die an den Ausgängen dieser einzelnen Blöcke auftreten, statistisch unabhängig sind, so beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, genau $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ fehlerhafte Ausgänge zu finden

$$\binom{3}{k} p^k (1-p)^{3-k}. \quad (8.1)$$

Dies führt auf die in [106] ohne Herleitung angegebene Wahrscheinlichkeit

$$\Theta = 3p^2(1-p) + p^3 = 3p^2 - 2p^3 \quad (8.2)$$

dafür, dass mindestens zwei Blöcke versagen. Unter Berücksichtigung eines VON NEUMANN-Fehlers am Ausgang des Mehrheitsgatters erhält man schließlich die Fehlerwahrscheinlichkeit am Ausgang des Netzwerkes zu

$$P_1 = (1-e)\Theta + e(1-\Theta) = e + (1-2e)(3p^2 - 2p^3). \quad (8.3)$$

Diese Funktion ist in Abb. 8.1 dargestellt.

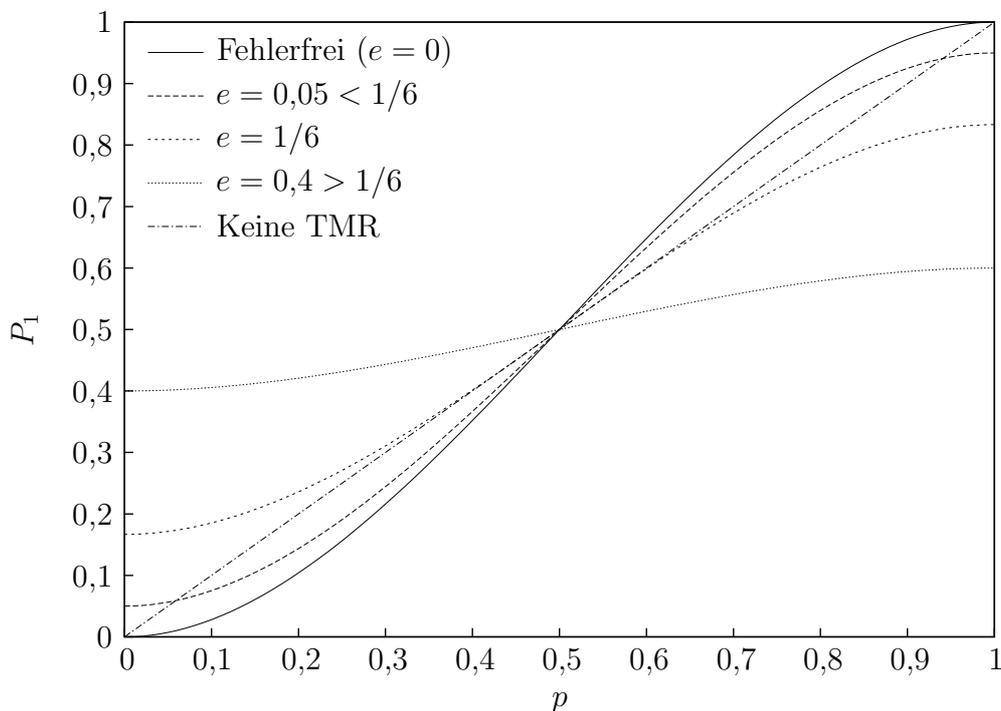


Abb. 8.1: Fehlerwahrscheinlichkeit P_1 von TMR als Funktion der Fehlerwahrscheinlichkeit p eines einzelnen Logikblocks für unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten e dafür, dass das Mehrheitsgatter einen VON NEUMANN-Fehler aufweist.

Eine Verbesserung der Zuverlässigkeit mit Hilfe von TMR ist nur möglich, wenn $P_1(p)$ unterhalb der ersten Winkelhalbierenden verläuft, welche gerade die Zuverlässigkeit ohne TMR repräsentiert. Betrachtet man zunächst die Kurve für fehlerfreie Mehrheitsgatter ($e = 0$), so erkennt man, dass diese nur für $p < \frac{1}{2}$ unterhalb der ersten Winkelhalbierenden verläuft. Demzufolge erhöht sich die Zuverlässigkeit durch TMR nur dann, wenn die Logikblöcke eine Fehlerwahrscheinlichkeit von unter 50% aufweisen.

Im allgemeinen Fall, $e > 0$, gibt es auch für $\frac{1}{2} \leq p \leq 1$ Bereiche, in denen die Kurve unterhalb der ersten Winkelhalbierenden verläuft. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Überschreiten einer bestimmten Fehlerwahrscheinlichkeit p ein ausreichend großer VON NEUMANN-Fehler im Mittel korrigierend wirken kann. Dies kann dahingehend interpretiert werden, dass bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von $p > \frac{1}{2}$ alle Signale invertiert werden müssen, um wiederum eine Fehlerwahrscheinlichkeit von unter 50% zu erhalten.

Man kann daher sagen, dass TMR nur dann eine Verbesserung der Zuverlässigkeit bringt, wenn $P_1(p)$ im Intervall $[0, \frac{1}{2})$ unterhalb der ersten Winkelhalbierenden verläuft. Dies wiederum ist nur möglich, wenn die Gleichung $P_1(p) - p = 0$ eine reelle Lösung p_0 im Intervall $[0, \frac{1}{2})$ aufweist. Da alle Kurven der Schar die erste Winkelhalbierende bei $p = \frac{1}{2}$ schneiden, hat VON NEUMANN $P_1(p) - p = 0$ durch $p - \frac{1}{2}$ geteilt und daraus die Bestimmungsgleichung

$$(1 - 2e)p^2 - (1 - 2e)p + e = 0 \quad (8.4)$$

erhalten, deren Lösung im Intervall $[0, \frac{1}{2})$ durch

$$p_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{1 - 6e}{1 - 2e}} \right) \quad (8.5)$$

gegeben ist. Daraus lässt sich ersehen, dass Glg. (8.4) im Intervall $[0, \frac{1}{2})$ nur dann eine reelle Lösung besitzt, wenn $e < \frac{1}{6}$ gilt. Dies kann man auch in Abb. 8.1 wiedererkennen: Die Kurve mit $e = 0,05 < \frac{1}{6}$ schneidet die erste Winkelhalbierende im Punkt $(0,05, 0,06)$ wohingegen die erste Winkelhalbierende eine Wendetangente der Kurve mit $e = \frac{1}{6}$ darstellt, was zu einer dreifachen Lösung der Gleichung $P_1(p) - p = 0$ in diesem Fall führt. Schließlich besitzt die Kurve mit $e = 0,4 > \frac{1}{6}$ nur den (einfachen) Schnittpunkt $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ im gesamten Intervall $0 \leq p \leq 1$.

Zusammenfassend kann man sagen, dass TMR nur dann eine Verbesserung der Zuverlässigkeit bewirkt, wenn $e < \frac{1}{6}$ und $p_0 < p < \frac{1}{2}$ gilt. In allen anderen Fällen verschlechtert sich die Zuverlässigkeit entweder aufgrund des fehlerhaften Mehrheitsgatters ($e > \frac{1}{6}$) oder aufgrund der Tatsache, dass bei $p > \frac{1}{2}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei oder drei Logikblöcke fehlerhaft sind, höher ist als die Wahrscheinlichkeit, nur einen fehlerhaften Block zu haben.

Darüber hinaus hat VON NEUMANN in seinem Artikel untersucht, zu welcher Zuverlässigkeit eine wiederholte Anwendung dieses Verfahrens führt. Selbstverständlich konvergiert die Fehlerwahrscheinlichkeit in einem solchen Fall gegen einen der Schnittpunkte

zwischen $P_1(p)$ und der ersten Winkelhalbierenden. VON NEUMANN schloss daraus, dass für $e \geq \frac{1}{6}$ die Fehlerwahrscheinlichkeit unabhängig von p immer gegen 50% konvergiert, was einem vollständigen Informationsverlust entspricht.

Für $e < \frac{1}{6}$ konvergiert die Fehlerwahrscheinlichkeit gegen p_0 , falls $p < \frac{1}{2}$ gilt und gegen $1 - p_0$ im Falle von $p > \frac{1}{2}$.

Auch der iterative Einsatz von TMR ist daher nur für $p_0 < p < \frac{1}{2}$ und $e < \frac{1}{6}$ sinnvoll und führt auf die sogenannte „Cascaded TMR (CTMR)“-Architektur, die von den Autoren von [66] näher untersucht wurde.

Werden anstelle von drei R verschiedene Module eingesetzt, so wird aus TMR die R -fache modulare Redundanz („R-fold Modular Redundancy“ RMR), die ebenfalls in [66] näher beschrieben ist.

Im Folgenden wird die kaskadierte R -fache modulare Redundanz („Cascaded R-fold Modular Redundancy“, CRMR) analytisch diskutiert. Diese Untersuchung geht über die Arbeiten von [66] und [106] hinaus.

Die CRMR-Architektur ist in Abb. 8.2 dargestellt. Die Fehler an den Ausgängen der Logikblöcke seien statistisch unabhängig. Daher kann die Kaskadierung durch die iterative Anwendung einer Funktion modelliert werden, welche die Fehlerwahrscheinlichkeit am Ausgang eines Mehrheitsgatters in Abhängigkeit der Fehlerwahrscheinlichkeit an seinen Eingängen beschreibt.

Zur analytischen Untersuchung des statistischen Verhaltens wird die Hierarchie der CRMR-Architektur aufgelöst. Die entstandene flache Struktur ist in Abb. 8.3 für CRMR der Ordnung $M - 1$ dargestellt. Für M gilt dabei $M \in \{1, 2, \dots\}$. Wie man aus dieser Abbildung entnehmen kann, werden $N_L = R^M$ Logikblöcke benötigt. Die Anzahl der erforderlichen Mehrheitsgatter ist mit

$$N_M = \sum_{m=0}^{M-1} R^m = \frac{R^M - 1}{R - 1} \quad (8.6)$$

gegeben, wobei jedes Mehrheitsgatter R Eingänge hat.

Die Wahrscheinlichkeiten für fehlerhafte Logikblöcke werden als statistisch unabhängig angenommen und betragen für jeden Block p . Ebenso werden die Wahrscheinlichkeiten für VON NEUMANN-Fehler an den Ausgängen der Mehrheitsgatter als statistisch unabhängig und für alle Gatter gleich e angenommen.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den R Eingängen eines Mehrheitsgatters auf Ebene $m + 1$, $m \in \{0, \dots, M - 1\}$, genau k fehlerhaft sind, ist durch eine Binomialverteilung gegeben:

$$\Pi(R, k, P_m) = \binom{R}{k} P_m^k (1 - P_m)^{R-k}, \quad (8.7)$$

wobei P_m die Fehlerwahrscheinlichkeit am Ausgang eines Mehrheitsgatters der Ebene m ist, falls $m > 0$. Im Falle $m = 0$ gilt $P_0 = p$. Aus dieser Gleichung lässt sich nun

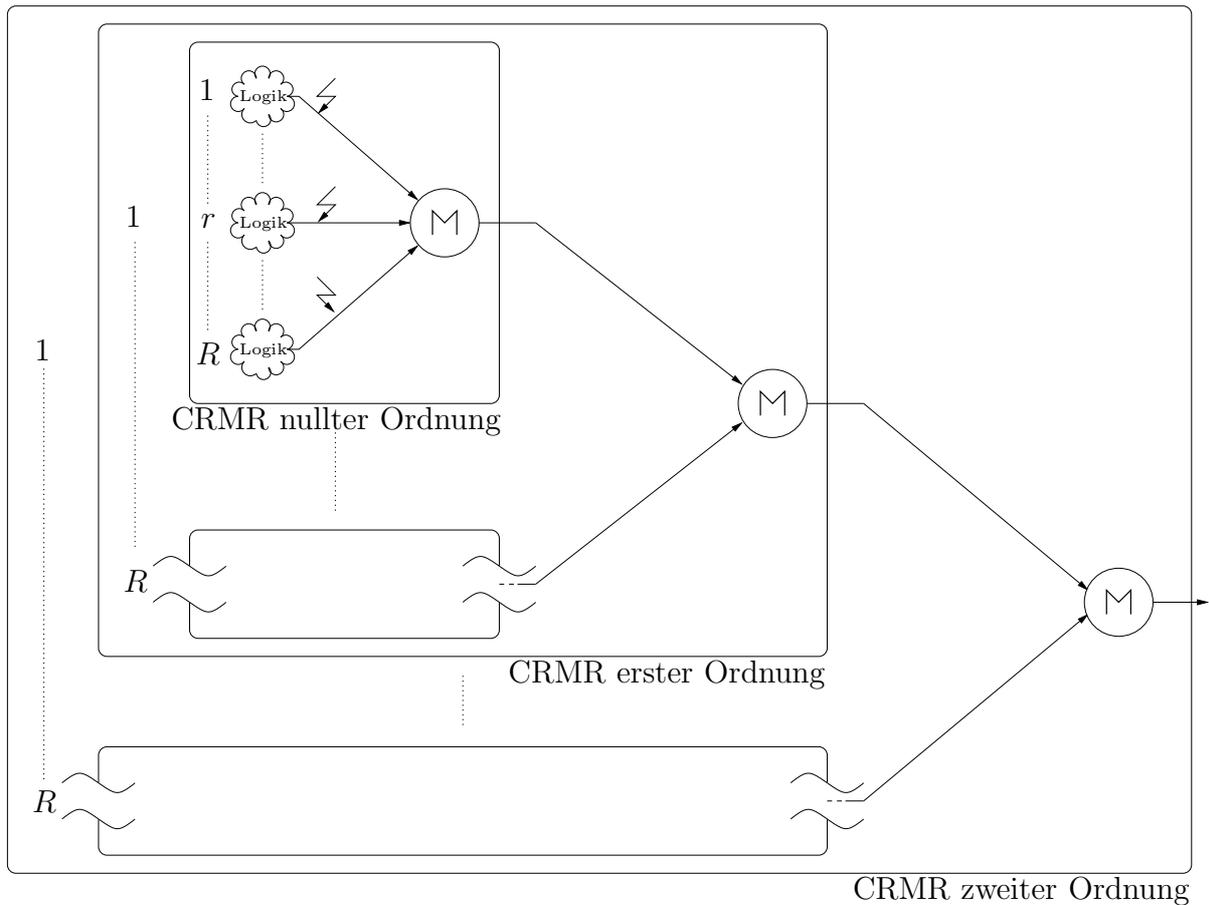


Abb. 8.2: Prinzip der CRMR. Fehlerhafte Logikblöcke werden durch „Störungen“ in den Ausgangsleitungen modelliert (Blitzsymbole). Diese Fehler werden als statistisch unabhängig angenommen und treten mit der Wahrscheinlichkeit p auf. An den Mehrheitsgattern (M) tritt mit der Wahrscheinlichkeit e ein VON NEUMANN-Fehler auf, d.h. der entsprechende Ausgang ist invertiert.

für ungerade Werte von R die Wahrscheinlichkeit dafür angeben, dass auf Ebene $m + 1$ mindestens $\frac{R+1}{2}$ Eingänge eines Mehrheitsgatters fehlerhaft sind:

$$\Theta_{m+1} = \sum_{k=\frac{R+1}{2}}^R \Pi(R, k, P_m) = \sum_{k=0}^{\frac{R-1}{2}} \Pi(R, k, 1 - P_m) = \sum_{k=0}^{\frac{R-1}{2}} \binom{R}{k} (1 - P_m)^k P_m^{R-k}. \quad (8.8)$$

Nimmt man nun einen VON NEUMANN-Fehler mit der Wahrscheinlichkeit e am Ausgang eines Mehrheitsgatters an, so erhält man schließlich eine rekursive Lösung für die Fehlerwahrscheinlichkeit am Ausgang eines Mehrheitsgatters der Ebene $m + 1$:

$$P_{m+1} = (1 - e)\Theta_{m+1} + e(1 - \Theta_{m+1}) = e + (1 - 2e) \sum_{k=0}^{\frac{R-1}{2}} \binom{R}{k} (1 - P_m)^k P_m^{R-k}. \quad (8.9)$$

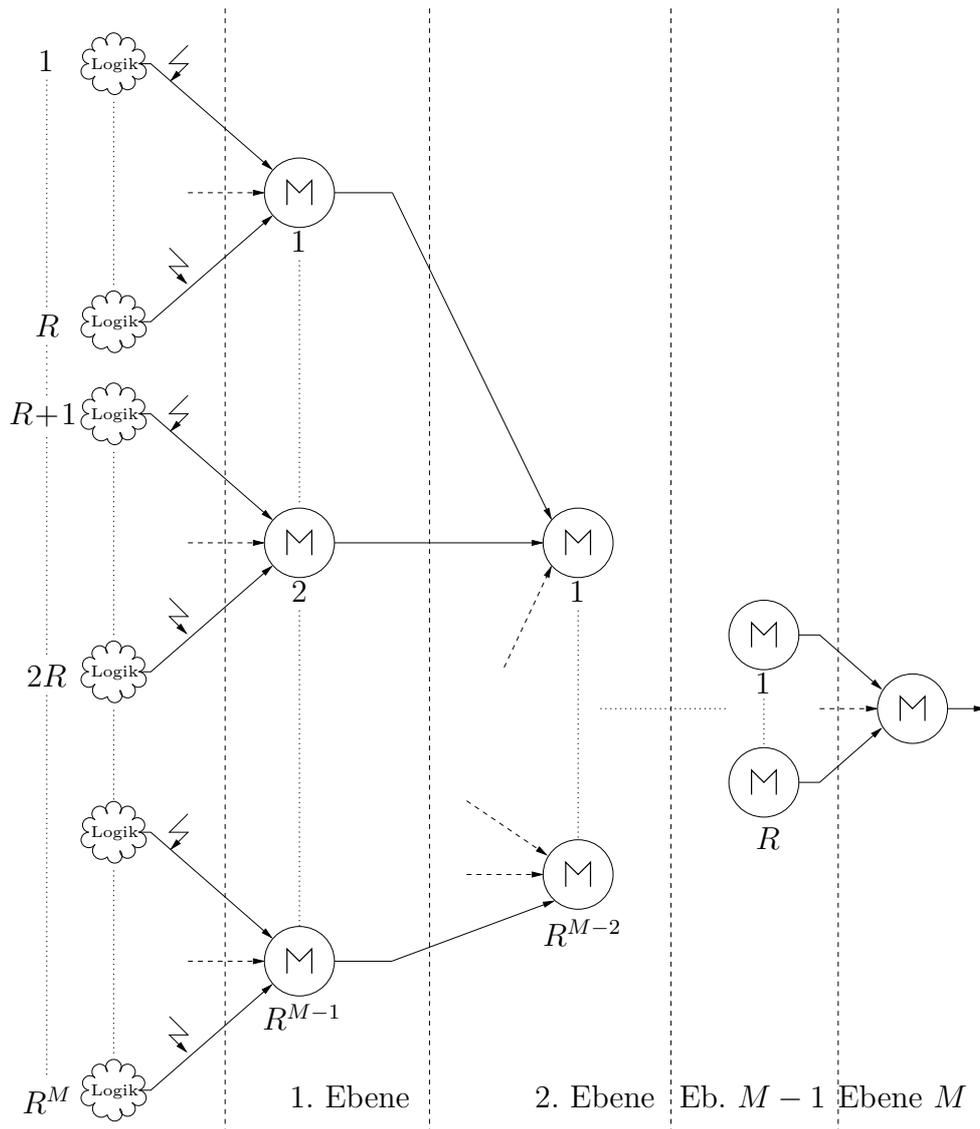


Abb. 8.3: Flache Hierarchie der CRMR-Architektur aus Abb. 8.2 mit der Ordnung $M - 1$. Bei R -facher Redundanz werden demnach R^M Logikblöcke und $R^{M-1} + R^{M-2} + \dots + R + 1$ Mehrheitsgatter mit jeweils R Eingängen benötigt.

Die Fehlerwahrscheinlichkeit für die gesamte Struktur ist dann gleich P_M . Für den Spezialfall $M = 1$ und $R = 3$ ergibt sich eine Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit von

$$P_1 = e + (1 - 2e) \sum_{k=0}^1 \binom{3}{k} (1 - P_0)^k P_0^{3-k} = e + (1 - 2e) (3p^2 - 2p^3), \quad (8.10)$$

was genau der Fehlerwahrscheinlichkeit aus Glg. (8.3) entspricht.

Aus der Rekursionsformel (8.9) ergibt sich auch eine Bestimmungsgleichung für die

durch Erhöhung der Ordnung der CRMR erreichbare Fehlerwahrscheinlichkeit P_∞ :

$$P_\infty = e + (1 - 2e) \sum_{k=0}^{\frac{R-1}{2}} \binom{R}{k} (1 - P_\infty)^k P_\infty^{R-k}. \quad (8.11)$$

Diese Gleichung kann im Allgemeinen durch Iteration näherungsweise gelöst werden, wodurch sich automatisch die zur jeweiligen Fehlerwahrscheinlichkeit p der Logikblöcke gehörende Lösung ergibt.

Für den Spezialfall $R = 3$, $e < \frac{1}{6}$ und $p < \frac{1}{2}$ erhält man den durch Glg. (8.5) gegebenen Grenzwert, den man als VON NEUMANN-Grenze bezeichnen könnte. Entsprechend wird im Folgenden die Lösung von Glg. (8.11) als allgemeine VON NEUMANN-Grenze bezeichnet, ohne dabei Einschränkungen für e zu fordern. Für p und R gilt nach wie vor: $p < \frac{1}{2}$ und R ungerade.

8.1.2 Vergleich der analytischen Lösung mit Monte-Carlo-Simulationen

Um die analytisch abgeleiteten Gleichungen zu überprüfen, wurden eine Reihe von Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt und die so gewonnenen Ergebnisse mit den Lösungen der analytischen Gleichungen verglichen. Diese Simulationen sind in Abb. 8.4 dargestellt. Die Fehlerwahrscheinlichkeit der Mehrheitsgatter wurde zu $e = 0,01$ und die Wahrscheinlichkeit für fehlerhafte Logikblöcke zu $p = 0,4$ angenommen. Simuliert wurde 3-, 5-, 7- und 9-fache Redundanz für unterschiedliche Ordnungen der CRMR. Die durchgezogenen Kurven beschreiben die analytischen Ergebnisse nach Glg. (8.9), wohingegen die Quadrate das jeweilige Resultat der Monte-Carlo-Simulation widerspiegeln. Zusätzlich ist noch die allgemeine VON NEUMANN-Grenze eingezeichnet, die aus Glg. (8.11) ermittelt wurde.

Da die Kurven der analytischen und simulierten Ergebnisse sehr dicht beieinander liegen, ist der besseren Übersichtlichkeit halber ebenfalls die Differenz dieser beiden Kurven aufgetragen. Wie man sehen kann, stimmen die simulierten und die berechneten Ergebnisse sehr gut überein, weshalb für die weitergehende Diskussion ausschließlich die analytischen Lösungen verwendet werden.

8.1.3 Diskussion der Ergebnisse

Besondere Aufmerksamkeit sollte der allgemeinen VON NEUMANN-Grenze zukommen: Zum einen ist diese Grenze ein Maß für die erreichbare Zuverlässigkeit der Architektur, und zum anderen stellt sie zugleich eine Grenze dafür dar, ab welcher Fehlerwahrscheinlichkeit p der Logikblöcke der Einsatz von CRMR überhaupt sinnvoll ist. Unterschreitet nämlich diese Fehlerwahrscheinlichkeit die allgemeine VON NEUMANN-Grenze, so wird die Zuverlässigkeit der Gesamtstruktur durch den Einsatz von CRMR gegenüber einem

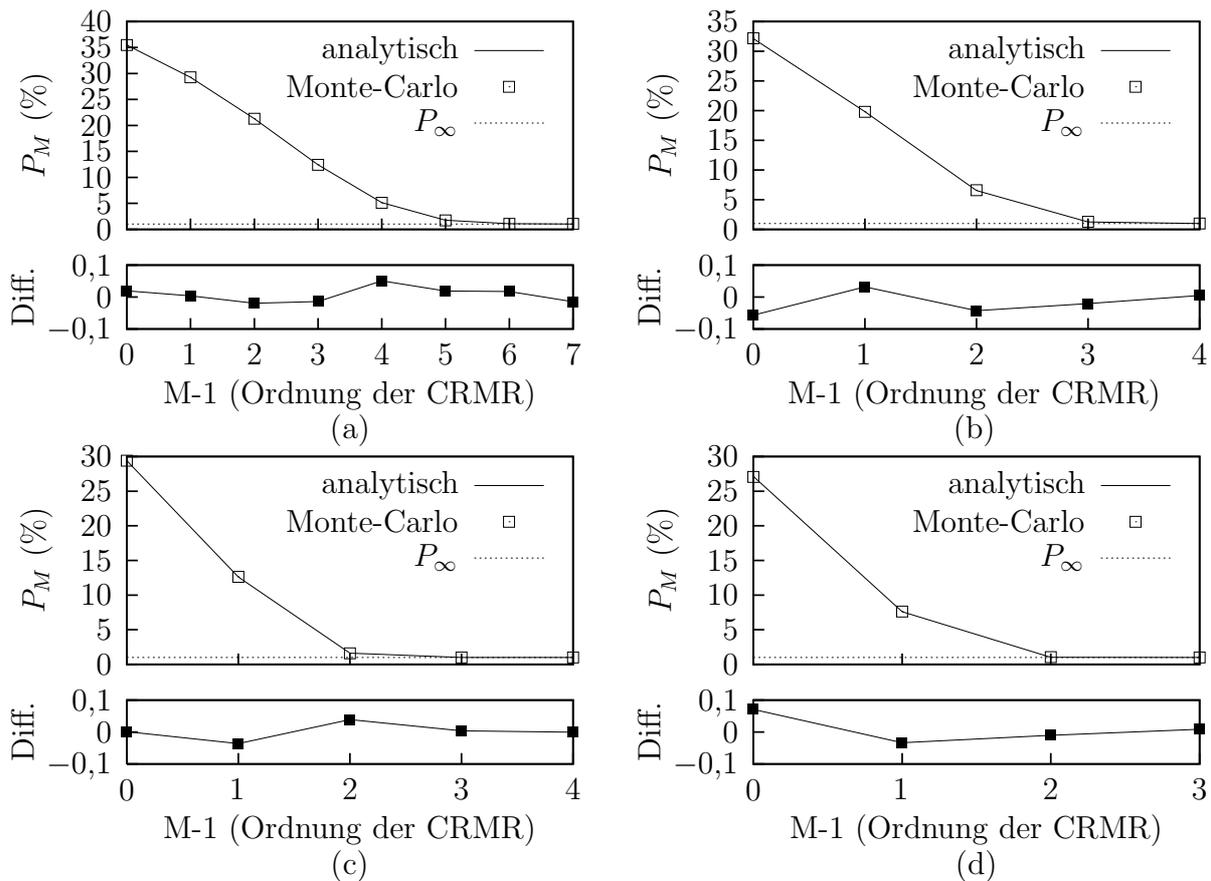


Abb. 8.4: Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit Monte-Carlo-Simulationen für (a) $R = 3$, (b) $R = 5$, (c) $R = 7$ und (d) $R = 9$ in Abhängigkeit der Ordnung der CRMR. Hierbei bezeichnet P_∞ die allgemeine VON NEUMANN-Grenze nach Glg. (8.11). Als Fehlerwahrscheinlichkeit der Mehrheitsgatter wurde zu $e = 0,01$ und als Wahrscheinlichkeit für fehlerhafte Logikblöcke $p = 0,4$ gewählt.

redundanzlosen Entwurf noch verschlechtert, und zwar umso mehr, je höher die Ordnung der CRMR ist. Der Einsatz von CRMR ist also nur sinnvoll, wenn $p > P_\infty$.

Aufgrund dieser Eigenschaften der allgemeinen VON NEUMANN-Grenze wird diese im Folgenden genauer diskutiert. Im Wesentlichen hängt diese Grenze von zwei Größen ab: Der Wahrscheinlichkeit e dafür, dass ein Mehrheitsgatter versagt, und dem Redundanzfaktor R .

Zunächst wird die Abhängigkeit der allgemeinen VON NEUMANN-Grenze von der Gatterfehlerwahrscheinlichkeit e untersucht, wobei der Redundanzfaktor R als Parameter dient. Zu diesem Zweck wurde Glg. (8.11) numerisch gelöst, das Ergebnis ist in Abb. 8.5 dargestellt.

Für $R = 3$ erkennt man die bereits von VON NEUMANN in [106] angegebene Grenze von $e = \frac{1}{6}$. An diesem Punkt erreicht die Kurve 50% und hält diesen Wert auch für $e > \frac{1}{6}$.

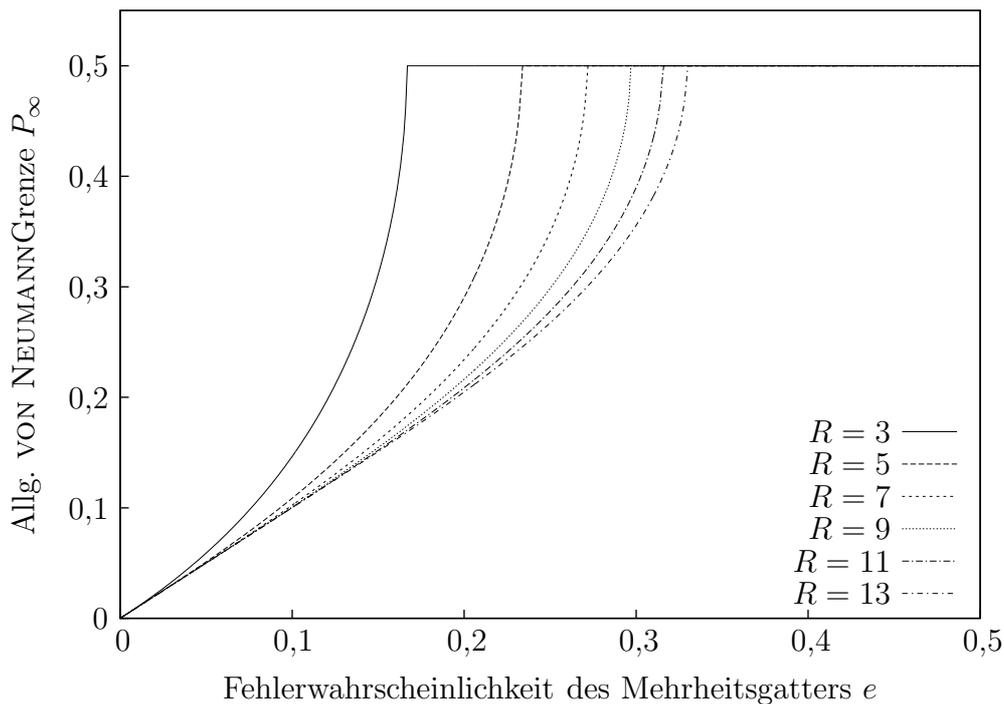


Abb. 8.5: Allgemeine VON NEUMANN-Grenze P_∞ in Abhängigkeit der Gatterfehlerwahrscheinlichkeit e .

Für größere Redundanzfaktoren verschiebt sich dieser Punkt hin zu höheren Werten von e .

Dennoch kann bei gegebenem e die allgemeine VON NEUMANN-Grenze durch Erhöhung der Redundanz nicht beliebig verringert werden, wie durch Abb. 8.6 deutlich wird. Dargestellt ist die allgemeine VON NEUMANN-Grenze als Funktion des Redundanzfaktors R , wobei die Gatterfehlerwahrscheinlichkeit e als Scharparameter dient.

Wie man deutlich sieht, konvergiert die allgemeine VON NEUMANN-Grenze mit steigender Redundanz gegen einen von Null verschiedenen Grenzwert. Dieser Grenzwert ist gerade die Gatterfehlerwahrscheinlichkeit e , was genau dem Wert entspricht, man erwarten würde.

Auch die in Abb. 8.5 dargestellten Eigenschaften spiegeln sich im Verlauf der Kurven in Abb. 8.6 wider. Überschreitet die Gatterfehlerwahrscheinlichkeit e bei gegebenem Redundanzfaktor einen bestimmten Wert, so gilt für die allgemeine VON NEUMANN-Grenze $P_\infty = \frac{1}{2}$. Erhöht man dann den Redundanzfaktor, so beginnt die allgemeine VON NEUMANN-Grenze irgendwann wieder kleiner zu werden, um schließlich gegen e zu konvergieren.

Da die allgemeine VON NEUMANN-Grenze von oben gegen e konvergiert und die Wahrscheinlichkeit für fehlerhafte Logikblöcke immer größer als die allgemeine VON NEUMANN-Grenze sein muss, um einen sinnvollen Einsatz von CRMR zu gewährleisten, muss demnach immer auch $p > e$ gelten. Umgekehrt kann man sagen, dass, wenn diese Be-

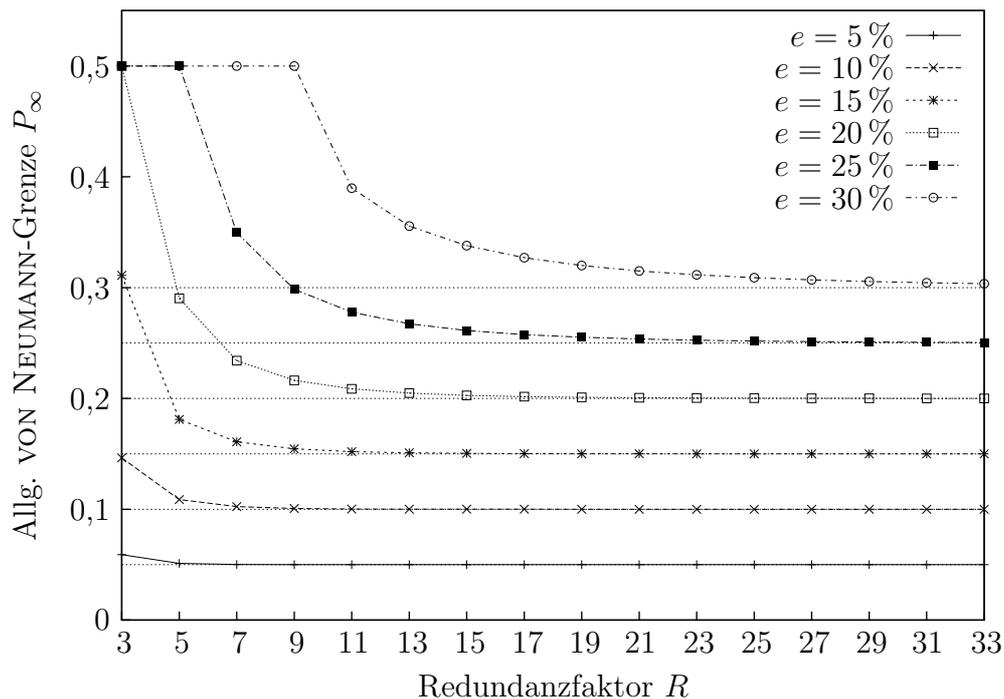


Abb. 8.6: Allgemeine VON NEUMANN-Grenze P_∞ in Abhängigkeit des Redundanzfaktors R .

dingung erfüllt ist, die allgemeine VON NEUMANN-Grenze durch Erhöhung des Redundanzfaktors immer kleiner als p werden kann. Es ist somit immer dann möglich, eine CRMR-Architektur zu entwerfen, welche die Zuverlässigkeit erhöht, wenn $e < p$ gilt. Dies wird in Abb. 8.7 nochmals veranschaulicht.

Für $e = 0,1$ und $p = 0,15$, d.h. $e < p$, führt der Einsatz von CRMR zu einer Verbesserung der Zuverlässigkeit. Bei einer Erhöhung der Ordnung und des Redundanzfaktors konvergiert die Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit schließlich gegen $e < p$.

Anders sieht es für $e = 0,1$ und $p = 0,05$, also $e > p$, aus: Der Einsatz von CRMR führt *unabhängig* vom Redundanzfaktor und der Ordnung zu einer *Verschlechterung* der Zuverlässigkeit.

8.2 Statistische Beschreibung von Logiksignalen

Der vorliegende Abschnitt basiert auf [128] und behandelt die statistische Beschreibung und Analyse von Signalen in logischen Gatternetzen. Obwohl die Methode ursprünglich für nanoskalige elektronische Schaltungen gedacht war, ist sie allgemeingültig genug, um für alle Technologien angewendet werden zu können, die großen Prozessvariationen und Rauschen unterworfen sind. Die gedruckte Realisierung von Elektronik zählt zumindest bezüglich der Prozessvariationen zu diesen Technologien.

Bezüglich der statistischen Analyse des Zeitverhalten gibt es bereits zahlreiche Arbei-

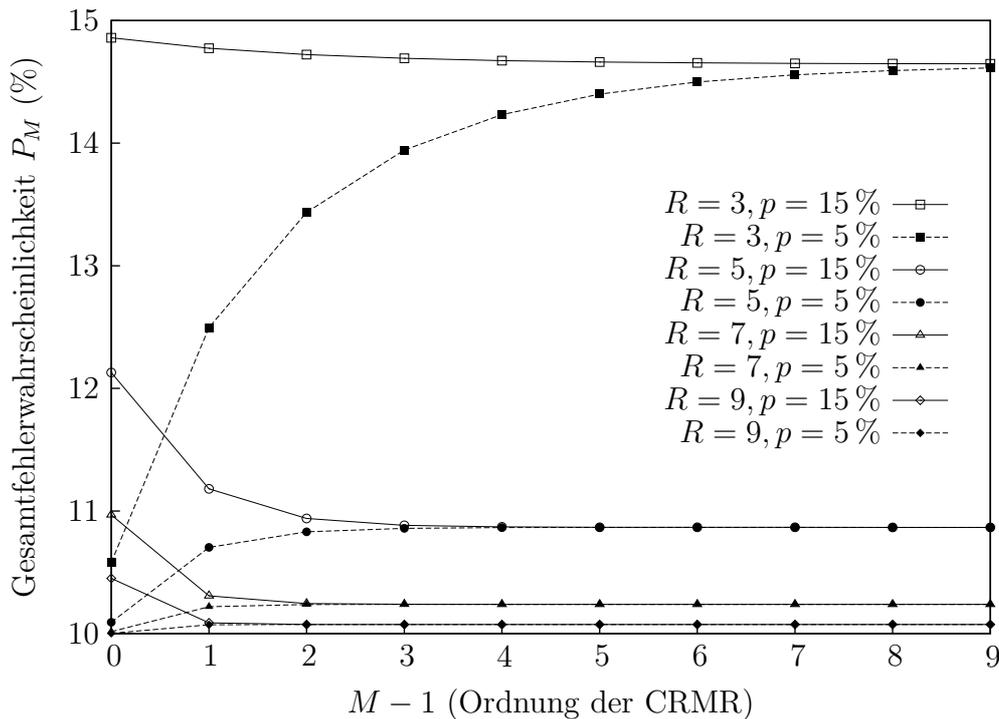


Abb. 8.7: Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Ordnung der CRMR für $e = 0,1$ und $R \in \{3, 5, 7, 9\}$. Aufgetragen ist jeweils die Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit für $p = 15\%$ (durchgezogene Kurven) und $p = 5\%$ (gestrichelte Kurven), wobei je zwei Kurven einem Redundanzfaktor entsprechen. Wie man erkennen kann, konvergiert die Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit bei Erhöhung der Ordnung *und* des Redundanzfaktors gegen $e = 0,1$, was im Falle von $p = 5\%$ zu einer Verschlechterung der Zuverlässigkeit führt.

ten, wie beispielweise [17, 29]. In [7] wird eine Entwurfsmethode diskutiert, welche die Wahrscheinlichkeiten von Logikwerten berücksichtigt.

Dennoch behandelt jeder dieser Ansätze entweder das Zeitverhalten oder Logikwerte. In diesem Abschnitt wird ein Verfahren vorgeschlagen, welches darauf basiert, dass alle Signale durch instationäre Zufallsprozesse dargestellt werden. Auf diese Weise ist es möglich, sowohl das Zeitverhalten als auch überlagertes Rauschen zu erfassen.

Für die Signale und die Zeit werden in diesem Abschnitt keine Einheiten verwendet, da diese keinen Beitrag zu der diskutierten Methode leisten. Signalwerte und die Zeit können als *normiert* betrachtet werden. Ansonsten wird die Notation aus [36] für Wahrscheinlichkeiten, Zufallsvariablen und -prozesse verwendet.

8.2.1 Theoretische Analyse

Um eine möglichst allgemeingültige statistische Beschreibung der Signale, die in einem Gatternetzwerk auftreten, zu erhalten, werden diese Signale im Folgenden durch *instati-*

onäre Zufallsprozesse $\mathbf{s}(\eta, t)$ modelliert, wobei η den Ausgang eines Zufallsexperimentes und t die Zeit darstellt. Allerdings ist es nicht möglich, mit Zufallsprozessen per se zu arbeiten. Üblicherweise werden diese daher durch ihre statistischen Eigenschaften beschrieben, die sich wiederum aus den *gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen*

$$F_{s\dots s}(\vec{s}, \vec{t}) = P\left(\bigcap_{n=1}^N \{\eta | \mathbf{s}(\eta, t_n) \leq s_n\}\right) \forall N \in \mathbb{N} \quad (8.12)$$

aller Ordnungen N ableiten lassen. Dabei gilt: $\vec{s} = (s_1, \dots, s_N)$ und $\vec{t} = (t_1, \dots, t_N)$. Diese sind im Allgemeinen jedoch nicht bekannt, so dass in der statistischen Signalverarbeitung diese Dichten bis zur Ordnung $N = 4$ verwendet werden [36].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit reichen die statistischen Eigenschaften der Signale aus, die sich aus der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f_s(s, t) = \frac{\partial F_s(s, t)}{\partial s} \quad (8.13)$$

erster Ordnung ableiten lassen. Daher wird diese im Folgenden als Signaldarstellung verwendet.

Kennt man beispielsweise die (zeitabhängige) Wahrscheinlichkeitsdichte eines instationären Zufallsprozesses am Ausgang eines Logikgatters und weiß man, welche Werte am Ausgang zu welchem Zeitpunkt erwartet werden, so ist es möglich, die Fehlerwahrscheinlichkeit als Funktion der Zeit zu bestimmen. Aus dieser kann dann der mittlere Fehler, der beispielsweise aufgrund von Rauschen oder Prozessvariationen auftritt, am Ausgang der Schaltung ermittelt werden.

Im Folgenden werden Logikgatter durch Netzwerke bestimmter Grundbausteine modelliert. Diese Grundbausteine sind im einzelnen

- Zufällige Verzögerung
- Nichtlineare Transfercharakteristik
- Minimum- und Maximumoperator

und werden an späterer Stelle erläutert. Anschließend wird diskutiert, inwieweit die Wahrscheinlichkeitsdichten, welche die Signale beschreiben, durch diese Grundbausteine beeinflusst werden. Damit ist es dann möglich, das Verhalten der Signale in einem logischen Gatternetz statistisch zu modellieren.

8.2.2 Einfluss der Grundbausteine auf die Wahrscheinlichkeitsdichten

In diesem Abschnitt wird die Beeinflussung der Wahrscheinlichkeitsdichten der Zufallsprozesse durch die einzelnen Grundbausteine, die zur Modellierung der Logikgatter

verwendet werden, analytisch untersucht. Insbesondere ist hierbei von Interesse, wie die Wahrscheinlichkeitsdichte am Ausgang eines bekannten Grundbausteins aussieht, wenn die Wahrscheinlichkeitsdichte am Eingang gegeben ist. Da es sich nach wie vor um *instationäre* Zufallsprozesse handelt, sind die Wahrscheinlichkeitsdichten *zeitabhängig*.

Einfluss der zufälligen Verzögerung Gegeben sei der instationäre Zufallsprozess $\mathbf{x}(\eta, t)$ am Eingang eines Verzögerungselementes. Die Verzögerung ist nicht genau bekannt, sondern wird durch die Zufallsvariable $\mathbf{T}(\eta)$ beschrieben. Diese ist im Allgemeinen *statistisch abhängig* von $\mathbf{x}(\eta, t)$. Der Ausgang des Verzögerungselementes wird durch den instationären Zufallsprozess $\mathbf{y}(\eta, t)$ beschrieben.

Um die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{\mathbf{y}}(y, t)$ zu finden, wird zunächst die Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_{\mathbf{y}}(y, t)$ betrachtet. Für diese gilt:

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{y}}(y, t) &= P(\{\eta | \mathbf{y}(\eta, t) \leq y\}) = P(\{\eta | \mathbf{x}(\eta, t - \mathbf{T}(\eta)) \leq y\}) \\ &= \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{xT}}(x, \tau, t - \tau) d\tau dx, \end{aligned} \quad (8.14)$$

wobei $f_{\mathbf{xT}}(x, T, t)$ die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte von $\mathbf{x}(\eta, t)$ und $\mathbf{T}(\eta)$ bezeichnet. Daraus lässt sich schließlich ein Ausdruck für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Ausgangssignals ableiten:

$$f_{\mathbf{y}}(y, t) = \frac{\partial F_{\mathbf{y}}(y, t)}{\partial y} = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{xT}}(y, \tau, t - \tau) d\tau. \quad (8.15)$$

Im Falle der statistischen Unabhängigkeit von \mathbf{x} und \mathbf{T} vereinfacht sich Glg. (8.15) zu:

$$f_{\mathbf{y}}(y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mathbf{x}}(y, t - \tau) f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau. \quad (8.16)$$

In der Regel kann diese statistische Unabhängigkeit angenommen werden. Das Ausgangssignal hängt dann lediglich von der Wahrscheinlichkeitsdichte des Eingangssignals und den statistischen Eigenschaften des Verzögerungselementes ab. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte wird in diesem Fall nicht benötigt.

Einfluss der nichtlinearen Transfercharakteristik Es wird nun die Frage diskutiert, welchen Einfluss eine bestimmte Klasse gedächtnisfreier Systeme mit nichtlinearer Transfercharakteristik auf einen instationären Zufallsprozesses am Eingang eines solchen Systems hat. Das System weist dabei seinem Ausgang y einen Signalwert in Abhängigkeit des Wertes x am Eingang des Systems zu. Dies geschieht gemäß der Transfercharakteristik

$y = g(x)$, welche durch

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < x_l \\ \tilde{g}(x) & \text{if } x_l \leq x \leq x_h \\ 0 & \text{if } x > x_h \end{cases} \quad (8.17)$$

gegeben ist. Dabei ist $\tilde{g}(x)$ eine streng monoton fallende Funktion mit $\tilde{g}(x_l) = 1$ und $\tilde{g}(x_h) = 0$, wie sie in Abb. 8.8 dargestellt ist.

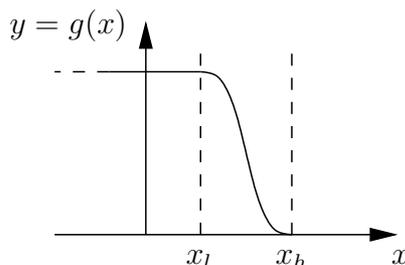


Abb. 8.8: Nichtlineare Transfercharakteristik

Unter diesen Umständen lässt sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Ausgangssignals $\mathbf{y}(\eta, t)$ folgendermaßen darstellen:

$$F_{\mathbf{y}}(y, t) = \begin{cases} 0 & \text{if } y < 0 \\ P(\{\eta | \mathbf{x}(\eta, t) \geq h(y)\}) & \text{if } 0 \leq y \leq 1 \\ 1 & \text{if } y > 1 \end{cases}, \quad (8.18)$$

wobei $h(y)$ die Umkehrfunktion zu $\tilde{g}(x)$ bezeichnet. Weiterhin gilt

$$P(\{\eta | \mathbf{x}(\eta, t) \geq h(y)\}) = 1 - F_{\mathbf{x}}(h(y), t). \quad (8.19)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_{\mathbf{y}}(y, t)$ weist zwei Sprünge auf: Ein Sprung mit der Höhe $1 - F_{\mathbf{x}}(x_h, t)$ tritt an der Stelle $y = 0$ und ein weiterer mit der Höhe $1 - (1 - F_{\mathbf{x}}(x_l, t)) = F_{\mathbf{x}}(x_l, t)$ an der Stelle $y = 1$ auf. Dies ist in Abb. 8.9 dargestellt.

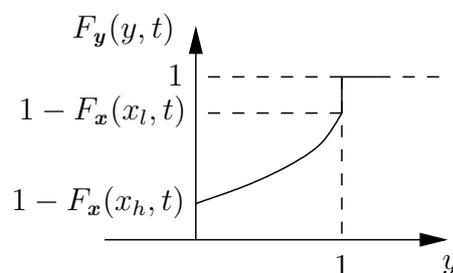


Abb. 8.9: Wahrscheinlichkeitsverteilung mit Sprüngen bei $y = 0$ und $y = 1$.

Demzufolge ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Ausgangsprozesses:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{y}}(y, t) &= \frac{\partial F_{\mathbf{y}}(y, t)}{\partial y} \\ &= \delta(y) \cdot (1 - F_{\mathbf{x}}(x_h, t)) + \delta(y - 1) \cdot F_{\mathbf{x}}(x_l, t) \\ &\quad - f_{\mathbf{x}}(h(y), t) \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot (H(y) - H(y - 1)), \end{aligned} \quad (8.20)$$

wobei $H(y)$ die HEAVISIDESche Sprungfunktion und $\delta(y)$ die DIRACsche Deltadistribution darstellen.

Einfluss der Minimum- und Maximumoperatoren Die folgenden Überlegungen beziehen sich auf ein System, welches zwei Ein- und einen Ausgang hat. Wiederum bezeichnen $\mathbf{x}(\eta, t)$ und $\mathbf{y}(\eta, t)$ die Zufallsprozesse an den beiden Eingängen. Der Zufallsprozess am Ausgang sei $\mathbf{z}(\eta, t)$. Dieses Ausgangssignal nimmt im Falle des *Minimumoperators* den *kleineren* und im Falle des *Maximumoperators* den *größeren* Eingangswert an.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Ausgangs eines *Maximumoperators* lautet demnach:

$$F_{\mathbf{z}}(z, t) = P(\{\eta | \mathbf{x}(\eta, t) \leq z\} \cap \{\eta | \mathbf{y}(\eta, t) \leq z\}), \quad (8.21)$$

was schließlich auf die Wahrscheinlichkeitsdichte von $\mathbf{z}(\eta, t)$ führt:

$$f_{\mathbf{z}}(z, t) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{-\infty}^z \int_{-\infty}^z f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(x, y, t, t) dx dy \right) = \int_{-\infty}^z f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(z, y, t, t) dy + \int_{-\infty}^z f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(x, z, t, t) dx. \quad (8.22)$$

Dabei stellt $f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(x, y, t_1, t_2)$ die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der instationären Zufallsprozesse \mathbf{x} und \mathbf{y} dar.

Sind diese beiden Prozesse statistisch unabhängig, so vereinfacht sich Glg. (8.22) zu:

$$f_{\mathbf{z}}(z, t) = f_{\mathbf{x}}(z, t) \int_{-\infty}^z f_{\mathbf{y}}(y, t) dy + f_{\mathbf{y}}(z, t) \int_{-\infty}^z f_{\mathbf{x}}(x, t) dx. \quad (8.23)$$

Entsprechend ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsverteilung am Ausgang des *Minimumoperators*:

$$F_{\mathbf{z}}(z, t) = P(\{\eta | \mathbf{x}(\eta, t) \leq z\} \cup \{\eta | \mathbf{y}(\eta, t) \leq z\}). \quad (8.24)$$

Für die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte folgt entsprechend:

$$f_{\mathbf{z}}(z, t) = \frac{\partial}{\partial z} \left(1 - \int_z^{\infty} \int_z^{\infty} f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(x, y, t, t) dx dy \right) = \int_z^{\infty} f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(z, y, t, t) dy + \int_z^{\infty} f_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(x, z, t, t) dx, \quad (8.25)$$

was im Falle statistische Unabhängigkeit auf

$$f_z(z, t) = f_x(z, t) \int_z^\infty f_y(y, t) dy + f_y(z, t) \int_z^\infty f_x(x, t) dx \quad (8.26)$$

führt.

8.2.3 Modellierung von Logikgattern mit Hilfe der Grundbausteine

Die im letzten Abschnitt diskutierten Grundbausteine werden nun zur Modellierung von Logikgattern verwendet, um das statistische Verhalten von Netzwerken aus diesen Gattern zu beschreiben. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgt dies für *Inverter (NOT)*, *Und-Nicht (NAND)* und *Oder-Nicht (NOR)* -Gatter, wobei die beiden letztgenannten je zwei Eingänge haben.

Die Modellierung dieser drei Gattertypen mit Hilfe der Grundbausteine ist in Abb. 8.10 dargestellt und selbsterklärend.

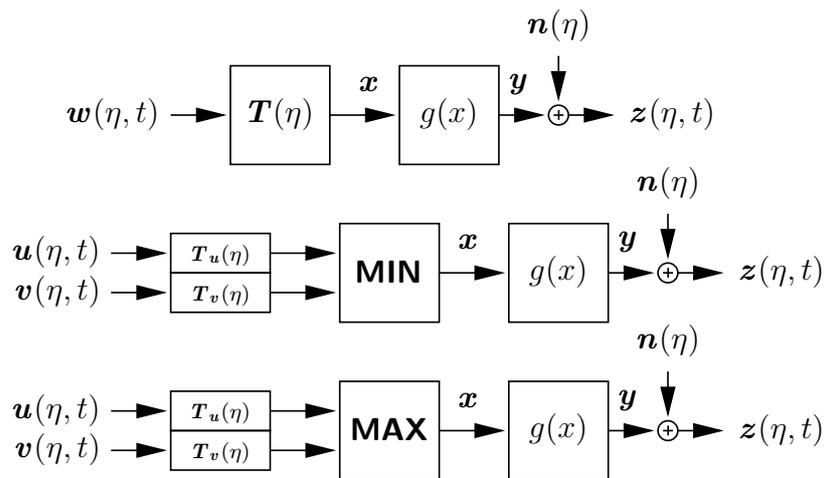


Abb. 8.10: Modellierung von Logikgattern mit Hilfe der diskutierten Grundbausteine. Von oben nach unten: NOT-, NAND- und NOR-Gatter.

Aus Gründen der Einfachheit wird für alle Gatter die gleiche nichtlineare Transfercharakteristik verwendet. Diese vereinfachte Funktion $g(x)$ liefert den Wert „1“, solange das Eingangssignal x unterhalb einer bestimmten Schwelle x_t liegt. Andernfalls ergibt die Funktion „0“. Analog zu Glg. (8.17) findet man:

$$g(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \begin{cases} 1 & \text{if } x < x_t - \varepsilon \\ -\frac{1}{2\varepsilon}x + \frac{x_t + \varepsilon}{2\varepsilon} & \text{if } x_t - \varepsilon \leq x \leq x_t + \varepsilon \\ 0 & \text{if } x > x_t + \varepsilon \end{cases} . \quad (8.27)$$

Für die Umkehrfunktion $h(y)$ ergibt sich

$$h(y) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} -2\varepsilon y + x_t + \varepsilon = x_t \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial y} = 0, \quad (8.28)$$

was nach Glg. (8.20) auf folgende Wahrscheinlichkeitsdichte für das Ausgangssignal führt:

$$f_y(y, t) = \delta(y) \cdot (1 - F_x(x_t, t)) + \delta(y - 1) \cdot F_x(x_t, t). \quad (8.29)$$

Dieser Ausdruck modelliert die Eigenschaft von Logikgattern, das Ausgangssignal insofern zu formen, als dass es über einen weiten Bereich von Eingangswerten eindeutig den Wert „0“ oder „1“ annimmt. Zusätzliches Rauschen am Eingang kann zwar zu falschen Logikwerten am Ausgang führen, aber das Ausgangssignal weist – abgesehen von der Singularität bei $x = x_t$ – eindeutig den Wert „0“ oder „1“ auf.

Dem zusätzlichen additiven Rauschen am *Ausgang* des Gatters wird dadurch Rechnung getragen, dass seine Wahrscheinlichkeitsdichte mit der Wahrscheinlichkeitsdichte des Signals *gefaltet* wird, d.h. in Glg. (8.29) wird die Funktion $\delta(y)$ durch $f_n(z)$ und die Funktion $\delta(y - 1)$ durch $f_n(z - 1)$ ersetzt:

$$f_z(z, t) = f_n(z) \cdot (1 - F_x(x_t, t)) + f_n(z - 1) \cdot F_x(x_t, t). \quad (8.30)$$

In diesem Modell wird das Ausgangssignal also lediglich von dem Rauschen überlagert, welches vom jeweiligen Gatter selbst erzeugt wird. Ein eventuelles Rauschen am Eingang des Gatters bestimmt hingegen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Ausgangssignal den falschen Logikwert annimmt.

8.2.4 Vereinfachtes Signalmodell

Die bisherigen Überlegungen zeigen, dass die Wahrscheinlichkeitsdichten aller Signale bzw. Zufallsprozesse an den Ausgängen der Logikgatter durch Glg. (8.30) beschrieben werden können. Genaugenommen gilt dies für verrauschte Signale an den Ausgängen der verwendeten nichtlinearen Transfercharakteristik. Die Signale an den Ausgängen des Minimum- oder Maximumoperators werden durch Glg. (8.30) nicht erfasst. Dennoch werden die Signale *hinter* den nachgeschalteten Systemen mit nichtlinearer Transfercharakteristik durch diese Gleichung korrekt beschrieben.

Darüber hinaus wird im Folgenden davon ausgegangen, dass alle stationären Rauschprozesse mittelwertfrei und normalverteilt sind. Die Rauschleistung des stationären Rauschprozesses, der dem instationären Prozesses \mathbf{x} überlagert ist, wird nun mit N_x bezeichnet. Die Bezeichnung für die anderen Signale erfolgt entsprechend. Die Wahrscheinlichkeitsdichte jedes Signals wird daher durch zwei unabhängige Größen beschrieben: Die überlagerte Rauschleistung N_x und eine gewöhnliche Zeitfunktion $E_x(t) = F_x(x_t, t)$. Interessanterweise entspricht die Funktion E_x direkt dem zeitabhängigen Erwartungswert

des Zufallsprozesses $\mathbf{x}(\eta, t)$:

$$E\{\mathbf{x}(\eta, t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{\mathbf{x}}(x, t) dx = F_{\mathbf{x}}(x_t, t) = E_{\mathbf{x}}(t). \quad (8.31)$$

Die Funktion $E_{\mathbf{x}}(t)$ beschreibt daher, wie sich das Signal *im Mittel* über der Zeit verändert.

Als Beispiel sei der instationäre Zufallsprozess $\mathbf{x}(\eta, t)$ gegeben, der seinen Wert zum Zeitpunkt $\mathbf{T}(\eta)$ von „0“ nach „1“ ändert. Dieser Zeitpunkt ist nicht exakt bekannt, sondern wird durch eine Zufallsvariable modelliert, deren Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{\mathbf{T}}(\mathbf{T})$ bekannt ist. Zusätzlich enthält der Prozess stationäres Rauschen, welches durch seine Wahrscheinlichkeitsdichte $f_n(n)$ beschrieben wird und dem Wert „0“ bzw. „1“ überlagert ist. Entsprechend ergibt sich die Wahrscheinlichkeitsdichte des Prozesses $\mathbf{x}(\eta, t)$:

$$f_{\mathbf{x}}(x, t) = f_n(x) \underbrace{\int_t^{\infty} f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau}_{1-E_{\mathbf{x}}(t)} + f_n(x-1) \underbrace{\int_{-\infty}^t f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau}_{E_{\mathbf{x}}(t)}. \quad (8.32)$$

Einfluss der Modellgatter auf den zeitabhängigen Erwartungswert Für die vorgestellten Gattermodelle ist das Verhalten des zeitabhängigen Erwartungswertes $E_z(t)$ am Ausgang des Gatters entscheidend. Die Rauschleistung, die zu einer vollständigen Beschreibung des Ausgangssignals im vereinfachten Modell zusätzlich erforderlich ist, wird ausschließlich vom betrachteten Gatter selbst erzeugt und hängt nicht von den Eigenschaften der Eingangssignale bzw. -prozesse ab. Daher wird im Folgenden untersucht, welche Funktion E_z am Ausgang des entsprechenden Gatters entsteht, wenn die Parameter der Eingangssignale bekannt sind.

Für den Verzögerungsoperator gilt nach Glg. (8.16) und Glg. (8.30):

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{y}}(y, t) &= f_n(y) \int_{-\infty}^{\infty} (1 - E_{\mathbf{x}}(t - \tau)) f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau + f_n(y-1) \int_{-\infty}^{\infty} E_{\mathbf{x}}(t - \tau) f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau \\ &= f_n(y) \left(1 - \int_{-\infty}^{\infty} E_{\mathbf{x}}(t - \tau) f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau \right) + f_n(y-1) \int_{-\infty}^{\infty} E_{\mathbf{x}}(t - \tau) f_{\mathbf{T}}(\tau) d\tau \\ &\Rightarrow E_{\mathbf{y}}(t) = E_{\mathbf{x}}(t) * f_{\mathbf{T}}(t), \end{aligned} \quad (8.33)$$

wobei „*“ die lineare Faltung bezeichnet. Der zeitabhängige Erwartungswert des Ausgangsprozesses ist demnach die Faltung des zeitabhängigen Erwartungswertes des Eingangsprozesses mit der Wahrscheinlichkeitsdichte der zufälligen Verzögerung. Die Rauschleistung bleibt hiervon unbeeinflusst.

Im Falle des Inverters wird dieses Signal nun durch das nachgeschaltete System mit nichtlinearer Transfercharakteristik gefiltert. Dies führt auf den zeitabhängigen Erwartungswert $E_z(t)$ des Zufallsprozesses $\mathbf{z}(\eta, t)$ am Ausgang des Inverters:

$$E_z(t) = \int_{-\infty}^{x_t} f_{\mathbf{y}}(y, t) dy = F_{\mathbf{n}}(x_t) (1 - E_{\mathbf{y}}(t)) + F_{\mathbf{n}}(x_t - 1) E_{\mathbf{y}}(t). \quad (8.34)$$

Für das Und-Nicht- und das Oder-Nicht-Gatter gestaltet sich die Modellierung schwieriger. Der Grund dafür ist die Tatsache, dass sich die Signale an den Ausgängen der Minimum- und Maximumoperatoren nicht durch Glg. (8.30) ausdrücken lassen. Daher werden die Wahrscheinlichkeitsdichten der Prozesse an den Ausgängen dieser Gatter folgendermaßen bestimmt: Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_x(x, t)$ an den Ausgängen der Minimum- und Maximumoperatoren wird als Funktion von $N_{\tilde{\mathbf{u}}}$, $N_{\tilde{\mathbf{v}}}$, $E_{\tilde{\mathbf{u}}}$ und $E_{\tilde{\mathbf{v}}}$ hergeleitet, wobei $\tilde{\mathbf{u}}(\eta, t)$ und $\tilde{\mathbf{v}}(\eta, t)$ die Prozesse an den Eingängen bezeichnen. Die Funktion E_z für den Ausgang des gesamten Gatters kann dann aus $f_x(x, t)$ abgeleitet werden.

Für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Zufallsprozesses am Ausgang des *Maximumoperators* ergibt sich aus Glg. (8.23)

$$\begin{aligned} f_x(x, t) = & \left[f_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x) (1 - E_{\tilde{\mathbf{u}}}(t)) + f_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x - 1) E_{\tilde{\mathbf{u}}}(t) \right] \cdot \left[F_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x) (1 - E_{\tilde{\mathbf{v}}}(t)) + F_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x - 1) E_{\tilde{\mathbf{v}}}(t) \right] \\ & + \left[f_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x) (1 - E_{\tilde{\mathbf{v}}}(t)) + f_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x - 1) E_{\tilde{\mathbf{v}}}(t) \right] \cdot \left[F_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x) (1 - E_{\tilde{\mathbf{u}}}(t)) + F_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x - 1) E_{\tilde{\mathbf{u}}}(t) \right] \end{aligned} \quad (8.35)$$

und daraus für die Funktion $E_z(t)$ am Ausgang des Oder-Nicht-Gatters:

$$\begin{aligned} E_z(t) = & \int_{-\infty}^{x_t} f_x(x, t) dx \\ = & (1 - E_{\tilde{\mathbf{u}}}) (1 - E_{\tilde{\mathbf{v}}}) \alpha_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}} + E_{\tilde{\mathbf{u}}} (1 - E_{\tilde{\mathbf{v}}}) \beta_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}} + (1 - E_{\tilde{\mathbf{u}}}) E_{\tilde{\mathbf{v}}} \gamma_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}} + E_{\tilde{\mathbf{u}}} E_{\tilde{\mathbf{v}}} \delta_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}}, \end{aligned} \quad (8.36)$$

wobei die Konstanten $\alpha_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}}$, $\beta_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}}$, $\gamma_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}}$ und $\delta_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}}$ durch folgende Ausdrücke gegeben sind:

$$\begin{aligned} \alpha_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}} = & \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x) F_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x) + f_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x) F_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x) \right) dx \\ \beta_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}} = & \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x - 1) F_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x) + f_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x) F_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x - 1) \right) dx \\ \gamma_{\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{v}}} = & \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x) F_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x - 1) + f_{n\tilde{\mathbf{v}}}(x - 1) F_{n\tilde{\mathbf{u}}}(x) \right) dx \end{aligned}$$

$$\delta_{\tilde{u}\tilde{v}} = \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{u}}(x-1)F_{n\tilde{v}}(x-1) + f_{n\tilde{v}}(x-1)F_{n\tilde{u}}(x-1) \right) dx.$$

Entsprechend gilt für die Funktion $E_z(t)$ am Ausgang des Und-Nicht-Gatters:

$$E_z(t) = (1 - E_{\tilde{u}})(1 - E_{\tilde{v}})\hat{\alpha}_{\tilde{u}\tilde{v}} + E_{\tilde{u}}(1 - E_{\tilde{v}})\hat{\beta}_{\tilde{u}\tilde{v}} + (1 - E_{\tilde{u}})E_{\tilde{v}}\hat{\gamma}_{\tilde{u}\tilde{v}} + E_{\tilde{u}}E_{\tilde{v}}\hat{\delta}_{\tilde{u}\tilde{v}} \quad (8.37)$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{\tilde{u}\tilde{v}} &= \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{u}}(x)(1 - F_{n\tilde{v}}(x)) + f_{n\tilde{v}}(x)(1 - F_{n\tilde{u}}(x)) \right) dx \\ \hat{\beta}_{\tilde{u}\tilde{v}} &= \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{u}}(x-1)(1 - F_{n\tilde{v}}(x)) + f_{n\tilde{v}}(x)(1 - F_{n\tilde{u}}(x-1)) \right) dx \\ \hat{\gamma}_{\tilde{u}\tilde{v}} &= \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{u}}(x)(1 - F_{n\tilde{v}}(x-1)) + f_{n\tilde{v}}(x-1)(1 - F_{n\tilde{u}}(x)) \right) dx \\ \hat{\delta}_{\tilde{u}\tilde{v}} &= \int_{-\infty}^{x_t} \left(f_{n\tilde{u}}(x-1)(1 - F_{n\tilde{v}}(x-1)) + f_{n\tilde{v}}(x-1)(1 - F_{n\tilde{u}}(x-1)) \right) dx. \end{aligned}$$

Diese Ergebnisse gehen in herkömmliche Logikgatter über, wenn kein Rauschen betrachtet wird und die Funktionen $E_{\tilde{u}}$ und $E_{\tilde{v}}$ konstant den Wert „0“ oder „1“ annehmen. In diesem Fall gilt $\alpha_{\tilde{u}\tilde{v}} = 1$, $\beta_{\tilde{u}\tilde{v}} = \gamma_{\tilde{u}\tilde{v}} = \delta_{\tilde{u}\tilde{v}} = 0$ und $\hat{\alpha}_{\tilde{u}\tilde{v}} = \hat{\beta}_{\tilde{u}\tilde{v}} = \hat{\gamma}_{\tilde{u}\tilde{v}} = 1$, $\hat{\delta}_{\tilde{u}\tilde{v}} = 0$. Der Ausgang des Oder-Nicht-Gatters ist dann durch $E_z = (1 - E_{\tilde{u}})(1 - E_{\tilde{v}})$ und der Ausgang des Und-Nicht-Gatters durch $E_z = (1 - E_{\tilde{u}})(1 - E_{\tilde{v}}) + E_{\tilde{u}}(1 - E_{\tilde{v}}) + (1 - E_{\tilde{u}})E_{\tilde{v}}$ gegeben.

Die bisherigen Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: Jedes Signal z am Ausgang eines Logikgatters wird durch die Leistung N_z des vom Gatter erzeugten Rauschens und durch den zeitabhängigen Erwartungswert $E_z(t)$ beschrieben. Dieser entspricht dem mittleren Signalverlauf über der Zeit und beinhaltet u.a. den stochastischen Charakter der Zeitpunkte, an denen das Signal seinen Wert von „0“ nach „1“ und umgekehrt wechselt.

Die statistische Analyse von Netzwerken der beschriebenen Gattermodellen erfolgt nun folgendermaßen: Die Signale im Netzwerk werden von Gatter zu Gatter weitergegeben. Im Falle der Rauschleistung ist dies sehr einfach, da zur Bestimmung der Rauschleistung am Ausgang eines Gatters lediglich das vom Gatters selbst verursachte Rauschen betrachtet wird. Die Hauptschwierigkeit liegt in der Bestimmung der Funktion E_z .

Wie sich aus den Gleichungen (8.34), (8.36) und (8.37) ersehen lässt, werden die zeitabhängigen Erwartungswerte der Eingangssignale mit gewissen Konstanten gewichtet und mit Hilfe einfacher Additionen und Multiplikationen miteinander verrechnet. Die Gewichtungsfaktoren können entweder analytisch oder – falls dies nicht möglich

oder gewünscht ist – durch numerische Integration bestimmt werden. Im Rahmen einer Simulation werden die durchzuführenden Operationen entweder in speziellen Datentypen gesammelt oder direkt ausgeführt. Nach einer solchen Simulation sind die Wahrscheinlichkeitsdichten aller Signale im Netzwerk implizit bekannt und können für eine nachfolgende Analyse verwendet werden. So lässt sich beispielsweise der Fehler eines bestimmten Signals als Funktion der Zeit oder die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Schaltung versagt, bestimmen. Diese Ergebnisse können dann verwendet werden, um den Schaltungsentwurf bezüglich der Zuverlässigkeit zu optimieren.

8.2.5 Experimentelle Ergebnisse

Die in diesem Abschnitt vorgestellte Theorie wird nun auf das Modell eines Und-Nicht-Gatters angewendet, wie es in Abb. 8.10 dargestellt ist. Als die beiden Eingangssignale werden zum einen die HEAVISIDESche Sprungfunktion und zum anderen eine verschobene Sprungfunktion verwendet. Der eine Eingang wechselt demnach zum Zeitpunkt $t = 0$ seinen Zustand von „0“ nach „1“ und der andere Eingang führt diesen Wechsel zum Zeitpunkt $t = 1$ aus.

Jedem dieser Signale wird normalverteiltes Rauschen mit den Leistungen $N_u = 0,1$ und $N_v = 0,2$ überlagert. Im Anschluss daran werden beide Signale um einen zufälligen Wert verzögert, wobei beide Verzögerungen statistisch unabhängig und normalverteilt sind. Für die Mittelwerte und Standardabweichungen gilt: $\mu_{T_u} = 0,1$ und $\mu_{T_v} = 0,2$ sowie $\sigma_{T_u} = \sigma_{T_v} = 0,01$.

Die Schwelle des nachgeschalteten Systems mit nichtlinearer Transfercharakteristik beträgt $x_t = 0,5$ und die Rauschleistung am Ausgang des Gatter ist $N_z = 0,04$.

Die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichte am Ausgang des Modellgatters erfolgt zum einen mit den beschriebenen Methoden, insbesondere mit denen aus Abschnitt 8.2.4 und zum anderen durch eine Monte-Carlo-Simulation. Die beiden Eingangssignale werden für diese Simulation durch Vektoren von Abtastwerten dargestellt, zu denen entsprechende Rauschvektoren addiert und die beiden resultierenden Vektoren um eine zufällige Anzahl an Abtastwerten verzögert werden. Das Minimum dieser beiden Vektoren wird Abtastwert für Abtastwert ermittelt. Schließlich entsteht ein Vektor, der ausschließlich Nullen und Einsen enthält, je nachdem ob der zugehörige Abtastwert unter oder über der Schwelle $x_t = 0,5$ liegt. Zu diesem Vektor wird der Rauschvektor am Gatterausgang addiert und der gesamte Vorgang 10000 mal wiederholt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_z(z, t)$ kann dann durch ein zeitabhängiges Histogramm geschätzt werden. Die berechnete und die geschätzte Wahrscheinlichkeitsdichte sind in Abb. 8.11a und Abb. 8.11b dargestellt.

Zusätzlich sind der geschätzte und der berechnete Erwartungswert $E_z(t)$ in der t - z -Ebene eingetragen. Eine vergleichende Darstellung dieser beiden Funktionen bietet Abb. 8.12.

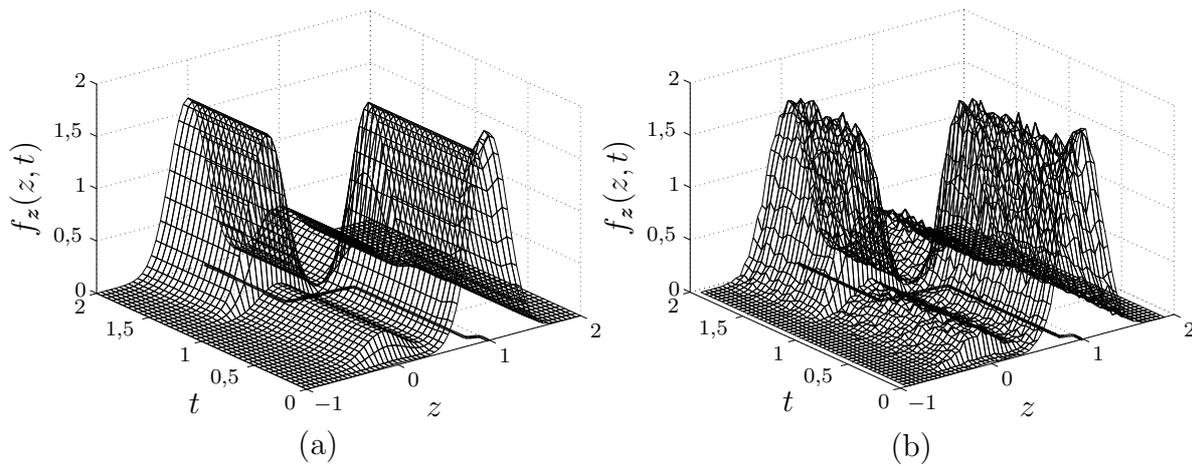


Abb. 8.11: Analytisch bestimmte (a) und simulierte (b) Wahrscheinlichkeitsdichte des Zufallsprozesses am Ausgang eines NAND-Gattermodells.

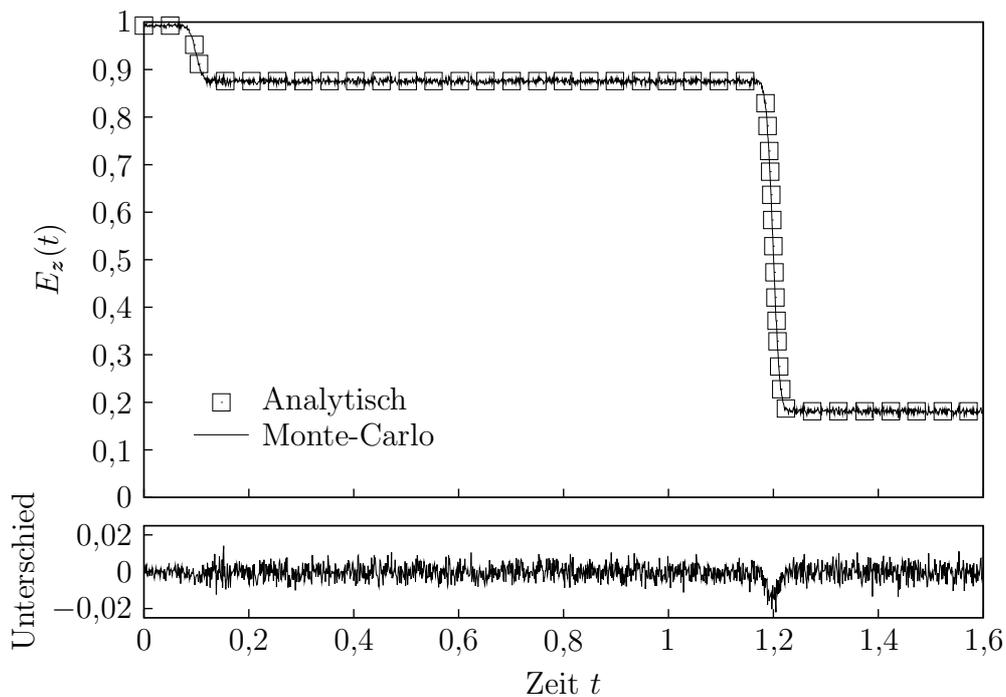


Abb. 8.12: Vergleich zwischen analytischer Lösung und den Simulationsergebnissen.

Die durchgezogene Linie entspricht dem durch die Monte-Carlo-Simulation ermittelten geschätzten Erwartungswert, wohingegen die Quadrate ausgewählte Werte der nach Glg. (8.37) berechneten Lösung anzeigen. Zusätzlich ist der Unterschied zwischen dem geschätzten und berechneten Erwartungswert dargestellt.

8.2.6 Zusammenfassung der Methode

Die in diesem Abschnitt diskutierte statistische Analyse logischer Gatternetze betrachtet sowohl das Zeitverhalten als auch überlagertes Rauschen. Das vorgestellte Modell fordert zunächst keine Einschränkungen bezüglich der Korrelation zwischen den einzelnen Signalen oder der Form der nichtlinearen Transfercharakteristik, die in den Gattermodellen verwendet wird. Diese muss lediglich monoton fallend sein. Das Modell lässt sich allerdings leicht auf eine monoton steigende Kurve erweitern. An späterer Stelle wird das Modell dahingehend vereinfacht, dass für die nichtlineare Transfercharakteristik eine bestimmte Kurvenform und für die auftretenden Signale statistische Unabhängigkeit angenommen wird. Dieses vereinfachte Modell wird am Beispiel eines Modellgatters mit Monte-Carlo-Simulationen verglichen.

9 Zusammenfassung

Zur Simulation und zum Entwurf von Transpondersystemen sind Modelle erforderlich, die direkt im Schaltungssimulator verwendet werden können. Zur Implementierung dieser Modelle bieten sich Beschreibungssprachen zur Modellierung analoger Systeme an. In der vorliegenden Arbeit kommt zu diesem Zweck VERILOG-A zum Einsatz. Vereinfachte Modelle hingegen erlauben eine erste Abschätzung des Systemverhaltens, ohne dass Simulationen durchgeführt werden müssen.

Ein gutes Verständnis vom Verhalten der Antenne des Lesegerätes und dem prinzipiellen Einfluss ihrer Abmessungen stellt eine Voraussetzung für den systematischen Entwurf solcher Systeme dar.

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst ein einfaches Modell für Schleifenantennen vorgestellt, welche in der Regel in induktiv gekoppelten Transpondersystemen zu Einsatz kommen. Das Modell besteht aus drei passiven Bauelementen: Zwei Widerständen und einer Spule. Die Widerstände modellieren zum einen die Verluste, die in der Antenne selbst entstehen, und zum anderen die abgestrahlte Leistung. Die Spule modelliert die im Nahfeld gespeicherte Energie.

Die Modellierung und Charakterisierung dieser Antennen erfolgt am Beispiel der kreisförmigen Schleifenantenne. Die prinzipiellen Einflüsse der Antennenengeometrie auf das System sind jedoch auch auf andere Antennenformen übertragbar.

Für die Analyse der Antenne wird angenommen, dass sie klein gegenüber der Wellenlänge ist; der Strom durch die Antenne ist dann überall auf der Antenne gleich und kann bei den entsprechenden Berechnungen vor das Integral gezogen werden. Desweiteren sind sowohl der Strahlungswiderstand als auch die Verluste in der Antenne frequenzabhängig. Daher kann ein parametrisiertes Modell mit festen Werten für die beiden Widerstände und die Spule nur bei einer bestimmten Frequenz bzw. in einem schmalen Frequenzbereich gelten.

Die Bestimmung der Induktivität und des Strahlungswiderstandes kann aus der von der Antenne erzeugten Feldverteilung erfolgen, weswegen diese zunächst detailliert untersucht wird. Dabei wird zunächst nicht zwischen Nah- und Fernfeld unterschieden, sondern das tatsächlich erzeugte Feld bestimmt. Anhand dieser Ergebnisse lässt sich dann zeigen, dass der Ansprechbereich typischer Transponder in einem Gebiet um die Antenne liegt, in dem das erzeugte Feld durch eine Nahfeldnäherung ausreichend gut beschrieben wird. Diese Nahfeldnäherung liefert die gleiche Feldverteilung wie das Gesetz von BIOT und SAVART, welches eigentlich für Gleichströme (Magnetostatik) gilt.

Schließlich erfolgt eine Parametrisierung des Modells. Zu diesem Zweck wird die Antenneninduktivität ausführlich diskutiert und sowohl der Strahlungswiderstand als auch die auftretenden Verluste analysiert.

Die Induktivitätsbestimmung führt zu elliptischen Integralen, die nicht geschlossen dargestellt werden können. Deshalb werden die Integrale numerisch gelöst und mit Hilfe der nichtlinearen Regression eine mögliche Näherungsformel bestimmt. Die numerische Lösung wird schließlich mit dieser Formel und einer Reihe weiterer Näherungsformeln aus der Literatur verglichen, welche fast alle in sehr guter Übereinstimmung mit der numerischen Lösung sind.

Auch die Analyse des Strahlungswiderstandes führt zu einem Integral, das nicht geschlossen lösbar ist. Die Annahme, dass die Antenne elektrisch klein ist, liefert aber gleichzeitig eine Näherung für den Integranden, so dass eine geschlossene Darstellung des Strahlungswiderstandes möglich wird.

Für die Verluste muss schließlich die Stromverteilung im Leiter bekannt sein. Unter der Annahme, dass die Stromdichte im Leiter lediglich eine Komponente in Richtung des Leiters aufweist, kann die sogenannte HELMHOLTZgleichung für diese Komponente aufgestellt werden. Ihre Lösung führt unter gegebenen Randbedingungen auf die Stromverteilung im Inneren des Leiters. Aus der Stromverteilung wird schließlich das zugehörige Magnetfeld und aus beiden zusammen die Verlustleistung bestimmt. Bei konstantem Gesamtstrom ist diese Verlustleistung proportional zum Hochfrequenzwiderstand des Leiters, der die letzte Komponente im Antennenmodell darstellt.

Der Hochfrequenzwiderstand wird für drei verschiedene Querschnitte berechnet: Kreiszylinder, kreiszylindrisches Rohr und unendlich ausgedehnte Schicht.

Die Formel für den Hochfrequenzwiderstand des Rohrs geht in die des Vollzylinders über, wenn der Innendurchmesser beliebig verkleinert wird ($w_i \rightarrow 0$), was genau den Erwartungen entspricht. Bei sehr tiefen Frequenzen liefern beide Formeln den jeweiligen Gleichstromwiderstand, was ebenfalls den Erwartungen entspricht.

Dennoch gibt es interessanterweise einen Frequenzbereich, in dem das Rohr einen geringeren Hochfrequenzwiderstand aufweist als der Vollzylinder gleichen Außendurchmessers. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass im Inneren des Vollzylinders wirbelstrombedingte Verluste auftreten, die den Beitrag, den der Innenbereich zum Stromtransport leistet, insofern übertreffen, als dass die Verluste im Außenbereich nur unwesentlich dadurch reduziert werden, dass ein Teil des Stromes im Inneren transportiert wird, die Verluste im Inneren aber diese Reduktion mehr als aufheben.

Ein ähnlicher Effekt lässt sich auch bei der Analyse des Hochfrequenzschichtwiderstandes der unendlich ausgedehnten Schicht beobachten. Wird die Schichtdicke bei einem gegebenen Material und einer festen Frequenz langsam erhöht, so wächst der Kehrwert des Schichtwiderstandes zunächst linear mit der Schichtdicke, bis eine optimale Schichtdicke erreicht ist, welche gerade gleich der halben Eindringtiefe ist. Wird dann die Schichtdicke weiter erhöht, so nimmt der Schichtwiderstand wieder zu, was vermutlich wieder auf

erhöhte Wirbelstromverluste im Inneren der Schicht zurückzuführen ist.

Nach der Modellbildung der Lesegerätantenne folgen schaltungstechnische Maßnahmen zur Anpassung dieser Antenne an den Ausgangstreiber. Alle Methoden werden ausführlich theoretisch diskutiert, modelliert und durch Schaltungssimulationen verifiziert.

Anpassnetzwerke aus reaktiven diskreten Elementen werden diskutiert, wobei sowohl der Entwurf mit Hilfe des Smithdiagramms als auch analytische Berechnungen zum Einsatz kommen. Im Falle von L-Netzwerken, welche in der Regel zur Anpassung von Lesegerätantennen ausreichend sind, werden die auftretenden Verluste modelliert. Daraus werden Gleichungen abgeleitet, welche es im Falle einer mehrstufigen Anpassung ermöglichen, die optimale Stufenzahl zu ermitteln, wobei als Optimierungskriterium die Minimierung der Verluste dient.

Schließlich wird die Unterdrückung von Harmonischen diskutiert. Auf diese Weise kann der Ausgangstreiber des Lesegerätes relativ einfach ausfallen, da dieser lediglich ein Rechtecksignal erzeugen muss. Das Anpassnetzwerk unterdrückt dann die auftretenden Harmonischen, so dass der Antennenstrom in guter Näherung sinusförmig ist.

Abschließend wird noch die Anpassung mit Hilfe einer Stichleitung und mit Hilfe von Transformatoren behandelt, wobei letztere auch Anpassmethoden umfasst, deren Verhalten durch einen Transformator *modelliert* werden können. Dies trifft beispielsweise auf die T- und die Γ -Anpassung zu, die zum Anpassen von Antennen für Lesegeräte induktiver Transpondersysteme gut geeignet sind.

Das so gewonnene Modell eines Lesegerätes mit angeschlossener Antenne dient nun den folgenden Untersuchungen: Die optimale Antennengröße in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Leistung wird diskutiert und mit Hilfe der Ergebnisse ein Modell für die erreichbare Ansprechentfernung des Transponders entwickelt. Dieses Modell wird dann um den Fall erweitert, dass die erzeugte Feldstärke in einer bestimmten Entfernung gesetzlich limitiert ist. Es lässt sich zeigen, dass in diesem Fall eine Erhöhung der Leistung bei gleichzeitiger Verringerung der Antennengröße dazu führt, dass die maximal erlaubte Feldstärke in der festgelegten Entfernung nicht überschritten und dennoch die Ansprechentfernung vergrößert wird. Allerdings gibt es für letztere eine theoretische Grenze.

Anschließend erfolgt die Modellierung des gekoppelten Systems, bestehend aus Lesegerät und Transponder. Mit Hilfe des Modells wird die maximal übertragbare Leistung und die zugehörige optimale Schaltungskonfiguration ermittelt.

Allerdings hängt diese von der Kopplung zwischen der Lesegerätantenne und dem Transponder ab, die in der Regel nicht bekannt ist. Daher werden unterschiedliche Entwurfsmethoden mit diesem optimalen Entwurf verglichen. Es zeigt sich, dass im Falle einer schwachen Kopplung diese beim Entwurf der Anpassnetzwerke vernachlässigt werden kann und die Ergebnisse dennoch nur minimal von der optimalen Lösung abweichen. Da eine schwache Kopplung für die Energieübertragung zum Transponder kritischer ist als eine starke, ist es ausreichend, die Anpassung für diesen Fall zu optimieren.

Schließlich wird ein vereinfachtes Modell für die Transponderantenne vorgestellt und untersucht. Dieses Modell erlaubt eine einfache Abschätzung des Verhaltens, ohne die Kopplung zwischen den Antennen in Betracht ziehen zu müssen.

Nach der Diskussion der Modellierung von analogen Systemen mit Hilfe von Hardwarebeschreibungssprachen am Beispiel von VERILOG-A und einiger einfacher Modelle wird eine Möglichkeit aufgezeigt, VERILOG-A um Modelle auf der Basis ein- und auslaufender Wellen zu erweitern. Auf diese Weise lassen sich sehr leicht Komponenten in Schaltungssimulationen integrieren, deren Streumatrix in analytischer Form vorliegt. Die Idee dabei ist, VERILOG-A um eine weitere Disziplin zu ergänzen, welche die einlaufende Welle als Fluss und die Auslaufende als Potential darstellt. Ein entsprechendes Konvertermodul setzt den Strom und die Spannung an einem seiner beiden Tore auf die zugehörigen Wellengrößen am anderen Tor um. Zusätzlich wird ein Verbindungselement entworfen, welches sicherstellt, dass die auslaufenden Wellen eines Moduls die entsprechenden einlaufenden Wellen eines anderen angeschlossenen Moduls darstellen. Innerhalb dieses Rahmens können dann die eigentlichen Modelle direkt beschrieben werden, wobei sich die Systemdarstellung $\vec{b} = S\vec{a}$ direkt in VERILOG-A umsetzen lässt.

Basierend auf dieser Methode wird eine Beispielsimulation vorgestellt, welche das Verhalten einer verlustlosen Verzögerungsleitung mit vorgegebenem Abschluss korrekt abbildet. Bei der Beschreibung der Leitung wird deutlich, dass sich in diesem Fall S -Parameter für die Modellierung hervorragend eignen: Durch die Zerlegung in hin- und rücklaufende Wellen können die mathematischen Zusammenhänge sofort angegeben werden. Diese Zusammenhänge stellen in diesem Fall einfach eine Verzögerung dar, ohne dass die relativ komplizierten Leitungsgleichungen eingearbeitet werden müssen. Dennoch ist das entstehende Modell diesen Leitungsgleichungen äquivalent. Anstelle des Terminators, der in Wellenform beschrieben ist, könnte auch ein weiterer U/I -Wellen-Konverter eingesetzt werden; an den Klemmen dieses Konverters würde dann ein gewöhnlicher Widerstand angeschlossen. Das Verhalten dieser Konfiguration ist natürlich wiederum dem vorgestellten Modell äquivalent.

Die Ergebnisse werden auf ein praktisches Beispiel angewendet: Der Entwurf eines einfachen Transponders und die Simulation seines Verhaltens im Gesamtsystem, welches aus Lesegerät, gekoppelten Antennen und dem Transponder besteht. Der Entwurf des Transponders erfolgt dabei auf Transistorebene, wobei allerdings auch Dioden und passive Elemente zum Einsatz kommen. Die restlichen Komponenten des Systems liegen entweder als Verhaltensmodell oder in Form konkreter Schaltungen vor. Letzteres trifft auf die Anpassung der Lesegerätantenne zu. Das so entstandene Gesamtmodell wird schließlich simuliert.

Eine der Eigenschaften passiver Transpondersysteme ist, dass die Kosten für das System so weit wie möglich auf die Seite des Lesegerätes verschoben sind. Aufgrund der extrem geringen Fertigungskosten sind daher Massendruckverfahren zur Realisierung von Transpondern in gedruckter Elektronik sehr interessant. Beim Einsatz neuer Technologi-

en zur Realisierung von Schaltungen und Systemen treten allerdings des öfteren Fragen bezüglich der Zuverlässigkeit auf.

Daher beschäftigt sich das letzte Kapitel der vorliegenden Arbeit zunächst mit modularer Redundanz, wobei aufbauend auf den Ideen VON NEUMANNs die erreichbaren Zuverlässigkeiten der Methode theoretisch untersucht und die Ergebnisse mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen verifiziert werden. Anschließend wird eine Methode zur statistischen Beschreibung von Gatternetzwerken vorgestellt, die sowohl Aspekte der statistischen Analyse des Zeitverhaltens sowie eine statistische Betrachtung der Spannungsverläufe über der Zeit umfasst.

Die diskutierte statistische Analyse logischer Gatternetze betrachtet sowohl das Zeitverhalten als auch überlagertes Rauschen. Das vorgestellte Modell fordert zunächst keine Einschränkungen bezüglich der Korrelation zwischen den einzelnen Signalen oder der Form der nichtlinearen Transfercharakteristik, die in den Gattermodellen verwendet wird. Schließlich wird das Modell dahingehend vereinfacht, dass für die nichtlineare Transfercharakteristik eine bestimmte Kurvenform und für die auftretenden Signale statistische Unabhängigkeit angenommen wird. Dieses vereinfachte Modell wird am Beispiel eines Modellgatters mit Monte-Carlo-Simulationen verglichen.

A Vektoranalytische Operatoren

Die folgenden Darstellungen beziehen sich auf Abb. A.1

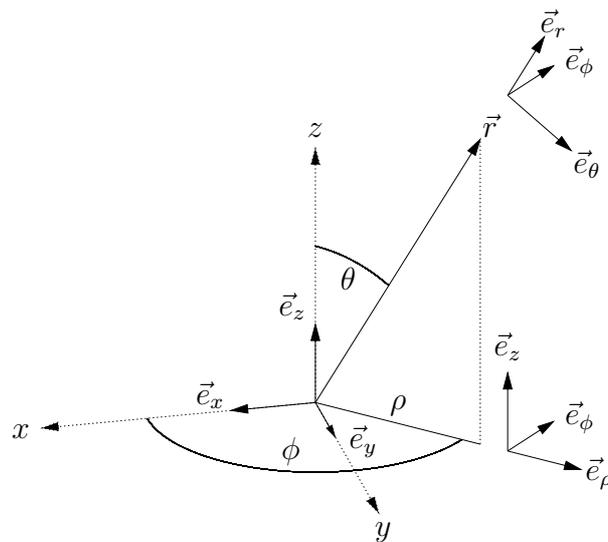


Abb. A.1: Ortsvektors \vec{r} in Kartesischen (x, y, z) Zylinder- (ρ, ϕ, z) und Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) . Zusätzlich sind die jeweiligen Einheitsvektoren dargestellt.

A.1 Kartesische Koordinaten

Für den Ortsvektor r gilt

$$\vec{r}(x, y, z) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z, \quad (\text{A.1})$$

und vektorielle Feldgrößen in diesem Punkt haben die Form

$$\vec{A}(x, y, z) = A_x(x, y, z)\vec{e}_x + A_y(x, y, z)\vec{e}_y + A_z(x, y, z)\vec{e}_z \quad (\text{A.2})$$

bzw. in Kurzschreibweise

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{A} = A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z. \quad (\text{A.4})$$

A.1.1 Operationen mit ∇

$$\nabla\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\psi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\psi}{\partial z}\vec{e}_z \quad (\text{A.5})$$

$$\nabla\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{A.6})$$

$$\nabla \times \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{e}_z \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \quad (\text{A.8})$$

A.1.2 Kreuzprodukte der Einheitsvektoren

$$\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_y \times \vec{e}_x = -\vec{e}_z \quad (\text{A.9})$$

$$\vec{e}_y \times \vec{e}_z = \vec{e}_x \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_z \times \vec{e}_y = -\vec{e}_x \quad (\text{A.10})$$

$$\vec{e}_z \times \vec{e}_x = \vec{e}_y \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_x \times \vec{e}_z = -\vec{e}_y \quad (\text{A.11})$$

A.2 Zylinderkoordinaten

Für den Ortsvektor r gilt

$$\vec{r}(\rho, \phi, z) = \rho\vec{e}_\rho(\phi) + z\vec{e}_z, \quad (\text{A.12})$$

und vektorielle Feldgrößen in diesem Punkt haben die Form

$$\vec{A}(\rho, \phi, z) = A_\rho(\rho, \phi, z)\vec{e}_\rho(\phi) + A_\phi(\rho, \phi, z)\vec{e}_\phi(\phi) + A_z(\rho, \phi, z)\vec{e}_z \quad (\text{A.13})$$

bzw. in Kurzschreibweise

$$\vec{r} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z \quad (\text{A.14})$$

$$\vec{A} = A_\rho\vec{e}_\rho + A_\phi\vec{e}_\phi + A_z\vec{e}_z. \quad (\text{A.15})$$

A.2.1 Operationen mit ∇

$$\nabla\psi = \frac{\partial\psi}{\partial\rho}\vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}\vec{e}_\phi + \frac{\partial\psi}{\partial z}\vec{e}_z \quad (\text{A.16})$$

$$\nabla\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{A.17})$$

$$\nabla \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\rho} \right) \vec{e}_\phi + \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_\phi) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi} \right) \vec{e}_z \quad (\text{A.18})$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \quad (\text{A.19})$$

A.2.2 Kreuzprodukte der Einheitsvektoren

$$\vec{e}_\rho \times \vec{e}_\phi = \vec{e}_z \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_\phi \times \vec{e}_\rho = -\vec{e}_z \quad (\text{A.20})$$

$$\vec{e}_\phi \times \vec{e}_z = \vec{e}_\rho \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_z \times \vec{e}_\phi = -\vec{e}_\rho \quad (\text{A.21})$$

$$\vec{e}_z \times \vec{e}_\rho = \vec{e}_\phi \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_\rho \times \vec{e}_z = -\vec{e}_\phi \quad (\text{A.22})$$

A.3 Kugelkoordinaten

Für den Ortsvektor r gilt

$$\vec{r}(r, \theta, \phi) = r\vec{e}_r(\theta, \phi), \quad (\text{A.23})$$

und vektorielle Feldgrößen in diesem Punkt haben die Form

$$\vec{A}(r, \theta, \phi) = A_r(r, \theta, \phi)\vec{e}_r(\theta, \phi) + A_\theta(r, \theta, \phi)\vec{e}_\theta(\theta, \phi) + A_\phi(r, \theta, \phi)\vec{e}_\phi(\phi) \quad (\text{A.24})$$

bzw. in Kurzschreibweise

$$\vec{r} = r\vec{e}_r \quad (\text{A.25})$$

$$\vec{A} = A_r\vec{e}_r + A_\theta\vec{e}_\theta + A_\phi\vec{e}_\phi. \quad (\text{A.26})$$

A.3.1 Operationen mit ∇

$$\nabla\psi = \frac{\partial\psi}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}\vec{e}_\phi \quad (\text{A.27})$$

$$\nabla\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r) + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin(\theta)) + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{A} &= \frac{1}{r\sin(\theta)} \left(\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin(\theta)) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi} \right) \vec{e}_r \\ &+ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) \right) \vec{e}_\theta \\ &+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta} \right) \vec{e}_\phi \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin(\theta)\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{r^2\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} \quad (\text{A.30})$$

A.3.2 Kreuzprodukte der Einheitsvektoren

$$\vec{e}_r \times \vec{e}_\theta = \vec{e}_\phi \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_\theta \times \vec{e}_r = -\vec{e}_\phi \quad (\text{A.31})$$

$$\vec{e}_\theta \times \vec{e}_\phi = \vec{e}_r \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_\phi \times \vec{e}_\theta = -\vec{e}_r \quad (\text{A.32})$$

$$\vec{e}_\phi \times \vec{e}_r = \vec{e}_\theta \quad \text{bzw.} \quad \vec{e}_r \times \vec{e}_\phi = -\vec{e}_\theta \quad (\text{A.33})$$

B Ergänzung zu T- und π -Netzwerken

B.1 Eingangswiderstand und Phasenverschiebung des T-Anpassnetzwerkes

B.1.1 Eingangswiderstand

Der Eingangswiderstand eines nach Glg. (4.10)–(4.12) entworfenen und mit R_o terminierten T-Anpassnetzwerkes nach Abb. 4.5 lautet:

$$\begin{aligned} Z_i &= jX_1 + \frac{1}{\frac{1}{jX_3} + \frac{1}{R_o + jX_2}} \\ &= \frac{-(X_1X_2 + X_1X_3 + X_2X_3) + j(X_1 + X_3)R_o}{R_o + j(X_2 + X_3)} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

mit

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} \left(\sqrt{\frac{R_i}{R_o}} \cos(\varphi) - 1 \right) \\ X_2 &= -\frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} \left(\sqrt{\frac{R_o}{R_i}} \cos(\varphi) - 1 \right) \\ X_3 &= -\frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)} \end{aligned}$$

Für die einzelnen Terme gilt:

$$\begin{aligned} X_1X_2 &= \frac{R_i R_o \cos^2(\varphi) - R_i \sqrt{R_i R_o} \cos(\varphi) - R_o \sqrt{R_i R_o} + R_i R_o}{\sin^2(\varphi)} \\ X_1X_3 &= \frac{R_i \sqrt{R_i R_o} \cos(\varphi) - R_i R_o}{\sin^2(\varphi)} \\ X_2X_3 &= \frac{R_o \sqrt{R_i R_o} \cos(\varphi) - R_i R_o}{\sin^2(\varphi)} \\ X_1X_2 + X_1X_3 + X_2X_3 &= -R_i R_o \frac{1 - \cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varphi)} = -R_i R_o \\ X_1 + X_3 &= -R_i \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)} \\ X_2 + X_3 &= -R_o \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}, \end{aligned}$$

so dass sich für den Eingangswiderstand

$$Z_i = \frac{R_i R_o - j R_i R_o \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}}{R_o - j R_o \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}} = R_i \quad (\text{B.2})$$

ergibt.

B.1.2 Phasenverschiebung

Für die Phasenverschiebung der Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung ergibt sich aus der Übertragungsfunktion bei Abschluss des Netzwerkes mit R_o :

$$\begin{aligned} \arg \left(\frac{1}{R_i \left(\frac{1}{jX_3} + \frac{1}{R_o + jX_2} \right)} \cdot \frac{R_o}{R_o + jX_2} \right) &= \arg \left(\frac{jX_3}{R_o + j(X_2 + X_3)} \right) \\ &= \arg \left(\frac{-j \frac{\sqrt{R_i R_o}}{\sin(\varphi)}}{R_o - j R_o \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}} \right) = \arg \left(\frac{-j}{\sin(\varphi) - j \cos(\varphi)} \right) \\ &= \arg \left(\frac{1}{\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)} \right) = -\varphi \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Für positive Werte von φ läuft die Ausgangsspannung also der Eingangsspannung hinterher.

B.2 Eingangswiderstand und Phasenverschiebung des π -Anpassnetzwerkes

B.2.1 Eingangswiderstand

Wird das in Abb. 4.5 dargestellte π -Anpassnetzwerk mit Hilfe der Gleichungen (4.13)–(4.15) entworfen und mit R_o abgeschlossen, so gilt für seine Eingangsadmittanz:

$$\begin{aligned} Y_i &= jB_A + \frac{1}{jX_C + \frac{1}{jB_B + G_o}} \\ &= \frac{G_o - X_C B_A G_o + jB_A + jB_B - jX_C B_A B_B}{1 - X_C B_B + jX_C G_o} \\ &= \frac{(G_o + jB_B)(1 - X_C B_A) + jB_A}{(1 - X_C B_B) + jX_C G_o} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

mit

$$\begin{aligned}
 X_C &= \sqrt{\frac{1}{G_i G_o}} \sin(\varphi) \\
 B_A &= -\frac{1}{X_C} \left(\sqrt{\frac{G_i}{G_o}} \cos(\varphi) - 1 \right) = -\frac{1}{\sin(\varphi)} \left(G_i \cos(\varphi) - \sqrt{G_i G_o} \right) \\
 B_B &= -\frac{1}{X_C} \left(\sqrt{\frac{G_o}{G_i}} \cos(\varphi) - 1 \right) = -\frac{1}{\sin(\varphi)} \left(G_o \cos(\varphi) - \sqrt{G_i G_o} \right)
 \end{aligned}$$

Dabei sind $G_o = 1/R_o$ und $G_i = 1/R_i$. Einsetzen in Glg. (B.4) führt auf

$$Y_i = \frac{\left(G_o - \frac{j}{\sin(\varphi)} G_o \cos(\varphi) + \frac{j}{\sin(\varphi)} \sqrt{G_i G_o} \right) \sqrt{\frac{G_i}{G_o}} \cos(\varphi) - \frac{j}{\sin(\varphi)} G_i \cos(\varphi) + \frac{j}{\sin(\varphi)} \sqrt{G_i G_o}}{\sqrt{\frac{G_o}{G_i}} (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi))}$$

Erweitern des Bruchs mit

$$\sqrt{\frac{G_i}{G_o}} \sin(\varphi)$$

führt schließlich auf

$$Y_i = G_i \cdot \frac{\cos(\varphi) \sin(\varphi) + j(1 - \cos^2(\varphi))}{\cos(\varphi) \sin(\varphi) + j \sin^2(\varphi)} = G_i. \quad (\text{B.5})$$

B.2.2 Phasenverschiebung

Für die Phasenverschiebung der Ausgangsspannung bezüglich der Eingangsspannung gilt bei Abschluss des Netzwerkes mit $R_o = 1/G_o$:

$$\begin{aligned}
 \arg \left(\frac{1}{1 + jX_C(G_o + jB_B)} \right) &= \arg \left(\frac{1}{(1 - X_C B_B) + jX_C G_o} \right) \\
 &= \arg \left(\sqrt{\frac{G_i}{G_o}} \cdot \frac{1}{\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)} \right) = -\varphi \quad (\text{B.6})
 \end{aligned}$$

B.3 Umwandlung von T- in π -Netzwerke

Jedes T-Netzwerk kann in ein (klemmen-)äquivalentes π -Netzwerk transformiert werden. Legt man die Bezeichnungen aus Abb. 4.5 zugrunde, so können die Werte des π -Netzwerkes aus den Werten des T-Netzwerkes mit Hilfe der Stern-Dreieck-Transformation berechnet werden [22, 40]:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2} \quad (\text{B.7})$$

$$Z_B = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1} \quad (\text{B.8})$$

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_3}. \quad (\text{B.9})$$

B Ergänzung zu T- und π -Netzwerken

Handelt es sich bei den Netzwerkelementen um reine Reaktanzen, gilt also

$$Z_k = jX_k \quad k \in \{1, 2, 3, A, B, C\},$$

so ergibt sich entsprechend

$$X_A = \frac{X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3}{X_2} \quad (\text{B.10})$$

$$X_B = \frac{X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3}{X_1} \quad (\text{B.11})$$

$$X_C = \frac{X_1 X_2 + X_1 X_3 + X_2 X_3}{X_3}. \quad (\text{B.12})$$

B.4 Umwandlung von π - in T-Netzwerke

Analog zu B.3 können die Werte eines (klemmen-)äquivalenten T-Netzwerkes aus den Werten des π -Netzwerkes mittels Dreieck-Stern-Transformation gewonnen werden:

$$Z_1 = \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (\text{B.13})$$

$$Z_2 = \frac{Z_B Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (\text{B.14})$$

$$Z_3 = \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C}. \quad (\text{B.15})$$

Handelt es sich wiederum um reine Reaktanzen, so gilt

$$X_1 = \frac{X_A X_C}{X_A + X_B + X_C} \quad (\text{B.16})$$

$$X_2 = \frac{X_B X_C}{X_A + X_B + X_C} \quad (\text{B.17})$$

$$X_3 = \frac{X_A X_B}{X_A + X_B + X_C}. \quad (\text{B.18})$$

C Das Magnetische Reziprozitätstheorem

Die Wirkung des Stromes I_1 durch eine Leiterschleife, deren Verlauf im Raum durch die Kurve K_1 gegeben ist, auf eine zweite Leiterschleife mit der Verlaufskurve K_2 , wird durch die Gegeninduktivität M_{21} beschrieben. Beschränkt man sich auf eine Windung, so gilt für den Fluss Φ_2 durch die zweite unbelastete Leiterschleife

$$\Phi_2 = M_{21}I_1. \quad (\text{C.1})$$

Entsprechend gilt für den umgekehrten Fall:

$$\Phi_1 = M_{12}I_2. \quad (\text{C.2})$$

Für das von der ersten Leiterschleife erzeugte Vektorpotential \vec{A}_1 gilt bei Beschränkung auf das Nahfeld elektrisch kleiner Leiterschleifen (bzw. im Falle von Gleichstrom) im Vakuum

$$\vec{A}_1(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{K_1} \frac{d\vec{r}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}. \quad (\text{C.3})$$

Für den Fluss durch die zweite Leiterschleife gilt

$$\Phi_2 = \iint_{F_2} \vec{B}_1 d\vec{F} = \iint_{F_2} (\nabla \times \vec{A}_1) d\vec{F} = \int_{K_2} \vec{A}_1 d\vec{r}_2, \quad (\text{C.4})$$

wobei B_1 die von der ersten Leiterschleife erzeugte Flussdichte und F_2 die von der Kurve K_2 umschlossene Fläche darstellen. Das letzte Gleichheitszeichen ist auf den Integralsatz von STOKES zurückzuführen.

Schließlich ergibt sich

$$M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{K_2} \int_{K_1} \frac{d\vec{r}_1 \cdot d\vec{r}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad \text{und} \quad M_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{K_1} \int_{K_2} \frac{d\vec{r}_2 \cdot d\vec{r}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (\text{C.5})$$

Offensichtlich sind die beiden Integrale identisch. Es folgt daher

$$\boxed{M_{21} = M_{12}} \quad (\text{C.6})$$

Diese Symmetrie bezeichnet man als *magnetisches Reziprozitätstheorem*. Sie gilt für beliebig geformte magnetisch gekoppelte Leiterschleifen, wobei diese auch mehrere Windungen ausweisen dürfen. Aufgrund dieses Theorems ist die Verwendung einer einzigen Gegeninduktivität $M = M_{21} = M_{12}$ ausreichend.

D Octave-Code zur Stichleitung

```
clear all; close all

% Numerischen Wert einlesen
function v = GetValue(s)
    v = [];
    while (isempty(v))
        str = input(s, "s");
        v = str2num(str);
        if isempty(v)
            printf("Not a Number\n");
        end
    end
end

% Parameter abfragen
RL = GetValue("Real Part of Load (OHMs): ");
XL = GetValue("Imaginary Part of Load (OHMs): ");
Z0 = GetValue("Line Impedance (OHMs): ");
f0 = GetValue("Frequency (Hz): ");
er = GetValue("Rel. Permittivity of Line Dielectric: ");

% Berechne den Abstand zur Last
z = (RL + j*XL)/Z0;
GammaL = (z-1)/(z+1);
p1 = pi - acos(abs(GammaL));
p = arg(GammaL);
if ((-pi<=p) && (p<-p1))
    dp = 2*pi+p-p1;
elseif ((-p1<=p) && (p<p1))
    dp = p1+p;
else
    dp = p-p1;
end
```

D OCTAVE-Code zur Stichleitung

```
% Berechne die Laenge der Stichleitung
GammaTrf = GammaL*exp(-j*dp);
y_stub = -j*imag((1-GammaTrf)/(1+GammaTrf));
Gamma_stub = -(y_stub - 1)/(y_stub + 1);
dp_stub = pi-arg(Gamma_stub);

% Ergebnisse ausgeben
lambda = 3e8/sqrt(er)/f0;
printf("Distance to load: %g*lambda = %g m\n", ...
       dp/(4*pi), dp/(4*pi)*lambda)
printf("Length of stub: %g*lambda = %g m\n", ...
       dp_stub/(4*pi), dp_stub/(4*pi)*lambda)
```

Literaturverzeichnis

- [1] Accellera. *Verilog-AMS Language Reference Manual*, 2004. Version 2.2.
- [2] Acheson. *Electrodag PM-470*. Datenblatt.
- [3] O. Artigue, C. Tételin und J.-P. Enguent. S Parameter model for Contactless smart Cards. In: *Wireless Technology, 6th European Conference on*, S. 423–425, 2003.
- [4] T. M. Au, Y. W. M. Chia und M.-S. Leong. Backscattering characteristics of finite narrow rectangular loop. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1997. IEEE., 1997 Digest*, Bd. 1, S. 294–297, 1997.
- [5] A. Aykan. Calibration of circular loop antennas. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 47(2):446–452, 1998.
- [6] W. Bächtold. *Antennen*. ETH Zürich, 1998.
http://www.nt.hs-bremen.de/diglink/papers/ETHZ_baevd5_Antennen.pdf.
- [7] R. I. Bahar, J. Mundy und J. Chen. A Probabilistic-Based Design Methodology for Nanoscale Computation. In: *IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design (ICCAD'03)*, 2003.
- [8] R. J. Baker. *CMOS: Circuit Design, Layout, and Simulation*. Wiley-IEEE, 2. Aufl., 2005.
- [9] S. Basat, S. Bhattacharya, A. Rida, S. Johnston, L. Yang, M. M. Tentzeris und J. Laskar. Fabrication and Assembly of a Novel High-Efficiency UHF RFID Tag on Flexible LCP Substrate. In: *Electronic Components and Technology Conference, 2006. Proceedings. 56th*, S. 1352–1355, 2006.
- [10] S. S. Basat, K. Lim, J. Laskar und M. M. Tentzeris. Design and modeling of embedded 13.56 MHz RFID antennas. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE*, Bd. 4B, S. 64–67 vol. 4B, 2005.
- [11] V. Beroulle, R. Khouri, T. Vuong und S. Tedjini. Behavioral modeling and simulation of antennas: radio-frequency identification case study. In: *Behavioral Modeling and Simulation, 2003. BMAS 2003. Proceedings of the 2003 International Workshop on*, S. 102–106, 2003.

- [12] S. Bovelli, F. Neubauer und C. Heller. A Novel Antenna Design for Passive RFID Transponders on Metal Surfaces. In: *Microwave Conference, 2006. 36th European*, S. 580–582, 2006.
- [13] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 4. Aufl., 1999.
- [14] BSIM Research Group. *BSIM3v3.3 MOSFET Model Users' Manual*. UC Berkeley.
- [15] E. Cantatore, T. C. T. Geuns, G. H. Gelinck, E. van Veenendaal, A. F. A. Gruijthuijsen, L. Schrijnemakers, S. Drews und D. M. de Leeuw. A 13.56-MHz RFID System Based on Organic Transponders. *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, 42(1):84–92, 2007.
- [16] E. Cantatore, T. C. T. Geuns, A. F. A. Gruijthuijsen, G. H. Gelinck, S. Drews und D. M. de Leeuw. A 13.56MHz RFID System based on Organic Transponders. In: *Solid-State Circuits, 2006 IEEE International Conference Digest of Technical Papers*, S. 1042–1051, 2006.
- [17] H. Chang, V. Zolotov, S. Narayan und C. Visweswariah. Parameterized Block-Based Statistical Timing Analysis with Non-Gaussian Parameters, Nonlinear Delay Functions. In: *42th Design Automation Conference (DAC'05)*, 2005.
- [18] C. H. Cheng und R. D. Murch. Asymmetric RFID tag antenna. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 1363–1366, 2006.
- [19] O. Chevalerias, T. O'Donnell, D. Power, N. O'Donovan, G. Duffy, G. Grant und S. C. O'Mathuna. Inductive telemetry of multiple sensor modules. *Pervasive Computing, IEEE*, 4(1):46–52, 2005.
- [20] N.-G. Choi, H.-J. Lee und S.-H. Lee. A 13.56 MHz RFID system. In: *Applied Electromagnetics, 2005. APACE 2005. Asia-Pacific Conference on*, S. 289–292, 2005.
- [21] N.-G. Choi, H.-J. Lee, S.-H. Lee und S.-j. Kim. Design of a 13.56 MHz RFID system. In: *Advanced Communication Technology, 2006. ICACT 2006. The 8th International Conference*, Bd. 1, S. 840–843, 2006.
- [22] H. Clausert und G. Wiesemann. *Grundgebiete der Elektrotechnik 1*. Oldenbourg Verlag München Wien, 9. Aufl., Nov. 2004.
- [23] C. Clemen. *Skriptum zur Vorlesung „Elektromagnetische Wellen“, Kapitel „Antennen“*. FH Augsburg, WS 1997/1998.
http://www.fh-augsburg.de/~clemen/lehre/Skript_Wellen/10Antennen.PDF.

- [24] C. P. Coelho, J. R. Phillips und L. M. Silveira. Robust rational function approximation algorithm for model generation. In: *36th Design Automation Conference*, Jun. 1999.
- [25] G. J. Coram. How To (And How Not To) Write A Compact Model In VERILOG-A. In: *IEEE International Behavioral Modeling and Simulation Conference (BMAS 2004)*, S. 97–106, 2004.
- [26] G. De Vita, F. Bellatalla und G. Iannaccone. Ultra-low power PSK backscatter modulator for UHF and microwave RFID transponders. *Microelectronics Journal*, 37(7):627–629, Jul. 2006.
- [27] S. Deng, Y. Hu und M. Sawan. A high data rate QPSK demodulator for inductively powered electronics implants. In: *Circuits and Systems, 2006. ISCAS 2006. Proceedings. 2006 IEEE International Symposium on*, S. 2577–2580, 2006.
- [28] V. Derbek, C. Steger, S. Kajtazovic, J. Preishuber-Pfluegl und M. Pistauer. Behavioral model of UHF RFID tag for system and application level simulation. In: *Behavioral Modeling and Simulation Workshop, 2005. BMAS 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International*, S. 60–63, 2005.
- [29] A. Devgan und C. Kashyap. Block-Based Static Timing Analysis with Uncertainty. In: *IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design (ICCAD'03)*, 2003.
- [30] B. Emmanuel, J. Gaubert, P. Pannier und J.-M. Gaultier. Conception of UHF voltage multiplier for RFID circuit. In: *Circuits and Systems, 2006 IEEE North-East Workshop on*, S. 217–220, 2006.
- [31] W. L. Everitt. Output Networks for Radio-Frequency Power Amplifiers. *Proceedings of the I.R.E.*, 19(5):725–737, Mai 1931.
- [32] K. Finkensteller. *RFID Handbuch*. Hanser, 4. Aufl., 2006.
- [33] K. Foelsch. Magnetfeld und Induktivität einer zylindrischen Spule. *Archiv für Elektrotechnik*, 30(3):139–157, 1936.
- [34] P. R. Foster und R. A. Burberry. Antenna problems in RFID systems. In: *RFID Technology (Ref. No. 1999/123)*, *IEE Colloquium on*, S. 3/1–3/5, 1999.
- [35] T. B. Hansen und M. L. Oristaglio. Method for Controlling the Angular Extent of Interrogation Zones in RFID. *Antennas and Wireless Propagation Letters*, 5(1):134–137, 2006.

- [36] E. Hänsler. *Statistische Signale – Grundlagen und Anwendungen*. Springer Verlag, 1997.
- [37] M. Hirano, M. Takeuchi, T. Tomoda und K.-I. Nakano. Keyless entry system with radio card transponder. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 35(2):208–216, 1988.
- [38] C. W. Hoffmann. π und das arithmetisch-geometrische Mittel. Swiss Federal Research Institute WSL, Apr. 2002.
<http://www.wsl.ch/staff/christian.hoffmann/pi.pdf>.
- [39] J. Horn. *Ein Beitrag zu Entwurf und Modellierung von Anpassschaltungen für breitbandige Mikrowellen-Leistungsverstärker*. Diss., Technische Universität Berlin, 2005.
- [40] G. Hosemann. Stern-Vieleck-Umwandlung in Zweipol- und Vierpolnetzen. *Archiv für Elektrotechnik*, 47(2):61–79, 1962.
- [41] Y. Hu und M. Sawan. A fully integrated low-power BPSK demodulator for implantable medical devices. *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on [Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on]*, 52(12):2552–2562, 2005.
- [42] B. Jiang, J. R. Smith, M. Philipose, S. Roy, K. Sundara-Rajan und A. V. Mammishev. Energy Scavenging for Inductively Coupled Passive RFID Systems. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference – IMTC 2005*, Mai 2005.
- [43] A. K. Jones, R. Hoare, S. Dontharaju, S. Tung, R. Sprang, J. Fazekas, J. T. Cain und M. H. Mickle. An automated, FPGA-based reconfigurable, low-power RFID tag. *Microprocessors and Microsystems*, 31(2):116–134, März 2007.
- [44] U. Kaiser und W. Steinhagen. A low-power transponder IC for high-performance identification systems. *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, 30(3):306–310, 1995.
- [45] N. Kämpfer. *Skriptum zur Vorlesung „Mikrowellenphysik“, Kapitel „Antennen“*. Universität Bern, WS 2004/2005.
www.iapmw.unibe.ch/teaching/vorlesungen/mikrowellenphysik/MW_Physik_04_05_Kapitel_4.pdf.
- [46] J. Kataja, L. Ukkonen, M. Schaffrath, L. Sydanheimo und M. Kivikoski. Modeling the Effects of Stacked Paper on the Radiation Pattern of Bow-Tie RFID Tag Antennas. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 3225–3228, 2006.

- [47] R. Khouri, V. Beroulle, T.-P. Vuong und S. Tedjini. Wireless system validation using VHDL-AMS behavioral antenna models: radio-frequency identification case study. In: *Wireless Technology, 2004. 7th European Conference on*, S. 185–188, 2004.
- [48] S.-J. Kim, B. Yu, H.-J. Lee, M.-J. Park, F. J. Harackiewicz und B. Lee. RFID tag antenna mountable on metallic plates. In: *Microwave Conference Proceedings, 2005. APMC 2005. Asia-Pacific Conference Proceedings*, Bd. 4, 2005.
- [49] H. Kwon und B. Lee. Evaluation of RFID tag antenna performance using radar cross sections. In: *Wireless Technology, 2005. The European Conference on*, S. 491–493, 2005.
- [50] Y. Leblebici und S.-M. Kang. *CMOS Digital Integrated Circuits: Analysis & Design*. McGraw-Hill, 2002.
- [51] P. Leuchtman. *Skriptum zur Vorlesung „Felder und Komponenten II“, Teil „Antennen II“*. ETH Zürich, SS 2007.
<http://www.ifh.ee.ethz.ch/~fieldcom/FuKII/13AntennenII.pdf>.
- [52] K. Levenberg. A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares. *Quart. Appl. Math.*, 2:164–168, 1944.
- [53] J. Li und C. Tao. Analysis and Simulation of UHF RFID System. In: *Signal Processing, The 8th International Conference on*, Bd. 4, 2006.
- [54] Y. Li und J. Liu. A 13.56 MHz RFID transponder front-end with merged load modulation and voltage doubler-clamping rectifier circuits. In: *Circuits and Systems, 2005. ISCAS 2005. IEEE International Symposium on*, Bd. 5, S. 5095–5098, 2005.
- [55] W. Lin, B. Geck, C. Lanschützer und H. Eul. Modellierung von HF Schleifenantennen und ihre Anwendung bei der RFID Systemoptimierung. 2. *Workshop RFID, ITG-Fachbericht Band 195*, 2006.
- [56] L. Lingyu, Z. Nan und Y. Xingzi. New design of RF interface circuits for PICC complying with ISO/IEC14443-2 type B. In: *ASIC, 2003. Proceedings. 5th International Conference on*, Bd. 2, S. 1037–1041 Vol.2, 2003.
- [57] D. Marquardt. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM J. Appl. Math.*, 11:431–441, 1963.
- [58] S. Masui, E. Ishii, T. Iwawaki, Y. Sugawara und K. Sawada. A 13.56 MHz CMOS RF identification transponder integrated circuit with a dedicated CPU. In: *Solid-State Circuits Conference, 1999. Digest of Technical Papers. ISSCC. 1999 IEEE International*, S. 162–163, 1999.

- [59] J. C. Maxwell. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Dover, 1954.
- [60] N. Michishita und Y. Yamada. A novel impedance matching structure for a dielectric loaded 0.05 wavelength small meander line antenna. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 1347–1350, 2006.
- [61] K.-S. Min, T. V. Hong und D.-W. Kim. A design of a meander line antenna using magneto-dielectric material for RFID system. In: *Microwave Conference Proceedings, 2005. APMC 2005. Asia-Pacific Conference Proceedings*, Bd. 4, 2005.
- [62] T. Morita und T. Horiguchi. Convergence of the arithmetic-geometric mean procedure for the complex variables and the calculation of the complete elliptic integrals with complex modulus. *Numer. Math.*, 20:425–430, 1973.
- [63] M. L. Ng, K. S. Leong und P. H. Cole. Analysis of constraints in small UHF RFID tag. In: *Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2005. MAPE 2005. IEEE International Symposium on*, Bd. 1, S. 507–510, 2005.
- [64] P. V. Nikitin, S. Lam und K. V. S. Rao. Low cost silver ink RFID tag antennas. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE*, Bd. 2B, S. 353–356 vol. 2B, 2005.
- [65] P. V. Nikitin, K. V. S. Rao, S. F. Lam, V. Pillai, R. Martinez und H. Heinrich. Power reflection coefficient analysis for complex impedances in RFID tag design. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 53(9):2721–2725, 2005.
- [66] K. Nikolić, A. Sadek und M. Forshaw. Architectures for Reliable Computations with Unreliable Nanodevices. In: *Proceedings IEEE-NANO'01*, S. 254–259, 2001.
- [67] T. O'Donnell, O. Chevalerais, G. Grant, S. C. O'Mathuna, D. Power und N. O'Donovan. Inductive powering of sensor modules. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2005. APEC 2005. Twentieth Annual IEEE*, Bd. 3, S. 2024–2029, 2005.
- [68] V. Pillai. Impedance Matching in RFID Tags: to Which Impedance to Match? In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 3505–3508, 2006.
- [69] P. Plainchault, J. Ehrlich, J. Bertrand und S. Foret. 13.56 MHz transponder design for vehicles/infrastructure communications. In: *Sensors, 2003. Proceedings of IEEE*, Bd. 2, S. 1070–1072 Vol.2, 2003.

- [70] P. Plainchault, J. Ehrlich, T. Bosch und S. Foret. Use of 13.56 MHz transponders for vehicle infrastructure communication. In: *Intelligent Transportation Systems, 2003. Proceedings. 2003 IEEE*, Bd. 2, S. 1536–1539, 2003.
- [71] D. C. Ranasinghe, D. M. Hall, P. H. Cole und D. W. Engels. An embedded UHF RFID label antenna for tagging metallic objects. In: *Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, S. 343–347, 2004.
- [72] K. V. S. Rao, P. V. Nikitin und S. F. Lam. Antenna design for UHF RFID tags: a review and a practical application. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 53(12):3870–3876, 2005.
- [73] K. V. S. Rao, P. V. Nikitin und S. F. Lam. Impedance matching concepts in RFID transponder design. In: *Automatic Identification Advanced Technologies, 2005. Fourth IEEE Workshop on*, S. 39–42, 2005.
- [74] D. Redinger, S. Molesa, S. Yin, R. Farschi und V. Subramanian. An ink-jet-deposited passive component process for RFID. *Electron Devices, IEEE Transactions on*, 51(12):1978–1983, 2004.
- [75] C. M. Roberts. Radio frequency identification (RFID). *Computers & Security*, 25(1):18–26, Febr. 2006.
- [76] N. Rueangsri und A. Thanachayanont. Coil Design for Optimum Operating Range of Magnetically-Coupled RFID System. In: *Communications and Information Technologies, 2006. ISCIT '06. International Symposium on*, S. 1199–1202, 2006.
- [77] S. Serkan Basat, S. Bhattacharya, L. Yang, A. Rida, M. M. Tentzeris und J. Laskar. Design of a novel high-efficiency UHF RFID antenna on flexible LCP substrate with high read-range capability. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 1031–1034, 2006.
- [78] P. H. Smith. Transmission Line Calculator. *Electronics*, 12(1):29–31, Jan. 1931.
- [79] P. H. Smith. An Improved Transmission Line Calculator. *Electronics*, 17(1):130, Jan. 1944.
- [80] H.-W. Son und C.-S. Pyo. Design of RFID tag antennas using an inductively coupled feed. *Electronic Letters*, 41(18), 2005.
- [81] H. Stockman. Communication by Means of Reflected Power. *Proceedings of the IRE*, 36(10):1196–1204, 1948.

- [82] V. Subramanian, J. B. Chang, S. E. Molesa, S. K. Volkman und D. R. Redinger. Printed transistors and passive components for low-cost electronics applications. In: *VLSI Technology, Systems, and Applications, 2006 International Symposium on*, S. 1–2, 2006.
- [83] V. Subramanian, P. C. Chang, J. B. Lee, S. E. Molesa und S. K. Volkman. Printed organic transistors for ultra-low-cost RFID applications. *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions on [see also Components, Packaging and Manufacturing Technology, Part A: Packaging Technologies, IEEE Transactions on]*, 28(4):742–747, 2005.
- [84] V. Subramanian, J. Frechet, P. Chang, D. Huang, J. Lee, S. Molesa, A. Murphy, D. Redinger und S. Volkman. Progress toward development of all-printed RFID tags: materials, processes, and devices. *Proceedings of the IEEE*, 93(7):1330–1338, 2005.
- [85] F. E. Terman. Network Theory, Filters, and Equalizers. *Proceedings of the I.R.E.*, 31(4):164–175, Apr. 1943.
- [86] Texas Instruments. *Constructing a 1000×600 HF Antenna*, Aug. 2003. Technical Application Report.
- [87] Texas Instruments. *HF Antenna Design Notes*, Sept. 2003. Technical Application Report.
- [88] Texas Instruments. *Tag-it HF-I PLUS TRANSPONDER INLAYS MEDIUM RECTANGLE*, Dez. 2005. Datenblatt.
- [89] Texas Instruments. *Tag-it HF-I STANDARD TRANSPONDER INLAYS 24.2 mm CIRCULAR*, Dez. 2005. Datenblatt.
- [90] Texas Instruments. *Tag-it HF-I STANDARD TRANSPONDER INLAYS LARGE RECTANGLE*, Dez. 2005. Datenblatt.
- [91] Texas Instruments. *Tag-it HF-I STANDARD TRANSPONDER INLAYS MINIATURE RECTANGLE*, Dez. 2005. Datenblatt.
- [92] Texas Instruments. *Tag-it HF-I STANDARD TRANSPONDER INLAYS SQUARE*, Dez. 2005. Datenblatt.
- [93] M. P. Theodoridis und S. V. Mollov. Improved gate driver for a 13.56 MHz resonant inverter. In: *Power Electronics, Machines and Drives, 2004. (PEMD 2004). Second International Conference on (Conf. Publ. No. 498)*, Bd. 1, S. 143–148 Vol.1, 2004.

- [94] M. T. Thompson, R. D. Thornton und A. Kondoleon. Scale Model Flux-Canceling EDS Maglev Suspension – Part I: Design and Modeling. Jul. 1998.
http://members.aol.com/marctt/CV/Abstracts/ieee_m1a.htm.
- [95] M. T. Thompson, R. D. Thornton und A. Kondoleon. Flux-Canceling Electrodynamic Maglev Suspension: Part I Test Fixture Design and Modeling. *IEEE Transactions on Magnetics*, 35(3):1956–1963, Mai 1999.
- [96] Y. Tikhov, Y. Kim und Y.-H. Min. A novel small antenna for passive RFID transponder. In: *Microwave Conference, 2005 European*, Bd. 1, 2005.
- [97] A. Tramoni, J.-P. Enguent und C. Tételin. Method to simulate contactless system based on S-parameters measurements. In: *Wireless Technology, 2005. The European Conference on*, S. 375–378, 2005.
- [98] A. Tramoni, C. Tételin, A. Malherbe und J. Conraux. Best compromise between tele supply and modulated rate of back scattered signal in RFID system. In: *Intelligent Signal Processing and Communication Systems, 2005. ISPACS 2005. Proceedings of 2005 International Symposium on*, S. 621–624, 2005.
- [99] A. Tramoni, C. Tételin, A. Malherbe und J. Conraux. Resonant Frequency and Impedance Determination for Backscattered Signals in CSC System. In: *Vehicular Technology Conference, 2006. VTC 2006-Spring. IEEE 63rd*, Bd. 6, S. 2635–2639, 2006.
- [100] P. R. Troyk und M. Edgington. Inductive links and drivers for remotely-powered telemetry systems. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2000. IEEE*, Bd. 1, S. 60–62 vol.1, 2000.
- [101] J. R. Tuttle. Traditional and emerging technologies and applications in the radio frequency identification (RFID) industry. In: *Radio Frequency Integrated Circuits (RFIC) Symposium, 1997., IEEE*, S. 5–8, 1997.
- [102] L. Ukkonen, M. Schaffrath, L. Sydanheimo und M. Kivikoski. Analysis of integrated slot-type tag antennas for passive UHF RFID. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 1343–1346, 2006.
- [103] J. van Niekerk, F. L. Dacus und S. Bible. *Loop Antenna Basics and Regulatory Compliance for Short-Range Radio*. Microchip.
- [104] P. Villard, C. Bour, E. Dallard, D. Lattard, J. de Pontcharra, G. Robert und S. Roux. A low-voltage mixed-mode CMOS/SOI integrated circuit for 13.56 MHz RFID applications. In: *SOI Conference, IEEE International 2002*, S. 163–164, 2002.

- [105] M. B. Villarino. Ramanujan's Perimeter of an Ellipse. *ArXiv Mathematics e-prints*, Jun. 2005. Provided by the Smithsonian/NASA Astrophysics Data System <http://arxiv.org/pdf/math.CA/0506384>.
- [106] J. von Neumann. Probabilistic Logics and the Synthesis of Reliable Organisms from Unreliable Components. In: C. E. Shannon und J. McCarthy (Hrsg.), *Automata Studies*, S. 43–98. Princeton University Press, 1956.
- [107] R. Want. An introduction to RFID technology. *Pervasive Computing, IEEE*, 5(1):25–33, 2006.
- [108] T. Weiland und Mitarbeiter. *Skriptum zur klassischen Feldtheorie*. TU Darmstadt, WS 1999/2000.
- [109] R. Weinstein. RFID: a technical overview and its application to the enterprise. *IT Professional*, 7(3):27–33, 2005.
- [110] H. Witschnig, E. Sonnleitner, J. Bruckbauer und E. Merlin. Eigenvalue Analysis of Close Coupled 13.56 MHz RFID-Labels. In: *Microwave Symposium Digest, 2006. IEEE MTT-S International*, S. 324–327, 2006.
- [111] L. Yang, S. Serkan Basat und M. M. Tentzeris. Design and development of novel inductively coupled RFID antennas. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 1035–1038, 2006.
- [112] J. Yi, W.-H. Ki und C.-Y. Tsui. Analysis and Design Strategy of UHF Micro-Power CMOS Rectifiers for Micro-Sensor and RFID Applications. *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on [Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on]*, 54(1):153–166, 2007.
- [113] B. Yu, S.-J. Kim, B. Jung, F. J. Harackiewicz, M.-J. Park und B. Lee. Balanced RFID Tag Antenna Mountable on Metallic Plates. In: *Antennas and Propagation Society International Symposium 2006, IEEE*, S. 3237–3240, 2006.
- [114] J. Zhao, Y. Zhang und M. Ye. Research on the Received Signal Strength Indication Location Algorithm for RFID System. In: *Communications and Information Technologies, 2006. ISCIT '06. International Symposium on*, S. 881–885, 2006.

Eigene Veröffentlichungen

- [115] S. Cotofana, A. Schmid, Y. Leblebici, A. Ionescu, **O. Soffke**, P. Zipf, M. Glesner und A. Rubio. CONAN – A Design Exploration Framework for Reliable Nano-Electronics Architectures. In: *IEEE 16th International Conference on Application-specific Systems, Architectures and Processors (ASAP 2005)*, 2005.
- [116] M. Glesner, T. Hollstein, H. Zimmer, **O. Soffke** und O. Mitrea. System Design Challenges for the next Decade. In: *Zukunft durch Informationstechnik: schnell - mobil - intelligent; Informationstechnik für Menschen - 50 Jahre ITG*, S. 15 – 23. VDE Verlag, Apr. 2004.
- [117] M. Glesner, T. Murgan, T. Hollstein, P. Zipf, **O. Soffke** und H. Hinkelmann. System Design Challenges in the Nanoscale Era. *Sci. Bull. of the Fac. of Electronics, Telecommunications and Informatics, Gdansk Univ. of Technology – Information Technology Series*, 12:3–14, 2007.
- [118] M. Glesner, **O. Soffke** und P. Zipf. *Complex Computing-Networks: Brain-like and Wave-oriented Electrodynamical Algorithms*, Kap.: Hardware Architectures for the Evolution of Cellular Automata Functionality, S. 257–266. Springer Proceedings in Physics, Jul. 2006. ISBN 3540306358.
- [119] T. Hollstein, **O. Soffke**, H. Zimmer, O. Mitrea und M. Glesner. Neue Entwurfsverfahren beim System-on-Chip-Design. In: *NTZ 1/2005*, S. 34–37. VDE Verlag, Jan. 2005.
- [120] R. Ludewig, **O. Soffke**, P. Zipf, M. Glesner, K. P. Pun, K. H. Tsoi, K. H. Lee und P. Leong. IP Generation for an FPGA-based Audio DAC Sigma-Delta Converter. In: *Intl. Conference on Field Programmable Logic and Applications*, 2004.
- [121] S. Pandey, P. Zipf, **O. Soffke** und M. Glesner. Ubicomp Device for a Decentralized Distributed Computing Environment. In: *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*, 2003.
- [122] S. Pandey, P. Zipf, **O. Soffke**, M. Petrov, T. Murgan, M. Glesner und M. Mühlhäuser. An Infrastructure for Distributed Computing and Context Aware Computing. In: *Multi-Device Interfaces for Ubiquitous Peripheral Interaction, Workshop at the Fifth International Conference on Ubiquitous Computing*, 2003.

- [123] H. Puder und **O. Soffke**. An approach to an optimized voice-activity detector for noisy speech signals. In: *Segmentation and Voice Detection (EUSIPCO'02)*, 2002.
- [124] C. Schlachta, **O. Soffke**, P. Zipf und M. Glesner. Eine weiterentwickelte quasi-statische adiabatische Logikfamilie. In: *Entwurfsmethoden für Nanometer VLSI Design, Informatik LIVE*, 2005.
- [125] **O. Soffke**. Modelling and Simulation of Printed RFID Tags in Inductively Coupled Systems. In: *Design Automation and Test in Europe (DATE), PhD Forum*, Nice, France, Apr. 2007.
- [126] **O. Soffke**, T. Hollstein, R. Kügler und M. Glesner. Über die Integration von analytischen und tabellarischen S-Parametermodellen in Transientensimulationen. In: *2. Workshop RFID*, ITG-Fachbericht Band 195. VDE Verlag, Jul. 2006.
- [127] **O. Soffke**, P. Zhao, T. Hollstein und M. Glesner. Modelling of HF and UHF RFID Technology for System and Circuit Level Simulations. In: *RFID SysTech 2007 – 3rd European Workshop on RFID Systems and Technologies*, ITG-Fachbericht Band 203. VDE Verlag, Jul. 2007.
- [128] **O. Soffke**, P. Zipf, T. Murgan und M. Glesner. A Signal Theory Based Approach to the Statistical Analysis of Combinatorial Nanoelectronic Circuits. In: *Design, Automation and Test in Europe (DATE)*, Munich, Germany, März 2006.
- [129] **O. Soffke**, P. Zipf, M. Velten und M. Glesner. Simulation von CNFET basierten Digitalerschaltungen. *Advances in Radio Science - Kleinheubacher Berichte*, 4:307–311, 2006. ISSN: 16849965.
- [130] P. Zipf, **O. Soffke**, A. Schumacher, R. Dogaru und M. Glesner. On a Hardware Architecture for the Evolution of Cellular Automata Functionality. In: *7th International Symposium on Signals, Circuits and Systems ISSCS*, 2005.
- [131] P. Zipf, **O. Soffke**, A. Schumacher, R. Dogaru und M. Glesner. Programmable and Reconfigurable Hardware Architectures for the Rapid Prototyping of Cellular Automata. In: *5th International Conference on Field Programmable Logic and Applications (FPL)*, 2005.
- [132] P. Zipf, **O. Soffke**, A. Schumacher, C. Schlachta, R. Dogaru und M. Glesner. A Hardware-in-the-Loop System to Evaluate the Performance of Small-World Cellular Automata. In: *5th International Conference on Field Programmable Logic and Applications (FPL)*, 2005.
- [133] P. Zipf, **O. Soffke**, M. Velten und M. Glesner. Abstrakte Modellierung der Eigenschaften von nanoelektronischen CNT-Elementen in SystemC. In: *Entwurfsmethoden für Nanometer VLSI Design, Informatik LIVE*, 2005.

Betreute studentische Arbeiten

Abgeschlossene Arbeiten

- [134] Cherlin Marceau Agbomenou. *Simulationsmodell für RFID-Systeme: Untersuchung der Übertragungstrecke und Vorschlag zur Realisierung eines programmierbaren Codegenerators*, Studienarbeit.
- [135] Adeel Ashraf. *VHDL- und VLSI-Entwurf eines Mutual-Exclusion-Elements als Standardzelle für ein global asynchrones NoC-Switch*, Studienarbeit. Betreuung zusammen mit Peter Zipf.
- [136] Hélène Aubertein. *Entwurf und Implementierung eines Lesegerätes für induktive 13,56 MHz Transpondersysteme*, Studienarbeit. Betreuung zusammen mit Thomas Hollstein.
- [137] Anis Ben Cheikh. *Entwurf und Implementierung einer robusten Kommunikationsverbindung zwischen einer Java-API und einem FPGA Design*, Studienarbeit. Betreuung zusammen mit Peter Zipf.
- [138] Mohamad Ali Chokr. *Entwurf und Implementierung einer universellen Simulationsumgebung für nanoelektronische Schaltungen*, Diplomarbeit.
- [139] Xavier Domont. *Entwurf und Implementierung von Algorithmen zur automatischen Charakterisierung linearer Systeme*, Studienarbeit. Betreuung zusammen mit Clemens Schlachta.
- [140] Ali Hayek. *Analyse und Entwurf einer fehlertoleranten Architektur für nanoelektronische Schaltungen in SystemC*, Diplomarbeit. Betreuung zusammen mit Peter Zipf.
- [141] Yu Ke. *Finite Element based simulation of the electrostatic characteristics of carbon nanotube*, Bachelorarbeit.
- [142] Emad Khadeja. *Entwurf, Implementierung und Verifizierung eines Modells zur statistischen Analyse des Zeitverhaltens nanoelektronischer Schaltungen*, Diplomarbeit.

Betreute studentische Arbeiten

- [143] Michael Velten. *Analyse und SystemC-Abstraktion einer mit SPICE modellierten nanoelektronischen Schaltung*, Studienarbeit. Betreuung zusammen mit *Peter Zipf*.
- [144] Ji Zhang. *Hardware/Software Koentwurf des Digitalteils eines HF-RFID-Lesegerätes basierend auf einer XILINX FPGA-Plattform*, Diplomarbeit. Betreuung zusammen mit *Thomas Hollstein*.
- [145] Ping Zhao. *Design of a Simulation Environment for UHF RFID Systems and sample Implementation of an RFID Tag*, Masterthesis. Betreuung zusammen mit *Thomas Hollstein*.

Laufende Arbeiten

- [146] Cherin Azer. *Design of Antennas, Matching Networks and Power Amplifiers for 13,56 MHz RFID Systems*, Masterthesis. Betreuung zusammen mit *Thomas Hollstein*.

Lebenslauf

Kai Oliver Soffke

Zur Person:

Name: Kai Oliver Soffke
Geburt: 29. Oktober 1976 in Frankfurt/Main

Schulbildung:

Sep. 1983 – Juli 1987 Grundschule in Hirschberg-Leutershausen
Sep. 1987 – Juli 1994 Kurpfalz-Gymnasium in Schriesheim
Sep. 1994 – Juli 1996 Carl-Benz-Gymnasium in Ladenburg
25. 6. 1996 Abitur

Akademischer Werdegang:

Okt. 1997 – Juli 2002 Studium der Elektro- und Informationstechnik an der Technischen Universität Darmstadt, Studienrichtung Nachrichtentechnik
22. 7. 2002 Diplom, Dipl.-Ing.
Seit Aug. 2002 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mikroelektronische Systeme der Technischen Universität Darmstadt
